



Gisele Cristina da Cunha Holtz

**Traçado automático de envoltórias de esforços em
estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientadores: Luiz Fernando C. R. Martha
Luiz Eloy Vaz



Gisele Cristina da Cunha Holtz

Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Luiz Fernando Campos Ramos Martha

Presidente / Orientador

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Luiz Eloy Vaz

Co-orientador

UFRJ

Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Ivan Fábio Mota de Menezes

Departamento de Informática - PUC-Rio

Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco

UERJ

José Eugênio Leal

Coordenador(a) Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 14 de abril de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Gisele Cristina da Cunha Holtz

Graduou-se em Engenharia Civil, pelo UniFOA - Centro Universitário de Volta Redonda em 2002. Desenvolveu seu trabalho de pesquisa com ênfase em computação gráfica aplicada.

Ficha Catalográfica

Holtz, Gisele Cristina da Cunha

Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando algoritmo evolucionário / Gisela Cristina da Cunha Holtz ; orientador: Luiz Fernando C. R. Martha, Luiz Eloy Vaz. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2005.

v., 123 f. : IL. ; 29,7cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia civil – Teses. 2. Estratégia evolutiva. 3. Computação evolucionária. 4. Envoltória de esforços internos. 5. Trem-tipo. I. Martha, Luiz Fernando Campos Ramos. II . Vaz, Luiz Eloy. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

A Deus, pela certeza de Seu amor incondicional.

Aos meus pais, Osmar e Fátima, que não mediram esforços para tornar possível a concretização desta etapa, dando todo o apoio, carinho e incentivo necessários.

Ao meu marido Júlio, pelo companherismo, amor e paciência inestimáveis, que tornaram mais ameno e agradável o tempo dedicado à conclusão deste trabalho.

Ao meu irmão Gustavo, pela amizade e incentivo, e a minha irmã Patrícia, pelos cuidados e carinhos de uma verdadeira mãe.

Ao professor Luiz Fernando Martha, orientador deste trabalho, pela confiança que me dedicou, pela qualidade de seus ensinamentos e pela eficiência ao orientar este trabalho.

Ao professor Luiz Eloy Vaz, co-orientador deste trabalho, pelo direcionamento do caminho a seguir no desenvolvimento deste trabalho e por suas valiosas orientações.

Aos professores Francisco Abreu, Nacib Abdala e Ildony Bellei, que foram os primeiros a me incentivar a seguir este caminho.

A todos os amigos e familiares pelas orações e pelo incentivo, em especial ao meu avô João Batista e a amiga Laci Tuller, que acompanharam de perto as dificuldades enfrentadas, e aos novos amigos aqui conquistados, Juliana Vianna, Patrício Pires e Leandro Ferreira.

Aos amigos do TecGraf que muito contribuíram, direta ou indiretamente, para o desenvolvimento deste trabalho.

À Ana Roxo e a todos os funcionários e professores do Departamento de Engenharia Civil da PUC.

Ao TecGraf pelo apoio financeiro e tecnológico durante o curso de mestrado.

À CAPES pelo apoio financeiro durante o curso de mestrado.

Resumo

Holtz, Gisele Cristina da Cunha; Martha, Luiz Fernando C. R. (Orientador); Vaz, Luiz Eloy (Co-orientador). **Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário.** Rio de Janeiro, 2005. 123p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O objetivo deste trabalho é desenvolver dentro do programa FTOOL uma ferramenta para obtenção de envoltórias de esforços internos devido a cargas móveis. Envoltórias geralmente são obtidas através de interpolação de valores limites de seções pré-selecionadas ao longo da estrutura. Estes valores são obtidos com base no posicionamento da carga móvel em relação às linhas de influência dos esforços internos. A determinação de valores limites de um esforço em uma seção constitui um problema de otimização cujo objetivo é minimizar ou maximizar os valores dos esforços em relação à posição do trem-tipo que percorre a estrutura. Porém, não existe uma expressão analítica que defina os valores limites de um esforço em uma seção para um dado trem-tipo, o que impossibilita o uso da maioria dos métodos clássicos de otimização para resolver o problema, porque esses métodos requerem, na maioria das vezes, o uso de pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Portanto, este trabalho adotou algoritmos da Estratégia Evolutiva (*EE*) para determinar os valores limites devidos a cargas móveis. Foram feitas duas implementações distintas de Estratégia Evolutiva, conhecidas como $(1 + \lambda) - EE$ e $(\mu + \lambda) - EE$. Além de utilizar algoritmos de *EE* para resolver o problema de envoltórias, foi desenvolvido um outro processo de solução denominado Força Bruta, que consiste em percorrer com o trem-tipo toda estrutura por passos pré-estabelecidos e calcular os valores dos esforços mínimos e máximos. Para a grande maioria dos casos, os resultados obtidos com a Estratégia Evolutiva foram corretos, porém, em alguns casos mais críticos, o valor exato da envoltória não é encontrado em algumas seções da estrutura, embora encontre um valor muito próximo a ele. Observou-se que os resultados da *EE* podem ser melhorados quando se enriquece a solução com uma estratégia econômica de posicionamento de cargas concentradas em cima de picos da linha de influência.

Palavras-chave

Estratégia Evolutiva, Computação Evolucionária, Envoltória de Esforços Internos, Trem-tipo.

Abstract

Holtz, Gisele Cristina da Cunha; Martha, Luiz Fernando C. R. (Advisor); Vaz, Luiz Eloy (Co-advisor). **Automatic tracing of envelopes in planar structures using a evolutionary algorithm**. Rio de Janeiro, 2005. 123p. MSc. Dissertation – Civil Engineering Department, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The objective of this work is to develop a tool for obtaining envelopes of internal forces due to load-trains in the FTOOL software. Usually, envelopes are obtained through interpolation of limiting values on pre-selected sections along the structure. These values are obtained based on the positioning of the load-train in relation to influence lines of internal forces. The determination of limiting values of an effect at a section represents an optimization problem whose objective is to minimize or maximize the values of that effect in relation to the position of a load-train that passes along the structure. However, there is no analytical expression that defines a limiting value of an effect on a section for a specific load-train. Therefore, classical optimization methods cannot be used to solve this problem. Rather, the solution requires a method that does not require derivatives of the objective function. For this reason, this work adopts algorithms of the Evolution Strategy (*ES*) to achieve the limiting values due to load-trains. Two distinct algorithms of the *ES*, known as $(1 + \lambda) - ES$ and $(\mu + \lambda) - ES$, were implemented. In addition to the *ES* algorithms to trace the envelopes, another process of solution called *Brute Force* was developed. It consists of moving the load-train in pre-determined steps along the structure and calculating minimum e maximum values. In general, the *ES* method converges to the correct solution. However, there are cases, depending on the complexity of the load-train, that the algorithms do not find the exact limiting value (although usually very close to it). It was observed that the *ES* results could be complemented and improved with results from an inexpensive solution in which concentrated loads are positioned on peak values of the influence lines.

Key-words

Evolution Strategy, Evolutionary Computation, Envelopes of Internal Forces, Load-Train.

Sumário

| | |
|---|----|
| 1 Introdução | 20 |
| 1.1. Objetivo | 20 |
| 1.2. Organização do Trabalho | 21 |
| 2 Cargas Móveis, Linhas de Influência e Envoltórias de Esforços | 22 |
| 2.1. Introdução | 22 |
| 2.2. Classificação das ações atuantes nas estruturas | 22 |
| 2.3. Cargas Móveis | 23 |
| 2.4. Linhas de Influência | 24 |
| 2.4.1. Traçado de LI | 25 |
| 2.5. Determinação de esforço extremo com base em L/I | 26 |
| 2.6. Envoltória Limite de Esforços | 28 |
| 3 Métodos de Otimização | 35 |
| 3.1. Introdução | 35 |
| 3.2. Definições | 35 |
| 3.3. Métodos Determinísticos | 36 |
| 3.4. Métodos Probabilísticos | 38 |
| 3.4.1. Computação Evolucionária | 38 |
| 3.4.1.1. Definições | 41 |
| 3.4.1.2. Algoritmo Evolucionário | 41 |
| 3.4.1.3. Principais Ramos da Computação Evolucionária | 46 |
| 3.4.1.4. Algoritmos Genéticos (AG's) | 47 |
| 3.4.1.5. Programação Genética (PG) | 48 |
| 3.4.1.6. Programação Evolutiva (PE) | 50 |
| 3.4.1.7. Estratégia Evolutiva (EE) | 51 |
| 3.4.1.7.1. Distribuição Normal | 52 |
| 3.4.1.7.2. Algoritmo Padrão de EE | 55 |
| 3.4.1.8. Comparação entre Estratégia Evolutiva e Algoritmo Genético | 57 |
| 4 Implementação Computacional | 59 |
| 4.1. Introdução | 59 |

| | |
|--|----|
| 4.2. Trem-tipo | 59 |
| 4.2.1. NBR – 7188 – Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre | 59 |
| 4.2.2. NBR – 7189 – Cargas móveis para projetos estrutural de obras ferroviárias | 62 |
| 4.2.3. Interface gráfica | 63 |
| 4.2.4. Carga Concentrada | 65 |
| 4.2.5. Carga Distribuída | 65 |
| 4.2.6. Carga de Multidão | 67 |
| 4.2.7. Estrutura de Dados | 69 |
| 4.3. Função Aptidão | 70 |
| 4.3.1. Eventos | 71 |
| 4.3.1.1. Estrutura de Dados dos Eventos | 72 |
| 4.3.2. Cálculo da Função Aptidão | 75 |
| 4.3.3. Envoltória de Esforços no FTOOL | 75 |
| 5 Algoritmos Implementados | 78 |
| 5.1. Introdução | 78 |
| 5.2. Considerações gerais | 78 |
| 5.3. Estratégia $1 + \lambda$ - EE | 80 |
| 5.3.1. Sub-divisão do Espaço de busca | 80 |
| 5.3.1.1. Estrutura de dados | 81 |
| 5.3.1.2. Inicialização da população | 82 |
| 5.3.1.3. Mutação | 82 |
| 5.3.1.4. Seleção | 83 |
| 5.3.1.5. Critério de parada | 85 |
| 5.4. Estratégia $\mu + \lambda$ - EE | 85 |
| 5.4.1. Estrutura de dados | 85 |
| 5.4.1.1. Inicialização da população | 86 |
| 5.4.1.2. Mutação | 86 |
| 5.4.1.3. Seleção | 86 |
| 5.4.1.4. Critério de parada | 88 |
| 5.5. Força Bruta | 89 |
| 5.6. Cargas-em-picos | 90 |
| 6 Exemplos de Validação e Análise de Resultados | 91 |

| | |
|--|-----|
| 6.1. Introdução | 91 |
| 6.2. Exemplo 1 | 91 |
| 6.2.1. Envoltória de Esforço Cortante | 92 |
| 6.2.1.1. Variação dos Parâmetros | 96 |
| 6.2.2. Envoltória de Momento Fletor | 98 |
| 6.3. Exemplo 2 | 100 |
| 6.3.1. Envoltória de Esforço Cortante | 100 |
| 6.3.2. Envoltória de Momento Fletor | 102 |
| 6.4. Exemplo 3 | 104 |
| 6.4.1. Envoltória de Esforço Normal | 105 |
| 6.4.2. Envoltória de Esforço Cortante | 106 |
| 6.4.3. Envoltória de Momento Fletor | 108 |
| 6.5. Exemplo 4 | 109 |
| 6.5.1. Envoltória de Esforço Cortante | 110 |
| 6.5.2. Envoltória de Momento Fletor | 111 |
| 6.6. Testes Realizados | 113 |
| 6.6.1. Caso 1 | 113 |
| 6.6.2. Caso 2 | 115 |
| 6.7. Análise do número de avaliações da função aptidão | 116 |
| 6.8. Análise do tempo de processamento | 117 |
| 7 Conclusão | 119 |
| 7.1. Sugestão para trabalhos futuros | 120 |
| Referência Bibliográfica | 121 |

Lista de figuras

| | |
|--|----|
| Figura 2.1 – Linha de influência de momento fletor em uma seção de uma viga contínua. | 24 |
| Figura 2.2 – Deslocamentos generalizados utilizados no método cinemático. | 26 |
| Figura 2.3– Carga permanente uniformemente distribuída atuando em uma viga contínua. | 26 |
| Figura 2.4 – Posicionamento da carga móvel para provocar máximo momento fletor em uma seção. | 27 |
| Figura 2.5 – Posicionamento da carga móvel para provocar mínimo momento fletor em uma seção. | 27 |
| Figura 2.6 – Viga bi-apoiada com balanços, carga permanente e carga móvel. | 29 |
| Figura 2.7 – Esforços internos da carga permanente. | 29 |
| Figura 2.8 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção B^{esq} . | 30 |
| Figura 2.9 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção B^{dir} . | 30 |
| Figura 2.10 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção C . | 30 |
| Figura 2.11 – Esforço cortante máximo e mínimo na seção D . | 31 |
| Figura 2.12 – Envoltórias de Esforço Cortante. | 32 |
| Figura 2.13 – Momento fletor máximo e mínimo na seção B . | 32 |
| Figura 2.14 – Momento fletor máximo e mínimo na seção C . | 32 |
| Figura 2.15 – Momento fletor máximo e mínimo na seção D . | 33 |
| Figura 2.16 – Envoltórias de momento fletor. | 33 |
| Figura 3.1– Formulação de um problema de otimização. | 37 |
| Figura 3.2 – Evolução típica de um AE , ilustrada de acordo com a distribuição da população. Adaptado de EIBEN & SMITH (2003). | 40 |
| Figura 3.3 – Esquema geral de um Algoritmo Evolucionário. Adaptado de BÄCK et al (1997). | 45 |
| Figura 3.4 – Ramificação da Inteligência Artificial. Adaptada de OLIVIERI (2004). | 46 |
| Figura 3.5– Seleção utilizando o método da roleta (Barbosa, 1977). | 48 |
| Figura 3.6 – <i>Crossover</i> na PG : seleção aleatória dos ramos que sofrerão o corte (SOUSA & ANDRADE, 1998). | 49 |
| Figura 3.7 – <i>Crossover</i> na PG : funções resultantes (SOUSA & ANDRADE, 1998). | 50 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.8 – Aplicação do operador de mutação na <i>PG</i> (SOUSA & ANDRADE, 1998). | 50 |
| Figura 3.9 – Função de densidade de probabilidade de uma v.a. normal com média α e desvio padrão σ . | 53 |
| Figura 3.10 – Números gerados pela função <i>rand</i> da biblioteca da linguagem C. | 54 |
| Figura 3.11 – Números gerados pela transformação da v.a. uniforme em v.a. normal. | 54 |
| Figura 4.1 – Trem-tipo composto de um veículo e de cargas uniformemente distribuídas (NBR – 7188, 1982). | 60 |
| Figura 4.2 – Veículos-tipo (NBR – 7188, 1982). | 61 |
| Figura 4.3 – Características geométricas do trem-tipo (NBR – 7189, 1985). | 62 |
| Figura 4.4 - Interface gráfica para a edição de um novo trem-tipo. | 63 |
| Figura 4.5 – Lista expansível para seleção do trem-tipo. | 63 |
| Figura 4.6 – Módulo para edição do nome do trem-tipo. | 64 |
| Figura 4.7 – Área destinada à edição do comprimento do trem-tipo. | 64 |
| Figura 4.8 – Matriz de cargas concentradas. | 65 |
| Figura 4.9 – Matriz de cargas distribuídas para trem-tipo rodoviário. | 66 |
| Figura 4.10 – Matriz de cargas distribuídas para trem-tipo ferroviário. | 66 |
| Figura 4.11 – Cargas de multidão. | 67 |
| Figura 4.12 – Trecho de uma ponte. | 68 |
| Figura 4.13 – LI da reação no apoio A , na Seção $II - II$. | 68 |
| Figura 4.14 – LI da reação no apoio A , na Seção $I - I$. | 69 |
| Figura 4.15 – Trem-tipo unidimensional resultante da transformação do trem-tipo classe 45 da NBR-7188 (1982). | 69 |
| Figura 4.16 – Estrutura de dados do trem-tipo. | 70 |
| Figura 4.17 – Linha de influência com a identificação dos eventos. | 72 |
| Figura 4.18 – Estrutura de dados de um evento | 72 |
| Figura 4.19 – Botões para seleção dos esforços. | 76 |
| Figura 4.20 – Pórtico com envoltória de esforço cortante devido à ação de uma carga móvel | 76 |
| Figura 4.21 – LI com trem-tipo nas posições críticas. | 77 |
| Figura 5.1 – Pórtico com viga inclinada, trem-tipo e espaço de busca. | 79 |
| Figura 5.2 – Determinação do trecho inicial e final. | 81 |
| Figura 5.3 – Estrutura de dados dos trechos. | 82 |
| Figura 5.4 – Processo de busca por trechos. | 84 |
| Figura 5.5 – Estrutura de dados de um indivíduo. | 85 |

| | |
|--|-----|
| Figura 6.1 – Exemplo 1. | 91 |
| Figura 6.2 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 1 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 92 |
| Figura 6.3 – <i>LI</i> de Esforço Cortante da Seção D^{dir} do Exemplo 1 com o trem-tipo na posição crítica. | 95 |
| Figura 6.4 – Diferença entre a envoltória obtida e a envoltória real. | 96 |
| Figura 6.5 – Surgimento de falhas na envoltória de esforços cortantes no balanço. | 97 |
| Figura 6.6 – Número de avaliações da função aptidão no Exemplo 1 x Δ . | 97 |
| Figura 6.7 – Variação do esforço cortante máximo na seção B^{dir} do Exemplo 1 em função de Δ . | 98 |
| Figura 6.8 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 1 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 98 |
| Figura 6.9 – Falha na envoltória de momento fletor ao utilizar a Estratégia $\mu + \lambda$. | 100 |
| Figura 6.10 – Exemplo 2. | 100 |
| Figura 6.11– Envoltória de esforço cortante do Exemplo 2 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$ e <i>Força Bruta</i> . | 101 |
| Figura 6.12 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 2 para <i>Cargas-em-picos</i> . | 101 |
| Figura 6.13 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 2 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$ e <i>Força Bruta</i> . | 103 |
| Figura 6.14 – Envoltória de momento fletor do Exemplo 2 para <i>Cargas-em-picos</i> . | 103 |
| Figura 6.15 – Exemplo 3. | 105 |
| Figura 6.16 – Envoltória de esforço normal do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 105 |
| Figura 6.17 – Envoltória de esforço cortante do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 106 |
| Figura 6.18 – Envoltória momento fletor do Exemplo 3 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 108 |
| Figura 6.19 – Exemplo 4. | 110 |
| Figura 6.20– Envoltória de esforço cortante do Exemplo 4 para $1 + \lambda - EE$, $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta</i> e <i>Cargas-em-picos</i> . | 110 |
| Figura 6.21– Envoltória de momento fletor do Exemplo 4 para $1 + \lambda - EE$, | |

| | |
|--|-----|
| $\mu + \lambda - EE$, <i>Força Bruta e Cargas-em-picos</i> . | 111 |
| Figura 6.22– Trem-tipo do Caso 1. | 113 |
| Figura 6.23– Envoltória de esforço cortante no balanço da estrutura do Exemplo 4 utilizando o trem-tipo do Caso 1 . | 114 |
| Figura 6.24– LI de esforço cortante da seção B^{dir} do Exemplo 3 com trem-tipo nas posições críticas. | 114 |
| Figura 6.25– Trem-tipo caso 2. | 115 |
| Figura 6.26– Envoltória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 para o trem-tipo do Caso 2 utilizando $1 + \lambda - EE$. | 115 |
| Figura 6.27– Envoltória de esforço cortante da estrutura do Exemplo 4 para o trem-tipo do Caso 2 utilizando <i>Cargas-em-picos</i> . | 116 |
| Figura 6.28– Número de avaliações da função aptidão na envoltória de esforço cortante máximo. | 116 |
| Figura 6.29– Tempo de processamento do programa para cálculo da envoltória de esforço cortante máximo. | 117 |

Lista de quadros

| | |
|--|----|
| Quadro 4.1 – Botões de manipulação do trem-tipo. | 64 |
| Quadro 4.2 – Possíveis tipos de ocorrência de eventos. | 74 |
| Quadro 4.3– Botões para calcular a envoltória de esforços. | 75 |

Lista de tabelas

| | |
|--|-----|
| Tabela 2.1 – Envoltórias de Esforço Cortante [kN]. | 31 |
| Tabela 2.2 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor. | 33 |
| Tabela 3.1 – Comparação entre Estratégia Evolutiva e Algoritmo Genético | 58 |
| Tabela 4.1 – Cargas dos veículos (NBR – 7188, 1982). | 60 |
| Tabela 4.2 – Características dos veículos (NBR – 7188, 1982). | 61 |
| Tabela 4.3 – Cargas dos trens-tipo (NBR – 7189, 1985). | 62 |
| Tabela 5.1 – Parâmetros adotados na $(\mu + \lambda) - ES$. | 87 |
| Tabela 6.1 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 1. | 92 |
| Tabela 6.2 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 1. | 93 |
| Tabela 6.3 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 1. | 94 |
| Tabela 6.4 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 1. | 99 |
| Tabela 6.5 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 1. | 99 |
| Tabela 6.6 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 1. | 99 |
| Tabela 6.7 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 2. | 101 |
| Tabela 6.8 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 2. | 102 |
| Tabela 6.9 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 2. | 102 |
| Tabela 6.10 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 2. | 103 |
| Tabela 6.11 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 2. | 104 |
| Tabela 6.12 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 2. | 104 |
| Tabela 6.13 – Resultados obtidos na envoltória de esforço normal na coluna do pórtico do Exemplo 3. | 105 |
| Tabela 6.14 – Erros relativos na envoltória de esforço normal na coluna do pórtico do Exemplo 3. | 106 |
| Tabela 6.15 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço normal do Exemplo 3. | 106 |

| | |
|---|-----|
| Tabela 6.16 – Resultados obtidos na envoltória de esforços cortantes do Exemplo 3. | 107 |
| Tabela 6.17 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 3. | 107 |
| Tabela 6.18 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 3. | 107 |
| Tabela 6.19 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 3. | 108 |
| Tabela 6.20 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 3. | 109 |
| Tabela 6.21 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do exemplo 3. | 109 |
| Tabela 6.22 – Resultados obtidos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 4. | 110 |
| Tabela 6.23 – Erros relativos na envoltória de esforço cortante do Exemplo 4. | 111 |
| Tabela 6.24 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de esforço cortante do Exemplo 4. | 111 |
| Tabela 6.25 – Resultados obtidos na envoltória de momento fletor do Exemplo 4. | 112 |
| Tabela 6.26 – Erros relativos na envoltória de momento fletor do Exemplo 4. | 112 |
| Tabela 6.27 – Número de avaliações da função aptidão no traçado da envoltória de momento fletor do Exemplo 4. | 112 |

Lista de Símbolos

Romanos

| | |
|-----------|--|
| dx | Distância que a estrutura é discretizada |
| E | Esforço ou reação |
| fd | Função densidade |
| g | Carga uniformemente distribuída |
| i | Indica uma das variáveis da função objetivo |
| IND | Índice fornecido pela decodificação da variável |
| k | Número máximo de gerações que um indivíduo pode permanecer na população |
| LIM_s | Ordenada genérica da linha de influência de momento fletor |
| M_s | Momento fletor em S |
| n | número de variáveis da função objetivo |
| na | número de avaliações da função aptidão em uma seção transversal da estrutura |
| nb | Número de bits |
| n_{ger} | Número de gerações |
| n_{sec} | Número de seções transversais que a estrutura foi discretizada |
| n_{tot} | Número total de avaliações da função aptidão em toda estrutura |
| P | Carga concentrada |
| p | Carga de multidão externa |
| p' | Carga de multidão interna |
| p_c | Probabilidade de recombinação (<i>crossover</i>) |
| p_i | Probabilidade de seleção |
| p_m | Probabilidade de ocorrência de mutação de um gene |
| q | Carregamento acidental de ocupação |
| q | Carga distribuída correspondente ao vagão cheio no trem-tipo ferroviário |
| q' | Carga distribuída correspondente ao vagão vazio no trem-tipo ferroviário |
| R | Reação de apoio |
| S | Seção transversal da estrutura |
| t | Tamanho dos sub-grupos de torneios na PE |

| | |
|-----------|---|
| u | Variável aleatória uniforme |
| v | Indivíduo genitor |
| v' | Indivíduo descendente |
| x | Ponto de busca no espaço |
| x | Posição da carga unitária no cálculo da linha de influência |
| x | Posição da carga concentrada do trem-tipo |
| xa | Posição inicial da carga distribuída do trem-tipo |
| xb | Posição final da carga distribuída do trem-tipo |
| x^L | Limite inferior do espaço de busca |
| x^U | Limite superior do espaço de busca |
| z | Variável aleatória normal padrão |
| l | comprimento do caminho que o trem-tipo irá percorrer |
| l_t | comprimento do trem-tipo |
| l_{tot} | Comprimento total da estrutura |

Gregos

| | |
|------------|---|
| α | Média |
| Δ | Deslocamento generalizado |
| λ | Número de descendentes |
| μ | Número de genitores |
| θ | Rotação |
| ρ | Número de indivíduos que participam da recombinação |
| σ | Desvio padrão |
| σ^2 | Variância |
| τ | Parâmetro da Estratégia Evolutiva |
| τ' | Parâmetro da Estratégia Evolutiva |

Lista de Abreviaturas

| | |
|------------|---|
| <i>AE</i> | Algoritmo Evolucionário |
| <i>AG</i> | Algoritmo Genético |
| <i>EE</i> | Estratégia Evolutiva |
| FTOOL | Two-dimensional Frame Analysis Tool |
| <i>LI</i> | Linha de influência |
| <i>LIM</i> | Linha de influência de momento fletor |
| <i>LIQ</i> | Linha de influência de esforço cortante |
| <i>PDV</i> | Princípio dos deslocamentos virtuais |
| <i>PE</i> | Programação Evolutiva |
| <i>PG</i> | Programação Genética |
| v.a. | Variável aleatória |