

2 Revisão bibliográfica

Este capítulo reúne os principais artigos técnicos que deram suporte a esta pesquisa. Em alguns casos, onde houve necessidade de maiores detalhes técnicos, a resenha do artigo foi reservada para o capítulo mais adequado. Isto aconteceu para os artigos de Duffie e Kan (1996) e Duffie, Pan e Singleton (2000) que estão detalhados no capítulo 3.

Existem duas linhas de pesquisa distintas para abordar a análise dos processos estocásticos seguidos pelos preços das commodities. A primeira abordagem considera que os modelos são representados por variáveis de estados com propriedades estatísticas adequadas capazes de representar fatos empíricos (ou fatos estilizados) das séries de preços observadas. A segunda abordagem considera que os preços seguem movimentos originários das condições microeconômicas de equilíbrio entre oferta e demanda. Esta abordagem é por vezes denominada de modelo estrutural ou modelo de equilíbrio (veja Seppi (2002)).

Esta tese segue a primeira linha de pesquisa. Embora aparentemente distintas, existe convergência entre estas duas abordagens. Um exemplo é o modelo de Schwartz e Smith (2000) que é tipicamente pertencente à primeira linha de pesquisa, mas pode ser demonstrado que se trata de um modelo de equilíbrio, como foi provado por Routledge, Seppi e Spatt (2000).

O capítulo foi organizado em duas seções. A primeira seção contém os artigos que estão mais diretamente relacionados à pesquisa e que seguem a primeira linha de abordagem acima. A segunda seção contém os artigos que estão indiretamente relacionados à pesquisa ou que encerram a outra linha de abordagem (modelos de equilíbrio).

2.1

Artigos diretamente relacionados à pesquisa

Gibson e Schwartz (1990) desenvolveram um modelo de dois fatores para os preços do petróleo. Os fatores que carregam as incertezas (ou variáveis estocásticas) são o preço à vista e o retorno de conveniência. O processo estocástico do preço à vista é o movimento geométrico Browniano. Para o retorno de conveniência foi adotado o processo de reversão à média. Estas duas variáveis são denominadas variáveis de estado. Usando o lema de Itô, foi derivada uma equação diferencial parcial (EDP) de segunda ordem para o valor do ativo contingente, em função destes dois fatores. O mesmo procedimento resultou na EDP para o preço futuro do petróleo. Primeiramente foi realizada uma estimação conjunta para as variáveis de estado (preço à vista e retorno de conveniência). Os resultados mostraram que o retorno de conveniência tem a tendência de reverter para a média de longo prazo sendo a variável de estado de maior volatilidade, enquanto o preço à vista é menos volátil e assemelha-se a um passeio aleatório. Esta regressão conjunta permitiu estimar todos os parâmetros do modelo à exceção do preço de risco de mercado do retorno de conveniência. Com uma estimativa inicial deste parâmetro, e juntamente com os demais, a EDP para o preço futuro foi resolvida numericamente já que a sua solução analítica não era conhecida na época. Os resultados foram comparados com os dados empíricos de mercado. Desta forma foi calculado um erro de estimação. O processo foi repetido para vários valores do preço de risco de mercado e o seu valor ótimo foi àquele referente ao menor erro quadrático. Os resultados mostraram que o modelo mostrou-se aderente aos contratos de curto prazo. O modelo também foi capaz de mostrar a diferença entre a volatilidade dos preços à vista e aquela dos contratos futuros, evidenciando que quanto maior a maturidade menor a volatilidade.

Schwartz (1997) apresentou um relevante artigo em que analisa o comportamento estocástico dos preços das commodities. O autor investiga o desempenho de três modelos distintos. O modelo de um fator (uma variável estocástica) considera que o logaritmo do preço à vista segue um processo de reversão à média. O segundo modelo considera dois fatores. O primeiro fator estocástico é o preço à vista e segue um movimento geométrico Browniano. O segundo fator estocástico é o retorno de conveniência que evolui segundo um

processo de reversão à média. Neste modelo estas variáveis de estado são correlacionadas. O terceiro modelo agrega ao segundo a taxa de juros como variável estocástica, e esta segue um processo de reversão à média tal qual o modelo de Vasicek (1977). Para os três modelos são derivadas as equações diferenciais parciais para os preços futuros. Estas equações diferenciais possuem soluções analíticas. O modelo de dois fatores é similar ao modelo de Gibson e Schwartz (1990) o qual foi tratado numericamente pelo desconhecimento das soluções analíticas. Nos três casos, na solução analítica, o logaritmo do preço futuro é uma função linear das variáveis de estado. Apesar da linearidade, uma dificuldade persiste no problema. As variáveis de estado não são observáveis diretamente nos mercados, apenas o preço futuro é observável. O modelo foi então colocado na forma espaço-estado. Aproveitando a sua propriedade linear, o autor usou o filtro de Kalman para estimar as variáveis de estado não observáveis e estimar os parâmetros do modelo. A análise foi realizada para os dados empíricos de duas commodities comerciais, o petróleo e o cobre, e uma commodity preciosa, o ouro. Os dados empíricos constituem uma série histórica dos mercados futuros abrangendo o período de 1985 a 1995 com observações semanais. As maturações dos contratos futuros foram de 1 a 17 meses. Os dados foram separados em painéis contendo cada um cinco contratos. Além destes dados, o autor dispunha de informações de preços de contratos de longa maturação para a commodity petróleo. Trata-se de uma série histórica cedida pela empresa Enron. Estes contratos abrangiam períodos de até 10 anos à frente e foram tratados em um painel separado. Os principais resultados destes modelos foram: i) os processos estocásticos das commodities comerciais mostraram que têm forte reversão à média (parâmetros altamente significantes), porém o ouro não apresentou reversão à média; ii) os modelos de dois e três fatores mostraram-se aderentes à estrutura à termo dos preços, já o modelo de um fator mostrou pouca aderência; iii) os modelos de dois e três fatores mostraram-se aderentes à estrutura a termo da volatilidade, sendo decrescente para curtas maturidades e estabilizando-se para longas maturidades; já o modelo de um fator apresentou pouca aderência; iv) com a utilização dos dados da Enron foram realizadas previsões fora da amostra para os modelos de dois e três fatores, encontrando-se erros de previsão da ordem de 10 a 15% para um período de oito anos à frente; v)

em todos os modelos analisados os coeficientes de correlação entre as variáveis de estado mostraram-se altamente significantes.

Schwartz (1998) desenvolveu um modelo de apenas um fator para descrever o comportamento estocástico dos preços das commodities. Este modelo contém as características dos modelos mais complexos de dois fatores. Isto é, com apenas um fator é capaz de descrever apropriadamente as estruturas a termo dos preços e das volatilidades. Os modelos de dois fatores são pouco parcimoniosos e geram, via de regra, um equacionamento pesado e soluções numéricas que demandam tempo computacional elevado. Neste artigo o autor define o preço “sombra” (*shadow price*) como $Z(S, \delta) = \lim_{T \rightarrow \infty} e^{-(r-c)T} F(S, \delta, T)$, onde S é o preço à vista, δ é o retorno de conveniência, r é a taxa livre de risco, c tem uma definição apropriada e T é a maturidade do contrato. O modelo assim definido possui um processo de difusão dado por $\frac{dZ}{Z} = (r - c)dt + \sigma_F dW$, onde σ_F também possui uma definição apropriada. O modelo em termos de Z é capaz de descrever exatamente a estrutura a termo para a volatilidade, tal qual um modelo de dois fatores. Captura adequadamente a estrutura a termo dos preços de longo prazo. Quando aplicado à valoração de ativos contingentes (opções reais), ele fornece praticamente os mesmos resultados dos modelos de dois fatores. Este trabalho não está diretamente relacionado a metodologias de estimação de estados e parâmetros, mas revela uma preocupação que deve sempre permear a especificação de modelos com propósitos de aplicações diversas: a necessidade de buscar modelos parcimoniosos, que tenham tratabilidade fácil e um manejo computacional o menos intenso possível.

Deng (1998) analisou o comportamento dos preços da energia elétrica em um momento em que os mercados desta commodity apresentavam um rápido crescimento nos Estados Unidos. A demanda por derivativos de energia havia aumentado enormemente e isto exigia modelos mais acurados de análise de preços. O fato da eletricidade não ser um commodity estocável confere algumas características peculiares ao seu comportamento. Enquanto os modelos com retorno de conveniência estocástico são bastante adequados para análise dos preços de commodities estocáveis, a modelagem de energia elétrica requer mais componentes. Uma característica das curvas de oferta de energia elétrica é a

existência de quebras e crescimento acentuado. Isto significa que alterações na curva de demanda causam grandes variações nos preços. Estas variações resultam em saltos nos preços. Quando este salto é de curta duração e o preço retorna ao nível original, tem-se um *spike*. O autor modelou o preço da energia como um processo de reversão à média com saltos e *spikes*. Usou o conceito da transformada de Duffie e Kan (1996) para definir as equações dos preços futuros. Mais especificamente, foram analisados três casos de processos de difusão com reversão e saltos: (i) processos com volatilidade determinística; (ii) processos com mudança de regime; (iii) processos com volatilidade estocástica. Considerou que a distribuição do tamanho dos saltos é exponencial. Esta é uma situação adequada para reproduzir os *spikes*. O autor produz também o apreçamento de outros derivativos de energia e apresenta um exemplo de aplicação do modelo para o caso de valoração de um ativo real e da decisão ótima de investir. A estimação de parâmetros, como menciona, ficou fora do escopo do artigo.

Das (1998) apresenta um estudo sobre o processo estocástico da taxa de juros americana. O autor modela a taxa de juros por um processo de reversão à média com saltos. Justifica tal procedimento baseado nos fatos estilizados das séries de taxas de juros (ou preços dos títulos do tesouro), principalmente, o excesso de curtose. Primeiramente deriva a função característica teórica do modelo proposto. Posteriormente obtém a função densidade de probabilidade através da transformada inversa de Fourier da função característica. Calcula os quatro primeiros momentos de forma analítica e, por último, calcula a expressão para os preços dos títulos. Os dados para o trabalho empírico foram de janeiro de 1988 a dezembro de 1997, com frequência diária, totalizando 2609 observações. A análise empírica foi conduzida da seguinte forma; (i) foi realizada a estimação em tempo contínuo através de procedimentos numéricos; (ii) foi realizada a estimação em tempo discreto (discretizando o processo estocástico) usando uma mistura de densidades Poisson-Gaussiana de tal modo a acomodar um processo tipo ARCH para a volatilidade; (iii) foi analisado o modelo para o efeito dos dias da semana buscando evidências de saltos; (iv) analisou o efeito sobre os saltos das atividades do banco central americano; (v) também procedeu a estimação através do método dos momentos. Como resultados, o autor encontrou que a introdução dos saltos melhorou o ajuste com os dados empíricos. Foi possível identificar, através dos saltos, que as reuniões do banco central americano têm influência nos

preços dos títulos. Também foi possível identificar os efeitos dos dias da semana, que estão relacionados ao vencimento de opções, nos preços dos títulos. O autor finaliza o artigo apontando uma série de novas pesquisas e extensões do trabalho.

Pindyck (1999) apresenta um estudo sobre o comportamento de longo prazo dos preços da energia. Usou séries de preços do petróleo, carvão e gás natural. Primeiramente analisa a possibilidade de reversão à média para séries de preços de até um século. Os testes da raiz unitária não são conclusivos. Entretanto estes testes, em conjunto com o teste da razão da variância, sugerem que os preços possuem reversão, mas com um coeficiente de reversão pequeno. Além disso, a média para a qual os preços reverterem também flutua ao longo do tempo. O autor mostra que mesmo para os modelos mais simples de recursos minerais depletáveis como o de Hotelling, o preço e a taxa de variação do preço com o tempo, nível e tendência, flutuam com o decorrer do tempo. O modelo proposto pelo autor possui duas características fundamentais: i) reversão para uma variável não observável – o custo marginal de longo prazo que segue uma tendência; e ii) flutuação aleatória do nível e inclinação da tendência. O modelo é colocado na forma espaço-estado e então é usado o filtro de Kalman para estimação das variáveis de estado. Os resultados mostram que o modelo produz boas previsões para o petróleo, mas não tão boas para o carvão e gás natural. O autor argumenta, que para estas duas commodities, podem ter ocorrido problemas de inicialização e sensibilidade dos parâmetros aos pontos iniciais.

Schwartz e Smith (2000) propuseram um modelo de dois fatores à semelhança de trabalhos anteriores do primeiro autor. Neste modelo o logaritmo do preço à vista é decomposto como a soma de duas parcelas que são as variações de curto prazo e o preço de equilíbrio. Ou seja, $\ln(S_t) = \chi_t + \xi_t$, onde χ_t representa as variações de curto prazo e ξ_t os preços de equilíbrio. Estas duas variáveis de estado são os dois fatores estocásticos. A primeira é modelada por um processo de reversão à média do tipo Ornstein-Uhlenbeck e a segunda é modelada por um movimento geométrico Browniano (MGB). As duas variáveis de estado são correlacionadas. Em seguida, os autores definem estes processos segundo a MME e então derivam os preços futuros. O logaritmo do preço futuro, assim obtido, é linear com relação às duas variáveis de estado. Esta linearidade possibilita a estimação do modelo usando o filtro de Kalman. Os autores usaram

na análise empírica dados de contratos futuros de petróleo (a mesma base de dados de Schwartz (1997)). Os resultados mostraram aderência para os dados empíricos de curto prazo. Além destes dados de mercado, os autores dispunham de dados de longo prazo cedidos pela Enron. Com isto foi possível verificar que a aderência aos contratos de longo prazo é grande. Este modelo é formalmente equivalente ao modelo de Gibson e Schwartz (1990) e a variável é linearmente relacionada ao retorno de conveniência. Este modelo apresenta duas vantagens em relação aos modelos de dois fatores em geral. A primeira vantagem é que não usa diretamente o conceito de retorno de conveniência que é mais abstrato. Ao contrário, usa o conceito de variações de curto prazo, que é mais compreensível. A segunda vantagem é que o modelo é mais ortogonal no sentido de que as variáveis de estado relacionam-se tão somente pelo coeficiente de correlação entre elas. Este fato permite maior facilidade na análise dos efeitos destas variáveis no valor do ativo que está sendo apreçado. Além destas vantagens, o modelo pode ser adaptado para outras situações e pode ser estendido de maneira a considerar mais variáveis estocásticas. Os autores apresentaram, em um adendo a este artigo, uma das extensões sugeridas nas conclusões. Esta dissertação trata detalhadamente este modelo com todo o equacionamento pertinente. Ainda mais, desenvolve novas extensões mostrando os detalhes da derivação dos modelos. Esta derivação não segue as etapas do artigo de Schwartz e Smith. Ao contrário, usa o conceito da transformada de Duffie e Kan (1996), que também está retratada no artigo de Duffie, Pan e Singleton (2000). Usa o filtro de Kalman como técnica de estimação dos estados juntamente com a verossimilhança para estimar os parâmetros. Além do filtro de Kalman, também é usado o filtro de partículas que é uma metodologia mais recente na literatura e adequada para lidar com problemas não lineares e não Gaussianos.

Manoliu e Tompaidis (2000) apresentam o modelo de multifatores para descrever os preços futuros da commodity gás natural. Inclui aspectos relativos a sazonalidade através de uma função determinística. O modelo foi derivado de maneira abrangente considerando que as variáveis de estado descrevem um processo geral de Itô. Esta generalização permite a consideração tanto de um processo de reversão do tipo Ornstein-Uhlenbeck como a de um do tipo geométrico Browniano. Tais processos são colocados sob a MME e são calculados os dois momentos da distribuição das variáveis de estado. A seguir é

derivada a expressão para os preços futuros e para a volatilidade dos mesmos. O modelo é colocado na forma espaço-estado para aplicação do filtro de Kalman (estimação das variáveis de estado) e simultaneamente para estimação dos parâmetros usando a verossimilhança. A implementação do modelo é feita para um e dois fatores e são utilizados dados históricos dos preços futuros de gás natural com informações diárias para o período de fevereiro de 1997 a agosto de 1998. São considerados dados para 15 contratos com expiração de 1 a 15 meses. A fonte dos dados é *Henry Hub gas futures, Bloomberg data*. Os parâmetros de reversão encontrados são significantes e a volatilidade para a variável de curto prazo (reversão à média) é muito superior a volatilidade da variável de longo prazo. A sazonalidade com parâmetros mensais é semelhante para os dois modelos. Para os parâmetros de prêmio de risco de mercado (no modelo de dois fatores) observa-se que, para a primeira variável de estado, o valor é muito superior ao da segunda variável. A comparação entre os dois modelos (um e dois fatores) foi feita através o erro de previsão um passo à frente. Os resultados mostram que o modelo de dois fatores permite melhor ajuste que o modelo de um fator.

Lucia e Schwartz (2001) apresentaram um estudo sobre os derivativos de energia elétrica. Fizeram uso dos modelos de um e dois fatores. A derivação dos modelos é similar àquela em Schwartz e Smith (2000). No modelo de um fator é usado o processo de Ornstein-Uhlenbeck. Para o modelo de dois fatores são usados os processos de reversão à média e geométrico Browniano. A diferença básica deste para o modelo de Schwartz e Smith (2000) é que em Lucia e Schwartz (2001) os modelos são derivados tanto para o preço como para o logaritmo do futuro, e ainda contém uma componente determinística sazonal. A componente sazonal é usada com variáveis *dummies* e com funções senoidais. Os modelos são implementados usando dados de preços de energia da bolsa de energia dos países nórdicos (*Nordic Power Exchange, Nord Pool ASA*). Para o modelo de um fator a estimação dos parâmetros é realizada por mínimos quadrados não lineares. No modelo de dois fatores, para a implementação numérica, foi usado um procedimento iterativo em que se minimizou o erro quadrático entre o valor do modelo e o dado de mercado, primeiro determinando as variáveis de estado, posteriormente as volatilidades e correlações entre as variáveis de estado e finalmente os parâmetros do modelo. Os dados básicos

foram os preços à vista da energia. Como ressaltam os autores, outro procedimento, que poderia ser explorado, seria a utilização dos preços dos contratos futuros. Os resultados mostraram que os parâmetros de sazonalidade são significantes componentes dos preços de energia elétrica na região de onde foi extraída a amostra. Esta sazonalidade tem um papel fundamental na definição de como os preços dos derivativos de energia são formados. O estudo conclui que outros modelos também poderiam ser especificados tais como um processo de reversão para a volatilidade. Outra especificação relevante seria a inclusão de saltos. Finalmente, os autores ressaltam que à medida que as séries de preços dos mercados de energia crescem, é possível aplicar modelos desta natureza em tais mercados. Entretanto, enfatizam os autores, esperam-se diferenças substanciais no comportamento dos preços da energia para diferentes regiões. Estas diferenças seriam introduzidas pelas diferenças climáticas, hábitos dos consumidores, que definem picos de consumo durante um dia, e padrões de consumo dentro de um ciclo anual. Finalizam afirmando que um campo de estudo em aberto é aquele relacionado à liquidez dos mercados de energia, ou seja, a relação entre os volumes transacionados e a volatilidade destes mercados.

Sørensen (2002) apresentou um estudo sobre a modelagem da sazonalidade para os preços futuros de commodities agrícolas. Usou um modelo similar ao de Schwartz e Smith (2000) considerando dois fatores e introduzindo uma componente determinística para modelar a sazonalidade. Os fatores de curto e longo prazo evoluem segundo os processos de Ornstein-Uhlenbeck e geométrico Browniano, respectivamente. A sazonalidade foi modelada por uma combinação linear de funções trigonométricas com frequências sazonais. Os modelos dos preços futuros são desenvolvidos considerando a condição de não arbitragem, ou seja, calculando o valor esperado do preço à vista futuro sob a MME. Os modelos assim derivados guardam a condição de que o logaritmo do preço futuro é uma função afim das variáveis de estado. Este fato, combinado com a dinâmica da evolução das variáveis de estado, torna possível a estimação usando o filtro de Kalman e a verossimilhança. O modelo foi implementado usando dados empíricos para as commodities milho, soja e trigo. O dados de preços futuros são semanais e foram oriundos da CBOT (*Chicago Board of Trade*) no período de janeiro de 1972 a julho de 1997. O autor usa os dados na forma de um painel incompleto como entrada para o filtro de Kalman. Os contratos futuros para o milho e trigo

têm maturidade de cinco meses à frente e para a soja são de até sete meses. Como resultado observou-se que as componentes sazonais acarretam um pico de preços dois a três meses antes do período de colheita. Os resultados estão coerentes já que em períodos de baixa oferta são os momentos de alta de preços das commodities e ao contrário, em períodos de grandes ofertas os preços estão baixos. Outra verificação, que foi possível fazer a partir dos resultados, está relacionada ao fato de que em períodos de elevados estoques o retorno de conveniência é baixo, e vice-versa.

Cortazar e Naranjo (2003) propõem um modelo de multifatores para estimar o preço à vista da commodity baseado nas informações dos preços futuros. Basicamente este artigo expande os modelos de dois e três fatores para N fatores, ou seja, N variáveis estocásticas e não observáveis. O logaritmo do preço à vista é a soma destes N fatores mais um termo de tendência ou crescimento. Cada um dos fatores evolui segundo um movimento do tipo Ornstein-Uhlenbeck. O modelo dos preços futuros é derivado após a colocação das variáveis de estado sob a MME. O filtro de Kalman é usado com um painel de dados incompletos. Esta consideração, usada pelos autores, é mais realista já que as observações faltantes são usuais em um conjunto de informações de contratos futuros. Na prática os dados em painéis são completados o que, via de regra, distorce as informações seja pela supressão ou pelo acréscimo de informações. Para ilustrar a utilização do modelo, os autores fazem uma aplicação para o caso de quatro fatores usando dados de preços diários de contratos futuros de petróleo oriundos do NYMEX (*New York Mercantile Exchange*). Os dados abrangem um período de dez anos, de janeiro de 1992 a dezembro de 2001. As maturidades dos contratos englobam períodos de um a 30 meses e de três até sete anos. Os resultados evidenciaram que todos os parâmetros de reversão são altamente significantes. O mesmo pode-se dizer dos coeficientes de correlações. As volatilidades também são significantes e estáveis nos diferentes painéis. O parâmetro de crescimento e os preços de risco de mercado das variáveis de estado não são significantes. A estrutura a termo da volatilidade tem um bom ajuste aos dados empíricos.

Lautier (2003) conduziu uma pesquisa que caracteriza o valor da informação contida nas curvas de preços futuros do petróleo. Adotou para o estudo o modelo de dois fatores de Schwartz (1997). Usou os preços futuros do petróleo WTI (West Texas Intermediate) provenientes no NYMEX. Trabalhou com sete painéis,

contendo cada um quatro contratos futuros, com diferentes maturidades. Os preços utilizados englobam o período de junho de 1999 a janeiro de 2002, com frequência semanal. Nos seis primeiros painéis há a presença do primeiro contrato futuro (F1). Nestes painéis houve uma gradação crescente de maturidade. O último painel contém contratos de quatro a sete anos. Após a estimação dos parâmetros em todos os painéis, a autora detém-se na análise da estrutura a termo dos preços. Assim, pode concluir que diferentes painéis exibem diferentes desempenhos. Isto é, alterando-se a maturidade de um contrato no painel, o erro observado na estrutura a termo modifica-se. Ao analisar a estrutura a termo, incluindo todos os contratos, fica evidente que o modelo baseado em painéis de curta maturação têm um fraco desempenho enquanto que o painel com F1, F24, F48 e F84 teve o melhor resultado. Ao analisar os dois extremos da curva de preços colheu novas informações sobre o modelo. Na primeira parte da curva, analisou a estrutura a termo para todos os sete painéis com contratos variando de um a vinte e oito meses. Concluiu então que eliminação da parte de longa maturação da curva trouxe uma grande melhoria no desempenho do modelo com painéis de curta duração. Na segunda parte da curva de preços, analisou a estrutura a termo para os sete painéis com contratos variando de quatro a sete anos. O modelo com painéis de curta maturação são incapazes de explicar contratos de longa maturação. Já os dois últimos painéis têm o melhor desempenho. Os parâmetros estimados para todos os painéis mostraram velocidade de reversão decrescente à medida que aumenta a maturidade do painel. O mesmo fato ocorreu com as volatilidades do preço à vista e do retorno de conveniência. Em face dos resultados encontrados, o autor conclui que a curva de preços futuros está segmentada. Existem três partes distintas: a primeira abrange contratos de 1 a 28 meses, a segunda de 29 a 47 meses e a terceira de 48 (4 anos) a 84 (7 anos) meses. As informações contidas na primeira e última parte são úteis se apropriadamente utilizadas. A explicação para esta segmentação deve-se provavelmente, à existência de diferentes categorias de participantes existentes nas duas extremidades da curva. Na extremidade mais curta da curva, atuam os investidores na busca de proteção (*hedge*) enquanto que na extremidade mais longa da curva, atuam os investidores e financiadores dos projetos de produção da commodity. Trabalhos prévios sugeriam que a segmentação estaria próxima do contrato de 18 meses. O autor então questiona se esta segmentação estaria

evoluindo com o tempo. Advoga que esta evolução pode ser oriunda da existência crescente de contratos de mais longa maturação com volumes cada vez maiores no NYMEX.

2.2

Artigos indiretamente relacionados com a pesquisa

Bessembinder, Coughenour, Seguin e Smoller (1995) apresentaram um estudo que busca evidências de processo de reversão à média em diversos ativos. Os autores usam dados do mercado futuro para diversos horizontes de maturidades. Uma das vantagens de usar os preços futuros é que em muitos casos os preços à vista não são disponíveis. A metodologia utilizada considera que há reversão à média quando se observa uma relação inversa entre o preço e a inclinação da estrutura a termo dos preços futuros. O estudo pressupõe a condição de equilíbrio. A elasticidade do valor esperado do preço à vista com o preço à vista sendo inferior a um, é indicativo de reversão desta variável. E neste caso a derivada da inclinação da estrutura a termo deve ser negativa. Os ativos analisados foram cinco commodities agrícolas, quatro commodities minerais (petróleo, ouro, prata e platina), dois ativos financeiros (índice S&P500 e letras do tesouro). As observações foram diárias para o período de janeiro de 1982 a dezembro de 1991. Para as commodities agrícolas e para o petróleo, as reversões à média são significativas e elevadas. Para os metais a reversão é significativa porém de magnitude bem inferior. Para as letras do tesouro há uma fraca evidência de reversão e para o índice S&P500, o resultado é inconclusivo. Usando o critério da elasticidade, foi encontrado que o petróleo e as commodities agrícolas possuem forte reversão. Os metais apresentam reversão, porém com menores coeficientes. Os ativos financeiros possuem pouca evidência de reversão.

Bessembinder, Coughenour, Seguin e Smoller (1996) pesquisaram a validade da hipótese de Samuelson a partir de informações extraídas dos preços futuros de diversos ativos. A hipótese de Samuelson estabelece que o comportamento da estrutura a termo da volatilidade deve mostrar valores de volatilidade crescentes à medida que se aproxima a data do vencimento do contrato. Este estudo tem implicações para o apreçamento de derivativos ligados a estas commodities. Assim, onde é válida a hipótese de Samuelson a volatilidade

deve ser usada como uma função do tempo de maturação. O principal objetivo da pesquisa é definir os mercados onde se espera que seja válida a hipótese de Samuelson. A análise prevê que a hipótese de Samuelson será válida somente em mercados onde as variações do preço à vista apresentam uma componente transitória. Desta forma, os investidores esperam que as variações desta componente transitória revertam no futuro. Os autores apóiam-se nas condições de equilíbrio dos mercados. A presença da componente transitória nos preços à vista implica na redução de ganhos de capital, que são seguidas de aumentos de preços, e vice-versa. Sendo que o preço à vista deve remunerar um retorno competitivo para os proprietários de estoques da commodity, tal variação dos ganhos de capital deve, nas condições de equilíbrio, ser compensada por variações nos custos de carregamento dos estoques (ou mesmo no retorno de conveniência). A relação de não arbitragem estabelecida pela equação que inclui preço futuro, preço à vista e retorno de conveniência, permite que o termo definido como a inclinação da estrutura a termo do preço seja observável. A combinação destes fatos permitiu que os autores definissem a validade da hipótese de Samuelson para os mercados em que tenham covariância negativa, entre variações do preço à vista e variações na inclinação da estrutura a termo dos preços futuros. Em particular, tais situações ocorrem em mercados onde há variações do retorno de conveniência. A covariância entre o retorno de conveniência e os preços à vista leva ao fato de que em equilíbrio, os preços à vista devem reverter à média. E esta é a condição suficiente para suportar a hipótese de Samuelson. As evidências empíricas encontradas são consistentes com as previsões teóricas. A hipótese de Samuelson é válida em mercados onde a covariância das variações do preço à vista com as variações da inclinação da estrutura a termo são significativamente negativas. Este caso inclui as commodities agrícolas, petróleo e menos intensamente os metais. Já para os ativos financeiros não há evidência empírica suportando a validade da hipótese de Samuelson.

Routledge, Seppi e Spatt (2000) desenvolveram um modelo de equilíbrio para as curvas futuras de commodities. Ao contrário da maioria dos artigos que assumem exogenamente processos estocásticos para preços à vista e retorno de conveniência, o modelo assume condições microeconômicas para a oferta, demanda e estoque da commodity. O modelo considera que o valor imediato de uso (consumo menos produção) segue um processo de reversão à média

Markoviano, e então é resolvido o equilíbrio sob a condição de neutralidade ao risco para os agentes. Estes agentes podem estocar a commodity e têm acesso à mesma tecnologia de estocagem. Primeiramente o modelo é analisado com uma variável estocástica. Devido à dificuldade de calibração do modelo com estrutura a termo da volatilidade, os autores consideram o processo estocástico possuindo duas variáveis estocásticas (dois choques aleatórios). O resultado é uma condição de equilíbrio idêntica ao modelo de Schwartz e Smith (2000) em que os preços possuem componentes permanentes e transitórias. Os efeitos dos choques juntamente com as condições estabelecidas para os estoques definem os processos para os preços à vista. Os principais resultados podem ser sumarizados como: (i) as estruturas a termo dos preços à vista e futuros são decrescentes com o estoque e crescentes com os choques do processo Markoviano; (ii) podem ser geradas árvores binomiais para os preços para o apreçamento e proteção (*hedge*) de derivativos de preços futuros; (iii) as proteções estabelecidas (*hedge ratios*) para posições compradas no mercado futuro, usando contratos de curta maturidade, não são constantes, mas dependentes dos choques na demanda e dos níveis dos estoques; (iv) o modelo de um fator não se ajusta bem aos contratos de longo prazo (dados empíricos), entretanto, o modelo de dois fatores é mais aderente. Este é um exemplo de pesquisa dentro do tema desta tese que segue outra abordagem. Usa primeiramente a condição de equilíbrio e obtém os preços futuros como consequência do equilíbrio imposto. Não obstante esta fato, é interessante ressaltar que os autores chegaram ao mesmo modelo por Schwartz e Smith (2000). Conclui-se, portanto, que este último é também um modelo de equilíbrio.

Pindyck (2002) examina as características da volatilidade das commodities petróleo, óleo combustível e gasolina no curto prazo bem como os determinantes da volatilidade propriamente dita. As variações da volatilidade afetam algumas variáveis de mercado tais como o custo marginal dos estoques e o valor da opção de produzir agora ou adiar a produção (custo de oportunidade de produzir). O foco central da pesquisa é investigar como a volatilidade afeta os preços à vista, os preços futuros e os estoques destas commodities. A pesquisa justifica-se face à importância que a volatilidade desempenha no apreçamento de derivativos financeiros e na valoração de ativos reais ligados à produção destas commodities. Trata-se de um modelo de equilíbrio. O comportamento dos estoques é a solução de um problema de otimização dinâmica estocástica. Ou seja, a maximização do

valor esperado do fluxo de caixa futuro. Além disso, o autor supõe a condição de mercados competitivos para estas commodities no âmbito local (mercado americano). Compõe o custo total com quatro parcelas: (i) o custo direto de produção; (ii) o custo da produção de produzir agora/esperar; (iii) o custo de comercialização e (iv) o custo de estocagem. Usa então a condição e primeira ordem dos mercados competitivos, igualando custo marginal ao preço. Trabalha algebricamente estas equações obtém a equação final do modelo. Com o uso de dados empíricos de preços futuros, são estimados os preços à vista; da mesma forma as volatilidades e os retornos de conveniências. O modelo é estimado através do método generalizado dos momentos (GMM). Os resultados são parcialmente satisfatórios. Para o caso do óleo combustível os resultados do modelo ajustam-se bem. Para o petróleo e gasolina a variável custo de oportunidade ou é insignificante ou possui sinal invertido. O autor admite que algumas simplificações usadas, tais como a volatilidade constante, no processo de reversão e a aproximação quadrática como solução exata para o valor da opção, podem ter sido a causa dos problemas observados. Por fim, argumenta que não é tão claro que as variações de curto prazo dos preços possam ser explicadas por um modelo racional otimizando; espera que parte dos movimentos das commodities não seja baseado nesses fundamentos, em face de transações especulativas.

Escribano, Peña e Villaplana (2002) apresentaram um modelo para os preços da energia elétrica que foi analisado como base em dados empíricos de diversos mercados. O modelo busca capturar fatos estilizados tais como sazonalidade, reversão à média, comportamento GARCH para a volatilidade e saltos dependentes do tempo. Os dados básicos foram os preços médios do mercado à vista, com frequência diária. A estimação dos parâmetros do modelo foi feita pela maximização da verossimilhança com a suposição de uma mistura de densidade de probabilidade Poisson-Gaussiana. Como resultado foi detectado um alto grau de reversão e significância para os parâmetros do modelo em praticamente todos os mercados. A componente sazonal mostrou-se marcante. A distribuição do tamanho dos saltos, que foi tomada como normal, apresentou variância altamente significativa e média (do tamanho dos saltos) significativa na maioria dos casos, porém de menor grau.

Pindyck (2003) analisa o comportamento da volatilidade do gás natural e do petróleo no período abrangendo maio de 1990 a fevereiro de 2003. O objetivo do

autor é analisar o comportamento da volatilidade frente ao aumento dos preços destas commodities. Outro aspecto relevante é investigar o efeito do colapso da empresa Enron na volatilidade destas commodities. Isto é, investigar se as volatilidades alteraram-se substancialmente face à saída de um importante agente destes mercados. Ainda mais, as volatilidades do gás e do petróleo explicam-se mutuamente? E por último, o autor investiga se os choques na volatilidade são persistentes. Se os choques são persistentes, então eles são capazes de afetar os derivativos reais. Se forem transitórios podem afetar mais os derivativos financeiros que os reais. Para tratar estas questões o autor organizou os dados de preços a partir de informações extraídas dos primeiros três contratos futuros: F1, F2 e F3. A partir da relação entre F1 e F2 obteve o preço à vista. Montou então uma série de retornos diários e semanais. Foi calculada a volatilidade baseando-se nas variações dos preços ou nos log-retornos. Simultaneamente foram usados modelos paramétricos do tipo GARCH, capazes de aferir a persistência dos choques na volatilidade. Primeiramente foi realizada a regressão da volatilidade (de cada commodity) contra os termos defasados da volatilidade e ainda contra uma variável *dummy* para a Enron e o tempo (para verificar a tendência). No modelo GARCH, foi feita a regressão do retorno contra os regressores: taxa de juros, volatilidade, variável *dummy* para Enron e tempo. As principais conclusões do trabalho são: (i) há uma tendência estatisticamente significativa na volatilidade do gás natural, porém menos relevante para o caso do petróleo, estas tendências são pequenas e de pouca importância econômica; (ii) a falência da Enron parece não ter contribuído significativamente para o aumento da volatilidade; (iii) a volatilidade e o retorno do petróleo têm poder de previsão sobre os correspondentes do gás natural; (iv) os choques na volatilidade são de curta duração – cinco a dez semanas. Isto significa que tais choques podem afetar os derivativos financeiros do petróleo e do gás. Mas estes choques não causam impactos significativos nas opções reais, isto é, não são capazes de afetar as decisões de investimento em projetos.

Villaplana (2004) propõe um modelo de dois fatores para os preços da energia elétrica. Neste modelo considera a existência de saltos e supõe funções afins para o processo de difusão. Analogamente a Deng (1998) usa o conceito da transformada para obtenção do modelo para os preços futuros. Inclui no modelo uma componente sazonal. Então procede a estimação em duas etapas: (i) com os

preços à vista estima os parâmetros do modelo sob a medida de probabilidade real; (ii) os parâmetros remanescentes são estimados com os preços futuros sob a MME, minimizando o erro quadrático entre o preço observado e o modelo. Pesquisas anteriores evidenciam a existência de um importante prêmio de risco com o comportamento sazonal. O autor mostra que este prêmio de risco pode ser interpretado como um prêmio de risco associado aos saltos. Conclui que parece ser plausível que os agentes atuem de modo diferente diante de diferentes tipos de riscos.