

7

Comportamento de Placas Dobradas sob Flexão

Placas dobradas usadas em coberturas de grandes vãos estão usualmente submetidas a cargas de gravidade e trabalham basicamente a flexão. Neste capítulo estuda-se o comportamento não-linear de placas dobradas sob flexão, através do método de RIKS, investigando os fenômenos de perda de estabilidade e a evolução do estado de tensões.

7.1. Comportamento Não-Linear

Em geral, nas aplicações práticas o ângulo entre as placas é pequeno já que a finalidade é cobrir o maior espaço possível com o mínimo de material. Assim, estuda-se aqui o comportamento não-linear de placas dobradas com θ igual a 10° , 12.5° , e 15° sob flexão para alguns valores de α . A geometria estudada é mostrada na Figura 7.1. Como as placas dobradas têm neste caso o objetivo de cobrir grandes vãos, utilizou-se $2.5 \leq \alpha \leq 4.0$.

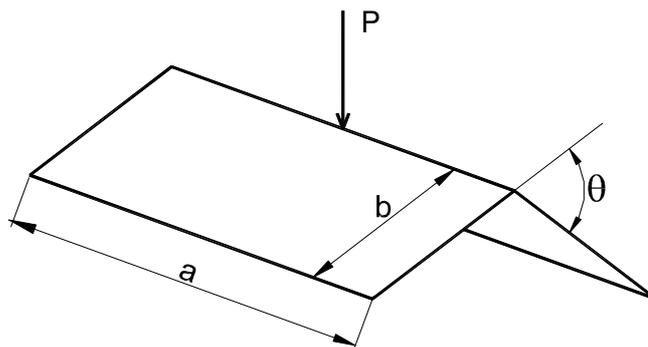


Figura 7.1 – Placa dobrada sob flexão.

Na Figura 7.2 mostra-se a variação da carga com o deslocamento em sua direção para uma placa com $\theta = 10^\circ$ e valores selecionados de α . Nota-se que o comportamento é eminentemente não-linear. À medida que a carga cresce há uma gradativa diminuição da rigidez efetiva até se atingir um ponto limite quando a estrutura perde a estabilidade. Teoricamente, ao atingir o ponto limite, a estrutura salta para uma configuração pós-crítica envolvendo grandes deslocamentos e inversão da concavidade. Este fenômeno é conhecido na literatura como *snap-through*. Na prática, durante o salto, estruturas usuais de aço e concreto sofrem danos permanentes que podem inclusive levar ao colapso da estrutura.

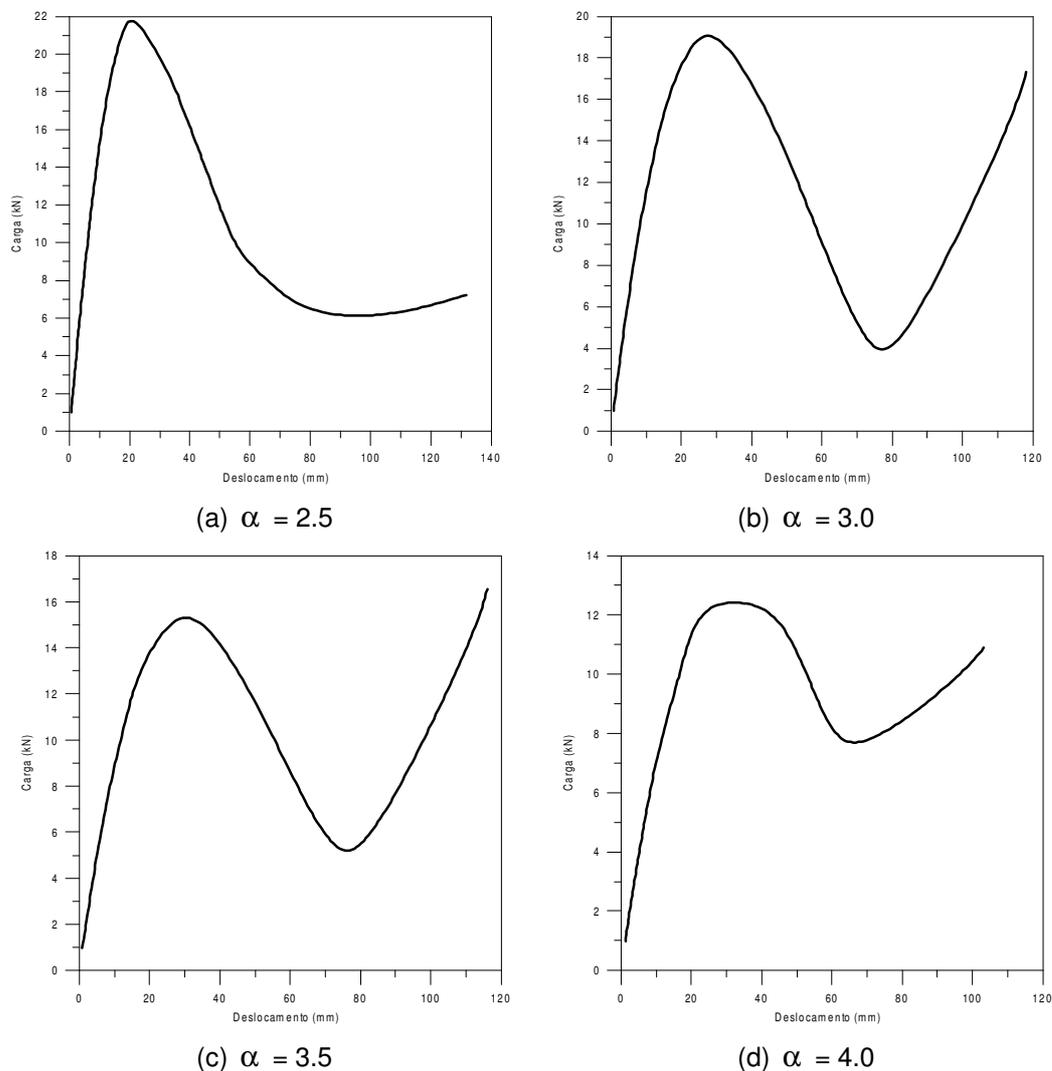


Figura 7.2 – Placa dobrada sob flexão, com todos os bordos apoiados e $\theta = 10^\circ$.

Observa-se através dos caminhos de equilíbrio mostrados na Figura 7.2 e dos valores apresentados na Tabela 7.1 que a carga limite, P_{lim} , decresce acentuadamente a medida que α cresce. Isto mostra que o grau de não-linearidade da resposta e a capacidade de carga da estrutura decrescem com o aumento do vão.

Na Figura 7.3 é apresentado o comportamento não-linear para $\theta = 12.5^\circ$ e alguns valores de α . Novamente observa-se um comportamento não-linear típico de arcos e cascas abatidas, com um caminho de equilíbrio em forma de S e dois pontos limites separando o trecho instável intermediário dos dois trechos estáveis.

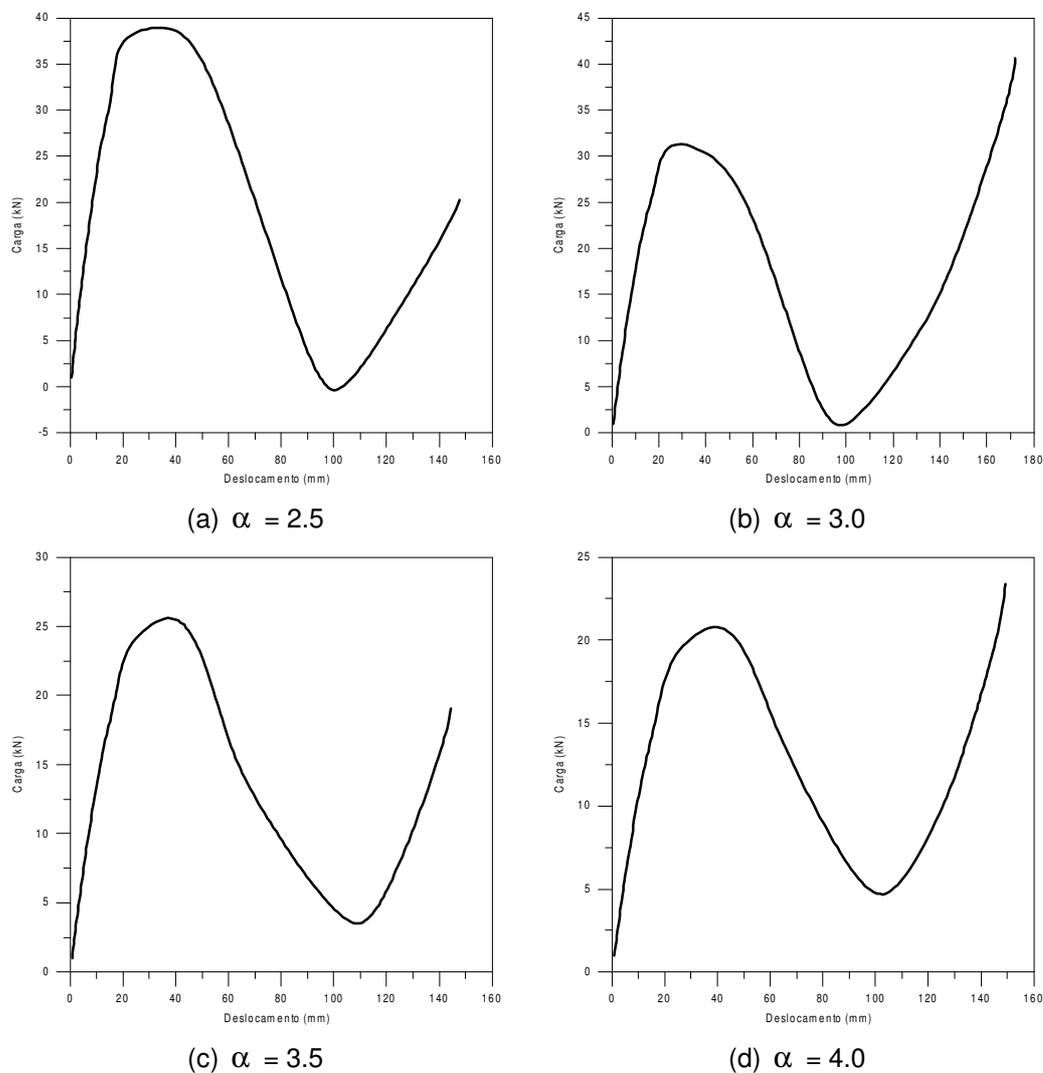


Figura 7.3 – Placa dobrada sob flexão, com todos os bordos apoiados e $\theta = 12.5^\circ$.

Na Figura 7.4 é apresentado o comportamento não-linear para $\theta = 15^\circ$ e alguns valores de α . Com base nos resultados apresentados nas Figuras 7.2 à 7.4, conclui-se que a capacidade de carga da estrutura decresce a medida que α cresce e que θ decresce.

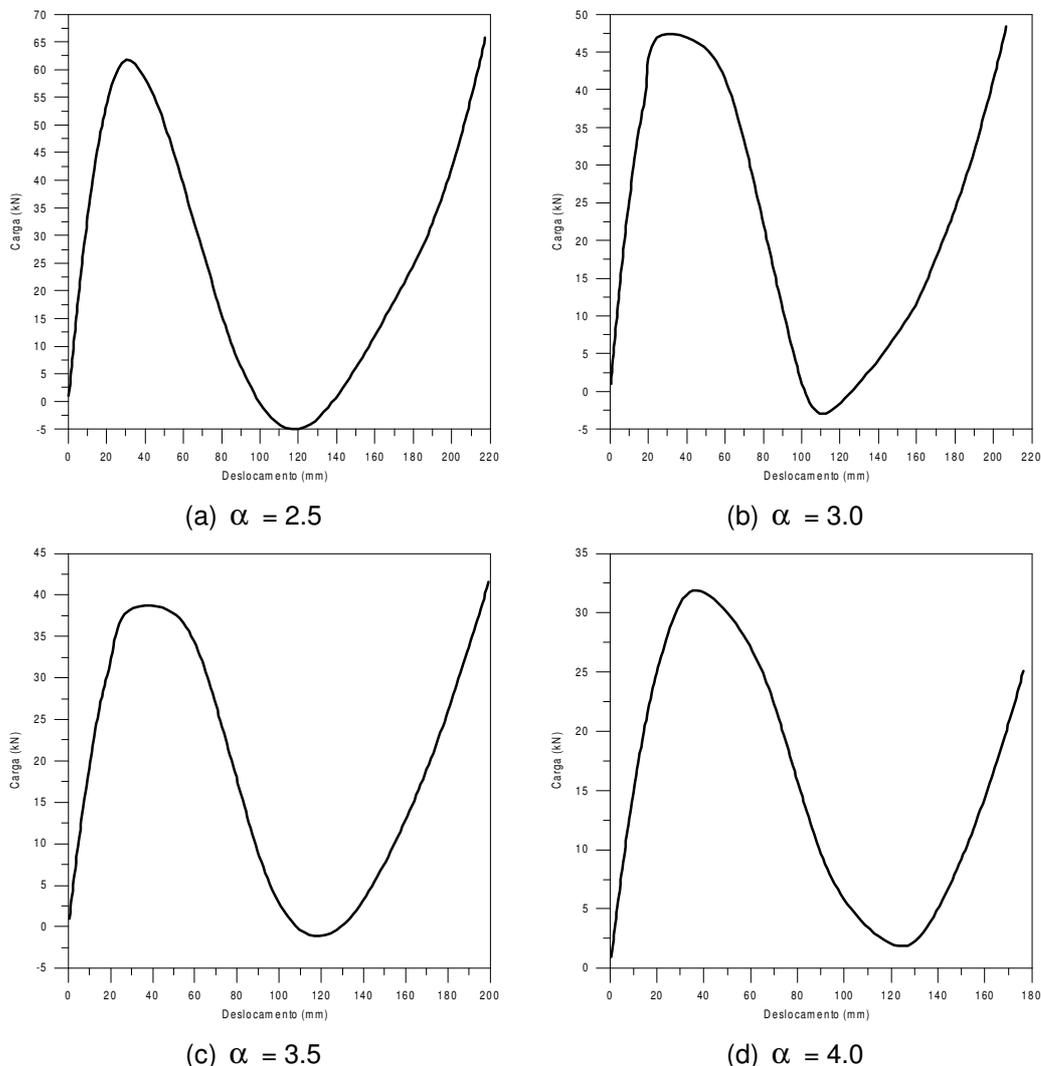


Figura 7.4 – Placa dobrada sob flexão, com todos os bordos apoiados e $\theta = 15^\circ$.

Um resumo das cargas críticas é apresentado na Tabela 7.1 para os respectivos θ e α estudados.

Tabela 7.1 – Carga crítica para placa dobrada sob flexão com todos os bordos apoiados.

θ	P_{lim}			
	$\alpha = 2.5$	$\alpha = 3.0$	$\alpha = 3.5$	$\alpha = 4.0$
10°	21,77	19,03	15,29	12,25
12.5°	38,87	31,12	25,57	20,78
15°	61,70	47,05	38,46	32,00

7.2. Evolução do Estado de Tensões em Placas Dobradas

Neste item estuda-se a evolução do estado de tensões em placas dobradas sob flexão com θ igual a 10° , 12.5° , e 15° . Adote-se como exemplo, $\alpha = 3.0$ e quatro valores de carga, como ilustrado esquematicamente na Figura 7.5. A primeira carga está associada a uma configuração pré-crítica no início do caminho de equilíbrio, a segunda ao ponto limite, a terceira ao mínimo pós-crítico e a quarta a uma configuração pós-crítica logo após o salto dinâmico.

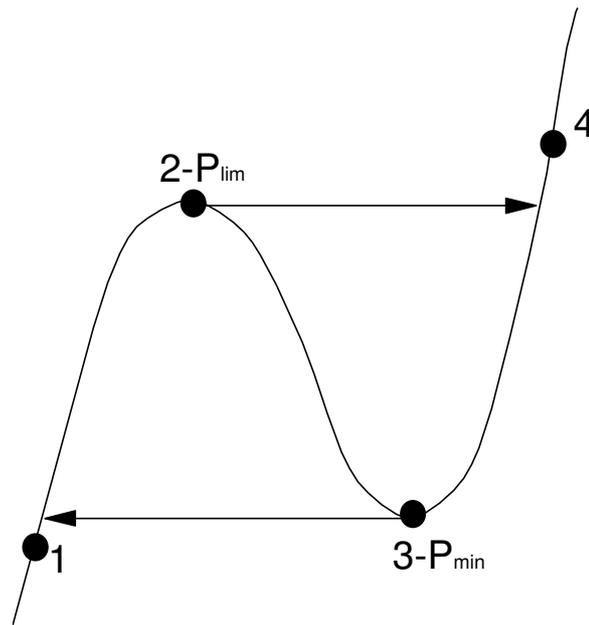
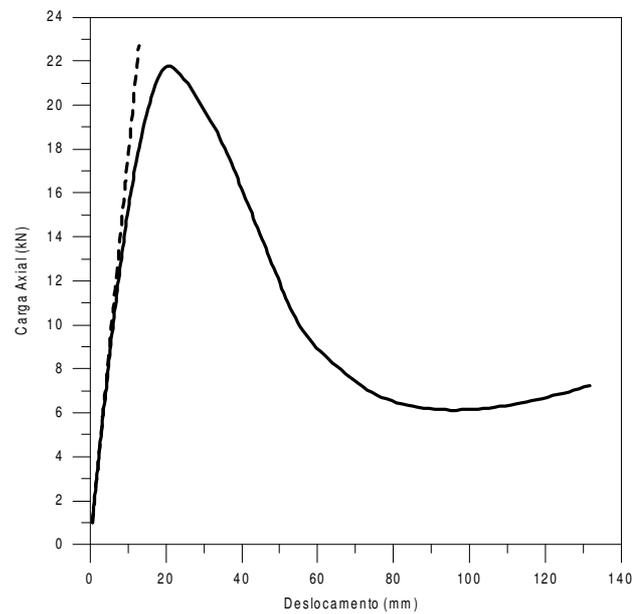
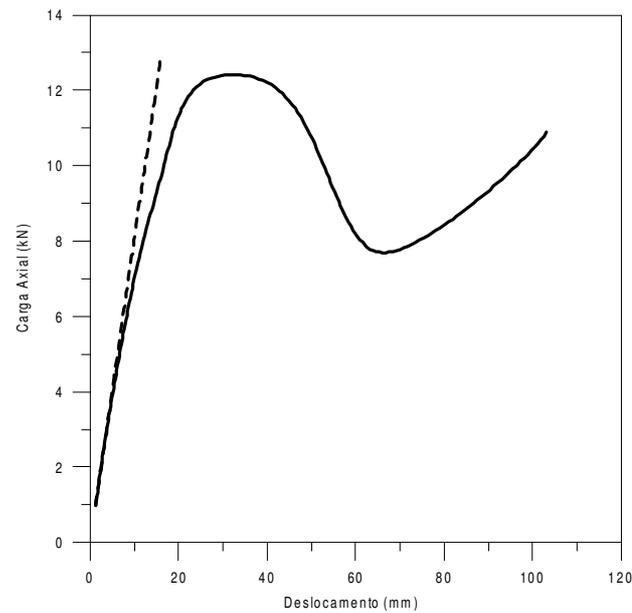


Figura 7.5 – Configurações estudadas ao longo do caminho não-linear de equilíbrio.

Pela Figura 7.6, observa-se que em certas situações, mais próximas ao ponto limite, a não linearidade torna-se mais presente.



(a) $\theta = 10^\circ$ - $\alpha = 2.5$



(b) $\theta = 10^\circ$ - $\alpha = 4.0$

Figura 7.6 – Comparação do comportamento não-linear com o comportamento linearizado.

Pelas Figuras 7.7 e 7.8 observa-se a distribuição das tensões para $\theta = 10^\circ$.

Para este caso $P_{lim} = 19,03\text{kN}$.

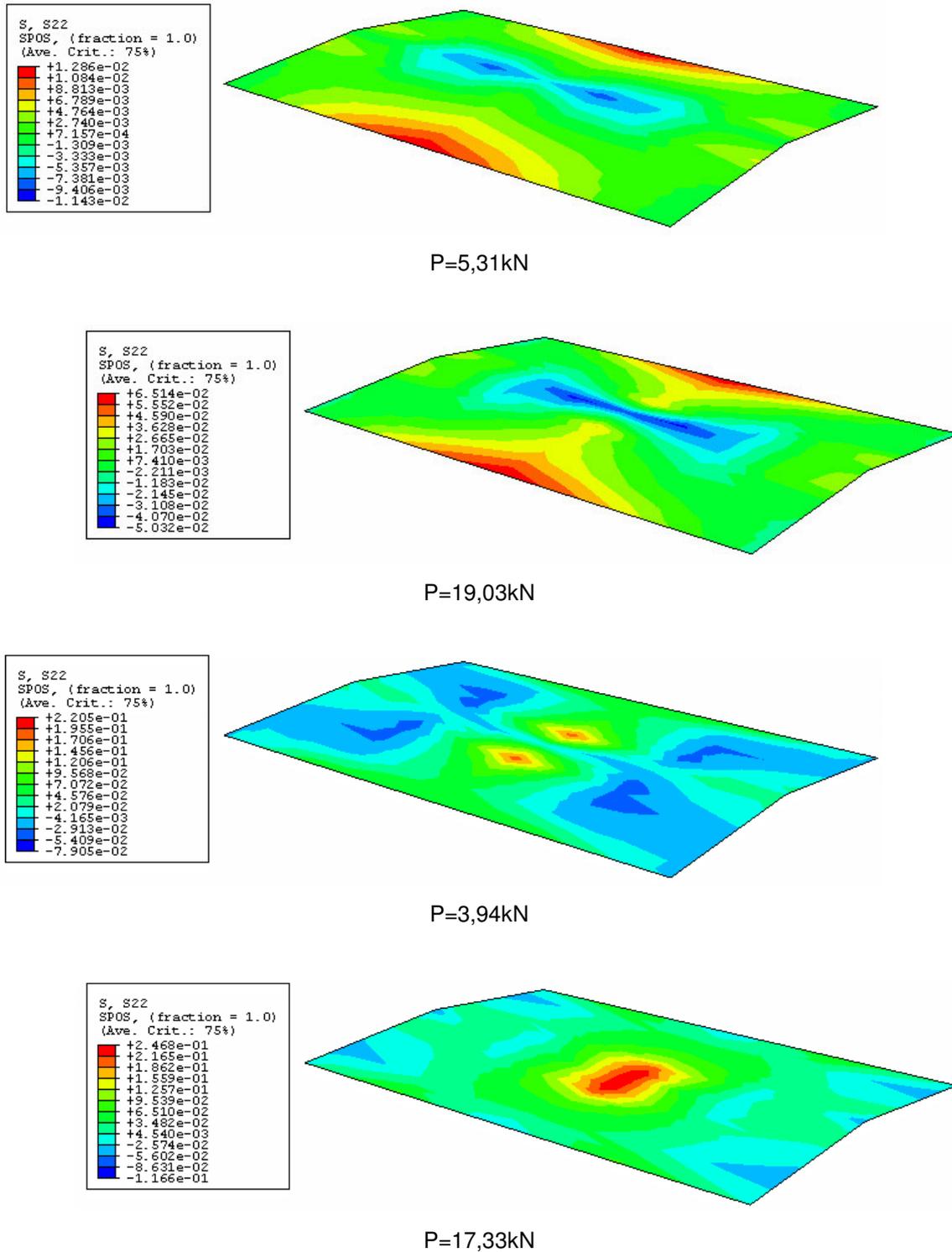


Figura 7.7 – Distribuição das tensões, na face positiva de uma placa dobrada sob flexão, $\alpha = 3,0$, $\theta = 10^\circ$ e todos bordos apoiados, para quatro configurações de equilíbrio.

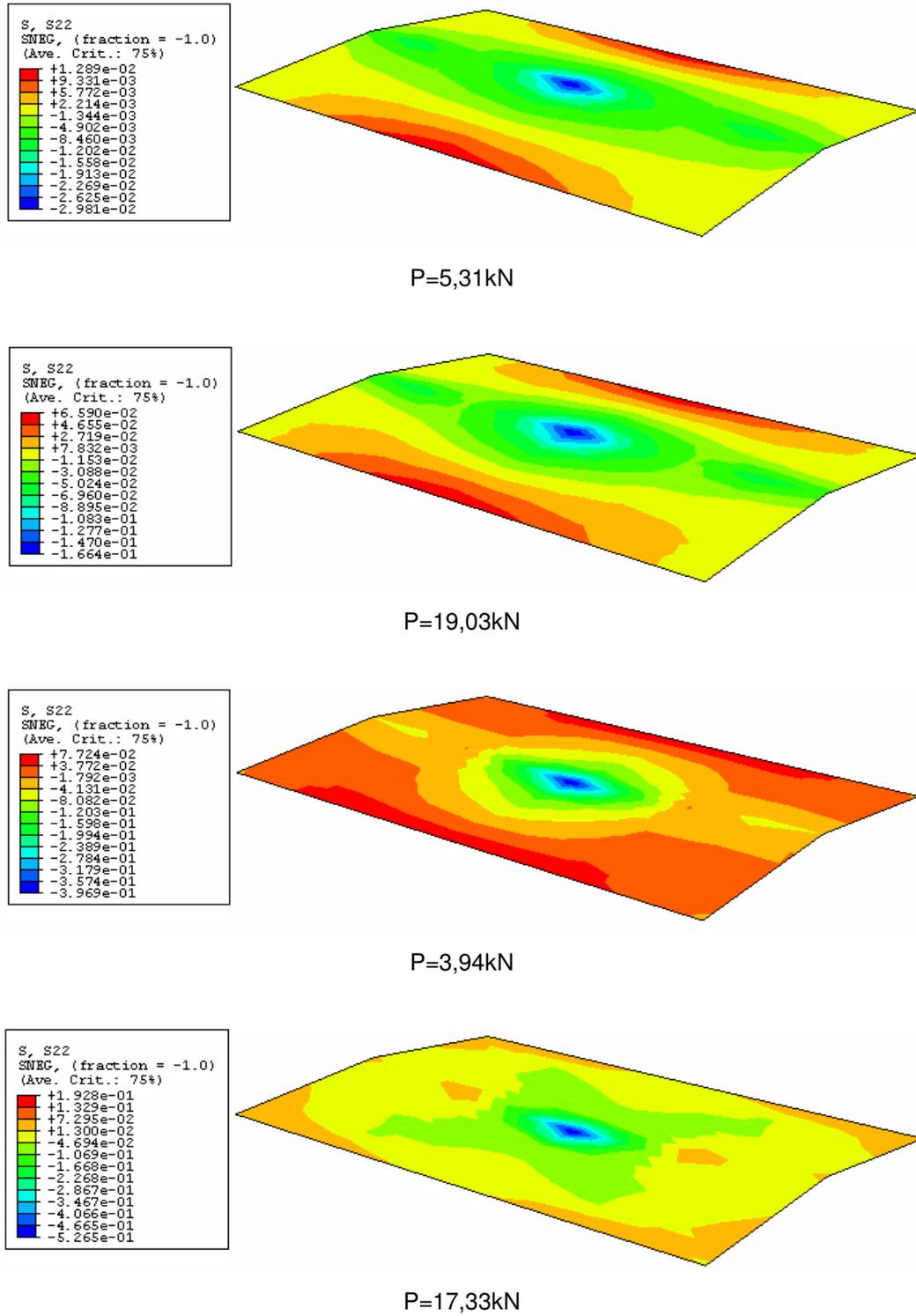


Figura 7.8 – Distribuição das tensões, na face negativa de uma placa dobrada sob flexão, $\alpha=3.0, \theta=10^\circ$ e todos bordos apoiados, para quatro configurações de equilíbrio.

Nas Figuras 7.9 e 7.10, tem-se a distribuição das tensões no centro $y=a/2$ das faces positiva e negativa, respectivamente, de uma placa dobrada com $\theta=10^\circ$, sob flexão com $\alpha=3.0$ e todos os bordos apoiados, para algumas cargas, sendo que estas são iguais às das Figuras 7.7 e 7.8. Observa-se que há uma concentração de tensões na região da dobra e que estas tensões crescem bastante logo após a perda de estabilidade por *snap-through*.

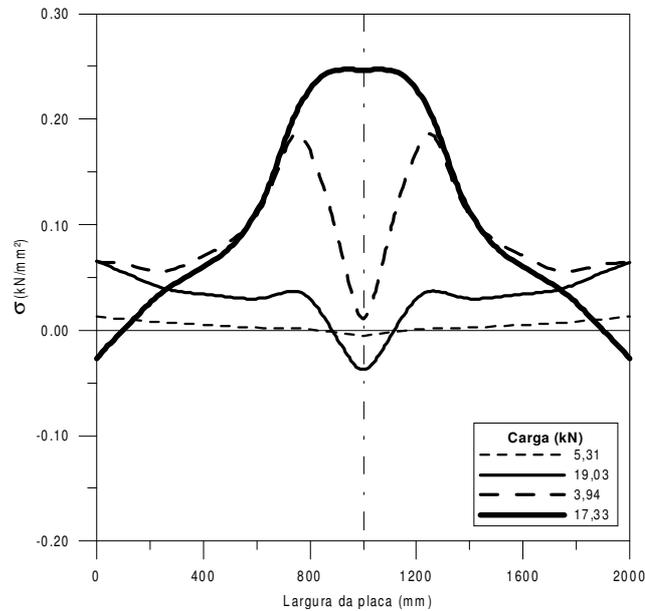


Figura 7.9 – Distribuição das tensões no centro $y = a/2$ da face positiva de uma placa dobrada de $\theta=10^\circ$, sob flexão com $\alpha=3.0$ e todos os bordos apoiados, para quatro configurações de equilíbrio.

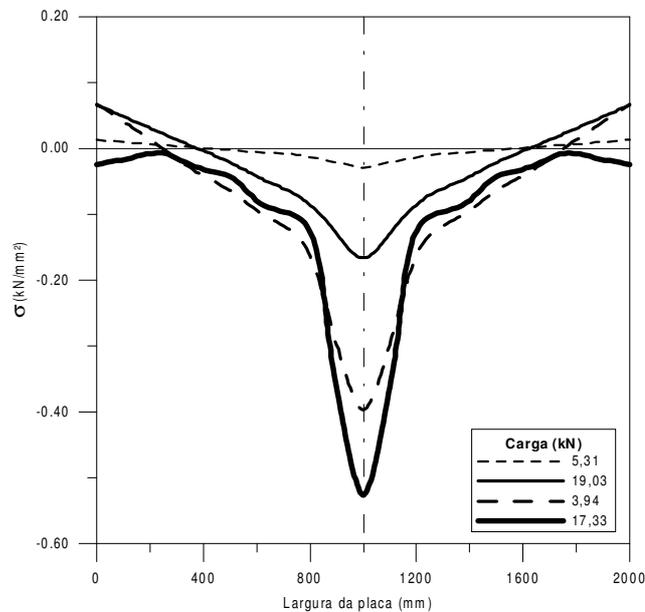
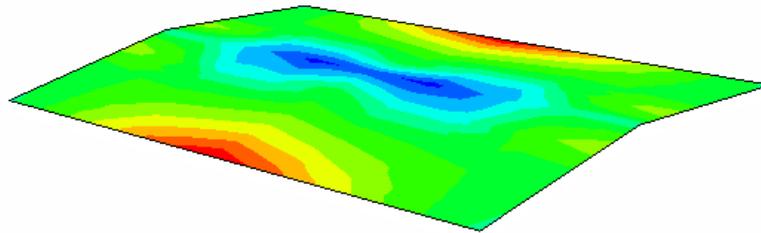
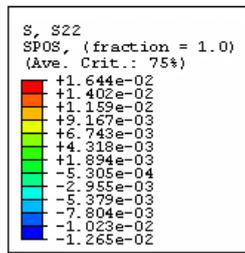
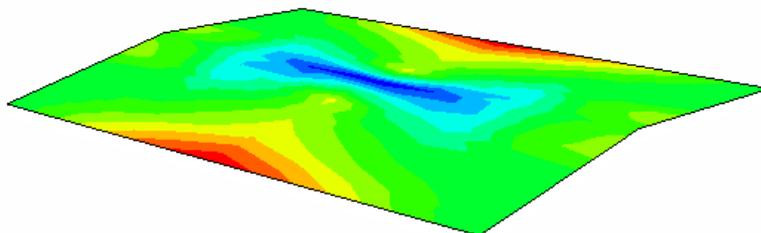
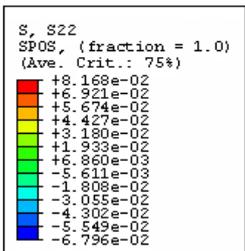


Figura 7.10 – Distribuição das tensões no centro $y = a/2$ da face negativa de uma placa dobrada de $\theta=10^\circ$, sob flexão com $\alpha=3.0$ e todos os bordos apoiados, para quatro configurações de equilíbrio.

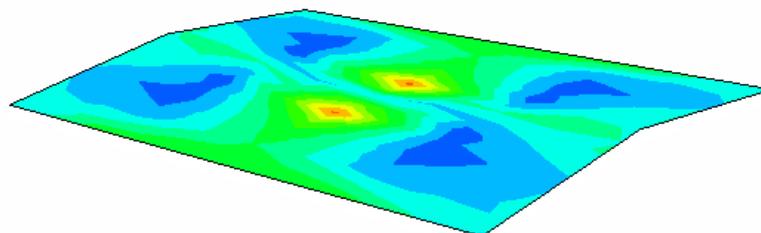
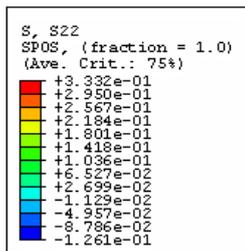
Pelas Figuras 7.11 e 7.12 observa-se a distribuição das tensões para $\theta=12.5^\circ$. Para este caso $P_{lim}=31,12kN$.



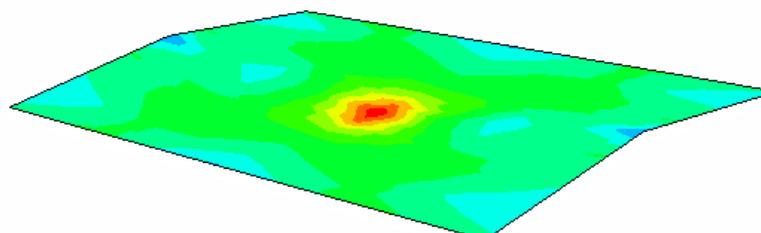
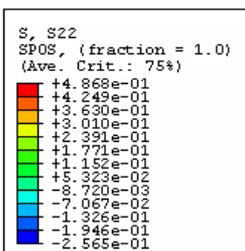
P=8,24kN



P=31,12kN



P=0,83kN



P=40,65kN

Figura 7.11 – Distribuição das tensões, na face positiva de uma placa dobrada sob flexão, $\alpha=3.0, \theta=12.5^\circ$ e todos bordos apoiados quatro configurações de equilíbrio.

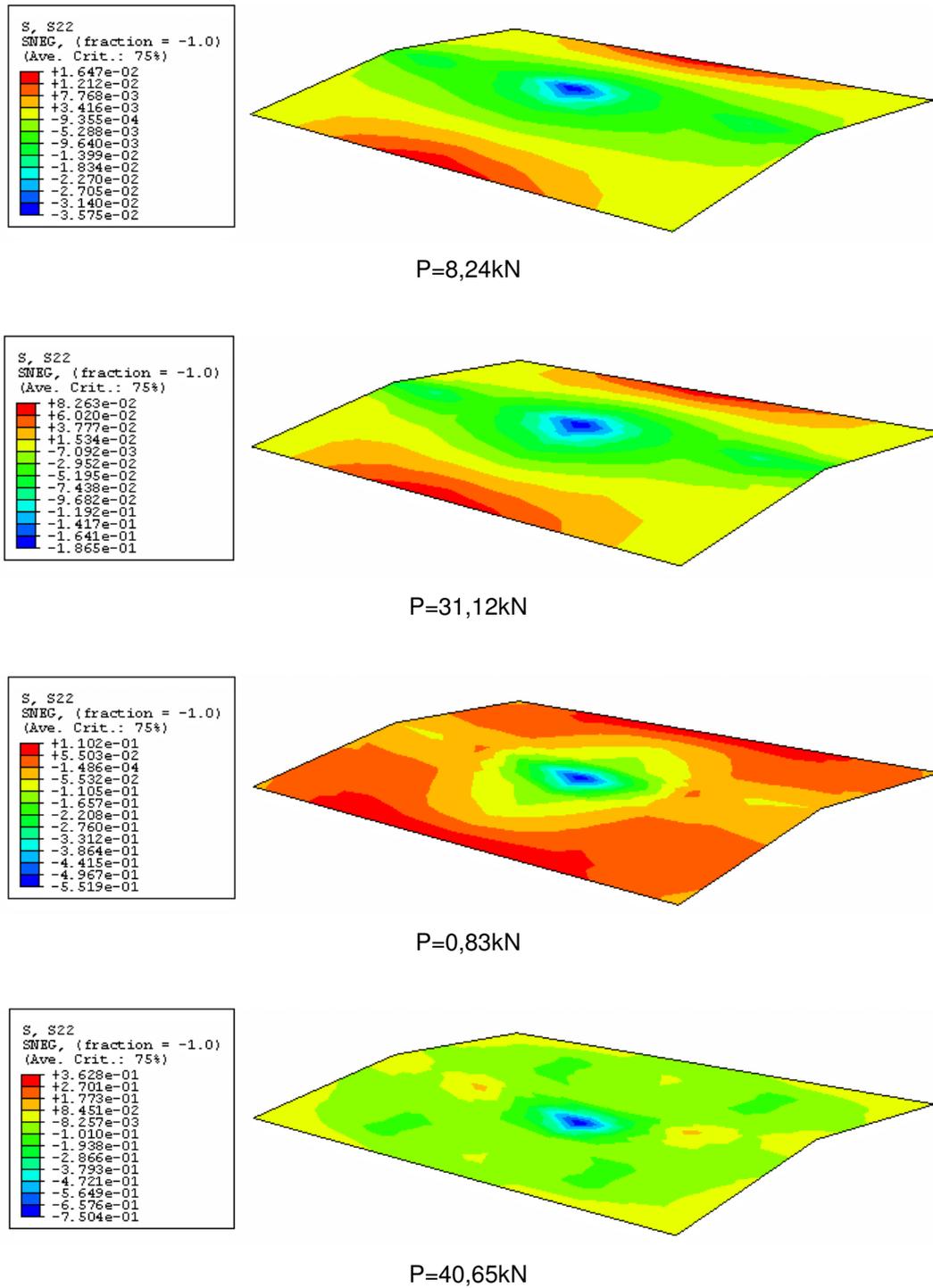


Figura 7.12 – Distribuição das tensões, na face negativa de uma placa dobrada sob flexão, $\alpha=3,0, \theta=12,5^\circ$ e todos bordos apoiados para quatro configurações de equilíbrio.

Nas Figuras 7.13 e 7.14, tem-se a distribuição das tensões no centro $y=a/2$ das faces positiva e negativa, respectivamente, de uma placa dobrada de $\theta=12.5^\circ$, sob flexão com $\alpha=3.0$ e todos os bordos apoiados, para os quatro níveis de carregamento ilustrados na Figura 7.5.

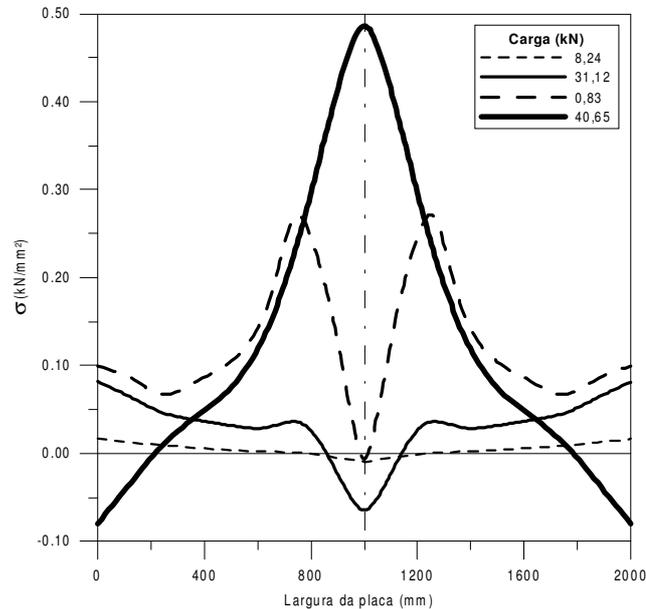


Figura 7.13 – Distribuição das tensões no centro $y = a/2$ da face positiva de uma placa dobrada de $\theta=12.5^\circ$, sob flexão com $\alpha=3.0$ e todos os bordos apoiados, para quatro configurações de equilíbrio.

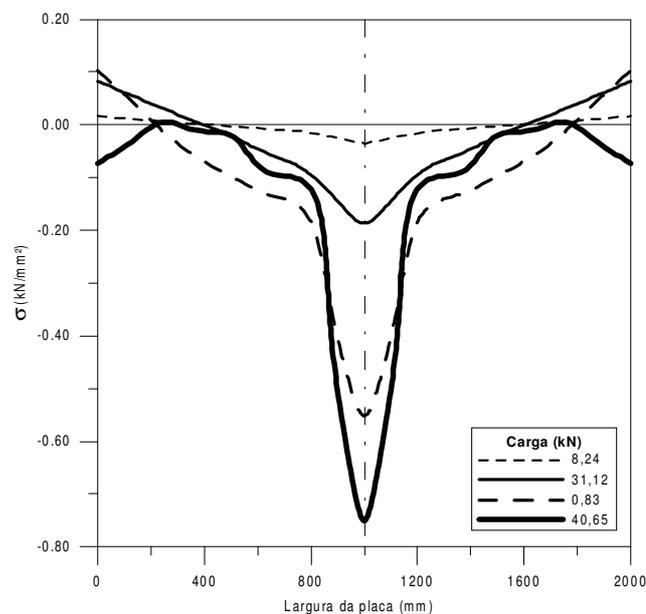
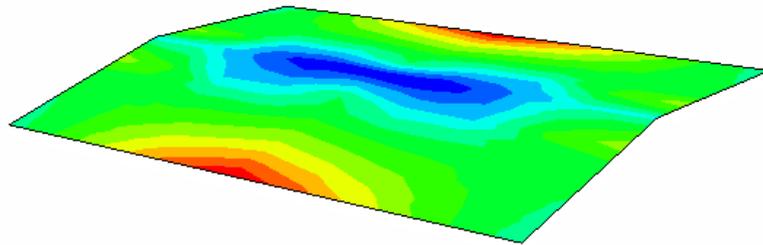
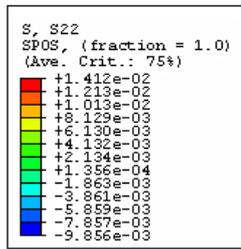
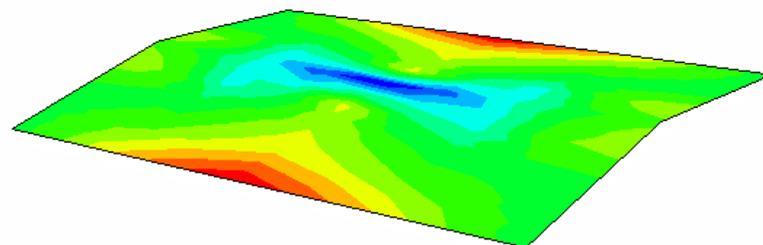
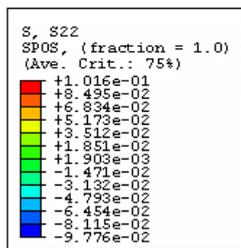


Figura 7.14 – Distribuição das tensões no centro $y = a/2$ da face negativa de uma placa dobrada de $\theta=12.5^\circ$, sob flexão com $\alpha=3.0$ e todos os bordos apoiados, para quatro configurações de equilíbrio.

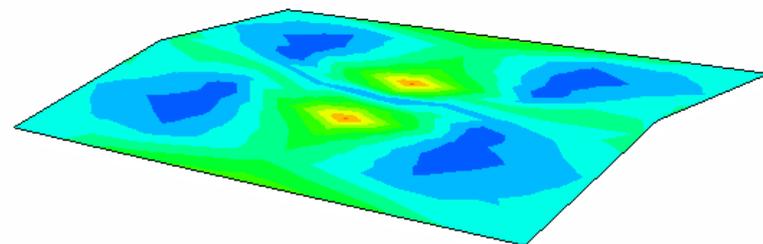
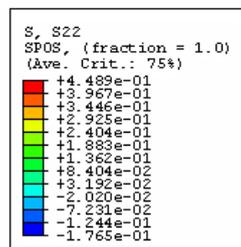
Pelas Figuras 7.15 e 7.16 observa-se a distribuição das tensões para $\theta = 15^\circ$. Para este caso $P_{lim} = 47,05\text{kN}$.



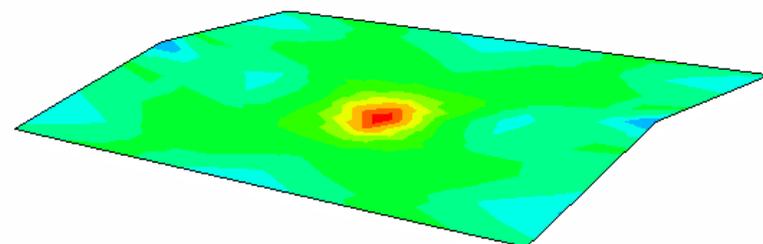
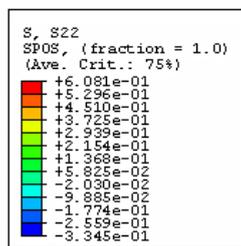
P=8,47kN



P=47,05kN



P=-2,99kN



P=48,36kN

Figura 7.15 – Distribuição das tensões, na face positiva de uma placa dobrada sob flexão, $\alpha = 3,0, \theta = 15^\circ$ e todos bordos apoiados para quatro configurações de equilíbrio.

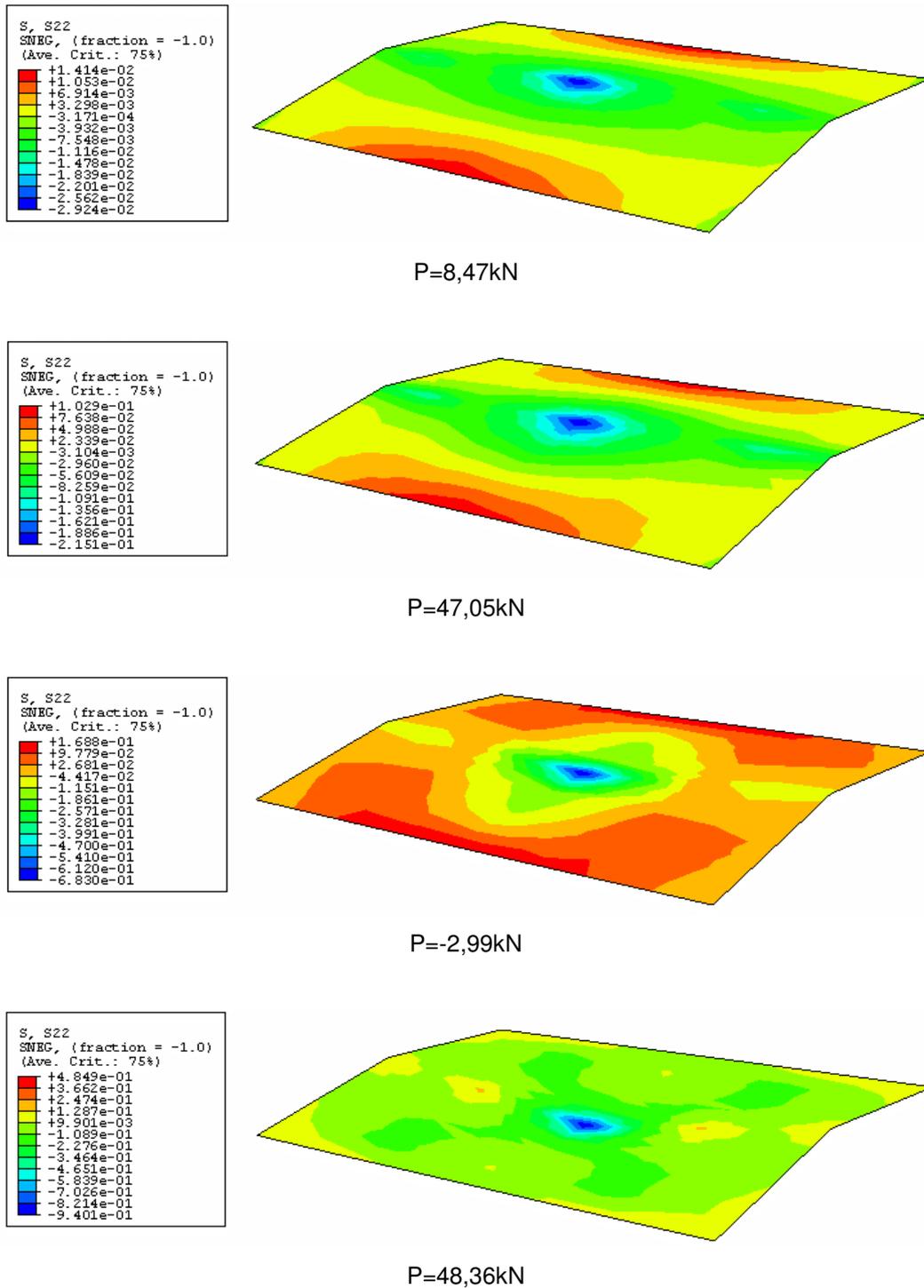


Figura 7.16 – Distribuição das tensões, na face negativa de uma placa dobrada sob flexão, $\alpha=3,0, \theta=15^\circ$ e todos bordos apoiados para quatro configurações de equilíbrio.

Nas Figuras 7.17 e 7.18, tem-se a distribuição das tensões no centro $y=a/2$ das faces positiva e negativa. Observa-se que a medida que θ decresce as tensões passam a exibir uma maior variação ao longo da placa com vários máximos locais.

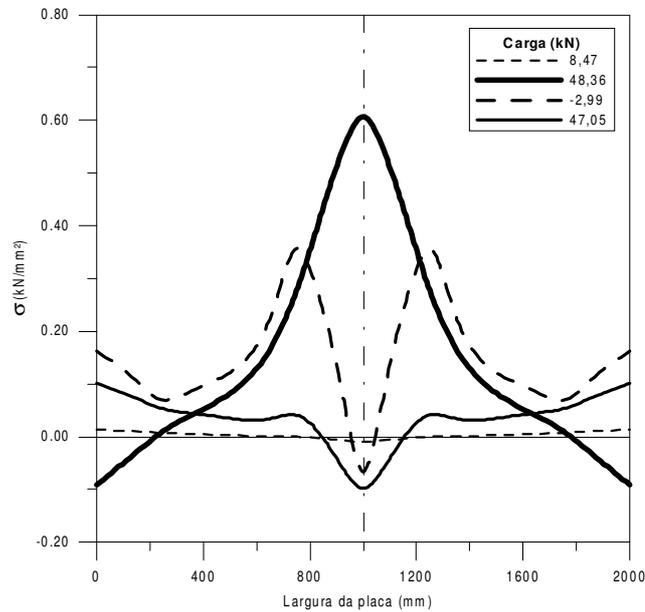


Figura 7.17 – Distribuição das tensões no centro $y = a/2$ da face positiva de uma placa dobrada de $\theta=15^\circ$, sob flexão com $\alpha=3.0$ e todos os bordos apoiados, para quatro configurações de equilíbrio.

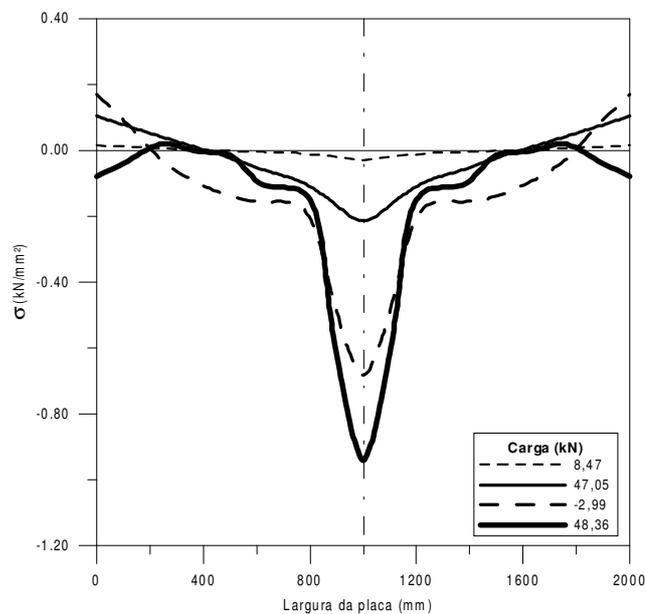


Figura 7.18 – Distribuição das tensões no centro $y = a/2$ da face negativa de uma placa dobrada de $\theta=15^\circ$, sob flexão com $\alpha=3.0$ e todos os bordos apoiados, para quatro configurações de equilíbrio.