5
Instabilidade de Placas Dobradas sob Compressão

Neste capítulo faz-se o estudo paramétrico da carga crítica e modo crítico de placas dobradas sob compressão, variando-se o ângulo de dobra (θ), as condições de contorno, a relação *a/b* (α) e, para θ=90º , variou-se a largura de uma das placas, chamado-a de *H*, mantendo-se a outra fixa.

5.1.
Variação do Ângulo de Dobra (θ)

5.1.1
Todos os Bordos Apoiados

Considera-se inicialmente uma placa dobrada, com o ângulo de dobra (θ) variando entre 15º e 165º, com incrementos de 15º. A placa encontra-se sob compressão axial e com todos os seus bordos simplesmente apoiados, como ilustra a Figura 5.1.

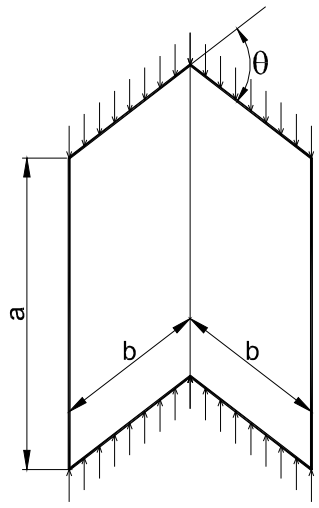
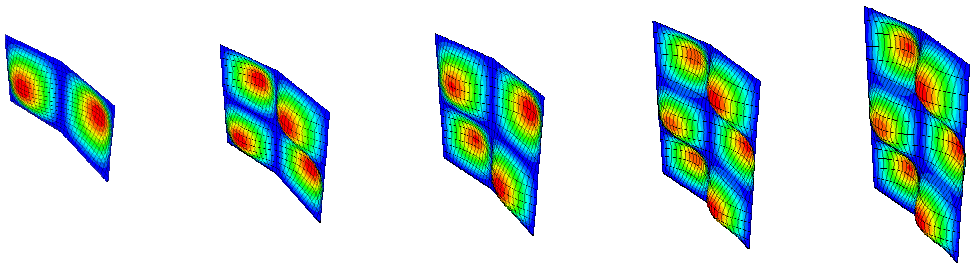


Figura 5.1 – Placa dobrada sob compressão axial e com todos os bordos apoiados.

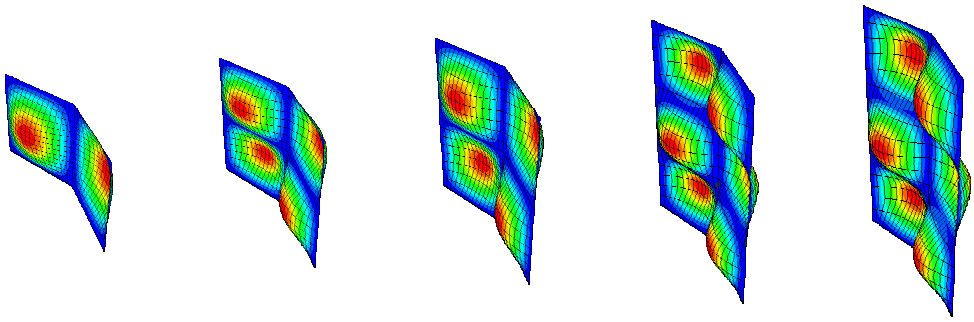
PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

Neste caso, para cada ângulo de dobra (θ), variou-se a relação *a/b* (α) e obteve-se o modo crítico e seu respectivo parâmetro de carga crítica λ (Figura 5.2 à Figura 5.12).



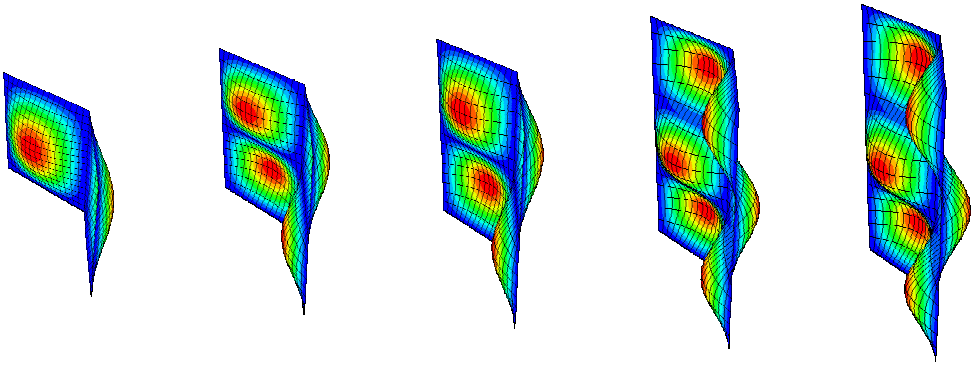
α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,36118	λ_{cr}=0,39195	λ_{cr}=0,36128	λ_{cr}=0,37347	λ_{cr}=0,36134

Figura 5.2 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ=15º.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,36097	λ_{cr}=0,39175	λ_{cr}=0,36108	λ_{cr}=0,37327	λ_{cr}=0,36114

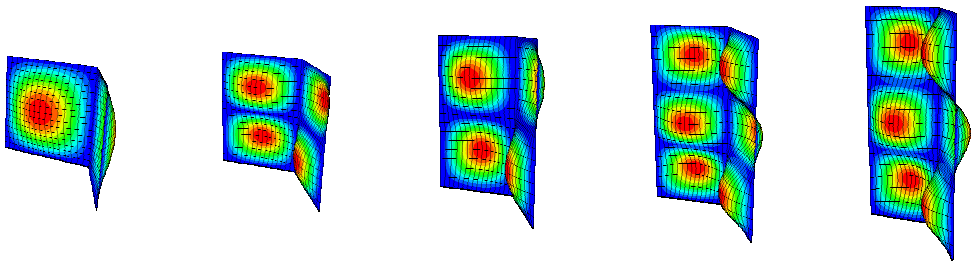
Figura 5.3 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ=30º.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,36093	λ_{cr}=0,39173	λ_{cr}=0,36106	λ_{cr}=0,37326	λ_{cr}=0,36112

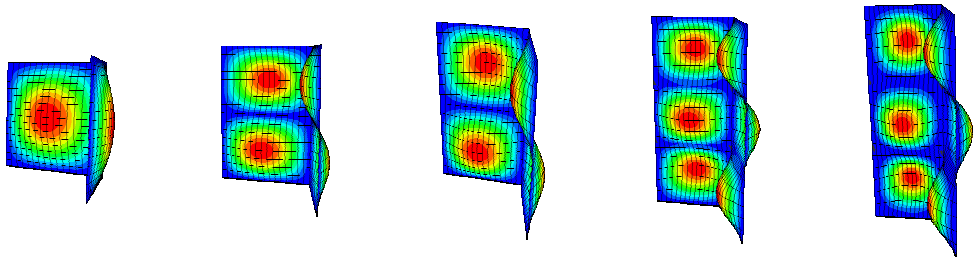
Figura 5.4 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ=45º.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



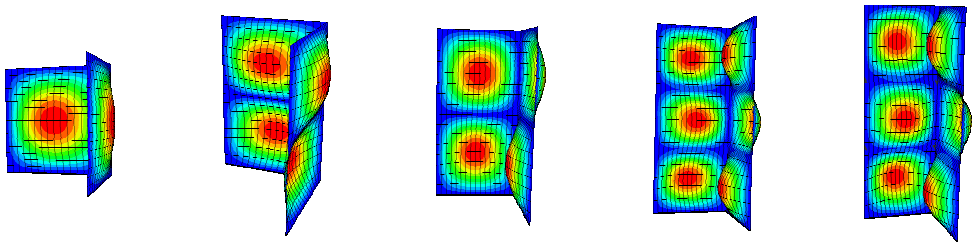
α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr} =0,36087	λ_{cr} =0,39159	λ_{cr} =0,36102	λ_{cr} =0,37323	λ_{cr} =0,36109

Figura 5.5 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ =60º.



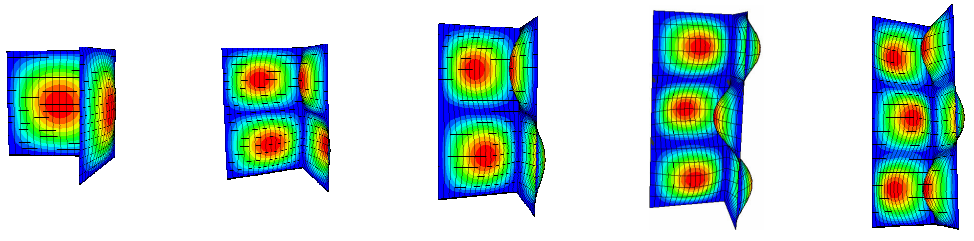
α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,36078	λ_{cr}=0,39165	λ_{cr}=0,36097	λ_{cr}=0,37319	λ_{cr}=0,36105

Figura 5.6 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ =75º.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,36064	λ_{cr}=0,39157	λ_{cr}=0,36088	λ_{cr}=0,37313	λ_{cr}=0,36098

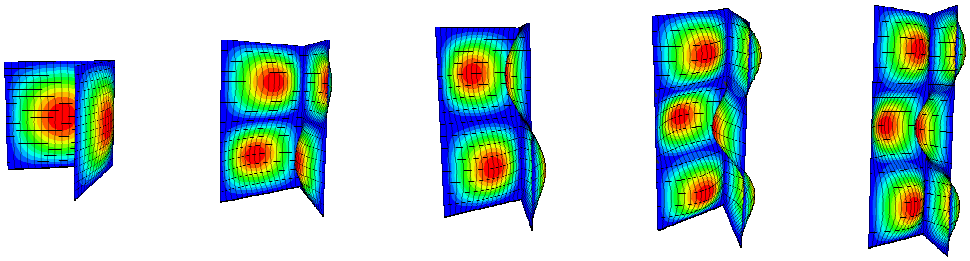
Figura 5.7 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α para θ =90º.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr} =0,36042	λ_{cr} =0,39146	λ_{cr} =0,36074	λ_{cr} =0,37303	λ_{cr} =0,36088

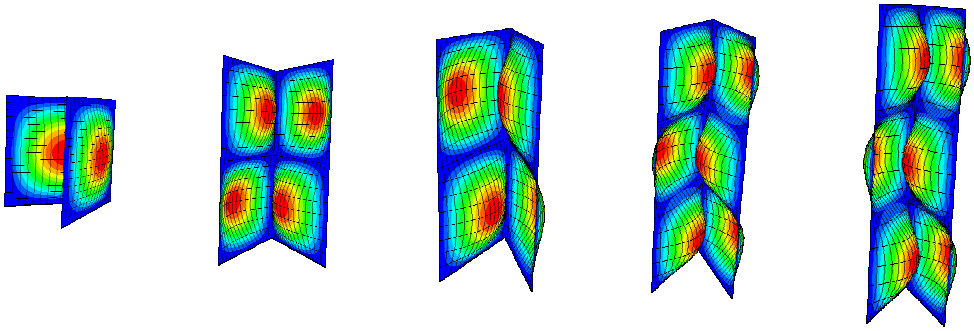
Figura 5.8 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ =105º.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



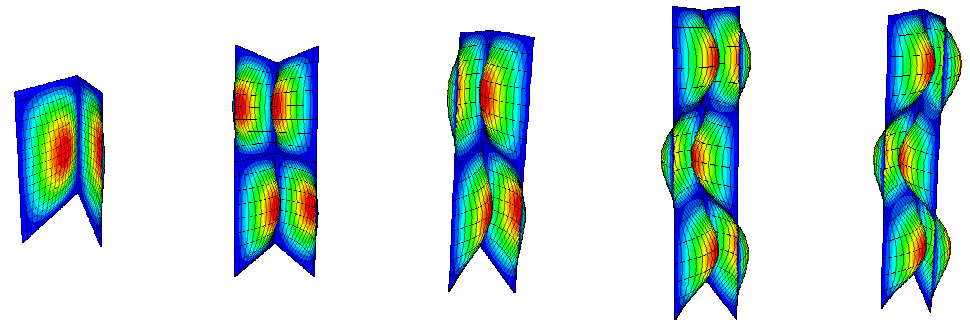
α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr} =0,36002	λ_{cr} =0,39122	λ_{cr} =0,36049	λ_{cr} =0,37285	λ_{cr} =0,36088

Figura 5.9 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ =120º.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr} =0,35921	λ_{cr} =0,39077	λ_{cr} =0,35998	λ_{cr} =0,37248	λ_{cr} =0,36027

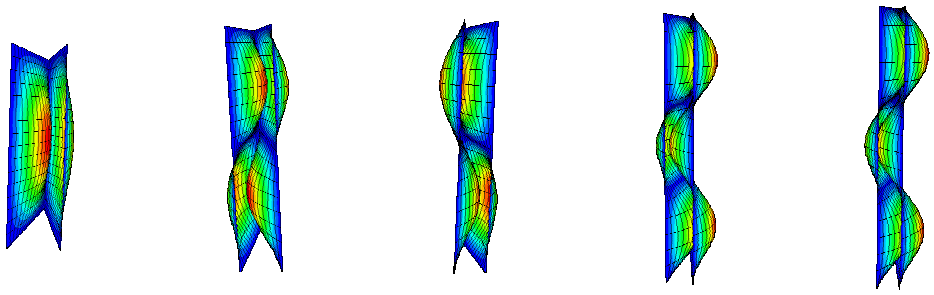
Figura 5.10 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ =135º.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr} =0,35708	λ_{cr} =0,38955	λ_{cr} =0,35860	λ_{cr} =0,37146	λ_{cr} =0,35915

Figura 5.11 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ =150º.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



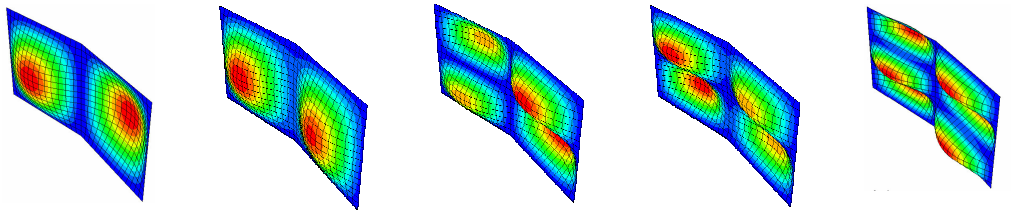
α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr} =0,34712 λ_{cr} =0,38364 λ_{cr} =0,35189 λ_{cr} =0,36627 λ_{cr} =0,35347

Figura 5.12 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, para cinco valores de α e θ =165º.

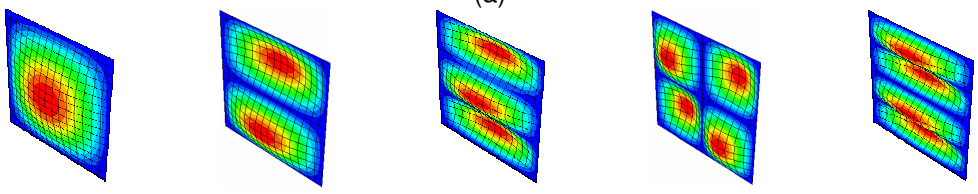
Observa-se, analisando as figuras Figura 5.2 à Figura 5.12, que o modo de flambagem para todas as placas dobradas apresenta uma meia-onda na direção perpendicular ao carregamento em cada uma das abas e que o número de semi-ondas axiais *m* depende apenas do valor do parâmetro α, seguindo uma seqüência similar ao das placas isoladas. Isto é, para α =1.0 tem-se *m=1*, para α =1.5 e α =2.0 tem-se *m*=2 e para α =2.5 e α =3.0 o valor de *m* é 3.

A seguir, são mostrados os cinco primeiros modos de bifurcação e suas respectivas cargas de bifurcação λ para a placa dobrada sob compressão axial, com θ =15º, 90º e 165º e α =1.0 bem como os modos de bifurcação de uma placa isolada com o mesmo valor de α de uma das abas da placa dobrada (Figura 5.13 à Figura 5.15).



λ =0,36118 λ =0,45803 λ =0,56408 λ =0,59671 λ =1,00190

(a)



λ =0,36133 λ =0,56419 λ =1,00200 λ =1,44320 λ =1,62720

(b)

Figura 5.13 – Cinco primeiros modos e respectivas cargas de bifurcação λ para uma: (a) placa dobrada com θ =15º e (b) placa isolada, sob compressão axial com todos os bordos apoiados e α =1.0 .

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

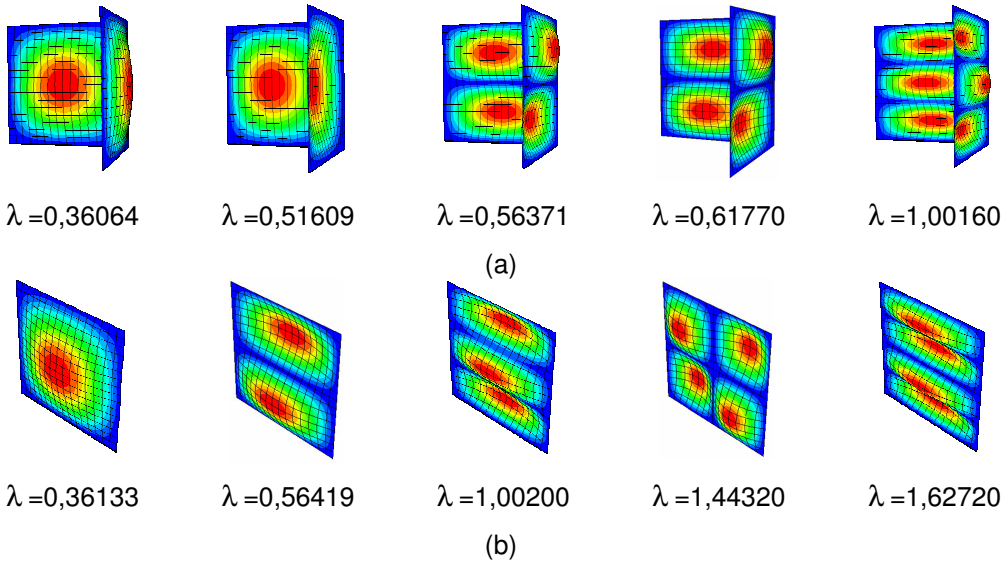


Figura 5.14 – Cinco primeiros modos e respectivas cargas de bifurcação λ para uma: (a) placa dobrada com θ=90º e (b) placa isolada, sob compressão axial com todos os bordos apoiados e α=1.0.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

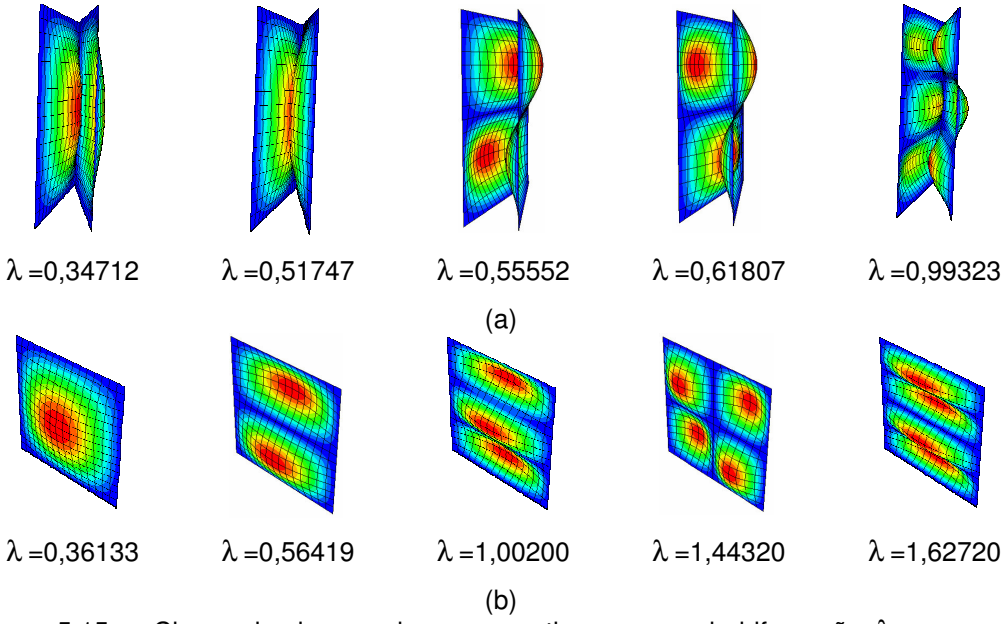


Figura 5.15 – Cinco primeiros modos e respectivas cargas de bifurcação λ para uma: (a) placa dobrada com θ=165º e (b) placa isolada, sob compressão axial com todos os bordos apoiados e α=1.0.

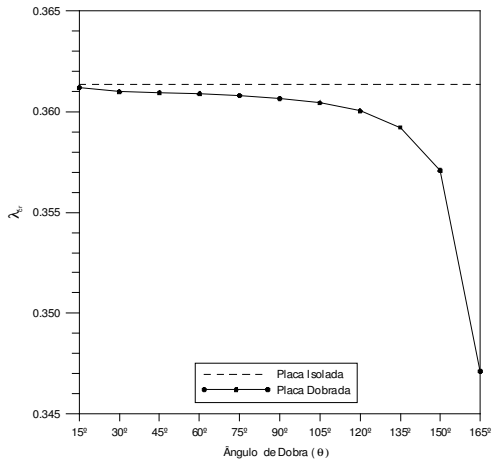
Nota-se nestas figuras que a forma do modo crítico não é muito afetada pela ligação entre as placas, sendo similar ao de uma placa isolada. Entretanto, tanto a forma quanto o valor da carga de bifurcação dos modos mais altos são bastante afetados pela ligação. Nota-se em todos os casos que a placa dobrada apresenta cargas de bifurcação inferiores ao da placa isolada, crescendo esta

diferença para os modos mais altos. Isto pode ser melhor observado na Tabela 5.1, onde apresenta-se para cada valor de θ a razão entre as cargas críticas da placa dobrada e da placa isolada para os cinco primeiros modos com $\alpha = 1.0$.

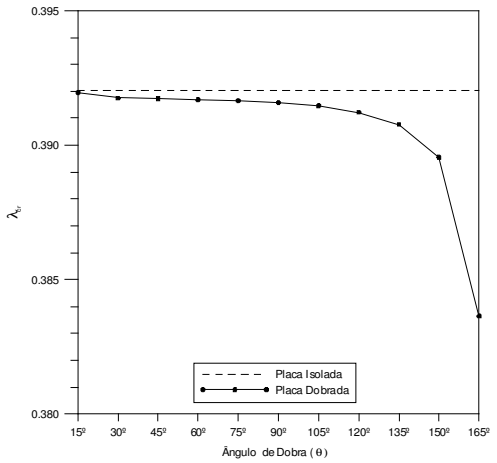
Tabela 5.1 – Razão entre $\lambda_{cr\ placa\ dobrada}$ e $\lambda_{cr\ placa\ isolada}$ para cada θ estudado com $\alpha = 1.0$ e todos os bordos apoiados para os cinco primeiros modos.

θ	$\frac{\lambda_{placa_dobrada}}{\lambda_{placa_isolada}}$				
	1º modo	**2º modo**	**3º modo**	**4º modo**	**5º modo**
15º	0,99958	0,81184	0,56295	0,41346	0,61572
30º	0,99900	0,88651	0,56276	0,42417	0,61560
45º	0,99889	0,90328	0,56274	0,42646	0,61560
60º	0,99873	0,90973	0,56271	0,42734	0,61560
75º	0,99848	0,91292	0,56266	0,42776	0,61554
90º	0,99809	0,91475	0,56258	0,42801	0,61554
105º	0,99748	0,91586	0,56246	0,42815	0,61541
120º	0,99637	0,91661	0,56222	0,42826	0,61529
135º	0,99413	0,91710	0,56175	0,42832	0,61498
150º	0,98824	0,91742	0,56049	0,42835	0,61425
165º	0,96067	0,91719	0,55441	0,42826	0,61039

Na Figura 5.16 mostra-se a variação do valor de λ crítico de placas dobradas em função dos ângulos para cinco valores de α, sendo estes resultados comparados aos de uma placa isolada com $\alpha = 1.0$.

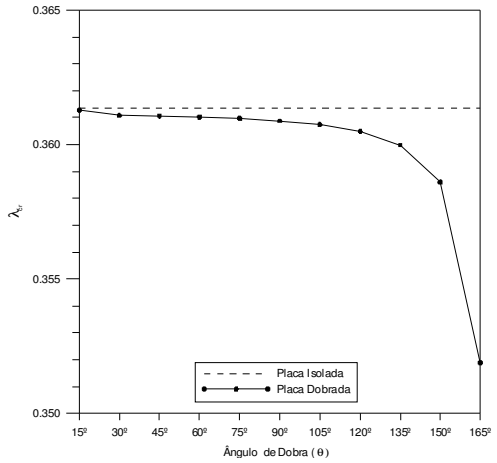


$\alpha = 1.0$

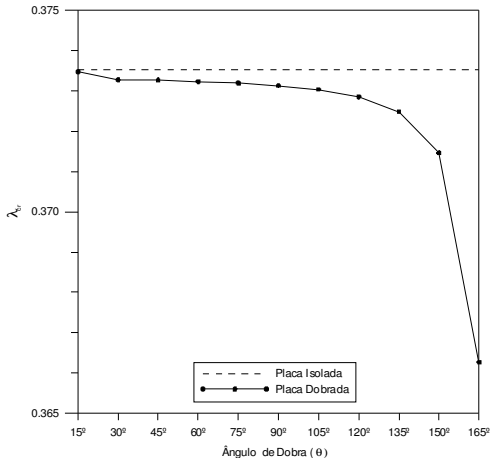


$\alpha = 1.5$

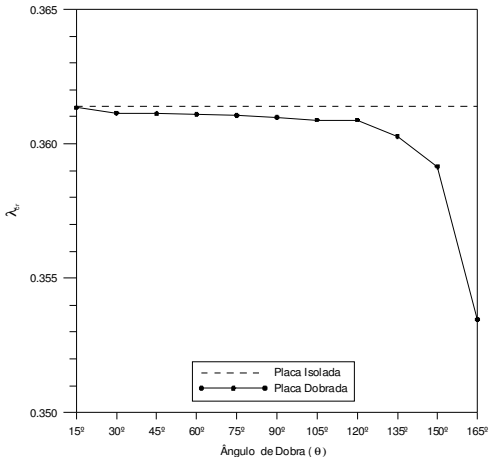
PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



α =2.0



α =2.5



α =3.0

Figura 5.16 – Variação do valor de λ crítico de placas dobradas em função dos ângulos para cinco valores de α com todos os bordos apoiados, sendo estes resultados comparados aos de uma placa isolada.

Verifica-se na Figura 5.16 que, para todos os valores de α, a carga crítica da placa dobrada decresce a medida que o valor do ângulo θ cresce, aumentando assim a diferença entre a carga crítica da placa dobrada e da placa isolada.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

5.1.2.
Bordos Carregados Apoiados e os Demais Livres

Considera-se agora o caso de uma placa dobrada, com o ângulo de dobra (θ) variando entre 15º até 165º, com incrementos de 15º, com os bordos laterais livres e os bordos carregados simplesmente apoiados (Figura 5.17).

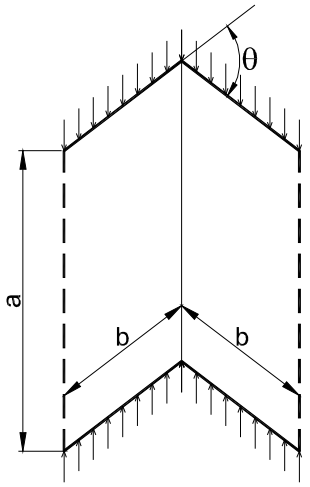
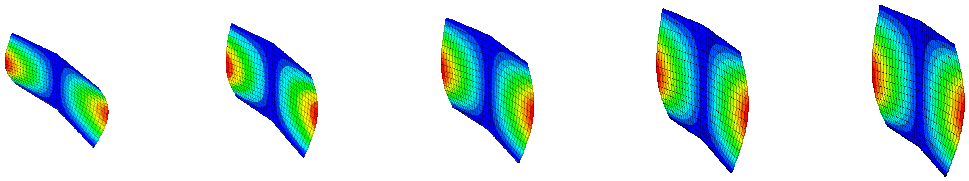


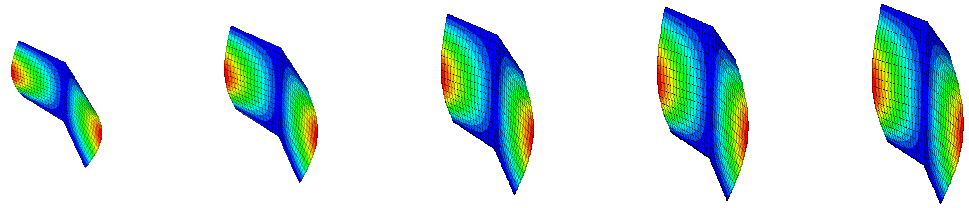
Figura 5.17 – Placa dobrada sob compressão axial e apenas os bordos carregados apoiados

Para cada ângulo de dobra (θ) variou-se a relação *a/b* (α) e obteve-se o modo crítico e seu respectivo parâmetro de carga crítica λ_{cr}. Estes resultados são apresentados nas Figuras 5.18 a 5.28.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,12658	λ_{cr}=0,07746	λ_{cr}=0,06034	λ_{cr}=0,05243	λ_{cr}=0,04814

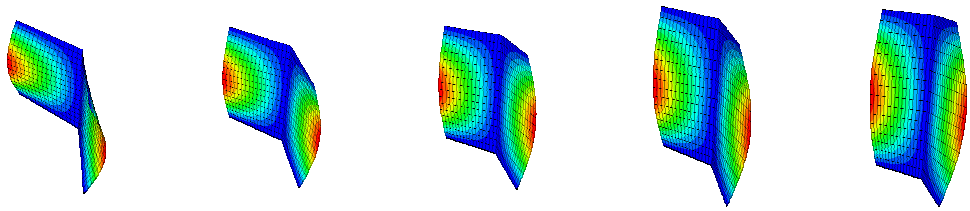
Figura 5.18 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para alguns α e θ=15º.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,12654	λ_{cr}=0,07743	λ_{cr}=0,06030	λ_{cr}=0,05240	λ_{cr}=0,04811

Figura 5.19 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para alguns α e θ=30º.

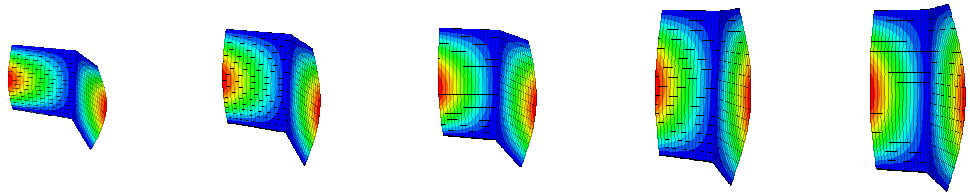
PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr}=0,12654 λ_{cr}=0,07743 λ_{cr}=0,06030 λ_{cr}=0,05239 λ_{cr}=0,04811

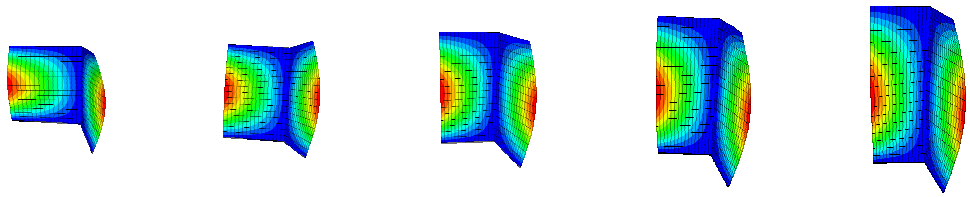
Figura 5.20 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para alguns α e θ =45º.



α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr}=0,12653 λ_{cr}=0,07742 λ_{cr}=0,06030 λ_{cr}=0,05239 λ_{cr}=0,04810

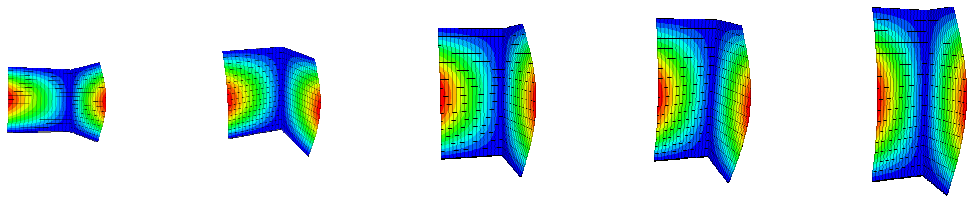
Figura 5.21 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para alguns α e θ =60º.



α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr}=0,12653 λ_{cr}=0,07742 λ_{cr}=0,06029 λ_{cr}=0,05239 λ_{cr}=0,04810

Figura 5.22 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para alguns α e θ =75º.

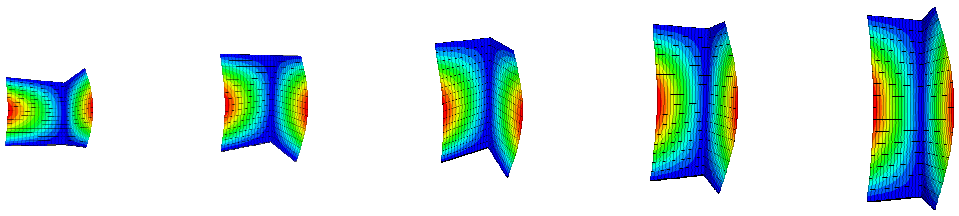


α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr}=0,12651 λ_{cr}=0,07741 λ_{cr}=0,06029 λ_{cr}=0,05238 λ_{cr}=0,04809

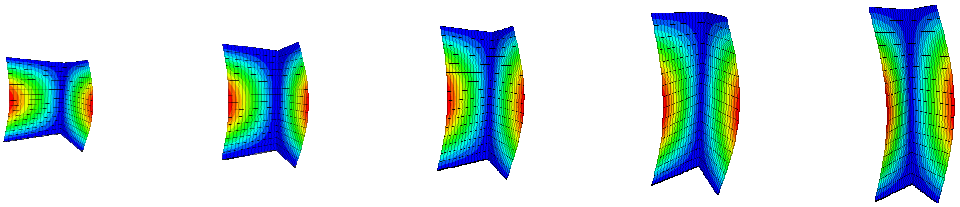
Figura 5.23 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para alguns α e θ =90º.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



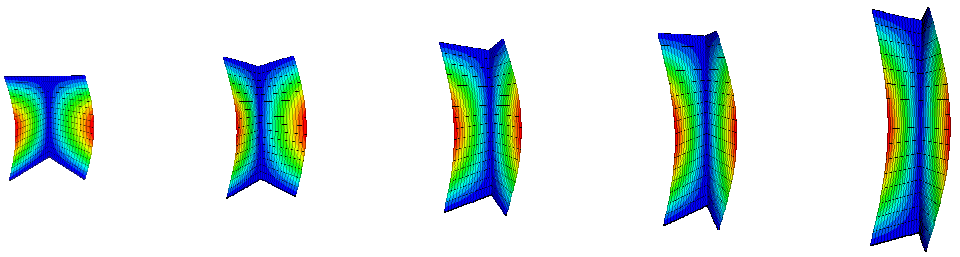
α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,12649	λ_{cr}=0,07740	λ_{cr}=0,06027	λ_{cr}=0,05237	λ_{cr}=0,04808

Figura 5.24 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados,para alguns α e θ =105º.



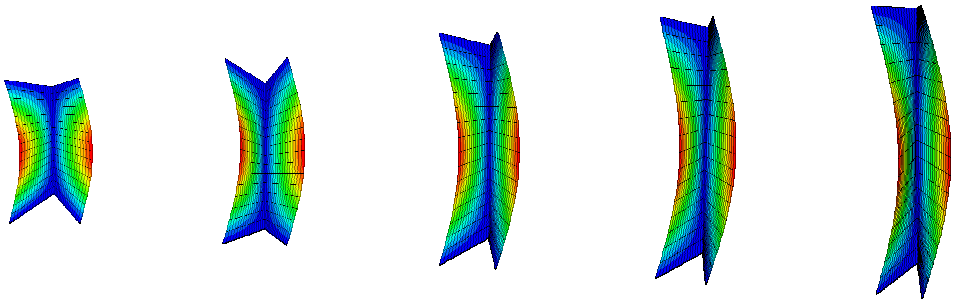
α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,12646	λ_{cr}=0,07737	λ_{cr}=0,06025	λ_{cr}=0,05235	λ_{cr}=0,04807

Figura 5.25 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados,para alguns α e θ =120º.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,12639	λ_{cr}=0,07732	λ_{cr}=0,06021	λ_{cr}=0,05231	λ_{cr}=0,04803

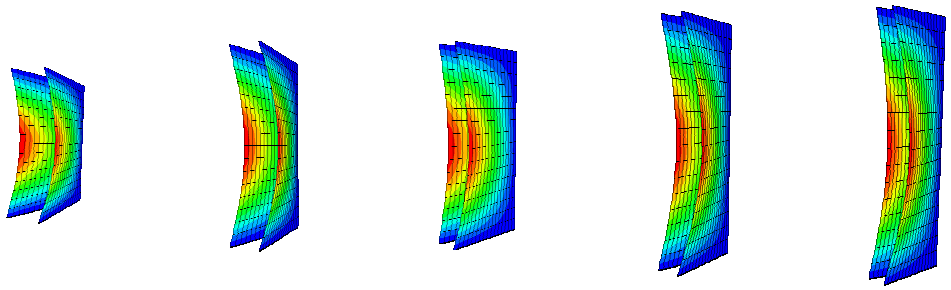
Figura 5.26 – Modo crítico e seu r respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados,para alguns α e θ =135º.



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,12621	λ_{cr}=0,07718	λ_{cr}=0,06009	λ_{cr}=0,05221	λ_{cr}=0,04793

Figura 5.27 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados,para alguns α e θ =150º.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



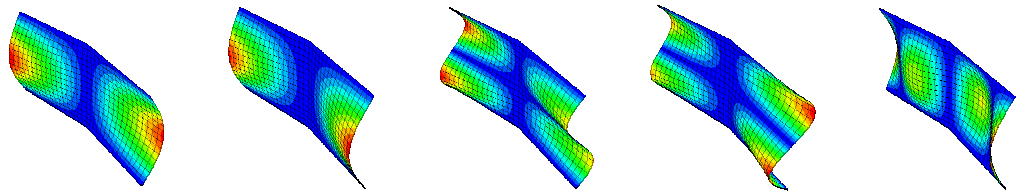
α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr}=0,12535 λ_{cr}=0,07653 λ_{cr}=0,05954 λ_{cr}=0,05169 λ_{cr}=0,04741

Figura 5.28 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados,para alguns α e θ=165º.

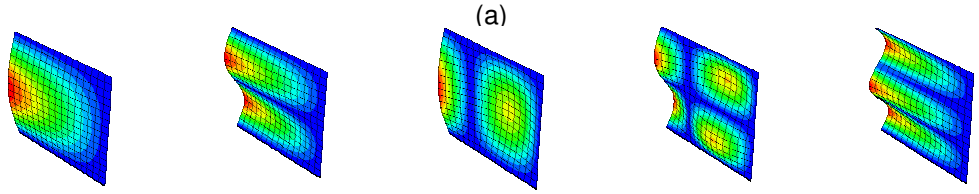
A partir da análise das figuras 5.18 a 5.28, nota-se que, para todos os ângulos de dobra (θ), o número de meias-ondas na direção do carregamento, *m,* é sempre igual a 1 independente do valor de α. Observa-se para todos os valores de θ considerados que a carga crítica decresce sensivelmente a medida que α cresce, seguindo um padrão semelhante ao observado no capítulo 4 para uma placa isolada com um lado livre e os outros três simplesmente apoiados.

Apresentam-se a seguir os cinco primeiros modos e suas respectivas cargas de bifurcação λ para uma placa dobrada com θ=15º, 90º e 165º (Figura 5.29 à Figura 5.31) e α=1.0, sendo estes resultados comparados aos de uma placa isolada com α=1.0. Observa-se, que há uma sensível diferença na forma dos modos superiores ao crítico quando se compara a placa dobrada e a isolada.



λ =0,12658 λ =0,14473 λ =0,39318 λ =0,39973 λ =0,71336

(a)

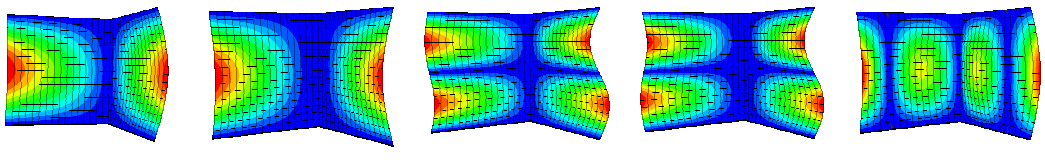


λ =0,12659 λ =0,39320 λ =0,71380 λ =0,80760 λ =0,83874

(b)

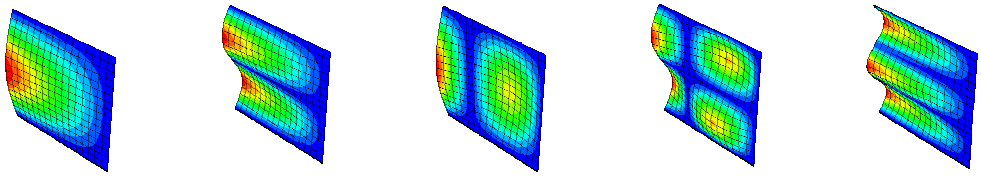
Figura 5.29 – Cinco primeiros modos de bifurcação e seus respectivos λ de: (a) placa dobrada com θ=15º, sob compressão axial, com apenas os bordos carregados apoiados e (b) placa isolada, sob compressão axial com apenas um dos bordos descarregados apoiado, para α=1.0.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



λ =0,12651 λ =0,14905 λ =0,39312 λ =0,40275 λ =0,71206

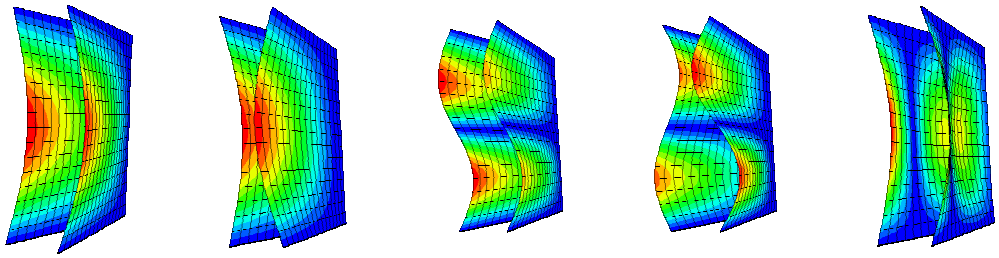
(a)



λ =0,12659 λ =0,39320 λ =0,71380 λ =0,80760 λ =0,83874

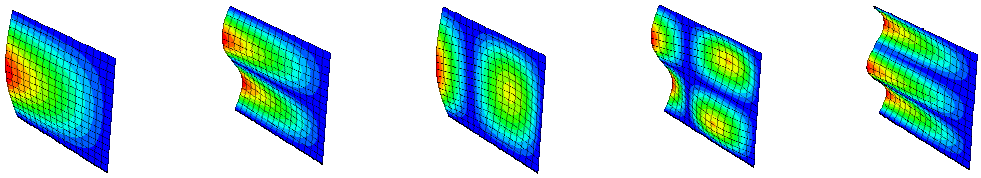
(b)

Figura 5.30 – Cinco primeiros modos de bifurcação e seus respectivos λ de: (a) placa dobrada com θ=90º, sob compressão axial, com apenas os bordos carregados apoiados e (b) placa isolada, sob compressão axial com apenas um dos bordos descarregados apoiado, para α=1.0.



λ =0,12535 λ =0,14914 λ =0,39184 λ =0,40281 λ =0,67271

(a)



λ =0,12659 λ =0,39320 λ =0,71380 λ =0,80760 λ =0,83874

(b)

Figura 5.31 – Cinco primeiros modos de bifurcação e seus respectivos λ de: (a) placa dobrada com θ=165º, sob compressão axial, com apenas os bordos carregados apoiados e (b) placa isolada, sob compressão axial com apenas um dos bordos descarregados livres, para α=1.0.

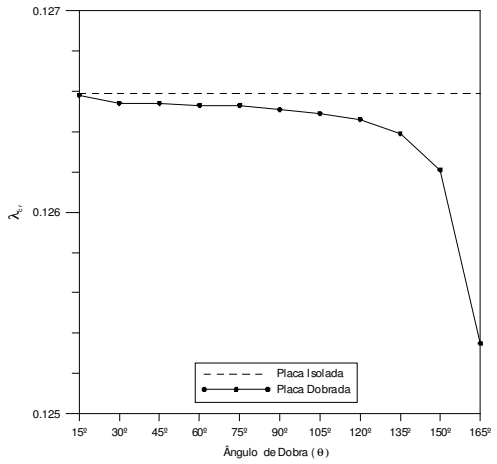
Novamente, observa-se que as cargas de bifurcação da placa dobrada são sempre inferiores às da placa isolada e que a diferença cresce com a ordem do modo de bifurcação (Tabela 5.2).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

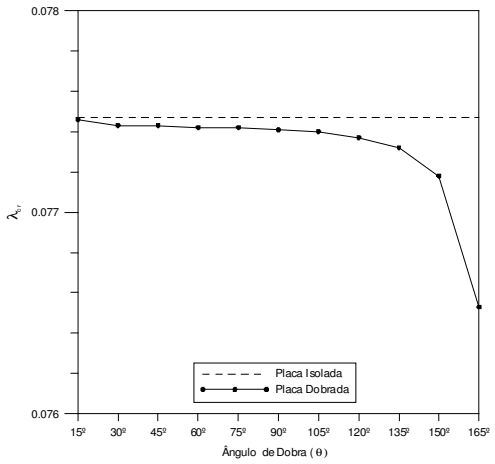
Tabela 5.2 – Razão entre $\lambda_{cr\ placa\ dobrada}$ e $\lambda_{cr\ placa\ isolada}$ para cada θ estudado com α=1.0 e apenas os bordos apoiados para os cinco primeiros modos.

θ	$\frac{\lambda_{placa_dobrada}}{\lambda_{placa_isolada}}$				
	1º modo	**2º modo**	**3º modo**	**4º modo**	**5º modo**
15º	0,99992	0,36808	0,55083	0,49374	0,85051
30º	0,99961	0,37607	0,55078	0,49771	0,85006
45º	0,99961	0,37785	0,55078	0,49830	0,84994
60º	0,99953	0,37854	0,55077	0,49853	0,84974
75º	0,99953	0,37887	0,55076	0,49864	0,84943
90º	0,99937	0,37907	0,55074	0,49870	0,84896
105º	0,99921	0,37920	0,55071	0,49874	0,84820
120º	0,99897	0,37927	0,55066	0,49874	0,84684
135º	0,99842	0,37932	0,55056	0,49879	0,84407
150º	0,99700	0,37935	0,55028	0,49880	0,83673
165º	0,99020	0,37930	0,54895	0,49877	0,80205

A Figura 5.32 apresenta a variação da carga crítica λ das placas dobradas em função do ângulo θ para os valores de α estudados, mostrando que a diferença entre a carga crítica da placa dobrada e da isolada cresce a medida que θ cresce.



α =1.0



α =1.5

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

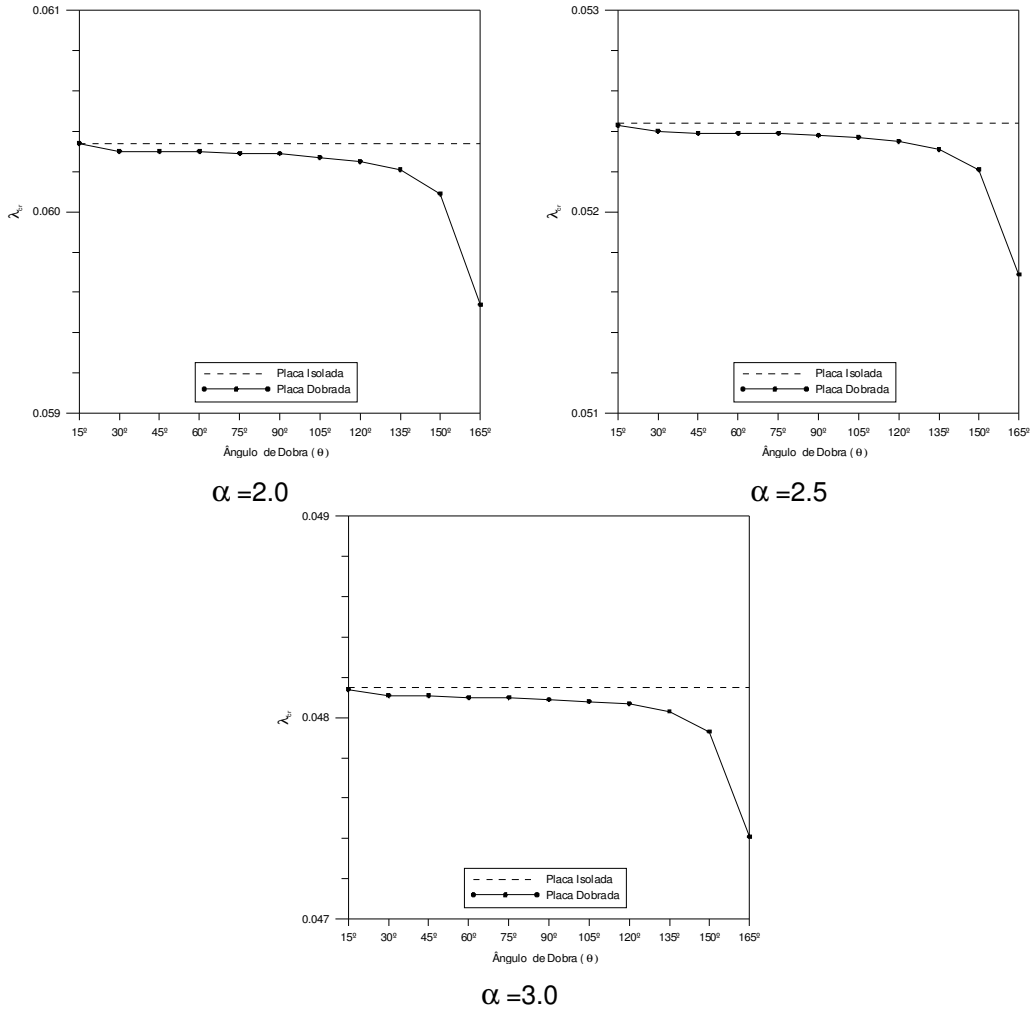


Figura 5.32 – Variação do valor de λ crítico de placas dobradas em função dos ângulos para cinco valores de α com apenas os bordos carregados apoiados, sendo estes resultados comparados aos de uma placa isolada com o bordo *y=0* livre.

Nos dois casos de condições de contorno analisados as diferenças entre as cargas e modos críticos são pequenas o suficiente para se poder considerar no dimensionamento das placas cada aba como uma placa isolada. Entretanto se, em virtude da presença de enrijecedores ou contraventos, a placa dobrada vier a exibir cargas críticas associadas aos modos mais altos, a diferença entre as duas configurações passa a ser importante no cálculo estrutural.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

5.2.
Ângulo de Dobra igual a 90º - Variação de *H*

5.2.1.
Todos os Bordos Apoiados

Até este momento considerou-se que ambas as abas da placa dobrada tinham a mesma geometria, isto é, o mesmo parâmetro e as mesmas condições de contorno. Considera-se agora uma placa dobrada, com o ângulo de dobra igual a 90º (θ=90º) sob compressão axial, com a largura de uma das abas variável, sendo esta denominada *H.* Considera-se a estrutura com todos os seus bordos apoiados, como na Figura 5.33. Variou-se *H* de 250mm até 1000mm, com incrementos de 250mm (*H/b= 0.25, 0.50, 0.75* e *1*).

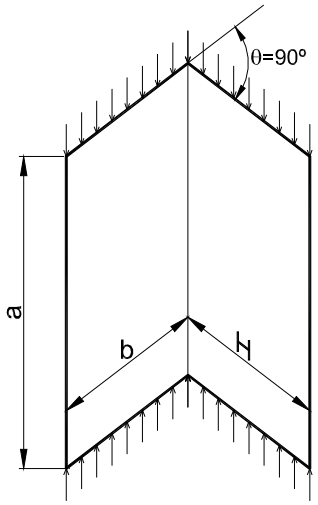
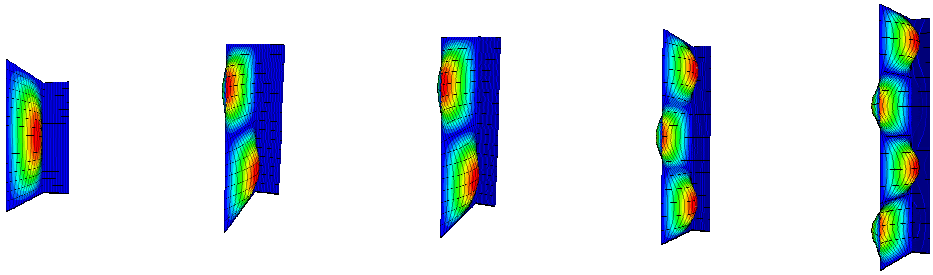


Figura 5.33 – Placa dobrada sob compressão axial, com todos os bordos apoiados, θ=90º e *H* variável.

Considera-se que as duas abas estão submetidas à mesma carga distribuída por unidade de comprimento. Assim a carga crítica da placa dobrada é obtida através do fator de carga λ multiplicado pela carga aplicada.

Neste caso, para cada valor de *H,* variou-se a relação *a/b* (α) e obteve-se o modo crítico e seu respectivo fator de carga crítica λ_{cr} (Figura 5.34 à Figura 5.37).

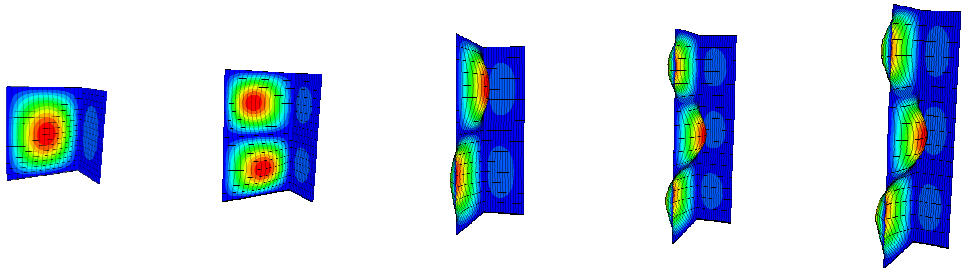
PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr}=0,45328 λ_{cr}=0,44879 λ_{cr}=0,45392 λ_{cr} =0,44138 λ_{cr} =0,44918

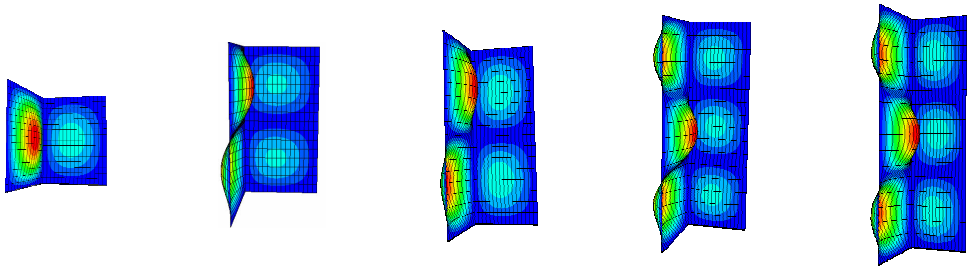
Figura 5.34 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, θ =90º e para cinco valores de α para *H/b=0.25.*



α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr}=0,43143 λ_{cr}=0,43650 λ_{cr}=0,43181 λ_{cr}=0,42603 λ_{cr}=0,43196

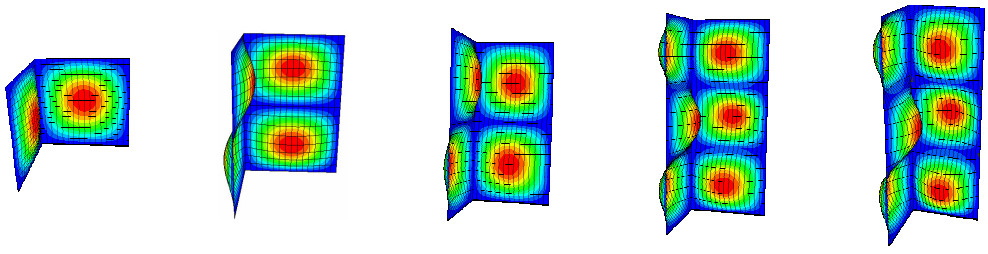
Figura 5.35 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, θ =90º e para cinco valores de α para *H/b=0.50.*



α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr} =0,41194 λ_{cr} =0,42597 λ_{cr} =0,41223 λ_{cr} =0,41278 λ_{cr} =0,41235

Figura 5.36 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, θ =90º e para cinco valores de α para *H/b=0.75.*



α =1.0 α =1.5 α =2.0 α =2.5 α =3.0

λ_{cr} =0,36064 λ_{cr}=0,39157 λ_{cr}=0,36088 λ_{cr}=0,37313 λ_{cr}=0,36098

Figura 5.37 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados, θ =90º e para cinco valores de α para *H/b=1.*

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

Na Figura 5.38 é apresentada a variação da carga crítica com *H/b* para cinco valores de α.

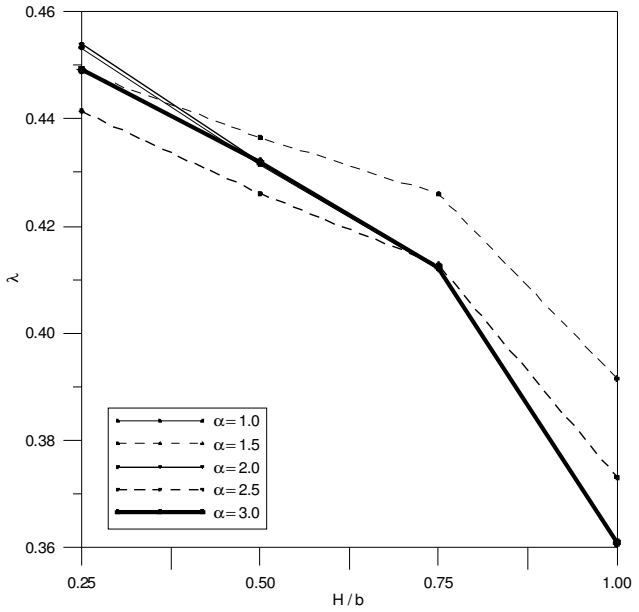


Figura 5.38 - Carga crítica x *H/b* para alguns α de placa dobrada sob compressão axial com todos os bordos apoiados e θ=90º.

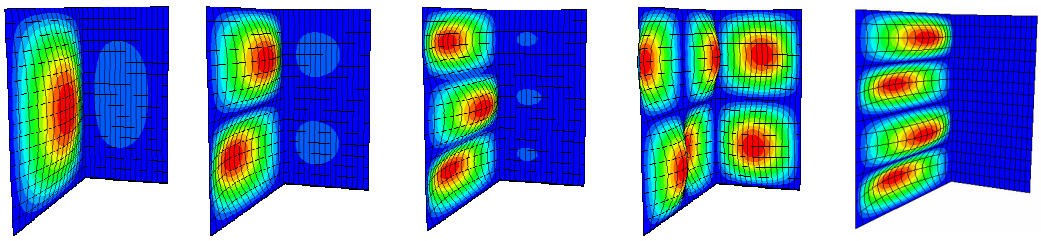
Na Tabela 5.3 apresenta-se a razão entre as cargas críticas da placa dobrada e da maior placa isolada para cinco valores de α. Nota-se, tanto na Figura 5.38 quanto na Tabela 5.3, que a carga crítica decresce com o valor de *H/b*, atingindo o menor valor quando ambas as placas têm a mesma dimensão. É interessante notar que, para todos os valores de α, para valores pequenos de *H/b* a carga crítica da placa dobrada é bem superior ao da placa isolada. Por exemplo, para *H/b = 0.25* este ganho pode chegar a 25%.

Tabela 5.3 – Razão entre $\lambda_{cr\ placa\ \ dobrada}$ e $\lambda_{cr\ placa\ \ isolada}$ para cada relação *H/b* estudada com θ=90º com todos os bordos apoiados para cinco valores de α.

α	$\frac{\lambda_{placa_dobrada}}{\lambda_{placa_isolada}}$			
	H/b =0.25	***H/b=0.50***	***H/b 0.75***	***H/b =1***
1.0	1,25448	1,19401	1,14007	0,99809
1.5	1,14478	1,11344	1,08658	0,99883
2.0	1,25614	1,19496	1,14077	0,99867
2.5	1,18165	1,14055	1,10508	0,99893
3.0	1,24289	1,19524	1,14098	0,99884

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

A seguir, estudam-se os cinco primeiros modos de bifurcação e suas respectivas cargas de bifurcação λ para uma placa dobrada sob compressão axial, *H/b=0.50* e $\alpha=1.0$ (Figura 5.39). Nota-se que as deformações se concentram em quase todos os modos na aba maior.



1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo
λ =0,43143	λ =0,58895	λ =1,01670	λ =1,43890	λ =1,63750

Figura 5.39 – Cinco primeiros modos de bifurcação e seus respectivos λ para placa dobrada com todos os bordos apoiados, $\alpha=1.0$ e *H/b=0.50.*

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

5.2.2.
Bordos Carregados Apoiados e os Demais Livres

Considera-se agora uma placa dobrada, com o ângulo de dobra igual a 90º (cantoneira) com a largura de uma das abas variável. Considera-se a estrutura com os bordos carregados apoiados e os demais livres, como mostra a Figura 5.40. Variou-se *H* de 250mm até 1000mm, com incrementos de 250mm (*H/b=0.25,0.50, 0.75* e *1*).

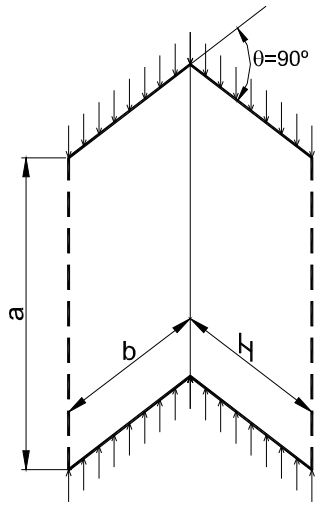
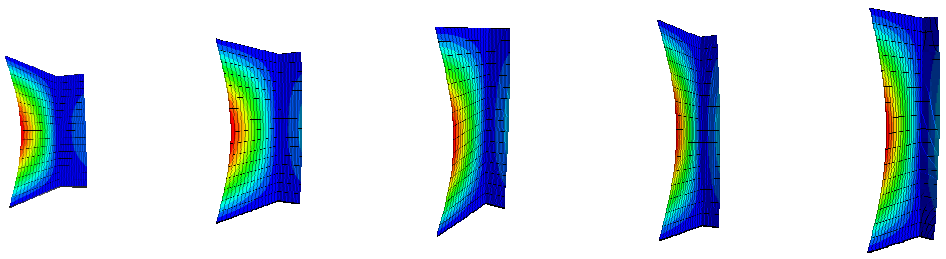


Figura 5.40 – Placa dobrada sob compressão axial, com apenas os bordos carregados apoiados e os demais livres. θ =90º e *H* variável.

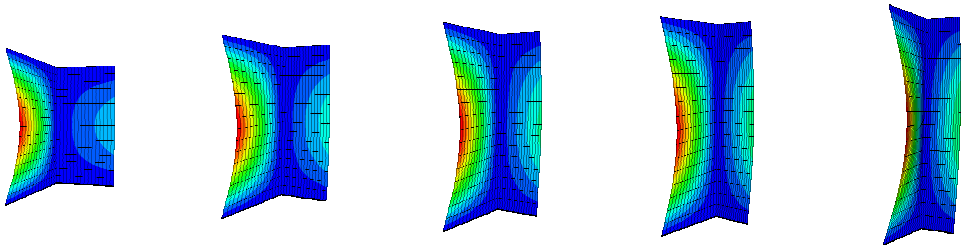
As figuras de 5.41 a 5.44 apresentam os resultados para a carga e modo críticos para valores crescentes de *H/b*. Para cada valor de *H* variou-se a relação *a/b* (α).



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr}=0,13278	λ_{cr}=0,08464	λ_{crr}=0,06792	λ_{cr} =0,06017	λ_{cr} =0,05590

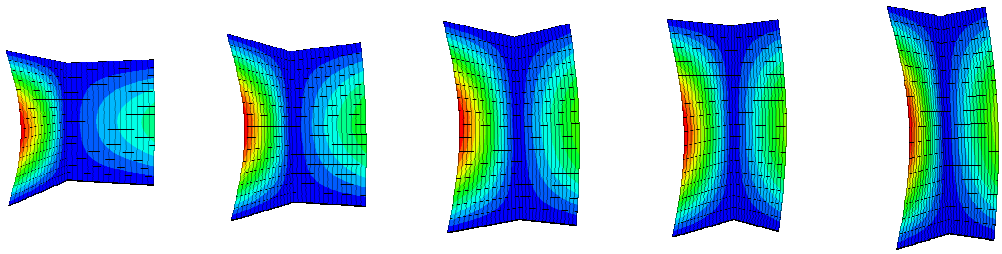
Figura 5.41 - Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para cinco valores de α e *H/b=0.25.*

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



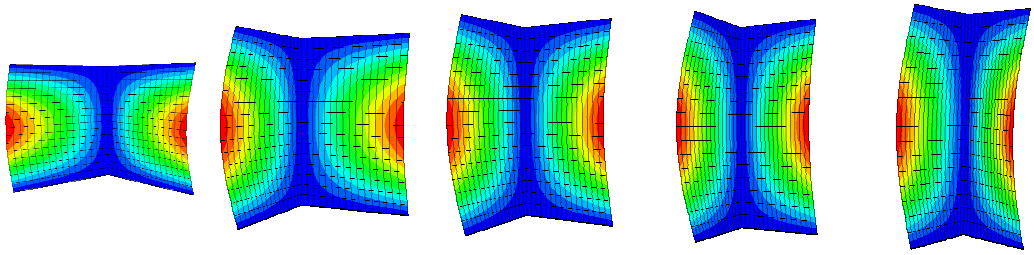
α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
$\lambda_{cr\,r}$=0,13362	$\lambda_{cr\,r}$=0,08644	$\lambda_{cr\,r}$=0,07047	$\lambda_{cr\,r}$=0,06326	$\lambda_{cr\,r}$=0,05941

Figura 5.42 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para cinco valores de α e *H/b=0.50.*



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr} =0,13218	λ_{cr} =0,08427	λ_{cr} =0,06781	λ_{cr} =0,06029	λ_{cr} =0,05625

Figura 5.43 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para cinco valores de α e *H/b=0.75.*



α =1.0	α =1.5	α =2.0	α =2.5	α =3.0
λ_{cr} =0,12651	λ_{cr}=0,07741	λ_{cr}=0,06029	λ_{cr}=0,05238	λ_{cr}=0,04809

Figura 5.44 – Modo crítico e seu respectivo λ crítico para placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados, para cinco valores de α e *H/b=1.*

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC

Na Figura 5.45 é apresentada a variação da carga crítica com *H/b* para os cinco valores de α considerados.

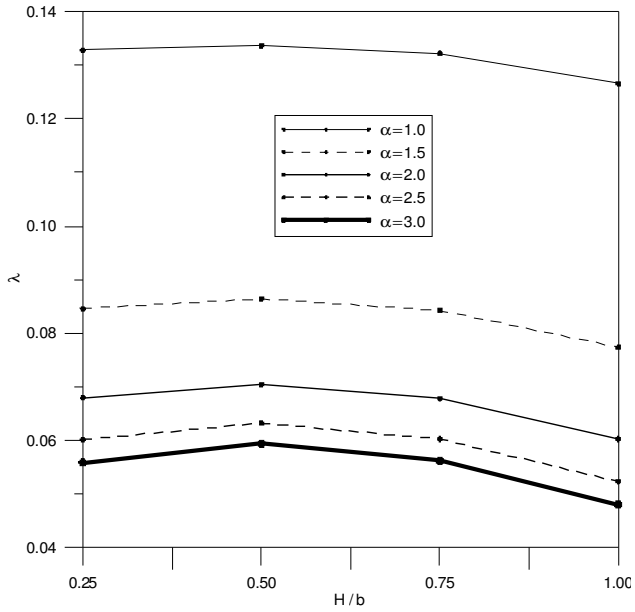


Figura 5.45 – Carga crítica x *H/b* para alguns α de placa dobrada sob compressão axial com apenas os bordos carregados apoiados e θ=90º.

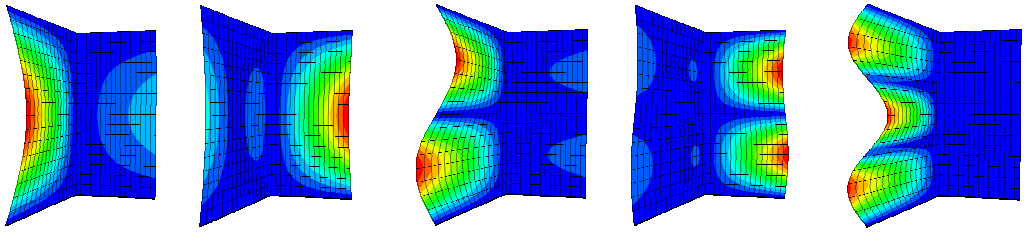
Na Tabela 5.4 apresenta-se a razão entre as cargas críticas da placa dobrada e da placa isolada para cinco valores de α. Neste caso nota-se uma menor influência de *H/b* na capacidade de carga da estrutura.

Tabela 5.4 – Razão entre $\lambda_{cr\ placa\ dobrada}$ e $\lambda_{cr\ placa\ isolada}$ para cada relação *H/b* estudada com θ=90º e apenas os bordos carregados apoiados para cinco valores de α.

α	$\frac{\lambda_{placa_dobrada}}{\lambda_{placa_isolada}}$			
	H/b =0.25	***Hb=0.50***	***H/b 0.75***	***H/b =1***
1.0	1,04890	1,05553	1,04416	0,99937
1.5	1,09255	1,11579	1,08778	0,99923
2.0	1,12562	1,16788	1,12380	0,99917
2.5	1,14741	1,20633	1,14969	0,99886
3.0	1,16096	1,23385	1,16822	0,99875

A seguir, são apresentados os cinco primeiros modos de bifurcação e suas respectivas cargas de bifurcação λ para uma placa dobrada sob compressão axial com *H/b=0.50* e α=1.0 (Figura 5.46).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC



1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo
λ =0,13362	λ =0,33288	λ =0,39705	λ =0,54306	λ =0,84121

Figura 5.46 – Cinco primeiros modos de bifurcação e seus respectivos λ para placa dobrada com apenas os bordos carregados apoiados, α =1.0 e *H/b=0.50.*

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0310978/CC