

6 Exemplos de Validação e Análise de Resultados

6.1. Introdução

A seguir serão apresentados exemplos de envoltórias de esforços de pontes rodoviárias e ferroviárias. Os primeiros exemplos foram concebidos com dimensões usuais em projetos de pontes e submetidos aos trens-tipo da NBR – 7188 (1982) e NBR – 7189 (1985). Também foi feito um exemplo para testar o comportamento dos algoritmos implementados em estruturas com dimensões menores que as usuais. Além disso, são descritas

algumas particularidades notadas em diferentes testes realizados e faz-se uma análise do desempenho de cada método em função do número de avaliações da função aptidão e do tempo de processamento.

6.2. Exemplo 1

Trata-se de uma ponte rodoviária que possui três vãos e dois balanços nas extremidades (Figura 6.1). Embora seja mais comum encontrar casos de pontes simétricas, neste exemplo optou-se por variar as dimensões dos vãos e dos balanços para tentar criar maior dificuldade na determinação da envoltória. Foi utilizado o trem-tipo unidimensional (Figura 4.15) resultante da transformação realizada na Seção 4.2.6 do trem-tipo bidimensional classe 45 da NBR-7188 (1982).

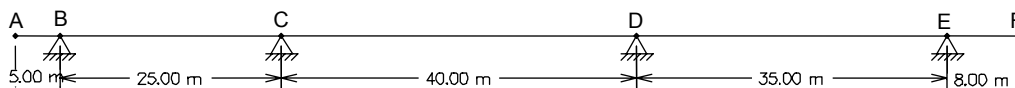


Figura 6.1 – Exemplo 1.

A seguir serão traçadas as envoltórias de esforço cortante e de momento fletor utilizando os algoritmos implementados.

6.2.1. Envoltória de Esforço Cortante

Utilizando qualquer um dos algoritmos a envoltória obtida apresentou a mesma configuração, como mostra a Figura 6.2. Os resultados da envoltória de esforços máximos e mínimos obtidos através de cada algoritmo nas seções dos apoios e nas extremidades dos balanços, utilizando os parâmetros citados na Seção 4.6, estão apresentados nas Tabela 6.1. Foram calculados os erros relativos utilizando como valores de referência os melhores resultados obtidos entre os algoritmos implementados em cada uma dessas seções, o que pode ser visto na Tabela 6.2.

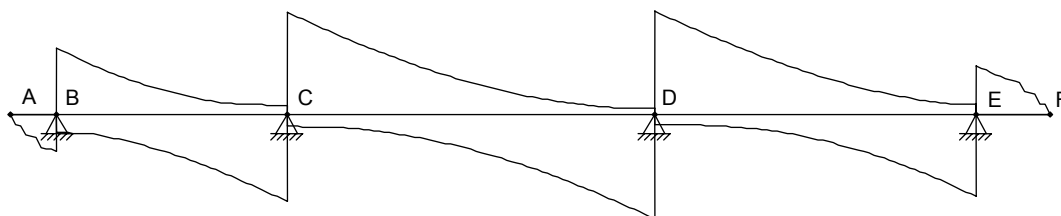


Figura 6.2 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 1 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.1 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 1.

	$1 + \lambda - EE$ (kN)		$\mu + \lambda - EE$ (kN)		Força Bruta (kN)		Cargas-em-picos (kN)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B ^{esq}	0,00	-813,90	0,00	-812,13	0,00	-813,86	0,00	-813,90
B ^{dir}	1365,28	-368,00	1364,43	-367,98	1361,61	-367,98	1365,29	-367,98
C ^{esq}	193,95	-1760,76	193,61	-1760,85	193,45	-1757,26	193,94	-1760,98
C ^{dir}	2060,64	-243,43	2060,57	-243,39	2055,26	-243,39	2060,63	-243,39
D ^{esq}	123,99	-2090,89	123,98	-2090,88	123,97	-2090,43	123,98	-2091,06
D ^{dir}	2082,31	-208,75	2082,28	-208,10	2080,55	-207,00	2082,29	-208,75
E ^{esq}	212,66	-1666,78	212,64	-1667,06	212,63	-1658,70	212,63	-1667,06
E ^{dir}	1038,90	0,00	1038,86	0,00	1037,59	0,00	1038,90	0,00
F	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 6.2 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 1.

	$1 + \lambda - EE$ (%)		$\mu + \lambda - EE$ (%)		Força Bruta (%)		Cargas-em-picos (%)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
B ^{esq}	0,000	0,000	0,000	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000
B ^{dir}	0,001	0,000	0,063	0,000	0,270	0,000	0,000	0,005
C ^{esq}	0,000	0,012	0,175	0,000	0,258	0,002	0,005	0,000
C ^{dir}	0,000	0,000	0,003	0,000	0,261	0,000	0,000	0,016
D ^{esq}	0,000	0,008	0,008	0,000	0,016	0,000	0,008	0,000
D ^{dir}	0,000	0,000	0,001	0,003	0,085	0,008	0,001	0,000
E ^{esq}	0,000	0,017	0,009	0,000	0,014	0,005	0,014	0,000
E ^{dir}	0,000	0,000	0,004	0,000	0,126	0,000	0,000	0,000
F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

O número de avaliações da função aptidão realizadas em cada estratégia ao traçar a envoltória de esforço cortante que apresentou os valores presentes na Tabela 6.1, sendo $n_{sec}=197$, estão na Tabela 6.3 e foram obtidos da seguinte maneira:

- $1 + \lambda - EE$

Nesta estratégia não exista um número fixo de avaliações da função aptidão, que varia a cada execução do cálculo da envoltória. Porém, observa-se que este número é extremamente dependente dos comprimentos l e l_t .

- $\mu + \lambda - EE$

Os resultados apresentados na Tabela 6.1 foram obtidos utilizando a seleção individual, embora a seleção global também tenha apresentado resultados igualmente satisfatórios. Sendo o trem-tipo simétrico, $n_{ger} = 40$, $\mu = 7$ e $\lambda = 21$, empregando as Equações 5.2 e 5.3, temos:

$$na = 7 + 21 \times 40 = 847$$

$$n_{tot} = 847 \times 197 = 166859$$

Caso fosse utilizado seleção global, $n_{ger} = 15$, $\mu = 20$ e $\lambda = 60$, teríamos:

$$na = 20 + 60 \times 15 = 920$$

$$n_{tot} = 920 \times 197 = 181240$$

Nota-se que o número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal (na) é sempre constante para qualquer estrutura, independente de suas características, inclusive é o mesmo ao traçar a envoltória dos outros esforços, desde que sejam adotados os mesmos parâmetros. Porém, os resultados obtidos a cada execução do algoritmo pode apresentar diferentes valores e o número total de avaliações (n_{tot}) varia em função do número de seções transversais (n_{sec}) que a estrutura foi discretizada.

- **Força Bruta**

Sendo $l = 113$ m e $l_t = 6$ m, o número de avaliações foi obtido aplicando as Equações 5.3, 5.4 e 5.5.

$$\Delta = 0,0025 \times 113 = 0,2825$$

$$na = \left(\frac{113+6}{0,2825} + 1 \right) \approx 422$$

$$n_{tot} = 197 \times 422 = 83134$$

Além do número de avaliações da função aptidão ser constante para qualquer um dos esforços, os valores obtidos serão sempre os mesmos a cada solicitação de cálculo da envoltória.

- **Cargas-em-picos**

O número de avaliações depende do número de cargas concentradas do trem-tipo e da configuração da LI em cada seção transversal, logo, varia em cada seção transversal e para cada tipo de esforço.

Tabela 6.3 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 1.

	$1 + \lambda - EE$		$\mu + \lambda - EE$		Força Bruta		Cargas-em-picos	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
na	-	-	847	847	422	422	-	-
n_{tot}	149020	156642	166859	166859	83134	83134	1740	1758

Deve-se ressaltar que devido ao trem-tipo ser simétrico, o número de avaliações da função aptidão cai pela metade. Isso ocorre porque os esforços causados pelo trem-tipo nos dois sentidos são iguais, não havendo necessidade de realizar o processo de otimização em ambos sentidos.

Com os parâmetros adotados todas as estratégias apresentaram ótimos resultados, apresentando variações muito pequenas nos valores obtidos, como se pode observar nas Tabelas 6.1 e 6.2. O processo *Força Bruta* foi o que apresentou os piores resultados, embora o maior erro tenha sido de apenas 0,27%. Ao longo do comprimento da estrutura não foram detectadas falhas visíveis dos algoritmos em repetidas solicitações de cálculo da envoltória.

Como os resultados obtidos aplicando apenas o processo *Cargas-em-picos* correspondem realmente aos esforços críticos, conclui-se que para o caso dessa estrutura e do trem-tipo em questão, os esforços cortantes limites ocorreram sempre ao posicionar alguma das cargas concentradas em um dos eventos da *LI* selecionados pelo processo.

Uma ferramenta importante disponível para a conferência dos resultados é a possibilidade de determinar o valor dos esforços limites ao traçar a linha de influência de um esforço e visualizar o trem-tipo nas posições que causam esses esforços. Por exemplo, podemos verificar a posição do trem-tipo que provocou o valor do esforço máximo, que ocorreu na seção D^{dir} (Figura 6.3).

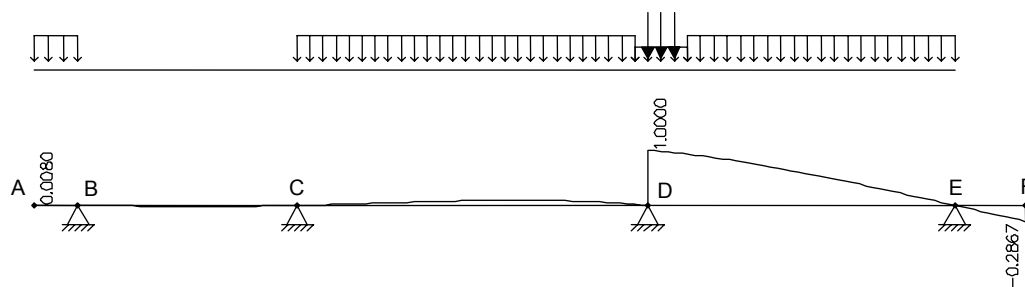


Figura 6.3 – *LI* de Esforço Cortante da Seção D^{dir} do Exemplo 1 com o trem-tipo na posição crítica.

Como os valores da envoltória são calculados apenas em algumas seções e os valores entre estas seções são obtidos através de interpolação linear dos resultados, às vezes a configuração da envoltória difere um pouco do que seria a configuração real. Por exemplo, no balanço *AB* o resultado obtido pode ser visto na Figura 6.4a enquanto a Figura 6.4b mostra o que seria a envoltória real.

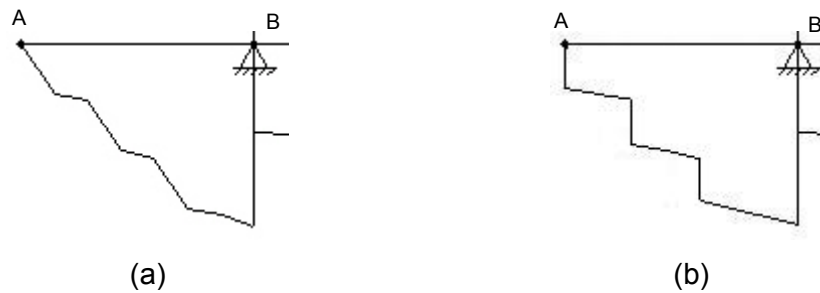


Figura 6.4 – Diferença entre a envoltória obtida e a envoltória real.

6.2.1.1. Variação dos Parâmetros

A seguir será analisado como a variação dos parâmetros influencia os resultados e estudados os valores ótimos para este problema.

- $1 + \lambda - EE$

Nessa estratégia a população é inicializada com um indivíduo que corresponde a maior carga concentrada posicionada no início do trecho e, no fim da busca por trecho, faz-se a verificação da maior carga posicionada no fim do trecho. Observou-se que os esforços limites quase sempre ocorriam nessas situações e que, neste caso, os parâmetros λ e σ adotados não influenciam a qualidade dos resultados obtidos, influenciando apenas o número de avaliações da função aptidão.

- $\mu + \lambda - EE$

Foi mantida a relação $\lambda / \mu = 3$ e variou-se o número de gerações, no caso da seleção individual, e o tamanho da população (μ) na seleção global. No primeiro caso, ao diminuir o critério de parada para trinta gerações, na grande maioria das vezes não surgiram falhas na envoltória. Porém, ao diminuir mais o número de gerações (n_{ger}) começaram a surgir algumas falhas com maior frequência, principalmente nos balanços, como mostra a Figura 6.5. Já a seleção global se mostrou bem sensível a variação de μ , pois ao fazer $\mu = 15$ a envoltória começou a apresentar falhas com frequência.

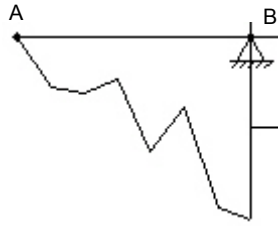


Figura 6.5 – Surgimento de falhas na envoltória de esforços cortantes no balanço.

Essas falhas acontecem por este método ser probabilístico e precisar de tempo e diversidade suficientes para encontrar uma solução satisfatória. Neste método não se tem nenhuma informação adicional do problema, como acontece na $1 + \lambda - EE$ que utiliza a busca por trechos.

- *Força Bruta*

A Figura 6.6 mostra a variação do número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal em função da variação do Δ .

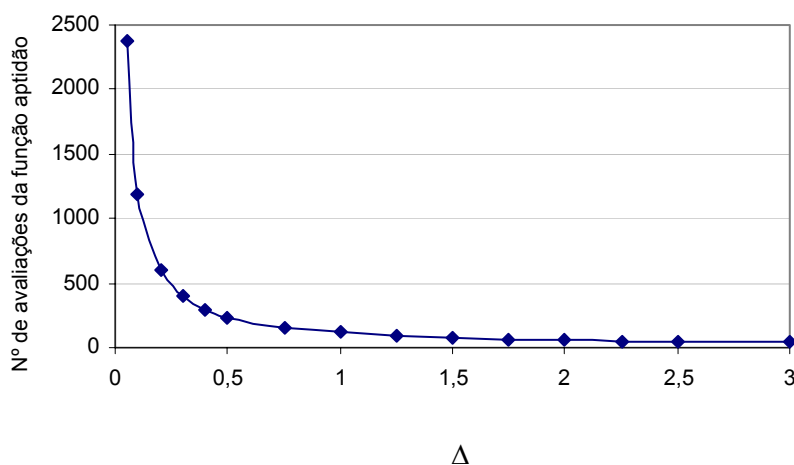


Figura 6.6 – Número de avaliações da função aptidão no Exemplo 1 x Δ .

Para avaliar a variação da qualidade da solução em função da variação do Δ , tomou-se como exemplo o esforço cortante máximo na seção B^{dir} , como mostra a Figura 6.7. Observa-se que não existe uma função definida que exprima essa variação, porém, percebe-se que a partir de um certo valor, o aumento do Δ diminui muito a probabilidade de obter bons resultados.

É interessante observar que nem sempre o menor Δ corresponde ao melhor resultado. Vale lembrar que a sensibilidade dos resultados à variação do Δ depende muito das características da estrutura e do trem-tipo.

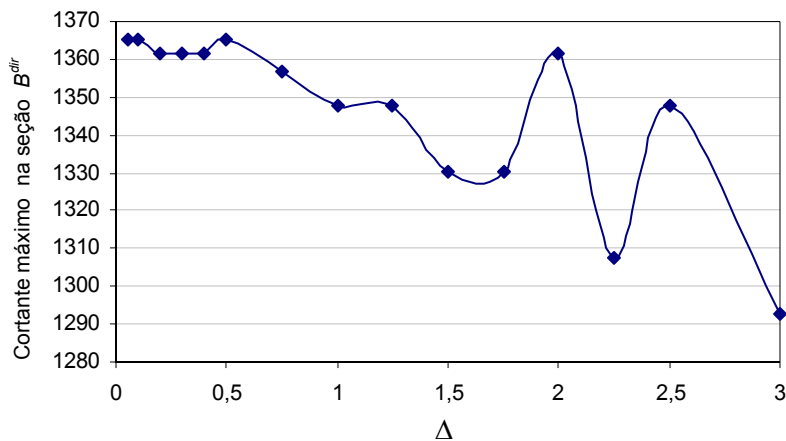


Figura 6.7 – Variação do esforço cortante máximo na seção B^{dir} do Exemplo 1 em função de Δ .

6.2.2. Envoltória de Momento Fletor

Como ocorreu na envoltória de esforços cortantes, a envoltória de momento fletor também apresentou a mesma configuração ao utilizar qualquer um dos algoritmos implementados (Figura 6.8). Os resultados e os erros obtidos nas seções onde ocorreram os valores máximos e mínimos da envoltória estão apresentados na Tabela 6.4 e 6.5, respectivamente, e o número de avaliações da função aptidão estão na Tabela 6.6.

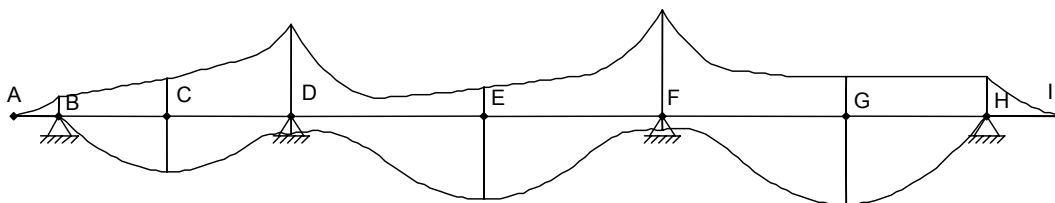


Figura 6.8 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 1 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.4 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 1.

	$1 + \lambda - EE$ (kNm)		$\mu + \lambda - EE$ (kNm)		Força Bruta (kNm)		Cargas-em-picos (kNm)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,06	-0,04	0,06	-0,04	0,06	-0,04	0,06	-0,04
B	0,00	-2524,31	0,00	-2510,62	0,00	-2514,03	0,00	-2524,31
C	7556,77	-4883,16	7557,06	-4883,16	7547,31	-4883,03	7557,06	-4883,15
D	2428,57	-11653,03	2428,57	-11653,04	2428,53	-11652,77	2428,56	-11653,02
E	11183,66	-3544,07	11183,87	-3544,07	11174,13	-3544,03	11183,93	-3544,06
F	2001,78	-13339,01	2002,21	-13339,02	1990,03	-13338,90	2002,44	-13339,00
G	11859,80	-5046,92	11860,94	-5047,16	11852,13	-5026,51	11861,37	-5047,72
H	0,00	-5302,22	0,00	-5294,70	0,00	-5254,63	0,00	-5303,47
I	0,11	-0,09	0,11	-0,09	0,11	-0,09	0,11	-0,09

Tabela 6.5 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 1.

	$1 + \lambda - EE$ (%)		$\mu + \lambda - EE$ (%)		Força Bruta (%)		Cargas-em-picos (%)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
B	0,000	0,000	0,000	0,005	0,005	0,004	0,000	0,000
C	0,004	0,000	0,000	0,000	0,129	0,000	0,000	0,000
D	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,000	0,000	0,000
E	0,002	0,000	0,001	0,000	0,088	0,000	0,000	0,000
F	0,033	0,000	0,011	0,000	0,620	0,000	0,000	0,000
G	0,013	0,016	0,004	0,000	0,078	0,004	0,000	0,000
H	0,000	0,024	0,000	0,002	0,000	0,009	0,000	0,000
I	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabela 6.6 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 1.

	$1 + \lambda - EE$		$\mu + \lambda - EE$		Força Bruta		Cargas-em-picos	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
n_a	-	-	847	847	422	422	-	-
n_{tot}	154921	152941	164318	164318	81868	81868	1494	1677

Os resultados obtidos foram muito satisfatórios, com pequenas variações nos valores. Similarmente a envoltória de esforços cortantes, os momentos fletores limites ocorreram sempre ao se posicionar alguma carga concentrada sobre os limites dos trechos da LI . Ao se utilizar a Estratégia $\mu + \lambda - EE$ algumas vezes surgiram falhas ao longo da envoltória, como a da Figura 6.9.

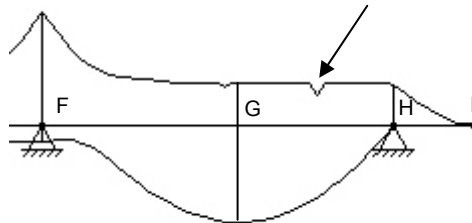


Figura 6.9 – Falha na envoltória de momento fletor ao utilizar a Estratégia $\mu + \lambda$.

Como já foi dito anteriormente, essas falhas ocorrem em consequência do processo evolutivo. Por ser visivelmente detectada, esse tipo de falha não desqualifica esse método de determinação da envoltória. Ao detectar a falha o usuário pode solicitar novo cálculo da envoltória que provavelmente não ocorrerá a mesma falha.

6.3. Exemplo 2

Este exemplo trata de uma ponte ferroviária (Figura 6.10) que, como no Exemplo 1, possui vãos não simétricos apenas no intuito de criar maior dificuldade na determinação da envoltória. Foi utilizado o trem-tipo TB-360 da NBR – 7189 (1985).

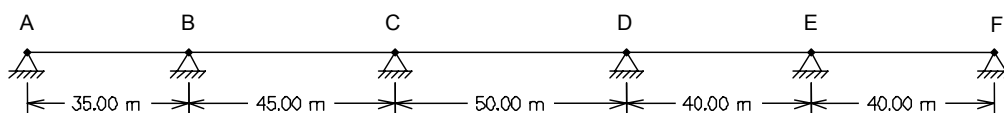


Figura 6.10 – Exemplo 2.

6.3.1. Envoltória de Esforço Cortante

As configurações das envoltórias de esforços cortantes são mostradas nas Figuras 6.11 e 6.12. Os resultados e os erros obtidos estão na Tabela 6.7 e 6.8,

respectivamente, e o número de avaliações da função aptidão está na Tabela 6.9.

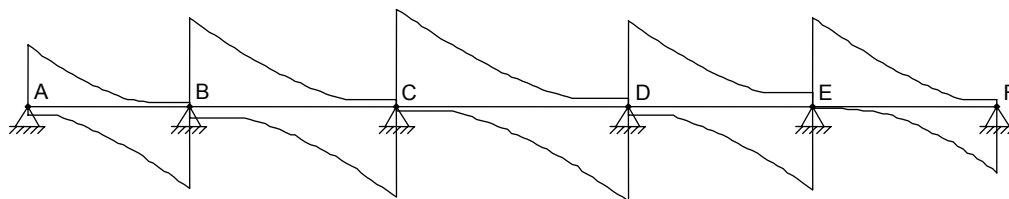


Figura 6.11– Envolvente de esforço cortante do Exemplo 2 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$ e *Força Bruta*.

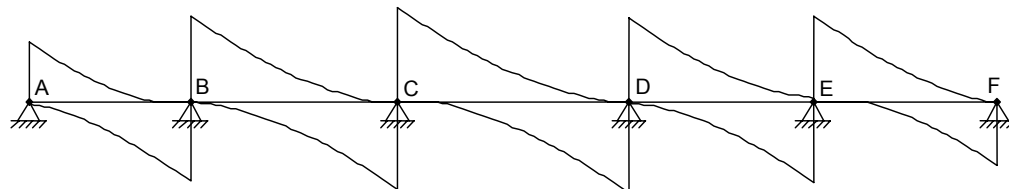


Figura 6.12 – Envolvente de esforço cortante do Exemplo 2 para *Cargas-em-picos*.

Tabela 6.7 – Resultados obtidos na envolvente de esforço cortante do Exemplo 2.

	$1 + \lambda - EE$ (kN)		$\mu + \lambda - EE$ (kN)		<i>Força Bruta</i> (kN)		<i>Cargas-em-picos</i> (kN)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	2473,31	-388,66	2460,44	-388,67	2424,20	-388,68	2473,47	134,69
B ^{esq}	134,15	-3309,97	134,15	-3310,10	134,15	-3271,83	0,00	-3310,14
B ^{dir}	3547,62	-475,32	3528,21	-475,32	3480,38	-475,30	3547,41	-38,37
C ^{esq}	241,60	-3673,03	241,60	-3672,15	241,60	-3655,50	0,00	-3674,66
C ^{dir}	3901,68	-233,34	3901,23	-223,34	3882,57	-233,34	3901,49	0,00
D ^{esq}	302,83	-3827,66	302,83	-3828,28	302,83	-3794,26	0,00	-3829,03
D ^{dir}	3435,61	-395,72	3422,97	-395,68	3432,35	-395,72	3435,39	-75,21
E ^{esq}	541,26	-3397,15	541,26	-3394,78	541,25	-3348,59	142,22	-3397,01
E ^{dir}	3544,38	-108,25	3543,65	-108,25	3487,11	-108,25	3544,06	0,00
F	245,52	-2704,68	245,52	-2703,77	245,52	-2640,04	0,00	-2705,72

Tabela 6.8 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 2.

	$1 + \lambda - EE$ (%)		$\mu + \lambda - EE$ (%)		Força Bruta (%)		Cargas-em-picos (%)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,006	0,005	0,527	0,003	1,992	0,000	0,000	134,653
B ^{esq}	0,000	0,005	0,000	0,000	0,000	0,012	100,000	0,000
B ^{dir}	0,000	0,000	0,547	0,000	1,895	0,000	0,006	91,928
C ^{esq}	0,000	0,044	0,000	0,001	0,000	0,005	100,000	0,000
C ^{dir}	0,000	0,000	0,012	0,043	0,490	0,000	0,005	100,000
D ^{esq}	0,000	0,036	0,000	0,000	0,000	0,009	100,000	0,000
D ^{dir}	0,000	0,000	0,368	0,000	0,095	0,000	0,006	80,994
E ^{esq}	0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,014	73,724	0,004
E ^{dir}	0,000	0,000	0,021	0,000	1,616	0,000	0,009	100,000
F	0,000	0,038	0,000	0,001	0,000	0,024	100,000	0,000

Tabela 6.9 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 2.

	$1 + \lambda - EE$		$\mu + \lambda - EE$		Força Bruta		Cargas-em-picos	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
n_a	-	-	847	847	1216	1216	-	-
n_{tot}	424014	433362	167706	167706	240768	240768	3084	3080

Ao contrário do que aconteceu no Exemplo 1, os esforços limites nem sempre ocorreram com alguma carga concentrada nos picos da *LI* e, por isso, a envoltória obtida utilizando *Cargas-em-picos*, Figura 6.12, não apresentou resultados corretos em todas seções transversais.

6.3.2. Envoltória de Momento Fletor

As Figuras 6.13 e 6.14 mostram as envoltórias de momento fletor, as Tabelas 6.10 e 6.11 apresentam os resultados e os erros obtidos e a Tabela 6.12 exibe o número de avaliações da função aptidão.

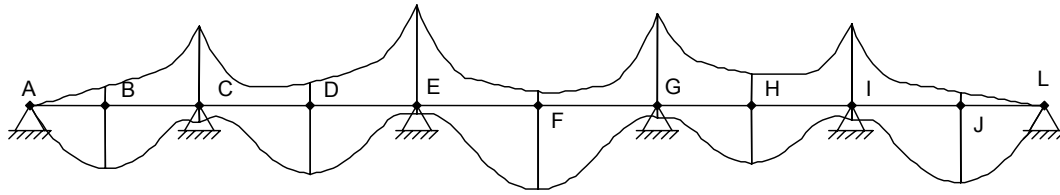


Figura 6.13 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 2 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$ e Força Bruta.

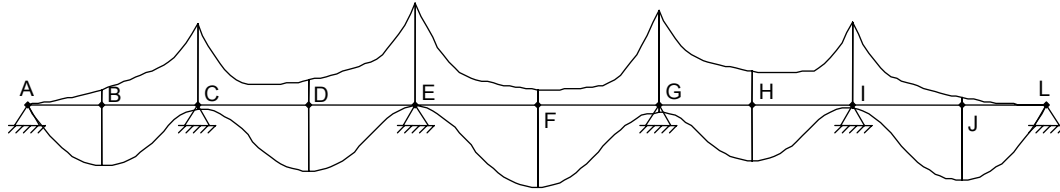


Figura 6.14 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 2 para Cargas-em-picos.

Tabela 6.10 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 2.

	$1 + \lambda - EE$ (kNm)		$\mu + \lambda - EE$ (kNm)		Força Bruta (kNm)		Cargas-em-picos (kNm)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B	18458,63	-5952,95	18475,34	-5952,95	18457,41	-5952,92	18482,17	-4411,44
C	4695,11	-24185,19	4695,11	-24184,78	4694,95	-24184,78	1561,62	-24179,69
D	20173,00	-7211,50	20174,03	-7211,50	20168,28	-7211,20	20177,86	-7211,32
E	2456,56	-30487,58	2456,55	-30487,58	2456,52	-30486,80	365,40	-30487,12
F	24951,07	-4399,80	24949,14	-4399,80	24938,45	-4399,90	24951,16	-4399,80
G	3441,87	-28242,70	3441,87	-28241,85	3441,72	-28242,69	2607,20	-28241,21
H	16962,02	-9872,65	16967,80	-9872,63	16965,98	9872,65	16969,65	-9872,07
I	4331,79	-24514,16	4331,78	-24514,30	4331,73	-24514,13	1145,57	-24509,32
J	22762,61	-4292,06	22762,13	4292,06	24514,13	4292,04	22763,83	-1951,11
L	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 6.11 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 2.

	$1 + \lambda - EE$ (%)		$\mu + \lambda - EE$ (%)		Força Bruta (%)		Cargas-em-picos (%)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
B	0,127	0,000	0,037	0,000	0,134	0,000	0,000	25,895
C	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003	0,000	66,739	0,023
D	0,024	0,000	0,019	0,000	0,047	0,000	0,000	0,002
E	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,000	85,126	0,002
F	0,000	0,002	0,008	0,000	0,051	0,000	0,000	0,002
G	0,000	0,000	0,000	0,000	0,004	0,000	24,250	0,005
H	0,045	0,000	0,011	0,000	0,022	2,000	0,000	0,006
I	0,000	0,001	0,000	0,000	0,001	0,000	73,554	0,020
J	7,145	0,000	7,147	2,000	0,000	2,000	7,140	54,541
L	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabela 6.12 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 2.

	$1 + \lambda - EE$		$\mu + \lambda - EE$		Força Bruta		Cargas-em-picos	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
n_a	-	-	847	847	1216	1216	-	-
n_{tot}	422604	422668	163471	163471	234688	234688	2776	2908

O método *Cargas-em-picos* também não foi capaz de determinar os esforços limites em todas seções, o que pode ser visto pela Tabela 6.10 e Tabela 6.11 e na Figura 6.14. Os outros métodos apresentaram apenas pequenas variações nos resultados obtidos.

6.4. Exemplo 3

Este exemplo representa o pórtico de um viaduto rodoviário (Figura 6.15) a ser dimensionado pelo trem-tipo unidimensional (Figura 4.15) resultante da transformação realizada na Seção 4.2.6 do trem-tipo bidimensional classe 45 da NBR-7188 (1982).

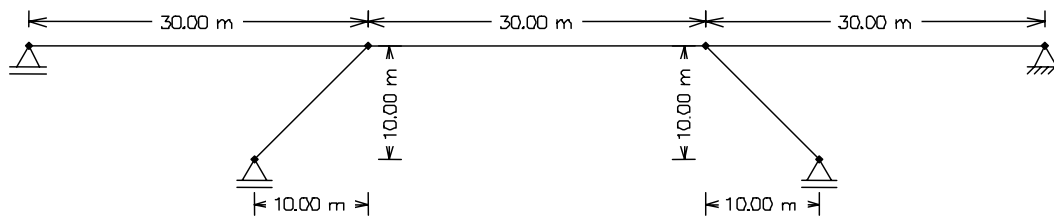


Figura 6.15 – Exemplo 3.

6.4.1. Envoltória de Esforço Normal

Como pode ser visto na Figura 6.16, apenas as colunas dos pórticos possuem valores não nulos na envoltória de esforço normal. Além disso, este valor é constante em todas as seções das colunas.



Figura 6.16 – Envoltória de esforço normal do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

A Tabela 6.13 mostra os valores encontrados ao utilizar cada um dos algoritmos implementados. Os erros relativos estão apresentados na Tabela 6.14 e a Tabela 6.15 mostra o número de avaliações da função aptidão.

Tabela 6.13 – Resultados obtidos na envoltória de esforço normal na coluna do pórtico do Exemplo 3.

	$1 + \lambda - EE$ (kN)		$\mu + \lambda - EE$ (kN)		Força Bruta (kN)		Cargas-em-picos (kN)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0	-2300,22	0	-2300,19	0	-2300,18	0	-2300,22
B	0	-2300,22	0	-2300,19	0	-2300,18	0	-2300,22

Tabela 6.14 – Erros relativos na envoltória de esforço normal na coluna do pórtico do Exemplo 3.

	$1 + \lambda - EE$ (%)		$\mu + \lambda - EE$ (%)		Força Bruta (%)		Cargas-em-picos (%)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,000	0,000	0,000	0,001	0,000	0,002	0,000	0,000
B	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabela 6.15 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço normal do Exemplo 3.

	$1 + \lambda - EE$		$\mu + \lambda - EE$		Força Bruta		Cargas-em-picos	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
n_a	-	-	847	847	427	427	-	-
n_{tot}	171664	162831	220220	220220	111020	111020	1560	1374

6.4.2. Envoltória de Esforço Cortante

A envoltória de esforço cortante do pórtico em questão pode ser vista na Figura 6.17. As Tabelas 6.16, 6.17 e 6.18 mostram os resultados da envoltória, o erro relativo e o número de avaliações da função aptidão, respectivamente.

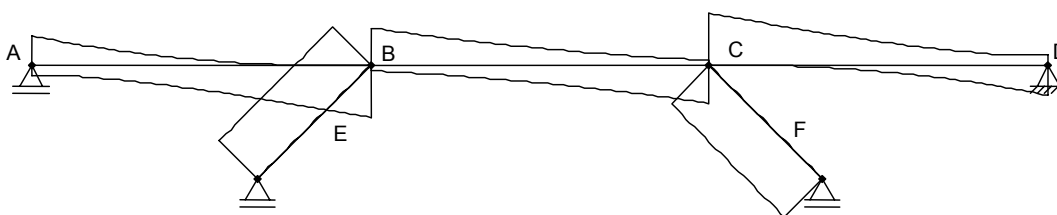
Figura 6.17 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.16 – Resultados obtidos na envoltória de esforços cortantes do Exemplo 3.

	$1 + \lambda - EE$ (kN)		$\mu + \lambda - EE$ (kN)		Força Bruta (kN)		Cargas-em-picos (kN)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	1269,53	-438,91	1269,50	-438,70	1261,53	-438,70	1269,54	-438,70
B ^{esq}	0,00	-2225,75	0,00	-2225,57	0,00	-2225,82	0,00	-2225,82
B ^{dir}	1603,84	-221,20	1603,80	-221,22	1600,87	-221,22	1603,85	-221,22
C ^{esq}	221,20	-1603,49	221,18	-1603,83	220,46	-1602,36	221,22	-1603,85
C ^{dir}	2225,86	0,00	2225,78	0,00	2225,82	0,00	2225,82	0,00
D	439,03	-1268,30	439,01	-1269,41	439,01	-1264,19	439,01	-1269,54
E	2300,11	0,00	2300,07	0,00	2300,07	0,00	2300,05	0,00
F	0,00	-2300,11	0,00	-2300,07	0,00	-2300,07	0,00	-2300,05

Tabela 6.17 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 3.

	$1 + \lambda - EE$ (%)		$\mu + \lambda - EE$ (%)		Força Bruta (%)		Cargas-em-picos (%)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,001	0,000	0,003	0,048	0,631	0,048	0,000	0,048
B ^{esq}	0,000	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
B ^{dir}	0,001	0,009	0,003	0,000	0,186	0,000	0,000	0,000
C ^{esq}	0,009	0,022	0,018	0,000	0,344	0,001	0,000	0,000
C ^{dir}	0,000	0,000	0,004	0,000	0,002	0,000	0,002	0,000
D	0,000	0,098	0,005	0,000	0,005	0,004	0,005	0,000
E	0,000	0,000	0,002	0,000	0,002	0,000	0,003	0,000
F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,003

Tabela 6.18 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 3.

	$1 + \lambda - EE$		$\mu + \lambda - EE$		Força Bruta		Cargas-em-picos	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
n_a	-	-	847	847	427	427	-	-
n_{tot}	136076	143456	220220	220220	111020	111020	1662	1659

6.4.3. Envoltória de Momento Fletor

A envoltória de momento fletor tem a configuração da Figura 6.18. Os resultados, os erros relativos e o o número de avaliações da função aptidão estão na Tabela 6.19, 6.20 e 6.21.

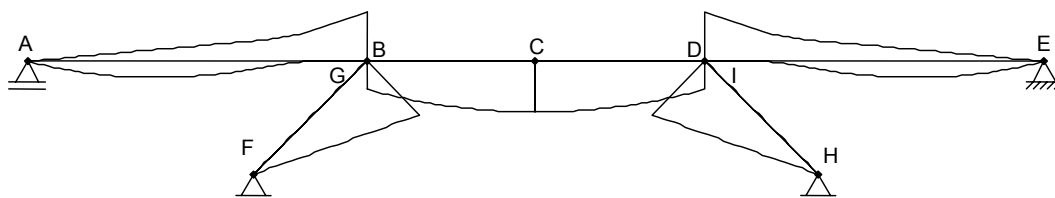


Figura 6.18 – Envoltória momento fletor do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.19 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 3.

	$1 + \lambda - EE$ (kNm)		$\mu + \lambda - EE$ (kNm)		Força Bruta (kNm)		Cargas-em-picos (kNm)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B ^{esq}	0,00	-21429,04	0,00	-21429,05	0,00	-21429,01	0,00	-21429,04
B ^{dir}	12252,63	-77,56	12252,69	-77,56	12248,40	-77,56	12252,70	-77,54
C	21868,54	0,00	21868,20	0,00	21862,36	0,00	21868,60	0,00
D ^{esq}	12252,67	-77,64	12252,65	-77,64	12252,67	-77,64	12252,67	-77,62
D ^{dir}	0,00	-21429,04	0,00	-21429,05	0,00	-21429,02	0,00	-21429,04
E	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
F	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G	32529,23	0,00	32529,24	0,00	32529,24	0,00	32528,90	0,00
H	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
I	32529,23	0,00	32529,24	0,00	32529,13	0,00	32528,90	0,00

Tabela 6.20 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 3.

	$1 + \lambda - EE$ (%)		$\mu + \lambda - EE$ (%)		Força Bruta (%)		Cargas-em-picos (%)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
B ^{esq}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
B ^{dir}	0,001	0,000	0,000	0,000	0,035	0,000	0,000	0,026
C	0,000	0,000	0,002	0,000	0,029	0,000	0,000	0,000
D ^{esq}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,026
D ^{dir}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
E	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
F	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
G	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,000
H	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
I	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,000

Tabela 6.21 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do exemplo 3.

	$1 + \lambda - EE$		$\mu + \lambda - EE$		Força Bruta		Cargas-em-picos	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
n_a	-	-	847	847	427	427	-	-
n_{tot}	140441	155780	220220	220220	111020	111020	1368	1560

Os resultados obtidos neste exemplo também foram satisfatórios, inclusive na envoltória de esforço normal, apresentando apenas pequenas variações nos resultados.

6.5. Exemplo 4

Para avaliar o comportamento dos algoritmos implementados ao lidar com estruturas com dimensões relativamente pequenas, foi feito um exemplo com a estrutura da Figura 6.19 e o trem-tipo unidimensional (Figura 4.15) resultante da transformação realizada na Seção 4.2.6 do trem-tipo bidimensional classe 45 da NBR-7188 (1982).

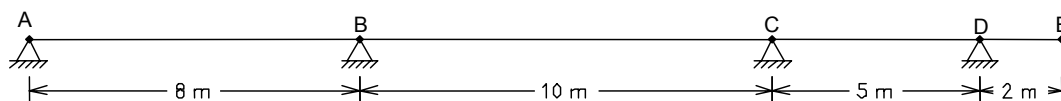


Figura 6.19 – Exemplo 4.

6.5.1. Envoltória de Esforço Cortante

A Figura 6.20 mostra a configuração da envoltória de esforço cortante e os resultados estão apresentados na Tabela 6.22. Na Tabela 6.23 são mostrados os erros relativos e na Tabela 6.24 pode-se observar o número de avaliações da função aptidão.

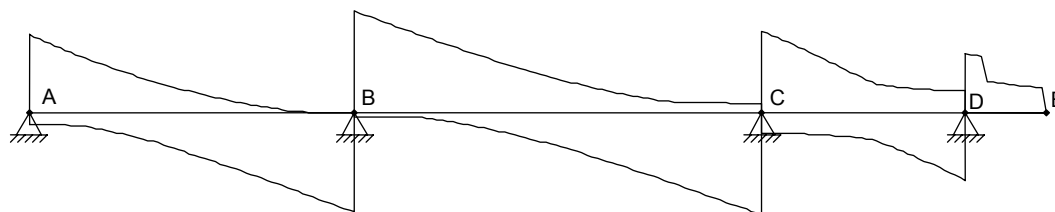


Figura 6.20– Envoltória de esforço cortante do Exemplo 4 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.22 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 4.

	$1 + \lambda - EE$ (kN)		$\mu + \lambda - EE$ (kN)		Força Bruta (kN)		Cargas-em-picos (kN)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	612,33	-89,55	611,96	-89,55	612,33	-89,55	612,33	-89,53
B ^{esq}	7,00	-767,59	7,00	-769,66	7,00	-769,88	6,96	-769,88
B ^{dir}	789,98	-25,76	789,51	-25,77	789,98	-25,76	789,98	-25,59
C ^{esq}	81,13	-789,65	81,13	-790,08	81,13	-790,09	81,10	-790,08
C ^{dir}	637,83	-146,79	637,77	-147,71	637,83	147,00	637,83	-147,00
D ^{esq}	183,07	-526,06	183,07	-526,18	183,06	-527,27	182,88	-527,27
D ^{dir}	457,60	0,00	457,60	0,00	457,60	0,00	457,60	0,00
E	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 6.23 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 4.

	$1 + \lambda - EE$ (%)		$\mu + \lambda - EE$ (%)		Força Bruta (%)		Cargas-em-picos (%)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,000	0,000	0,060	0,000	0,000	0,000	0,000	0,022
B ^{esq}	0,000	0,297	0,000	0,000	0,000	0,000	0,571	0,000
B ^{dir}	0,000	0,039	0,059	0,000	0,000	0,000	0,000	0,698
C ^{esq}	0,000	0,056	0,000	0,000	0,000	0,000	0,037	0,001
C ^{dir}	0,000	0,623	0,009	0,000	0,000	1,995	0,000	0,481
D ^{esq}	0,000	0,229	0,000	0,002	0,005	0,000	0,104	0,000
D ^{dir}	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
E	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabela 6.24 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 4.

	$1 + \lambda - EE$		$\mu + \lambda - EE$		Força Bruta		Cargas-em-picos	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
n_a	-	-	847	847	497	497	-	-
n_{tot}	118456	123847	169400	169400	99400	99400	1845	1830

6.5.2. Envoltória de Momento Fletor

A Figura 6.21 mostra a configuração da envoltória de momento fletor e os resultados estão apresentados na Tabela 6.17. As Tabelas seguintes, 6.26 6.27, mostram o erro relativo e o número de avaliações da função aptidão.

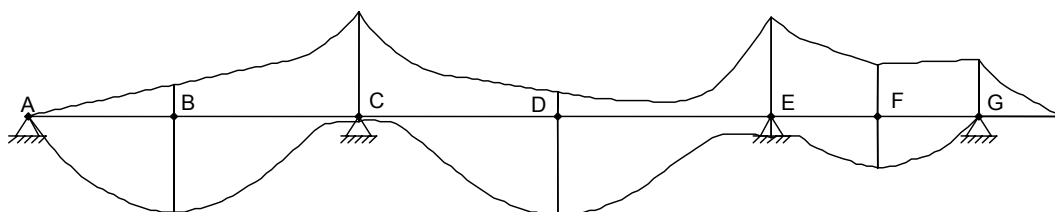


Figura 6.21– Envoltória de momento fletor do Exemplo 4 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, Força Bruta e Cargas-em-picos.

Tabela 6.25 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 4.

	$1 + \lambda - EE$ (kNm)		$\mu + \lambda - EE$ (kNm)		Força Bruta (kNm)		Cargas-em-picos (kNm)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
B	985,48	-316,94	989,08	-317,01	987,37	-316,99	989,09	-316,91
C	55,97	-1009,96	56,01	-1010,19	56,01	-1010,14	55,59	-1009,90
D	1014,73	-236,97	1015,08	-237,04	1014,47	-237,04	1015,22	-236,94
E	221,51	-1001,41	221,57	-1001,53	221,56	-1001,53	221,49	-1000,44
F	513,98	-508,59	516,12	-508,64	515,95	-508,64	516,60	-508,13
G	0,00	-541,07	0,00	-540,18	0,00	-542,00	0,00	-542,00
H	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 6.26 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 4.

	$1 + \lambda - EE$ (%)		$\mu + \lambda - EE$ (%)		Força Bruta (%)		Cargas-em-picos (%)	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
A	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
B	0,365	0,022	0,001	0,000	0,174	0,000	0,000	0,032
C	0,071	0,023	0,000	0,000	0,000	0,000	0,750	0,029
D	0,048	0,030	0,014	0,000	0,074	0,000	0,000	0,042
E	0,027	0,012	0,000	0,000	0,005	0,000	0,036	0,109
F	0,507	0,010	0,093	0,000	0,126	0,000	0,000	0,100
G	0,000	0,172	0,000	0,003	0,000	0,000	0,000	0,000
H	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabela 6.27 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 4.

	$1 + \lambda - EE$		$\mu + \lambda - EE$		Força Bruta		Cargas-em-picos	
	máx	min	máx	min	máx	min	máx	min
n_a	-	-	847	847	497	497	-	-
n_{tot}	122968	125004	166859	166859	97909	97909	1485	1644

Tanto na envoltória de esforço cortante quanto na de momento fletor, o *Cargas-em-picos* apresentou valores corretos e portanto os esforços limites

ocorreram sempre em uma posição correspondente a alguma carga concentrada sobre picos da LI .

Baseando-se nos bons resultados obtidos, tanto na envoltória de momento fletor quanto na de esforço cortante, pode-se concluir que os algoritmos implementados apresentam bom funcionamento tanto em estruturas de pequenas dimensões quanto nas de grandes dimensões quando são utilizados os trens-tipo da norma brasileira.

6.6. Testes Realizados

Além dos exemplos que foram mostrados acima, foram realizados diversos testes adicionais para diferentes casos de estruturas e trens-tipo. Os resultados obtidos foram sempre positivos.

Observou-se que nos casos de trens-tipo formados apenas por cargas distribuídas nunca surgiram falhas. Além disso, estruturas com menores dimensões apresentaram maior probabilidade do surgimento de falhas nos processos $1 + \lambda - EE$ e $\mu + \lambda - EE$. Provavelmente isso ocorra porque as variações da LI são mais bruscas neste caso.

Porém, a partir destes testes pode-se observar algumas particularidades, que estão mostradas a seguir.

6.6.1. Caso 1

Uma situação particular ocorre no balanço do Exemplo 4 ao traçar a envoltória de esforço cortante utilizando o trem-tipo da Figura 6.22. O resultado obtido quando foi utilizado apenas o *Cargas-em-picos* está na Figura 6.23a. Para os demais métodos, a Figura 6.23b mostra o resultado.

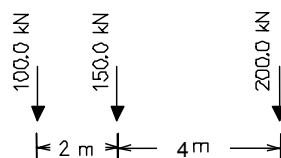


Figura 6.22– Trem-tipo do Caso 1.



Figura 6.23– Envoltória de esforço cortante no balanço da estrutura do Exemplo 4 utilizando o trem-tipo do Caso 1 .

Em uma primeira análise diria-se que o pico na envoltória da Figura 6.23a aparenta ser algum tipo de falha. Porém, ao analisar a LI nesta seção (Figura 6.24), vê-se que este é o resultado correto. Isso ocorre porque em qualquer outra seção do balanço é possível posicionar apenas uma das cargas concentradas sobre valores não nulos da LI . Apenas nesta seção onde surge o pico é que se consegue posicionar duas cargas sobre valores não nulos da LI , causando um salto no valor da envoltória.

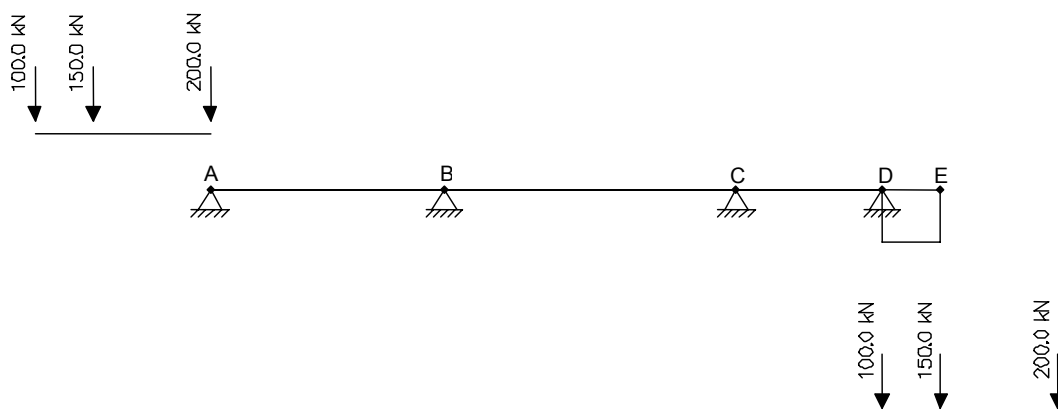


Figura 6.24– LI de esforço cortante da seção B^{dir} do Exemplo 3 com trem-tipo nas posições críticas.

Apenas o *Cargas-em-picos* é capaz de sempre detectar quando há esse tipo de pico na envoltória, que acontece quando duas cargas concentradas estão posicionadas no início e no fim de um trecho de valor constante da LI .

Nos métodos evolutivos a posição crítica do trem-tipo é encontrada porque durante o processo são geradas posições próximas à crítica, as quais geralmente possuem uma alta *aptidão*, que ajudam na evolução da população. Neste caso isso não ocorre, pois nenhuma posição, por mais próxima que seja

da posição crítica, causa um valor da envoltória próximo ao que ocorre na posição crítica. Sendo assim, é muito pequena a probabilidade de gerar aleatoriamente indivíduos que correspondam exatamente a esta posição crítica.

No *Força Bruta* ocorre o mesmo problema, pois também é muito pequena a probabilidade de se posicionar o trem-tipo exatamente na posição crítica a partir do Δ utilizado.

6.6.2. Caso 2

Ao utilizar o trem-tipo da Figura 6.25 para traçar a envoltória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 utilizando $1 + \lambda - EE$, apareceram algumas falhas, mais freqüentes que o normal, conforme Figura 6.26. Porém, ao utilizar o processo *Cargas-em-picos*, estas falhas não aparecem (Figura 6.27).

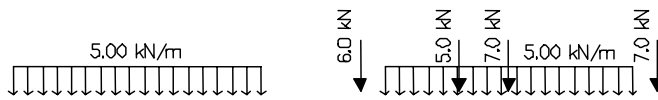


Figura 6.25– Trem-tipo caso 2.

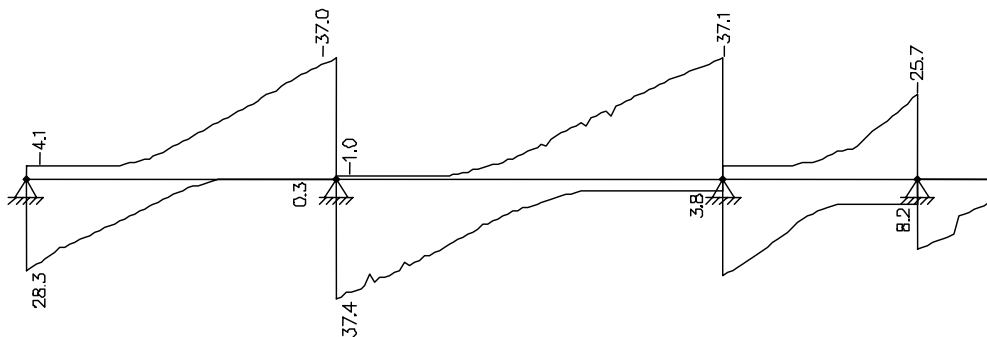


Figura 6.26– Envoltória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 para o trem-tipo do Caso 2 utilizando $1 + \lambda - EE$.

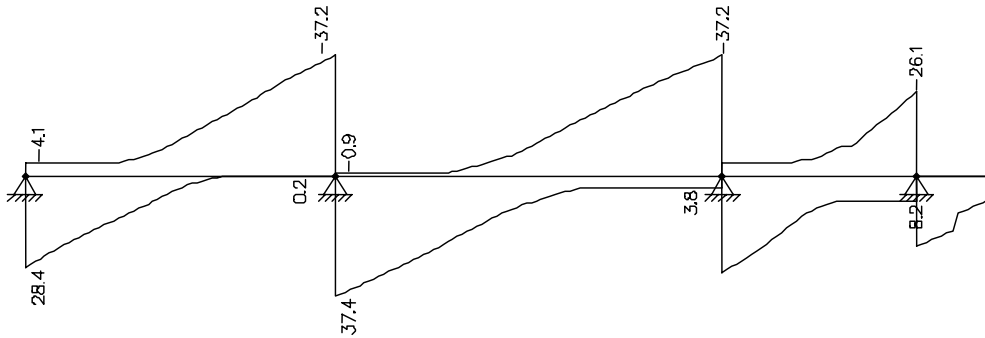


Figura 6.27– Envolvória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 para o trem-tipo do Caso 2 utilizando *Cargas-em-picos*.

Essas falhas surgem devido a um efeito de escala, ou seja, a intensidade das cargas é muito menor que a de trem-tipo usuais e, em conseqüência, os valores das envoltórias também são muito menores, tornando as variações dos resultados mais perceptíveis visualmente.

Uma solução para evitar essas falhas seria a combinação dos processos $1 + \lambda - EE$ e *Cargas-em-picos*.

6.7. Análise do número de avaliações da função aptidão

Para analisar a variação do número de avaliações da função aptidão, fez-se um gráfico (Figura 6.28) que mostra o número de avaliações da função aptidão realizadas para traçar a envoltória de esforço cortante máximo em cada exemplo.

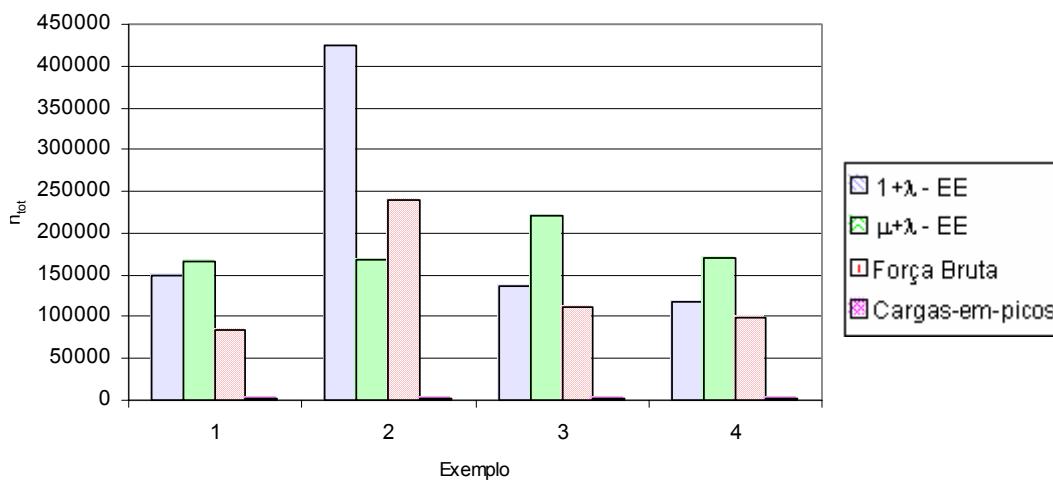


Figura 6.28– Número de avaliações da função aptidão na envoltória de esforço cortante máximo.

Pode-se perceber que n_{tot} sofre maior variação na $1 + \lambda - EE$, pois depende das dimensões l e l_i . No *Força Bruta* a variação também é grande, porém é menor do que na $1 + \lambda - EE$ pois depende apenas da dimensão l . Já na $\mu + \lambda - EE$ a variação é muito pequena de um exemplo para o outro, pois o número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal (na) é sempre o mesmo para qualquer problema. A única coisa que influencia essa variação é o número de seções (n_{sec}) que o problema será discretizado. O *Cargas-em-picos* não varia muito e n_{tot} é sempre muito pequeno em relação aos outros métodos.

6.8. Análise do tempo de processamento

A Figura 6.29 mostra a variação tempo de processamento gasto no cálculo da envoltória de esforços em cada um dos exemplos anteriores, incluindo o tempo necessário para o cálculo da *LI*. Foi utilizado um computador com processador Pentium III de 1,1 GHz e 512 Mb de memória RAM.

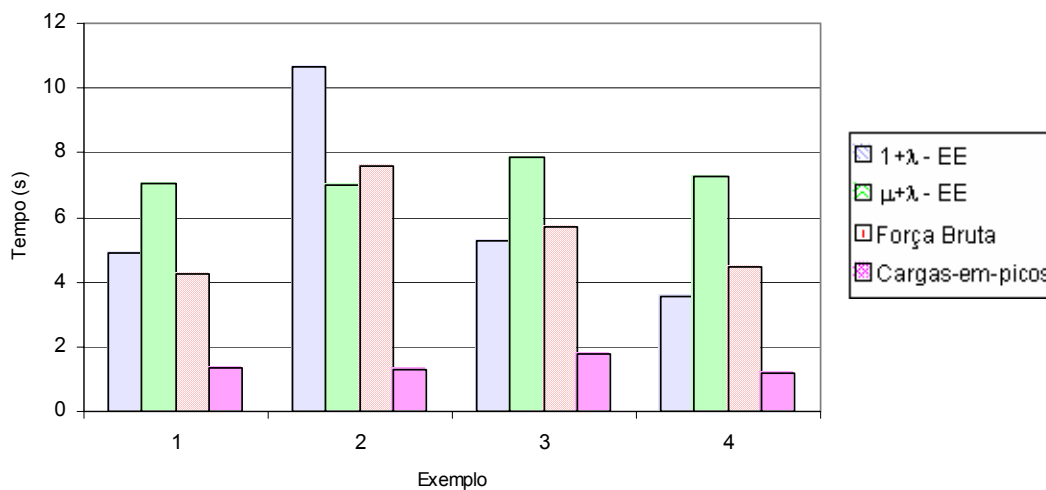


Figura 6.29– Tempo de processamento do programa para cálculo da envoltória de esforço cortante máximo.

Observa-se que o tempo gasto pelo processo *Cargas-em-picos* equivale praticamente ao tempo necessário para calcular apenas a *LI* em cada seção da estrutura. Sendo assim, é desprezível o tempo adicional devido a utilização do

processo *Cargas-em-picos* como refinamento dos outros métodos, visto que todos já consideram o tempo gasto com o cálculo da *LI*.

Na maioria dos casos, o tempo gasto pelo $1 + \lambda - EE$ é próximo ao tempo consumido pelo *Força Bruta*.