3
Relações constitutivas para fluxo em meios não saturados

3.1.
Introdução

Na natureza, a maioria dos processos de fluxo ocorre em meios não saturados. Em um solo inicialmente seco, por exemplo, sujeito à infiltração de água pela sua superfície, o gradiente hidráulico é mais alto junto à frente de umedecimento, com uma parcela preponderante do gradiente devido a efeitos de sucção. Em geral, os altos valores de gradientes desenvolvidos compensam os baixos valores dos coeficientes de permeabilidade de solos não saturados, possibilitando assim a ocorrência de fluxo nestes materiais.

O coeficiente de permeabilidade varia portanto com o grau de saturação do meio, decrescendo com a presença de ar nos vazios. Com a diminuição do grau de saturação, os vazios maiores, responsáveis em grande parte pela condutividade hidráulica do meio poroso, são os primeiros a serem drenados, interrompendo o canal de fluxo, com o volume de água neles remanescente se concentrando sob forma de meniscos no contato com as partículas. A maior parte do fluxo se transfere para os vazios menores, diminuindo assim o coeficiente de permeabilidade do meio em até 100 mil vezes em relação ao seu valor na condição saturada. Para baixos teores de umidade ou altas sucções o coeficiente de permeabilidade pode ser tão pequeno que podem ser necessários gradientes hidráulicos elevados ou intervalos de tempo muito grandes para que seja possível detectar a ocorrência de fluxo no meio.

A equação geral que governa o fluxo através de meios não saturados é naturalmente mais complexa do que a correspondente equação para meios saturados em virtude da interdependência entre os valores do coeficiente de permeabilidade e da carga de pressão (sucção) por meio da chamada função de condutividade hidráulica (figura 3.1). No caso de fluxo transiente, é ainda necessário conhecer-se a variação do teor de umidade volumétrico com a poropressão (função do teor de umidade volumétrico ou função característica de sucção da figura 3.2).

Uma análise geral de processos de fluxo através de meios porosos portanto requer o conhecimento de ambas as funções com base na realização direta de ensaios de laboratório ou por meio indireto através de correlações. A função do teor de umidade volumétrico pode ser prevista com base na curva de distribuição granulométrica e a função de condutividade hidráulica pode ser obtida utilizando-se a função do teor de umidade volumétrico e o coeficiente de permeabilidade na condição saturada.

3.2.
Determinação direta da função de condutividade hidráulica

Esta função pode ser, em princípio, estabelecida diretamente através da execução de ensaios de laboratório, obtendo-se os valores dos coeficientes de permeabilidade da amostra de solo sob vários níveis de sucção controlada. As técnicas de ensaio estão documentadas na literatura mas há dificuldades na determinação experimental geralmente associadas com fenômenos de difusão do ar e em virtude das pequenas quantidades de fluxo medidas (Brooks e Corey, 1996).

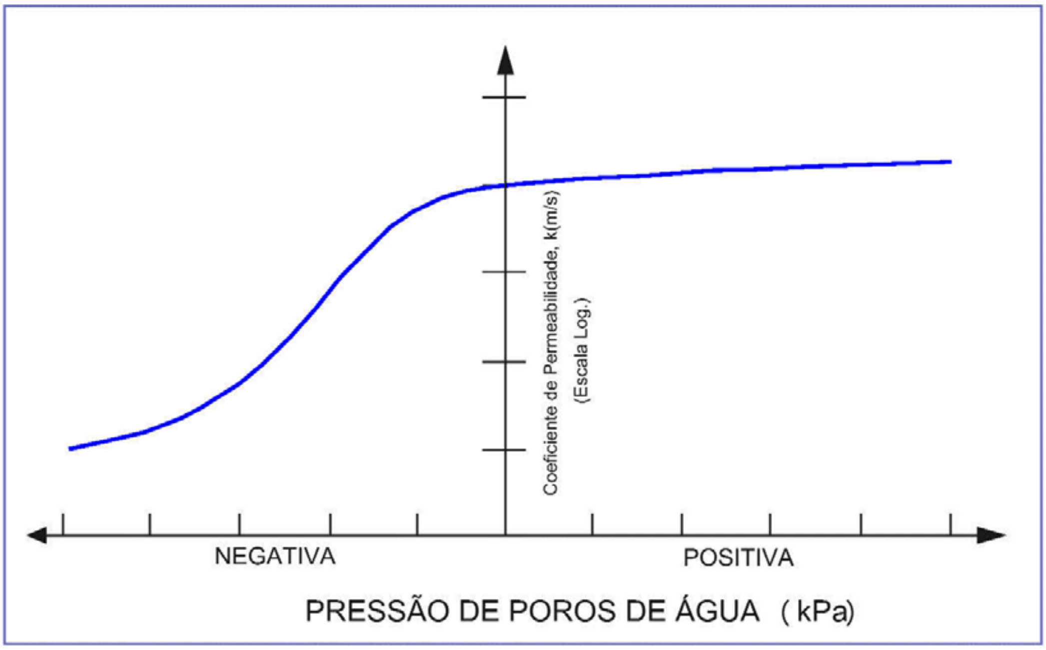

Figura 3.1 – Função de condutividade hidráulica (Fredlund e Rahardio, 1993).

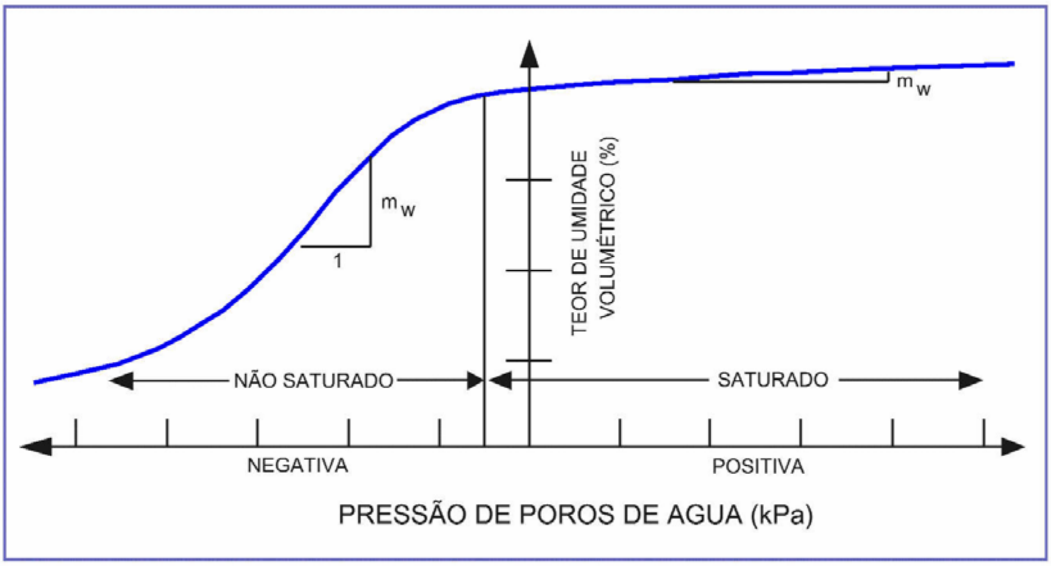

Figura 3.2 – Função do teor de umidade volumétrico (Fredlund e Rahardio, 1993).

3.3. Determinação indireta da função de condutividade hidráulica

Alternativamente, a função de condutividade pode ser obtida por meio de uma função do teor de umidade volumétrica determinada em laboratório (célula de pressão) ou modeladas através de várias propostas publicadas na literatura.

O teor de umidade volumétrico (θ) é definido pela equação 3.1 como o volume de água (V_w) presente no interior do meio poroso em relação ao seu volume total. É dependente dos valores da poropressão, conforme ilustra a curva característica de sucção da figura 3.2. Quando o grau de saturação for 100%, o teor de umidade volumétrico é equivalente à definição da porosidade do solo, razão entre o volume de vazios e seu volume total. A inclinação da curva característica de sucção (m_w) representa a taxa de variação da quantidade de água armazenada em resposta à variação da poropressão da água existente nos vazios.

$$\theta = V_w / V \qquad (3.1)$$

A função do teor de umidade volumétrico para solos coesivos tem configuração relativamente horizontal enquanto que para solos granulares pode apresentar-se bastante inclinada (figura 3.3) evidenciando que além dos valores de poropressão (água) a curva característica de sucção depende também das propriedades da estrutura sólida (solo).

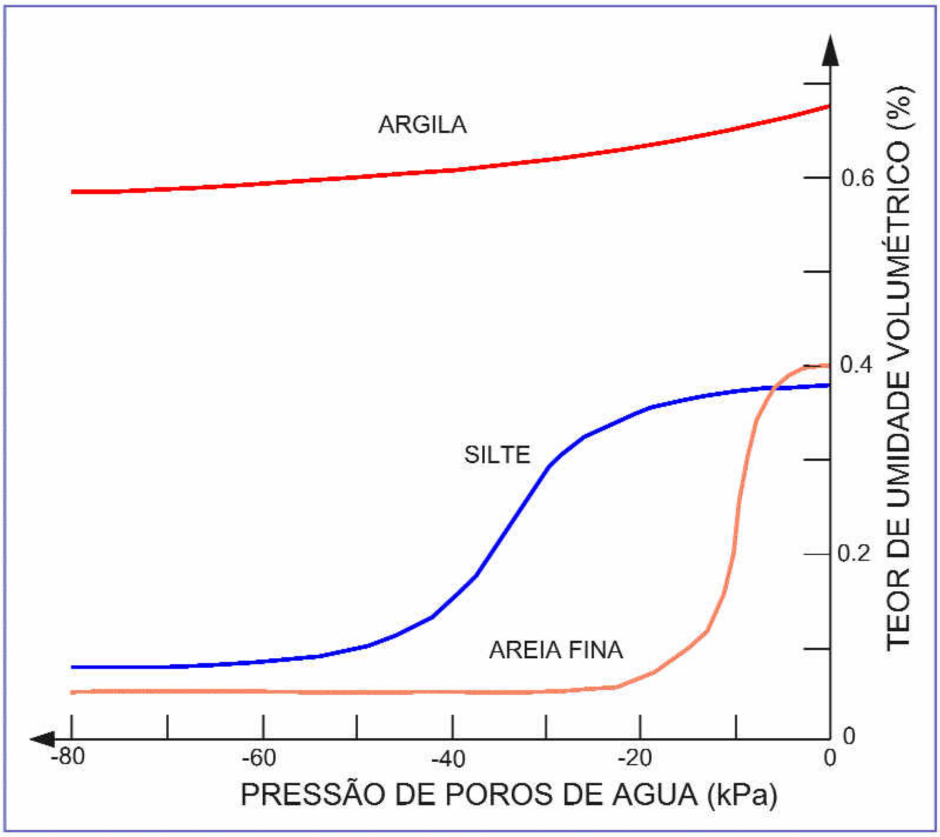

Figura 3.3 – Funções do teor de umidade volumétrico para areia fina, silte e argila (Ho, 1979)

3.3.1. Método de Fredlund, Xing e Huang (1994)

Este método permite calcular o coeficiente de permeabilidade k correspondente ao teor de umidade volumétrico θ através da integração (ou soma) da função do teor de umidade volumétrico proposta por Fredlund e Xing (1994) no intervalo de sucção entre 0 a 10^6 kPa. Este método produz, em princípio, melhores resultados para solos arenosos do que para coesivos.

$$k(\psi) = k_s \frac{\sum_{i=j}^{N} \frac{\theta(e^{yi}) - \theta(\psi)}{e^{yi}} \theta'(e^{yi})}{\sum_{i=1}^{N} \frac{\theta(e^{yi}) - \theta_s}{e^{yi}} \theta'(e^{yi})} \tag{3.2}$$

onde:

$k(\psi)$ = coeficiente de permeabilidade na sucção ψ(m/s);

k_s = coeficiente de permeabilidade na condição saturada (m/s);

θ = teor de umidade volumétrico

θ_s = teor de umidade volumétrico na condição saturada

N = número de intervalos de integração ao longo da curva característica de sucção;

e = constante 2,71828

y_i = logaritmo da sucção no meio do intervalo [i, i+1];

i = número do intervalo de integração

j = intervalo de integração correspondente à sucção ψ;

ψ = sucção correspondente a j^{th} intervalo

θ'= derivada da função

$$\theta = C(\psi)\frac{\theta_s}{\left\{\ln\left[e + (\psi / a)^n\right]\right\}^m} \tag{3.3}$$

onde

a, = parâmetro da função de teor de umidade volumétrico relacionado com o valor de entrada de ar (figura 3.4);

n = parâmetro da função de teor de umidade volumétrico que controla a inclinação no ponto de inflexão da curva;

m = parâmetro da função de teor de umidade volumétrico relacionado com o teor de umidade volumétrico residual;

$C(\psi)$ = função de correção definida como

$$C(\psi) = 1 - \frac{\ln\left(1 + \frac{\psi}{C_r}\right)}{\ln\left(1 + 1000000 / C_r\right)} \tag{3.4}$$

onde

Cr = constante relacionada com a sucção mátrica no teor de umidade volumétrico residual. Um valor típico é aproximadamente 1500 kPa.

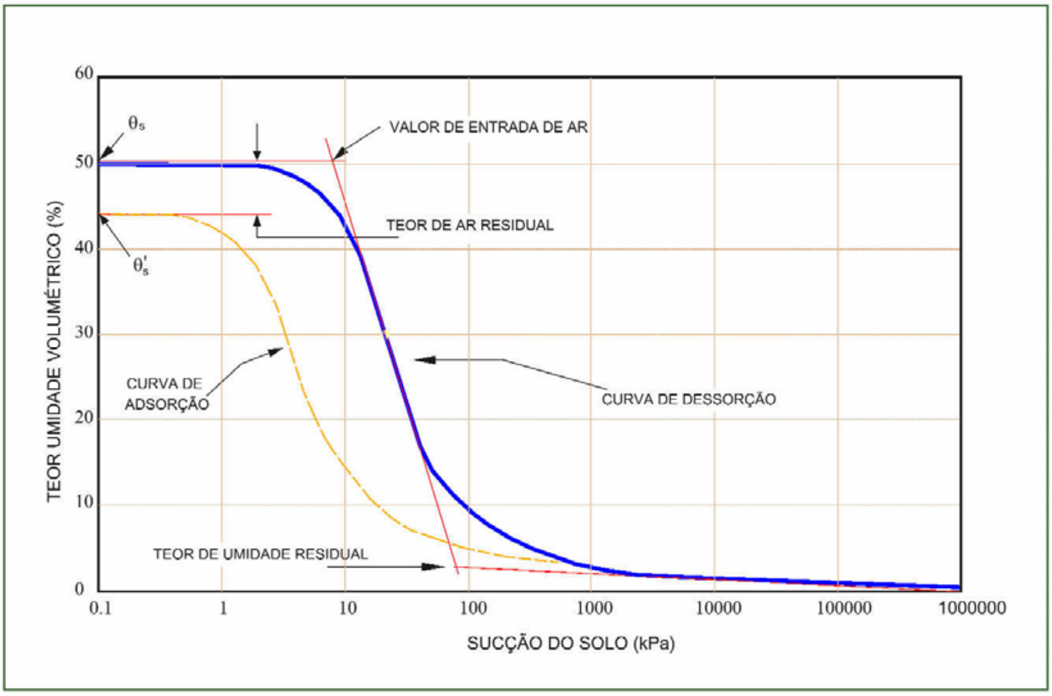

Figura 3.4 – Curva de adsorção e dessorção para um solo de silte (Fredlund, Xing e Huang, 1994)

3.3.2. Método de Green e Corey (1971)

Um método para calcular a função de condutividade hidráulica para solos não saturados com base na função característica de sucção foi também proposto por Green e Corey (1971), produzindo resultados com precisão suficiente para a maioria das aplicações (Elzeftawy e Cartwright, 1981).

$$k(\theta)_i = \frac{k_s}{k_{sc}} . \frac{30T^2}{\mu g \eta} . \frac{\zeta^p}{n^2} . \sum_{j=i}^{m} \left[(2j + 1 - 2i) h_i^{-2} \right] \quad (3.5)$$

onde

$k(\theta)_i$ = coeficiente de permeabilidade correspondente ao teor de umidade volumétrico θ_i ;

k_s / k_{sc} = razão entre o coeficiente de permeabilidade saturado medido (k_s) e calculado (k_{sc});

n = número de intervalos de sucção considerados;

h_i = carga de sucção (cm);

m = máximo intervalo de integração (soma), correspondente ao teor de umidade volumétrico na condição saturada;

n = número total de intervalos entre i e m

T = tensão superficial da água (dyn/cm)

ξ = porosidade na condição saturada;

η = viscosidade da água

g = aceleração da gravidade

μ = massa específica da água (g/cm^3)

p = parâmetro cujo valor, de acordo a literatura, está no intervalo [1-2].

O termo $\frac{30T^2}{\mu g \eta}.\frac{\xi^p}{n^2}$ é constante e pode ser feito igual a 1 no processo de obtenção da forma da função de condutividade hidráulica desejada. A forma geométrica é fundamentalmente controlada pelo termo no interior do somatório da equação (3.5). Uma vez conhecida a forma da curva, sua posição final é obtida pela restrição de que deve passar pelo valor conhecido k_s na condição saturada

3.3.3.
Método de van Genuchten (1980)

Van Genuchten, propôs a seguinte equação analítica para determinação do coeficiente de permeabilidade não saturado k_ψ de um solo em função da sucção mátrica ψ:

$$k_\psi = k_s.\frac{\left[1-\left(a\psi^{(n-1)}\right)*\left(1+\left(a\psi\right)^n\right)^{-m}\right]^2}{\left[\left(1+a\psi\right)^n\right]^{\frac{m}{2}}} \tag{3.6}$$

onde:

k_s = coeficiente de permeabilidade na condição saturada;

a,n,m = parâmetros para ajuste da curva com (m = 1-1/n), n >1

Da equação (3.6) observa-se que a função de condutividade hidráulica pode ser estabelecida conhecendo-se o coeficiente de permeabilidade na condição saturada e dois parâmetros de ajuste da curva (*a, n* ou *a,m*). De acordo com van Genuchten (1980) estes parâmetros podem ser estimados da função de teor de umidade volumétrico considerando-se um ponto P eqüidistante do teor de umidade volumétrico nas condições saturada e residual.

Se θ_p for o teor de umidade volumétrico neste ponto e ψ_p o correspondente valor da sucção mátrica, então a inclinação S_p da tangente à função neste ponto pode ser calculada como:

$$S_p = \frac{1}{(\theta_s - \theta_r)} \cdot \left[\frac{d\theta_p}{d(\log \psi_p)} \right] \tag{3.7}$$

Van Genuchten (op.cit.) sugeriu o seguinte procedimento para estimativa dos parâmetros *a* e *m* após a avaliação de S_p pela equação (3.7):

$$m = 1 - \exp(-0.8 S_p) \text{ para } 0 < S_p < 1 \tag{3.8a}$$

$$m = 1 - \frac{0.5755}{S_p} + \frac{0.1}{S_p^2} + \frac{0.025}{S_p^3} \text{ para } S_p > 1 \tag{3.8b}$$

$$a = \frac{1}{\psi_P} \left(2^{\frac{1}{m}} - 1 \right)^{(1-m)} \tag{3.8c}$$

Alternativamente, e principalmente nos casos em que o teor de umidade volumétrico residual não é claramente identificado, o método dos mínimos quadrados considerando-se ajustes não-lineares (van Genutchen, 1978) pode ser empregado para determinação simultânea dos parâmetros *a*, *m* e θ_r.

3.4. Determinação indireta da função de teor de umidade volumétrico

Ainda que não seja particularmente difícil a obtenção da função de teor de umidade volumétrico através de ensaios de laboratório, vários métodos indiretos foram propostos na literatura. A seguir, são brevemente escritos alguns deles:

3.4.1. Método de Arya e Paris (1981)

Arya e Paris (1981) propuseram um método empírico para relacionar a função de teor de umidade volumétrico com base na curva de distribuição granulométrica do solo e em sua massa específica.

A curva de distribuição granulométrica é dividida em um número de segmentos. Admitindo-se que a função de teor de umidade volumétrico é fundamentalmente uma função da distribuição do tamanho de poros, calcula-se para cada segmento o volume de poros V_i por

$$V_i = \frac{W_i}{\gamma_p}.e \qquad (3.9)$$

onde:

W_i é o peso das partículas sólidas do segmento, γ_p o peso específico do solo, *e* o índice de vazios.

Os volumes de poros assim calculados, para cada segmento da curva granulométrica, podem ser somados progressivamente para fornecer o valor do teor de umidade volumétrico do segmento através da relação:

$$\theta_i = \sum_{i=1}^{n}(V_i \gamma_p) \qquad (3.10)$$

Assumindo-se que em cada segmento o peso das partículas W_i é equivalente ao peso de muitas partículas esféricas de mesmo raio R_i, então o número de partículas n_i pode ser determinado como

$$n_i = \frac{3W_i}{4\pi R_i^3 \gamma_p} \qquad (3.11)$$

Arya & Paris (1981) propõem que o raio do poro r_i em cada segmento seja estimado por

$$r_i = R_i \left[\frac{4n_i^{(1-\alpha)}e}{6} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

onde:

α é uma constante de forma da partícula empiricamente estimada igual a 1,38. Uma vez obtido raio dos poros no segmento i, a sucção mátrica ψ_i é calculada com base na equação de capilaridade como

$$\psi_i = \frac{2T\cos\beta}{\rho_w g r_i} \quad (3.13)$$

onde:

T = tensão superficial da água,

ρ_w = massa específica da água, e

β = ângulo de contato.

Na temperatura de 25°C, assume-se T = 72,8 dyn/cm e β $\beta \approx 0$.

O método de Arya & Paris (1981) é geralmente aplicado para materiais granulares onde toda a curva de distribuição granulométrica é bem definida. Nestes casos a função de teor de umidade volumétrica assim prevista apresenta boa concordância com curvas determinadas experimentalmente em laboratório.

3.4.2. Método Modificado de Kovacs (2001)

Aubertin, Mbonimpa, Bussiere e Chapuis (2001) sugeriram uma modificação do método apresentado por Kovacs (1981) para determinação da função do teor de umidade volumétrico, expressando-a em termos de propriedades básicas do material, o que o procedimento bastante útil para emprego em análises preliminares.

A função é inicialmente obtida como uma função do grau de saturação e posteriormente convertida para uma função de teor de umidade volumétrico. A função é desenvolvida definindo-se duas componentes do grau de saturação: a primeira contribuindo para o armazenamento de água pela ação de forças de capilaridade (S_c), sob poropressões negativas relativamente pequenas, e a segunda componente atuando sob poropressões negativas bastante grandes onde a água que existe no solo é principalmente sob forma de adesão (S_a). Ambas componentes (S_c

e S_a) podem ser avaliadas da pressão negativa nos poros e de informações das propriedades do mio poroso tal como tamanho e forma das partículas, porosidade.

O grau de saturação S_r com base nas componentes S_c e S_a pode ser expresso por:

$$S_r = \frac{\theta_w}{n} = S_c + S_a^*(1 - S_c) \qquad (3.14)$$

onde:

θ_w = teor de umidade volumétrico

n = porosidade

S_a^* = valor limite da componente S_a do grau de saturação, definido por $S_a^* = (1 - S_a) + 1$

A componente de adesão deve ser limitada porque para valores baixos de sucção seria possível obter-se valores de S_a >1. Assim, para S_a < 1 impõe-se S_a^* = 1 e para valores de S_a<1 então considera-se $S_a^* = S_a$.

A componente S_a é associada com a fina película de água que recobre a superfície de grãos do solo e depende de propriedades como valor da sucção, porosidade, tamanho e forma das partículas, sendo aproximadamente determinada por:

$$S_a = aC_w \frac{\left(\dfrac{h_{co}}{\psi_n}\right)^{2/3}}{e^{1/3}\left(\dfrac{\psi}{\psi_n}\right)^{1/6}} \qquad (3.15)$$

onde:

a = parâmetro de ajuste da curva;

ψ = sucção;

ψ_n = termo de sucção para garantir termos adimensionais na equação (3.15);

e = índice de vazios

h_{co} = elevação média por capilaridade estimada pelas equações:

$$h_{co}(cm) = \frac{b(cm^2)}{eD_{10}(cm)}, \text{ para solos granulares} \qquad (3.16a)$$

$$h_{co,P} = \frac{\xi W_L^{1.45}}{e}\text{, para solos coesivos} \tag{3.16b}$$

$$b(cm^2) = \frac{0.75}{1.17\log(C_u)+1} \tag{3.17}$$

onde:

D_{10} = diâmetro efetivo (cm);

C_u = coeficiente de uniformidade

W_L = Limite de liquidez (%)

ξ = constante aproximadamente igual a 402,2 cm^2

C_ψ = coeficiente de correção que permite um decréscimo progressivo do teor de umidade volumétrico sob altas sucções, forçando os valores da função θ_w = 0 para ψ_o = 10^6 kPa, como proposto por Fredlund e Xing (1994).

$$C_\psi = 1 - \frac{\ln\left(1+\frac{\psi}{\psi_r}\right)}{\ln\left(1+\frac{\psi_o}{\psi_r}\right)} \tag{3.18}$$

onde:

ψ_r = sucção no teor de umidade volumétrico residual,

θ_r = representando o valor além do qual um incremento de sucção não é suficiente para remover mais água do solo.

$$\psi_r(cm) = 0.86 h_{co}^{1.20} = 0.86\left(\frac{\zeta}{e}\right)^{1.2} W_L^{1.74} \tag{3.19}$$

A saturação por capilaridade, que depende basicamente do diâmetro dos poros e de sua distribuição é determinada por:

$$S_c = 1 - \left[\left(\frac{h_{co}}{\psi}\right)^2 + 1\right]^m \exp\left[-m\left(\frac{h_{co}}{\psi}\right)^2\right] \tag{3.20}$$

onde:

m = parâmetro de ajuste que leva em conta a distribuição do tamanho dos poros e controla a forma e posição da função de teor de umidade volumétrico na zona de capilaridade

Para solos coesivos os parâmetros *m* e *a* podem assumir valores constantes m = $3x10^{-5}$ e a = $7x10^{-4}$ nas aplicações computacionais com o programa SEEP/W. Para solos granulares, os parâmetros de saturação por capilaridade podem ser também considerados como m = 1, a = 0,01.

3.4.3. Método de Fredlund e Xing (1994)

O método consiste de uma solução analítica que pode ser usada para obtenção da função de teor de umidade volumétrico θ_ψ caso sejam conhecidos os valores de um conjunto de parâmetros de ajuste da curva (*a, n, m*).

$$\theta_\psi = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left\{ \ln\left[e + \left(\frac{\psi}{a} \right)^n \right] \right\}^m} \tag{3.21}$$

Ou, se a função é previstas no intervalo completo $0 < \theta_w < 10^6$ kPa,

$$\theta_\psi = \frac{\theta_s}{\left\{ \ln\left[e + \left(\frac{\psi}{a} \right)^n \right] \right\}^m} \tag{3.22}$$

onde:

θ_r = teor de umidade volumétrico residual

θ_s = teor de umidade volumétrico saturado

O parâmetro *a*, que tem unidades de kPa, é o ponto de inflexão da função de teor de umidade volumétrico, sendo ligeiramente maior do que o valor de entrada de ar. O parâmetro *n* controla a inclinação da função de teor de umidade volumétrico e o parâmetro *m* o teor de umidade residual.

$$a = \psi_i \tag{3.23}$$

$$m = 3.67 \ln\left(\frac{\theta_s}{\theta_i} \right) \tag{3.24}$$

$$n = \frac{1.31^{m+1}}{m\theta_s} 3.72 s \psi_i \quad (3.25)$$

onde:

ψ_i = sucção correspondente ao teor de umidade volumétrico θ_i onde ocorre o ponto de inflexão da curva característica de sucção;

s = inclinação da tangente à função de teor de umidade volumétrico no ponto de inflexão da curva.

$$s = \frac{\theta_i}{\psi_p - \psi_i} \quad (3.26)$$

onde ψ_p é o intercepto da tangente com o eixo das sucções.

3.4.4. Método de van Genuchten (1980)

Van Genutchen (1980) sugeriu a seguinte equação analítica para obtenção da função de teor de umidade volumétrica:

$$\theta_\psi = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + \left(\frac{\psi}{a}\right)^n\right]^m} \quad (3.27)$$

Onde:

a, *n*, *m* são parâmetros de ajuste da curva.

O parâmetro *a* pode ser expresso como uma função de outros dois parâmetros *b*, *c* conforme:

$$a = \frac{\psi_{50}}{\left(2^{1/c} - 1\right)^{1/b}} \quad (3.28)$$

considerando

$$\psi_{50} = \frac{\theta_s + \theta_r}{2} \quad (3.29)$$