3 Modelagem Matemática

Considere a situação ilustrada na Figura 3.1, onde um receptor do Serviço Fixo Terrestre (FS) está sujeito à interferência produzida por múltiplos satélites.



Figura 3.1: Interferência produzida por vários satélites. ϵ é o ângulo de chegada do sinal interferente em um receptor FS

A equação da densidade de potência total interferente dos vários satélites que atinge o receptor FS é dada, em W/MHz, por:

$$\tilde{I} = \sum_{j=1}^{m} 10^{\frac{\tilde{I}_j}{10}} \tag{3-1}$$

onde m é o número de satélites ativos visíveis ao receptor FS, e \tilde{I}_j é a densidade de potência interferente devido ao j-ésimo satélite, expressa em

dB(W/MHz), dada por

$$\tilde{I}_j = pfd_{\epsilon_j} - L_{at}(\theta, \epsilon_j) + 10\log(\frac{\lambda^2}{4\pi}) + G_{FS}(\beta_j) - L_f$$
(3-2)

Em (3-2), pfd_j é a densidade de fluxo de potência produzida na superfície da Terra pelo *j*-ésimo satélite em condição de propagação de espaço livre (expressa em dB(W/(m².MHz))), L_{at} é a atenuação devido aos gases atmosféricos (que depende da latitude θ do receptor FS e do ângulo de chegada ϵ_j da interferência), λ denota o comprimento de onda associado à freqüência da portadora interferente, $G_{FS}(\beta_j)$ é o ganho da antena receptora do FS na direção do *j*-ésimo satélite, e L_f é a perda devido ao alimentador da antena do receptor FS.

O valor da atenuação devido a gases atmosféricos que aparece em (3-2) foi calculado de acordo com a Recomendação da ITU-R SF.1395 [27]. No caso de estações do serviço fixo terrestre em latitudes θ_{FS} tais que $|\theta_{FS}| \leq 22.5^{\circ}$, esta atenuação é dada por

$$L_{at} = \frac{11.38}{(0.4510\epsilon + 1.5186)\epsilon + 1.5} \tag{3-3}$$

e no caso de estações do serviço fixo terrestre em latitudes θ_{FS} tais que $22.5^{\circ} < |\theta_{FS}| \le 45^{\circ}$, por

$$L_{at} = \begin{cases} \frac{9.34}{(1.2756\epsilon + 1.4293) + 1.428134} & ; \epsilon > 14.9867^{\circ} \\ \\ \frac{9.34}{(0.03929\epsilon + 1.2769)\epsilon + 1.3828} & ; \epsilon \le 14.9867^{\circ} \end{cases}$$
(3-4)

onde ϵ representa o ângulo de chegada do sinal recebido.

Conforme indicado anteriormente, o critério de proteção do serviço Fixo Terrestre é definido através de restrições que devem ser satisfeitas pela função distribuição de probabilidade da variável aleatória I/N. Esta razão pode ser escrita como

$$\frac{I}{N} = \frac{\tilde{I}}{\tilde{N}} \tag{3-5}$$

onde \tilde{I} é dado por (3-1) e \tilde{N} representa o nível espectral do ruído térmico do receptor FS, expresso em W/MHz.

Neste trabalho, avaliam-se duas situações diferentes no que diz respeito ao cálculo de pfd. A primeira situação considera que a densidade de fluxo de potência pfd_j produzida pelo *j*-ésimo satélite na superfície da Terra, corresponde ao valor máximo permitido, ou seja, o valor de pfd calculado através da máscara de pfd considerada, para um dado ângulo de chegada de interferência ϵ_i . Ou seja:

$$pfd_j = p(\epsilon_j) \tag{3-6}$$

A segunda situação, que considera uma situação mais real, leva em conta o diagrama de radiação das antenas dos satélites do sistema HEO. Esta situação é ilustrada na Figura 3.2.



Figura 3.2: Geometria considerada levando em conta o diagrama de radiação do satélite HEO

Nesta figura, r_t é o raio da Terra, ψ_b é a meia largura do feixe da antena transmissora do satélite HEO (feixe de meia potência), θ_{min} é o ângulo de elevação mínimo de operação para a antena da estação terrena do satélite

HEO, h é a altura do satélite em relação à superfície da Terra e $G(f(\varepsilon))$ é o ganho da antena do satélite em função do ângulo de elevação ε do FS. O

relacionamento do ângulo off-axis ψ e o ângulo de elevação ε é dado por

$$\psi = f(\varepsilon) = | \operatorname{arcsen}(\frac{r_t}{r_t + h} \cos(\varepsilon)) + \psi_b - \alpha_1 |$$
(3-7)

onde α_1 é definido por

$$\alpha_1 = | \operatorname{arcsen}(\frac{r_t}{r_t + h} \cos(\theta_{min}))|$$
(3-8)

Dada a posição do satélite (ponto A da Figura 3.2) e um ponto na superfície da Terra (por exemplo, o ponto B da Figura 3.2), é possível determinar o ganho da antena do satélite em função do ângulo de elevação ε . Este ganho se escreve $G(f(\varepsilon))$, com $f(\varepsilon)$ dado por (3-7).

A Figura 3.3 ilustra, em função do ângulo de elevação (chegada do sinal interferente) ε , a máscara de $pfd \ p(\varepsilon)$ e uma curva proporcional a $G(f(\varepsilon))$, que é tangente a $p(\varepsilon)$ no ponto ε^* , uma vez que o valor máximo de pfd na superfície da Terra, quando se considera a antena transmissora do satélite HEO, não pode exceder, em nenhuma hipótese, o valor dado pela máscara $p(\varepsilon)$. Este ponto de tangência é dado por



Figura 3.3: Ilustração do ponto de tangência ε^* entre as curvas da máscara de pfd $p(\varepsilon)$ e do ganho da antena do satélite $G(f(\varepsilon))$

$$\varepsilon^* = \min_{\varepsilon}^{-1}(p(\varepsilon) - G(f(\varepsilon))) \tag{3-9}$$

Note que ε^* depende apenas da altura *h* do satélite, através da função $f(\varepsilon)$, dada por (3-7).

Proteção de Receptores de Enlaces Terrestres contra a Interferência Gerada por Satélites em Órbitas Altamente Inclinadas

Na Figura 3.3, também estão indicados (curva cheia) os valores máximos de pfd que poderão ser produzidos pelo satélite HEO considerado. Estes valores são dados por

$$pfd(\epsilon) = \begin{cases} p(\epsilon) & ; \epsilon > \epsilon^* \\ \\ p(\epsilon^*) - G(f(\epsilon)^*) + G(f(\varepsilon)) & ; \epsilon \le \epsilon^* \end{cases}$$
(3-10)

Note que a função $pfd(\epsilon)$ depende da altura do satélite, pois ϵ^* depende da altura h do satélite.

Nos resultados obtidos, apresentados no Capítulo 4, a função densidade de probabilidade da razão I/N é determinada através da simulação do movimento orbital dos satélites envolvidos. As equações utilizadas na simulação do movimento dos satélites, baseadas em aspectos de mecânica orbital, são apresentadas no Apêndice B.

Uma vez que os HEOs são satélites com trilhas repetitivas, não há neste caso, problemas relaionados à convergência. Assim, optou-se por simulação do movimento dos satélites, não sendo necessária a utilização do chamado Método Analítico [2].

O estudo foi basedado no método estação-a-estação descrito na Seção 2.2.2. Considera-se que para uma dada latitude, os receptores FS estão localizados em pontos com longitudes uniformemente distribuídas que variam de 1° em torno da Terra, isto é, 360 pontos foram considerados para cada latitude. Em cada ponto, a interferência agregada devido a todos os satélites visíveis e ativos foi determinada para receptores FS com antenas receptoras apontadas nas direções correspondentes a um dado ângulo de elevação e a azimutes que variaram de 0° a 360° (em incrementos de 1°). A geometria associada encontra-se ilustrada na Figura 2.3. Nesta figura, ϕ representa a longitude do receptor FS e α o azimute da direção de apontamento de sua antena receptora.

Amostras da interferência agregada que atinge cada um dos receptores FS foram tomadas a cada 5 segundos, para que fosse possível colher várias amostras quando o satélite passa em frente ao lóbulo principal da antena receptora do FS. Com base nestas amostras, a distribuição de probabilidade cumulativa (CDF - *cumulative distribution function*) da razão I/N associada a cada receptor FS foi estimada. Tal distribuição cumulativa é definida por

$$P\left(\frac{I}{N} > y\right) = 1 - F_{\frac{I}{N}}(y) \tag{3-11}$$

Em (3-11), $F_{I/N}(y)$ representa a função distribuição de probabilidade da razão I/N, definida por

$$F_{\frac{I}{N}}(y) = P\left(\frac{I}{N} \le y\right) \tag{3-12}$$

Algumas distribuições de probabilidades cumulativas das interferências agregadas produzidas pelos satélites de três sistemas HEO são apresentados na Figura 3.4. Cada CDF corresponde a uma diferente direção de azimute. Os asteriscos presentes nesta mesma figura são os pontos correspondentes às restrições impostas pelos critérios de proteção da Recomendação ITU-R F.1495 [4] (ver Seção 2.1.2)



Figura 3.4: Exemplo de distribuições de probabilidade cumulativas da razão I/N. Cada curva corresponde a um valor diferente do azimute da direção de apontamento da antena receptora do FS

Esta figura ilustra que algumas das curvas de CDF ultrapassam as restrições impostas pelo critério de proteção, porém não indica qual(quais) azimute(s) é(são) problemáticos(s).

Considere as probabilidades $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.0001$ e $p_3 = 0.000003$, associadas ao critério de proteção da Recomendação ITU-R F.1495. Sejam y_i , (i = 1, 2, 3) os valores de I/N que são excedidos com probabilidades p_i , (i = 1, 2, 3), respectivamente, ou seja,

$$P(I/N > y_i) = p_i \; ; \; i = 1, 2, 3$$

$$(3-13)$$

O critério de proteção atualmente em vigor, diz que níveis y_1 , y_2 e y_3 têm que ser menores ou iguais a $L_1 = -10$ dB, $L_2 = 14$ dB e $L_3 = 18$ dB, respectivamente. Note que a *i*-ésima restrição da Recomendação ITU-R F.1495 é satisfeita se $y_i \leq L_i$ e não é satisfeita se $y_i > L_i$.

A Figura 3.5 ilustra duas curvas de CDF, correspondentes a dois diferentes azimutes, e os valores de y_i a eles associados. Repare que apenas uma destas curvas excede à restrição de longo prazo da Recomendação ITU-R F.1495.



Figura 3.5: Ilustração do nível y_1 da razão I/N que é excedido com probabilidade 0.2

Neste ponto, considere a interferência produzida pelos sistemas HEO em receptores FS localizados numa dada latitude.

Seja A_i com i = 1, 2, 3 o evento "existe um azimute para o qual a interferência gerada pelos satélites dos sitemas HEO não satisfaz ao *i*ésimo critério da Recomendação ITU-R F.1495". Dada a longitude $\phi = \Phi$ do receptor FS e o ângulo de elevação $\varepsilon = E$ da sua antena receptora, a probabilidade de se encontrar um azimute para o qual a interferência gerada não atende o *i*-ésimo critério da Recomendação ITU-R F.1495 é Proteção de Receptores de Enlaces Terrestres contra a Interferência Gerada por Satélites em Órbitas Altamente Inclinadas

aqui denotada por

$$P(A_i|\phi = \Phi, \varepsilon = E) \tag{3-14}$$

Nesta situação, considere a variação de y_i com os azimutes α . Esta variação é ilustrada na Figura 3.6



Figura 3.6: Il
ustração da variação de y_i com azimutes α

Seja $\operatorname{ind}_i(\alpha | \Phi, E)$ a função indicadora definida por

$$\operatorname{ind}_{i}(\alpha|\Phi, E) = \begin{cases} 1 \quad ; \quad y_{i}(\alpha) > L_{i} \\ \\ 0 \quad ; \quad y_{i}(\alpha) \leq L_{i} \end{cases}$$
(3-15)

com α variando entre 0° e 360°.

Note que a probabilidade em (3-14) pode ser estimada por

$$P(A_i|\phi = \Phi, \varepsilon = E) = \frac{\int_0^{360} \operatorname{ind}_i(\alpha|\Phi, E) d\alpha}{360}$$
(3-16)

Considere ainda que a longitude do receptor FS tem uma distribuição uniforme [0, 360], ou seja,

$$p_{\phi}(\Phi) = \begin{cases} \frac{1}{360} & ; \quad 0 \le \Phi \le 360 \\ 0 & ; \quad \text{caso contrário} \end{cases}$$
(3-17)

Supondo que a elevação ε pode assumir os valores 0° e 3° com igual probabilidade, tem-se que

$$P(A_i|\phi = \Phi) = \frac{1}{2}P(A_i|\phi = \Phi, \varepsilon = 0^\circ) + \frac{1}{2}P(A_i|\phi = \Phi, \varepsilon = 3^\circ)$$
(3-18)

Logo, para um dado Sistema HEO e uma dada latitude, a probabilidade de se escolher para o receptor FS uma longitude ϕ , um azimute α e uma elevação ε ($\varepsilon \in 0^{\circ}, 3^{\circ}$) para os quais a interferência gerada pelos satélites do Sitema HEO não satisfaça ao *i*-ésimo critério da Recomendação ITU-R F.1495 é dada por

$$P(A_i) = \int_{-\infty}^{\infty} P(A_i | \phi = \Phi) p_{\phi}(\Phi) d\Phi$$
(3-19)

Ou ainda, considerando (3-16), (3-17) e (3-18)

$$P(A_i) = \frac{1}{360} \int_0^{360} \frac{1}{2} \left[\frac{\int_0^{360} \operatorname{ind}_i(\alpha | \Phi, \varepsilon = 0^\circ) d\alpha}{360} + \frac{\int_0^{360} \operatorname{ind}_i(\alpha | \Phi, \varepsilon = 3^\circ) d\alpha}{360} \right] d\Phi$$
(3-20)

para i = 1, 2, 3.

Seja agora X o evento "existe um conjunto $\alpha, \phi, \varepsilon$ para o qual a interferência gerada pelos satélites dos sitemas HEO satisfaz, simultaneamente, aos 3 critérios da Recomendação ITU-R F.1495".

Define-se a função indicadora $\operatorname{ind}_X(\alpha | \Phi, E)$ por

$$\operatorname{ind}_{X}(\alpha | \Phi, E) = \begin{cases} 1 ; y_{1}(\alpha) < L_{1}, y_{2}(\alpha) < L_{2}, y_{3}(\alpha) < L_{3} \\ \\ 0 ; & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(3-21)

com α variando entre 0° e 360°.

Note que

$$\operatorname{ind}_{X}(\alpha|\Phi, E) = [1 - \operatorname{ind}_{1}(\alpha|\Phi, E)][1 - \operatorname{ind}_{2}(\alpha|\Phi, E)][1 - \operatorname{ind}_{3}(\alpha|\Phi, E)]$$
(3-22)

Assim, dados os valores de phi e ε , a probabilidade do evento X é dada por

$$P(X|\phi = \Phi, \varepsilon = E) = \frac{1}{360} \int_0^{360} [1 - \operatorname{ind}_1(\alpha | \Phi, E)] [1 - \operatorname{ind}_2(\alpha | \Phi, E)] [1 - \operatorname{ind}_3(\alpha | \Phi, E)] d\alpha$$
(3-23)

Consequentemente,

$$P(X) = \frac{1}{360} \int_0^{360} \frac{1}{2} (P(X|\phi = \Phi, \varepsilon = 0^\circ) + P(X|\phi = \Phi, \varepsilon = 3^\circ)) d\Phi \quad (3-24)$$

Um diagrama interessante é obtido quando curvas do tipo da ilustrada na Figura 3.6 são traçadas em coordenadas polares. Estes diagramas serão aqui referidos como diagramas de azimutes. A Figura 3.7 ilustra um exemplo deste tipo de diagrama. Conforme mencionado, trata-se de um gráfico, em coordenadas polares, onde as curvas de y_1 , y_2 e y_3 versus o azimute α da direção de apontamento da antena do receptor FS estão ilustradas. Nesta figura, também estão indicados os valores de L_1 , L_2 e L_3 correspondentes aos níveis da Recomendação ITU-R F.1495. Deste modo, percebem-se imediatamente os azimutes que não atendem às restrições impostas pelos critérios de proteção. É importante notar que para uma análise mais completa da proteção garantida por uma dada máscara de pfd, devem-se conhecer os diagramas de azimutes para diferentes localizações do receptor FS e para diferentes valores de ganho de sua antena receptora.





Figura 3.7: Exemplo de curvas de y_1 , y_2 e y_3 versus os azimutes α da direção de apontamento da antena do receptor FS (coordenadas polares).

Os níveis de interferência na entrada das antenas receptoras dos enlaces do Serviço Fixo Terrestre variam de acordo com a localização geográfica das mesmas. Isto também acontece quando tem-se uma dada latitude, e variam-se somente as longitudes, o que pode ser notado na Figura 3.8. Para evitar um figura muito densa, apenas os diagramas de azimute associados ao segundo critério de curto prazo (ST2) da Recomendação ITU-R F.1495 são apresentados. Apenas latitudes entre 0° e 38° são apresentadas nesta figura, uma vez que o sistema HEO considerado (USAKU-H2) possui simetria em sua constelação, e período igual a um terço do período de rotação da Terra.

Diagrama de Azimutes



Figura 3.8: Exemplo de diagramas de azimute correpondentes a receptores FS localizados em diferentes longitudes.

Uma análise do efeito das interferências geradas por sistemas HEO cujos satélites produzem níveis de pfd sobre a superfície da Terra iguais aos máximos permitidos por cada uma das diferentes máscaras consideradas neste trabalho- pode ser feita comparando-se conjuntos de diagramas de azimutes.

A Figura 3.9, por exemplo, apresenta conjuntos de diagramas de azimutes que refletem a proteção dada ao receptor FS por cada uma das máscaras de pfd analisadas, face aos três critérios de proteção da Recomendação ITU-R F.1495: Long Term (LT), First Short Term (ST1) e Second Short Term (ST2). Um conjunto mais completo de diagramas de azimute é apresentado no Apêndice A para dois casos específicos: (i) sem considerar o diagrama de radiação da antena transmissora do satélite HEO, e (ii) considerando o diagrama de radiação da antena transmissora do satélite HEO para $\theta_{min} = 20^{\circ}$.

38





Figura 3.9: Exemplo de um conjunto de diagramas de azimutes que reflete a proteção de um receptor FS localizado na posição $(0^{\circ}, 0^{\circ})$ para uma antena receptora do FS cujo ganho é de 39dBi.