



RIO

PUC

Dissertação de Mestrado

Análise do Risco de Mercado de uma Carteira de Crédito Privado em um Contexto de Estresse Macroeconômico

Ana Carolina Campos Pinto Alvim

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Centro de Ciências Sociais
Departamento de Administração

Rio de Janeiro, 26 de março de 2026

Dissertação de Mestrado



Pontifícia
Universidade
Católica do
Rio de Janeiro

Análise do Risco de Mercado de uma Carteira de Crédito Privado em um Contexto de Estresse Macroeconômico

Ana Carolina Campos Pinto Alvim

Orientação: Professor Marcelo Cabus Kltzle

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Administração de Empresas pelo programa de Pós-Graduação em Administração de Empresas, no Departamento de Administração de Empresas.

Rio de Janeiro, 26 de março de 2026.



Pontifícia
Universidade
Católica do
Rio de Janeiro

Análise do Risco de Mercado de uma Carteira de Crédito Privado em um Contexto de Estresse Macroeconômico)

Ana Carolina Campos Pinto Alvim

**Dissertação apresentada como requisito parcial para a
obtenção do grau de Mestre em Administração de Empresas
Aprovada pela Comissão examinadora abaixo:**

Professor Marcelo Cabus Klotzle
Orientador Marcelo Cabus Klotzle
Departamento de Administração da Puc-Rio

Professor Carlos Bastian
Universidade PUC-Rio

Professora Glauca Fernandes Vasconcelos
Universidade Federal do Rio de Janeiro – COPPEAD - UFRJ

Rio de Janeiro, 26 de março de 2026.



Pontifícia
Universidade
Católica do
Rio de Janeiro

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial, do trabalho é proibida sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Ana Carolina Campos Pinto Alvim

Graduou-se em Administração de empresas pelo Puc-Rio em 2007, concluiu MBA em Finanças corporativas pelo IBMEC (2009), Global MBA em Gestão de Negócios pelo Ibmec (2014), LLM em Direito Empresarial pelo Ibmec (2016). MBA em Gestão de Investimentos pela Puc-Rio em 2022. Atualmente, é responsável pela gestão empresarial de um family office.

Ficha Catalográfica

Alvim, Ana Carolina Campos Pinto

Análise do risco de mercado de uma carteira de crédito privado em um contexto de estresse macroeconômico / Ana Carolina Campos Pinto Alvim ; orientação: Marcelo Cabus Klotzle. – 2026.

72 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)—Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Administração, 2026.

Inclui bibliografia

1. Administração – Teses. 2. Renda fixa. 3. Risco de mercado. 4. Value at risk. 5. Expected shortfall. 6. Teste de estresse. I. Klotzle, Marcelo Cabus. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. III. Título.

CDD: 658

Agradecimentos

A todos que acompanharam minha trajetória ao longo do mestrado, agradeço pelo carinho e paciência. Ao meu orientador, Marcelo Klötze, agradeço pelas valiosas contribuições, imprescindíveis para a conclusão dessa pesquisa.

Resumo

Alvim, Ana Carolina Campos Pinto; Klötze, Marcelo Cabús. Análise do risco de mercado de uma carteira de crédito privado em um contexto de estresse macroeconômico. Rio de Janeiro, 2026. 72p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta dissertação tem como objetivo analisar o risco de mercado de uma carteira de debêntures indexadas ao IPCA no mercado brasileiro, a partir de preços unitários indicativos divulgados pela ANBIMA. Para seu desenvolvimento, estimam-se séries de retornos diários ajustados pelos fluxos de caixa contratuais dos títulos, com a volatilidade condicional modelada pelo método EWMA. Com base nessas estimativas, calculam-se as métricas Value at Risk e Expected Shortfall, cuja adequação é avaliada pelo teste de cobertura incondicional de Kupiec e por um exercício de sensibilidade ao nível de significância do VaR e ao fator de decaimento do EWMA. O trabalho incorpora ainda um teste de estresse baseado em choque paralelo de +200 pontos-base na estrutura a termo das taxas reais, com o objetivo de avaliar a vulnerabilidade da carteira a cenários adversos que transcendem o alcance das métricas probabilísticas.

Palavras- chave:

Risco de mercado. Renda fixa. Value at Risk, Expected Shortfall

ABSTRACT

Alvim, Ana Carolina Campos Pinto; Klötzle, Marcelo Cabús, Advisor. A Market Risk Analysis of a Private Credit Portfolio under Macroeconomic Stress. Rio de Janeiro, 2026. 72p. Professional Master's Dissertation – Department of Administration, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

This dissertation aims to analyze the market risk of a portfolio of IPCA-linked debentures in the Brazilian market, based on indicative unit prices published by ANBIMA. Daily return series are constructed with adjustments for the contractual cash flows of each security, and conditional volatility is modeled using the Exponentially Weighted Moving Average method. Value at Risk and Expected Shortfall are then estimated, and their probabilistic adequacy is assessed through the unconditional coverage test proposed by Kupiec, complemented by a sensitivity analysis across alternative decay factors and confidence levels. The study further incorporates a stress test based on a parallel upward shift of 200 basis points in the real term structure of interest rates, with the aim of evaluating the portfolio's vulnerability to adverse scenarios that extend beyond the reach of probabilistic risk metrics.

Keywords:

Market risk. Fixed income. Value at Risk. Expected Shortfall

Sumário

| | |
|--|----|
| 1. O Problema | 10 |
| 1.1. Introdução | 10 |
| 1.2. Objetivo | 13 |
| 1.3. Delimitação do Estudo..... | 13 |
| 1.4. Relevância do Estudo | 15 |
| 2. Referencial Teórico | 17 |
| 2.1. Modelos de Risco e Retorno em Finanças..... | 18 |
| 2.2. Risco de mercado em Renda Fixa..... | 20 |
| 2.3. Modelos de Volatilidade..... | 23 |
| 2.4. Value at Risk e Expected Shortfall | 25 |
| 2.5. Teste de Estresse | 30 |
| 2.6. <i>BackTesting</i> de Medidas de Risco | 32 |
| 3. Metodologia | 36 |
| 3.1. Tipo de Pesquisa | 36 |
| 3.2. Descrição dos instrumentos e dos processos de coleta de dados | 37 |
| 3.3. População e Amostra | 38 |
| 3.4. Construção dos Retornos e Tratamento dos Dados..... | 39 |
| 3.5. Modelagem da Volatilidade Condicional..... | 41 |
| 3.6. Medidas de Risco: Value at Risk e Expected Shortfall | 41 |
| 3.7. Procedimentos de <i>Backtesting</i> | 43 |
| 3.8. Análise de Sensibilidade do VaR | 44 |
| 3.9. Teste de Estresse | 45 |
| 3.10. Limitações do Método..... | 48 |
| 4. Resultados e Análises | 50 |
| 4.1. Propriedades Estatísticas dos Retornos e Medidas de Risco..... | 51 |
| 4.2. Backtesting: Teste de Kupiec | 53 |
| 4.3. Teste de Sensibilidade do VaR..... | 55 |
| 4.4. Teste de Estresse | 57 |
| 5. Considerações Finais | 61 |

| | |
|---|-----------|
| Referências Bibliográficas | 66 |
|---|-----------|

Lista de Tabelas

| | |
|-------------------------------------|----|
| Tabela 1: Sensibilidade do VaR..... | 52 |
|-------------------------------------|----|

Lista de Gráficos

| | |
|---|----|
| Gráfico 1: Cotações e Retornos da Carteira..... | 48 |
| Gráfico 2: Volatilidade da Carteira..... | 51 |

Lista de Siglas e Abreviaturas

ANBIMA — Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais

APT — Arbitrage Pricing Theory

ARCH — Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

BCBS — Basel Committee on Banking Supervision

CAPM — Capital Asset Pricing Model

CRA — Certificado de Recebíveis do Agronegócio

CRI — Certificado de Recebíveis Imobiliários

DU — Dias Úteis

EGARCH — Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

ES — Expected Shortfall

ETTJ — Estrutura a Termo das Taxas de Juros

EWMA — Exponentially Weighted Moving Average

FCD — Fluxo de Caixa Descontado

GARCH — Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity

GJR-GARCH — Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH

IPCA — Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo

LR – Likelihood Ratio (Razão de Verossimilhança)

PIB — Produto Interno Bruto

PU — Preço Unitário

VaR — Value at Risk

1. O Problema

1.1. Introdução

O mercado de capitais desempenha papel central no desenvolvimento econômico ao viabilizar a intermediação entre poupança e investimento produtivo, favorecendo a formação de capital e a alocação eficiente de recursos. Nesse sentido, Assaf Neto (2021) ressalta que seu desenvolvimento reduz a dependência do setor produtivo em relação à intermediação bancária tradicional e amplia a diversidade e a maturidade dos instrumentos de financiamento disponíveis aos agentes econômicos.

A associação entre desenvolvimento financeiro e crescimento econômico é amplamente documentada na literatura. Economias mais desenvolvidas apresentam, de forma consistente, mercados de capitais mais diversificados e com maior participação no financiamento produtivo, o que sugere que a sofisticação dos mecanismos de financiamento de longo prazo constitui tanto reflexo quanto condição do crescimento sustentável (Levine, 1997). Dados do Banco Mundial indicam diferenças significativas na profundidade dos mercados acionários entre países. Ao final de 2024, a capitalização de mercado das companhias listadas correspondia a aproximadamente 213% do PIB nos Estados Unidos, 153% no Japão e 89% no Reino Unido (WORLD BANK, 2024). Esses indicadores evidenciam o potencial ainda existente para o aprofundamento do mercado de capitais doméstico e ajudam a compreender o processo recente de expansão, particularmente no segmento de renda fixa.

Segundo dados do ranking de gestores de Fundos de Investimentos divulgados pela ANBIMA (2025) — Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais —, o volume de ativos sob gestão no mercado de capitais brasileiro alcançou aproximadamente R\$ 10,76 trilhões em 31 de dezembro de 2025, dos quais cerca de R\$ 4,36 trilhões, ou aproximadamente 41%, estavam aplicados em produtos de renda fixa.

Essa expressiva participação reflete um processo estrutural de expansão do crédito privado como classe de ativos, impulsionado pela ampliação do número e da diversidade de emissores corporativos e pela maior sofisticação dos instrumentos de dívida — tendência já identificada por Giambiagi e Além (2010) ao analisarem o papel crescente dos instrumentos de dívida privada no financiamento das empresas brasileiras. A expansão dos títulos incentivados — notadamente as debêntures de infraestrutura e os Certificados de Recebíveis Imobiliários e do Agronegócio (CRIs e CRAs), beneficiados pela isenção de imposto de renda instituída pela Lei nº 12.431/2011 para o financiamento de projetos de infraestrutura e do agronegócio — contribuiu adicionalmente para diversificar as emissões e aprofundar o mercado de crédito privado.

A maior heterogeneidade de estruturas, prazos e volumes de emissão que caracteriza esse novo ambiente elevou a complexidade das decisões de alocação de capital, exigindo metodologias de precificação e de avaliação de risco mais robustas. O recente ciclo de aperto monetário ilustra essa necessidade: a elevação expressiva da taxa Selic entre 2021 e 2023, acompanhada por deslocamentos relevantes das curvas de juros, evidenciou a sensibilidade dos preços de mercado a choques macroeconômicos e a consequente volatilidade dos preços. Observou-se, nesse período, uma deterioração acentuada nos preços de mercado desses ativos, mesmo na ausência de alterações relevantes nos fundamentos de crédito das companhias emissoras.

Embora o crédito privado envolva riscos específicos de crédito e de liquidez, o valor de mercado das carteiras é fortemente condicionado pelas condições macroeconômicas e pelo comportamento da estrutura a termo das taxas de juros (ETTJ). Para o gestor de portfólio, compreender como variações na ETTJ se traduzem em oscilações de preço decorrentes da marcação a mercado dos ativos é condição necessária para o desenho de políticas de alocação e para o estabelecimento de limites de risco compatíveis com o perfil de cada investidor.

A literatura internacional consolidou o uso de métricas quantitativas para mensuração do risco de mercado — notadamente o Value at Risk

(VaR) e o Expected Shortfall (ES) —, que se tornaram referência nos marcos regulatórios de Basileia e foram reforçadas pelo *Fundamental Review of the Trading Book* (BCBS, 2016). Essas métricas vêm sendo adotadas como padrão na gestão de risco de instituições financeiras, em razão de sua capacidade de sintetizar, em termos probabilísticos, perdas potenciais sob condições adversas (Jorion, 2007). Contudo, a aplicação sistemática dessas abordagens a carteiras de crédito privado — em especial em mercados emergentes como o brasileiro — é relativamente menos desenvolvida. A literatura consultada concentra-se, em grande medida, em estudos sobre determinantes de spread, liquidez e precificação de debêntures, com destaque para Sheng e Saito (2005), Giacomoni e Sheng (2013), Silva (2022) e Lima (2021). Em paralelo, há trabalhos voltados à modelagem da estrutura a termo e à construção de curvas de juros para debêntures, como Araújo, Barbedo e Vicente (2013).

O presente estudo busca contribuir para preencher essa lacuna ao analisar o risco de mercado de uma carteira de crédito privado sob a ótica da gestão de investimentos. Propõe-se mensurar a sensibilidade do valor de mercado da carteira a variações na ETTJ — principal canal de transmissão do risco de mercado para ativos de renda fixa —, utilizando como referência os preços unitários (PUs) indicativos divulgados pela ANBIMA. A partir das séries de retornos diários, estima-se a volatilidade condicional e aplicam-se as métricas de VaR e ES para quantificar as variações potenciais do valor de mercado da carteira em condições normais de mercado.

Adicionalmente, conforme argumentam McNeil, Frey e Embrechts (2015), a mensuração do risco baseada exclusivamente em medidas de dispersão tende a subestimar a severidade das perdas em eventos extremos — precisamente os episódios de maior relevância para a gestão de portfólios. Por essa razão, o estudo incorpora um exercício de teste de estresse baseado em um choque exógeno na ETTJ, com o objetivo de complementar a análise probabilística com uma avaliação determinística da vulnerabilidade do portfólio a deslocamentos abruptos do ambiente macroeconômico.

1.2. Objetivo

O objetivo deste estudo é analisar o risco de mercado de uma carteira composta por títulos de crédito privado de companhias brasileiras, a partir dos preços unitários (PUs) indicativos divulgados pela ANBIMA, com foco na mensuração das potenciais variações do valor de mercado da carteira decorrentes de mudanças nas condições financeiras que afetam os ativos de renda fixa.

Para esse fim, o estudo constrói séries de retornos diários ajustadas pelos fluxos de caixa contratuais dos títulos e estima a volatilidade condicional por meio do método *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA), de modo a capturar a dinâmica temporal do risco. Com base nessas estimativas, são calculadas as métricas de Value at Risk (VaR) e Expected Shortfall (ES) em base diária, com quantis ajustados para desvios em relação à normalidade por meio da expansão assintótica de Cornish–Fisher. A adequação probabilística das estimativas de VaR é avaliada por meio do teste de cobertura incondicional proposto por Kupiec (1995), complementado por uma análise de sensibilidade que examina o efeito de diferentes calibrações do fator de decaimento adotado no método EWMA e do nível de significância do VaR sobre a frequência de violações.

Adicionalmente, o estudo incorpora um exercício de teste de estresse baseado em um choque exógeno na ETTJ, com o objetivo de avaliar a vulnerabilidade do valor de mercado da carteira a cenários adversos que extrapolam o comportamento histórico observado e de complementar a análise probabilística com uma perspectiva determinística das perdas potenciais.

1.3. Delimitação do Estudo

A literatura de renda fixa identifica um conjunto amplo de riscos a que os investidores podem estar expostos. Fabozzi (2015) observa que o

investimento em títulos de renda fixa envolve múltiplas fontes de risco, entre as quais se destacam os riscos de taxa de juros, reinvestimento, crédito, liquidez, inflação e, quando aplicável, câmbio. No caso de uma carteira de debêntures indexadas à inflação, denominadas em moeda doméstica e negociadas no mercado brasileiro, três dessas dimensões assumem particular relevância: o risco de crédito, associado à capacidade de pagamento do emissor; o risco de liquidez, relacionado à possibilidade de negociação em mercado secundário; e o risco de mercado, refletido na sensibilidade dos preços a variações nas taxas de juros e nos spreads exigidos pelos investidores.

O risco de crédito refere-se à possibilidade de o emissor não cumprir, total ou parcialmente, as obrigações contratuais assumidas. O risco de liquidez, por sua vez, está relacionado à capacidade de negociação do título no mercado secundário, isto é, à possibilidade de sua conversão em caixa com rapidez e sem descontos relevantes em relação ao seu valor econômico. Já o risco de mercado decorre das oscilações no valor dos títulos em resposta a mudanças nas condições de mercado, especialmente a variações na ETTJ e nos spreads de crédito exigidos pelos investidores. Assim, mesmo na ausência de deterioração da qualidade de crédito do emissor, elevações nas taxas de juros ou ampliações dos prêmios de risco requeridos pelo mercado podem acarretar reduções substanciais no valor de mercado dos ativos.

O presente estudo concentra-se na análise do risco de mercado de uma carteira composta por títulos de crédito privado emitidos por companhias brasileiras. A investigação volta-se para a variação potencial no valor de mercado da carteira decorrente de choques na ETTJ, principal canal de transmissão para os preços de ativos de renda fixa, sobretudo em períodos de maior instabilidade macroeconômica. O trabalho não se propõe a avaliar o risco de crédito individual dos emissores nem a mensurar a liquidez dos ativos individualmente considerados; o foco recai sobre a dimensão agregada da carteira e sobre como alterações nas condições de política monetária — e, por consequência, na ETTJ — influenciam os preços de mercado dos instrumentos de dívida corporativa.

A análise compreende o período de novembro de 2021 a dezembro de 2024, de forma a capturar diferentes regimes econômicos no Brasil, incluindo ciclos de expansão, contração e episódios de estresse. Esse recorte temporal assegura representatividade estatística, cobertura de diferentes condições de mercado e disponibilidade de séries de preços contínuas e consistentes, necessárias à estimação dos retornos e à construção dos cenários de estresse.

A amostra é composta por dez debêntures indexadas ao IPCA emitidas por companhias de grande porte, selecionadas com base em critérios de representatividade setorial, liquidez mínima no mercado secundário e continuidade na divulgação de preços indicativos pela ANBIMA. A carteira abrange os setores de energia elétrica, concessões rodoviárias, mineração, petróleo e gás e locação de veículos. Os critérios de seleção são detalhados na Subseção 3.3.

A principal variável macroeconômica associada ao risco analisado é a ETTJ, uma vez que suas variações afetam diretamente a precificação dos ativos de renda fixa. No presente estudo, a ETTJ não é modelada de forma estrutural nem decomposta explicitamente em fatores ao longo do tempo; seus efeitos são captados indiretamente por meio dos preços unitários indicativos das debêntures divulgados pela Anbima. A análise empírica baseia-se nos retornos diários extraídos desses preços, base para a estimação da volatilidade condicional e para a aplicação das métricas de Value at Risk (VaR) e Expected Shortfall (ES). Complementarmente, desenvolve-se um exercício de teste de estresse baseado em um choque exógeno na ETTJ, com o objetivo de avaliar o comportamento do valor de mercado da carteira em cenários adversos.

1.4. Relevância do Estudo

O mercado de crédito privado brasileiro passou, na última década, por um processo de expansão estrutural que elevou sua participação nas carteiras de renda fixa de investidores institucionais e individuais. Esse movimento foi favorecido pelo desenvolvimento do mercado secundário de

instrumentos de dívida corporativa, pela ampliação da base de emissores e pelo aprimoramento das referências de preços disponíveis ao mercado. A combinação desses fatores, somada à busca por retornos superiores aos oferecidos por ativos soberanos e bancários, ampliou de forma significativa a importância do crédito privado na composição das carteiras domésticas.

Nesse contexto, o risco de mercado associado a esses instrumentos assume papel central na gestão de portfólios, na medida em que variações na ETTJ afetam diretamente o valor presente dos fluxos de caixa futuros, gerando oscilações relevantes nos preços de mercado mesmo na ausência de alterações nos fundamentos de crédito dos emissores. Conforme destacado por Fabozzi (2015), mudanças na taxa de desconto aplicada aos fluxos futuros podem produzir variações expressivas na marcação a mercado, especialmente em ambientes de maior instabilidade macroeconômica.

O presente estudo parte dessa constatação para propor uma abordagem quantitativa voltada à mensuração do risco de mercado de uma carteira composta por títulos de crédito privado do mercado brasileiro. A metodologia adotada integra métricas consolidadas de mensuração de risco — Value at Risk (VaR) e Expected Shortfall (ES) — a um exercício de *stress testing* baseado em um choque exógeno na ETTJ, permitindo avaliar o comportamento do valor de mercado da carteira tanto em condições normais quanto em cenários extremos.

Embora a precificação individual de instrumentos de crédito privado seja prática amplamente difundida, a avaliação do risco agregado de carteiras ainda carece de abordagens sistemáticas adaptadas às especificidades do mercado doméstico. Ao empregar os preços unitários indicativos (PUs) divulgados pela ANBIMA como aproximação do valor de mercado, esta pesquisa fundamenta-se em uma base informacional amplamente utilizada pela indústria e procura reproduzir os critérios de marcação a mercado efetivamente adotados por gestores profissionais no Brasil.

A relevância do trabalho decorre, portanto, tanto de sua contribuição à literatura sobre risco de mercado em instrumentos de crédito privado, ao

aplicar métricas consolidadas de mensuração de risco a uma classe de ativos ainda pouco explorada sob a ótica de carteiras, quanto de sua utilidade aplicada para a gestão de investimentos, ao fornecer subsídios objetivos para o monitoramento do risco, a definição de limites de exposição e a avaliação da sensibilidade do portfólio a choques na ETTJ.

2. Referencial Teórico

Esta seção apresenta o referencial teórico que sustenta a análise desenvolvida neste trabalho, organizando de forma progressiva os principais conceitos envolvidos na mensuração do risco de mercado de uma carteira de crédito privado. Inicialmente, a subseção 2.1 revisita os fundamentos da teoria de risco e retorno em finanças, desde a formulação clássica do problema de seleção de carteiras até modelos que ampliam a noção de risco sistemático e tornam a gestão de investimentos mais eficiente. Em seguida, a subseção 2.2 desloca a análise para o universo da renda fixa, enfatizando a ETTJ como principal fator de risco de mercado e as medidas de sensibilidade que relacionam movimentos da curva à reprecificação dos títulos.

Na sequência, a subseção 2.3 discute os modelos de volatilidade, com ênfase na transição das medidas estáticas para abordagens de variância condicional, em especial os modelos ARCH/GARCH e o método EWMA. A subseção 2.4 examina o Value at Risk e o Expected Shortfall como principais métricas probabilísticas de mensuração do risco de mercado, discutindo seus pressupostos, propriedades e limitações. Por fim, as subseções 2.5 e 2.6 tratam, respectivamente, do teste de estresse e dos procedimentos de *backtesting*, evidenciando a complementaridade entre a avaliação do risco por medidas probabilísticas e cenários de estresse.

2.1. Modelos de Risco e Retorno em Finanças

O artigo seminal de Markowitz (1952) estabeleceu as bases formais da moderna teoria de finanças, ao formular o problema de seleção de portfólio como uma questão de alocação ótima de capital sob o critério média-variância. Ao demonstrar que o risco de uma carteira depende não apenas das variâncias individuais dos ativos, mas essencialmente das covariâncias entre seus retornos, o autor definiu o princípio da fronteira eficiente — o conjunto de carteiras que, para cada nível de risco, maximiza o retorno esperado ou, de forma equivalente, minimiza o risco dado um retorno esperado.

A formulação de Markowitz representou um avanço decisivo ao deslocar o foco da decisão de investimento do ativo individual para a carteira de investimentos de forma agregada. Embora os retornos esperados sejam tratados no modelo como parâmetros exógenos, sua contribuição permanece fundamental ao demonstrar que a relação entre risco e retorno deve ser analisada de forma conjunta e que a estrutura de correlação entre os ativos ocupa papel central na construção de portfólios eficientes.

Sharpe (1964) ampliou esse arcabouço ao introduzir uma teoria de equilíbrio para precificação de ativos, o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Enquanto em Markowitz (1952), os retornos esperados são parâmetros exógenos, no CAPM eles passam a ser determinados em equilíbrio, em função da exposição dos ativos ao risco sistemático de mercado. Nesse modelo, apenas o risco não diversificável é remunerado, de modo que o retorno esperado de um ativo é função linear de sua sensibilidade à carteira de mercado. A relevância do CAPM reside, portanto, em distinguir o risco total do risco sistemático e em vincular a remuneração esperada apenas à parcela de risco que não pode ser eliminada por diversificação.

A partir do CAPM, as modelos de avaliação de risco deslocaram-se progressivamente de modelos de fator único para especificações multifatoriais. Ross (1976), ao propor a *Arbitrage Pricing Theory* (APT),

generalizou a estrutura de precificação ao admitir múltiplos fatores de risco sistemático como determinantes dos retornos, sem impor hipóteses restritivas sobre a distribuição dos retornos ou sobre a existência de um portfólio de mercado plenamente eficiente.

A literatura sobre modelos fatoriais ampliou a compreensão do risco sistemático ao mostrar que a variação dos retornos não se esgota na exposição ao fator mercado. Fama e French (1993) demonstraram que, além do fator mercado, fatores associados a tamanho das companhias e seu valor de mercado explicam parcela relevante da variação dos retornos de ações, ao mesmo tempo em que incorporaram, em sua formulação, fatores relacionados ao prazo e ao risco de inadimplência no universo dos títulos de dívida.

Posteriormente, Fama e French (2015) expandiram esse arcabouço ao incluir fatores relacionados à rentabilidade operacional das firmas e ao seu padrão de investimentos em ativos. Em sentido mais amplo, esses desenvolvimentos consolidaram a ideia de que o risco sistemático é multifacetado e de que os retornos esperados refletem exposições diferenciadas a fatores comuns.

Apesar de sua elegância teórica, a implementação prática do modelo média-variância enfrenta dificuldades importantes, sobretudo pela elevada sensibilidade da solução ótima às estimativas de retorno esperado. Pequenas variações nesses parâmetros podem gerar alocações instáveis e frequentemente incompatíveis com a composição observada nos portfólios reais. Nesse contexto, Black e Litterman (1992) propõem uma abordagem alternativa. Em vez de derivar a carteira ótima a partir de estimativas subjetivas de retorno, os autores tomam a carteira de mercado como portfólio de equilíbrio e dela extraem os retornos implícitos que a tornariam ótima no contexto do modelo média-variância. A partir desse ponto, o investidor pode incorporar suas visões específicas, ponderadas pelo grau de confiança atribuído a cada uma. O modelo permite, assim, conferir maior estabilidade e realismo à aplicação prática da teoria de portfólios.

Mais recentemente, a literatura sobre precificação de ativos avançou no sentido de estender a lógica fatorial para além do mercado acionário, alcançando também o universo da renda fixa corporativa. Houweling e van Zundert (2017) mostram que estratégias baseadas nos fatores *size*, *low-risk*, *value* e *momentum* produzem alfas economicamente significativos no mercado de títulos corporativos, ao passo que Israel, Palhares e Richardson (2018) encontram evidência de que os fatores *carry*, *defensive*, *momentum* e *value* explicam parcela relevante das diferenças de retorno entre esses títulos. Greenwald, Lettau e Ludvigson (2023) complementam esses estudos ao introduzirem a noção de *default* sistemático como fator com poder preditivo para retornos futuros em ações e *bonds*, reforçando a ideia de que o risco em instrumentos de dívida não se resume à taxa livre de risco ou ao risco de mercado agregado.

Em conjunto, essas contribuições delineiam dois eixos complementares da teoria financeira moderna. De um lado, os modelos de precificação procuram identificar os fatores sistemáticos que influenciam os retornos esperados dos ativos. De outro, a teoria de portfólios fornece o arcabouço para a alocação eficiente de recursos sob incerteza. Embora o presente estudo não tenha por objetivo estimar retornos esperados nem resolver um problema de otimização de carteira, esse referencial permanece relevante por oferecer a base conceitual para compreender o risco de mercado como componente central da dinâmica de retornos dos ativos financeiros. Na subseção seguinte, essa discussão é deslocada para o contexto da renda fixa, no qual a estrutura a termo das taxas de juros assume papel central como fator sistemático de reprecificação.

2.2. Risco de mercado em Renda Fixa

Fabozzi (2013) ensina que a principal fonte de risco de mercado dos ativos de renda fixa decorre das variações na ETTJ, uma vez que mudanças na taxa de desconto dos títulos altera o valor presente dos seus fluxos de caixa. A relação entre movimentos da curva de juros e preços de

instrumentos de renda fixa constitui, assim, fundamento central para a mensuração do risco de mercado nessa classe de ativos.

Litterman e Scheinkman (1991), ao aplicarem Análise de Componentes Principais às séries históricas das taxas de juros por prazo de vencimento, demonstraram que praticamente toda a variação observada na ETTJ pode ser representada por três fatores fundamentais: nível, inclinação e curvatura. Movimentos no componente nível — caracterizados por deslocamentos paralelos da curva — respondem por cerca de 80% a 90% da variação total, enquanto inclinação e curvatura explicam quase todo o restante. À luz desses resultados, Tuckman e Serrat (2011) argumentam que a mensuração do risco de mercado em títulos de renda fixa parte necessariamente da avaliação da sensibilidade de seus preços a variações nesses fatores, sobretudo no nível.

O fato de que o fator nível responde pela maior parte das variações da curva de juros possui implicações diretas para a análise do risco de mercado em renda fixa. Variações na curva de juros tendem a produzir impactos relevantes no valor presente dos fluxos de caixa dos títulos, especialmente em instrumentos de prazo mais longo. Conseqüentemente, a exposição ao risco de mercado desses ativos não pode ser avaliada apenas pela taxa contratual do título, mas também pela sua sensibilidade a variações na ETTJ.

A sensibilidade do preço dos títulos às variações nas taxas de juros é tradicionalmente mensurada por meio de sua *duration* e convexidade, que correspondem, respectivamente, às derivadas de primeira e segunda ordem da relação entre preço e taxa de juros. Macaulay (1938) introduziu o conceito de *duration* como o prazo médio de recuperação econômica de um investimento, definido como a média ponderada dos prazos até o recebimento de cada fluxo de caixa, em que os pesos correspondem ao valor presente de cada pagamento como proporção do preço do título. A partir dessa formulação, deriva-se a *duration* modificada, que expressa a variação percentual aproximada do preço de um título para uma variação de 1 ponto percentual na taxa de juros.

A *duration* fornece uma aproximação linear da resposta do preço a pequenas variações na taxa de juros. À medida que os movimentos na ETTJ se tornam mais amplos, contudo, a natureza não linear dessa relação torna-se evidente, e a convexidade passa a desempenhar papel relevante ao capturar a curvatura da relação preço-taxa e corrigir a estimativa baseada na *duration*.

Embora *duration* e convexidade descrevam o impacto imediato de choques na ETTJ sobre o valor dos títulos, essas métricas não capturam a incerteza associada à evolução desses choques ao longo do tempo. Como enfatiza Jorion (2007), a gestão de risco requer não apenas compreender como fatores de mercado afetam os preços de forma instantânea, mas também quantificar a variabilidade dos retornos resultante das flutuações desses fatores. Essa variabilidade é sintetizada pela volatilidade dos retornos, elemento central para a construção das métricas de risco adotadas neste trabalho.

A literatura sobre renda fixa mostra que a estrutura a termo das taxas de juros constitui o principal canal de transmissão do risco de mercado para o valor dos títulos. *Duration* e convexidade oferecem medidas essenciais de sensibilidade, permitindo traduzir, em termos analíticos, o efeito das variações da curva sobre os preços. Ainda assim, essas métricas não esgotam a avaliação do risco de mercado de carteiras de renda fixa, sobretudo quando se trata de títulos de crédito privado, cujos preços refletem não apenas o comportamento da curva de juros, mas também alterações nos prêmios exigidos pelo mercado e nas condições de liquidez. Para a presente dissertação, essa observação é central, pois a mensuração do risco da carteira exige complementar a análise da sensibilidade dos preços à curva com instrumentos capazes de captar a dinâmica temporal dos retornos e de sua volatilidade. É precisamente esse ponto que será abordado na subseção seguinte.

2.3. Modelos de Volatilidade

Jorion (2007) observa que a volatilidade constitui a medida estatística central da incerteza associada aos retornos dos ativos, por expressar a amplitude de sua dispersão em torno da média ao longo do tempo. Essa capacidade de sintetizar a variabilidade dos retornos fundamenta sua utilização na avaliação do risco de mercado, na precificação de derivativos e na construção de métricas agregadas de risco de *portfolios* de investimentos, como o Value at Risk (VaR) e o Expected Shortfall (ES) (McNeil; Frey; Embrechts, 2015).

A evolução dos métodos de estimação da volatilidade partiu de medidas estáticas, baseadas na volatilidade histórica dos retornos calculada em janelas móveis, para abordagens que tratam a variância como grandeza dinâmica. Nesse contexto, Engle (1982) propôs o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), ao demonstrar que séries de retornos financeiros exibem variância não constante ao longo do tempo. Essa propriedade, conhecida como heterocedasticidade condicional, manifesta-se em períodos de relativa tranquilidade intercalados com episódios de elevada instabilidade, fenômeno frequentemente descrito como *volatility clustering*. A especificação ARCH formalizou a dependência da variância condicional em relação aos choques passados, permitindo que a estimação da volatilidade incorporasse de forma explícita a informação contida na magnitude recente dos retornos.

Bollerslev (1986) generalizou esse arcabouço ao propor o modelo GARCH (Generalized ARCH), no qual a variância condicional depende tanto de choques passados quanto de sua própria defasagem, capturando simultaneamente a resposta a inovações recentes e a persistência temporal da volatilidade. Na especificação GARCH (1,1), amplamente utilizada em aplicações empíricas, a variância condicional é modelada como função de um termo constante, do quadrado da inovação mais recente e da variância condicional do período anterior. Essa formulação introduz persistência e

reversão à média na dinâmica da volatilidade, distinguindo o GARCH de especificações mais simples.

O método EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), difundido pelo framework RiskMetrics do J.P. Morgan (J.P. Morgan; Reuters, 1996), pode ser interpretado como um caso particular restrito dessa especificação, no qual o termo constante é suprimido e os pesos atribuídos ao choque recente e à variância defasada somam exatamente um, eliminando a reversão à média de longo prazo. Ao atribuir pesos exponencialmente decrescentes às observações passadas por meio de um fator de decaimento (λ), o EWMA produz estimativas de volatilidade mais responsivas a movimentos recentes de mercado, mantendo ao mesmo tempo a simplicidade operacional necessária à implementação em sistemas de gestão de risco.

A volatilidade condicional estimada pelo método EWMA pode ser representada por:

$$\sigma_t^2 = \lambda \cdot \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) \cdot r_{t-1}^2 \quad (\text{eq. 1})$$

Em que:

σ_t^2 representa a variância condicional no tempo t;

σ_{t-1}^2 representa a variância condicional estimada no período anterior.

r_{t-1} representa o retorno observado no período anterior,

$\lambda \in (0,1)$ representa o parâmetro de decaimento exponencial;

Embora o GARCH(1,1) e o EWMA representem avanços importantes na modelagem da volatilidade condicional, ambos preservam uma estrutura simétrica de resposta aos choques. Em desdobramentos posteriores, a literatura passou a incorporar especificações assimétricas de volatilidade, como o EGARCH (NELSON, 1991) e o GJR-GARCH (GLOSTEN; JAGANNATHAN; RUNKLE, 1993), que permitem modelar respostas distintas da volatilidade a choques positivos e negativos.

A modelagem da volatilidade condicional constitui etapa central da mensuração do risco em diferentes classes de ativos. Nos títulos de renda fixa, sua importância decorre do fato de que oscilações na ETTJ promovem

reprecificações sucessivas dos fluxos de caixa futuros e, conseqüentemente, dos preços dos títulos. Por essa razão, modelos como o GARCH(1,1) e o EWMA tornaram-se amplamente utilizados na estimação da volatilidade dos retornos desses ativos, ao captarem persistência e resposta a choques recentes e, no caso do GARCH, também convergência a níveis de longo prazo (FABOZZI, 2015; TUCKMAN; SERRAT, 2011). Essa estimação constitui a base para a construção de medidas agregadas de risco, em especial o VaR e o ES, abordados na subseção seguinte.

2.4. Value at Risk e Expected Shortfall

O Value at Risk (VaR) consolidou-se, a partir da década de 1990, como uma das principais métricas de mensuração do risco de mercado em ativos financeiros, sobretudo após sua disseminação por meio do framework *RiskMetrics*, do J.P. Morgan, que padronizou a estimação de perdas potenciais de portfólios para horizontes temporais e níveis de confiança predeterminados (JORION, 2007). Sua adoção foi reforçada, posteriormente, pela incorporação aos requisitos regulatórios de capital do Comitê de Basileia, conferindo-lhe papel central nos processos de gestão de risco, controle prudencial e alocação de capital em instituições financeiras ao redor do mundo (MCNEIL; FREY; EMBRECHTS, 2015).

Conceitualmente, o VaR corresponde ao quantil da distribuição de perdas do portfólio associado a um determinado nível de significância α . Sua utilidade prática decorre da capacidade de condensar o risco em uma estatística única, facilmente comparável e passível de incorporação aos processos de monitoramento, definição de limites de risco e alocação de capital na gestão de investimentos.

A formulação do VaR pode seguir diferentes abordagens — paramétrica, simulação histórica ou simulação de Monte Carlo —, todas dependentes, em última instância, de uma hipótese explícita ou implícita sobre a distribuição dos retornos. Na formulação paramétrica mais usual, assumindo-se que os retornos condicionais seguem distribuição com média μ_t e desvio-padrão σ_t , o VaR diário pode ser representado por:

$$VaR_{\alpha,t} = -(\mu_t + z_{\alpha} \sigma_t) \text{ (eq. 2)}$$

em que:

$VaR_{\alpha,t}$ – Value at Risk ao nível de significância α no período t ;

$\mu_{\{t\}}$ representa a média condicional dos retornos;

$z_{\{\alpha\}}$ representa o quantil da distribuição padronizada correspondente ao nível de significância α ;

$\sigma_{\{t\}}$ representa desvio-padrão condicional (volatilidade) no período t

A adequação do VaR paramétrico, contudo, depende criticamente das propriedades empíricas da distribuição dos retornos. Como destacam McNeil, Frey e Embrechts (2015), séries financeiras raramente obedecem estritamente à hipótese de normalidade, apresentando com frequência assimetria e curtose em excesso. Nessas circunstâncias, quantis derivados diretamente da distribuição gaussiana tendem a subestimar a probabilidade e a magnitude de perdas extremas, precisamente porque a distribuição normal atribui peso insuficiente às caudas.

Com o objetivo de preservar o arcabouço paramétrico e, ao mesmo tempo, acomodar desvios em relação à normalidade, a expansão de Cornish–Fisher é frequentemente empregada para ajustar o quantil crítico da distribuição normal padrão com base em momentos de ordem superior da distribuição empírica. Conforme discutem Jorion (2007) e McNeil, Frey e Embrechts (2015), esse procedimento permite incorporar assimetria e curtose em excesso diretamente na estimação do quantil relevante para o VaR, ampliando a aderência da medida às propriedades observadas nos dados sem exigir a adoção de distribuições paramétricas mais complexas.

Formalmente, o quantil ajustado pela expansão de Cornish–Fisher pode ser expresso como:

$$z_{\alpha}^{CF} = z_{\alpha} + \frac{1}{6(z_{\alpha}^2 - 1)} \cdot s + \frac{1}{24(z_{\alpha}^3 - 3z_{\alpha})} \cdot k - \frac{1}{36(2z_{\alpha}^3 - 5z_{\alpha})} \cdot s^2 \text{ (eq. 3)}$$

em que:

$z_{\{\alpha\}}^{\{CF\}}$ denota o quantil ajustado pela expansão de Cornish–Fisher;

$z_{\{\alpha\}}$ denota quantil da distribuição normal padrão ao nível de significância α ;

s denota o coeficiente de assimetria da distribuição dos retornos e

k denota o excesso de curtose da distribuição dos retornos.

Assim, o VaR ajustado pela expansão de Cornish-Fischer é dado por:

$$VaR_{\{\alpha,t\}}^{\{CF\}} = -\left(\mu_{\{t\}} + z_{\{\alpha\}}^{\{CF\}} \cdot \sigma_{\{t\}}\right) \text{ (eq. 4)}$$

Em que:

$VaR_{\{\alpha,t\}}^{\{CF\}}$ – Value at Risk ajustado por Cornish–Fisher ao nível de significância α no período t .

$\mu_{\{t\}}$ – média condicional dos retornos no período t ;

$z_{\{\alpha\}}^{\{CF\}}$ – quantil ajustado pela expansão de Cornish–Fisher;

$\sigma_{\{t\}}$ – volatilidade condicional no período t .

A relevância desse tipo de ajuste decorre do fato de que a não normalidade afeta exatamente a região da distribuição que interessa à mensuração do risco. Em distribuições assimétricas e leptocúrticas, o quantil gaussiano deixa de ser referência adequada para perdas extremas, tornando desejável a correção do limiar de risco por meio de informações empíricas adicionais sobre a forma da distribuição.

Apesar de sua ampla utilização, o VaR apresenta limitações estruturais que persistem mesmo quando extensões paramétricas são empregadas para acomodar desvios em relação à normalidade. Ainda que a expansão de Cornish–Fisher permita incorporar ajustes associados à assimetria e à curtose em excesso na estimação do quantil, o VaR permanece uma medida baseada em um único ponto da distribuição, não fornecendo informações acerca da severidade das perdas condicionais à sua violação. Essa característica restringe sua capacidade de capturar

integralmente o risco associado à região de cauda, especialmente em contextos nos quais perdas extremas apresentam elevada variabilidade (Jorion, 2007).

Além disso, o VaR não satisfaz, em geral, os axiomas de coerência propostos por Artzner et al. (1999), em particular a propriedade de subaditividade. Em determinadas circunstâncias, a medida pode atribuir risco maior a uma carteira diversificada do que à soma dos riscos individuais de seus componentes, contrariando o princípio econômico da diversificação.

É nesse contexto que o Expected Shortfall (ES) emerge como extensão natural das medidas baseadas em quantis. Formalizado por Acerbi e Tasche (2002), o ES é definido como a perda média condicional nos cenários em que se excede o VaR ao nível de significância α , e expresso por:

$$ES_{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha} VaR_{\alpha} du \quad (\text{eq. 5})$$

em que:

$ES_{\{\alpha\}}$ – Expected Shortfall ao nível de significância α ;

α – nível de significância

$VaR_{\{\alpha\}}$ – Value at Risk ao nível de significância u ;

L variável de perda do portfolio

Ao incorporar explicitamente a média das perdas na região de cauda, o ES complementa o VaR e fornece informação adicional sobre a severidade esperada dos eventos extremos. A superioridade teórica do ES em relação ao VaR decorre, sobretudo, do fato de satisfazer integralmente os axiomas de coerência estabelecidos por Artzner et al. (1999), incluindo a subaditividade, preservando as propriedades da diversificação, mesmo em contextos de perdas extremas. Por essa razão, o ES passou a ocupar posição crescente na literatura acadêmica e nos marcos regulatórios mais recentes de risco de mercado.

Ainda assim, o ES não elimina por completo o problema de especificação distributiva. Assim como o VaR, ele depende da distribuição

assumida para os retornos ou, ao menos, da forma pela qual a cauda da distribuição é aproximada. Em versões paramétricas baseadas em ajustes de Cornish–Fisher, por exemplo, corrige-se o quantil que delimita essa região, mas a caracterização da perda média condicional continua dependendo da densidade adotada para integrá-la.

Boudt, Peterson e Croux (2008) exploram precisamente esse ponto ao propor o *Modified Expected Shortfall*, que estende a lógica do *Modified VaR* ao incorporar assimetria e curtose em excesso não apenas no quantil, mas também na forma da distribuição utilizada para calcular a perda média condicional. A proposta dos autores reforça que a mensuração adequada do risco de cauda exige atenção não apenas ao ponto de corte da distribuição, mas também à forma funcional da região além desse limiar.

Conforme argumentam McNeil, Frey e Embrechts (2015), tanto o VaR quanto o ES permanecem dependentes da distribuição estimada dos retornos e, portanto, da capacidade do comportamento histórico em servir como aproximação válida para o comportamento futuro das perdas. Em contextos de ruptura ou de reprecificação abrupta dos fatores de mercado, essa premissa tende a se enfraquecer. Essa limitação justifica a incorporação de exercícios complementares capazes de avaliar diretamente a vulnerabilidade da carteira a choques severos — tema da subseção seguinte.

Em conjunto, VaR e Expected Shortfall constituem instrumentos centrais da mensuração contemporânea de risco, mas suas limitações indicam que a avaliação de perdas potenciais não deve depender exclusivamente de métricas probabilísticas derivadas da distribuição histórica dos retornos. Como observam McNeil, Frey e Embrechts (2015), ambas as medidas permanecem condicionadas à especificação da distribuição adotada e, portanto, à capacidade do comportamento histórico em servir como aproximação válida para o comportamento futuro das perdas. A literatura mais recente acrescenta que, embora o Expected Shortfall represente avanço conceitual em relação ao VaR por captar diretamente a severidade média das perdas de cauda, sua validação empírica também impõe desafios próprios, sobretudo no que se refere ao

backtesting e à sensibilidade à modelagem utilizada. Em contextos de ruptura ou de reprecificação abrupta dos fatores de mercado, essas limitações tornam-se particularmente relevantes. Para carteiras de renda fixa corporativa, isso significa que a mensuração do risco não pode depender exclusivamente de métricas probabilísticas baseadas na distribuição histórica dos retornos. Essa limitação justifica a incorporação de exercícios complementares capazes de avaliar diretamente a vulnerabilidade da carteira a choques severos, tema da subseção seguinte.

2.5. Teste de Estresse

A utilização de métricas probabilísticas de risco, como o VaR e o ES, pressupõe que os parâmetros e quantis estimados a partir dos dados históricos constituam uma aproximação adequada da distribuição futura das perdas, ao menos no horizonte de análise considerado. Essa hipótese depende, implicitamente, de certo grau de estabilidade estatística nos retornos e da ausência de quebras estruturais relevantes nos principais fatores de risco ao longo do tempo.

Em períodos de maior instabilidade nos mercados financeiros, contudo, reprecificações abruptas da ETTJ, aberturas súbitas de spreads de crédito, alterações nas correlações historicamente observadas ou contrações de liquidez podem modificar de forma significativa os mecanismos de formação de preços. Nessas circunstâncias, a extrapolação direta do comportamento passado torna-se limitada como instrumento de avaliação do risco prospectivo, sobretudo quando o interesse recai sobre cenários de perdas severas.

Nesse contexto, os testes de estresse baseados em cenários determinísticos constituem complemento natural às métricas probabilísticas de risco, ao deslocarem o foco da frequência esperada das perdas para a magnitude potencial das reprecificações adversas. Essa distinção é central para a compreensão do arcabouço analítico adotado neste trabalho.

Enquanto o VaR e o ES operam no domínio da distribuição histórica dos retornos e quantificam perdas prováveis para um dado nível de confiança, o teste de estresse avalia diretamente a sensibilidade econômica do valor da carteira a um choque exógeno específico, sem atribuir probabilidade ao cenário considerado.

A literatura de gestão de risco enfatiza essa complementaridade entre medidas probabilísticas e exercícios de cenário. Jorion (2007) observa que métricas como o VaR descrevem adequadamente a exposição da carteira dentro da dinâmica histórica observada, mas não esgotam a análise da vulnerabilidade em ambientes de ruptura. Em sentido convergente, Berkowitz (2000) destaca que os testes de estresse cumprem papel essencial ao permitir a avaliação de perdas em configurações de mercado que não encontram representação suficiente na amostra histórica, mas que permanecem economicamente plausíveis e potencialmente relevantes para a gestão do risco.

Esse entendimento foi posteriormente incorporado à própria regulação prudencial. Na esteira da crise financeira global de 2007-2008, o Comitê de Basileia reforçou a importância de que instituições financeiras integrem exercícios de estresse aos seus processos de gestão de risco, justamente para avaliar a resiliência de portfólios diante de cenários severos de baixa probabilidade. A lógica subjacente é que o risco economicamente relevante não se limita à dispersão ordinária dos retornos, mas inclui também a exposição a reprecificações abruptas dos fatores de mercado que sustentam o valor dos ativos.

No caso de carteiras compostas por títulos de renda fixa indexados à inflação, cuja sensibilidade ao nível da ETTJ reais constitui o principal vetor de risco de mercado, a análise de sensibilidade baseada em um choque paralelo na curva representa instrumento particularmente informativo. Ao avaliar diretamente o impacto de uma reprecificação exógena das taxas reais sobre o valor presente dos fluxos de caixa, esse tipo de exercício permite mensurar a vulnerabilidade estrutural da carteira a movimentos adversos da curva, complementando a informação fornecida por VaR e Expected Shortfall.

Assim, o teste de estresse não substitui as métricas probabilísticas de risco, mas as complementa ao ampliar o escopo da análise. Enquanto VaR e Expected Shortfall sintetizam perdas potenciais compatíveis com a distribuição histórica observada dos retornos, o teste de estresse examina a magnitude das perdas em cenários severos, porém plausíveis, sem depender da frequência com que esses eventos tenham ocorrido na amostra. Para a presente dissertação, essa distinção é central, pois permite confrontar duas dimensões distintas do risco de mercado: de um lado, o risco estatístico inferido do comportamento histórico dos retornos; de outro, a vulnerabilidade econômica da carteira diante de uma reprecificação abrupta da estrutura a termo das taxas reais de juros. É precisamente dessa comparação que emerge uma das contribuições centrais do estudo.

2.6. *BackTesting* de Medidas de Risco

A utilização de medidas de risco baseadas em distribuições probabilísticas, como o VaR e o ES, impõe a necessidade de procedimentos formais de validação empírica. Ainda que tais métricas sejam teoricamente bem definidas, sua utilidade prática depende da capacidade de produzir estimativas coerentes com o comportamento efetivamente observado das perdas ao longo do tempo. A mensuração do risco, portanto, não se encerra na especificação do modelo, exige também a verificação empírica de sua aderência aos dados.

Nesse contexto, o *backtesting* constitui o principal arcabouço metodológico para a avaliação *ex post* do desempenho de modelos de risco. Conforme discutem McNeil, Frey e Embrechts (2015), o *backtesting* consiste em confrontar as previsões de risco geradas por um modelo — tipicamente expressas em termos de quantis ou medidas de cauda — com os retornos efetivamente observados em uma amostra histórica. Seu objetivo não é testar a veracidade do modelo estrutural subjacente, mas verificar se as propriedades probabilísticas declaradas pela medida de risco são compatíveis com o comportamento empírico dos dados.

No caso de medidas baseadas em quantis, como o VaR, a validação empírica concentra-se na análise das violações, entendidas como os casos em que a perda realizada excede o limite previsto pelo modelo. Um modelo adequadamente calibrado deve produzir, ao longo do tempo, frequência de violações compatível com o nível de significância nominal adotado. Assim, para um VaR estimado ao nível de 5%, espera-se que aproximadamente 5% das observações excedam o limiar estimado, admitindo-se que o modelo esteja corretamente especificado.

Essa dimensão é formalizada pelo teste de cobertura incondicional proposto por Kupiec (1995). O teste avalia se a proporção observada de violações ao VaR é estatisticamente compatível com a probabilidade teórica de ocorrência dessas violações, assumindo que elas podem ser tratadas como eventos binários, independentes ao longo do tempo e com probabilidade constante igual a α . Sob essa hipótese, o número total de excessos observados em uma amostra com T períodos segue uma distribuição binomial, permitindo a construção de uma estatística de razão de verossimilhança que compara a plausibilidade dos dados sob a taxa teórica de violações com aquela associada à frequência empiricamente observada.

A estatística do teste é construída a partir do número de violações N , do tamanho da amostra T , do nível de significância α e da frequência empírica de violações $\hat{p} = N/T$ e é dada por:

$$LR_{uc} = -2 \ln \left(\frac{\alpha^N (1-\alpha)^{T-N}}{\hat{p}^N (1-\hat{p})^{T-N}} \right) \text{ (eq. 6)}$$

em que:

$LR_{\{uc\}}$ – estatística de razão de verossimilhança do teste de cobertura incondicional;

α^N – probabilidade teórica de violação elevada ao número de violações observadas;

$(1 - \alpha)^{T-N}$ – probabilidade teórica de não violação elevada ao número de observações sem violação;

\hat{p}^N – frequência empírica de violações elevada ao número de violações observadas

$(1 - \hat{p})^{T-N}$ – frequência empírica de não violação elevada ao número de observações sem violação;

N – número de violações observadas;

T – número total de observações.

Sob a hipótese nula de cobertura correta, essa estatística possui distribuição assintótica qui-quadrado com um grau de liberdade. A rejeição da hipótese nula indica que a frequência observada de violações não é estatisticamente compatível com a frequência nominal implícita no VaR.

Embora o teste de Kupiec constitua referência clássica na literatura de *backtesting*, sua aplicação apresenta limitações reconhecidas. A mais importante delas decorre do fato de que o teste avalia apenas a frequência média das violações, sem considerar sua distribuição temporal. Em séries financeiras caracterizadas por heterocedasticidade condicional e *volatility clustering*, é possível que um modelo apresente número total de violações compatível com o nível nominal e, ainda assim, concentre seus erros em períodos de maior estresse. Nessa situação, a cobertura incondicional pode parecer adequada, embora a dinâmica do risco não esteja sendo corretamente capturada.

Foi precisamente para tratar dessa limitação que Christoffersen (1998) propôs o teste de cobertura condicional, que combina a avaliação da frequência das violações com a análise de sua independência temporal. A contribuição desse teste reside em reconhecer que, em modelos de risco dinâmicos, não basta verificar se o número total de excessos está correto; é necessário também examinar se tais excessos ocorrem de forma independente ao longo do tempo, e não em blocos associados a má especificação da volatilidade condicional.

A literatura também destaca limitações associadas ao poder estatístico dos testes de *backtesting* em amostras de tamanho moderado. Campbell (2006) observa que, em aplicações típicas de risco financeiro, o número esperado de violações pode ser reduzido, sobretudo em níveis de

significância mais extremos, o que pode limitar o poder estatístico dos testes de backtesting para distinguir entre modelos adequados e inadequados. Christoffersen e Pelletier (2004), ao proporem testes baseados na duração entre violações, reforçam esse ponto ao mostrar que métodos tradicionais, incluindo o teste de Kupiec, podem apresentar baixo poder discriminatório em amostras realistas.

As limitações do *backtesting*, contudo, não decorrem apenas do baixo número esperado de violações em amostras finitas, mas também da sensibilidade do próprio VaR à especificação adotada. Manganelli e Engle (2001) destacam a importância de se testar sensibilidade do VaR à especificação do modelo de volatilidade e ao nível de significância adotado na mensuração do risco. Os autores argumentam que diferentes metodologias de VaR se apoiam em hipóteses distintas e, por isso, tendem a produzir previsões diferentes de risco, enquanto Pritsker (1997) e Kuester, Mittnik e Paoletta (2006) evidenciam que a escolha do método e de seus parâmetros pode alterar materialmente os resultados obtidos e sua aderência empírica. Nesse sentido, a análise de sensibilidade da medida a parâmetros como o fator de decaimento da volatilidade condicional medida pelo método EWMA e o nível de significância adotado constitui desdobramento natural do processo de avaliação do VaR, ao permitir examinar a estabilidade de seus resultados diante de escolhas metodológicas plausíveis.

Dessa forma, o *backtesting* baseado na cobertura incondicional deve ser interpretado como condição necessária, mas não suficiente, para a validação empírica do VaR. Sua aplicação permite avaliar a consistência probabilística global da medida, mas não substitui análises voltadas à dependência temporal das violações nem à severidade das perdas extremas. Essa limitação reforça a importância de combinar métricas probabilísticas, testes de cobertura e exercícios de estresse na avaliação abrangente do risco de mercado.

3. Metodologia

3.1. Tipo de Pesquisa

Esta pesquisa tem seu foco de interesse na análise do risco de mercado de uma carteira composto por títulos de crédito privado, com base em medidas probabilísticas e ferramentas complementares de validação empírica. Trata-se de um estudo quantitativo na medida em que se baseia em dados numéricos observáveis de mercado e em procedimentos formais de tratamento estatístico para mensurar o comportamento dos retornos e do risco da carteira analisada, em linha com a classificação metodológica proposta por Gil (2019) e Creswell (2014). A pesquisa é aplicada, uma vez que utiliza instrumentos consolidados da literatura de finanças para enfrentar um problema concreto de gestão de investimentos: a mensuração do risco de mercado de uma carteira de crédito privado no contexto brasileiro. Operacionalmente, o estudo utiliza séries históricas diárias de preços unitários indicativos e taxas indicativas divulgados pela ANBIMA, a partir das quais são construídos os retornos dos ativos e da carteira, estimadas medidas de volatilidade e de risco e realizado um exercício de teste de estresse.

Ainda conforme Gil (2019) e Creswell (2014), quanto aos objetivos, o estudo possui caráter predominantemente analítico, baseado em mensuração e análise estruturada de dados, na medida em que utiliza modelos formais de volatilidade condicional e métricas de risco para examinar a adequação do VaR e do ES como instrumentos de mensuração do risco de mercado. A caracterização da distribuição dos retornos e da dinâmica temporal da volatilidade exerce, nesse contexto, função descritiva de natureza instrumental, necessária para fundamentar as escolhas de modelagem adotadas nas etapas subsequentes. A estrutura analítica da pesquisa combina uma vertente empírica baseada em dados históricos —

que abrange a estimação da volatilidade condicional, o cálculo das métricas de risco, o backtesting e a análise de sensibilidade do modelo — com uma vertente determinística, representada pelo teste de estresse baseado em um cenário hipotético de choque exógeno na estrutura a termo das taxas reais de juros.

3.2. Descrição dos instrumentos e dos processos de coleta de dados

A base de dados utilizada neste estudo é composta por Preços Unitários (PUs) divulgados pela ANBIMA para títulos de crédito privado negociados no mercado brasileiro. Esses preços correspondem a estimativas do valor de mercado dos ativos, obtidas a partir de contribuições de instituições participantes, e são amplamente utilizados como referência para fins de marcação a mercado.

Foram coletadas as respectivas taxas indicativas divulgadas pela ANBIMA, que correspondem ao *yield* implícito capaz de igualar o valor presente dos fluxos contratuais de cada título ao seu PU em cada data. Essas taxas refletem as condições de mercado – incorporando componentes de taxas de juros, prêmio de crédito e liquidez – e constituem referência amplamente empregada pelos agentes de mercado para fins de avaliação, mensuração de risco e análise de sensibilidade de carteiras de crédito privado.

A coleta dos dados abrangeu o período compreendido entre novembro de 2021 e dezembro de 2024, com frequência diária, permitindo a observação contínua da dinâmica de preços, retornos e volatilidade ao longo de diferentes regimes de mercado. Para além dos PUs indicativos, foram coletadas informações contratuais dos títulos, incluindo características de remuneração, datas de pagamento de cupons, cronogramas de amortização e vencimentos finais, elementos indispensáveis para a correta mensuração do valor econômico dos ativos.

O processo de coleta envolveu a extração das séries históricas disponibilizadas pela ANBIMA, seguida da organização e consolidação dos dados em uma base estruturada de séries temporais. Essa base foi

construída de modo a permitir a atualização diária do valor econômico de cada título e da carteira como um todo, assegurando consistência temporal e comparabilidade entre os períodos analisados.

3.3. População e Amostra

A população de interesse do estudo compreende títulos de crédito privado negociados no mercado brasileiro, avaliados em uma estratégia de manutenção até o vencimento (*buy and hold*). O foco da análise recai sobre o risco de mercado desses instrumentos, cuja avaliação econômica é intrinsecamente afetada por variações na ETTJ e pela dinâmica da volatilidade, independentemente de alterações nos fundamentos de crédito dos emissores.

A carteira analisada foi construída a partir de critérios voltados à relevância econômica dos emissores, à comparabilidade dos títulos em termos de regime de remuneração e à viabilidade empírica da mensuração do risco em base diária.

A seleção foi então restrita a títulos indexados ao IPCA, de modo a assegurar homogeneidade quanto ao regime de indexação e à exposição predominante à estrutura a termo das taxas reais de juros, evitando a combinação de instrumentos submetidos a dinâmicas distintas de remuneração e precificação.

Com base nesses critérios, definiu-se uma carteira final composta por dez debêntures. A redução em relação ao universo inicial decorre de uma escolha metodológica deliberada, voltada à construção de uma carteira analiticamente tratável e adequada à investigação da dinâmica agregada do risco de mercado, sem recorrer, a priori, a modelos de otimização ou a hipóteses restritivas sobre diversificação eficiente. Os ativos foram ponderados igualmente, mantendo-se essa estrutura ao longo de todo o período de análise. A Tabela 1 apresenta os títulos selecionados.

Tabela 1: Lista de ativos da carteira analisada

| ATIVO | COMPANHIA | SETOR DE ATUAÇÃO |
|--------|-----------------------|------------------------|
| ALGAB1 | ALGAR TELECOM | TI E TELECOMUNICAÇÕES |
| CCROA5 | MOTIVA INFRAESTRUTURA | TRANSPORTE E LOGÍSTICA |
| CMDT33 | CEMIG DISTRIBUIDORA | ENERGIA ELÉTRICA |
| CMIN11 | CSN MINERAÇÃO | MINERAÇÃO |
| EGIE17 | ENGIE BRASIL | ENERGIA ELÉTRICA |
| EGVG21 | ENEL | ENERGIA ELÉTRICA |
| ERDV38 | ECORODOVIAS | TRANSPORTE E LOGÍSTICA |
| LCAMD1 | LOCALIZA | LOCAÇÃO DE VEÍCULOS |
| PETR16 | PETROBRÁS | PETRÓLEO E GÁS |
| TIET18 | AUREN OPERAÇÕES | ENERGIA ELÉTRICA |

3.4. Construção dos Retornos e Tratamento dos Dados

Os retornos dos ativos que compõem a carteira analisada foram construídos a partir dos preços unitários indicativos divulgados diariamente pela ANBIMA, previamente ajustados pelos fluxos de caixa contratuais associados a cada título, tais como cupons de juros e amortizações de principal. Esse procedimento assegura que as variações observadas reflitam adequadamente a evolução econômica do investimento ao longo do tempo, evitando distorções associadas à ocorrência de proventos em datas específicas.

Os retornos foram calculados na forma logarítmica. Para um título i , o retorno no período t é definido como:

$$r_{i,t} = \ln \left(\frac{PU_{i,t} + CF_{i,t}}{PU_{i,t-1}} \right) \text{ (eq. 7)}$$

em que:

$r_{i,t}$ – retorno logarítmico do título i no período t ;

$PU_{i,t}$ – preço unitário indicativo do título i na data t ;

$CF_{i,t}$ – fluxos de caixa pagos pelo título i na data t (cupons de juros e amortizações);

$PU_{i,t-1}$ – preço unitário indicativo do título i na data $t-1$.

A utilização de retornos logarítmicos permite tratar variações de preço de forma aditiva ao longo do tempo e apresenta propriedades estatísticas convenientes para a modelagem empírica, sem prejuízo interpretativo no contexto de variações diárias de pequena magnitude.

A partir das séries de retornos individuais, foi construída a série de retornos da carteira por meio da agregação linear dos retornos dos títulos sob ponderação uniforme. Considerando uma carteira composta por N ativos, o retorno diário da carteira no período t é dado por:

$$r_{p,t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_{i,t} \quad (\text{eq. 8});$$

em que:

$r_{p,t}$ – retorno diário da carteira no período t .

N – número de ativos na carteira;

$r_{i,t}$ – retorno logarítmico do título i no período t , conforme Equação (7)

A adoção de pesos iguais permite abstrair efeitos decorrentes de concentrações específicas de exposição, concentrando a análise na dinâmica agregada de risco associada às flutuações de mercado dos ativos selecionados.

Do ponto de vista formal, o retorno logarítmico da carteira poderia ser obtido a partir da agregação prévia dos retornos simples. Contudo, para retornos diários de pequena magnitude, a diferença entre a agregação de retornos simples seguida de transformação logarítmica e a agregação direta de log-retornos é de segunda ordem e numericamente irrelevante e para os resultados obtidos.

A série de retornos diários da carteira, construída conforme descrito nesta subseção, constituiu a variável de entrada para a modelagem da volatilidade condicional apresentada na Seção 3.5. A partir desses retornos, procedeu-se à estimação da variância condicional ao longo do tempo por meio do método *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA), com fator de decaimento de 0,95, conforme detalhado a seguir.

3.5. Modelagem da Volatilidade Condicional

A modelagem da volatilidade condicional constitui etapa central da análise empírica desenvolvida no presente estudo, uma vez que as medidas de risco adotadas — VaR e ES — dependem diretamente de estimativas condicionais e dinâmicas da volatilidade dos retornos ao longo do tempo.

No presente estudo, a volatilidade condicional foi estimada por meio do método EWMA. A inicialização do processo recursivo foi realizada a partir da variância estimada pelo método de simulação histórica, com base em uma janela móvel de 63 dias úteis. Essa escolha fornece uma condição inicial consistente com a variabilidade observada nos retornos e assegura a convergência adequada da volatilidade condicional estimada ao longo do tempo.

O fator de decaimento (λ) igual a 0,95 foi definido *ex ante* e mantido constante ao longo de toda a amostra. Esse valor situa-se no intervalo usualmente empregado em estudos empíricos de gestão de risco e permite capturar a persistência observada na volatilidade dos retornos, ao mesmo tempo em que preserva sensibilidade a choques recentes.

3.6. Medidas de Risco: Value at Risk e Expected Shortfall

A mensuração do risco de mercado da carteira foi realizada por meio das métricas VaR e ES, ambas calculadas em base diária e condicionadas à volatilidade estimada pelo método EWMA, conforme descrito na Seção 3.5. Essas medidas foram utilizadas com o objetivo de quantificar o risco de perdas extremas associado à dinâmica temporal dos retornos da carteira.

A análise da estatística descritiva da amostra evidenciou que os retornos da carteira apresentam excesso de curtose e leve assimetria, caracterizando desvios relevantes em relação à hipótese de normalidade.

Diante dessas evidências empíricas, o VaR foi estimado por meio da expansão assintótica de Cornish–Fisher. Formalmente, o VaR diário da carteira, ao nível de significância α , foi definido como:

$$VaR_{\alpha,t} = -(\mu_t + z_{\alpha}^{CF} \cdot \sigma_t) \text{ (eq. 9)}$$

em que:

$VaR_{\alpha,t}$ – Value at Risk da carteira ao nível de significância α no período t ;

μ_t – média condicional dos retornos no período t (adotou-se $\mu_t = 0$);

z_{α}^{CF} – quantil ajustado pela expansão de Cornish–Fisher

σ_t – volatilidade condicional estimada pelo método EWMA no período t .

Considerando que a média condicional dos retornos diários apresentou magnitude desprezível em relação à volatilidade ao longo da amostra, conforme verificado empiricamente, adotou-se $\mu_t = 0$ na estimação do VaR, de modo que a medida passou a depender exclusivamente da volatilidade condicional estimada e do quantil ajustado. O Expected Shortfall (ES) foi adotado como medida complementar ao VaR, com o objetivo de quantificar a severidade esperada das perdas nos cenários em que o limiar do VaR é ultrapassado, e foi calculado conforme abaixo e, em consonância com a estimação do VaR, adotou-se média condicional igual a zero.

$$ES_{\alpha,t} = -\mu_t + \sigma_t \cdot \frac{\phi(z_{\alpha}^{CF})}{\alpha} \text{ (eq. 10)}$$

em que:

$ES_{\alpha,t}$ – Expected Shortfall da carteira ao nível de significância α no período t ;

μ_t – média condicional dos retornos no período t (adotou-se $\mu_t = 0$);

σ_t – volatilidade condicional estimada pelo método EWMA no período t .

$\phi(\cdot)$ - função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão

z_{α}^{CF} – quantil ajustado pela expansão de Cornish–Fisher

Essa formulação deve ser interpretada como uma aproximação analítica coerente com o ajuste de Cornish–Fisher empregado no VaR, na medida em que o ajuste corrige diretamente o quantil, mas não impõe, por si só, uma forma fechada exata para a densidade na região de cauda. Assim, tanto o VaR quanto o ES foram estimados como medidas dinâmicas de risco, variando ao longo do tempo em função da evolução da volatilidade dos retornos da carteira.

3.7. Procedimentos de *Backtesting*

A validação das estimativas de VaR foi realizada por meio de procedimentos formais de backtesting, com o objetivo de verificar se a frequência de violações observada ao longo da amostra é compatível com o nível de significância adotado na estimação da medida.

Para esse fim, aplicou-se o teste de cobertura incondicional de Kupiec (1995) à série diária de VaR condicional obtida a partir da volatilidade estimada pelo método EWMA, com fator de decaimento igual 0,95, e do quantil ajustado pela expansão de Cornish–Fisher. As violações foram identificadas nos períodos em que o retorno realizado da carteira foi inferior ao limite estabelecido pelo VaR diário ao nível de significância de 5%, adotando-se a convenção de que perdas se expressam por retornos negativos.

A hipótese nula do teste estabelece que a frequência verdadeira de violações é igual ao nível de significância nominal do VaR, ao passo que a hipótese alternativa estabelece que essa frequência é diferente do nível de significância. A aplicação do teste teve por finalidade avaliar a compatibilidade entre a frequência observada de violações e a frequência nominal implícita no VaR estimado. Como o teste de Kupiec considera apenas o número total de violações observadas, seus resultados devem ser interpretados, neste estudo, como evidência de aderência probabilística global da medida, sem avaliação da distribuição temporal dessas ocorrências.

O valor inicial da série de volatilidade condicional foi obtido a partir da volatilidade histórica dos retornos da carteira, calculada por meio de uma janela móvel de 63 dias úteis. Em consonância com o procedimento de defasagem informacional adotado ao longo do estudo, as estimativas de volatilidade e de VaR no dia t foram construídas exclusivamente com base em informações disponíveis até $t - 1$. Em decorrência desse procedimento de inicialização, as primeiras observações da amostra não foram utilizadas no exercício de *backtesting*, resultando em um tamanho efetivo da amostra igual a 718 dias úteis.

3.8. Análise de Sensibilidade do VaR

Com o objetivo de avaliar a sensibilidade das estimativas de Value at Risk (VaR) à parametrização adotada, foi realizado um exercício complementar no qual se variaram dois elementos da especificação: o fator de decaimento do modelo EWMA utilizado na estimação da volatilidade condicional e o nível de significância empregado no cálculo do VaR.

Além da especificação principal, com fator de decaimento de 0,95, foram estimadas séries alternativas de volatilidade condicional com fatores de decaimento de 0,90 e 0,98. O VaR foi calculado, para cada uma dessas especificações, aos níveis de significância de 5% e 1%, com utilização de quantis ajustados pela expansão de Cornish–Fisher, em consonância com a abordagem adotada na especificação principal. O exercício resultou, assim, em seis combinações entre fator de decaimento e nível de significância.

As violações foram identificadas segundo o mesmo critério adotado no *backtesting* da especificação base. Foi considerada violação quando o retorno realizado da carteira no dia foi inferior ao VaR estimado para esse mesmo dia com base exclusivamente nas informações disponíveis até

t-1. A inicialização da variância condicional seguiu o procedimento descrito na Seção 3.5, com janela móvel de 63 dias úteis, resultando em uma amostra efetiva de 718 observações para o exercício de backtesting.

A adequação de cada especificação foi avaliada por meio do teste de cobertura incondicional de Kupiec, apresentado na Seção 3.7. A comparação entre os resultados permitiu examinar a sensibilidade da frequência de violações às diferentes escolhas de fator de decaimento e nível de significância.

3.9. Teste de Estresse

Como complemento às métricas probabilísticas de risco empregadas neste estudo, foi realizado um teste de estresse com o objetivo de avaliar a sensibilidade do valor de mercado da carteira a um choque exógeno nas condições financeiras. O exercício adota abordagem determinística e busca mensurar diretamente a perda potencial associada a um cenário adverso específico.

O cenário de estresse foi definido como um deslocamento paralelo positivo de 2,0 pontos percentuais na estrutura a termo das taxas reais de juros, tendo como data de referência 31 de dezembro de 2024. Considerando que todos os ativos da carteira apresentam remuneração indexada ao IPCA, o choque foi aplicado exclusivamente às taxas reais de desconto.

A variação do preço dos títulos sob o cenário de estresse foi estimada por meio de duas abordagens. A primeira baseia-se na razão entre os fatores de desconto associados às taxas reais antes e depois do choque e depende apenas do prazo até o vencimento e da taxa indicativa divulgada pela ANBIMA na data de referência. Para cada título i , definiu-se o prazo até o vencimento T , expresso em anos, como a razão entre o número de dias úteis remanescentes até o vencimento e a convenção de 252 dias úteis por ano. A taxa real Y_i corresponde à taxa indicativa

divulgada pela ANBIMA para o título i na data de referência. A taxa sob estresse foi definida como:

$$Y_{i\ stress} = Y_i + \Delta y \text{ (eq. 11)}$$

em que $\Delta y = 0,02$ representa o choque exógeno.

Nessa abordagem, a variação percentual do preço do título foi calculada por:

$$\Delta\%_i = \frac{(1+Y_i)^{T_i}}{(1+Y_i^{stress})^{T_i}} - 1 \text{ (eq. 12)}$$

em que:

$\Delta\%_i$ – variação percentual do preço do título i sob o cenário de estresse;

Y_i – taxa indicativa divulgada pela Anbima para o título i na data de referência;

Y_i^{stress} – taxa sob estresse, conforme Equação (11);

T_i – prazo até o vencimento do título i , expresso em anos (dias úteis remanescentes \div 252).

A segunda abordagem consistiu no cálculo a valor presente dos fluxos de caixa contratuais de cada título, descontados individualmente pela taxa indicativa do título na data de referência com capitalização em dias úteis segundo a convenção de 252 dias por ano, conforme abaixo:

$$VP_i^{base} = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{FC_{i,j}}{(1+Y_i)^{\frac{DU_{i,j}}{252}}} \text{ (eq. 13)}$$

em que:

VP_i^{base} – valor presente do título i no cenário base;

n_i – número de fluxos de caixa contratuais remanescentes do título i ;

$FC_{i,j}$ – j -ésimo fluxo de caixa contratual do título i ;

Y_i – taxa indicativa divulgada pela Anbima para o título i na data de referência;

$DU_{i,j}$ – número de dias úteis entre a data de referência e a data de pagamento do j -ésimo fluxo.

Analogamente, no cenário estressado, o valor presente dos fluxos de caixa foi calculado da mesma maneira, apenas variando a taxa de desconto:

$$VP_i^{stress} = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{FC_{i,j}}{(1+Y_i^{stress})^{\frac{DU_{i,j}}{252}}} \text{ (eq. 14)}$$

Em que:

VP_i^{stress} – valor presente do título i no cenário de estresse;

Y_i^{stress} – taxa sob estresse, conforme Equação (11);

Os demais termos mantêm as definições da Equação (13).

A variação percentual do preço é dada pela razão entre o valor presente total dos fluxos no cenário de estresse e o valor presente no cenário base, expressa como:

$$\Delta\%_i = \frac{VP_i^{stress}}{VP_i^{base}} - 1 \text{ (eq. 15)}$$

em que:

$\Delta\%_i$ – variação percentual do preço do título i sob o cenário de estresse;

VP_i^{stress} – valor presente no cenário estressado, conforme Equação (14);

VP_i^{base} – v valor presente no cenário base, conforme Equação (13).

A comparação entre as duas abordagens permitiu quantificar o erro de aproximação da metodologia baseada na razão de desconto e avaliar em que medida a desconsideração da estrutura contratual dos fluxos afeta a estimativa de perda sob estresse.

A perda percentual da carteira sob o cenário adverso foi calculada, em ambas as abordagens, por meio da agregação linear das perdas individuais dos títulos. Considerando que a carteira analisada é igualmente ponderada, com pesos constantes $w_i = 0,10$ para cada um dos dez ativos, a variação percentual do valor de mercado da carteira corresponde à média simples das variações percentuais de preço observadas para os títulos individuais.

O objetivo do exercício não foi atribuir probabilidade ao cenário considerado, mas mensurar a ordem de grandeza das perdas potenciais associadas a uma reprecificação adversa das taxas reais de desconto.

3.10. Limitações do Método

Apesar do rigor metodológico adotado na construção dos dados, na modelagem da volatilidade e na mensuração do risco, o presente estudo apresenta limitações que devem ser explicitadas para a adequada interpretação de seus resultados.

A utilização de preços unitários indicativos divulgados pela ANBIMA implica que os valores observados refletem estimativas de mercado, e não necessariamente preços de transações efetivamente realizadas. Embora esses preços constituam a principal referência para a marcação a mercado de títulos de crédito privado no Brasil, sua natureza indicativa pode suavizar movimentos abruptos de preço em períodos de estresse, especialmente em ativos com menor liquidez, o que pode levar à subestimação pontual da volatilidade e das medidas de risco associadas.

Em relação à modelagem da volatilidade, o modelo EWMA não incorpora um termo explícito de reversão à média nem um nível estrutural de volatilidade de longo prazo, de modo que a dinâmica da variância condicional depende exclusivamente do histórico recente dos retornos. Adicionalmente, o modelo não captura eventuais assimetrias na resposta da volatilidade a choques de sinais opostos, tratando inovações positivas e negativas de mesma magnitude como equivalentes em seu impacto sobre a variância condicional.

O cálculo do VaR por meio da expansão assintótica de Cornish–Fisher baseou-se em uma aproximação local da distribuição dos retornos em torno da normalidade. Embora essa abordagem incorpore correções para assimetria e curtose observadas na amostra, sua precisão pode se deteriorar em contextos de caudas extremamente espessas ou em cenários de rupturas estruturais, nos quais os momentos de ordem superior deixam

de fornecer uma representação adequada do comportamento extremo dos retornos. Cabe ainda observar que os coeficientes de assimetria e curtose utilizados no ajuste foram calculados sobre toda a amostra e mantidos constantes ao longo do período de estimação, de modo que o quantil ajustado corrige o VaR para a não normalidade média da distribuição, mas não acomoda variações temporais nos momentos de ordem superior que possam ocorrer entre diferentes regimes de volatilidade.

Conforme observado na Seção 3.6, a formulação do ES adotada corrige o ponto de corte da cauda por meio do quantil ajustado de Cornish–Fisher, mas a integração da cauda além desse ponto é realizada sob a hipótese de normalidade. Em termos práticos, o ES corrige onde a cauda da distribuição se inicia, porém assume forma gaussiana dentro da cauda, o que pode subestimar a severidade esperada das perdas extremas em distribuições leptocúrticas como a observada neste estudo.

Quanto à validação empírica, o *backtesting* foi conduzido exclusivamente por meio do teste de cobertura incondicional de Kupiec, que avalia apenas a compatibilidade entre a frequência observada de violações e a taxa esperada sob o nível de significância adotado. O teste não impõe restrições sobre a dependência temporal das violações nem avalia a severidade das perdas condicionais ao excesso. Além disso, dado o nível de significância adotado e o tamanho efetivo da amostra, o número esperado de violações ao longo do período permanece relativamente reduzido, o que pode limitar o poder estatístico do teste. Dessa forma, os resultados do *backtesting* devem ser interpretados como indicadores da compatibilidade probabilística entre o modelo e os dados observados, e não como validação conclusiva do desempenho do modelo sob todos os regimes de mercado.

Sobre o teste de estresse, é importante destacar que o exercício possui natureza estritamente determinística e não probabilística, não se prestando a inferências sobre a frequência ou a probabilidade de ocorrência do cenário considerado. O choque aplicado consiste em um deslocamento paralelo da estrutura a termo das taxas reais, hipótese que, embora facilite a interpretação econômica dos resultados, não captura movimentos não

paralelos da curva, como alterações de inclinação ou curvatura, frequentemente observados em episódios reais de estresse financeiro. O modelo baseado na razão entre fatores de desconto não incorpora explicitamente a distribuição temporal dos fluxos de caixa nem efeitos de convexidade de ordem superior; essas limitações são parcialmente endereçadas pelo modelo de fluxo de caixa descontado, e a comparação entre os dois modelos permitiu quantificar a magnitude do erro de aproximação.

Por fim, o estudo concentrou-se em uma carteira composta por dez debêntures, igualmente ponderada e mantida ao longo do tempo sob uma estratégia de *buy and hold*, sem rebalanceamentos frequentes. Essa construção, embora permita isolar a dinâmica do risco de mercado e conferir maior controle analítico ao exercício empírico, não incorpora efeitos de concentração, rotação de ativos ou ajustes de exposição que caracterizam a gestão ativa de carteiras de crédito privado. Fatores de risco adicionais — como risco de crédito, risco de liquidez e risco de contágio entre emissores — não são modelados individualmente, embora possam estar parcialmente refletidos na dinâmica dos preços observados. Os resultados devem, portanto, ser interpretados no contexto específico da carteira e da estratégia de investimento adotada.

4. Resultados e Análises

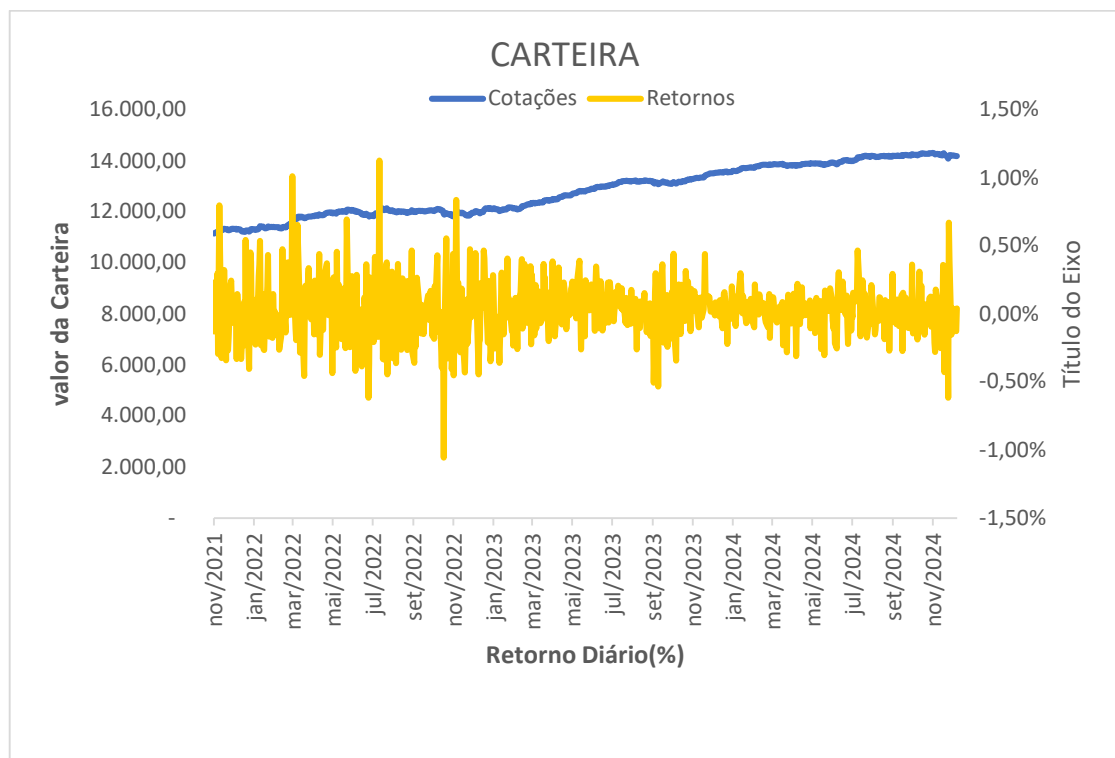
Os resultados apresentados neste capítulo baseiam-se em uma carteira hipotética composta por dez debêntures indexadas ao IPCA, construída a partir de títulos efetivamente negociados no mercado brasileiro e igualmente ponderada para fins analíticos. A base empírica utilizada reúne séries diárias de preços unitários indicativos e taxas indicativas divulgadas pela ANBIMA, no período compreendido entre novembro de

2021 e dezembro de 2024, complementadas por informações contratuais dos títulos, como datas de pagamento de cupons, cronogramas de amortização e vencimentos. A partir dessas séries, foram construídos os retornos diários dos ativos e da carteira, com ajuste dos fluxos de caixa contratuais, de modo a preservar a interpretação econômica das variações observadas ao longo do tempo. Com base nessa base de dados, procedeu-se, a seguir, à caracterização estatística dos retornos, à estimação da volatilidade condicional, ao cálculo do VaR e do Expected Shortfall, ao backtesting do VaR, à análise de sensibilidade das estimativas e, por fim, ao teste de estresse baseado em um choque paralelo na ETTJ.

4.1. Propriedades Estatísticas dos Retornos e Medidas de Risco

A evolução do valor da carteira e dos retornos diários ao longo do período analisado é apresentada no Gráfico 1. Observa-se trajetória ascendente do valor da carteira, com oscilações diárias de pequena magnitude intercaladas por episódios pontuais de variações mais acentuadas nos retornos. Esses movimentos correspondem a momentos de reprecificação dos ativos que compõem a carteira e se manifestam na série de retornos como observações de maior dispersão.

Gráfico 1: Cotações e Retornos da carteira



Fonte: Elaboração própria a partir dos PUs diários disponibilizados pela Anbima (2025).

A distribuição dos 780 retornos diários efetivos da carteira apresentou média de 0,0307% ao dia e desvio-padrão de 0,2045%, com leve assimetria positiva de 0,2582 e curtose em excesso de 3,0783. A assimetria positiva sugere leve alongamento da cauda direita da distribuição. A curtose em excesso, por sua vez, revela a presença de caudas mais espessas do que as previstas pela distribuição normal, indicando ocorrência de eventos extremos com frequência superior à compatível com a hipótese gaussiana. Esse comportamento empírico converge com a literatura de mensuração de risco, que reconhece a recorrência de assimetria, curtose em excesso e volatilidade variável no tempo em séries financeiras, limitando a adequação de especificações estritamente gaussianas para a estimação de perdas extremas (JORION, 2007; MCNEIL; FREY; EMBRECHTS, 2015).

O efeito da expansão de Cornish–Fisher sobre o quantil do VaR revelou-se assimétrico entre os níveis de significância adotados, resultado diretamente associado à interação entre assimetria e curtose na fórmula de ajuste. Ao nível de significância de 5%, o ajuste deslocou o quantil de $z =$

-1,6449 para $z = -1,5081$, o que corresponde a uma redução de 8,32% em valor absoluto. Nesse nível, o VaR ajustado mostrou-se menos restritivo do que aquele obtido sob normalidade. Ao nível de significância de 1%, contudo, o efeito da curtose em excesso tornou-se predominante, deslocando o quantil de $z = -2,3263$ para $z = -2,8310$, incremento de 21,69% em valor absoluto.

A volatilidade condicional, estimada pelo método EWMA com fator de decaimento (λ) igual a 0,95, apresentou média de 0,1901% ao dia ao longo das 718 observações efetivas (considerando a janela móvel inicial de 63 dias úteis utilizada na inicialização do método EWMA), oscilando entre 0,0875% e 0,3647%. A dinâmica temporal da série revelou alternância entre períodos de relativa tranquilidade e episódios de dispersão acentuada, padrão consistente com o fenômeno de *volatility clustering*, amplamente documentado na literatura. Os picos observados são compatíveis com episódios de reprecificação dos ativos de renda fixa associados ao ciclo de aperto monetário e às oscilações do prêmio de risco no mercado brasileiro durante o período analisado.

O VaR diário da carteira, estimado ao nível de significância de 5% com quantil ajustado pela expansão de Cornish–Fisher, apresentou média de -0,2867%, variando de acordo com a dinâmica da volatilidade condicional ao longo do período. O Expected Shortfall médio, por sua vez, foi estimado em -0,4866%, o que corresponde a uma razão ES/VaR de 1,70. Esse resultado indica que, nos episódios em que a perda efetiva ultrapassa o limiar do VaR, a perda média observada é substancialmente superior ao valor do próprio quantil, evidenciando a severidade da cauda esquerda da distribuição dos retornos da carteira.

4.2. Backtesting: Teste de Kupiec

A validação empírica do VaR foi conduzida por meio do teste de cobertura incondicional de Kupiec, aplicado às 718 observações efetivas da amostra. Ao nível de significância de 5%, o VaR ajustado por Cornish–Fisher registrou 36 violações, correspondendo a uma taxa empírica de

5,01% — praticamente idêntica à taxa esperada de 5,00%, equivalente a aproximadamente 35,9 violações no período. A estatística de razão de verossimilhança foi calculada em $LR = 0,0003$, com p-valor de 0,9863, falhando em rejeitar a hipótese nula de cobertura incondicional. Esse resultado indica calibração adequada do modelo, uma vez que a frequência de violações observada é estatisticamente compatível com a taxa nominal, sugerindo que o VaR ajustado por Cornish–Fisher produz estimativas de risco aderentes ao comportamento efetivo dos retornos.

A aderência entre a taxa de violações observada e a taxa nominal reflete a capacidade da expansão de Cornish–Fisher de ajustar o quantil crítico do VaR às propriedades empíricas da distribuição dos retornos. Ao incorporar a assimetria positiva e a curtose em excesso estimadas a partir da amostra, a expansão desloca o limiar de risco na direção empiricamente adequada, produzindo estimativas de perda potencial coerentes com a frequência efetivamente observada de retornos extremos.

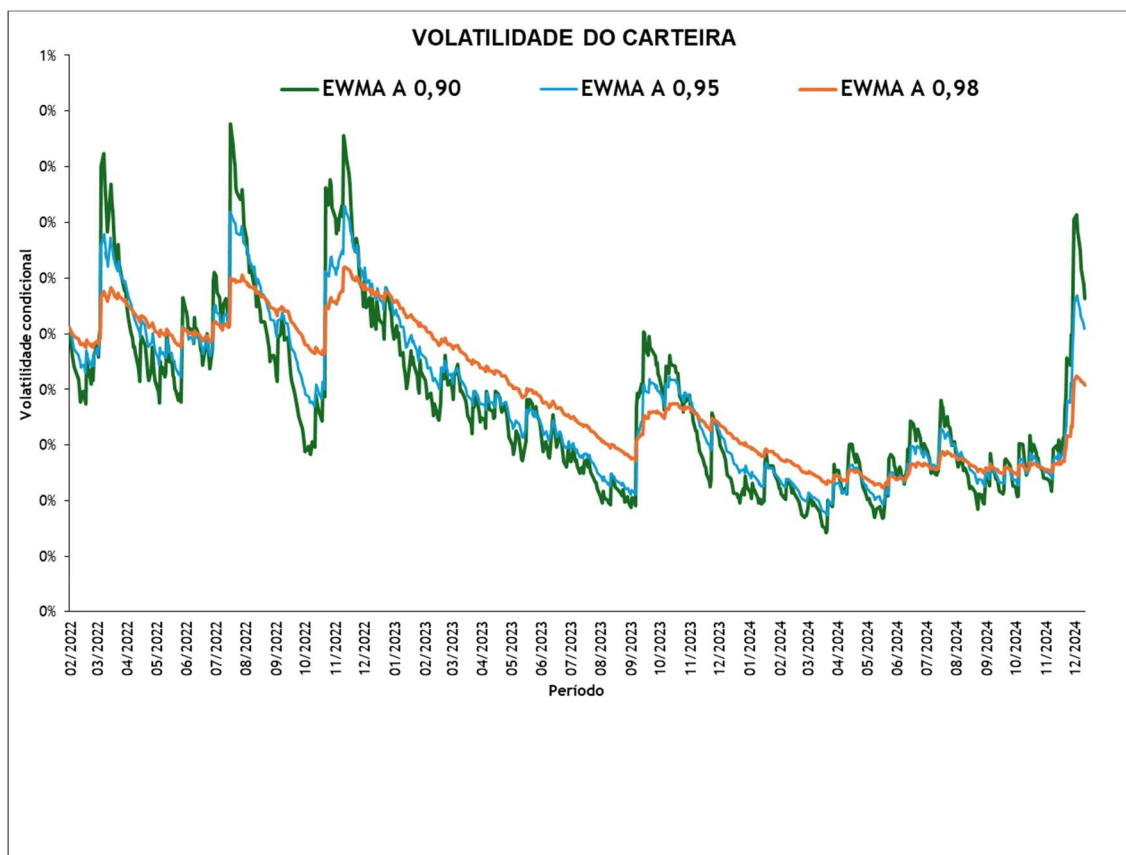
A taxa empírica de violações de 5,01% aproxima-se dos resultados reportados na literatura para modelos de VaR baseados em volatilidade condicional. O framework RiskMetrics (J.P. Morgan; Reuters, 1996), ao propor o fator de decaimento $\lambda = 0,94$ para retornos diários de ações, reconhece que a calibração ótima depende da classe de ativos e da frequência dos dados. O fator $\lambda = 0,95$ adotado no presente estudo — ligeiramente superior ao benchmark original — é coerente com a menor frequência de negociação e a maior persistência da volatilidade tipicamente observadas em títulos de renda fixa de crédito privado em relação a ações. A razão ES/VaR de 1,70 encontrada neste estudo é consistente com a evidência de Grajales e Medina Hurtado (2023), que, ao compararem VaR e ES sob o arcabouço do *Fundamental Review of the Trading Book* (FRTB) para posições em mercados emergentes, documentam que o ES produz requerimentos de capital sistematicamente superiores ao VaR, com a diferença ampliada em cenários de estresse.

4.3. Teste de Sensibilidade do VaR

Com o objetivo de avaliar em que medida a calibração observada na especificação base depende do fator de decaimento adotado no modelo EWMA e do nível de significância do VaR, foi conduzido um exercício de sensibilidade considerando três fatores de decaimento ($\lambda = 0,90, 0,95$ e $0,98$) e dois níveis de significância (5% e 1%).

O Gráfico 2 ilustra as séries de volatilidade condicional para os três fatores de decaimento e contribui para tornar visível o papel do fator de decaimento no modelo. Quanto maior o fator de decaimento, mais lentamente a volatilidade se dissipa após um choque — $\lambda = 0,90$ produz picos mais agudos e recuperações mais rápidas, enquanto $\lambda = 0,98$ mantém o nível de risco estimado elevado por períodos mais prolongados.

Gráfico 2: Volatilidade da carteira



Fonte: Elaboração própria a partir dos PUs diários disponibilizados pela Anbima (2025).

Ao nível de significância de 5%, todas as três especificações falharam em rejeitar a hipótese nula no teste de Kupiec. As taxas empíricas de violação situaram-se entre 4,32% ($\lambda = 0,98$) e 5,15% ($\lambda = 0,90$), com a especificação base ($\lambda = 0,95$) apresentando taxa de 5,01% — calibração praticamente perfeita. A frequência de violações diminuiu com o fator de decaimento — de 37 ($\lambda = 0,90$) para 36 ($\lambda = 0,95$) e 31 ($\lambda = 0,98$) —, confirmando que a maior persistência da volatilidade estimada produz limites de VaR mais restritivos e, conseqüentemente, menor frequência de violações.

Ao nível de significância de 1% para o VaR, a sensibilidade ao fator de decaimento mostrou-se muito menos pronunciada. As três especificações registraram frequências de violação próximas entre si — 6 violações para $\lambda = 0,90$ e $\lambda = 0,95$ e 5 para $\lambda = 0,98$ — e nenhuma foi rejeitada pelo teste de Kupiec (p-valores entre 0,39 e 0,65). Esse resultado é compatível com o fato de que, em um quantil mais extremo, pequenas diferenças na volatilidade estimada tendem a produzir variações menos perceptíveis na contagem total de violações, sobretudo em amostras de tamanho moderado.

Em conjunto, os resultados indicam que a abordagem adotada — modelo EWMA com quantis ajustados pela expansão de Cornish–Fisher — produz estimativas de VaR probabilisticamente consistentes em todas as especificações consideradas. A Tabela 1 resume os resultados do exercício de sensibilidade.

A convergência da frequência de violações ao nível de significância de 1%, independentemente do fator de decaimento adotado, é consistente com a evidência teórica e empírica sobre o poder discriminatório limitado dos testes de backtesting em quantis extremos. Campbell (2006) demonstra que, em amostras de tamanho moderado, o número esperado de violações em níveis de significância mais restritivos é insuficiente para que os testes de cobertura incondicional distingam com precisão entre modelos adequados e inadequados. No presente estudo, o número

esperado de violações ao nível de 1% é de aproximadamente 7,2 em 718 observações, o que efetivamente limita a capacidade do teste de Kupiec de discriminar entre as três especificações de λ — resultado que corrobora as limitações apontadas por Christoffersen e Pelletier (2004) para métodos tradicionais de backtesting em amostras realistas.

Tabela 1. Sensibilidade do VaR

| VaR | λ | Violações | Taxa Esperada (p) | Tx Observada (\hat{p}) | LR_uc | p-valor |
|--------|-----------|-----------|-----------------------|----------------------------|--------|---------|
| VaR 5% | 0.90 | 37 | 5.00% | 5,15% | 0,0351 | 0,8513 |
| VaR 5% | 0.95 | 36 | 5.00% | 5,01% | 0,0003 | 0,9863 |
| VaR 5% | 0.98 | 31 | 5.00% | 4,32% | 0,7366 | 0,3907 |
| VaR 1% | 0.90 | 6 | 1.00% | 0.84% | 0,2075 | 0,6488 |
| VaR 1% | 0.95 | 6 | 1.00% | 0.84% | 0,2075 | 0,6488 |
| VaR 1% | 0.98 | 5 | 1.00% | 0.70% | 0,7481 | 0,3871 |

4.4. Teste de Estresse

O choque paralelo de +200 pontos-base na ETTJ reais produziu perdas heterogêneas entre os títulos da carteira, com magnitude diretamente associada à *duration* dos títulos. Como esperado, os títulos de maior *duration* apresentaram as maiores perdas percentuais.

Pelo modelo de fluxo de caixa descontado, as perdas individuais variaram de -0,24% para CMDT33 (34 dias úteis até o vencimento) a -12,20% para ALGAB1 (2.489 dias úteis), com perda média da carteira de -6,38%. Pelo modelo da razão de desconto, a perda média estimada foi de -7,96%, com variação individual entre -0,25% e -16,54%.

A comparação entre as duas abordagens revela superestimação sistemática do modelo simplificado, com diferença média de 1,58 pontos percentuais. A diferença é crescente com o prazo: inferior a 0,20 pontos

percentuais para títulos de curto prazo (CMDT33, EGIE17, PETR16, ERDV38); entre 0,95 e 1,65 para prazo intermediário (EGVG21, TIET18); e entre 2,25 e 4,33 para os títulos mais longos (CMIN11, LCAMD1, CCROA5, ALGAB1). A origem da divergência é estrutural. Ao tratar cada título como instrumento de cupom zero, o modelo simplificado atribui toda a sensibilidade ao prazo final, desconsiderando que os cupons intermediários reduzem a sensibilidade do título ao choque de taxa. O modelo completo, ao descontar cada fluxo individualmente, captura essa distribuição temporal da exposição e produz estimativas mais precisas.

A tabela a seguir apresenta os resultados individuais por título para ambas as abordagens.

Tabela 2. Comparação entre modelos: Razão de Desconto e Fluxo de Caixa Descontado (FCD).

| Título | DU Vencimento | Taxa Indicativa em 31/12/24 | $\Delta\%$ Modelo Completo | $\Delta\%$ Modelo Razão Desconto | Diferença entre os modelos |
|--------|---------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------------|----------------------------|
| CMDT33 | 34 | 8,29% | -0,24% | -0,25% | -0,01% |
| EGIE17 | 141 | 5,18% | -1,00% | -1,05% | -0,04% |
| PETR16 | 273 | 7,76% | -1,84% | -1,97% | -0,13% |
| ERDV38 | 337 | 5,93% | -2,28% | -2,47% | -0,19% |
| EGVG21 | 1.250 | 8,02% | -7,75% | -8,70% | -0,95% |
| TIET18 | 1.402 | 8,15% | -8,04% | -9,69% | -1,65% |
| CMIN11 | 1.706 | 8,43% | -9,38% | -11,64% | -2,25% |
| LCAMD1 | 1.750 | 9,76% | -9,07% | -11,79% | -2,71% |
| CCROA5 | 2.316 | 7,97% | -12,02% | -15,52% | -3,50% |
| ALGAB1 | 2.489 | 8,29% | -12,20% | -16,54% | -4,33% |
| | | MÉDIA | -6,38% | -7,96% | -1,58% |

Fonte: Elaboração própria

Os resultados do teste de estresse evidenciam os limites de uma mensuração do risco baseada exclusivamente na distribuição histórica dos retornos e na volatilidade condicional. Quando os movimentos de mercado permanecem dentro da dinâmica observada na amostra, medidas como VaR e ES fornecem estimativas probabilisticamente consistentes das perdas potenciais da carteira. Em episódios de estresse macroeconômico, contudo, marcados por reprecificações abruptas da ETTJ, tais medidas

deixam de capturar integralmente a ordem de grandeza das perdas potenciais, precisamente porque esses eventos encontram pouca representação na amostra histórica.

Nesse contexto, o teste de estresse desempenha papel complementar às medidas probabilísticas de risco. Enquanto VaR e ES quantificam perdas prováveis sob a dinâmica histórica observada, o teste de estresse permite avaliar diretamente a magnitude das perdas em um cenário adverso específico. Na data de referência do exercício, o ES estimava perda média de $-0,6519\%$ nos cenários de violação do VaR. Já o choque de +200 pontos-base produziu perda de $-6,38\%$ pelo modelo completo, magnitude aproximadamente dez vezes superior ao valor estimado do ES. Esse resultado evidencia a distância entre o risco mensurável pelos modelos probabilísticos e a exposição estrutural da carteira a cenários severos de reprecificação da curva de juros reais.

A magnitude da perda sob estresse — aproximadamente dez vezes superior ao ES estimado na data de referência — é coerente com a evidência documentada na literatura sobre a insuficiência das métricas probabilísticas em cenários de ruptura. Berkowitz (2000) argumenta que a distância entre as estimativas de VaR/ES e as perdas potenciais em cenários extremos tende a ser substancial precisamente porque a distribuição histórica dos retornos sub-representa eventos de cauda. Essa constatação fundamenta o reconhecimento, consolidado nos marcos regulatórios e na literatura acadêmica, de que métricas probabilísticas e testes de estresse desempenham funções complementares e não substituíveis na avaliação do risco de mercado. Conforme sintetizam McNeil, Frey e Embrechts (2015), o VaR e o ES quantificam perdas dentro do domínio da distribuição estimada, ao passo que o teste de estresse avalia a exposição econômica a cenários que transcendem esse domínio — distinção que Jorion (2007) qualifica como a diferença entre mensurar a probabilidade de perdas e mensurar a magnitude de perdas plausíveis.

No âmbito regulatório, essa complementaridade foi formalizada pelo Comitê de Basileia tanto nos princípios de teste de estresse publicados na esteira da crise de 2007/2008 (BCBS, 2009) quanto no *Fundamental*

Review of the Trading Book (BCBS, 2016), que exige simultaneamente o cálculo de Expected Shortfall e a realização de exercícios de cenários de estresse para a determinação dos requerimentos de capital de risco de mercado. Grajales e Medina Hurtado (2023), ao aplicarem o arcabouço do FRTB a posições em mercados emergentes em cenários das crises de 2007–09 e 2020–21, documentam que os choques produzem requerimentos de capital substancialmente superiores ao VaR e ao ES — evidência que reforça a necessidade de integrar as duas abordagens em um mesmo arcabouço de avaliação do risco.

É importante ressaltar que a complementaridade entre métricas probabilísticas e teste de estresse opera em ambas as direções na gestão de investimentos. Se, de um lado, o teste de estresse revela a insuficiência do VaR e do ES em cenários de ruptura, de outro, a literatura documenta que essas mesmas métricas tendem a superestimar o risco em períodos de relativa estabilidade dos mercados. Müller e Righi (2018), em estudo aplicado ao mercado acionário brasileiro, demonstram que modelos de VaR sobrestimam sistematicamente as perdas potenciais em regimes de baixa volatilidade, gerando custo de oportunidade ao gestor de portfólio, na medida em que limites de risco excessivamente conservadores restringem a alocação em ativos com retorno esperado superior.

Essa assimetria do erro de mensuração — subestimação em crises, superestimação em calmarias — reforça a importância de que o gestor de investimentos interprete as métricas probabilísticas não como limites absolutos de exposição, mas como instrumentos condicionais ao regime de volatilidade vigente, cuja leitura deve ser complementada tanto por exercícios de estresse quanto pela avaliação qualitativa das condições macroeconômicas.

Os resultados deste trabalho contribuem para a literatura ao quantificar empiricamente a distância entre as duas dimensões do risco em uma carteira específica de crédito privado no mercado brasileiro. A constatação de que a perda sob estresse equivale a aproximadamente dez vezes o ES demonstra que o arcabouço probabilístico, baseado na distribuição histórica dos retornos, captura apenas uma fração da

exposição econômica da carteira a reprecificações severas da ETTJ. Essa evidência, produzida a partir de dados do mercado doméstico de debêntures, reforça a necessidade de que a gestão de risco em carteiras de crédito privado integre métricas probabilísticas e exercícios de estresse em um mesmo processo de avaliação.

5. Considerações Finais

O presente estudo teve como objetivo analisar o risco de mercado de uma carteira de crédito privado composta por dez debêntures indexadas ao IPCA emitidas por companhias brasileiras de grande porte, selecionadas com base em critérios de representatividade setorial e liquidez mínima no mercado secundário, a partir dos preços unitários indicativos divulgados pela ANBIMA. A análise concentrou-se no período de novembro de 2021 a dezembro de 2024, de modo a abranger diferentes regimes de política monetária e condições macroeconômicas, com ênfase na mensuração das variações potenciais do valor de mercado da carteira decorrentes de mudanças na estrutura a termo das taxas reais de juros.

Para esse fim, foram construídas séries de retornos diários ajustados pelos fluxos de caixa contratuais dos títulos, estimada a volatilidade condicional pelo método Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) e calculadas as métricas de Value at Risk (VaR) e Expected Shortfall (ES) em base diária, com quantis ajustados pela expansão assintótica de Cornish–Fisher para acomodar desvios em relação à normalidade. A adequação probabilística das estimativas de VaR foi avaliada por meio do teste de cobertura incondicional proposto por Kupiec, complementado por um exercício de sensibilidade que examinou o impacto de diferentes níveis de significância e de alternativas para o fator de decaimento do EWMA sobre a frequência de violações.

Os resultados evidenciaram que a carteira analisada está sujeita a oscilações relevantes de valor em função de movimentos na estrutura a termo das taxas reais, mesmo na ausência de mudanças observáveis nos fundamentos de crédito dos emissores. Em particular, o teste de estresse

mostrou que títulos com maior *duration* apresentam maior sensibilidade a variações da taxa real de juros, em consonância com o que a literatura de renda fixa descreve de forma recorrente (Fabozzi, 2013; Tuckman; Serrat, 2011).

A volatilidade condicional estimada pelo modelo EWMA exibiu comportamento compatível com o padrão de agrupamento temporal da volatilidade documentado na literatura, com períodos de maior dispersão seguidos por dissipação gradual do risco. A validação empírica por meio do teste de cobertura incondicional de Kupiec indicou calibração adequada do VaR na especificação base. Com fator de decaimento igual a 0,95, o modelo registrou 36 violações ao nível de significância de 5%, correspondendo a taxa empírica de 5,01% — praticamente idêntica à taxa nominal —, com p-valor de 0,9863, não conduzindo à rejeição da hipótese nula de cobertura incondicional. A razão ES/VaR de 1,70 — indicativa de que a perda média condicional à violação do VaR excede o próprio limiar em 70% — situa-se em patamar compatível com a evidência de Grajales e Medina Hurtado (2023), que documentam amplificação dessa razão em mercados emergentes sob cenários de estresse, refletindo a maior espessura das caudas da distribuição de perdas nessas economias.

O exercício de sensibilidade reforçou essa evidência. Ao nível de significância de 5%, as três especificações testadas para o fator de decaimento (0,90, 0,95 e 0,98) produziram resultados não rejeitados pelo teste de Kupiec, com frequência de violações decrescente à medida que aumentava o fator de decaimento e, portanto, a persistência da volatilidade estimada. Ao nível de 1%, a sensibilidade ao fator de decaimento mostrou-se menos pronunciada, com todas as especificações apresentando calibração satisfatória. Esse resultado é compatível com a evidência de Campbell (2006) sobre o poder discriminatório limitado dos testes de *backtesting* em quantis extremos e com as limitações apontadas por Christoffersen e Pelletier (2004) para métodos tradicionais de validação em amostras de tamanho moderado.

O teste de estresse revelou uma dimensão adicional do risco que não é capturada pelas métricas probabilísticas. O deslocamento paralelo de

+200 pontos-base na estrutura a termo das taxas reais produziu perda média de $-6,38\%$ pelo modelo de fluxo de caixa descontado — aproximadamente dez vezes superior ao ES estimado na data de referência do exercício ($-0,6516\%$). A heterogeneidade das perdas individuais, que variaram entre $-0,24\%$ para o título de menor prazo e $-12,20\%$ para o de maior prazo, evidencia a *duration* como principal determinante da sensibilidade da carteira ao choque de taxa, resultado alinhado com os achados de Dang, Hollstein e Prokopczuk (2023) sobre a centralidade da *duration* na explicação dos retornos de títulos corporativos. A comparação entre os dois modelos de estresse evidenciou superestimação sistemática pelo modelo simplificado, com diferença crescente com o prazo e atingindo 4,33 pontos percentuais nos títulos mais longos — divergência estrutural decorrente de tratar títulos com cupons como instrumentos de cupom zero.

A magnitude da perda sob estresse — aproximadamente dez vezes o ES — é coerente com a evidência de Berkowitz (2000) de que a distância entre estimativas probabilísticas e perdas em cenários extremos tende a ser substancial, uma vez que a distribuição histórica sub-representa eventos de cauda. Essa constatação fundamenta o reconhecimento de que métricas probabilísticas e testes de estresse desempenham funções complementares e não substituíveis na avaliação do risco de mercado, distinção formalizada tanto pelo Comitê de Basileia (BCBS, 2009; 2016) quanto pela literatura acadêmica (Jorion, 2007; McNeil; Frey; Embrechts, 2015).

Os resultados obtidos evidenciam uma distinção fundamental entre duas dimensões do risco de mercado. Quando os movimentos de preços permanecem dentro da dinâmica histórica observada, VaR e ES oferecem estimativas probabilisticamente consistentes das perdas potenciais da carteira. Em episódios de estresse macroeconômico, contudo, a distribuição histórica deixa de ser uma aproximação adequada do comportamento prospectivo dos preços, e as métricas dela derivadas perdem poder explicativo precisamente quando a necessidade de mensuração do risco é mais crítica.

Em termos econômicos, a complementaridade do teste de estresse é fundamental. Perdas como a observada no cenário de estresse afetam o valor de mercado do portfólio, ainda que não impliquem, necessariamente, alteração no valor dos títulos quando avaliados na curva, sob a hipótese de manutenção do investimento até o vencimento. Ainda assim, variações dessa natureza devem ser consideradas nas decisões de alocação, pois podem tornar-se materialmente relevantes em contextos de rebalanceamento, resgates ou necessidade de liquidez do investidor. O teste de estresse, portanto, não apenas complementa as métricas probabilísticas, mas explicita uma dimensão do risco que permanece pouco visível quando a análise se restringe à distribuição histórica dos retornos.

A complementaridade entre as duas abordagens, contudo, opera em ambas as direções. Se o teste de estresse revela a insuficiência das métricas probabilísticas em cenários de ruptura, a literatura documenta que essas mesmas métricas podem superestimar o risco em períodos de estabilidade. Müller e Righi (2018), em estudo empírico com carteiras de ações do mercado brasileiro, demonstram que modelos de VaR sobrestimam as perdas potenciais em regimes de baixa volatilidade, induzindo limites de exposição excessivamente conservadores que restringem a alocação em ativos com retorno esperado superior. Essa assimetria do erro de mensuração — subestimação em crises, superestimação em calmarias — reforça a importância de que o gestor de investimentos interprete as métricas probabilísticas como instrumentos condicionais ao regime de volatilidade vigente, complementando sua leitura tanto com exercícios de estresse e quanto com uma avaliação qualitativa das condições macroeconômicas.

Como extensões naturais, trabalhos futuros poderiam explorar modelos alternativos de volatilidade condicional, em particular especificações assimétricas da família GARCH que capturem o efeito de alavancagem. A incorporação do teste de cobertura condicional de Christoffersen (1998) ao procedimento de *backtesting* permitiria avaliar a independência temporal das violações, dimensão não contemplada pelo teste de Kupiec.

No campo da modelagem das caudas da distribuição, métodos baseados em simulação de Monte Carlo permitiriam estimar VaR e ES a partir de distribuições simuladas de perdas, oferecendo maior flexibilidade na modelagem das propriedades estatísticas dos retornos. Alternativamente, a Teoria dos Valores Extremos oferece fundamentação teórica para a modelagem das perdas em quantis muito extremos, região na qual a expansão de Cornish–Fisher tende a perder precisão.

No âmbito dos testes de estresse, a consideração de cenários não paralelos — com alterações de inclinação e curvatura da estrutura a termo — ampliaria o escopo da análise de vulnerabilidade. Extensões adicionais incluem a análise de carteiras com diferentes estratégias de ponderação e a incorporação explícita de risco de crédito e liquidez.

Ao integrar medidas probabilísticas e determinísticas em um mesmo arcabouço empírico, esta dissertação contribui para a compreensão do risco de mercado em carteiras de crédito privado e reforça a necessidade de abordagens que transcendam a inferência baseada exclusivamente em distribuições de probabilidade históricas. Em um ambiente caracterizado por elevada incerteza, mudanças nos ciclos monetários, reprecificação dos prêmios de risco e deslocamentos relevantes das curvas de juros, a avaliação do risco requer ferramentas complementares, capazes de captar tanto a dinâmica estatística dos retornos quanto a exposição econômica fundamental aos principais fatores de mercado.

Referências Bibliográficas

ACERBI, C.; TASCHE, D. On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking & Finance*, v. 26, n. 7, p. 1487–1503, 2002.

ANBIMA – Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais. *Estatísticas de Gestores de Patrimônio*. São Paulo, 2025. Disponível em: <https://data.anbima.com.br/publicacoes/estatisticas-de-gestores-de-patrimonio>. Acesso em: 15 jan. 2026.

ARAÚJO, V. G.; BARBEDO, C. H. S.; VICENTE, J. V. M. Construção de curva de juros de debêntures no mercado brasileiro utilizando a parametrização de Nelson-Siegel. *Revista de Administração*, São Paulo, v. 48, n. 1, p. 98-113, 2013. DOI: 10.5700/rausp1076.

ARTZNER, P. et al. Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, v. 9, n. 3, p. 203–228, 1999.

ASSAF NETO, A. *Mercado Financeiro*. 14. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

BCBS – Basel Committee on Banking Supervision. Minimum capital requirements for market risk. Basel: Bank for International Settlements, 2016.

BCBS – Basel Committee on Banking Supervision. Principles for sound stress testing practices and supervision. Basel: Bank for International Settlements, 2009.

BERKOWITZ, J. A coherent framework for stress-testing. *Journal of Risk*, v. 2, n. 2, p. 5–15, 2000.

BLACK, F.; LITTERMAN, R. Global portfolio optimization. *Financial Analysts Journal*, v. 48, n. 5, p. 28–43, 1992.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v. 31, n. 3, p. 307–327, 1986.

BOUDT, K.; PETERSON, B. G.; CROUX, C. Estimation and decomposition of downside risk for portfolios with non-normal returns. *Journal of Risk*, v. 11, n. 2, p. 79–103, 2008.

CAMPBELL, S. D. A review of backtesting and backtesting procedures. *Journal of Risk*, v. 9, n. 2, p. 1–17, 2006.

CHRISTOFFERSEN, P. Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, v. 39, n. 4, p. 841–862, 1998.

CHRISTOFFERSEN, P.; PELLETIER, D. Backtesting value-at-risk: a duration-based approach. *Journal of Financial Econometrics*, v. 2, n. 1, p. 84–108, 2004.

CRESWELL, J. W. *Research Design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. 4. ed. Thousand Oaks: Sage Publications, 2014.

DANG, T. D.; HOLLSTEIN, F.; PROKOPCZUK, M. Which factors for corporate bond returns? *The Review of Asset Pricing Studies*, v. 13, n. 4, p. 615–652, 2023.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, v. 50, n. 4, p. 987–1007, 1982.

FABOZZI, F. J. *Bond Markets, Analysis, and Strategies*. 8. ed. Upper Saddle River: Pearson, 2013.

FABOZZI, F. J. *Bond Markets, Analysis, and Strategies*. 9. ed. Harlow: Pearson, 2015.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, n. 1, p. 3–56, 1993.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, v. 116, n. 1, p. 1–22, 2015.

GIACOMONI, B. H.; SHENG, H. H. O impacto da liquidez nos retornos esperados das debêntures brasileiras. *Revista de Administração, São Paulo*, v. 48, n. 1, p. 80–97, 2013.

GIAMBIAGI, F.; ALÉM, A. C. *Finanças Públicas: teoria e prática no Brasil*. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, v. 48, n. 5, p. 1779–1801, 1993.

GRAJALES, C. A.; MEDINA HURTADO, S. Sensitivities-based method and expected shortfall for market risk under FRTB: its impact on options risk capital. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, v. 28, n. 55, p. 96–115, 2023.

GREENWALD, D. L.; LETTAU, M.; LUDVIGSON, S. C. How the wealth was won: factor shares as market fundamentals. *The Review of Financial Studies*, v. 36, n. 8, p. 3073–3111, 2023.

HOUWELING, P.; VAN ZUNDERT, J. Factor investing in the corporate bond market. *Financial Analysts Journal*, v. 73, n. 1, p. 100–115, 2017.

ISRAEL, R.; PALHARES, D.; RICHARDSON, S. Common factors in corporate bond returns. *Journal of Investment Management*, v. 16, n. 2, p. 17–46, 2018.

J.P. MORGAN; REUTERS. *RiskMetrics — Technical Document*. 4. ed. New York: J.P. Morgan, 1996.

JORION, P. *Value at Risk: the new benchmark for managing financial risk*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 2007.

KUESTER, K.; MITTNIK, S.; PAOLELLA, M. S. Value-at-risk prediction: a comparison of alternative strategies. *Journal of Financial Econometrics*, v. 4, n. 1, p. 53–89, 2006.

KUPIEC, P. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*, v. 3, n. 2, p. 73–84, 1995.

LEVINE, R. Financial development and economic growth: views and agenda. *Journal of Economic Literature*, v. 35, n. 2, p. 688–726, 1997.

LIMA, D. L. Os determinantes do spread de crédito nas debêntures de infraestrutura. 2021. Dissertação (Mestrado Profissional em Economia) — Escola de Economia de São Paulo, Fundação Getulio Vargas, São Paulo, 2021. Disponível em: <https://repositorio.fgv.br/items/284f1eac-b760-427b-8b70-ff9e0cd10708>. Acesso em: 12 jan. 2026.

LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J. Common factors affecting bond returns. *Journal of Fixed Income*, v. 1, n. 1, p. 54–61, 1991.

MACAULAY, F. R. *The movements of interest rates, bond yields and stock prices in the United States since 1856*. New York: National Bureau of Economic Research, 1938.

MANGANELLI, S.; ENGLE, R. F. Value at risk models in finance. ECB Working Paper, n. 75, 2001.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

McNEIL, A. J.; FREY, R.; EMBRECHTS, P. *Quantitative Risk Management: concepts, techniques and tools*. 2. ed. Princeton: Princeton University Press, 2015.

MÜLLER, F. M.; RIGHI, M. B. Numerical comparison of multivariate models to forecasting risk measures. *Risk Management*, v. 20, n. 1, p. 29–50, 2018.

NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. *Econometrica*, v. 59, n. 2, p. 347–370, 1991.

PRITSKER, M. Evaluating value at risk methodologies: accuracy versus computational time. *Journal of Financial Services Research*, v. 12, n. 2–3, p. 201–242, 1997.

ROSS, S. A. The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, v. 13, n. 3, p. 341–360, 1976.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425–442, 1964.

SHENG, H. H.; SAITO, R. Determinantes de spread das debêntures no mercado brasileiro. *Revista de Administração (RAUSP)*, São Paulo, v. 40, n. 2, p. 193–205, abr./jun. 2005.

SILVA, M. T. A. Determinantes dos spreads de debêntures no Brasil: abordagem com modelos estruturais de risco de crédito. 2022. Dissertação (Mestrado) — Fundação Getulio Vargas, Rio de Janeiro, 2022. Disponível

em <https://repositorio.fgv.br/items/991f77f5-d008-405b-9eff-3cc74c8c3448>.
Acesso em: 10 mar. 2026.

TUCKMAN, B.; SERRAT, A. Fixed Income Securities: tools for today's markets. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.

WORLD BANK. Market capitalization of listed domestic companies (% of GDP). World Development Indicators. Washington, DC: World Bank, 2025.
Disponível em: <https://data.worldbank.org/indicator/CM.MKT.LCAP.GD.ZS>.
Acesso em: 10 jan. 2026.