

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Anderson Alexander Gomes Cortines

**Dinâmica Intradiária do Mercado
de Ações Brasileiro**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da PUC-Rio.

Orientadora: Rosane Riera Freire

Rio de Janeiro
Abril de 2005



Anderson Alexander Gomes Cortines

**Dinâmica Intradiária do Mercado
de Ações Brasileiro**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Física do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Rosane Riera Freire

Orientadora
Departamento de Física – PUC-Rio

Prof. Carlos Maurício Giesbrecht Ferreira Chaves

Instituto de Física – UFRJ

Prof. Célia Antonoedo

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 15 de abril de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e da orientadora.

Anderson Alexander Gomes Cortines

Graduou-se em Licenciatura em Física na UFRRJ (Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro) em 1999. Participou de diversos congressos na área por diversas Universidades. Completou o mestrado em Física da Matéria Condensada Teórica na PUC-RIO em 2005. Pesquisando o comportamento do mercado financeiro, em especial a Bolsa de Valores de São Paulo

Ficha Catalográfica

Cortines, Anderson Alexander Gomes

Dinâmica Intradiária do Mercado de Ações Brasileiro / Anderson Alexander Gomes Cortines; orientadora: Rosane Riera Freire. – Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Física, 2005.

126f.: 30cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro, Departamento de Física

Inclui referências bibliográficas.

1. Física – Teses. 2. Econofísica. 3. Mecânica não-extensiva. 4. Retorno intradiário. 5. Dinâmica não-linear. 6. Ibovespa. I. Freire, Rosane Riera. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. III. Título.

CDD: 530

Para meus pais, Alberto e Albina,
minha esposa LÍlian e minha filha Rafaela.

Agradecimentos

Esta tese dificilmente teria sido realizada sem o apoio de duas instituições as quais pertencem: a Pontifícia Universidade do Rio de Janeiro e a CAPES. Exemplos da luta pela sobrevivência da pesquisa em um ambiente que a condena ao elenco de atividades não prioritárias, face às dificuldades da política educacional. Às duas instituições, meu reconhecimento e agradecimento pelo apoio para a concretização do Curso de Mestrado em Ciências Físicas as bolsas concedidas.

Ao Departamento de Física da PUC-Rio credito meus agradecimentos. Desejo expressar um agradecimento especial à minha orientadora, Professora Rosane Riera Freire, pela seriedade e competência nas várias explicações e esclarecimentos sobre os temas tratados nesta dissertação. Aos amigos e colegas da PUC-Rio, Marcelo, Luis, Filipo, Adriano, Laércio, Anderson Fonseca, Nei, Vernek, Caroline, Eduardo, Renato, Lourival, Lucas e em especial Diego, meus agradecimentos pela participação em idéias, sugestões e discussões que se fizeram presentes ao longo das várias etapas da tese, contribuindo para o bom andamento desta.

Agradeço também aos professores do Curso de Pós Graduação em Física que, de maneira mais ou menos direta, participaram da elaboração e do amadurecimento do projeto de dissertação que assumiu a forma aqui presente, Em especial, expresso minha gratidão a Welles Morgado, Hiroshi Nunokawa e Vera Lúcia, cujas disciplinas foram decisivas para o meu aprofundamento pessoal.

Finalmente quero expressar meus agradecimentos a meus familiares mais próximos que, nos últimos anos foram privados de um convívio qualitativamente melhor, em razão da dedicação a preparação da dissertação. À Lílian, minha gratidão por, mesmo nos momentos mais difíceis, ter me reconfortado com seu afeto, carinho e dedicação. À minha filha Rafaela, pela sua existência e pelo seu sorriso. E a minha mãe Maria Albina Gomes Faria, meu pai Alberto Cortines, meus irmãos e minha família pela distração oferecida nos finais de semana, e a Deus, dono de todo o conhecimento.

Resumo

Cortines, Anderson Alexander Gomes; Freire, Rosane Riera. **Dinâmica Intradiária do Mercado de Ações Brasileiro**. Rio de Janeiro, 2005. 126p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A modelagem do mercado financeiro requer uma descrição completa da estatística dos preços assim como de sua dinâmica. Analisamos as flutuações de preço do mercado de ações brasileiro (IBOVESPA) em escala de tempo intradiária, no período 2002-2004, considerando distribuições q -Gaussianas $P(q)(x,t)$ provenientes da estatística não-extensiva de Tsallis. Estas distribuições são soluções de uma equação de Fokker-Planck (EFP) não-linear, que permite modelar a difusão anômala observada na série temporal de preços de alta frequência a partir de mecanismos de feedback estatístico na dinâmica de formação de preços. Nossos resultados mostram que, quando retornos de preços são medidos em escalas temporais de até 30 minutos, as distribuições empíricas são bem descritas por q -Gaussianas, com parâmetro não-extensivo q estacionário e com truncamento exponencial das caudas. Através da análise das propriedades de escala temporal dos primeiros momentos das distribuições empíricas, analisamos a consistência entre a evolução temporal observada e a prevista pela EFP não-linear e obtemos os parâmetros do modelo que caracterizam a dinâmica de nosso mercado. A presença de correlação temporal retarda a convergência das distribuições de retornos de preços para o regime Gaussiano de acordo com o T.L.C., surgindo assim um novo regime q -Gaussiano para escalas de tempo curtas, cujo comportamento superdifusivo é regido pela EFP considerada. Nossos resultados indicam que esta modelagem fornece uma descrição adequada para a dinâmica das flutuações de preços intradiárias do IBOVESPA.

Palavras-chave

Mecânica Não-extensiva; Dinâmica Não-linear; Econofísica; Ibovespa; Retorno Intradiário.

Abstract

Cortines, Anderson Alexander Gomes; Freire, Rosane Riera. **High-frequency Dynamics of the Brazilian Stock Market**. Rio de Janeiro, 2005. 126p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The stock market modeling requires a complete statistical description of the price and its dynamics. We analyze the intra-day Brazilian stock market price fluctuations (IBOVESPA), in the period 2002-2004, considering q -Gaussians distributions $P(q)(x,t)$ derived from Tsallis non-extensive statistics. Such distributions are solutions of a non-linear Fokker-Planck equation (F.P.E.), allowing to model the anomalous diffusion found at high frequency price time series from statistical feedback mechanisms in the dynamics of price formation. Our results show that, when returns are measured over intervals less than 30 minutes, the empirical distributions are well fitted by q -Gaussians, with stationary non-extensive parameter q and exponential damped tails. From the time scale properties of the first moments of the empirical distributions, we analyze the consistency between the observed time evolution and the foreseen behavior within the non-linear F.P.E. and get the model parameters that characterize our high frequency market dynamics. The presence of time correlation slows down the convergence of the price return distributions to a Gaussian regime according to C.L.T., giving rise to a new q -Gaussian regime for very short time scales, with super diffusive behavior driven by the considered F.P.E. Our results show that this modeling provides an adequate description of the dynamics of the Brazilian stock market intra-day price fluctuations.

Keywords

Non-extensive Mechanics; Econophysics; Nonlinear Dynamics; High-frequency Returns.

Sumário

1. Motivação e Histórico

1.1 Mercado Financeiro	19
1.2 Definições de Retorno de Preços	25
1.3 Histórico da Modelagem de Preços	27
1.4 Correlação Temporal	36

2. Distribuições de Probabilidade

2.1 Distribuição Gaussiana	41
2.2 Distribuição Log-Normal	42
2.3 Distribuição de Lévy	45
2.4 Distribuição de Tsallis	48
2.5 Distribuições Truncadas	53

3. Mecânica Não-extensiva

3.1 Entropia de Informação e Princípio da Máxima Entropia	56
3.2 Obtenção da Distribuição de Tsallis	61
3.3 Dinâmica dos Retornos de Preços e Equação de Fokker-Planck	66

4. Resultados

4.1 Dados empíricos de Alta Frequência do IBOVESPA	75
4.2 Modelagem da Distribuição de Retornos na Escala de 1 minuto	84
4.3 Análise das Correlações Temporais Intradiárias	97
4.4 Evolução Temporal das Distribuições de Retorno	105

5. Conclusões

5.1 Modelagem do Centro das Distribuições de Retorno	112
5.2 Truncamento das Distribuições de Retorno	114
5.3 Análise das Correlações Intradiárias	115
5.4 Modelagem para a Dinâmica dos Preços	116
5.5 Perspectivas Futuras	118

6. Referências Bibliográficas	119
Apêndice A Extensividade da Entropia	122
Apêndice B Código do Programa para Misturar Dados	124

Lista de Figuras

- 1.1 Série dos valores do IBOVESPA intradiário. 24
- 1.2 Comparação do histograma de retornos normalizados para $\Delta t=1$ minuto do S&P 500 (período 84-89) com as distribuições Gaussiana e de Lévy em gráfico semi-logarítmico. 31
- 1.3 Distribuição acumulada de retornos normalizados do índice S&P 500 no período 1986-1987 em gráfico log-log, mostrando um decaimento em lei de potência $P_{ACUM}(x) \sim x^{-\alpha}$. A linha pontilhada demarca o limite de comportamento da cauda compatível com as distribuições de Lévy. 32
- 1.4 Gráfico semi-logarítmico da distribuição acumulada de retornos normalizados, em escala $\Delta t=1$ dia, para três tipos de títulos financeiros, no período 1991-1995: S&P 500, câmbio marco-dólar (DEM/\$), e letras e taxa de juros do mercado alemão (Bund). 33
- 1.5 Gráfico semilogarítmico da distribuição acumulada dos retornos intradiários normalizados de quatro grandes empresas americanas: Intel (INTC), Microsoft (MSFT), IBM, Merck (MRK), no período 1993-2000. Os gráficos estão deslocados para melhor visualização. Para $x > 0$, é mostrado $P_{ACUM}(x)$ e para $x < 0$, $1 - P_{ACUM}(x)$. 34
- 1.6 Distribuições empíricas e *q-gaussianas* (linhas cheias) para retornos normalizados das dez empresas com maior volume de negociação na NYSE em 2001. A linha pontilhada representa a distribuição Gaussiana. 35
- 1.7 Distribuições empíricas e *q-gaussianas* (linhas cheias) para retornos normalizados das 10 empresas com maior volume de negociação na NASDAQ em 2001. A linha pontilhada representa a distribuição Gaussiana. 35
- 1.8 Função de autocorrelação para o S&P 500 em gráfico semilogarítmico. A linha reta corresponde a um decaimento

- exponencial com tempo crítico $\tau_c = 4$ minutos. A correlação intradiária neste mercado dura cerca de 20 minutos. 38
- 1.9 Função de autocorrelação de módulo de retornos em gráfico log-log para os mesmos dados da figura 1.2, mostrando correlação em lei de potência com expoente $\eta \cong 0.3$. A correlação persiste até a escala de alguns meses. 39
- 2.1 Gráficos à esquerda (de cima para baixo): (a) série de preços de fechamento das ações da Microsoft; (b) volume diário negociado; (c) série de preços de fechamento das ações normalizados pelo volume diário negociado. Gráfico à direita: distribuição de preços de fechamento diário das ações da Microsoft normalizados pelo volume negociado e a distribuição log-normal aproximada. 44
- 2.2 Função densidade de probabilidade para retornos reescalados de alta frequência do S&P 500 em horizontes de tempo $\Delta t = 1, 3, 10, 32, 100, 316$ e 1000 minutos. 47
- 2.3 Distribuição de probabilidade $p_q(x)$ para vários valores de $1 < q < 3$ ($\beta=1$): $q=1,1$ (azul), $q=1,5$ (rosa), $q=1,7$ (verde), $q=2,0$ (marrom) e $q=2,5$ (laranja). 49
- 2.4 Ilustração do comportamento da q -Gaussiana ($q = 1,5$) de acordo com o parâmetro β : $\beta=1,0$ (azul), $\beta =3,0$ (rosa), $\beta =5,0$ (verde), $\beta =10,0$ (marrom) e $\beta =30,0$ (laranja). 50
- 2.5 Distribuições de Tsallis com $5/3 < q < 3$ (linha pontilhada) e de Lévy com $0 < \alpha < 2$ (linha cheia). Parâmetros (q, α) relacionados por (2.22) de forma que as duas distribuições possuam decaimento em lei de potência com mesmo expoente. As distribuições coincidem para $q=2$ (Lorentziana). 52
- 2.6 Diagrama do comportamento das q -Gaussianas de acordo com o parâmetro q de Tsallis. O parâmetro δ descreve o decaimento assintótico em lei de potência. 53
- 2.7 Gráfico semi-logarítmico da distribuição acumulada de retornos diários normalizados do IBOVESPA entre 1986-2000. Obtém-se cauda exponencial com parâmetro $1/\xi=1,7$. 55

- 2.8 Comparação da distribuição de freqüência de retorno normalizado diário do IBOVESPA com a distribuição Gaussiana de desvio padrão unitário para janela temporal maior do que 20 dias 55
- 3.1 Representação diagramática da redução do intervalo de entropia de informação $\Delta = S_{MÁX}[p] - S_{MIN}[p]$ das distribuições de probabilidade $p(x)$ que satisfazem às informações dadas, à medida que acrescentamos informações sobre o sistema. 58
- 3.2 Evolução temporal do parâmetro $\beta(t)$ para os dados do S&P 500 de julho de 2000 a janeiro de 2001 e previsão de comportamento segundo a E.F.P. não-linear (3.29) ótima. 73
- 4.1 Retornos para $\Delta t=1$ minuto do IBOVESPA. 76
- 4.2 Retorno Normalizado para $\Delta t=1$ minuto durante o período analisado. 77
- 4.3 Comparação dos histogramas de retorno para $\Delta t=1$ minuto do IBOVESPA em escala semi-logarítmica, considerando-se séries geradas com ou sem superposição dos intervalos temporais de medida. 78
- 4.4 Comparação da distribuição de retornos para $\Delta t=1$ minuto do IBOVESPA (pontos) com a distribuição Gaussiana (linha cheia). 78
- 4.5 Histogramas de retorno para $\Delta t= 2$ e 5 minutos construídos com dois métodos: cálculo direto (DIRETO), utilizando a equação (1.5); e através da soma de retornos de $\Delta t=1$ minuto (SOMA). Os gráficos para $\Delta t=5$ minutos estão multiplicados por um fator de 100 para melhor visualização. 79
- 4.6 Série de retornos intradiários do IBOVESPA no período analisado. 80
- 4.7 Histograma de retornos do IBOVESPA para escalas de tempo $\Delta t = 1, 10$ e 60 minutos. 81
- 4.8 Série histórica de retornos normalizados do IBOVESPA. 81
- 4.9 Histograma de retornos normalizados do IBOVESPA para escalas de tempo $\Delta t = 1$ e 60 minutos. 82

- 4.10 Histograma de Retornos normalizados do IBOVESPA para escalas de tempo apresentadas na legenda da figura (colapso de dados). 83
- 4.11 Histograma de retornos normalizados para intervalo de tempo $\Delta t = 1$ minuto (linha e pontos pretos) e distribuição de Tsallis que apresenta melhor descrição do comportamento dos dados. Parâmetros ótimos apresentados na legenda. 84
- 4.12 Gráfico semi-logarítmico da distribuição acumulada de retornos normalizados em intervalo de tempo $\Delta t = 1$ minuto. A linha preta representa a cauda de retornos negativos (transladada para melhor visualização) e a linha vermelha, os retornos positivos. A linha pontilhada azul delimita o limite considerado para existência de um comportamento exponencial. 85
- 4.13 Gráfico log-log da distribuição acumulada de retornos normalizados em intervalo de tempo $\Delta t = 1$ minuto. A linha preta representa a cauda de retornos negativos (transladada para melhor visualização) e a linha vermelha, os retornos positivos. A linha pontilhada azul delimita o limite considerado para existência de um comportamento em lei de potência. 86
- 4.14 Distribuições empíricas e q-Gaussianas ótimas (linhas vermelhas) para retornos normalizados do IBOVESPA de magnitude até 10σ , em escalas de tempo $\Delta t = 1$ minuto (\square), 2 minutos (o) e 3 minutos (Δ). As curvas para $\Delta t = 2$ e 3 minutos foram movidas verticalmente para melhor visualização. 87
- 4.15 Distribuições empíricas e q-Gaussianas (linhas vermelhas) para retornos normalizados do IBOVESPA com magnitude até 20σ . As curvas para $\Delta t = 2$ e 3 minutos foram movidas verticalmente para melhor visualização. 88
- 4.16 Distribuição empírica e q-Gaussiana ótima (linha vermelha) para retornos normalizados do IBOVESPA com magnitude até 5σ . Na legenda estão os parâmetros relativos a q-Gaussiana. 91

- 4.17 Histograma de retorno normalizado para $\Delta t = 1$ minuto construído com 1000 bins. 93
- 4.18 Comportamento do parâmetro ótimo q em cada mês estudado em nossa análise (de Novembro de 2002 a Junho de 2004) e barra de erro do conjunto dos valores mensais encontrados. A linha representa o parâmetro ótimo $q = 1,75$ da distribuição global. 94
- 4.19 Comportamento do parâmetro de escala β em cada mês estudado em nossa análise (de Novembro de 2002 a Junho de 2004) e barra de erro. A linha representa o parâmetro $\beta = 4,47$ da distribuição conjunta. 94
- 4.20 Gráfico semi-logarítmico da distribuição acumulada para os valores de cauda da distribuição de retorno normalizado para $\Delta t = 1$ minuto. 95
- 4.21 Gráfico semi-logarítmico do histograma de retorno normalizado para $\Delta t = 1$ minuto modelado por uma distribuição de Tsallis truncada: q -Gaussiana com parâmetro $q = 1,75$ para centro da distribuição (linha vermelha) e q -Gaussiana exponencialmente truncada com parâmetro $\xi = 4$ para a cauda (linha azul). 96
- 4.22 Distribuições de retorno (EMP) e as construídas a partir da agregação de retornos de $\Delta t = 1$ minuto misturados (MIST). Os gráficos estão multiplicados por um fator para melhor visualização. 98
- 4.23 Distribuições de retorno EMP e MIST para $\Delta t = 16$ minutos em escala semi-logarítmica. 99
- 4.24 Distribuições de retorno EMP e MIST para $\Delta t = 16$ minutos em escala linear. 99
- 4.25 Distribuições de retorno EMP e MIST para $\Delta t = 45$ minutos em escala linear. As distribuições estão delineadas pelas respectivas q -Gaussianas ótimas. 101

- 4.26 Dependência do desvio padrão das distribuições de retorno EMP e MIST com a escala temporal Δt . 102
- 4.27 Correlação Linear entre retornos de $\Delta t=1$ minuto à distância temporal τ . A linha vermelha representa o ajuste linear entre $\tau=2$ e 15 minutos. A partir de $\tau=20$ minutos, a correlação linear está em nível de ruído. 103
- 4.28 Covariância Modular entre retornos de $\Delta t=1$ minuto à distância temporal τ . A linha vermelha representa o ajuste linear entre $\tau=2$ e 60 minutos. 103
- 4.29 Correlação Linear (vermelho) e Covariância Modular (preto) entre retornos de $\Delta t=1$ minuto ocorrendo em intervalo temporal τ . 104
- 4.30 Gráfico semi-logarítmico das distribuições empíricas para retorno normalizado do IBOVESPA em faixa de meia-largura 5σ . Os gráficos estão multiplicados por um fator acumulativo de 10 para melhor visualização. As escalas temporais estão mostradas na legenda. 105
- 4.31 Distribuição de retorno reescalado para escalas de tempo $\Delta t=1,2,3$ minutos e q-Gaussiana ótima com parâmetro $q = 1,75$. Os gráficos foram deslocados para melhor visualização. 108
- 4.32 Distribuição de retorno reescalado para escalas de tempo $\Delta t=5,10,15$ minutos e q-Gaussiana ótima com parâmetro $q = 1,75$. Os gráficos foram deslocados para melhor visualização. 108
- 4.33 Distribuição de retorno reescalado para escalas de tempo $\Delta t=20,30,60$ minutos. Os gráficos foram deslocados para melhor visualização. 109
- 4.34 Evolução temporal do parâmetro $\beta(t)$ para os dados do IBOVESPA de novembro 2002 a junho 2004 e previsão de comportamento segundo a E.F.P. não-linear (3.29) ótima. 111

5.1 Comparação entre a distribuição empírica para o retorno normalizado na escala de tempo de $\Delta t=1$ minuto (linha verde), e os melhores ajustes para a distribuição de Lévy (linha vermelha) e q-Gaussiana (linha azul). 116

Lista de Tabelas

- 2.1 A primeira coluna mostra valores de n de 1 a 6. A segunda coluna mostra a probabilidade do módulo do retorno em relação ao valor médio ser maior do que n vezes o desvio padrão, segundo a distribuição normal. A terceira coluna apresenta esta probabilidade em número equivalente N de eventos que se deve observar para encontrar uma vez tal retorno. Considerando a ocorrência de cada evento em escala diária, a quarta coluna traduz este resultado em tempo de negócio, onde 1 mês equivale à 22 dias de pregão e 1 ano equivale à 252 dias. 42
- 4.1 Parâmetros q ótimos para a distribuição de retornos normalizados no intervalo de $\Delta t = 1$ minuto para cada mês entre novembro de 2002 e junho de 2004. 89
- 4.2 Parâmetros de escala β ótimos para a distribuição de retornos normalizados no intervalo de $\Delta t = 1$ minuto para cada mês entre novembro de 2002 e junho de 2004 90
- 4.3 Variação dos parâmetros q e β de acordo com o número de bins utilizados, considerando-se retornos tais que $|x| \leq 5\sigma$. 92
- 4.4 Média e Desvio Padrão das séries de $\Delta t = 1$ minuto real (EMP) e misturada (MIST) 97
- 4.5 Valores dos parâmetros q efetivos das distribuições de retorno EMP e MIST para os intervalos $\Delta t = 1, 2, 4, 8, 16, 30, 45$ e 60 minutos 100
- 4.6 Comparação dos parâmetros de correlação linear e modular entre os mercados americano e brasileiro 104
- 4.7 Limite da região central da distribuição de retornos normalizados para várias escalas temporais nas quais o valor ótimo é $q = 1,75$ 106
- 4.8 Desvio padrão das distribuições de retorno $\sigma(\Delta t)$ em várias escalas temporais (coluna 2), respectivo fator f de alargamento em relação ao desvio padrão σ_1 de 1 minuto (coluna 3) e limite da

região central da distribuição de retornos para o qual o valor ótimo
é $q=1.75$ (coluna 4) 107

4.9 Parâmetro β (Δt) das distribuições de retornos reescalados em
várias escalas temporais microscópicas 110