5 Modelo efetivo (macro escala) para filtração profunda considerando os fatores de redução de fluxo e de acessibilidade

Com o objetivo de comparar o modelo proposto (3.30) com o modelo clássico (2.1), um modelo para as concentrações totais durante o processo de filtração profunda é deduzido. Este modelo será obtido através da integração das equações estocásticas (concentrações distribuídas em relação aos raios de partículas e de poros).

5.1. As funções de acessibilidade e redução de fluxo para injeção de partículas de tamanho intermediário em uma rocha contendo poros de dois tamanhos

Nesta seção, a injeção de partículas de tamanho intermediário,

$$C\left(r_s, X, T\right) = \begin{cases} c\left(X,T\right) f_s\left(r_s, X, T\right), & r_{p1} \le r_s < r_{p2} \\ 0, & r_{p1} > r_s \ge r_{p2} \end{cases}, \tag{5.1}$$

em uma rocha contendo poros de dois tamanhos,

$$H\left(r_p, X, T\right) = h_1\left(X,T\right)\delta\left(r_p - r_{p1}\right) + h_2\left(X,T\right)\delta\left(r_p - r_{p2}\right), \tag{5.2}$$

é considerado e as equações de transporte para as concentrações totais (c, σ e h) são deduzidas.

Substituindo (5.2) e (5.1) na terceira eq. (3.30) e integrando a equação resultante sobre r_p de r_{p2} até infinito e de zero até r_{p2}, tem-se que:

$$\frac{\partial h_2}{\partial T} = 0 \tag{5.3}$$

e

$$\frac{\partial h_1}{\partial T} = -\lambda\phi \frac{h_1}{h_1 + h_2 \left({r_{p2}}/{r_{p1}} \right)^4} c \tag{5.4}$$

Portanto, apenas poros com raio r_{p1} são obstruídos. Isto ocorre porque não existem partículas maiores que os poros com raio r_{p2}, conseqüentemente:

$$h_2(X,T) = h_2(X,0) = h_{20}\,. \tag{5.5}$$

Substituindo (5.2) nas eqs. (3.15) e (3.20), obtém-se os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo, respectivamente:

$$\gamma(h_1,h_2) = 1 - \frac{h_1}{h_1 + h_2 \left({r_{p2}}/{r_{p1}} \right)^2} \tag{5.6}$$

e

$$\alpha(h_1,h_2) = 1 - \frac{h_1}{h_1 + h_2 \left({r_{p2}}/{r_{p1}} \right)^4}\,. \tag{5.7}$$

Integrando (5.2) de zero até infinito, resulta na concentração total de poros:

$$h = h_1 + h_2\,. \tag{5.8}$$

Substituindo (5.8) na eq. (3.35), resulta em:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial T} = -\frac{\partial (h_1 + h_2)}{\partial T}\,. \tag{5.9}$$

Das eqs. (5.9) e (5.3), obtém-se a concentração de poros como uma função da concentração de partículas capturadas:

$$h_1(\sigma) = h_{10} - \sigma\ , \tag{5.10}$$

onde: $h_1(\sigma = 0) = h_{10}$. (5.11)

Substituindo (5.11) e (5.5) nas eqs. (5.6) e (5.7), os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo podem ser escritos como uma função da concentração de partículas capturadas:

$$\gamma(\sigma) = \frac{1}{1 + \left({r_{p2}}/{r_{p1}} \right)^2 \dfrac{h_{10} - \sigma}{h_{20}}}\ , \tag{5.12}$$

$$\alpha(\sigma) = \frac{1}{1 + \left({r_{p2}}/{r_{p1}} \right)^4 \dfrac{h_{10} - \sigma}{h_{20}}}\ . \tag{5.13}$$

Além disso, os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo podem ser reescritos como funções de seus valores iniciais:

$$\gamma(\sigma) = \frac{\gamma(0)}{1 - \left[h_{20} \left(\dfrac{r_{p1}}{r_{p2}} \right)^2 + h_{10} \right]^{-1} \sigma} \tag{5.14}$$

$$\alpha(\sigma) = \frac{\alpha(0)}{1 - \left[h_{20} \left(\dfrac{r_{p1}}{r_{p2}} \right)^4 + h_{10} \right]^{-1} \sigma} \tag{5.15}$$

Das expressões para os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo ((5.12) e (5.13), respectivamente), obtém-se:

$$\alpha(\gamma)=\frac{\gamma}{\left({r_{p2}}/{r_{p1}}\right)^2+\left[1-\left({r_{p2}}/{r_{p1}}\right)^2\right]\gamma}. \tag{5.16}$$

A forma da função $\alpha=\alpha(\gamma)$ é apresentada na Figura 30. O fator de redução de fluxo α tende assintóticamente para 1 quando γ tende para 1 e a forma da função $\alpha=\alpha(\gamma)$ depende da razão r_{p2}/r_{p1}. As formas das funções de redução de fluxo $\alpha(\sigma)$ e de acessibilidade $\gamma(\sigma)$ (fórmulas (5.12) e (5.13), respectivamente) são mostradas na Figura 31. Note que quando todos os poros pequenos (r_{p1}) são obstruídos, ou seja, $\sigma\to h_{10}$ os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo tendem para 1. A partir deste momento, somente existem poros maiores do que as partículas injetadas. Neste caso, todo o espaço poroso fica acessível para as partículas.

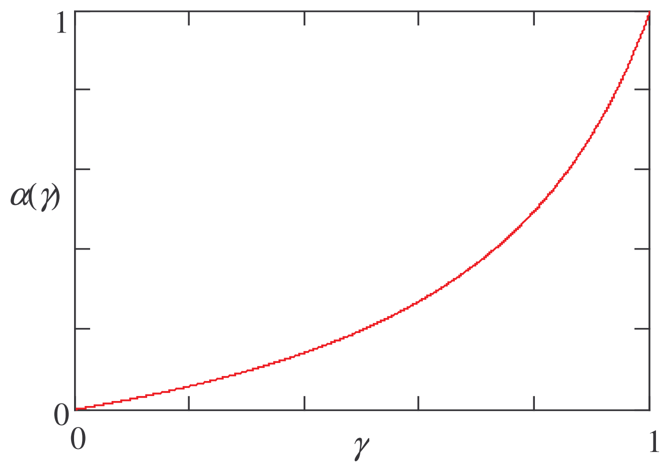

Figura 30: Gráfico do fator de redução de fluxo como função do fator de acessibilidade para $r_{p2}/r_{p1} = 2$.

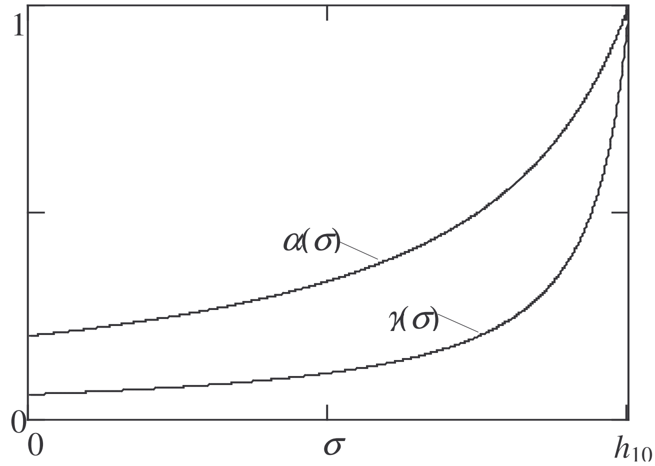

Figura 31: Fatores de acessibilidade e de redução de fluxo como funções da concentração de partículas capturadas para $r_{p2}/r_{p1} = 2$.

Considerando que os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são funções da concentração de partículas capturadas (eqs. (5.12) e (5.13)) e integrando a primeira e a segunda equação do sistema (3.30) de zero até infinito, resulta no seguinte sistema para as concentrações totais (c e σ):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left[\gamma(\sigma)c\right]}{\partial T}+\dfrac{\partial\left[\alpha(\sigma)c\right]}{\partial X}=\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial\sigma}{\partial T} \\ \dfrac{\partial\sigma}{\partial T}=\lambda\phi\left[1-\alpha(\sigma)\right]c \end{cases} \tag{5.17}$$

As condições iniciais e de contorno são obtidas integrando (3.32) sobre r_s de zero até infinito:

$$\begin{cases} T=0: c(X,0)=0; \quad \sigma(X,0)=0; \\ X=0: c(0,T)=c^{(0)}(T) \end{cases} \tag{5.18}$$

Se comparado com o modelo clássico para a filtração profunda (2.1), o modelo médio (5.17) contém o fator de redução de fluxo (5.13) e o fator de acessibilidade (5.12) na equação de balanço de população. A expressão para a taxa de captura em (5.17) contém o termo "1−$\alpha(\sigma)$", mostrando que a taxa de captura não deve ser proporcional ao fluxo total de água U, como é assumido em

(2.1). A taxa de captura deve ser proporcional à fração do fluxo que passa através de poros pequenos ($U[1-\alpha]$).

Para as formas dos fatores de acessibilidade e de redução de fluxo (5.12) e (5.13), o modelo (5.17) descreve o processo de filtração profunda para $\sigma < h_{10}$. A concentração de partículas capturadas tende assintóticamente para o valor de h_{10} em cada ponto X do reservatório. Neste caso, das eqs. (5.12) e (5.13), o fator de redução de fluxo tende para um ($\alpha \to 1$) em todos os pontos do reservatório e não ocorre mais captura de partículas a partir deste momento. Ou seja, quando todos os poros com raio r_{p1} forem obstruídos, sobrarão somente os poros de raio r_{p2}, que são maiores do que qualquer partícula.

5.2. Injeção de partículas de tamanho único em uma rocha contendo diferentes tamanhos de poros

Nesta seção, um modelo efetivo para o caso da injeção de partículas de tamanho único:

$$C(r_s, X, T) = c(X, T)\,\delta(r_s - r_s'), \tag{5.19}$$

em uma rocha contendo poros de raios discretos (r_{p1}, r_{p2}, ..., r_{pN}):

$$H(r_p, X, T) = h_1(X, T)\,\delta(r_p - r_{p1}) + \cdots + h_N(X, T)\,\delta(r_p - r_{pN}), \tag{5.20}$$

(ver Figura 32) é deduzido.

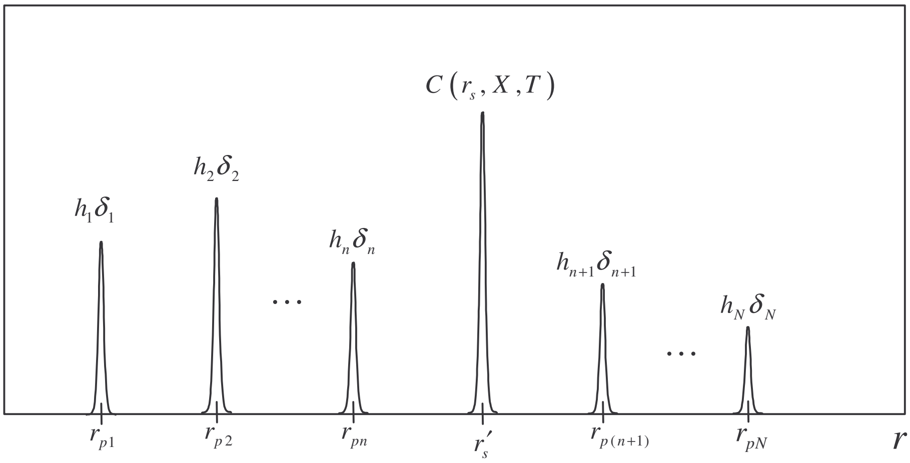

Figura 32: Distribuição de raios de poros e de partículas para o caso da injeção de partículas de tamanho único em uma rocha com poros de tamanhos discretos (r_{p1}, r_{p2}, ..., r_{pN}).

Substituindo as eqs. (5.19) e (5.20) na terceira equação do sistema (3.30) e considerando que o coeficiente de filtração λ é constante, obtém-se a seguinte expressão para a cinética de obstrução de poros:

$$\frac{\partial h_i}{\partial T} = \begin{cases} -\lambda\phi \dfrac{r_{pi}^4\, h_i}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^4\, h_i} c, & i \le n \\ 0, \ i > n \end{cases} \tag{5.21}$$

Para qualquer posição à frente da "frente de deslocamento" $X > (\alpha / \gamma)\, T$, a concentração de partículas em suspensão "c" é igual a zero. Além disso, poros com raios maiores do que o raio das partículas $r_p > r_s^{/}$ ($r_{p(n+1)}$, ..., r_{pN}, ver Figura 32) nunca são obstruídos. Portanto:

$$h_i(X,T) = h_{i0},\ i > n \text{ ou } X > (\alpha / \gamma)\, T \tag{5.22}$$

Fixando a coordenada X para qualquer posição atrás da frente de deslocamento (ou seja, $X < [\alpha / \gamma]\, T$), a concentração total de poros com raio $r_{p,i}$ torna-se função somente do tempo T:

$$h_i(X,T) = h_i(T),\ i \le n \ \text{ e } X < (\alpha / \gamma)\, T. \tag{5.23}$$

A partir da eq. (5.23), observa-se que $h_1 = h_1(T)$. Invertendo a função anterior tem-se $T = T(h_1)$. Finalmente, substituindo $T = T(h_1)$ na eq. (5.23), obtém-se a concentração total de poros com raio $r_{p,i}$ ("h_i") como função da concentração total de poros com raio r_{p1} ("h_1"):

$$h_i = \begin{cases} h_i(h_1),\ i \le n \\ h_{i0}\ ,\ \ i > n \end{cases} \tag{5.24}$$

Aplicando a "regra da cadeia" na eq. (5.24) para o caso $i \le n$, resulta em:

$$\frac{\partial h_i(h_1)}{\partial T} = \frac{dh_i}{dh_1}\frac{\partial h_1}{\partial T}. \tag{5.25}$$

Substituindo (5.21) na eq. (5.25), tem-se que:

$$\frac{dh_i}{dh_1} = \frac{r_{pi}^4 h_i}{r_{p1}^4 h_1},\ i \le n. \tag{5.26}$$

Resolvendo a eq. (5.26), obtém-se a concentração poros com raio r_{pi} em função da concentração de poros com raio r_{p1}:

$$h_i(h_1) = h_{i,0}\left(\frac{h_1}{h_{1,0}}\right)^{\left(\frac{r_{pi}}{r_{p1}}\right)^4},\ \ i \le n. \tag{5.27}$$

Sendo assim, a concentração total de poros h pode ser escrita da seguinte forma:

$$h = h_1 + h_2(h_1) + \cdots + h_n(h_1) + h_{(n+1)}(T=0) + \cdots + h_N(T=0) = h(h_1) \tag{5.28}$$

A partir das eqs. (3.35) e (5.28), segue que:

$$h(h_1) = h(T=0) - \sigma \,. \tag{5.29}$$

Das eqs. (5.28) e (5.29), obtém-se:

$$h_1 = h_1(\sigma) \,. \tag{5.30}$$

No caso em que há somente dois tamanhos distintos de poros, $r_{p1} < r_s^{/} < r_{p2}$ (ver seção 5.1), a função $h_1 = h_1(\sigma)$ é dada pela eq. (5.10).

Substituindo (5.20) em (3.20) e (3.15), e considerando (5.30), os fatores de acessibilidade γ e de redução de fluxo α podem ser escritos em função da concentração total de partículas capturadas σ:

$$\alpha(\sigma) = \frac{\sum_{i=n+1}^{N} r_{pi}^4 h_i(T=0)}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^4 h_i(h_1(\sigma))} \,, \tag{5.31}$$

$$\gamma(\sigma) = \frac{\sum_{i=n+1}^{N} r_{pi}^2 h_i(T=0)}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^2 h_i(h_1(\sigma))} \,, \tag{5.32}$$

onde $h_1(\sigma)$ é dado pela eq. (5.30).

5.3. - Tratamento de dados experimentais relacionados à redução de permeabilidade

Nesta seção, o modelo desenvolvido na seção anterior é utilizado para analisar a queda de permeabilidade obtida experimentalmente por Seminario et al., 2002. O trabalho experimental realizado no referido trabalho consiste na injeção de uma suspensão particulada através de uma membrana. Os poros desta membrana, segundo os autores, são bem representados por um conjunto de tubos que não se interceptam. Estes tubos têm seções transversais circulares e localizações aleatórias. As distribuições dos raios dos poros e das partículas foram determinadas experimentalmente.

A Figura 33 e a Figura 34 mostram as membranas utilizadas nos experimentos e as suas respectivas representações utilizadas na modelagem. As membranas têm área da seção transversal igual a 168 cm^2 e o raio médio dos poros é de 0.95 μm para a membrana apresentada na Figura 33 e de 0.23 μm para a membrana da Figura 34. Na Figura 35 e na Figura 36 são apresentadas as distribuições de poros das membranas.

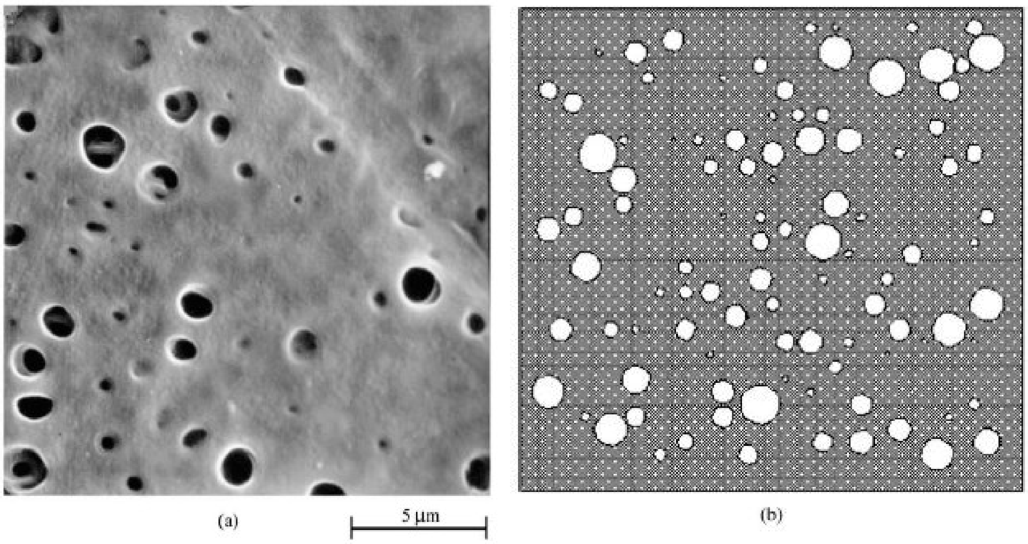

Figura 33: (a) Microscopia de varredura (Scanning Electron Microscopy – SEM) mostrando a superfície da membrana utilizada no experimento 1. (b) modelagem da membrana mostrada na figura (a) (Seminario et al., 2002).

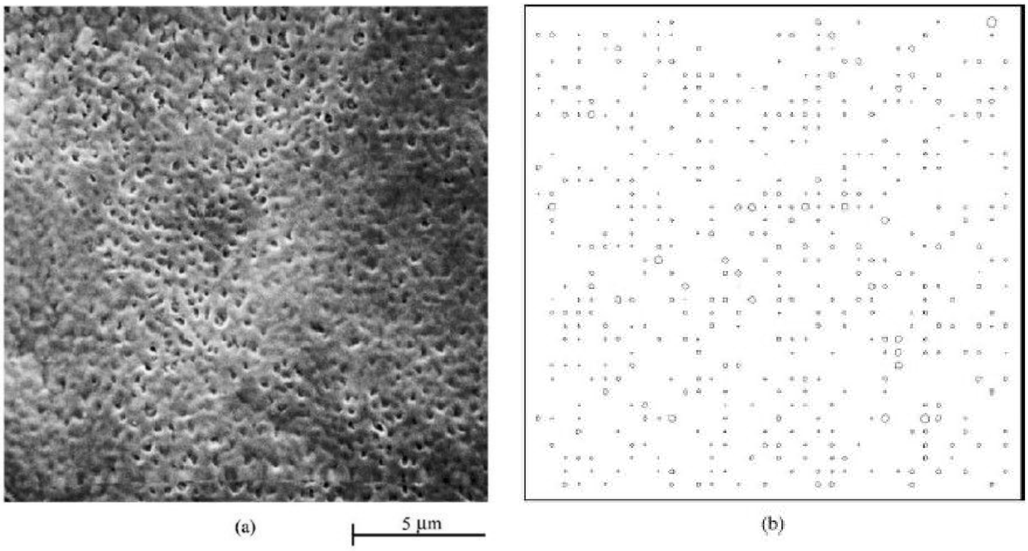

Figura 34: (a) Microscopia de varredura mostrando a superfície da membrana utilizada no experimento 2. (b) Representação da membrana mostrada na figura (a) (Seminario et al., 2002).

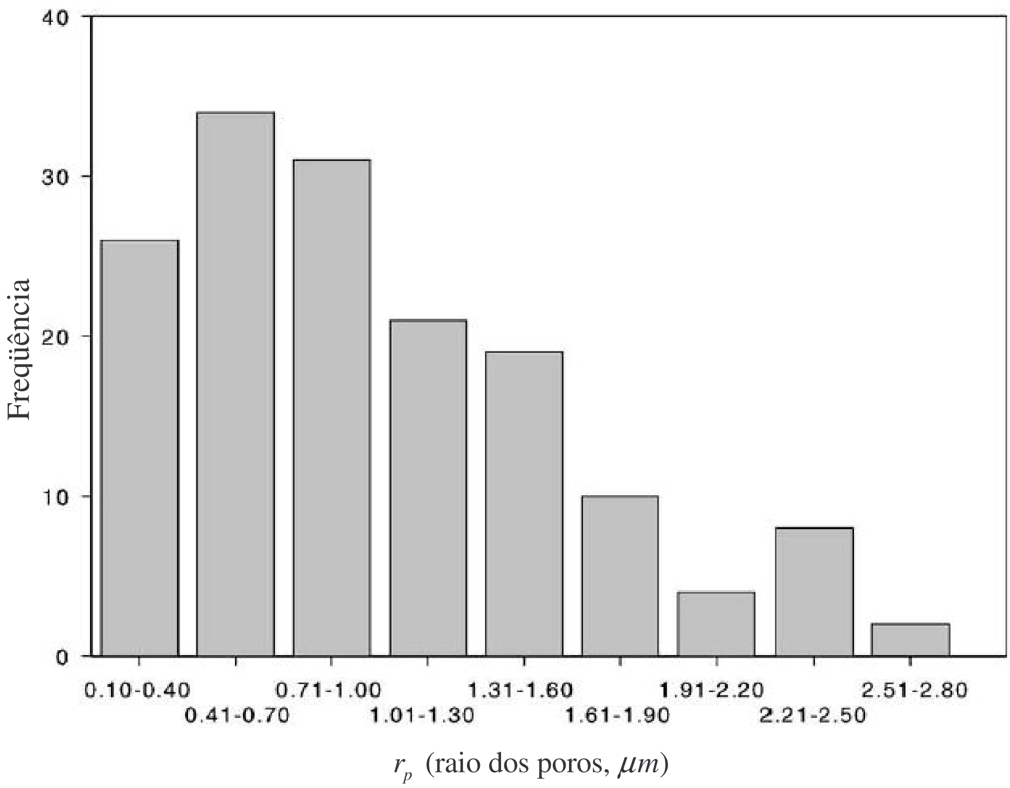

Figura 35: Distribuição de tamanho de poros da membrana utilizada na modelagem do experimento 1 (ver Figura 33b) (Seminario et al., 2002).

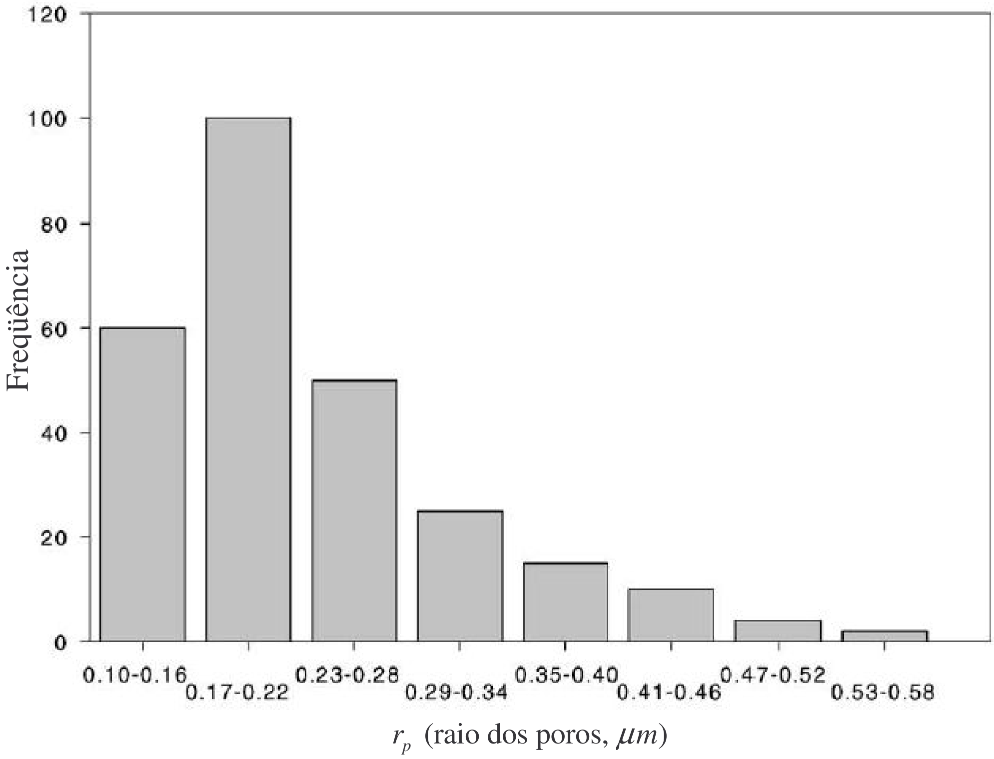

Figura 36: Distribuição de tamanho de poros da membrana utilizada na modelagem do experimento 2 (ver Figura 34b) (Seminario et al., 2002).

Nos experimentos realizados por Seminario et al., uma suspensão de partículas de bentonita foi injetada a uma vazão de 3.5 m^3/h, mantendo-se a concentração constante ($c^{(0)}$ = 1.215×10^8 partículas/m^3). A suspensão particulada foi tratada com o objetivo de minimizar a formação de agregados de partículas. A distribuição de tamanho de partículas em suspensão é mostrada na Figura 37.

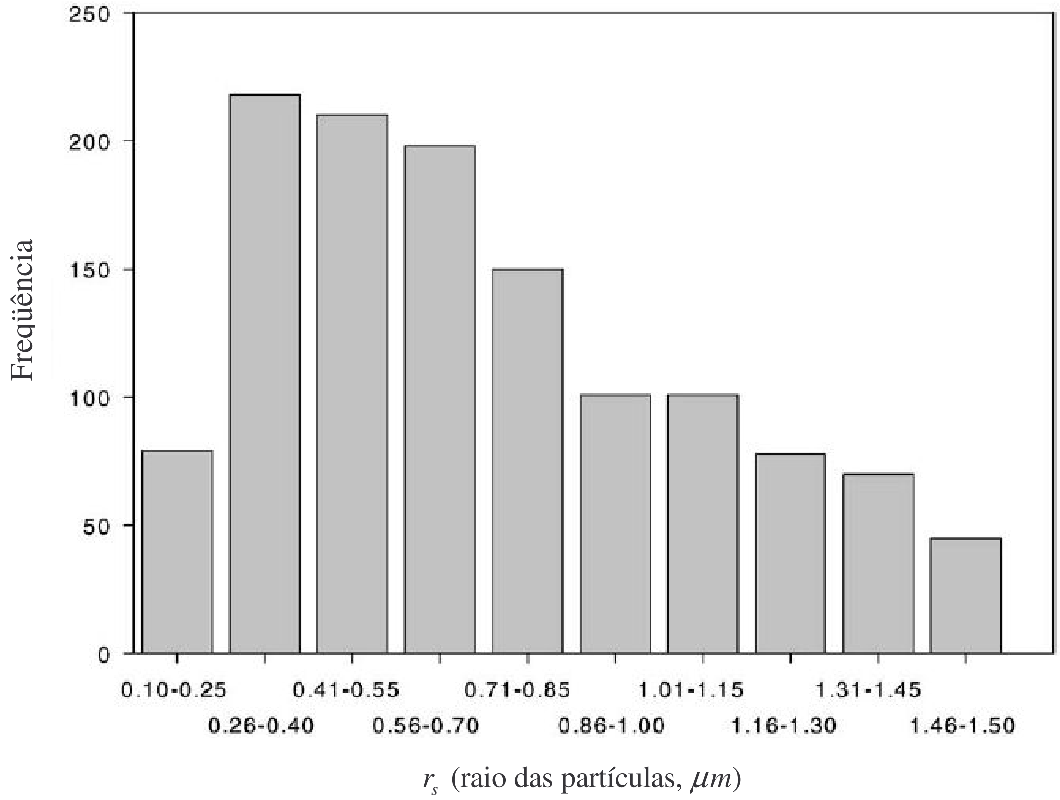

Figura 37: Distribuição de tamanho de partículas em suspensão no fluido injetado (Seminario et al., 2002).

De acordo com a eq. (4.70), para membranas constituídas de um conjunto de tubos paralelos com raios discretos ($r_{p1},...,r_{pN}$), a permeabilidade normalizada ($k(\sigma)/k(0)$) é dada por:

$$\frac{k(\sigma)}{k(0)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^4 h_i\left(h_1(\sigma)\right)}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^4 h_i\left(T=0\right)} \tag{5.33}$$

Substituindo (5.20) e (5.19) na primeira equação do sistema (3.37) e integrando a equação resultante sobre r_s, de zero até infinito, obtém-se a concentração de partículas capturadas na membrana:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \lambda'\left[1-\alpha(\sigma)\right] U\, c^{(0)}, \tag{5.34}$$

onde o fator de redução de fluxo $\alpha(\sigma)$ é dado pela eq. (5.31). Note também que as fórmulas (2.2) são utilizadas para re-escrever a eq. (5.34) em função do tempo dimensional. Isto foi feito para adequar o modelo aos dados experimentais apresentados por Seminario et al., 2002.

Resolvendo a eq. (5.34), a concentração total de partículas capturadas em função do tempo dimensional ($\sigma = \sigma\,(t)$) é obtida. Sendo assim, a partir da eq. (5.33), obtém-se:

$$\frac{k(t)}{k(0)} = \frac{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^{4} h_i\left(h_1\left(\sigma(t)\right)\right)}{\sum_{i=1}^{N} r_{pi}^{4} h_i\left(t=0\right)} \quad . \tag{5.35}$$

A partir da porosidade das membranas ($\phi = 0.1$):

$$\phi = h\pi \sum_{i=1}^{N} r_{pi}^{2} f_{pi} \ ,$$

a concentração total de poros é calculada. Para as membranas dos experimentos 1 e 2, as concentrações totais de poros são 2.4×10^{10} e 5.3×10^{11} poros/m^2, respectivamente.

Foi desenvolvido um programa no ambiente MathCad 2001 para calcular a queda de permeabilidade em função do tempo e os fatores de redução de fluxo $\alpha(\sigma)$ e de acessibilidade $\gamma(\sigma)$. Os coeficientes $\alpha(\sigma)$ e $\gamma(\sigma)$ para a membrana da Figura 33 são mostrados na Figura 38.

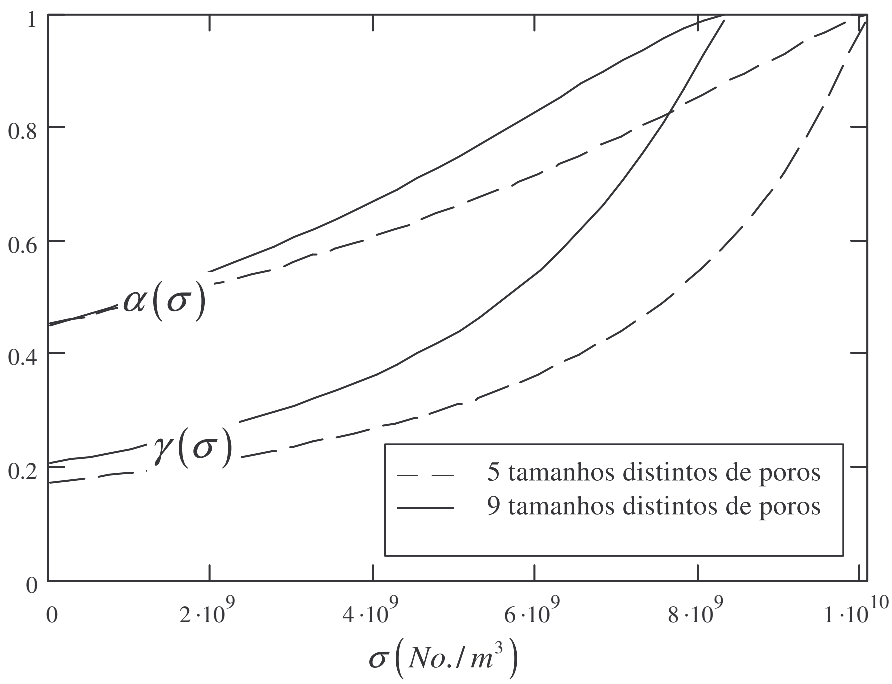

Figura 38: Coeficientes de redução de fluxo α e de acessibilidade γ em função da concentração de partículas capturadas σ para 5 e 9 tamanhos distintos de poros

O resultado do ajuste do modelo para os dados experimentais de permeabilidade obtidos para a membrana da Figura 33 é mostrado na Figura 39. Como esperado, quanto maior o número de tamanho de poros distintos considerados, melhor o ajuste da queda de permeabilidade.

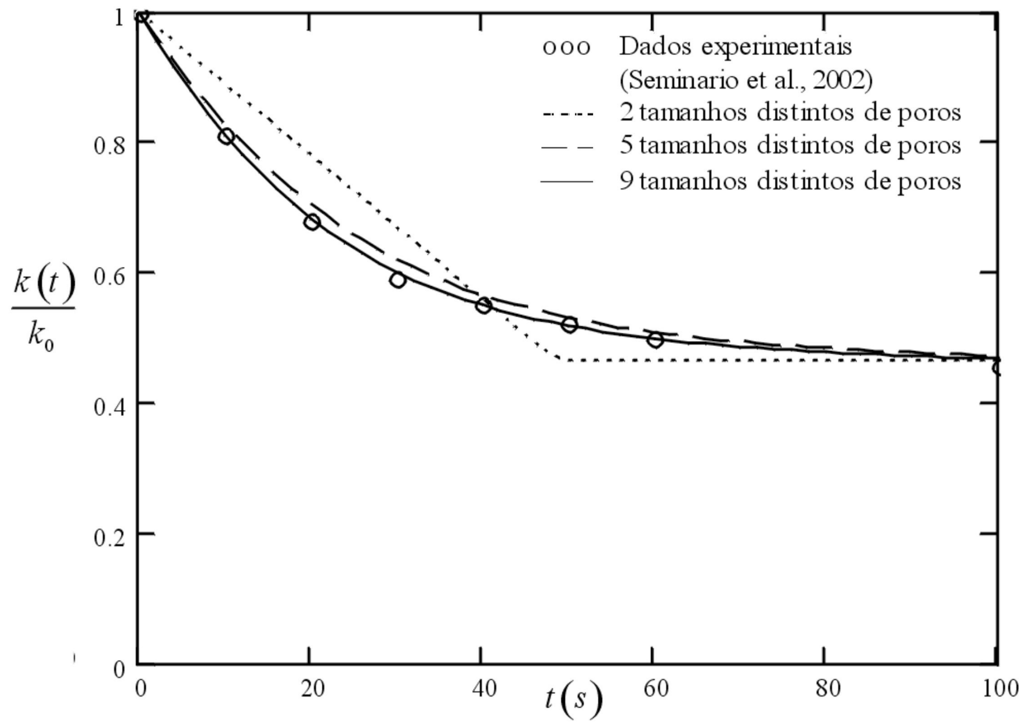

Figura 39: Comparação entre a redução de permeabilidade obtida experimentalmente por Seminario et al.(2002) e a prevista pelo modelo proposto (considerando 2, 5 e 9 tamanhos distintos de poros) para a membrana apresentada na Figura 33. Neste caso, o coeficiente de filtração $\lambda^{/}$ utilizado no ajuste é igual a 2.3 m^{-1} e o raio efetivo das partículas ($r_s^{/}$) foi considerado igual à 2.1 μm.

Os coeficientes $\alpha(\sigma)$ e $\gamma(\sigma)$ para a membrana de poros menores são mostrados na Figura 40 e o ajuste para a queda de permeabilidade é mostrado na Figura 41. Como no caso da membrana de poros grandes, quanto mais aproximada da real for a distribuição de tamanho de poros adotada, melhor o ajuste da queda de permeabilidade.

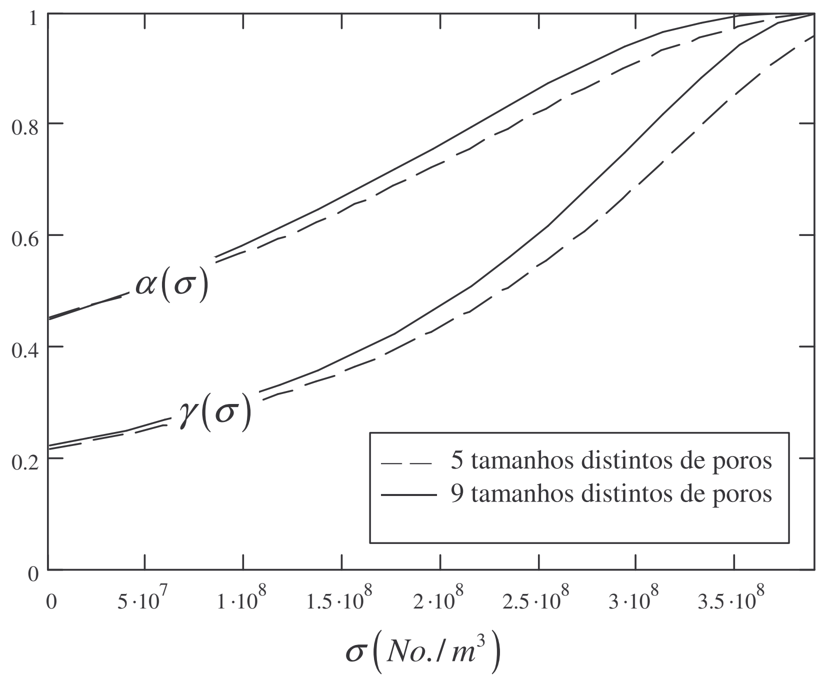

Figura 40: Coeficientes de redução de fluxo α e de acessibilidade γ em função da concentração de partículas capturadas σ para 5 e 9 tamanhos distintos de poros.

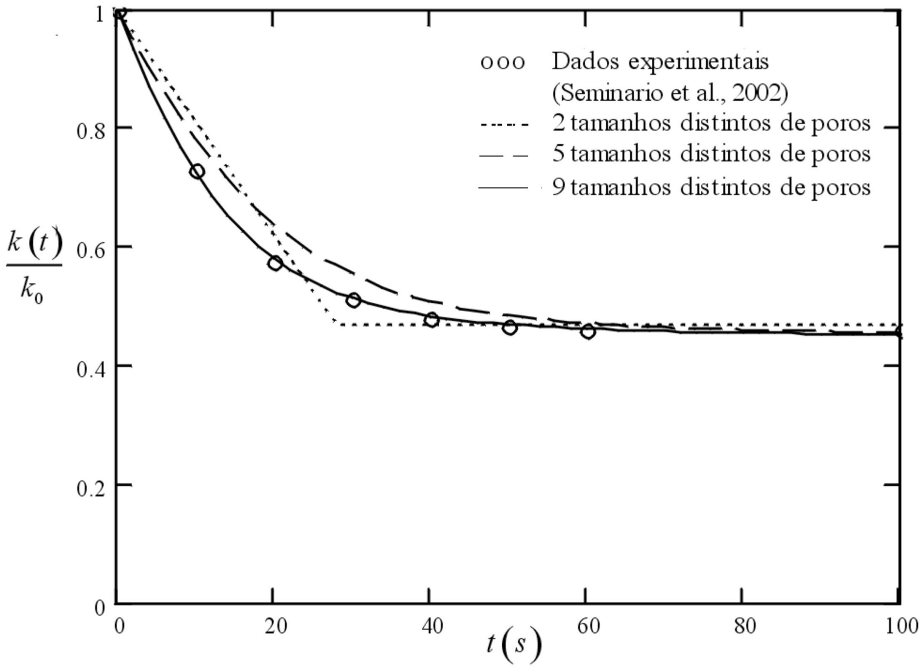

Figura 41: Comparação entre a queda de permeabilidade obtida experimentalmente (Seminario et al.,2002) e a prevista pelo modelo (considerando 2, 5 e 9 tamanhos distintos de poros) para a membrana mostrada na Figura 34. Neste caso, o coeficiente de filtração $\lambda^{/}$ utilizado no ajuste é igual a 100 m^{-1} e o raio efetivo das partículas ($r_s^{/}$) foi considerado igual à 0.4 μm.

5.4.Obtenção de um modelo efetivo a partir das equações estocásticas

Nesta seção, o transporte de partículas através de uma rocha com poros de tamanhos entre $r_{p\min}$ e $r_{p\max}$:

$$H\left(r_p, X, T\right) = \begin{cases} h(X,T)\, f_p\left(r_p, X, T\right), & r_{p\min} \le r_p \le r_{p\max} \\ 0\,, \; r_{p\min} > r_p > r_{p\max} \end{cases}, \tag{5.36}$$

é considerado.

Além disso, é assumido que são injetadas partículas pequenas ($r_s < r_{p\min}$), intermediárias ($r_{p\min} < r_s < r_{p\max}$) e grandes ($r_s > r_{p\max}$). As frações de partículas pequenas, intermediárias e grandes são, respectivamente:

$$c_1 = \int_0^{r_{p\min}} C\left(r_s, X, T\right) dr_s\,, \tag{5.37}$$

$$c_2 = \int_{r_{p\min}}^{r_{p\max}} C\left(r_s, X, T\right) dr_s\,, \tag{5.38}$$

$$c_3 = \int_{r_{p\max}}^{\infty} C\left(r_s, X, T\right) dr_s\,. \tag{5.39}$$

Substituindo a eq. (5.36) nas eqs. (3.15) e (3.20), obtém-se os fatores de acessibilidade e redução de fluxo para partículas pequenas ($r_s < r_{p\min}$); neste caso, $\alpha = \gamma = 1$. Portanto, integrando a primeira e a segunda equação do sistema (3.30) sobre r_s de zero até $r_{p\min}$, obtém-se o modelo para as concentrações totais de partículas pequenas (c_1 e σ_1):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial c_1}{\partial T} + \dfrac{\partial c_1}{\partial X} = 0 \\ \dfrac{\partial \sigma_1}{\partial T} = 0 \end{cases} \tag{5.40}$$

Integrando (3.32) sobre r_s, de zero até r_{pmin}, as condições iniciais e de contorno para o sistema (5.40) são obtidas:

$$\begin{cases} X = 0 : c_1 = c_1^{(0)} \\ T = 0 : c_1 = \sigma_1 = 0 \end{cases}, \tag{5.41}$$

onde $c_1^{(0)}$ é constante com o tempo.

A solução do sistema (5.40), sujeito as condições iniciais e de contorno (5.41), é dada por:

$$c_1 = c_1^{(0)} ,\ \sigma_1 = 0 : X \le T , \tag{5.42}$$

$$c_1 = \sigma_1 = 0 : X > T . \tag{5.43}$$

Das eqs. (5.42) e (5.43) conclui-se que as partículas pequenas são transportadas através do meio poroso sem serem capturadas.

No caso das partículas grandes ($r_s > r_{pmax}$), das eqs. (3.15) e (3.20) conclui-se que os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são iguais a zero, ou seja, $\alpha = \gamma = 0$. Portanto, integrando a primeira e a segunda equação do sistema (3.30) sobre r_s de r_{pmax} até infinito, obtém-se o seguinte modelo para as concentrações totais de partículas grandes (c_3 e σ_3):

$$\begin{cases} 0 = -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial \sigma_3(X,T)}{\partial T} \\ \dfrac{\partial \sigma_3(X,T)}{\partial T} = \lambda \phi c_3(X,T) \end{cases} \tag{5.44}$$

As condições iniciais e de contorno para o sistema (5.44) são determinadas integrando-se (3.32) sobre r_s de r_{pmax} até infinito:

$$\begin{cases} X = 0 : c_3 = c_3^{(0)} \\ T = 0 : c_3 = \sigma_3 = 0 \end{cases} \tag{5.45}$$

A solução do sistema (5.44), considerando as condições iniciais e de contorno (5.45), é dada por:

$$c_3 = \sigma_3 = 0 : X > 0. \tag{5.46}$$

Portanto, as partículas grandes não penetram no meio poroso. Integrando a primeira equação do sistema (3.37) sobre r_s de r_{pmax} até infinito, resulta em:

$$\frac{d\sigma_3^{(0)}}{dT} = \lambda\phi c_3^{(0)}. \tag{5.47}$$

A solução da eq. (5.47), sujeita à condição inicial (5.45), é dada por:

$$\sigma_3^{(0)} = \lambda\phi\, c_3^{(0)} T. \tag{5.48}$$

Das eqs. (5.48) e (5.46), conclui-se que todas as partículas grandes são capturadas na face de entrada do meio poroso, ou seja, as partículas grandes não participam do processo de filtração profunda.

Baseado na seção 4.2.4, o sistema de equações para partículas de tamanho intermediário pode ser escrito como:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left[\gamma(\sigma_2)c_2\right]}{\partial T} + \dfrac{\partial\left[\alpha(\sigma_2)c_2\right]}{\partial X} = -\dfrac{1}{\phi}\dfrac{\partial\sigma_2}{\partial T} \\ \dfrac{\partial\sigma_2}{\partial T} = \lambda\phi\left[1-\alpha(\sigma_2)\right]c_2 \end{cases} \tag{5.49}$$

$$\begin{cases} X = 0 : c_2 = c_2^{(0)} \\ T = 0 : c_2 = \sigma_2 = 0 \end{cases} \tag{5.50}$$

Das eqs. (5.42), (5.46) e (5.48) conclui-se que as partículas pequenas são transportadas sem serem capturadas e as partículas grandes são capturadas na face de entrada do meio poroso ($X = 0$). Apenas as partículas intermediárias participam do processo de filtração profunda. A Figura 42 mostra as distribuições de partículas e de poros, enfatizando as porções de partículas que não participam do processo de filtração profunda.

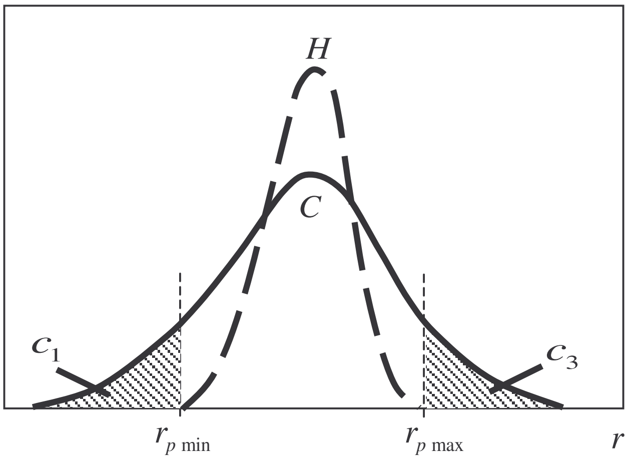

Figura 42: Distribuições de tamanho de poros e de partículas. As áreas c_1 e c_3 representam a porção de partículas que não participam do processo de filtração profunda (partículas grandes e pequenas, respectivamente).

Além disso, é importante notar que no modelo para concentrações totais, apenas as partículas de tamanho intermediário devem ser consideradas na condição de contorno (5.50), enquanto no modelo clássico para a filtração profunda (2.1) a concentração total de partículas é considerada.

Somente ocorre variação nos fatores de acessibilidade e de redução de fluxo quando há alteração do meio poroso. Como as partículas pequenas não são capturadas e todas as partículas grandes são capturadas na seção de entrada do meio poroso, os fatores de acessibilidade e de redução de fluxo são funções da concentração de partículas intermediárias capturadas (σ_2), como mostrado no sistema (5.49).

No modelo clássico (2.1) não há distinção entre os diferentes mecanismos físicos de captura de partículas envolvidos no processo de filtração profunda. Por outro lado, o modelo médio proposto (5.49) foi obtido através da integração do modelo de balanço de populações (3.30), que é válido para o mecanismo da exclusão pelo tamanho, ou seja, para o caso onde o raio das partículas é comparável com o raio dos poros. A aplicação do modelo (5.49) para outros mecanismos de captura deve ser discutida separadamente.

A taxa de captura de partículas na face de entrada do meio poroso ($X = 0$), é dada por:

$$\frac{d\sigma_2^{(0)}}{dT} = \lambda\phi\left[1-\alpha\left(\sigma_2^{(0)},\sigma_3^{(0)}\right)\right]c_2^{(0)} \tag{5.51}$$

onde $\sigma_3^{(0)}$ é dado por (5.48).

A concentração de partículas capturadas na face de entrada do meio poroso é obtida a partir da solução da eq. (5.51):

$$\sigma_2^{(0)}(T) = \lambda\phi\left[T - \int_0^T \alpha\left(\sigma_2^{(0)}(T),\sigma_3^{(0)}(T)\right)dT\right]c_2^{(0)} \tag{5.52}$$

No caso onde α é constante, da eq. (5.52), tem-se:

$$\sigma_2^{(0)}(T) = \lambda\phi\left(1-\alpha\right)c_2^{(0)}T \tag{5.53}$$

Finalmente, a concentração total de partículas capturadas na entrada do meio poroso é dada por:

$$\sigma = \sigma_2^{(0)} + \sigma_3^{(0)} = \lambda\phi\left[\left(1-\alpha\right)c_2^{(0)} + c_3^{(0)}\right]T\ ,$$

ou seja, todas as partículas grandes e a fração ($1-\alpha$) das partículas intermediárias são capturadas na face de entrada do meio poroso e as partículas pequenas não são capturadas ($\sigma_1^{(0)} = 0$).