

Jessica Quintanilha Kubrusly

**Métodos Estatísticos para Cálculo
de Reservas**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Programa de Pós-graduação em Matemática

Rio de Janeiro
Agosto de 2005



Jessica Quintanilha Kubrusly

Métodos Estatísticos para Cálculo de Reservas

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática da PUC-Rio

Orientador : Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes
Co-Orientador: Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho
Co-Orientador: Prof. Fernanda Chaves Pereira

Rio de Janeiro
Agosto de 2005



Jessica Quintanilha Kubrusly

Métodos Estatísticos para Cálculo de Reservas

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Matemática do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Hélio Côrtes Vieira Lopes

Orientador

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho

Co-Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica — PUC-Rio

Prof. Fernanda Chaves Pereira

Co-Orientador

IAPUC — PUC-Rio

Prof. Marco Antônio Grivet Mattoso Maia

CETUC — PUC-Rio

Prof. Andrea Levy

ICATU-HARTFORD

Prof. Leonardo Rocha Souza

Departamento de Matemática — PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 12 de Agosto de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Jessica Quintanilha Kubrusly

Graduou-se em Engenharia Elétrica na PUC-Rio em 2003. Desenvolveu junto com os seus orientadores durante o Mestrado ferramentas de cálculo de provisão de reservas.

Ficha Catalográfica

Kubrusly, Jessica

Métodos Estatísticos para Cálculo de Reservas/ Jessica Quintanilha Kubrusly; orientador: Hélio Côrtes Vieira Lopes; co-orientadores: Álvaro de Lima Veiga Filho, Fernanda Chaves Pereira. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Matemática, 2005.

v., 44 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Teses. 2. Probabilidade. 3. Estatística. 4. Cálculo de reservas de IBNR. I. Lopes, Hélio Côrtes Vieira. II. Filho, Álvaro de Lima Veiga. III. Pereira, Fernanda Chaves. IV. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. V. Título.

CDD: 510

Essa dissertação é dedicada a minha família, sem ela nada disso seria possível.

Agradecimentos

Primeiro gostaria de agradecer ao meu orientador Helio Lopes, que durante esses dois anos de convívio mostrou que a relação entre orientando e orientador é muito mais do que um simples contato profissional. Houve momentos difíceis em que ele deixou de ser meu professor e se mostrou um irmão, me acalmando e me entusiasmando. Quando existe amizade e afinidade o trabalho fica muito mais fácil de ser realizado.

Além do orientador dois outros professores foram muito importantes nesse período. Gostaria de agradecer a eles, Fernanda Chaves e Álvaro Veiga. No início foi fundamental a ajuda da professora Fernanda, responsável pelos meus primeiros aprendizados na área de atuaria. Já o professor Álvaro foi indispensável na fase final, sua contribuição teve como consequência o resultado mais importante desta dissertação.

Não podia deixar de mostrar minha gratidão ao Icatu-Hartford, que incentivou o estudo e a pesquisa em atuaria mostrando que a universidade e a empresa tem bons motivos para trabalhar em conjunto. Em particular gostaria de agradecer ao vice-presidente Andrea Levy, que se dedicou e participou de várias discussões durante o desenvolvimento deste trabalho. Também foi de grande importância a contribuição do Márcio Palmeira da Icatu-Hartford, que além de sugerir o tema da tese sempre esteve a disposição para ajudar.

Não só o Icatu-Hartford forneceu auxílio financeiro, como também a PUC-Rio e a Capes. A essas instituições sou muito grata. Vale também agradecer à Finep pelo auxílio concedido para a compra dos equipamentos que permitiram a execução dessa dissertação. Não poderia deixar de citar os professores Luiz Roberto Cunha e Marco Grivet, devo agradecer o interesse e atenção concedida por eles.

São muitos aqueles que tenho que agradecer, não foram poucas as pessoas que contribuíram direta ou indiretamente para esta dissertação. Por mais que não seja explícito, o bom humor, a amizade e o carinho de todos os alunos e funcionários do departamento foram peças fundamentais para tornar esses dois anos de mestrados o mais agradável possível. As conversas no corredor e as risadas na secretaria fazem de nós alunos pessoas melhores, o que com certeza é refletido em tudo que fazemos. Obrigada a todos vocês.

Resumo

Kubrusly, Jessica; Lopes, Hélio Côrtes Vieira; Filho, Álvaro de Lima Veiga; Pereira, Fernanda Chaves. **Métodos Estatísticos para Cálculo de Reservas**. Rio de Janeiro, 2005. 44p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A Resolução CNSP nº 18 de 25 de agosto de 1998 tornou obrigatória a provisão para sinistros ocorridos e não avisados, IBNR. Por causa disso, a estimativa da reserva de IBNR passou a fazer parte do cotidiano das seguradoras brasileiras. Algumas maneiras, tradicionais ou usuais, de determinar essa quantia serão expostas nesse trabalho. Assim como será apresentada uma nova forma para estimar o IBNR. Os diferentes caminhos para chegar à essa estimativa serão comparados com o objetivo de destacar as vantagens e desvantagens de cada um deles.

Palavras-chave

Probabilidade, Estatística, Provisão de reservas, IBNR.

Abstract

Kubrusly, Jessica; Lopes, Hélio Côrtes Vieira; Filho, Álvaro de Lima Veiga; Pereira, Fernanda Chaves. **Estatistical Methods for Reserve Estimation**. Rio de Janeiro, 2005. 44p. MSc. Dissertation — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The CNSP number 18 bylaw promulgated on August 25, 1998 obliging payment has become mandatory when even not communicated, IBNR. Hence, estimates from IBNR have become routine in all brazilian insurance companies. Some ways to determine these compensations shall be clarified in this report. In addition, I shall try to outline a new formula to estimate the IBNR. The different paths to reach the very same estimate can be compared with the purpose of underlying the pro's and the con's of each estimate.

Keywords

Probability, Statistic, Reserves, IBNR

Sumário

1	Introdução	11
1.1	Trabalhos Anteriores	11
1.2	Contribuições	12
1.3	Organização	12
2	Alguns Estimadores para IBNR	14
2.1	Primeiro Estimador	15
2.2	Segundo Estimador	17
2.3	Terceiro Estimador	19
3	Novo Estimador para IBNR	23
3.1	Introdução	23
3.2	Apresentação do Modelo	23
3.3	Cálculos e Estimativas	25
4	Simulação e Análise dos Resultados	31
4.1	Comportamento do Novo Estimador	32
4.2	Comparação do Novo Estimador com os Demais	36
5	Conclusão	41
	Referências Bibliográficas	43

Lista de figuras

- | | | |
|-----|--|----|
| 4.1 | Gráfico gerado pelo resultado da simulação. | 32 |
| 4.2 | Gráfico gerado pelo resultado da simulação supondo β fixo. | 36 |

Lista de tabelas

4.1	Resultado da simulação.	32
4.2	Estimativas para α e λ fornecidas pela simulação.	33
4.3	Comparação entre $\bar{\alpha}$ e $\bar{\lambda}$ consecutivos.	33
4.4	Estimativas para β fornecidas pela simulação.	34
4.5	Valores de β_0 fornecidas pela simulação.	35
4.6	Valores do $IBNR_{novo}$ supondo $\hat{\beta}$ fixo.	36
4.7	Triângulo de desenvolvimento para o mês de dezembro.	37
4.8	Triângulo de desenvolvimento para o mês de abril.	37
4.9	Fatores para os meses de abril, maio e junho do primeiro ano de simulação.	38
4.10	Primeiro fator para cada data presente.	39
4.11	Valor da função ${}_0F_1(.,.)$ para cada data presente.	39