

Carlos Eduardo da Costa e Silva

Algoritmo genético para a localização de hubs em uma rede de escolas

PROJETO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
APRESENTADO AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL
DA PUC-RIO, COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO
DO TÍTULO DE ENGENHEIRO DE PRODUÇÃO

Orientador: Prof. Luciana de Souza Pessoa

Co-orientador: Mariana Alves Londe

Departamento de Engenharia Industrial
Rio de Janeiro, 13 de maio de 2026.

Agradecimentos

Esse trabalho não poderia ter sido concluído sem o grande apoio dos meus familiares, que estiveram comigo durante essa jornada e me incentivaram a seguir nesse caminho. À professora e orientadora Luciana de Souza Pessôa e a Co-orientadora Mariana Londe pelo auxílio, dedicação, paciência e apoio durante esse trabalho.

A minha namorada, que esteve comigo durante esse processo e me deu suporte ao longo dele. Por fim, agradeço à Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em especial ao corpo docente do Departamento de Engenharia de Produção pela excelência no ensino e pela contribuição essencial a minha formação.

– Carlos Eduardo,
21 de Junho de 2025

RESUMO

Este trabalho busca o estudo da localização de hubs em uma rede composta por 197 unidades escolares por meio de métodos heurísticos e exatos para a resolução do problema. O objetivo central é otimizar o processo logístico de redistribuição de material didático entre as escolas, por meio da identificação estratégica de unidades capazes de atuar como centros de armazenamento e distribuição desse material. Para isso, o problema foi modelado como um p-hub com alocação única e sem restrições de capacidade, sendo resolvido por meio da implementação de uma metaheurística populacional. O desempenho do algoritmo foi avaliado em instâncias reais resultantes do fluxo de um ano de operações. Os resultados confirmam a eficiência e a robustez do método, especialmente em cenários de grande escala, evidenciando seu potencial para aplicações nessa classe de problemas de otimização. Como perspectivas futuras, propõe-se o estudo de hibridizações com outras metaheurísticas e uma análise mais aprofundada sobre os efeitos da economia de escala nos custos totais da operação.

Palavras-chave: Otimização, Hub location problem, Metaheurísticas

ABSTRACT

This work focuses on the study of hub location in a network composed of 197 school units using both heuristic and exact methods to solve the problem. The main objective is to optimize the logistics process of redistributing didactic material among the schools by strategically identifying units capable of serving as storage and distribution centers. To this end, the problem was modeled as a p-hub with single allocation and no capacity restrictions, and solved through the implementation of a population-based metaheuristic. The algorithm's performance was evaluated on real-world instances derived from one year of operational flow. The results confirm the efficiency and robustness of the method, especially in large-scale scenarios, highlighting its potential for applications in this class of optimization problems. As future work, we propose the study of hybridizations with other metaheuristics and a deeper analysis of the effects of economies of scale on total operational costs.

Keywords: Optimization, Hub location problem, Metaheuristic

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
1.1	Contexto	8
1.2	Motivação	8
1.3	Objetivos	9
1.4	Estrutura do trabalho	9
2	REFERENCIAL TEÓRICO	10
2.1	Objetivo de estudo e fundamentação	10
2.2	Problemas de <i>Hubs</i>	10
2.3	Modelagem do Problema	12
3	METODOLOGIA	14
3.1	Heurísticas e Metaheurísticas	14
3.2	Metaheurísticas Populacionais	14
3.3	Biased Random Keys Genetic Algorithm	15
3.4	Processo Evolucionário	16
3.5	Decoder	17
4	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	19
4.1	Coleta de dados	19
4.2	Ambiente computacional	20
4.3	Parametrização do BRKGA	20
4.4	Análise dos Resultados	20
5	CONCLUSÃO	25

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Taxonomia dos problemas de localização de <i>hubs</i> — Adaptado de Alu- mur et al. (2021)	11
Figura 2	Processo BRKGA	17
Figura 3	Decoder p- <i>Hubs</i>	17
Figura 4	Mapa das unidades escolares da instância real	19
Figura 5	Impacto do desconto de escala nas soluções.	22
Figura 6	Exemplo de alocação a hubs mais distantes (Nordeste); $p = 7$, $\alpha = 0.75$.	23
Figura 7	Comparação CPLEX x BRKGA.	24

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Distribuição de escolas - Grupo Salta 2024	9
Tabela 2	Parametrização pelo irace	20
Tabela 3	Resultados BRKGA	21
Tabela 4	Resultados comparativos; $p = 3$, $\alpha = 0.75$	24

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto

O crescente volume das movimentações globais tem impulsionado um aumento significativo na complexidade dos sistemas logísticos e de transporte. Esse cenário demanda soluções cada vez mais sofisticadas e robustas para enfrentar os desafios relacionados ao planejamento e à alocação eficiente de recursos (Campbell & O’Kelly, 2012).

Nesse contexto, os problemas de localização de *hubs* foram formalmente introduzidos por O’Kelly (1986), que apresentou o conceito de centralizar os fluxos de transporte em pontos estratégicos, visando a otimização de custos e o aumento da eficiência das redes. *Hubs* são instalações projetadas para atuar como pontos centrais de conexão em redes de transporte, nas quais são realizadas atividades de triagem, consolidação e transbordo. Ao concentrar os fluxos de múltiplos pares origem-destino e redistribuí-los por meio de rotas entre *hubs*, essas estruturas possibilitam a redução dos custos operacionais e o aumento da eficiência da rede, sobretudo pela exploração das economias de escala (Campbell, 1994).

Esse tipo de problema já foi explorado em diferentes cenários e esse conceito aplicado em diversos setores como na aviação (Adler et al., 2018), redes de telecomunicações (Banerjee et al., 2004) e sistemas de distribuição logística (Ambrosino & Sciomachen, 2016).

1.2 Motivação

A inspiração para o desenvolvimento desse trabalho parte da necessidade do aprimoramento das redes de distribuição e eficiência logística/operacional no setor de educação. O processo de melhoria da distribuição de material escolar já foi trabalhado na literatura, porém partindo de um ponto de vista sociotécnico onde o problema em questão é analisado considerando tanto os desafios operacionais quanto as relações entre as pessoas e instituições envolvidas, propondo melhorias na comunicação, no uso dos sistemas e na organização dos processos logísticos (Castellano et al., 2023). O presente trabalho aplica uma modelagem matemática e métodos de otimização na área da educação para apoiar a tomada de decisão e propor soluções mais eficientes para o desafio logístico do setor.

Assim, este trabalho se dedica a estudar a rede de redistribuição de material didático de um grupo educacional privado — o Grupo Salta Educação, que atualmente possui 197 unidades distribuídas em todas as regiões do país como ilustrado na Tabela 1. A logística desse material representa um desafio recorrente, tanto pela diversidade geográfica das unidades quanto pela necessidade de garantir que todos os alunos recebam seus materiais no prazo adequado, minimizando custos operacionais e evitando falhas no processo.

Atualmente, os materiais são entregues diretamente pelos fornecedores nas unidades escolares. No entanto, devido às frequentes mudanças no número de alunos e na composição

das turmas em cada unidade, é comum ocorrerem sobras de materiais em algumas escolas e falta em outras. Para contornar essa situação e evitar a necessidade de realizar novos pedidos aos fornecedores, as escolas recorrem ao remanejamento de materiais entre si, buscando suprir rapidamente as demandas e garantir que todos os alunos recebam os materiais necessários.

Visando aprimorar esse processo, propõe-se a definição de escolas-chave que atuarão como *hubs* de distribuição. Essas unidades centralizadoras serão responsáveis por receber os materiais excedentes e, quando necessário, redistribuí-los para as escolas a elas vinculadas, de forma a suprir eventuais faltas. Dessa maneira, busca-se tornar o processo de remanejamento mais ágil, eficiente e menos dependente de pedidos emergenciais aos fornecedores.

Região do Brasil	Unidades Escolares
Região Sul	30
Região Sudeste	108
Região Nordeste	16
Região Centro-Oeste	36
Região Norte	7

Tabela 1: Distribuição de escolas - Grupo Salta 2024

1.3 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é identificar quais escolas devem ser definidas como *hubs* de distribuição, considerando tanto o fluxo de materiais gerado pela operação no ano de 2024 quanto as distâncias entre as unidades. Dessa forma, busca-se estruturar uma rede logística mais eficiente, capaz de otimizar o remanejamento de materiais e reduzir custos operacionais.

Para essa definição, foram utilizados os conceitos dos problemas de localização, em especial os problemas de localização de *hubs*, por meio da formulação de um modelo matemático. A resolução do problema foi realizada tanto por métodos exatos quanto por uma metaheurística, buscando garantir soluções eficientes e de qualidade para o contexto analisado.

1.4 Estrutura do trabalho

O estudo foi redigido em cinco capítulos. O primeiro é esta introdução, seguido pela fundamentação teórica sobre os problemas de localização. Foi dada ênfase aos problemas de localização de *hubs*, para os quais são apresentados os principais conceitos e formulação matemática. O terceiro capítulo é destinado à metodologia, em que os conceitos associados a algoritmos genéticos são apresentados, juntamente com seus parâmetros e customização. O quarto capítulo discorre sobre os resultados obtidos pela meta-heurística implementada e as conclusões são apresentadas no último capítulo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O objetivo desta seção é apresentar e discutir conceitos e estudos relacionados a esse tema de pesquisa, que serão fundamentais para o entendimento e compreensão mais aprofundado do assunto e da aplicação a ser conduzida. Os tópicos a seguir foram divididos e ordenados de forma a elucidar os principais conceitos relacionados a essa aplicação.

2.1 Objetivo de estudo e fundamentação

Este trabalho consiste no desenvolvimento e aplicação de uma metaheurística baseada em algoritmos genéticos para a identificação das unidades de educação mais qualificadas a atuarem como *hubs* em uma rede de distribuição de material didático no Brasil. Esse estudo busca fornecer uma fundamentação quantitativa que permita medir a eficiência da localização desses *hubs* e propor melhorias no processo de distribuição e logística. Ao otimizar a escolha desses pontos estratégicos, a pesquisa busca aprimorar o desempenho logístico, considerando fatores como fluxo de materiais e distâncias percorridas, com o intuito de maximizar a eficiência operacional da rede de unidades educacionais.

2.2 Problemas de *Hubs*

Para atender a uma determinada demanda, os Problemas de Localização de *Hubs* (PLH) consideram diferentes fluxos, que podem envolver o transporte de pessoas, mercadorias ou informações entre pares de origem e destino (O/D). Os *hubs* são instalações de diversos tipos, responsáveis por atividades como consolidação, triagem, conexão e redistribuição desses fluxos (Alumur et al., 2021).

Nesse sentido, a aplicação dos *hubs* em redes tem como principais vantagens: i) redução dos custos de transporte, uma vez que os fluxos consolidados permitem aproveitar as economias de escala, especialmente nas rotas entre *hub*; ii) redução de custos operacionais, pois permite que a rede seja menos densa e igualmente ou mais capaz de atender a todas as demandas; iii) melhoria do nível de serviço do cliente final, visto que os fluxos organizados permitem conexões mais rápidas e eficientes. (Alumur et al., 2021)

Os primeiros artigos envolvendo esse tipo de problema, assim como o desenvolvimento do modelo matemático, foram propostos em 1986 por O’Kelly, onde ele apresenta o modelo para a localização de *hubs* considerando efeitos de escala nas ligações da rede para um cenário de fluxo de viagens entre aeroportos nos Estados Unidos (O’Kelly, 1986).

Alumur (2021) apresenta uma taxonomia própria para os problemas de localização de *hubs*. Essa taxonomia é construída em 4 grandes pilares sendo eles: a definição do problema, a natureza da demanda, objetivos e restrições, conforme ilustrado na Figura 1.

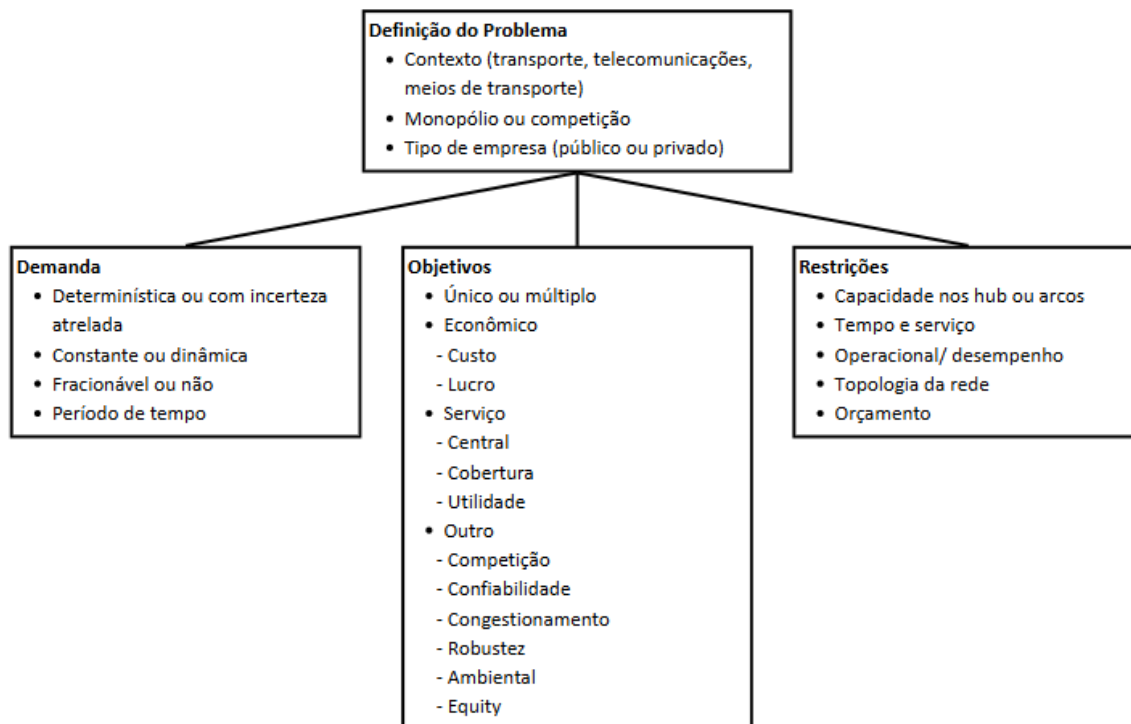


Figura 1: Taxonomia dos problemas de localização de *hubs* — Adaptado de Alumur et al. (2021)

Em suma, a definição do problema se baseia em contextualizar a rede em que está sendo trabalhada (logística, telecomunicações, meios de transporte), setor em que se situa (público ou privado) e a configuração do ambiente competitivo, que pode envolver uma única organização ou múltiplas empresas.

A natureza da demanda determina o comportamento de cada nó na rede, configurando-se como um pedido de serviço entre um par origem-destino (O–D), como no transporte de cargas, passageiros ou informações. Essas conexões podem ser realizadas utilizando um único hub ou múltiplos ao longo do caminho, sendo estes pontos intermediários no trajeto entre a origem e o destino. Quanto à sua estrutura, a demanda pode ser determinística ou ter uma incerteza atrelada, constante ou dinâmica, e ser fracionável ou não.

Os objetivos se referem ao que o modelo se propõe a alcançar, sendo o mais comum a minimização de custos e de fluxos. Entretanto, esses objetivos podem se alterar consideravelmente conforme o contexto e a finalidade da aplicação. Sendo assim, existem diversos casos em que esses foram em campos mais diversos como sustentabilidade ambiental, mitigação de congestionamentos e qualidade do serviço.

As restrições do modelo correspondem aos limites impostos em função do seu contexto de aplicação. Geralmente, essas restrições refletem limitações presentes no mundo real, como a capacidade das instalações, mas também podem ser definidas de acordo com as especificidades e os objetivos do problema trabalhado. As restrições de capacidade são diretamente resultantes

de características físicas e operacionais do problema, como os limites de processamento das instalações (*hubs*) e as limitações dos arcos que conectam *hubs* e nós, relacionadas à capacidade de carga dos veículos, às restrições dos modais de transporte ou à própria infraestrutura disponível. É importante destacar que essas capacidades estão intrinsecamente associadas a uma dimensão temporal, sendo expressas, por exemplo, em termos de veículos por hora ou unidades processadas por intervalo de tempo.

Por outro lado, restrições de topologia da rede muitas vezes existem para forçar alguma característica do modelo como alocação única ou múltiplas dos nós aos *hubs*. A restrição de serviço está diretamente relacionada à satisfação do cliente ou usuário da rede, impondo limites que garantam determinado nível de qualidade no atendimento. Esses limites se refletem em aspectos como tempo de entrega, formação de filas, preço, qualidade do serviço prestado, entre outros fatores que impactam diretamente a percepção e a experiência do usuário.

2.3 Modelagem do Problema

Entre os problemas de localização de *hubs* descritos por Alumur (2021), o problema de p-hubs com alocação única e sem capacidade é de especial interesse neste trabalho por ser o que melhora se enquadram no contexto e características deste trabalho. Assim, o modelo utilizado foi formulado por Kratica et al. (2007).

Dessa forma, a rede trabalhada pode ser representada por um grafo, onde o conjunto de nós corresponde às unidades escolares e os arcos representam as conexões entre cada par de nós. Cada arco é associado a dois parâmetros: a distância entre os nós e o volume de transações de material realizado entre eles, caracterizando uma rede em que todos os nós estão potencialmente conectados entre si.

Seja $H_{ij} \in \{0, 1\}$, onde H_{ij} tem o valor 1 se o nó i está alocado ao hub no nó j , e zero caso contrário. A condição $H_{kk} = 1$ implica que o nó k é um hub. C_{ij} é definido como a distância entre os nós i e j , W_{ij} como a quantidade de fluxo entre os nós i e j .

Os parâmetros χ , α e δ refletem as taxas unitárias (custos) para coleta (origem–hub), transferência (hub–hub) e distribuição (hub–destino), respectivamente. Geralmente, α é usado como um fator de desconto para fornecer custos unitários reduzidos nos arcos entre *hubs* para refletir economias de escala, de modo que $\alpha < \chi$ e $\alpha < \delta$.

Assim, a função objetivo e as restrições do problema podem ser definidas da seguinte forma:

$$\min \sum_{i,j,k,l \in N} W_{ij} (\chi C_{ik} H_{ik} + \alpha C_{kl} H_{ik} H_{jl} + \delta C_{jl} H_{jl}) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^n H_{kk} = p, \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^n H_{ik} = 1 \quad \text{para todo } i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

$$H_{ik} \leq H_{kk} \quad \text{para todo } i, k = 1, \dots, n, \quad (4)$$

$$H_{ik} \in \{0, 1\} \quad \text{para todo } i, k = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Os índices i e j representam, respectivamente, os nós de origem e de destino na rede, enquanto os índices k e l indicam os nós candidatos a serem selecionados como *hubs* de origem e de destino.

A Função Objetivo (1) busca minimizar a soma dos custos de fluxo entre origem-hub, hub-hub, e hub-destino, multiplicados, respectivamente, pelos fatores χ , α e δ , sendo sua variável de decisão H , que define se um ponto se tornará *hub* e a quem este está conectado. A Restrição (2) garante que exatamente p *hubs* sejam selecionados, enquanto a Restrição (3) assegura que cada nó seja alocado a um único hub. A Restrição (4) assegura que o fluxo seja encaminhado apenas através dos *hubs* abertos, evitando, assim, a transmissão direta entre nós que não são *hubs*. Já a Restrição (5) impede que *hubs* sejam alocados a outros nós.

3 METODOLOGIA

Nessa seção serão discutidos os procedimentos metodológicos aplicados nessa pesquisa. Dada a natureza NP-difícil dos problemas de localização de múltiplos *hubs*, os métodos heurísticos têm sido frequentemente usados na sua resolução. Entre os métodos heurísticos, o BRKGA tem se mostrado eficiente na resolução de problemas correlatos (Londe et al., 2025).

3.1 Heurísticas e Metaheurísticas

Métodos heurísticos representam uma família de técnicas que buscam uma aproximação da solução ótima de um problema de otimização. Esses métodos são conhecidos por chegarem a soluções próximas ao ótimo, mas principalmente em um tempo razoável para sua aplicação (Talbi, 2009).

Abordagens heurísticas buscam ser mais específicas para cada tipo de problema. Em contrapartida, as metaheurísticas podem ser descritas como metodologias mais gerais e flexíveis, que atuam como diretrizes na construção de heurísticas mais específicas, adaptadas à resolução de determinado problema (Talbi, 2009). Elas possuem uma estrutura geral que independe do que está sendo tratado, e por isso conseguem abranger um maior leque de problemas e continuam considerando as especificações deles (Basu et al., 2015).

As metaheurísticas podem ser divididas em dois grandes grupos: metaheurísticas de soluções únicas, onde uma única solução é iterativamente construída e aprimorada ao longo de todo o processo, e as metaheurísticas populacionais, que trabalham com um conjunto de soluções simultaneamente, promovendo a evolução coletiva dessas alternativas (Gendreau et al., 2002).

3.2 Metaheurísticas Populacionais

Essa classe de metaheurísticas trabalha com uma população de soluções em vez de uma única solução (Gendreau et al., 2002). O Ant Colony Optimization (ACO) por exemplo, utiliza o comportamento dos insetos, onde um número de “formigas artificiais” constroem soluções para um problema de otimização e trocam informações sobre sua qualidade através de um esquema de comunicação assim como formigas reais (Dorigo, 1991). Os algoritmos evolucionários representam uma classe de metodologias de resolução desse tipo de problema que se baseiam na forma como as espécies evoluem e se adaptam com o ambiente, entre os quais se destacam os algoritmos genéticos (Gendreau et al., 2002).

3.3 Biased Random Keys Genetic Algorithm

Algoritmos Genéticos (AG) utilizam-se dos conceitos de seleção natural, genética e sobrevivência dos indivíduos mais bem adaptados para buscar resolver problemas de otimização. Essa família de algoritmos já foi utilizada em diversos tipos de aplicação e se provou extremamente eficiente e versátil (Londe et al., 2025).

Introduzidos por Holland (1992), são inspirados na teoria da evolução natural. Em um AG, uma população de soluções candidatas (chamadas de “indivíduos”) evoluem ao longo de várias gerações. Cada indivíduo é avaliado por uma função de “*fitness*”, que mede sua qualidade como solução. Os melhores indivíduos são selecionados para “reprodução”, criando novas soluções através de operadores de cruzamento e mutação. Com isso, as características das soluções de melhor desempenho são propagadas para as próximas gerações, aproximando o algoritmo de uma solução ótima para o problema.

O algoritmo genético de chaves aleatórias enviesadas, conhecido como BRKGA (*Biased Random-Key Genetic Algorithm*), foi apresentado pela primeira vez por Gonçalves e Resende (2011). O BRKGA utiliza uma codificação por chaves aleatórias, onde cada solução é representada como um vetor de números reais aleatórios. O seu diferencial está na etapa de cruzamento, em que um viés é introduzido: os genes dos cromossomos mais aptos têm maior probabilidade de serem transmitidos aos descendentes, preservando assim as melhores soluções encontradas ao longo das gerações (Gonçalves & Resende, 2011).

Além disso, o algoritmo trabalha com três subconjuntos na população: elite, não-elite e mutantes. As soluções de elite são as com melhor desempenho de acordo com a função de “*fitness*”, enquanto os mutantes são gerados aleatoriamente para manter a variabilidade na população. O processo de combinar dois indivíduos de uma população para gerar um outro, dando prioridade para a passagem dos genes daqueles com melhor aptidão, garante a ampliação do espaço de busca das soluções e propaga os melhores traços, como descrito em (Londe et al., 2025). O BRKGA tem sido aplicado com sucesso a diversos problemas combinatórios, como os problemas de localização, como o p-next center (Londe et al., 2021), problemas de roteamento de veículos (Grasas León et al., 2014), problemas de localização de *hubs* (Pessoa et al., 2017), problemas de scheduling (A. H. Kashan & Jolai, 2006), podendo ser facilmente adaptado para incluir estratégias de busca local para refinar as soluções.

Nesse sentido, essa metaheurística já foi utilizada em problemas de localização de *hubs*, sendo normalmente combinada com uma busca local, demonstrando-se eficiente e eficaz para essa gama de problemas (Londe et al., 2025).

3.4 Processo Evolucionário

Para a resolução do problema, foi utilizado o BRKGA, no qual a população \mathcal{P} é composta por um conjunto de $|\mathcal{P}|$ cromossomos que são representados por vetores de números reais no intervalo $[0,1]$.

Como ilustrado no Algoritmo 1, inicialmente o BRKGA gera a primeira geração de indivíduos de forma aleatória, atribuindo um número entre o intervalo $[0,1]$ de forma randômica para cada gene dos cromossomos. Posteriormente, o procedimento realizado pelo “decoder”, transforma esses cromossomos em soluções viáveis, calculando também seus respectivos custos por meio de uma função de avaliação. A cada geração, o algoritmo classifica os indivíduos com base nos valores dessa função de avaliação, separando-os entre elite e não-elite. Dessa forma, as soluções de melhor qualidade permanecem no conjunto elite, garantindo a preservação das características mais promissoras.

No BRKGA, a criação de uma nova geração é formada por três etapas principais como ilustrado na Figura 2: na primeira, os indivíduos da geração elite são copiados para a nova geração diretamente, trazendo o aspecto enviesado do método e propagando assim os melhores avaliados. A geração de mutantes consiste na adição de cromossomos gerados aleatoriamente na nova geração da população, de maneira semelhante à geração inicial, o que introduz variabilidade e amplia o espaço de busca por soluções. Por fim, o último aspecto da criação de novas gerações envolve os indivíduos gerados pelo cruzamento entre dois “pais”, sendo um elite e outro do grupo não-elite da geração anterior. Nesse cruzamento, a seleção dos genes de cada pai é feita com base em uma probabilidade ρ , que define a chance de escolher um gene do pai elite, garantindo mais um viés que favorece a qualidade dos descendentes. Essas características, como o tamanho da população, o tamanho dos grupos elite, não-elite e de mutantes, bem como a probabilidade de transmissão de genes, são todos parâmetros do algoritmo que devem ser definidos para aprimorar a qualidade das soluções geradas.

Algorithm 1 Esquema do BRKGA

- 1: Gera população inicial
 - 2: **while** Critério de parada não atendido **do**
 - 3: Decodificar cada cromossomo da população e calcula seu custo e solução
 - 4: Classifica seus indivíduos de acordo com seu fitness
 - 5: Copia parcela elite para próxima geração
 - 6: Adiciona os cromossomos resultantes dos cruzamentos na nova geração
 - 7: População \leftarrow nova geração
 - 8: **end while**
-

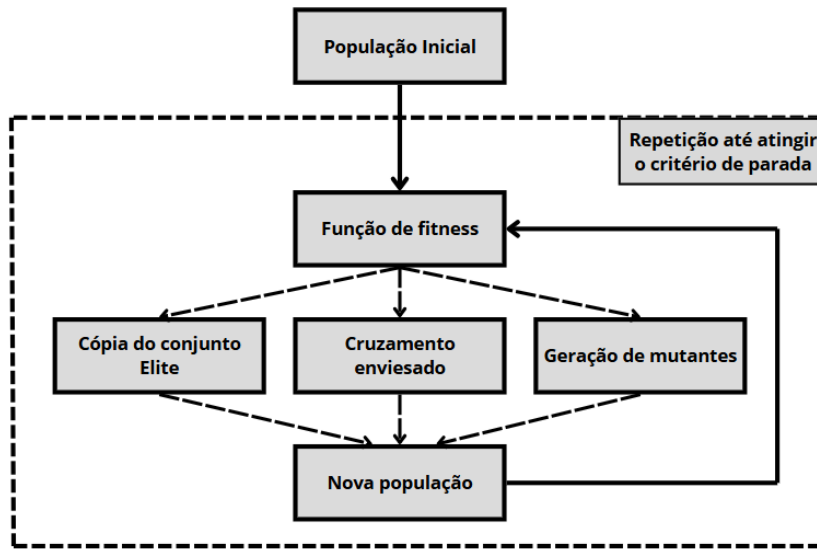


Figura 2: Processo BRKGA

3.5 Decoder

Um cromossomo que representa uma solução para o problema de p -hubs é um vetor com n genes, onde cada gene é um valor real no intervalo $[0,1]$. A Figura 3 ilustra a codificação de uma instância com dez nós e tendo três *hubs* a serem escolhidos. Inicialmente, todos os nós são ordenados de forma decrescente de acordo com seus respectivos valores de chaves aleatórias. Depois, os p primeiros nós são escolhidos como *hubs*, e os $n - p$ nós restantes são alocados de acordo com seus valores. Para essa alocação, os nós definidos como não-hubs são distribuídos em p intervalos, determinados a partir da diferença entre o maior e o menor valor das chaves dos nós não-hubs, dividida pelo número p de *hubs* previamente definidos.

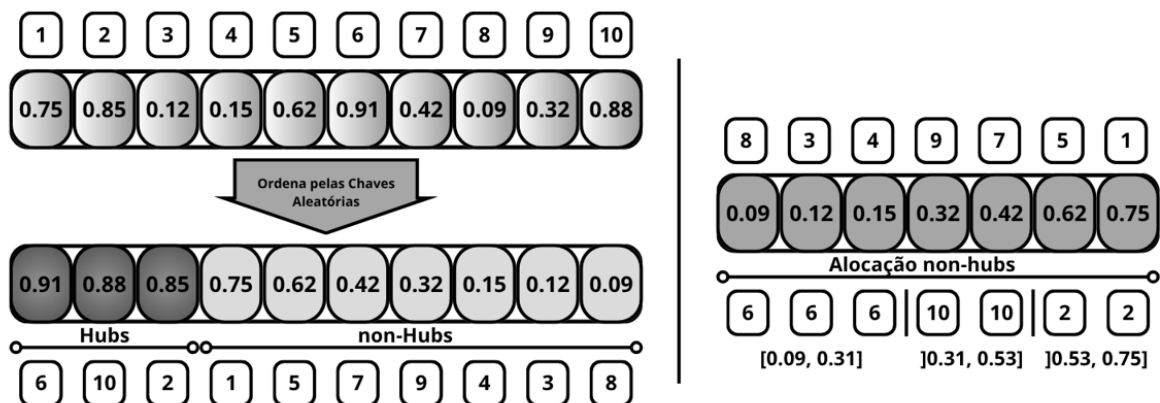


Figura 3: Decoder p -Hubs

Após converter o vetor de chaves aleatórias em uma solução, o decoder avalia o custo da mesma de acordo com sua função de avaliação e repete o processo evolucionário do BRKGA,

como ilustrado na Figura 2.

4 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

4.1 Coleta de dados

Para a realização dos experimentos foram utilizadas os dados resultantes da operação de 2024 contemplando os fluxos de redistribuição de material didático entre as unidades e as distâncias euclidianas das 170 escolas trabalhadas como apresentado na Figura 4. Unidades com o mesmo endereço ou com distâncias desprezíveis entre elas foram agrupadas em uma só para a obtenção de resultados mais condizentes com a realidade do grupo. Assim, as instâncias trabalhadas foram derivadas desta coleta, variando as quantidades de *hubs* a serem escolhidos e o fator de economia de escala (α).

As instâncias foram resolvidas pelo modelo matemático definido na Seção 2.3 utilizando o CPLEX, permitindo uma comparação entre o tempo e a qualidade das soluções obtidas em relação ao ótimo, dentro do mesmo ambiente de experimentação.



Figura 4: Mapa das unidades escolares da instância real

4.2 Ambiente computacional

A fim de garantir a comparabilidade dos resultados obtidos, todos os experimentos foram executados no mesmo ambiente computacional, utilizando a linguagem de programação Julia em um processador Intel Core i7 de 2,80 GHz com 16 GB de RAM no sistema operacional Windows 11. A formulação apresentada na Seção 2.3 foi implementada utilizando o IBM ILOG CPLEX 20.1 solver.

4.3 Parametrização do BRKGA

Uma das principais características do BRKGA é a extensa quantidade de parâmetros que, para alcançar resultados mais satisfatórios, precisam ser cuidadosamente refinadas. Assim, foi utilizado o procedimento de iterated racing para realizar os ajustes e refinamentos dos parâmetros. Essa metodologia, por sua vez, consiste em três etapas: gerar configurações a partir de uma distribuição específica, escolher as melhores por meio de métodos estatísticos e, em seguida, aperfeiçoar progressivamente essa distribuição de amostragem.

Para isso, utilizou-se o pacote irace (López-Ibáñez et al., 2016) para realizar o ajuste dos parâmetros, considerando um conjunto de dez instâncias selecionadas de forma aleatória. O processo foi conduzido dentro de intervalos previamente definidos para cada parâmetro, conforme apresentado na Tabela 2.

Parâmetros	Intervalo	Resultado
population size	[500, 1500]	1386
elite percentage	[0.05, 0.4]	0.2866
mutant percentage	[0.01; 0.3]	0.0913
bias percentage ρ	[0.65; 0.8]	0.6912

Tabela 2: Parametrização pelo irace

Assim, para os experimentos realizados, foi utilizado a configuração dos parâmetros definida pelo irace onde cada instancia foi testada em um conjunto de 10 sementes aleatórias com o critério de parada de no máximo 200 segundos.

4.4 Análise dos Resultados

Os testes foram conduzidos utilizando a instância do problema real de 170 nós, cujos resultados estão apresentados na Tabela 3. Foram consideradas diferentes combinações entre a quantidade de *hubs* a serem instalados e os valores do parâmetro α , resultando em um total de 28 instâncias analisadas.

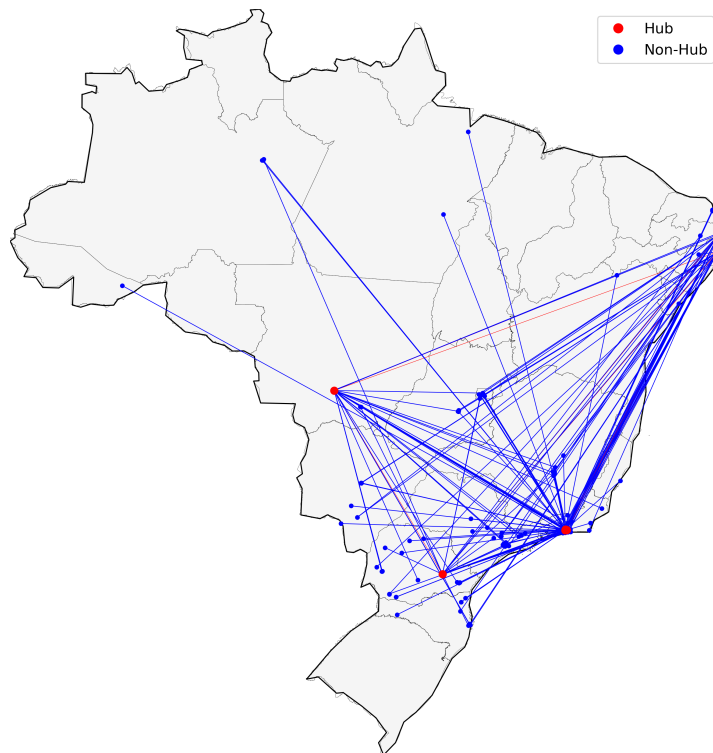
α	p	Melhor resultado atingido	Tempo melhor resultado	Tempo Médio
0,2	2	1514,7	28,6	120,9
0,2	3	1463,3	126,1	149,3
0,2	5	1450,3	118,2	93,2
0,2	7	1423,7	178,7	137,5
0,2	10	1414,8	132,5	142,7
0,2	15	1305,5	113,2	147,9
0,2	20	1187,1	160,8	146,4
0,6	2	1642,0	7,0	87,4
0,6	3	1538,3	178,7	193,6
0,6	5	1568,7	192,3	124,3
0,6	7	1539,3	193,5	180,6
0,6	10	1505,7	200,6	125,2
0,6	15	1535,5	118,4	110,3
0,6	20	1509,1	160,1	122,3
0,75	2	1645,6	179,2	177,2
0,75	3	1538,4	199,7	195,4
0,75	5	1636,6	30,0	73,3
0,75	7	1614,2	28,3	103,0
0,75	10	1578,5	156,7	174,0
0,75	15	1576,6	70,1	153,8
0,75	20	1556,6	172,8	128,6
1	2	1642,8	192,8	190,4
1	3	1590,7	181,5	176,9
1	5	1570,9	199,1	189,3
1	7	1652,7	171,4	79,2
1	10	1648,5	182,2	156,0
1	15	1619,7	199,0	177,9
1	20	1632,4	107,8	114,1

Tabela 3: Resultados BRKGA

O efeito da economia de escala se mostrou claro nas soluções obtidas. Para valores menores de α , houve uma redução significativa nos custos de transporte entre os *hubs*, favorecendo configurações com *hubs* mais esparsos. Em contrapartida, quando α assume o valor 1 (situação em que não há economia de escala), as soluções encontradas tendem a concentrar os *hubs* em localizações mais próximas, priorizando a minimização das distâncias como ilustrado na Figura 5.



(a) Resultado para $p = 7$ e $\alpha = 1.0$



(b) Resultado para $p = 7$ e $\alpha = 0.2$

Figura 5: Impacto do desconto de escala nas soluções.

Como os resultados foram gerados com base nos fluxos históricos da operação de 2024, algumas unidades, embora estivessem relativamente próximas dos *hubs* selecionados, não fo-

ram alocadas a eles. Isso se deve ao baixo volume de transações registrado por essas unidades no período analisado, fator que foi considerado na ponderação do processo de alocação. Conforme ilustrado na Figura 6, observa-se que algumas escolas localizadas na região Nordeste não foram associadas ao hub geograficamente mais próximo. Esse comportamento ocorre porque, na operação de 2024, o fluxo de materiais destinado a essas unidades foi reduzido, o que tornou mais vantajoso, do ponto de vista do modelo, alocá-las a outros *hubs*.

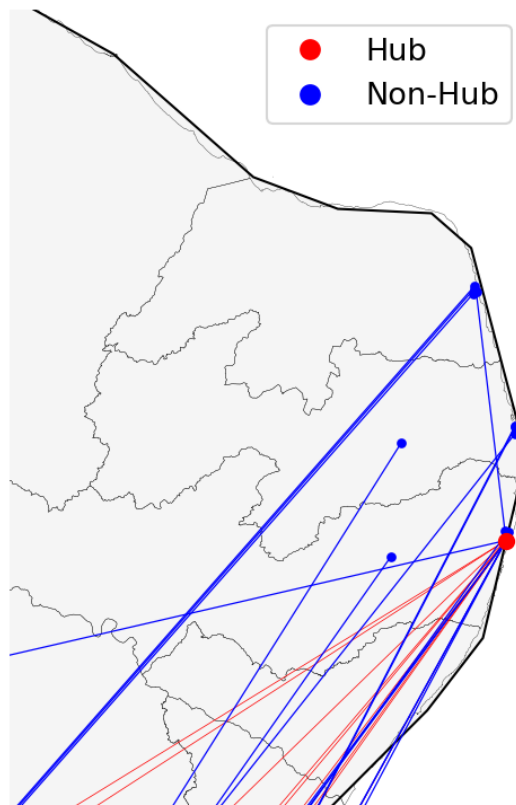


Figura 6: Exemplo de alocação a hubs mais distantes (Nordeste); $p = 7$, $\alpha = 0.75$

Devido à sua característica NP-difícil, a resolução das instâncias trabalhadas demanda um elevado esforço computacional, especialmente em relação ao tempo de processamento. Por esse motivo, o método exato foi aplicada apenas a uma das instâncias do conjunto analisado, com o objetivo de viabilizar a comparação dos resultados obtidos com aqueles gerados pela metaheurística implementada. Nos resultados apresentados na Tabela 4, o BRKGA demonstrou desempenho satisfatório em termos de qualidade da solução mas principalmente em relação ao tempo de execução. Embora o custo seja 23% pior, a utilização da metaheurística se justifica por apresentar soluções viáveis em um tempo computacional mais adequado para a avaliação de múltiplos cenários. A Figura 7 ilustra, no mapa, a diferença entre as soluções encontradas.

	BRKGA	CPLEX
Melhor resultado	1538,4	1248,5
Tempo (segundos)	199,8	19133

Tabela 4: Resultados comparativos; $p = 3$, $\alpha = 0.75$



(a) Resultado BRKGA; $p = 3$, $\alpha = 0.75$



(b) Resultado CPLEX; $p = 3$, $\alpha = 0.75$

Figura 7: Comparação CPLEX x BRKGA.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho aplicou a metaheurística BRKGA para resolver um problema real de localização de *hubs* no contexto da distribuição de materiais em uma rede de unidades de ensino.

O modelo matemático aplicado a este problema teve dificuldades em encontrar soluções ótimas em um tempo computacional razoável. Por outro lado, o BRKGA se mostrou particularmente vantajoso devido a sua capacidade de gerar boas soluções em um tempo significativamente menor do que o método exato..

Para trabalhos futuros, recomenda-se: a aplicação de uma possível hibridização do BRKGA com outra metaheurística, a fim de buscar resultados ainda melhores. Além disso, é sugerido um aprofundamento na análise do impacto da economia de escala na instância do problema real, levando em consideração os custos efetivos de toda a operação, bem como características mais específicas do problema em si, como a capacidade de carga, restrições dos hubs e dos veículos, incerteza associada à demanda e as particularidades das unidades envolvidas.

Bibliografia

- A. H. Kashan, B. K., & Jolai, F. (2006). Effective hybrid genetic algorithm for minimizing makespan on a single-batch-processing machine with non-identical job sizes. *International Journal of Production Research*, 44(12), 2337–2360. <https://doi.org/10.1080/00207540500525254>
- Adler, N., Njoya, E. T., & Volta, N. (2018). The multi-airline p-hub median problem applied to the African aviation market. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 107, 187–202.
- Alumur, S. A., Campbell, J. F., Contreras, I., Kara, B. Y., Marianov, V., & O’Kelly, M. E. (2021). Perspectives on modeling hub location problems. *European Journal of Operational Research*, 291(1), 1–17.
- Ambrosino, D., & Sciomachen, A. (2016). A capacitated hub location problem in freight logistics multimodal networks. *Optimization Letters*, 10(5), 875–901.
- Banerjee, S., Griffin, T. G., & Pias, M. (2004). The interdomain connectivity of PlanetLab nodes. *International Workshop on Passive and Active Network Measurement*, 73–82.
- Basu, S., Sharma, M., & Ghosh, P. S. (2015). Metaheuristic applications on discrete facility location problems: a survey. *Opsearch*, 52, 530–561.
- Campbell, J. F. (1994). Integer programming formulations of discrete hub location problems. *European Journal of Operational Research*, 72(2), 387–405. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90318-2](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90318-2)
- Campbell, J. F., & O’Kelly, M. E. (2012). Twenty-five years of hub location research. *Transportation Science*, 46(2), 153–169.
- Castellano, P., Menezes, K., Peres, L., Derenievicz, G., Castilho, M., Rodrigues, N., da Cruz, S., & Pereira, R. (2023). Do social ao técnico: Uma análise sociotécnica para a otimização da logística do programa nacional do livro e do material didático. *Workshop de Computação Aplicada em Governo Eletrônico (WCGE)*, 153–164.
- Dorigo, M. (1991). Positive feedback as a search strategy. *Technical report*, 91–16.
- Gendreau, M., Laporte, G., & Potvin, J.-Y. (2002). Metaheuristics for the capacitated VRP. Em *The vehicle routing problem* (pp. 129–154). SIAM.
- Gonçalves, J. F., & Resende, M. G. (2011). Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization. *Journal of Heuristics*, 17(5), 487–525.
- Grasas León, A., Ramalhinho-Lourenço, H., Pessoa, L. S., Resende, M. G., Caballé, I., & Barba, N. (2014). On the improvement of blood sample collection at clinical laboratories.
- Londe, M. A., Andrade, C. E., & Pessoa, L. S. (2021). An evolutionary approach for the p-next center problem. *Expert Systems with Applications*, 175, 114728.

- Londe, M. A., Pessoa, L. S., Andrade, C. E., & Resende, M. G. (2025). Biased random-key genetic algorithms: A review. *European Journal of Operational Research*, *321*, 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2024.03.030>
- López-Ibáñez, M., Dubois-Lacoste, J., Cáceres, L. P., Birattari, M., & Stützle, T. (2016). The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, *3*, 43–58.
- O’Kelly, M. E. (1986). The location of interacting hub facilities. *Transportation science*, *20*(2), 92–106.
- Pessoa, L. S., Santos, A. C., & Resende, M. G. C. (2017). A biased random-key genetic algorithm for the tree of hubs location problem. *Optimization Letters*, *11*(7), 1371–1384. <https://doi.org/10.1007/s11590-016-1082-9>
- Talbi, E. (2009). Metaheuristics: From Design to Implementation. *John Wiley & Sons google schola*, *2*, 268–308.