



Fernando Antonio Lucena Aiube

**Modelagem dos Preços Futuros de Commodities:
Abordagem pelo Filtro de Partículas**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Produção do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção.

Orientador: Tara Keshar Nanda Baidya

Rio de Janeiro
Julho de 2005



Fernando Antonio Lucena Aiube

Modelagem dos Preços Futuros de Commodities: Abordagem pelo Filtro de Partículas

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Tara Keshar Nanda Baidya

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC - Rio

Prof. Reinaldo Castro de Souza

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC - Rio

Edison Américo Huarsaya Tito

PUC-Rio

Profa. Mônica Barros

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC - Rio

Prof. Carlos Patrício Samanez

Departamento de Engenharia Industrial - PUC - Rio

Profa. Telma Sáfadi

Departamento de Ciências Exatas – Universidade Federal de Lavras

Prof. Love Ekenberg

Department of Computer and Systems Sciences - University of Stockholm

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador(a) Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 29 de julho de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Fernando Antonio Lucena Aiube

Graduou-se em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Goiás em 1980. Especializou-se em Engenharia de Petróleo na Petrobras em 1981. Exerceu a atividade de engenheiro de petróleo na área de avaliação de poços e análise econômica de projetos petrolíferos. Obteve o título de Mestre em Engenharia de Produção na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro em 1995, tendo como concentração a área de Finanças e Análise de Investimentos e linha de pesquisa a Teoria das Opções Reais. Trabalha atualmente no Planejamento Financeiro e Análise de Portfólio da Petrobras e leciona no curso de graduação do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio.

Ficha catalográfica

Aiube, Fernando Antonio Lucena

Modelagem dos preços futuros de commodities : abordagem pelo filtro de partículas / Fernando Antonio Lucena Aiube ; orientador: Tara Keshar Nanda Baidya. – Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Industrial, 2005.

183 f. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial

Inclui referências bibliográficas

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Processos estocásticos. 3. Filtro de Kalman. 4. Filtro de partículas. 5. Opções reais. 6. Validação cruzada. I. Souza, Reinaldo Castro. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial . III. Título.

CDD: 658.5

Ao meu irmão Carlos de Lucena Aiube

Agradecimentos

Ao meu orientador Professor Tara Baidya pelo incentivo para iniciar esta jornada e pela paciência e dedicação na condução da orientação.

Ao colega da Petrobras/PUC Edison Tito pela orientação na metodologia do filtro de partículas.

Aos professores Reinaldo Castro de Souza e Cristiano Fernandes do Departamento de Engenharia Elétrica, pelas críticas apresentadas ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

À PUC-Rio pelo auxílio através de bolsa integral nos últimos dezoito meses.

À Petrobras pelo tempo concedido para os estudos.

Resumo

Aiube, Fernando Antonio Lucena. **Modelagem dos Preços Futuros de Commodities: Abordagem pelo Filtro de Partículas**. Rio, 2005. 183p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A evolução dos conhecimentos em Finanças nas últimas três décadas foi rápido e vertiginoso. Hoje os mercados financeiros oferecem produtos sofisticados para investidores e empresas, e por outro lado, tais agentes demandam instrumentos confiáveis para atender suas necessidades em busca de maiores retornos e menores riscos. Todo esse desenvolvimento baseia-se fundamentalmente em metodologias de apreçamento de ativos. Grande parte deste conhecimento é oriundo dos trabalhos pioneiros de Black e Scholes (1973) e Merton (1973). Em síntese, estes trabalhos apoiaram-se em processos estocásticos para preços de ativos para apreçar um derivativo. A natureza do processo estocástico de evolução dos preços é o ponto central para a derivação dos modelos de apreçamento. A análise do comportamento dos preços das commodities possui duas grandes vertentes na literatura. A primeira trata os preços como decorrência de modelos de equilíbrio entre a oferta e a demanda. Estes modelos prosperaram pouco em termos de pesquisa. A outra vertente trata da análise da evolução dos preços baseando-se na série histórica propriamente dita. Esta linha de pesquisa está mais presente na literatura. Esta tese concentra-se nesta abordagem. As commodities possuem características particulares principalmente porque a formação de preços ocorre, via de regra, em mercados futuros. Isto faz com que muitos fatos estilizados não possam ser descritos por modelos de um fator (ou uma variável estocástica). Os fatores (variáveis estocásticas) ou variáveis de estado em muitas situações não são observáveis e necessitam ser estimados. Os modelos de preços futuros, escritos como função das variáveis de estado, recebe o nome de equação de observação. Quando as variáveis de estado são Gaussianas e a equação de observação é linear nos estados, o problema pode ser estimado pelo filtro de Kalman clássico. Se ocorrer a não linearidade, esta dificuldade pode ser contornada pelo filtro de Kalman estendido. Quando o problema é não Gaussiano a literatura usa outras metodologias (freqüentemente aproximações) que não o filtro de Kalman. Esta tese trata de processos estocásticos para preços de

commodities propondo extensões aos modelos existentes na literatura. A derivação dos modelos é feita com o uso da transformada de Duffie e Kan (1996) em ambiente de não arbitragem. Algumas das extensões incluem modelos não Gaussianos. Esta tese investiga a estimação destes modelos pela metodologia denominada filtro de partículas. O filtro de partículas é um procedimento recursivo para integração, dentro da classe dos métodos seqüenciais de Monte-Carlo. A proposta de utilização desta metodologia decorre do fato de que ela dispensa as condições de linearidade e Gaussianidade. Dentre as contribuições desta tese destacam-se as extensões dos processos estocásticos aplicáveis para quaisquer commodities e as análises de modelos não Gaussianos através da metodologia do filtro de partículas. Além disso, a pesquisa apresenta: (i) conclusões acerca dos modelos de dois fatores aplicados à série de preços da commodity petróleo; (ii) a análise da viabilidade do filtro de partículas mostrando que o erro obtido é próximo daquele do filtro de Kalman para problemas Gaussianos e a resposta obtida da estimação paramétrica é coerente com diversos trabalhos da literatura; (iii) análise da viabilidade operacional de implementação do filtro de partículas em termos do tempo computacional despendido nos processos de filtragem e estimação paramétrica. A tese conclui que o filtro de partículas, apesar ser computacionalmente intenso, é viável na prática face ao imenso desenvolvimento computacional. Ainda mais, por ser uma metodologia aplicável a problemas complexos de inferência, sua utilização em modelos cada vez mais sofisticados é muito promissora.

Palavras-chave

Processos estocásticos; Filtro de Kalman; Filtro de Partículas; Opções Reais.

Abstract

Aiube, Fernando Antonio Lucena. **Modelling Commodity Future Prices: Particle Filter Approach**. Rio, 2005. 183p. Ph.D. Thesis - Department of Industrial Engineering, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

The evolution of the ideas in Finance has been huge in the last decades. Nowadays the financial markets offer investors sophisticated products. And investors in turn demand reliable financial instruments to meet their needs in search for greater returns and lower risks. This development is based mainly on asset pricing methodologies. The greatest part of this knowledge comes from the seminal works of Black and Scholes (1973) and Merton (1973). To summarize, their works are based on the assumption of a specific stochastic process that governs asset prices. And then a derivative of this underlying asset can be priced. The nature of the stochastic process that describes the evolution of prices is the key point for deriving pricing formulae. The analysis of the behavior of commodity prices has two approaches. The first approach considers prices as a consequence of the equilibrium between supply and demand. These models have not received enough attention in literature. The second approach, which has received more attention, is based on the analysis of price time series. The commodities have particular features because they are most of the times negotiated in future markets. The consequence is that the one factor models badly describe their stylized facts. The factors (stochastic variables) are known as state variables which most of the times are non observables, and need to be estimated. When state variables are Gaussians and the observation equation is linear in states, the classical Kalman filter can be used to access these variables. If non linearity is present extended Kalman filter is used, but when state variables are non Gaussian the literature does not use filtering processes. This thesis analyses the stochastic processes of commodities proposing extensions to the existing models. The derivation of models is based on Duffie and Kan (1996) transform, in a non arbitrage environment. Some extensions are non Gaussian. This thesis investigates the estimation of these models using particle filter methodology. The particle filter is a recursive procedure for integration in the sequential Monte-Carlo methods. The advantage of this methodology is that it does not require linear or Gaussian

conditions. The contributions of this research are the extensions of stochastic processes that can be used for any commodity and the use of particle filter as an estimation methodology in Finance. Furthermore the thesis presents: (i) the conclusions about two factor models applied to oil prices; (ii) the analysis of the use of particle filter verifying that errors in both, Kalman filter and particle filter are close and that parameters estimation is in accordance with the literature; (iii) the analysis of the implementation of particle filter showing that it is viable considering the computational time of filtering and parameters estimation. The thesis concludes that the particle filter is viable, although time consuming, due to the hardware development. And more, since particle filter is useful for complex inference problems, its application to sophisticated models is promising.

Keywords

Stochastic processes; Kalman Filter; Particle Filter; Real Options.

Sumário

1	Introdução	19
1.1.	O Contexto da Pesquisa	19
1.2.	Organização da pesquisa	25
1.3.	Mercados futuros – conceitos básicos	26
1.3.1.	Conceitos básicos	26
1.3.2.	Preços futuros – economia sem incerteza	28
1.3.3.	Futuros de commodities	30
1.3.4.	Futuros de commodities – economia com incerteza	31
2	Revisão bibliográfica	35
2.1.	Artigos diretamente relacionados à pesquisa	36
2.2.	Artigos indiretamente relacionados com a pesquisa	46
3	Derivação dos modelos	52
3.1.	Introdução	53
3.2.	Aspectos preliminares das transformadas DK e DPS	54
3.3.	Formulação das transformadas DK e DPS	56
3.4.	O conceito da transformada DK	57
3.5.	O conceito da transformada estendida DPS	58
3.6.	Derivação dos modelos com a transformada DK	59
3.6.1.	Modelo com distribuição normal para os saltos e MGB para	61
3.6.2.	Modelo com distribuição exponencial para os saltos e MGB para ξ	63
3.6.3.	Modelo com distribuição normal para os saltos e reversão à média para ξ	65
3.7.	Resumo dos modelos	66
3.7.1.	Modelo Básico	67
3.7.2.	Modelo Primeira Extensão	69
3.7.3.	Modelo Segunda Extensão	70
3.7.4.	Modelo Terceira Extensão	72
4	Filtro de Kalman	74
4.1.	Introdução	74

4.2. Definição do modelo na forma espaço-estado	75
4.3. As origens computacionais do filtro de Kalman	76
4.4. As origens probabilísticas do filtro	77
4.5. O algoritmo do filtro de Kalman	77
4.6. Estimação por máxima verossimilhança	79
4.7. Previsão	81
4.8. Alisamento	81
4.9. O filtro de Kalman estendido	82
5 Filtro de partículas	85
5.1. Introdução	85
5.2. Definições básicas	87
5.3. Amostragem por importância	88
5.4. Amostragem por importância seqüencial	90
5.5. Estratégia de reamostragem e o filtro <i>bootstrap</i>	91
6 Análise do processo de filtragem	96
6.1. Os filtros de Kalman e de partículas	96
6.2. Análise com dados artificiais	98
6.3. Análise com dados de mercado	108
6.4. Tamanho efetivo da amostra e a eficiência do FP	109
7 Análise dos resultados empíricos	111
7.1. Organização dos dados	112
7.2. Utilização dos painéis	114
7.3. Sazonalidade	114
7.4. Estimação dos parâmetros	115
7.5. Resultados do modelo básico	117
7.5.1. Filtro de Kalman	118
7.5.2. Filtro de partículas	122
7.5.3. Tamanho efetivo da amostra no FP	127
7.5.4. Estrutura a termo da volatilidade	128
7.5.5. Estrutura a termo dos preços	132
7.5.6. Previsão	135
7.6. Resultados do Modelo Primeira Extensão	136
7.6.1. Filtro de Kalman	137

7.6.2. Filtro de partículas	140
7.7. Resultados do Modelo Segunda Extensão	143
7.7.1. Modelos com distribuição normal para os saltos	143
7.7.2. Modelos com distribuição exponencial para os saltos	148
7.8. Resultados do Modelo Terceira Extensão	152
8 Aplicações e exemplos	155
8.1. Implicações para a área de Opções Reais	155
8.2. Implicações para a área de Finanças	158
9 Conclusões e trabalhos futuros	163
10 Referências Bibliográficas	168
11 Apêndice 1 - Solução das EDOs com distribuição normal	175
12 Apêndice 2 - Solução das EDOs com distribuição exponencial	177
13 Apêndice 3 - Solução das EDOs com reversão à média para ξ	179
14 Apêndice 4 - Estrutura a termo da volatilidade - Modelo Básico	181
15 Apêndice 5 - Estrutura a termo da volatilidade - o Modelo Primeira Extensão	183

Lista de figuras

Figura 1 – Uma das possíveis trajetórias de preços gerada artificialmente	101
Figura 2 – Variável de observação utilizada nos filtros de Kalman e de partículas	101
Figura 3 – Variável de observação e a variável de observação pelo FK	102
Figura 4 – Variável de observação e a variável de observação filtrada pelo FP	103
Figura 5 – Erros (RMSE) da simulação com 100 experimentos usando o FP	105
Figura 6 – Erros (RMSE) para o caso de 100 experimentos usando 1000 partículas	106
Figura 7 – Comportamento assintótico do erro no FP em função do número de partículas	107
Figura 8 – Variável de estado (variações de curto prazo) do painel A	124
Figura 9 – Variável de estado (preços de equilíbrio) do painel A	124
Figura 10 – Evolução dos preços à vista estimado e do primeiro contrato futuro	125
Figura 11 – Estrutura a termo da volatilidade do painel A - FK	130
Figura 12 – Estrutura a termo da volatilidade do painel A - FP	130
Figura 13 – Estrutura a termo da volatilidade do painel C - FK	131
Figura 14 – Estrutura a termo da volatilidade do painel C - FP	131
Figura 15 – Preços futuros: variáveis observada e filtrada para o F9 - FK	133
Figura 16 – Preços futuros: variáveis observada e filtrada para o F9 - FP	133
Figura 17 – Previsão do contrato F1 de 21/09/00 a 12/12/01	136
Figura 18 – Posição nos contratos futuros de um mês e um ano	162

Lista de tabelas

Tabela 1 – Erros na variável de observação com as duas metodologias de filtragem	104
Tabela 2 – Erros na variável de observação usando 1000 partículas no FP	105
Tabela 3 – Erro RMSE e tempo em função do número de partículas	106
Tabela 4 – Erro na variável de estado S com as duas metodologias	107
Tabela 5 – Erros na variável de observação – preços do contrato F1	108
Tabela 6 – Variação do erro da variável de observação em função do valor de coef	110
Tabela 7 – Principais informações dos painéis utilizados	113
Tabela 8 – Utilização dos painéis em cada modelo	114
Tabela 9 – Resultados da estimação com o painel A pelo FK	119
Tabela 10 – Resultados da estimação com o painel C pelo FK	119
Tabela 11 – Resultados da estimação com o painel C pelo FK	121
Tabela 12 – Resultados da estimação com o painel E pelo FK	122
Tabela 13 – Resultados da estimação com o painel A pelo FP	123
Tabela 14 – Resultados da estimação com o painel D pelo FP	123
Tabela 15 – Resultados da estimação com o painel C pelo FP	126
Tabela 16 – Resultados da estimação com o painel E pelo FP	127
Tabela 17 – Efeito da eficiência do FP na verossimilhança	127
Tabela 18 – Erros entre as variáveis filtrada e observada para o FK e o FP	132
Tabela 19 – Erros entre as variáveis observada e filtrada para o FK e FP para o painel C	134
Tabela 20 – Erros de previsão fora da amostra para o FK e o FP de 12/08/04 a 30/12/04	135
Tabela 21 – Erros de previsão fora da amostra para o FK e o FP de 21/09/00 a 12/12/01	135
Tabela 22 – Resultados da estimação com o painel A pelo FK	138
Tabela 23 – Resultados da estimação com o painel C pelo FK	139
Tabela 24 – Resultados da estimação com o painel E pelo FK	140

Tabela 25 – Resultado da estimação com o painel A pelo FP	141
Tabela 26 – Resultados da estimação com o painel C pelo FP	142
Tabela 27 – Resultados da estimação com o painel E pelo FP	143
Tabela 28 – Resultados da estimação com o painel A	145
Tabela 29 – Resultado da estimação com o painel C	146
Tabela 30 – Estrutura a termo dos preços resultante da estimação com o painel A	147
Tabela 31 – Estrutura a termo dos preços resultante da estimação com o painel C	147
Tabela 32 – Estrutura a termo dos preços para o algoritmo de alisamento do painel A	148
Tabela 33 – Resultados da estimação com o painel A	149
Tabela 34 – Resultados da estimação com o painel C	150
Tabela 35 – Estrutura a termo dos preços resultante da estimação com o painel A	151
Tabela 36 – Estrutura a termo dos preços resultante da estimação com o painel C	151
Tabela 37 – Resultados da estimação com o painel A	153
Tabela 38 – Resultado da estimação com o painel E	154

Lista de quadros

Quadro 1 – Esquema mostrando os níveis de preços até o vencimento	32
Quadro 2 – Exemplo com preços em contango e situação de normal backwardation	33
Quadro 3 – Representação esquemática do filtro de Kalman	79
Quadro 4 – Representação esquemática do filtro de Kalman estendido	84
Quadro 5 – Algoritmo do filtro de partículas	94

Lista de símbolos e abreviações

bbl(s)	Volume em barril ou barris
BDS	Teste de independência de Brock, Dechert e Sheinkman
BM&F	Bolsa Mercantil e de Futuros
CBOT	Chigaco Board of Trade
CME	Chigaco Mercantile Exchange
$E^Q(Y)$	Valor esperado de Y com relação à medida de prob. Q
EDO	Equação diferencial ordinária
EDP	Equação diferencial parcial
\mathfrak{S}	σ -álgebra
FAC	Função de autocorrelação
FACP	Função de autocorrelação parcial
FK	Filtro de Kalman
FKE	Filtro de Kalman estendido
FP	Filtro de partículas
FPB	Filtro de partículas <i>bootstrap</i>
F(x)	Contrato futuro com vencimento x meses à frente
GMM	Método generalizado dos momentos
iid	Independente e identicamente distribuída
ln	Logaritmo na base e
MAE	Erro absoluto médio
MAPE	Erro absoluto percentual médio
MC	Monte Carlo
MCCM	Monte Carlo cadeia de Markov
MGB	Movimento geométrico Browniano
MME	Medida martingal equivalente
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição normal com média μ e variância σ^2
NYMEX	New York Mercantile Exchange
\xrightarrow{qc}	$A_n \xrightarrow{qc} A$: convergência quase-certamente
Ω	Espaço amostral
P	Medida de probabilidade verdadeira
Q	Medida Martingal Equivalente

\mathfrak{R}	Conjunto dos reais
\mathfrak{R}^n	Espaço Euclidiano n dimensional
RMSE	Raíz quadrada do erro quadrado médio
S&P500	Índice Standart & Poors 500
Θ	Conjunto de hiperparâmetros
US\$/bbl	Preço do petróleo em dólares americanos por barril
W_t	Processo padrão de Wiener
WTI	West Texas Intermediate
x	Variável de estado
x'	Transposição de x
y	Variável de observação
$[\Omega, \mathfrak{F}, P]$	Espaço de probabilidade