



Pontifícia  
Universidade  
Católica do  
Rio de Janeiro

**Leonardo Rimas de Paiva**

**Comparação de resultados de métodos de  
cálculo de fadiga em engrenagens cilíndricas**

**Projeto de graduação apresentado ao departamento de  
engenharia mecânica da PUC-Rio.**

Orientador: Professor Adrian Giassone

Rio de Janeiro,

Dezembro de 2025

## **Resumo**

Comparação de resultados de métodos de cálculo de fadiga em engrenagens cilíndricas.

Cálculo de resistência a fadiga, vida útil e fator de segurança em engrenagens cilíndricas, feito tanto pelo método da AGMA quanto pela ISO 6336 utilizando metodologia convencional para o valor de força atuante para fins comparativos e de análise. Comparação dos resultados utilizando gráficos contudentes a análise no EXCEL para a obtenção de uma perspectiva em relação a qualidade dos resultados de cada metodologia

O Trabalho é uma perspectiva comparativa de duas metodologias de cálculo de resistência a fadiga, demonstrando de forma explícita e visual as diferenças de precisão e exatidão das metodologias entre si e também colocando em questão diversas grandezas que influenciam o resultado de certa forma e explicitando desafios encontrados durante a realização do projeto.

## **Palavras-chave**

Engrenagem, fadiga, projeto.

## **Abstract**

### **Comparison of results of fatigue calculation methods for cylindrical gears.**

Calculation of fatigue strength, service life, and safety factor in cylindrical gears, performed using both the AGMA method and ISO 6336, employing conventional methodology for the acting force values for comparative and analytical purposes. The results are compared using clear and effective graphical analyses in EXCEL to obtain a perspective regarding the quality of the results produced by each methodology.

This work presents a comparative perspective of two fatigue strength calculation methodologies, explicitly and visually demonstrating the differences in precision and accuracy between them. It also examines various parameters that influence the results and explicitly highlights the challenges encountered during the execution of the project.

## **Keywords**

Gear, fatigue, design.

# Sumário

1.	Introdução .....	10
2.	Fundamentação teórica .....	12
2.1	Determinação da força aplicada .....	13
2.2	Dados gerais da geometria da engrenagem .....	20
2.3	AGMA 2001 .....	21
2.3.1	Fator <b><i>Ko</i></b> .....	22
2.3.2	Fator <b><i>KV</i></b> .....	23
2.3.3	Fator <b><i>KS</i></b> .....	25
2.3.4	Fator <b><i>Km</i></b> .....	26
2.3.5	Fator <b><i>Kb</i></b> .....	27
2.3.6	Fator <b><i>YJ</i></b> .....	28
2.4	ISO 6336.....	28
2.4.1	Fator <b><i>Yβ</i></b> .....	29
2.4.2	Fator <b><i>YB</i></b> .....	30
2.4.3	Fator <b><i>YDT</i></b> .....	31
2.4.4	Fator <b><i>YS</i></b> .....	32
2.4.5	Fator <b><i>YF</i></b> .....	33
2.5	Equação de Goodman.....	34
2.6	Método S-N (WÖHLER) .....	35
2.6.1	Constantes b e c .....	35
2.7	Limite de fadiga.....	36
2.7.1	Fator <b><i>Ka</i></b> .....	36
2.7.2	Fator <b><i>Kb</i></b> .....	36
2.7.3	Fator <b><i>Kc</i></b> .....	37
2.7.4	Fator <b><i>Kd</i></b> .....	37
2.7.5	Fator <b><i>Ke</i></b> .....	38

3.	Propriedades do material de construção .....	40
4.	Cálculo da tensão real atuante e resistência a fadiga.....	42
4.1	Fatores AGMA .....	42
4.1.1	Fator <b><i>K<sub>o</sub></i></b> .....	42
4.1.2	Fator <b><i>K<sub>V</sub></i></b> .....	42
4.1.3	Fator <b><i>K<sub>S</sub></i></b> .....	43
4.1.4	Fator <b><i>K<sub>m</sub></i></b> .....	43
4.1.5	Fator <b><i>K<sub>b</sub></i></b> .....	43
4.1.6	Fator <b><i>Y<sub>J</sub></i></b> .....	43
4.2	Fatores ISO .....	43
4.2.1	Fator <b><i>Y<sub>β</sub></i></b> .....	43
4.2.2	Fator <b><i>Y<sub>B</sub></i></b> .....	43
4.2.3	Fator <b><i>Y<sub>DT</sub></i></b> .....	43
4.2.4	Fator <b><i>Y<sub>S</sub></i></b> .....	44
4.2.5	Fator <b><i>Y<sub>F</sub></i></b> .....	44
4.3	Fatores Limite de Fadiga .....	44
4.3.1	Fator <b><i>K<sub>a</sub></i></b> .....	44
4.3.2	Fator <b><i>K<sub>b</sub></i></b> .....	44
4.3.3	Fator <b><i>K<sub>c</sub></i></b> .....	44
4.3.4	Fator <b><i>K<sub>d</sub></i></b> .....	44
4.3.5	Fator <b><i>K<sub>e</sub></i></b> .....	44
5.	Análise de resultados .....	45
5.1	Engrenagem modelo (M=5 mm) .....	45
5.2	Engrenagens de diferentes módulos (6 mm, 8 mm, 10 mm, 12 mm, 16 mm, 20 mm) .....	48
6.	Conclusão .....	52
7.	Referências .....	53

8. Trecho da planilha com as primeiras 200 linhas de cálculo da vida para uma série de forças tangenciais .....	57
---	----

## Lista de Imagens

Figura 1 Gráfico do Torque de acordo com a variação da razão de redução.....	17
Figura 2 Gráfico da variação da força tangencial para várias razões de redução de acordo com a mudança do raio primitivo .....	18
Figura 3 imagem da nomenclatura das geometrias de uma engrenagem .....	20
Figura 4 Curvas de Kv vs velocidade separadas por nível de precisão de usinagem .....	24
Figura 5 Gráfico do fator de espessura do aro.....	27
Figura 6 Gráfico do fator geométrico para engrenagens com ângulo de pressão 20° .....	28
Figura 7 Fator $Y\beta$ ( $Y1$ ) de acordo com o ângulo da hélice(X) e taxa de sobreposição( $Y2$ ).....	30
Figura 8 Valor do fator $YB$ para engrenagens internas e externas.....	31
Figura 9 Valores $YDT$ de acordo com o contato virtual e classe de tolerância ISO utilizada. ....	32
Figura 10 Gráfico para valores de $YS$ em termos do número de dentes e deslocamento de perfil.....	33
Figura 11 Fator de correção $YF$ em função do número de dentes e deslocamento de perfil. ....	34
Figura 12 Equações para o cálculo de $Kb$ .....	37
Figura 13 Correlações de diâmetro equivalente para geometrias de secção transversal variada .....	37
Figura 14 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com $M = 5$ mm. ....	46
Figura 15 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com $M = 6$ mm. ....	48
Figura 16 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com $M = 8$ mm. ....	49
Figura 17 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com $M = 10$ mm. ....	49
Figura 18 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com $M = 12$ mm. ....	50

Figura 19 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com $M = 16$ mm.	
.....	50
Figura 20 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com $M = 20$ mm.	
.....	51



## Lista de Tabelas

Tabela 1 Número mínimo de dentes para o pinhão, em função do número de dentes da coroa, para cada ângulo de pressão.....	18
Tabela 2 Fator de sobrecarga sugerido .....	22
Tabela 3 Condição para máquina acionada .....	22
Tabela 4 Condição para fonte de alimentação .....	23
Tabela 5 Nível de precisão de usinagem por aplicação .....	24
Tabela 6 Fator de forma de Lewis para engrenagens com ângulo de pressão 20°	25
Tabela 7 Fator de tamanho através do módulo .....	26
Tabela 8 constantes para cálculo de $K_a$ .....	36
Tabela 9 valores médios de $k_c$ por tipo de carregamento.....	37
Tabela 10 valores de $K_d$ para variadas temperaturas.....	38
Tabela 11 Valores para o fator de confiabilidade para desvio assumido de 8% ....	38
Tabela 12 Propriedades mecânicas e químicas do aço AISI 8620.....	40
Tabela 13 Dados utilizados para gerar o gráfico de vida para módulo = 5 mm ....	45

## 1. Introdução

As engrenagens constituem elementos de máquina com geometria relativamente simples, mas exercem um papel fundamental e amplamente disseminado na transmissão de potência mecânica em sistemas rotativos e lineares. Sua importância é histórica e permanece essencial nos mais diversos setores industriais. Com o avanço contínuo da engenharia e a crescente busca por eficiência produtiva e sustentabilidade econômica, a redução do consumo de matéria-prima na fabricação desses componentes tornou-se um objetivo estratégico. Tal redução visa não apenas minimizar os custos de produção, mas também otimizar os recursos energéticos e materiais envolvidos. Nesse contexto, os campos da mecânica estrutural, da resistência dos materiais e da engenharia de manufatura evoluíram substancialmente, proporcionando uma compreensão mais aprofundada do comportamento mecânico de elementos de máquina sob diferentes condições de carregamento. Estudos envolvendo análises de tensões, deformações e modos de falha, aliados ao desenvolvimento de métodos avançados de usinagem e conformação, viabilizaram a produção de engrenagens com geometrias otimizadas, nas quais o material é distribuído de forma eficiente, assegurando a integridade estrutural com o menor volume de material possível. Essa abordagem integrada permite projetar componentes com desempenho mecânico confiável e durabilidade adequada, ao mesmo tempo em que se alcançam reduções significativas nos custos operacionais e no impacto ambiental do processo produtivo.

Para que os objetivos de eficiência estrutural, confiabilidade mecânica e redução de custos sejam plenamente atingidos, uma série de equações matemáticas, modelos analíticos e experimentações laboratoriais foram desenvolvidos ao longo das décadas, culminando nas metodologias de dimensionamento utilizadas atualmente na engenharia moderna. Esses métodos, consolidados em normas técnicas internacionais e práticas de engenharia consagradas, baseiam-se na determinação criteriosa de diversos fatores que influenciam o desempenho e a durabilidade das engrenagens. Entre esses fatores, destacam-se os parâmetros geométricos, as

propriedades dos materiais empregados, as condições de operação (como carga, velocidade e temperatura), os tratamentos térmicos aplicados e, sobretudo, as forças atuantes nos dentes da engrenagem, cuja correta estimativa é essencial para garantir a segurança do componente em serviço.

A força que atua sobre os dentes durante a transmissão de torque representa o principal agente gerador de tensões mecânicas internas, tanto na forma de flexão na raiz do dente quanto de compressão superficial na zona de contato. Essas tensões são responsáveis, em grande parte, pela iniciação e propagação de trincas por fadiga, um dos modos de falha mais frequentes em engrenagens submetidas a regimes de carregamento cíclico. Portanto, o cálculo preciso dessas forças, com base em grandezas como o torque transmitido, diâmetro primitivo, ângulo de pressão, largura da face e razão de contato, permite identificar as regiões mais críticas do componente, como a base do dente, a superfície da face dentada, a região de entalhe da chave e outras zonas de concentração de tensões, que estão mais suscetíveis a desgastes e rupturas prematuras.

Além disso, o conhecimento detalhado das forças envolvidas permite selecionar, de maneira racional, os processos de fabricação mais adequados — como fresamento, brochamento ou retificação — e tratamentos superficiais como — nitretação ou cementação — bem como definir tolerâncias dimensionais e acabamentos superficiais compatíveis com os requisitos de desempenho esperados. A integração entre análise mecânica, simulação computacional, critérios normativos e técnicas de fabricação de alta precisão é o que torna possível projetar engrenagens cada vez mais leves, eficientes e duráveis, mesmo em condições de operação severas. Nesse sentido, o domínio sobre o comportamento das forças atuantes não apenas viabiliza o dimensionamento seguro da geometria, mas também contribui para a longevidade operacional e a confiabilidade dos sistemas mecânicos como um todo.

## 2. Fundamentação teórica

Para a realização de um estudo direcionado à investigação de falhas por fadiga em engrenagens, torna-se imprescindível a definição precisa das grandezas envolvidas no processo de carregamento e resposta estrutural do componente. O primeiro passo consiste na caracterização da aplicação à qual a engrenagem será submetida, a fim de se determinar o torque de operação e, conseqüentemente, as forças atuantes na interface dos dentes durante o funcionamento. A partir da identificação destas cargas, faz-se necessário realizar a análise dos pontos críticos da geometria da engrenagem — com destaque para a raiz do dente, as superfícies de contato e zonas de descontinuidade geométrica — onde a concentração de tensões é mais significativa. Para que se possa prosseguir com o dimensionamento à fadiga de forma confiável, é necessário dispor de um conjunto adicional de dados técnicos referentes à engrenagem, como as propriedades do material empregado (módulo de elasticidade, limite de resistência, tenacidade, etc.), a microestrutura metalúrgica resultante do processamento térmico, as características do processo de fabricação (fresamento, retificação, tratamento superficial), além de fatores de correção determinados empiricamente — como fatores de superfície, de tamanho, de confiabilidade e de concentração de tensões. Esses parâmetros são essenciais para a correta aplicação das equações de cálculo de resistência à fadiga, conforme os critérios estabelecidos por normas consagradas, como a AGMA (American Gear Manufacturers Association) ou a ISO 6336 (International Organization for Standardization), permitindo a previsão de vida útil do componente com base em dados reais e condições de operação específicas.

De maneira resumida temos que o passo a passo deve ser:

1. Determinação do tipo de uso para cálculo da força exercida sobre a peça.
2. Dimensionamento das grandezas geométricas da engrenagem.
3. Cálculo das tensões atuantes.
4. Definição das propriedades advindas do material.
5. Cálculo da resistência a fadiga.

Engrenagens são peças de amplo uso e função, apesar de sua aparência relativamente simples, seu dimensionamento é complexo; falta de padronização de

metodologias de projeto são críticas em um cenário globalizado e trazem problemas de comercialização internacional, assim, instituições responsáveis pela padronização de projetos e processos de engenharia estipulam metodologias para o projeto de engrenagens. Duas normas conhecidas e altamente utilizadas são AGMA 2001 e ISO 6336, ambas válidas, entretanto com diferenças de metodologia de cálculo.

Em estudos de fadiga o tipo de carregamento exercido apresenta forte influência nos resultados obtidos, para engrenagens os regimes de carregamento geralmente alternam entre duas opções, carregamentos alternados (engrenagens reversíveis), e carregamentos pulsantes (engrenagens irreversíveis). Para o projeto desenvolvido o tipo de carregamento se caracteriza como o último, fazendo assim com que a tensão de flexão resultante do uso das metodologias normatizadas seja alterada para um valor de  $\sigma_a$  *equivalente*, para permitir o uso do método S-N, que é baseado em resultados experimentais obtidos com  $R \neq -1$ , assim para que seja possível calcular grandezas como vida útil da peça é necessário ajustar a tensão alternada pela equação de Goodman.

Algumas hipóteses devem ser estabelecidas para a realização do comparativo.

1. Para fins de análise de tensões iremos considerar o dente da engrenagem como fixo (Como uma viga em balanço engastada)
2. Contato entre os dentes uniforme, ou seja, a força é transmitida igualmente distribuída do dente de uma engrenagem para o outro.
3. Engrenagem perfeitamente cilíndrica
4. Tensões residuais derivadas do processo de resfriamento ou fabricação são nulas.
5. A engrenagem possui dentes retos.
6. Ângulo de pressão  $20^\circ$ .

## 2.1 Determinação da força aplicada

A determinação da força exercida sobre uma engrenagem parte, fundamentalmente, do conhecimento do torque exigido pela aplicação à qual o componente será destinado. Esse torque, por sua vez, depende diretamente das características do

processo ou sistema mecânico em que a engrenagem será utilizada. Para análises de fadiga, é essencial que a aplicação envolva condições de carregamento cíclico, uma vez que a fadiga se manifesta por meio da repetição contínua de tensões ao longo do tempo. Portanto, identificar a finalidade da engrenagem e as exigências de carga do sistema é o primeiro passo para estimar corretamente os esforços atuantes, servindo de base para os cálculos de tensão e, conseqüentemente, para a avaliação da vida útil do componente sob fadiga.

Veículos automotivos equipados com motores a combustão interna são amplamente reconhecidos por utilizarem engrenagens em seus sistemas de transmissão e caixas de câmbio. Devido à natureza dinâmica da condução veicular, que exige variação constante de torque para atender diferentes condições operacionais, esses sistemas tornam-se um excelente objeto de estudo para análises envolvendo esforços cíclicos e resistência à fadiga. Além disso, os automóveis apresentam uma vantagem adicional para fins de investigação técnica: os valores de torque máximo, peso e outras especificações relevantes são, em geral, prontamente disponíveis em fontes confiáveis. Isso facilita a definição das condições de contorno e o dimensionamento das forças atuantes sobre os componentes, permitindo uma modelagem mais precisa e realista dos carregamentos aplicados às engrenagens.

Para facilitar a comparação das metodologias normativas adotar um exemplo real garante coerência entre diferentes dados que serão utilizados.

Abaixo segue a ficha técnica de um automóvel que servirá de exemplo.



## FORD NEW FIESTA HATCH 2014

### ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS

### Modelo 1.6 Automático PowerShift

Carroceria:	Hatch 5 portas
Motor:	Ford Sigma 1.6 16V TIVCT Flex
Número e disposição dos cilindros:	4 em linha
Diâmetro do cilindro:	79,0 mm
Curso dos êmbolos:	81,4 mm
Cilindrada:	1.6 (1.597 cm <sup>3</sup> )
Potência:	130 cv a 6.500 rpm (etanol) 125 cv a 6.500 rpm (gasolina)
Torque:	157 Nm a 5.000 rpm (etanol) 151 Nm a 4.250 rpm (gasolina)
Rotação de marcha lenta:	780 rpm
Rotação máxima:	6.720 rpm
Relação de compressão:	12,0:1

## Transmissão

Automática: ..... PowerShift DPS6

Número de marchas: ..... 6 à frente e ré

Relação de marchas:

1ª ..... 3,917:1

2ª ..... 2,429:1

3ª ..... 1,436:1

4ª ..... 1,021:1

5ª ..... 0,867:1

6ª ..... 0,702:1

Dos dados fornecidos no arquivo os que nos interessam são torque, peso do veículo em ordem de marcha, e relação diferencial, relação de proporção das marchas e a eficiência total do trem de força.

Os dados acima se relacionam da seguinte maneira:

$$T_{roda} = T_{motor} \times R_{marcha} \times R_{diferencial} \times \varepsilon$$

Onde:

$T_{roda}$  é o torque efetivo na roda do veículo.

$T_{motor}$  é o torque efetivo no eixo do motor.

$R_{marcha}$  é a relação de proporção entre as engrenagens engatadas na caixa de marcha.

$R_{diferencial}$  é a relação de proporção advinda da existência do diferencial.

$\varepsilon$  é a eficiência total do trem de força

Para descobrirmos a força exercida sobre a engrenagem devemos analisar de que maneira o torque produzido pelo motor é transmitido para que seja possível avaliar quais agentes de transmissão ampliam ou reduzem os esforços atuantes.

Em um veículo a combustão a ordem de transmissão segue a seguinte ordem:

1. Motor gera o torque.
2. Embreagem repassa o torque do motor para a transmissão.
3. Caixa de marchas altera a rotação e o torque dependendo da marcha.
4. Diferencial reduz a rotação e divide o torque entre as rodas (dependendo do tipo de tração do veículo).
5. Rodas recebem o torque gerando movimento.

Para os fins desta análise, considera-se que apenas os componentes do sistema de transmissão localizados a jusante da caixa de marchas exercem influência direta sobre a modulação do torque e da velocidade angular transmitidos às rodas motrizes, sendo, portanto, os elementos de interesse para a caracterização dos esforços aplicados às engrenagens. Adicionalmente, as condições operacionais externas às quais o veículo está submetido em um caso real também impactam substancialmente a magnitude das forças atuantes. Situações como aclives, declives e variações no coeficiente de atrito entre os pneus e o solo — decorrentes, por exemplo, de terrenos irregulares ou superfícies de baixa aderência — resultam em alterações significativas na resistência ao movimento, visto que as forças experienciadas pela engrenagem só existem devido a resistência exercida pelas



inercias de translação e rotação atreladas as peças existentes e a irreversibilidades derivadas de peças moveis, exigindo variações de torque que afetam diretamente os esforços cíclicos suportados pelas engrenagens e demais componentes de transmissão. Entretanto para fins de boas práticas de engenharia iremos assumir uma variação de torque de zero ao torque máximo produzido pelo motor.

Sendo assim para determinar a força exercida na engrenagem temos que:

$$T_{engrenagem} = T_{motor} \cdot R_{marcha} \cdot \varepsilon$$

$$F_t = \frac{T_{engrenagem}}{r}$$

Substituindo os valores da ficha técnica do veículo temos que:

$$T_{engrenagem} = 157 (N \cdot m) \cdot R_{marcha} \cdot 0,9(90\%)$$

$$T_{engrenagem} = 141,3R_{marcha}$$

$$F_t = \frac{141,3R_{marcha}}{r}$$

A equação que nos resta para o torque da engrenagem é uma função de primeiro grau que de maneira trivial nos mostra o maior torque possível nas condições de trabalho determinadas, evidenciado pelo gráfico abaixo.

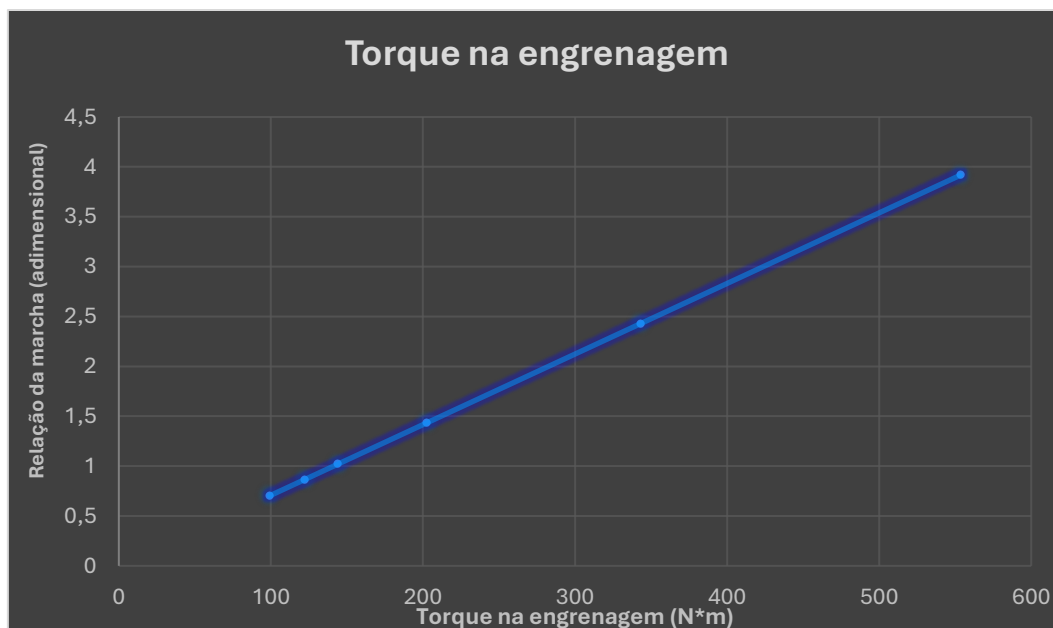


Figura 1 Gráfico do Torque de acordo com a variação da razão de redução

Estendendo o raciocínio para variação da força tangencial ao passo da mudança do raio primitivo podemos observar graficamente de que maneira esta se comporta par cada razão de redução distinta.

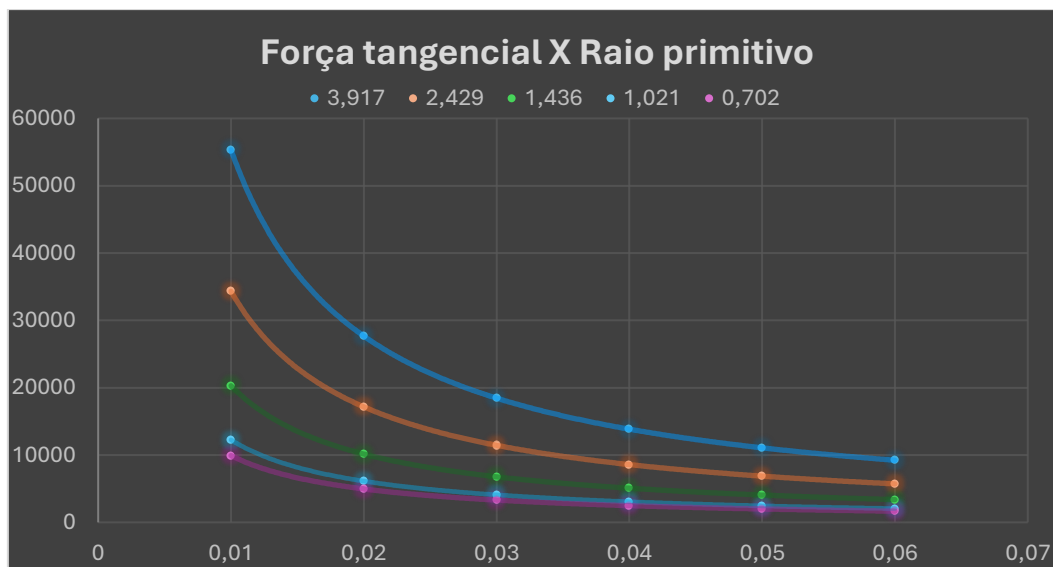


Figura 2 Gráfico da variação da força tangencial para várias razões de redução de acordo com a mudança do raio primitivo

Outra grandeza relevante durante o cálculo da força tangencial é a razão de contato, que leva em conta a quantidade de pares de dentes em contato durante a rotação do objeto, esta grandeza depende em parte dos dados da engrenagem que irá trabalhar em conjunto com a projetada, mas os dados necessários para que elas sejam engatáveis devem ser correspondentes, assim a outra engrenagem (coroa ou pinhão) fara uso das mesmas características da principal. As únicas grandezas que irão mudar serão o número de dentes e diâmetro primitivo. O número de dentes pode ser obtido através da tabela que segue, já o diâmetro primitivo será resultado de uma outra lógica, vide tópico 2.2.

Tabela 1 Número mínimo de dentes para o pinhão, em função do número de dentes da coroa, para cada ângulo de pressão.

$\phi = 14.5^\circ$		$\phi = 20^\circ$		$\phi = 25^\circ$	
Np	Nc	Np	Nc	Np	Nc
23	26	13	16	9	13
24	32	14	26	10	32

25	40	15	45	11	249
26	51	16	101	12	$\infty$
27	67	17	1329		
28	92	18	$\infty$		
29	133				
30	219				
31	496				
32	$\infty$				

Com essa informação podemos usar a equação abaixo para calcular por qual fator a força tangencial deve ser dividida para descobrirmos a força que atua de fato sobre o dente.

$$RC = \frac{\sqrt{\left((N_p^2 * \sin^2(\phi) + 4 * N_p + 4) + \text{sqrt}(N_c^2 * \sin^2(\phi) + 4 * N_c + 4) - (N_p + N_c) * \sin(\phi)\right)}}{(2 * \pi * \cos(\phi))}$$

## 2.2 Dados gerais da geometria da engrenagem

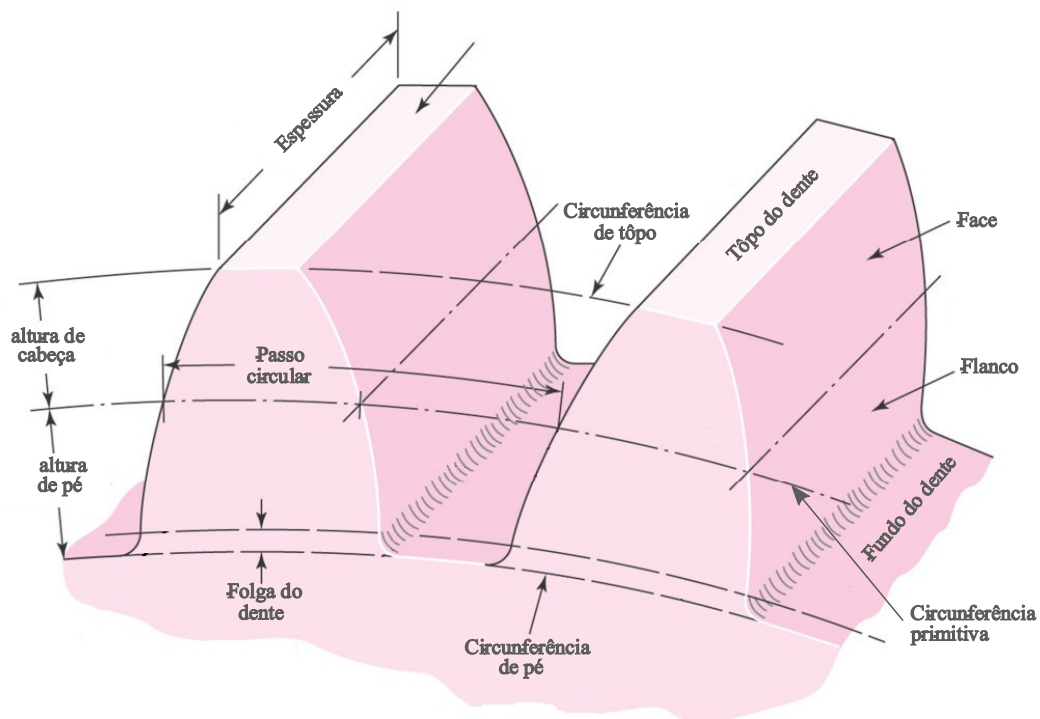


Figura 3 imagem da nomenclatura das geometrias de uma engrenagem

<https://mecanismos.net.br/nomenclatura/>

Para a estimativa da vida útil à fadiga de engrenagens, torna-se indispensável a caracterização detalhada de parâmetros geométricos fundamentais que influenciam diretamente o comportamento mecânico do componente sob carregamentos cíclicos. Dentre esses parâmetros, destacam-se: a altura do dente, o raio do filete na raiz do dente, número de dentes, a largura total da engrenagem, a largura individual de cada dente, o ângulo de pressão e o módulo. Este último possui papel relevante, uma vez que influencia diretamente a razão de contato entre os dentes durante o engrenamento, afetando, consequentemente, a distribuição de tensões ao longo da linha de ação. A determinação precisa dessas variáveis geométricas é condição necessária para a aplicação adequada das metodologias normativas de cálculo da resistência à fadiga, como as preconizadas pelas normas AGMA e ISO 6336, permitindo uma avaliação mais acurada da durabilidade e da integridade estrutural do componente em regime de operação.

Inicialmente é importante destacar relações geométricas que todas as engrenagens devem seguir para que assim possamos modelar nosso objeto de estudo. Para um

projeto de engrenagem é comum os dados iniciais do requisitante serem o número de dentes e o módulo, então partindo de uma estimativa inicial de 32 dentes e módulo 5 mm

$$dp = M * N$$

$$P = Pi * M$$

$$h = 2,25 * M$$

$$F = [8, 16] * M$$

Onde:

dp = diâmetro primitivo

N = número de dentes

P= passo circular

M = módulo

F = Largura da face

h = é a altura do dente

Com esse conjunto de equações é possível determinar a geometria de uma engrenagem garantindo que ela se encaixe nos parâmetros internacionais e assegurando intercambialidade sem maiores problemas.

## 2.3 AGMA 2001

A equação utilizada na norma AGMA 2001 é a que segue.

$$\sigma_f = \frac{F_t}{(b \cdot m \cdot Y_j)} \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot K_m \cdot K_b$$

Onde:

$\sigma_f$  — tensão de flexão na raiz do dente

$F_t$  — força tangencial

$K_o$  – fator de sobrecarga

$K_v$  – fator dinâmico(velocidade)

$K_s$  – fator de tamanho

$K_m$  – fator de distribuição de carga

$K_b$  – fator de tamanho do aro

$b$  – largura da face do dente

$m$  – módulo

$Y_j$  – fator de geometria da base

### 2.3.1 Fator $K_o$

O fator de sobrecarga **Ko** leva em consideração possíveis choques que podem vir a ocorrer durante o funcionamento da peça que no caso em estudo seria refletido como “trancos”, mas em cenários gerais esse fator pode ser refletido de diversas formas.

Para o ajuste desse parâmetro são levados em consideração alguns fatores importantes como a quantidade de ciclos que a peça deve suportar sob sobrecarga, os intervalos entre as sobrecargas, quanto tempo estas sobrecargas duram e qual a ordem de sobrecarga em questão (normalmente 2 vezes a carga de trabalho). Geralmente esse parâmetro é definido após uma série de análises e experimentos práticos, mas em casos em que não há essa possibilidade a recomendação é extrair os dados utilizando as tabelas a seguir:

Tabela 2 Fator de sobrecarga sugerido

Ref – Slides de elemaq, Adrian Giassone, Jaime Tupiassu

Fonte de Potência	Equipamento acionado		
	Uniforme	Choque moderado	Choque severo
uniforme	1.00	1.25	$\geq 1.75$
choque leve	1.25	1.50	$\geq 2.00$
choque moderado	1.50	1.75	$\geq 2.25$

Tabela 3 Condição para máquina acionada

Condição de Operação	Máquina acionada
----------------------	------------------

Uniforme	Geradores contínuos, rebobinadores de papel e filme, mecanismo de computador.
Choque moderado	Bomba centrífuga de alta velocidade, bomba e compressor alternativo, transportador de carga pesada, betoneira, máquina têxtil, moedor de carne, serras, elevadores de caçamba, escada rolante, elevador de carga, guincho, enrolador de cabo, fresadora.
Choque pesado	Triturador de rocha, acionadores de prensas, perfuradoras, máquinas puncionadeiras, pulverizador, moinho, moinhos martelo, peneira vibratória, tambor rotativo, viradores de vagão, transportador de tora, guilhotina, grua e guindaste, alimentadores alternativos, escavadeiras, compactadores, extrusoras de plástico.

Tabela 4 Condição para fonte de alimentação

Fonte de potência	
Uniforme	Motor elétrico, Turbina a gás com velocidade constante
Choque leve	Turbina hidráulica, impulsor de velocidade variável
Choque moderado	Motor de combustão multicilíndrico

### 2.3.2 Fator $K_v$

O fator dinâmico  $K_v$  é introduzido com o intuito de compensar cargas internas advindas do engrenamento desarmônico das engrenagens que traz consigo vibrações de suas próprias massas criando acelerações relativas entre si. Este tipo de problema vem de pequenos erros de espaçamento entre os pares de engrenagem que é determinado pelo formato geométrico dos dentes e deformações elásticas esperadas durante o funcionamento, dessa forma qualquer tipo de deformação inesperada e diferenças na fabricação da peça ou balanceamentos imperfeitos induzem este desvio.

Para quantificar a proporção de correção que deve ser calibrada pelo fator  $K_v$  é recomendado que seu valor seja retirado do gráfico da figura 4 ou calculado pelas equações abaixo:

$$K_v = \left[ \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right]^B \quad B = 0,25(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}$$

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad V_{m\acute{a}x} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200}$$

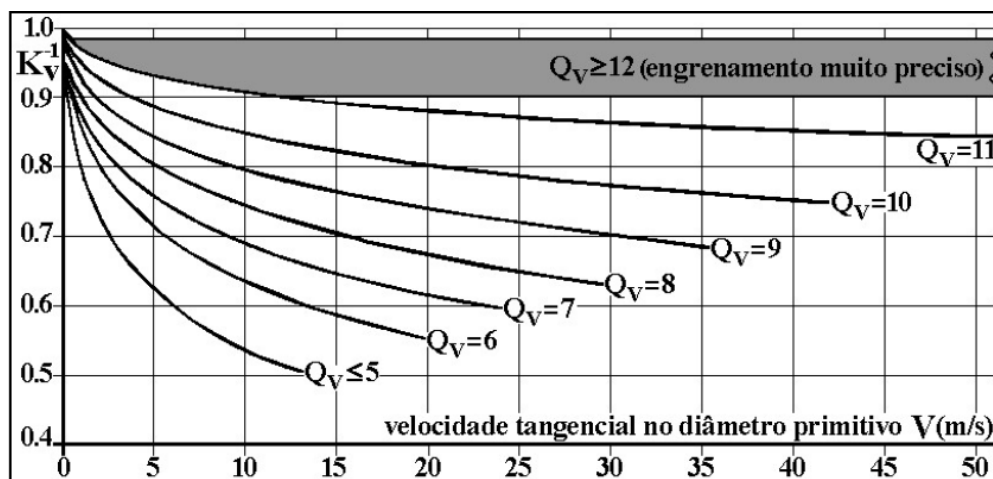


Figura 4 Curvas de  $K_v$  vs velocidade separadas por nível de precisão de usinagem

Para extrair informações do gráfico acima é necessário conhecer a velocidade tangencial tendo como referência o raio primitivo, e a qualidade da fabricação utilizada na usinagem (precisão da usinagem), sendo o fator  $Q_v$  maior quanto mais precisa a usinagem realizada. Abaixo segue uma tabela com valores típicos de precisão para uma série de tipos de aplicação.

Tabela 5 Nível de precisão de usinagem por aplicação

Aplicação	$Q_v$	Aplicação	$Q_v$
Acionador do tambor do misturador de cimento	$Q_v6$	Furadeira de baixa potência	$Q_v8$
Forno de cimento	$Q_v6$	Máquina têxtil	$Q_v9$
Colheitadeira/Selecionador de milho	$Q_v7$	Máquina de lavar roupas	$Q_v9$
Guindaste/ Bomba centrífuga	$Q_v7$	Prensa de impressão	$Q_v10$
Prensa de esmagamento	$Q_v7$	Mecanismo de computador	$Q_v11$
Esteira de mineração	$Q_v7$	Transmissão de automóveis	$Q_v11$
Serra industrial	$Q_v7$	Acionador de antena de radar	$Q_v12$
Máquina de fabricação de papel	$Q_v8$	Acionador de propulsor marítimo	$Q_v12$



Mecanismos do medidos de gás	Qv8	Acionador de motor de avião	Qv13
Fresadora	Qv8	Giroscópio	Qv14

### 2.3.3 Fator $K_S$

O fator de correção **Ks** refere-se à uniformidade do material bem como proporções geométricas da peça, como tamanho do dente, diâmetros, proporção entre o diâmetro e tamanho do dente, largura da face, dureza e tratamento térmico do material.

Este fator de correção pode ser calculado através da equação abaixo:

$$K_S = \frac{1}{1,1833(b * m * \sqrt{Y})^{-0,0535}} \quad 2,79(mm) \geq Larguradaface \geq 51(mm)$$

$$K_S = \frac{1}{1,4098(b * m * \sqrt{Y})^{-0,0785}} \quad 52(mm) \geq Larguradaface \geq 254(mm)$$

A constante Y é o fator de forma de Lewis e pode ser definido através da Tabela 6 caso o número de dentes seja conhecido. Caso o número de dentes seja desconhecido ou apenas uma estimativa inicial a determinação do fator Ks deve ser feita através do modulo através da tabela 7.

Tabela 6 Fator de forma de Lewis para engrenagens com ângulo de pressão 20°

Número de dentes	Y
12	0,245
13	0,261
14	0,277
15	0,29
16	0,296
17	0,303
18	0,309
19	0,314
20	0,322

21	0,328
22	0,331
24	0,337
26	0,346
28	0,353
30	0,359
34	0,371
38	0,384
43	0,397
50	0,409
60	0,422
75	0,435
100	0,447
150	0,46
300	0,472
400	0,48
Cremalheira	0,485

Tabela 7 Fator de tamanho através do modulo

<b>Módulo</b>	<b>Ks</b>
<b>≤ 5</b>	<b>1</b>
<b>6</b>	1,05
<b>8</b>	1,15
<b>12</b>	1,25
<b>20</b>	1,4
<b>&gt; 20</b>	1,5

### 2.3.4 Fator $K_m$

O fator de distribuição de carga  $K_m$  é introduzido para se contrapor as variações de concentração de tensão pela desuniformidade dos dentes causando uma tensão repassada entre engrenagens desigual. Este fator existe devido a erros ou imperfeições de usinagem, desalinhamento de coroa e pinhão, deformações do

dente ou do corpo da engrenagem, coroamento no dente... etc. este fator é calculado através de uma equação que leva em conta uma série de outros fatores.

$$K_m = 1 + K_{Hmc}(K_{Hpf} * k_{Hpm} + K_{Hma} * K_{He})$$

Onde:

$K_{Hmc}$  – Fator de formato da face do dente

$K_{Hpf}$  – Fator de proporção do pinhão

$K_{Hpf}$  – Fator de carga de deflexão

$K_{Hma}$  – Fator de alinhamento de engrenamento

$K_{He}$  – Fator de ajuste

### 2.3.5 Fator $K_b$

O fator **Kb** é necessário apenas quando a engrenagem projetada possui aro fino, ou seja, quando o corpo da engrenagem que dá suporte a coroa circular que contém os dentes é fino em comparação com a altura dos dentes e corre risco de trincamento por flexão. Este fator de correção pode ser obtido através do gráfico da figura 5.

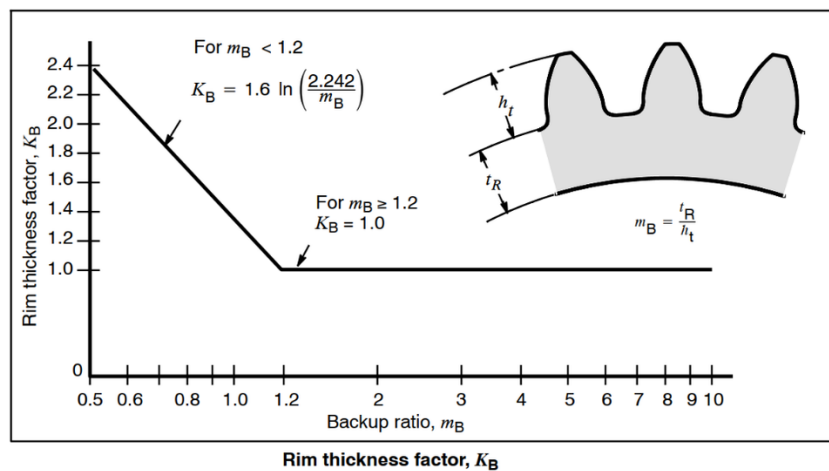


Figura 5 Gráfico do fator de espessura do aro

Para chegar ao valor da variável  $m_B$  utilizada para categorizar o valor de  $K_B$ , é necessário saber a razão entre a espessura do aro de suportação e a altura do dente (cabeça + p  + folga da raiz). Este fator de correção só precisa ser usado caso o resultado da razão  $m_B$  seja inferior a 1,2, caso contrário o valor de  $K_B$  será sempre 1.

### 2.3.6 Fator $Y_j$

A variável  $Y_j$  é um dos fatores de correção mais importantes pois contempla, compensação pelo ponto de aplicação de carga na geometria da involuta dos dentes, a concentração de tensões derivada do filete da raiz do dente e outros fatores de forma e geometria. Para engrenagens de dentes retos a determinação do valor de  $Y_j$  pode ser feita a partir da figura 6.

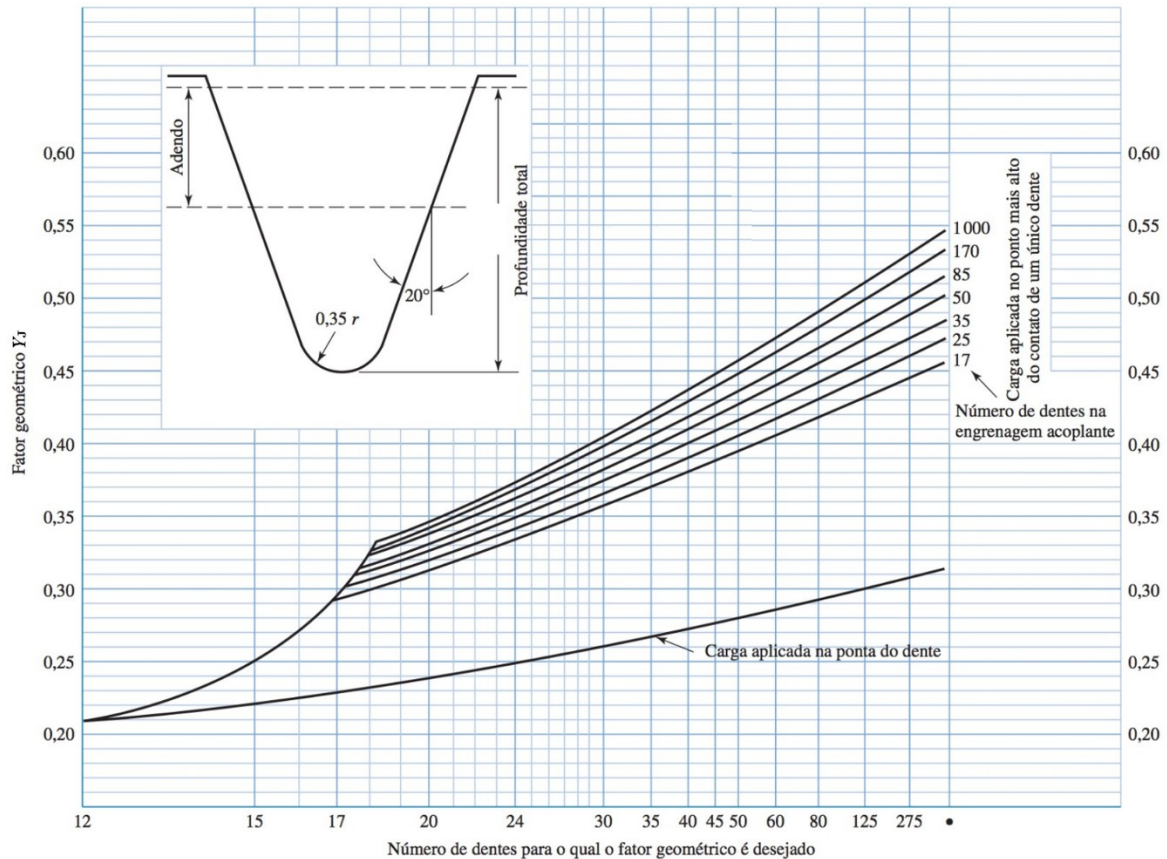


Figura 6 Gráfico do fator geométrico para engrenagens com ângulo de pressão 20°

Para a determinação de um ponto no gráfico acima é necessário um número de dentes para a engrenagem acoplante (pinhão), esse número é dado pela razão de redução do par de engrenagens.

## 2.4 ISO 6336

A equação utilizada na norma ISO é a disposta a seguir:

$$\sigma_f = \sigma_{F0} \cdot K_a \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

$$\sigma_{F0} = \frac{F_T}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \cdot Y_S \cdot Y_\beta \cdot Y_B \cdot Y_{DT}$$

Onde:

$\sigma_{F0}$  – *tensão de flexão na raiz do dente*

$F_T$  – *Força tangencial*

$m_n$  – *Modulo do dente*

$b$  – *Largura do dente*

$K_a$  – *Fator de aplicação (equivalente ao fator de sobre carga AGMA)*

$K_V$  – *Fator dinâmico*

$K_{F\beta}$  – *Fator de distribuição longitudinal*

$K_{F\alpha}$  – *Fator de distribuição transversal*

$Y_F$  – *Fator de forma do dente*

$Y_S$  – *Fator de correção de tensão*

$Y_B$  – *Fator de tamanho do aro*

$Y_\beta$  – *Fator de angulo da helice do dente(para engrenagens helicoidais)*

$Y_{DT}$  – *Fator de profundidade do dente*

Os fatores  $K_a$  e  $K_V$  são equivalentes aos fatores  $K_o$  e  $K_V$  da norma AGMA.

Os fatores  $K_{F\beta}$  e  $K_{F\alpha}$  compensam a distribuição não uniforme da carga tanto longitudinal quanto transversal, sendo considerados ambos 1 para os fins da análise em questão.

### 2.4.1 Fator $Y_\beta$

O fator  $Y_\beta$  é a correção devido ao ângulo da hélice de engrenagens helicoidais, onde a intensidade do momento na raiz do dente é inferior ao momento das engrenagens de dentes retos virtuais que são usadas como base de cálculo devido as linhas obliquas de contato. Este fator pode ser estimado através do gráfico da figura 7.

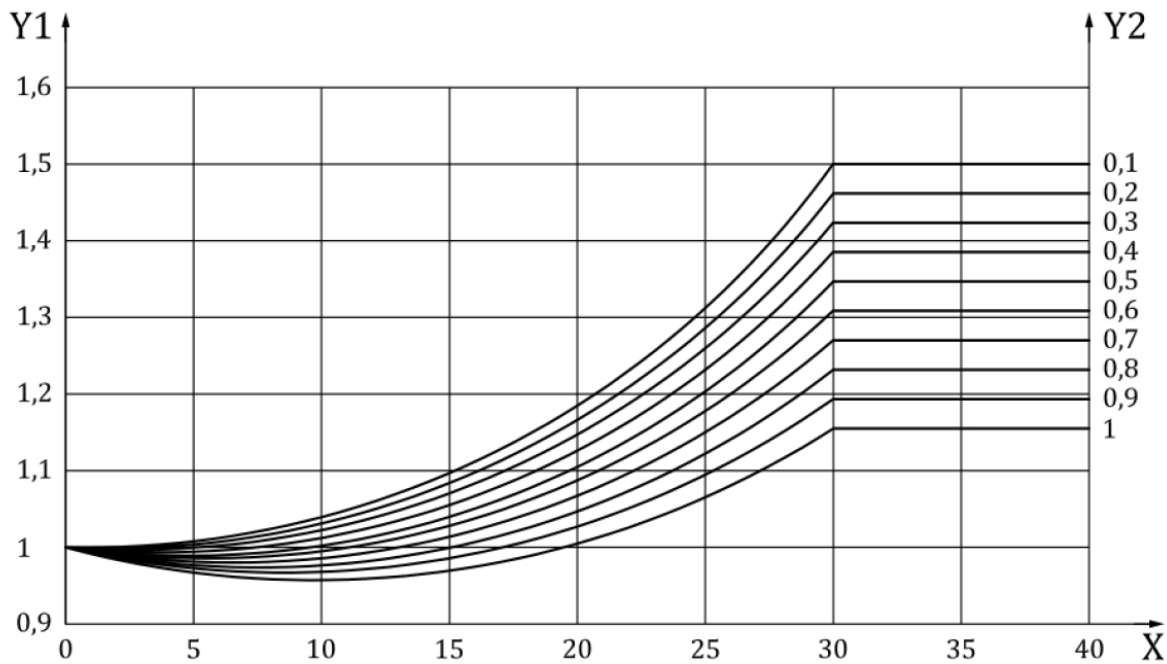


Figura 7 Fator  $Y_B$  (Y1) de acordo com o ângulo da hélice(X) e taxa de sobreposição(Y2)

Onde Y1, Y2 e X são respectivamente o próprio fator  $Y_B$ , taxa de sobreposição e o ângulo de referência da hélice.

### 2.4.2 Fator $Y_B$

O fator  $Y_B$  corrige a tensão para engrenagens de aro fino onde a razão espessura de aro/altura do dente são menores que 1,2 ; para engrenagens com essa particularidade a falha por fadiga pode acontecer no aro ao invés da raiz do dente, assim o fator  $Y_B$  ajusta os cálculos para compensar essa especificidade, os valores para  $Y_B$  podem ser obtidos através do gráfico da figura 8 ou através da equação abaixo.

$$Y_B = 1,6 \cdot \ln \left[ 2,242 \cdot \frac{h_t}{s_R} \right]$$

Onde  $h_t$  é a altura do dente e  $s_R$  a espessura do aro.

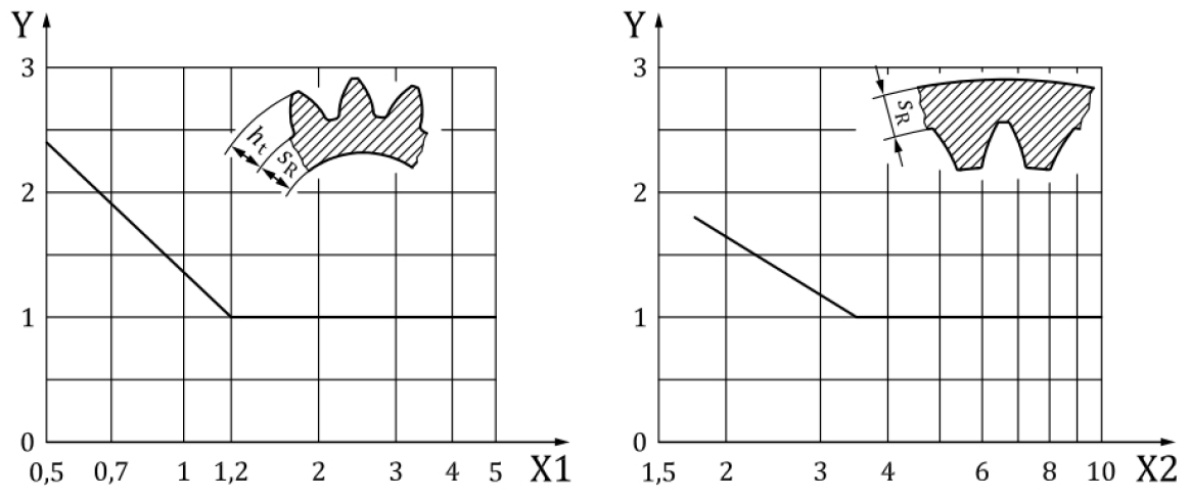


Figura 8 Valor do fator  $Y_B$  para engrenagens internas e externas

Onde  $Y$  são os valores do fator corretivo, e os eixos  $X$  são as razões espessura de aro/altura (modulo para engrenagens internas) do dente.

### 2.4.3 Fator $Y_{DT}$

O fator  $Y_{DT}$  compensa a distribuição de carga para engrenagens de alta precisão (tolerância ISO < 4) onde a usinagem da face do dente é feita especificamente para se obter uma distribuição trapezoidal ao longo da face do dente. Os valores de  $Y_{DT}$  podem ser obtidos através do gráfico da figura 9.

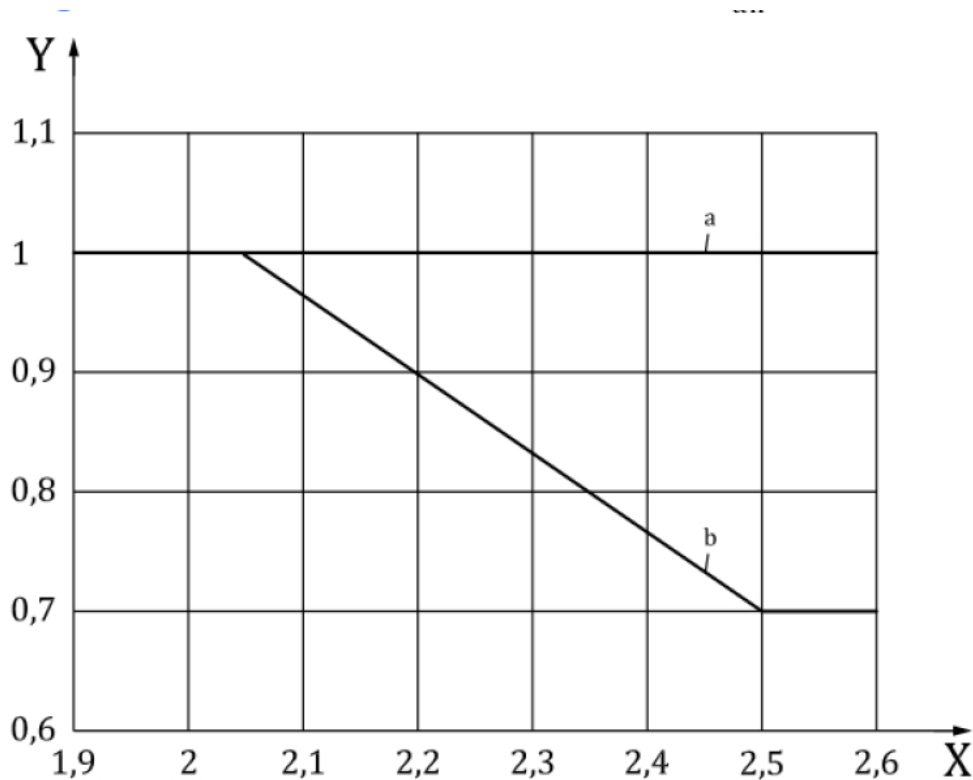


Figura 9 Valores  $Y_{DT}$  de acordo com o contato virtual e classe de tolerância ISO utilizada.

Onde Y são os possíveis valores de  $Y_{DT}$ , X é o valor de contato virtual e as retas a e b são guiadas pela tolerância utilizada sendo a-classe  $> 4$  e b-classe  $\leq 4$ .

#### 2.4.4 Fator $Y_S$

O fator  $Y_S$  leva em conta a concentração de tensões no filete da raiz do dente e pode ser obtido tanto graficamente (Figura 9) quanto de maneira numérica através de uma série de equações que levam em conta a geometria do filete que vem da involuta utilizada no desenvolvimento da norma e outras grandezas geométricas. A figura 10 mostra um gráfico para possíveis valores de  $Y_S$  de uma maneira simplificada assumindo o filete da raiz como o formato padrão da norma.



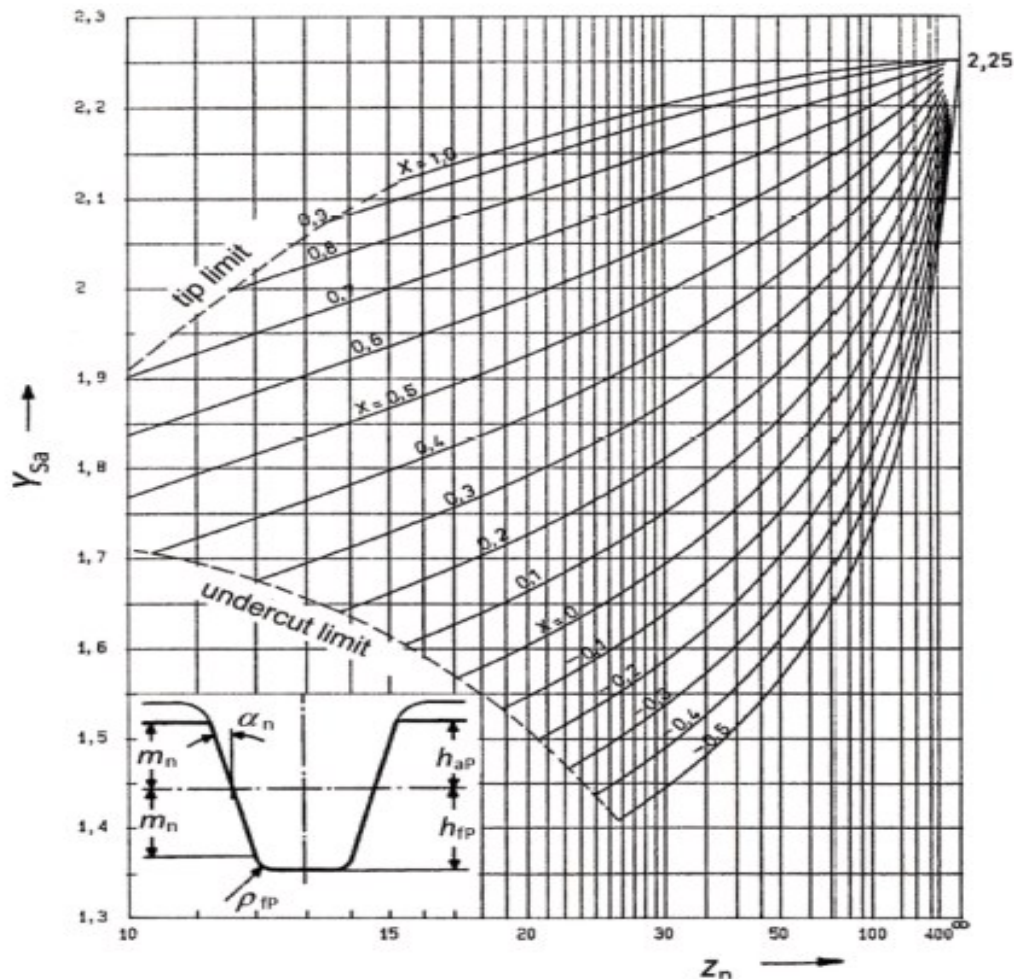


Figura 10 Gráfico para valores de  $Y_S$  em termos do número de dentes e deslocamento de perfil

Onde  $X$  é o deslocamento de perfil, ou seja, o ajuste da posição da ferramenta de corte em relação a engrenagem durante o corte dos dentes que existe para evitar irregularidades de fabricação. Para fins de teóricos muitos projetos utilizam deslocamento de perfil zero para fins de simplicidade.

#### 2.4.5 Fator $Y_F$

O fator  $Y_F$  leva em consideração a posição de toque dos dentes da engrenagem, levando em conta forma do dente, variação da posição de aplicação e outros fatores de geometria. Assim como o fator  $Y_S$  este coeficiente pode ser obtido numericamente através de contas que fazem uso de inúmeros parâmetros geométricos do dente da engrenagem, para ambos os fatores não é recomendado a obtenção gráfica de seus valores, porém, para fins de facilidade o fator  $Y_F$  será

determinado através da figura 11 que também é uma forma simplificada de determinar seu valor, novamente assumindo involuta padrão da norma.

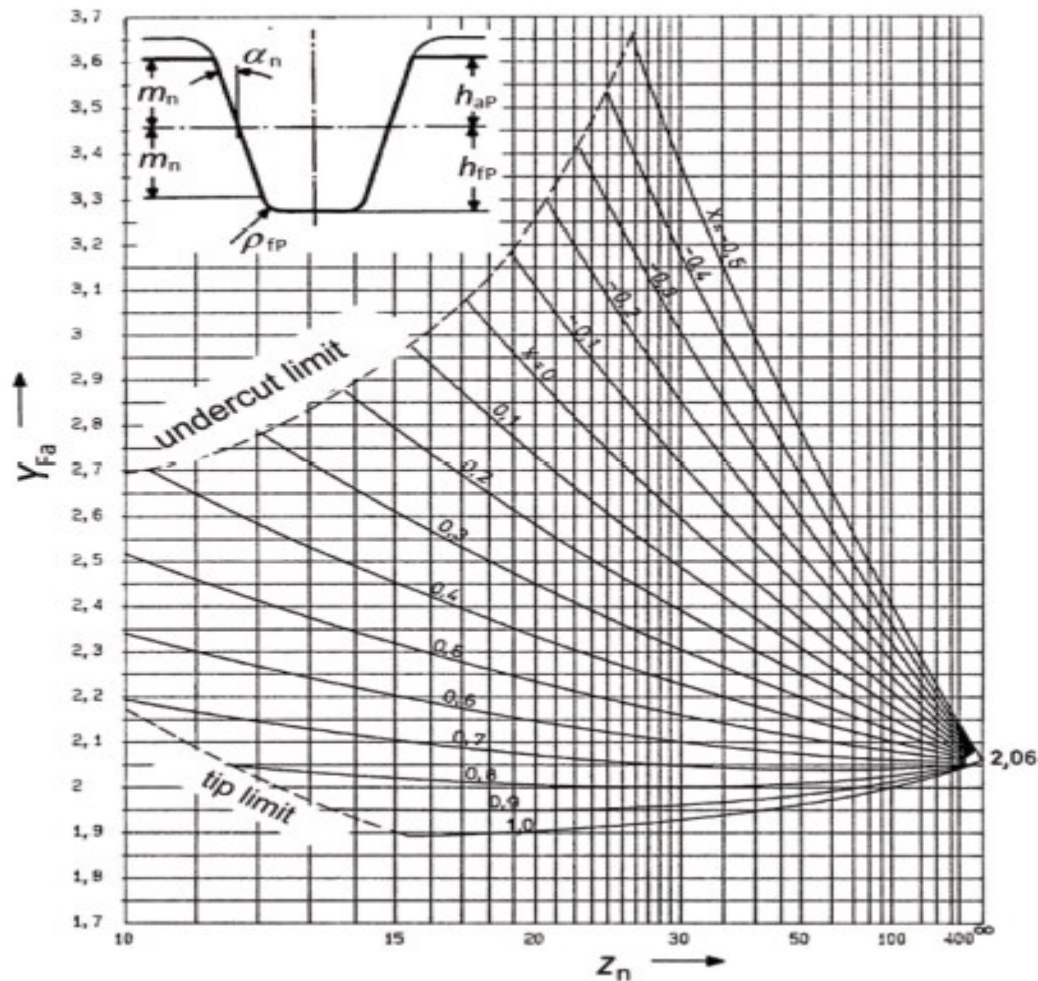


Figura 11 Fator de correção  $Y_F$  em função do número de dentes e deslocamento de perfil.

Onde  $X$  é o deslocamento de perfil e  $Z_n$  é o número virtual de dentes para engrenagens helicoidais (para engrenagens de dentes retos o número de dentes basta).

## 2.5 Equação de Goodman

A equação de Goodman é utilizada para transformar uma combinação de tensões alternada e média em uma tensão alternada equivalente.

$$\sigma_{a\,eq} = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_R}}$$

$\sigma_a$  – Tensão alternada

$\sigma_m$  – Tensão média

$S_R$  – Resistência a tração

Para a utilização do método S-N é necessário que o tipo de carregamento tenha tensão média igual a zero ( $R = -1$ ), assim, para que façamos a correta utilização, a tensão de flexão advinda das normas deve ser adaptada através da equação de Goodman para que a tensão equivalente resultante seja utilizada para o cálculo da vida.

## 2.6 Método S-N (WÖHLER)

$$N * S_f^b = C$$

N – Número de ciclos até a falha

C – Constante material (depende do material e da condição de carregamento)

m – Expoente da curva S-N (pode ser ajustado experimentalmente)

b – Expoente da curva de Wöhler (constante)

Sf – Resistência a fadiga (MPa)

### 2.6.1 Constantes b e c

A curva de Wöhler representa a vida útil de um material de acordo com a tensão alternada aplicada, as constantes b e c dessa curva são obtidas experimentalmente e dependem de fatores específicos da finalidade da aplicação como tipo de carregamento, material usado, processo de fabricação da peça, microestrutura, tipo de tratamento térmico (caso tenha sido realizado), tipo de tratamento superficial (caso tenha sido realizado) etc.

Outra forma de obter os valores das constantes é através de 2 valores conhecidos de limite de fadiga para vidas de referência distintas, dispondo desses dados basta resolver a equação abaixo para obter o valor das constantes b e c.

$$b = \frac{\log S_2 - \log S_1}{\log N_2 - \log N_1}$$

A partir do valor de  $b$  podemos substituir em uma equação de wöhler com dados conhecidos para chegarmos ao valor de  $c$ .

Para o projeto desenvolvido  $b = 11,75$  e  $c = 4,33 \cdot 10^{103}$ .

## 2.7 Limite de fadiga

$$S_L = 0,5 \cdot S_u \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e$$

$S_L$  – limite de fadiga

$S_u$  – limite de resistencia a tração

$K_a$  – fator de superficie

$K_b$  – fator tamanho

$K_c$  – fator de carregamento

$K_d$  – fator de temperatura

$K_e$  – fator de confiabilidade

### 2.7.1 Fator $K_a$

O fator de superficie  $K_a$  é um fator de correção para imperfeições no acabamento e varia de acordo com o tipo de acabamento superficial foi realizado na peça. Os valores de  $K_a$  podem ser obtidos substituindo os dados da tabela 9 na equação a seguir.

$$K_a = a \cdot S_u^b$$

Tabela 8 constantes para cálculo de  $K_a$

Acabamento superficial	Fator a (Su, MPa)	Expoente b
Retificado	1,58	-0,085
Usinado ou laminado a frio	4,51	-0,265
Laminado a quente	57,7	-0,718
Forjado	272	-0,995

### 2.7.2 Fator $K_b$

O fator  $K_b$  leva em conta a forma da peça e pode ser calculado através das equações abaixo.

$$k_b = \begin{cases} (d/7,62)^{-0,107} = 1,24d^{-0,107} & 2,79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1,51d^{-0,157} & 51 < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases}$$

Figura 12 Equações para o cálculo de  $K_b$ 

Para utilizar as equações acima é necessário um diâmetro equivalente através das correlações a seguir.

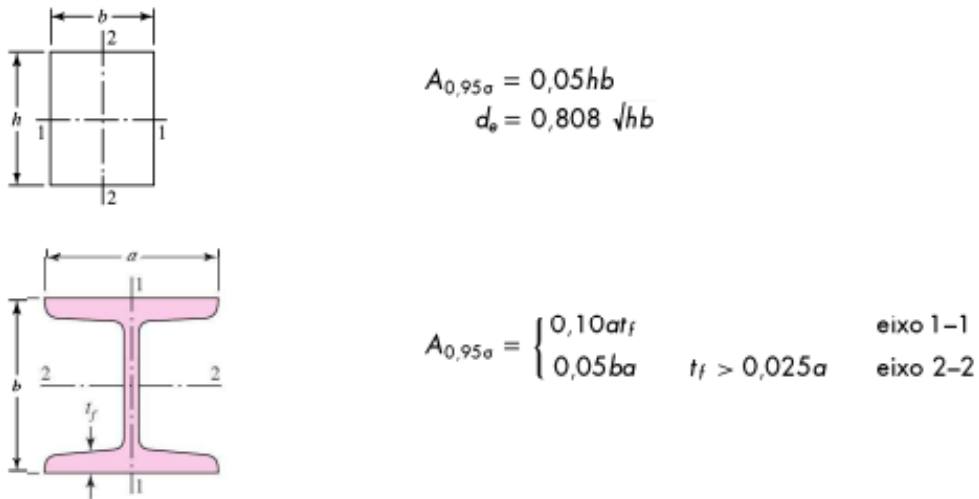


Figura 13 Correlações de diâmetro equivalente para geometrias de seção transversal variada

### 2.7.3 Fator $K_c$

O fator  $K_c$  leva em conta o tipo de carga aplicada no corpo e seus valores médios podem ser obtidos pela tabela 9.

Tabela 9 valores médios de  $k_c$  por tipo de carregamento

Modo de carregamento	$\alpha$ (MPa)	$\beta$	C	$k_c$ médio
Flexão	1	0	0	1
Axial	1,43	-0,0778	0,125	0,85
Torção	0,258	0,125	0,125	0,59

As constantes alfa, beta e C da tabela são valores que compõem a equação usada para determinar o  $K_c$  médio sendo seus valores resultados experimentais para cada tipo de carregamento.

### 2.7.4 Fator $K_d$

O fator  $K_d$  leva em conta as variações do limite de fadiga com a alteração da temperatura e pode ser aproximado pela tabela 10.

Tabela 10 valores de  $K_d$  para variadas temperaturas

Temperatura (°C)	$K_d = S_t / S_r$
20	1
50	1,01
100	1,02
150	1,025
200	1,02
250	1
300	0,975
350	0,943
400	0,9
450	0,843
500	0,768
550	0,672
600	0,549

### 2.7.5 Fator $K_e$

Para o projeto de componentes mecânicos é usual a introdução de fatores de confiabilidade; resultados experimentais são dispersos, e há sensibilidade a alterações devido a mudanças de fatores internos esperados e fatores externos inesperados; estes fatores tornam a fadiga uma falha probabilística, tornando comum o uso de fatores de correção para garantir a vida infinita mesmo sob circunstâncias onde não há garantia de ocorrência de um fator agravante. O fator  $K_e$  mais conhecido como fator de confiabilidade é feito através do estudo de probabilidades de um espaço amostral de milhares de experimentos, para assim contabilizar fatores agravantes inesperados que venham a acontecer na prática. A tabela abaixo dispõe de alguns valores que esse fator de correção assume para uma série de confiabilidades.

Tabela 11 Valores para o fator de confiabilidade para desvio assumido de 8%

Confiabilidade (%)	Variável de transformação ( $z_a$ )	Fator de confiabilidade ( $k_e$ )
50	0	1
90	1,288	0,897
95	1,645	0,868
99	2,326	0,814
99,9	3,091	0,753
99,99	3,719	0,702
99,999	4,265	0,659
99,9999	4,753	0,62

Diferentes vidas de referência têm desvios padrão de resultados diferentes, valores do limite de fadiga para vidas longas são mais dispersos tornando o fator  $K_e$  menor, assim os valores de  $K_e$  para altas vidas podem ser usados para vidas menores contanto que seja notado o superdimensionamento proposto por essa aproximação.

### 3. Propriedades do material de construção

A escolha do material a ser utilizado é um fator muito importante, constantes características do material que serão necessárias para o cálculo dependem do tipo de aço escolhido assim como do processo de resfriamento adição ou não de camada superficial assim como do processo de fabricação.

Engrenagens estão sujeitas a impactos assim como a fadiga superficial, que gera falhas tipo pittings na superfície, de forma que o aço deve ter um interior tenaz, bem como uma superfície dura. Estas características são de certa forma contraditórias, logo será necessário um processo especial a ser realizado no aço para aumentar sua dureza superficial. No escopo de tratamentos superficiais que usam o aumento da dureza, temos a cementação como uma opção que atende as necessidades expostas.

Na fabricação de peças é muito comum o uso do aço AISI 8620, sua disponibilidade e custo baixo são uma parte do motivo para seu uso em componentes mecânicos; por ser um aço baixa-liga possui baixo teor de carbono mantendo seu núcleo tenaz mesmo após tratamentos térmicos. É comum engrenagens passarem por um processo termoquímico de cementação para o aumento da dureza superficial e assim aumento da sua resistência a fadiga superficial, a cementação consiste em depositar carbono em uma fina camada da peça para aumentar sua dureza, o que determina a boa difusão de carbono no tratamento é a temperatura utilizada bem como os elementos de liga do aço e sua microestrutura, devido à baixa temperabilidade o 8620 aceita temperaturas mais altas sem comprometer a tenacidade do seu núcleo sua boa capacidade de difusão de carbono na superfície devido aos seus elementos de liga o tornam uma excelente opção para fabricação de peças mecânicas em geral. Abaixo segue a tabela de especificações do AISI 8620.

Tabela 12 Propriedades mecânicas e químicas do aço AISI 8620

Ref - <https://www.matweb.com/search/datasheet.aspx?MatGUID=29ee2ad752e64dcb853471b7dd39529d>

Propriedade	Valor Típico	Unidade / Observações
<b>Composição química (% em peso)</b>		
<b>Carbono (C)</b>	0,18 – 0,23	%
<b>Manganês (Mn)</b>	0,70 – 0,90	%



<b>Níquel (Ni)</b>	0,40 – 0,70	%
<b>Cromo (Cr)</b>	0,40 – 0,60	%
<b>Molibdênio (Mo)</b>	0,15 – 0,25	%
<b>Propriedades Mecânicas</b>		(após cementação e têmpera)
<b>Módulo de elasticidade (E)</b>	~200	GPa
<b>Limite de escoamento (núcleo)</b>	320 – 385	MPa
<b>Resistência à tração</b>	485 – 580	MPa
<b>Dureza superficial</b>	58 – 62	HRC (após cementação)
<b>Alongamento (em 50 mm)</b>	15 – 20	%
<b>Tenacidade à fratura (K<sub>IC</sub>)</b>	Moderada	-
<b>Propriedades Físicas</b>		
<b>Módulo de Poisson (ν)</b>	~0,29	-
<b>Densidade</b>	~7,85	g/cm <sup>3</sup>
<b>Coefficiente de dilatação térmica</b>	~11,7 × 10 <sup>-6</sup>	1/°C
<b>Temperatura de cementação</b>	900 – 950	°C
<b>Limite de Fadiga Rotacional (σ<sub>f</sub>)</b>	400 – 600 MPa	Superfície polida, carga alternada, 10 <sup>7</sup> ciclos
<b>Número de ciclos para falha (vida à fadiga)</b>	10 <sup>6</sup> – 10 <sup>7</sup> ciclos	Dependente da carga e acabamento superficial
<b>Fator de Sensibilidade ao Entalhe (q)</b>	0,7 – 0,9	Depende do acabamento superficial
<b>Fator de Superfície (k<sub>s</sub>)</b>	0,85 – 0,95	Para superfícies usinadas ou retificadas
<b>Coefficiente de resistência ao entalhe (K<sub>t</sub>)</b>	1,5 – 2,5	Depende da geometria
<b>Coefficiente de Endurecimento por carga (k<sub>l</sub>)</b>	0,9 – 1,0	Depende do tipo de carregamento (axial, torcional, etc.)
<b>Tensão Alternada Endurável (σ<sub>a</sub>)</b>	~50% da resistência à tração	Para aços com superfície tratada
<b>Tensão Média Permissível (σ<sub>m</sub>)</b>	250 – 400 MPa	(R ≠ -1)

## 4. Cálculo da tensão real atuante e resistência a fadiga

O cálculo da tensão de flexão bem como o da vida útil foi realizado através de uma planilha no EXCEL, automatizando o processo e permitindo a fácil comparação de cada norma para diferentes engrenagens. Os valores de todas as constantes, dados iniciais da engrenagem modelo e material de construção foram inseridos manualmente, e a partir deles foram calculadas outras características geométricas e as tensões de flexão de acordo com ambas as normas, utilizando como referência a força tangencial pré-estipulada da aplicação específica. Para determinação de sua vida útil os valores das tensões de flexão foram corrigidos em valores de tensão equivalente através de Goodman para que pudessem ser utilizados em um gráfico S-N de Wöhler. Além disso esse mesmo passo a passo foi recriado para forças tangenciais arbitrárias que variavam de 1-15.000 (N) criando assim a curva de vida. A curva nos mostra o comportamento do material sob condições específicas de projeto, mas a planilha possibilita uma análise muito mais livre, permitindo que as características físicas da engrenagem sejam alteradas para que a mudança de comportamento seja visível.

A planilha em questão encontra-se no link abaixo:

[https://drive.google.com/drive/folders/1KGZVKoR0hbjHmLJBWlyt4LmHHVZdU8Fn?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/drive/folders/1KGZVKoR0hbjHmLJBWlyt4LmHHVZdU8Fn?usp=drive_link)

### 4.1 Fatores AGMA

#### 4.1.1 Fator $K_o$

Para o estudo de caso tratado a classe enquadrada é a de motor de combustão interna para a fonte de potência e a máquina acionada se assemelha a condição de operação de choque moderado de acordo com as tabelas 1 e 2,  $K_o = 1,75$ .

#### 4.1.2 Fator $K_v$

Para a aplicação em questão temos um  $Q_v$  típico de 11, substituindo os valores nas equações obtém-se um valor de  $B = 0,25$ ;  $A = 92$  e  $V_{m\acute{a}x} = 50$  m/s. Consultando o gráfico (Figura 3) chegamos a um valor de  $K_v = 1,2$ .

### 4.1.3 Fator $K_s$

Utilizando o número de dentes inicial de 32, e consultando a tabela 5 o fator assume valor unitário;  $K_s = 1$ .

### 4.1.4 Fator $K_m$

Os fatores introduzidos na equação do tópico 2.1.4 têm o intuito de contabilizar várias das causas da distribuição desuniforme de carga, entretanto para o estudo realizado uma das hipóteses simplificadoras entra justamente em contrapartida a esse fator de correção pois acarreta uma distribuição de carga uniforme ao longo do dente da peça, assim, para o estudo de caso em análise  $K_m = 1$ .

### 4.1.5 Fator $K_b$

O fator  $K_b$  assume valor diferente de 1 apenas em casos onde a engrenagem possui aro fino, assim,  $K_b = 1$ .

### 4.1.6 Fator $Y_j$

Para o caso modelo o número de dentes é de 32, como não existe um segmento destinado exclusivamente ao caso em questão será utilizado o valor equivalente ao de uma engrenagem de 35 dentes. Para o número de dentes da engrenagem acoplante podemos usar a tabela 1 para estimar 14 dentes chegando a um valor de  $Y_j$  aproximado de 0,35.

## 4.2 Fatores ISO

### 4.2.1 Fator $Y_\beta$

Como a engrenagem de projeto não é helicoidal este fator irá assumir valor 1,  $Y_\beta = 1$ .

### 4.2.2 Fator $Y_B$

Assim como na norma AGMA esse fator só entra em questão quando a peça possui aro fino logo esse fator de correção assumirá valor 1,  $Y_B = 1$ .

### 4.2.3 Fator $Y_{DT}$

Para os fins do projeto estudado a classe de tolerância se encaixa na reta “a” logo  $Y_{DT} = 1$ .

#### 4.2.4 Fator $Y_S$

De acordo com a figura 10  $Y_S = 1,725$  (considerando o deslocamento de perfil zero).

#### 4.2.5 Fator $Y_F$

Assim como anteriormente o deslocamento de perfil será considerado zero fazendo assim com que  $Y_F=2,5$  (figura 11).

### 4.3 Fatores Limite de Fadiga

#### 4.3.1 Fator $K_a$

Retifica é um acabamento fino para engrenagens com superfície precisa e é um processo comumente utilizado em engrenagens de transmissão, assim para fins de projeto  $K_a=0,91$  segundo a tabela 8.

#### 4.3.2 Fator $K_b$

Usando o diâmetro equivalente para a seção transversal retangular como é mostrado na figura 13 e substituindo na equação do tópico 2.7.2 obtemos um valor de  $K_b=0,95$ .

#### 4.3.3 Fator $K_c$

De acordo com a tabela 9 e visto que o estudo realizado visa averiguar o efeito da flexão (como mencionado nas hipóteses no tópico 2)  $K_c= 1$ .

#### 4.3.4 Fator $K_d$

Temperatura não é um fator agravante no projeto em estudo, caixas de marcha são altamente lubrificadas e sua temperatura de trabalho não passa de 250°C, ponto a partir do qual a temperatura começaria a denegrir o limite de fadiga de acordo com a tabela 10 ( $K_d<1$ ). Para o caso em questão  $K_d=1$

#### 4.3.5 Fator $K_e$

De acordo com a tabela 11 para uma confiabilidade de 99%,  $K_e= 0,814$ .

## 5. Análise de resultados

### 5.1 Engrenagem modelo (M=5 mm)

Ao inserir os dados da engrenagem modelo na planilha o gráfico que mostra a vida em função da força tangencial foi plotado da forma que segue:

Tabela 13 Dados utilizados para gerar o gráfico de vida para módulo = 5 mm

Propriedades do material	Limite de tração	5,80E+08
	Limite de Fadiga	2,040739E+08
Fatores de limite de fadiga	Ka	0,91
	Kb	0,95
	Kc	1
	Kd	1
	Ke	0,814
Fatores AGMA	Ko	1,75
	Kv	1,2
	Ks	1
	Km	1
	Kb	1
	YJ	0,35
Fatores ISO	Yf	2,5
	Ys	1,725
	Ybeta	1
	Yb	1
Constantes de fadiga	b	11,75
	c	4,36E+103
Grandezas geométricas	modulo	0,005
	Largura da face	0,06
	Nº de dentes	32
	Diâmetro primitivo	0,16
	Altura do dente (h)	0,01125
Tensão de flexao	AGMA	1,40E+08
	ISO	2,11E+08
Sigma a equivalente	AGMA	7,96E+07
	ISO	1,29E+08
Força tangencial	7000	
Coeficiente de segurança	AGMA	1,46
	ISO	0,97
Vida útil	AGMA	6,36E+10
	ISO	2,15E+08

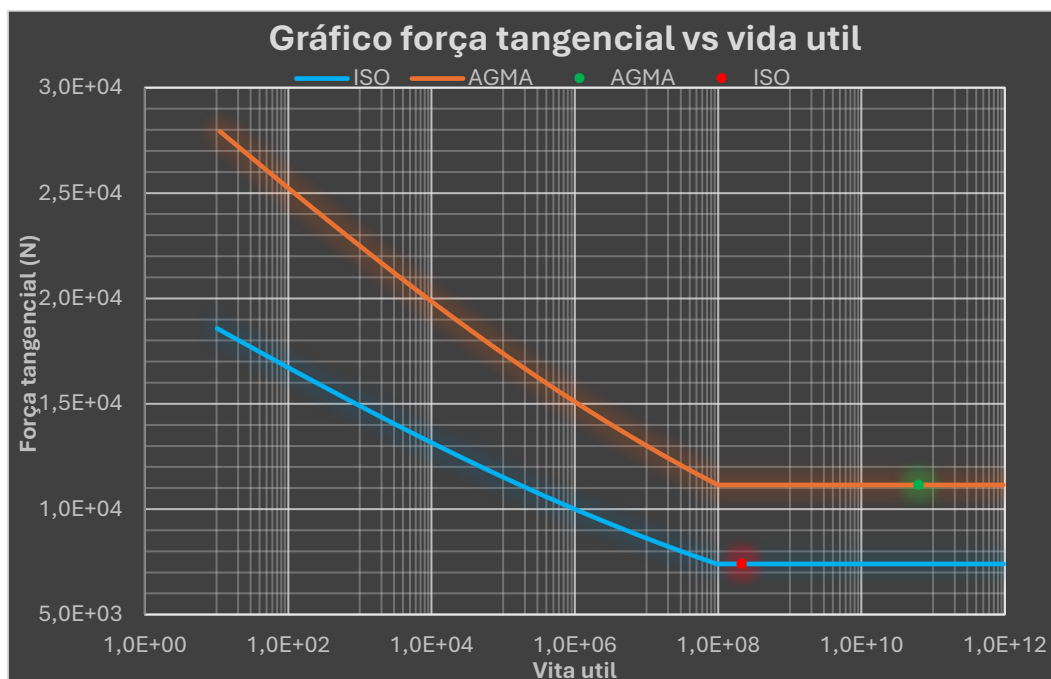
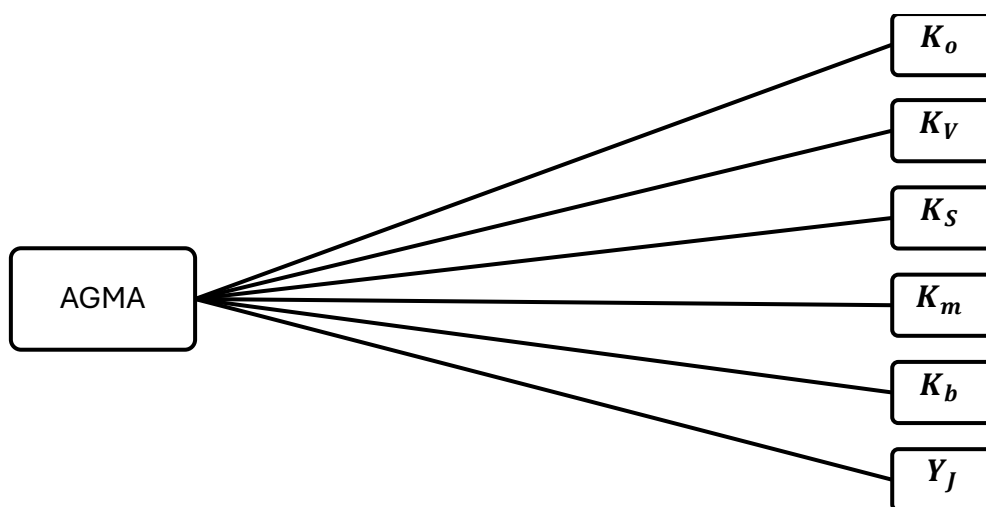
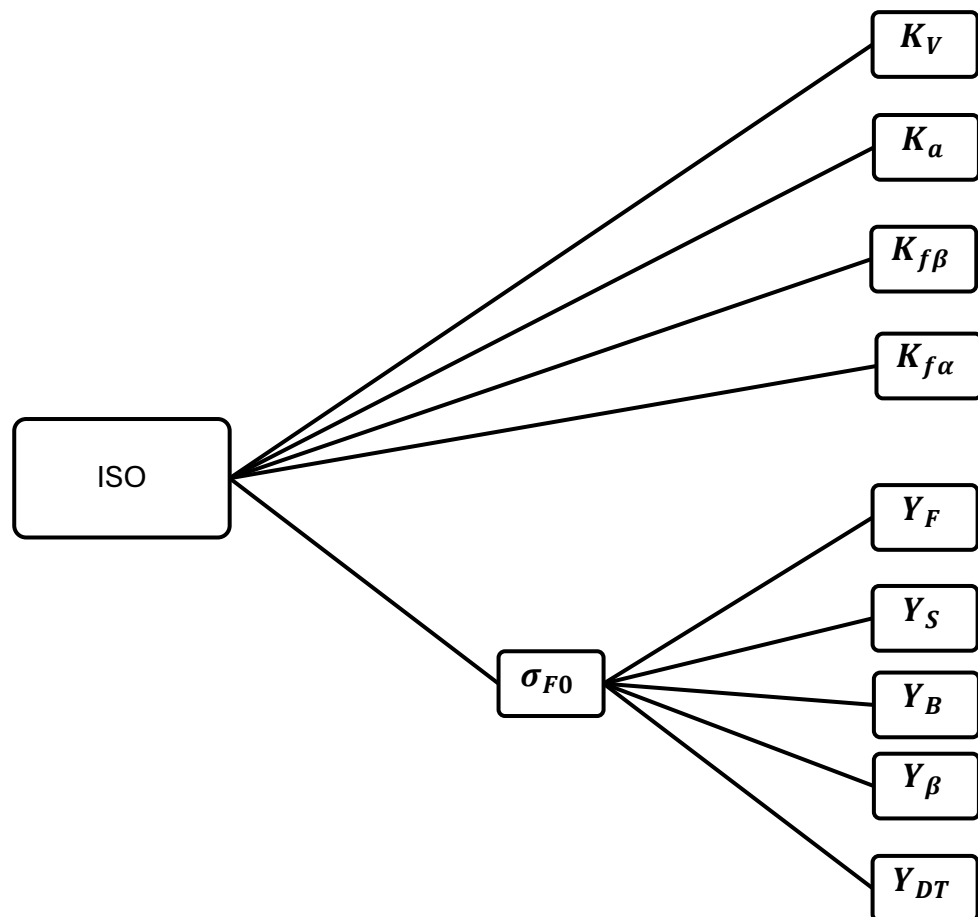


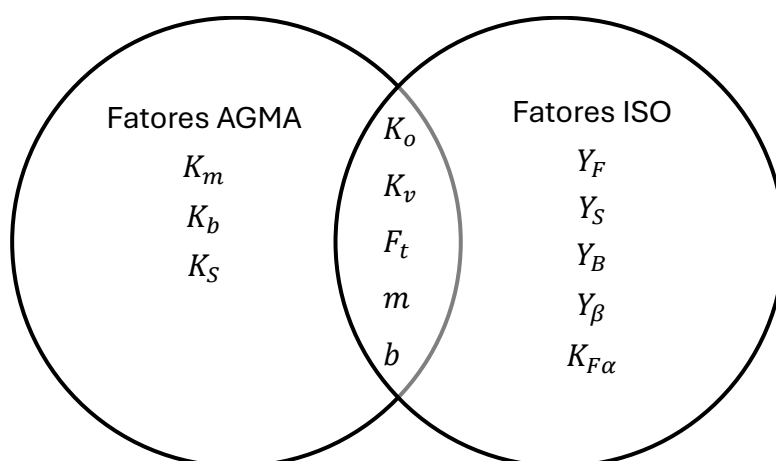
Figura 14 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com  $M = 5$  mm.

É possível notar que ambas as normas traçam cursos parecidos, mas não idênticos, o que leva ao questionamento de porque os resultados obtidos são diferentes. Ao comparar as equações de cada norma nota-se a presença de certas variáveis na norma ISO que não estão presentes na norma AGMA, como sugere a árvore de variáveis a seguir.





Apesar das variáveis não serem exatamente iguais as normas compartilham certas variáveis, o que torna suas contabilizações de certas agravantes de tensão igual, entretanto para a maioria dos fatores isso não se dá da mesma forma vide o diagrama venn que segue.



A partir do diagrama acima notamos que existem muitas variáveis presentes na ISO que não se encontram na norma agma, intuitivamente é esperado que exista uma grande diferença entre os resultados derivados da diferença de fatores corretivos,

mas é importante observar que as variáveis que estão assumem valor unitário devido a hipóteses simplificadoras não representam uma comparação real, uma vez que quando uma variável assume valor unitário de forma que não seja pelo julgamento nativo de sua metodologia de determinação seja ela através de análise de gráfico ou cálculo, seu efeito sobre a tensão não é mais sua versão “real”.

Possíveis motivos para a disparidade de resultados é o truncamento de fatores na norma agma o que cria imprecisões, os fatores corretivos são sensíveis pois agem adicionando um incremento percentual, assim pequenas mudanças podem levar a diferenças grandes de resultado. A AGMA é uma norma mais antiga, logo durante seu desenvolvimento os conhecimentos sobre a maneira que as tensões se alteravam de acordo com a geometria da peça e condições de trabalho não eram perfeitamente compreendidas, assim, para compensar diferenças de tensões que fugiam ao conhecimento dos engenheiros, foram adicionadas correções mais severas em outros fatores, criando as diferenças observadas.

## 5.2 Engrenagens de diferentes módulos (6 mm, 8 mm, 10 mm, 12 mm, 16 mm, 20 mm)

Plotando o mesmo gráfico para diferentes módulos padronizados é possível notar como ele se comporta com a variação dessa grandeza.

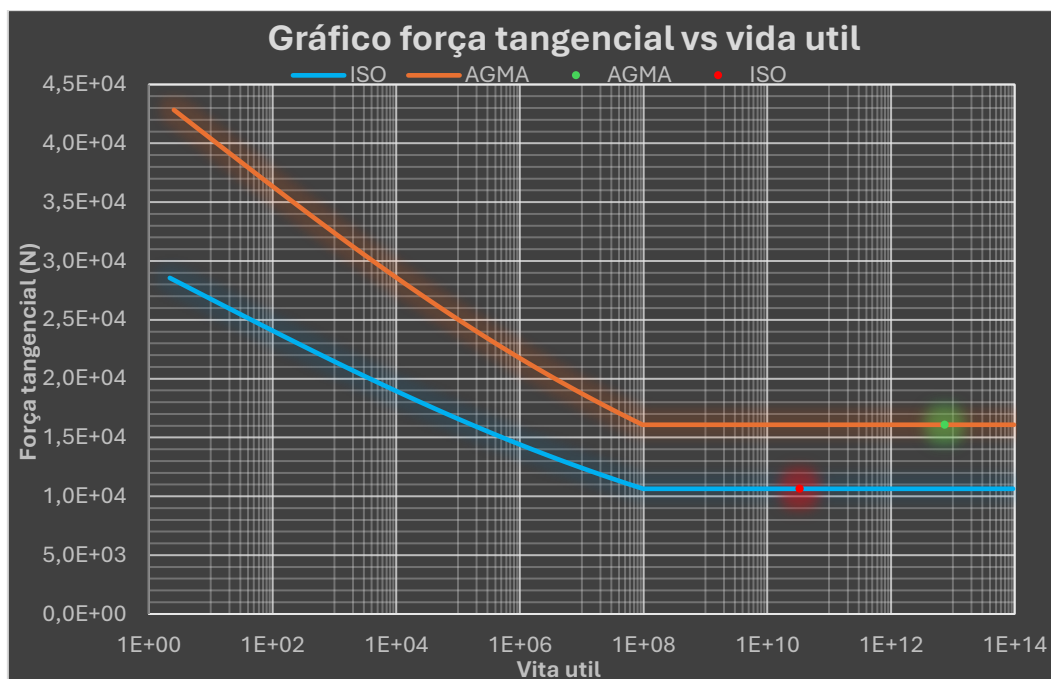


Figura 15 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com M = 6 mm.



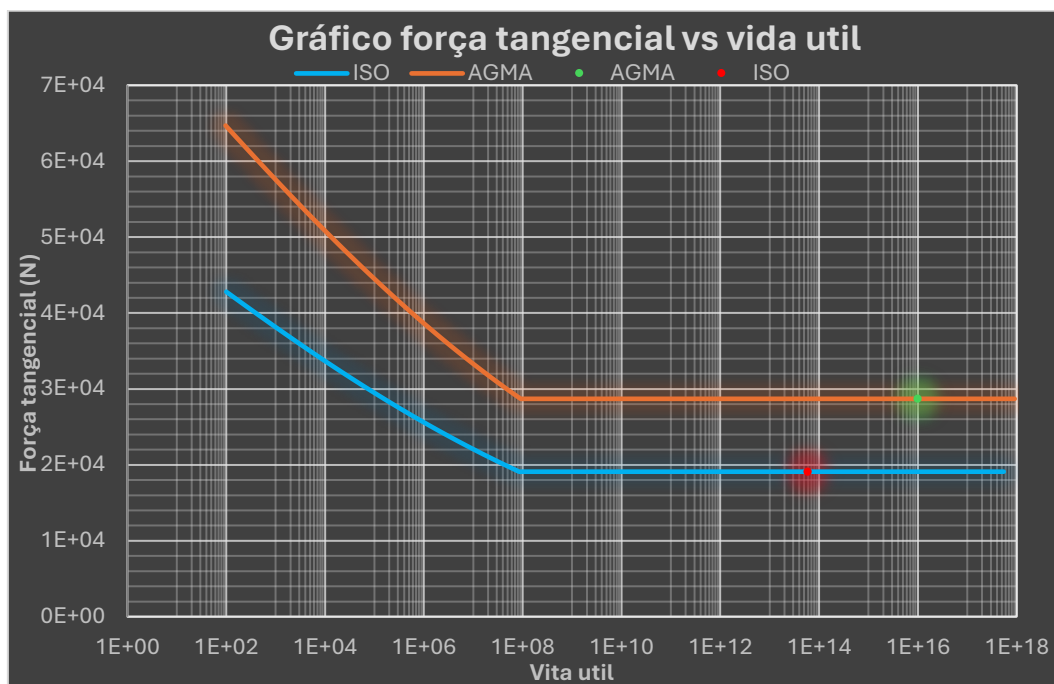


Figura 16 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com  $M = 8$  mm.

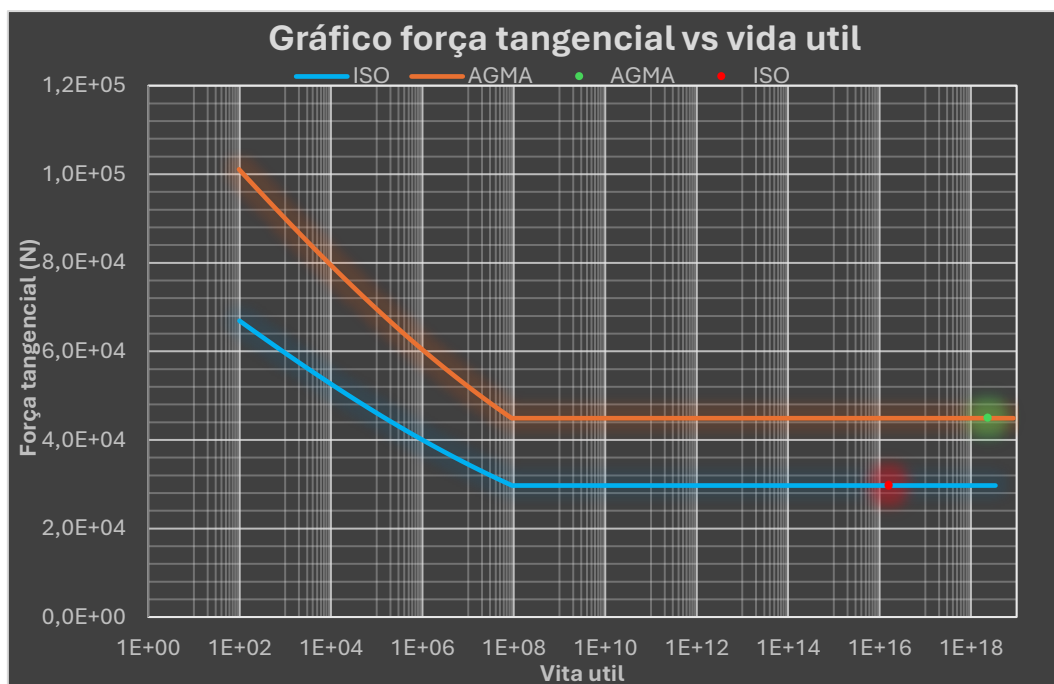


Figura 17 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com  $M = 10$  mm.

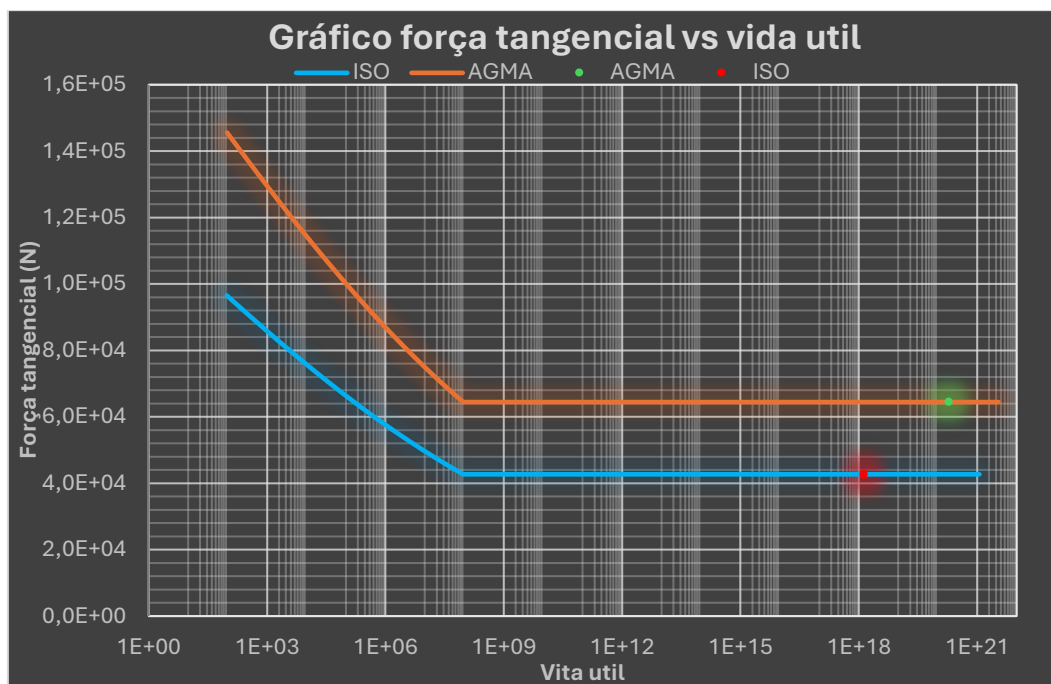


Figura 18 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com  $M = 12$  mm.

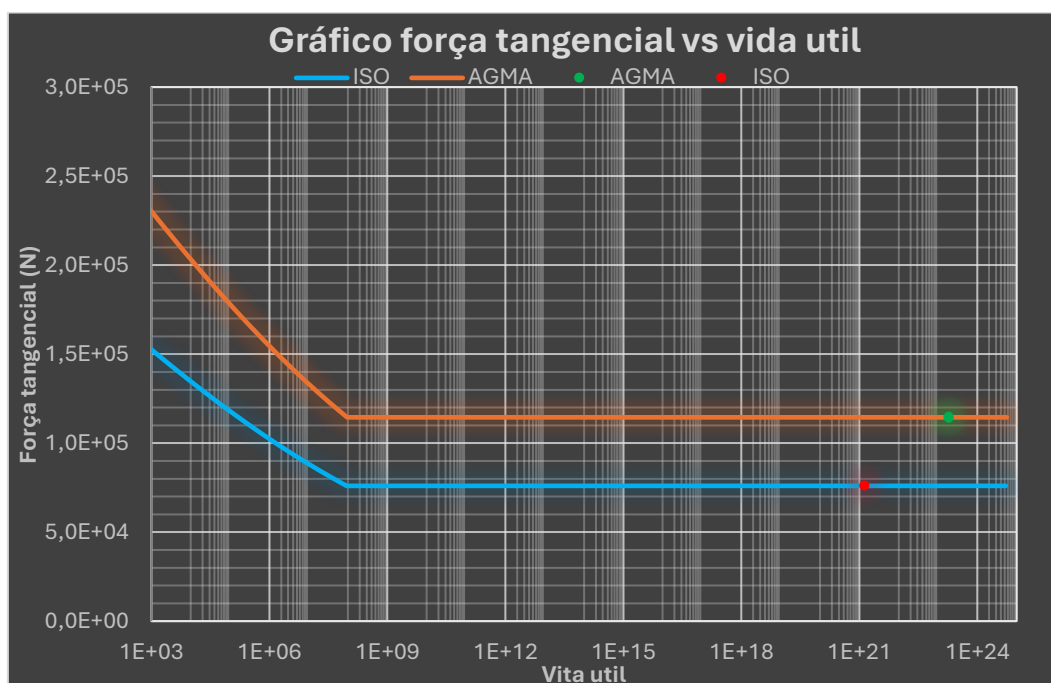


Figura 19 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com  $M = 16$  mm.

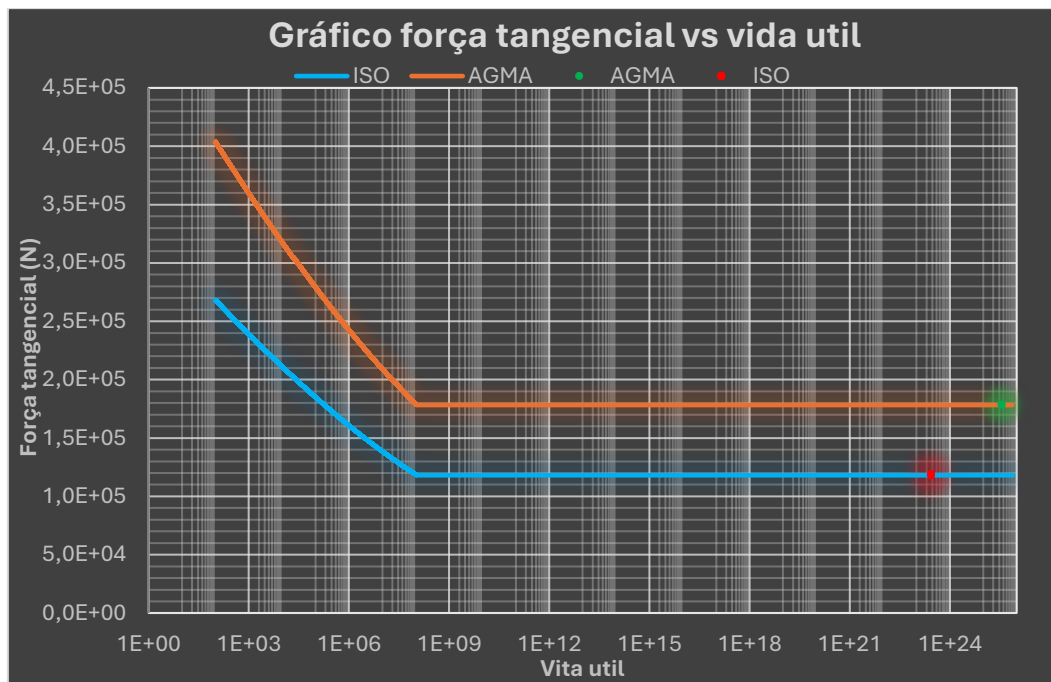


Figura 20 Gráfico Vida Útil x Força tangencial para engrenagem com  $M = 20$  mm.

Com as informações dos gráficos acima que retratam o comportamento da curva de vida da engrenagem com módulos gradativamente maiores torna-se claro o deslocamento da curva no sentido crescente dos ciclos de vida, o que é um comportamento esperado visto que com o aumento do módulo, há um incremento na quantidade de material disponível para resistir aos esforços aplicados, além desse deslocamento há uma aparente aproximação das curvas de vida, que na verdade é nada mais que a janela de intervalo exibida pelo gráfico sendo comprimida pelo EXCEL criando uma ilusão de que as curvas estão se aproximando a cada aumento de módulo, quando de fato a aproximação é derivada da diminuição da representatividade da diferença de vidas entre cada norma como consequência da compressão.

## 6. Conclusão

Neste trabalho, foram realizadas análises comparativas entre os métodos AGMA e ISO para o dimensionamento e verificação de engrenagens submetidas a tensões de flexão, com foco em resistência à fadiga. O uso de metodologias normatizadas tem o intuito principal de garantir a segurança de componentes mecânicos sem que seja necessário análises extensivas e complexas de mecânica de materiais, tanto AGMA quanto ISO são metodologias em constante atualização para garantir a otimização e eficiência dos componentes projetados, cada uma possui sua particularidade com a norma ISO sendo aparentemente mais detalhada e precisa, apesar de aparentemente haver uma maior coloquialidade no uso da AGMA. A principal característica do uso de normas no meio comercial é a garantia da intercambialidade e compatibilidade de diálogo mesmo através de grandes distancias e diferenças de costumes de engenharia. Partindo de uma perspectiva de engenharia ambas as normas são validas e podem tal como devem ser usadas para fins de projeto e fabricação, apesar da existência de diferenças, mas é importante entender de que forma as diretrizes de orientação de cada fator agravante atua e se organiza para que em casos específicos onde certos “problemas” são mais expressivos, seja possível selecionar a norma mais adequada para o tratamento do caso.

## 7. Referências

- AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASSOCIATION. *AGMA 2001*.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. *ISO 6336*.
- MATWEB MATERIAL PROPERTY DATA. AISI 8620H Alloy Steel Datasheet. Disponível em: <https://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=e0de2ed3ea6749619f7969e8d26a91fe>.
- SERRAMETAL. *Engrenagens de aço*. Disponível em: [https://serrametal.com.br/engrenagem-de-aco/#Engrenagem\\_Retas](https://serrametal.com.br/engrenagem-de-aco/#Engrenagem_Retas)
- SHEW-E STEEL PIPE. *A seleção material de aço de engrenagem*. Disponível em: <https://pt.shew-esteelpipe.com/news/the-material-selection-of-gear-steel-29302907.html>
- SPECIAL. *Tubos e Aço SAE 8620*. Disponível em: <https://www.specialtb.com.br/aco-SAE-8620.php>
- COMPRACO. *5 melhores materiais para engrenagens comparados*. Disponível em: <https://compraco.com.br/blogs/industria/5-melhores-materiais-para-engrenagens-comparados>
- THE ENGINEERING BLOG. *Gear design by AGMA theory*. Disponível em: <https://theengineeringblog.com/gear-design-by-agma-theory/>
- KIPEL, LUCAS RAITHS *Engenharia Mecânica – TCC*. UNIFACVEST, 2018. Disponível em: <https://www.unifacvest.edu.br/assets/uploads/files/arquivos/07d7b-tcc-lucas-raiths-kipel-eng.-mecanica-2018.pdf>
- LIRA NUÑEZ, D. et al. *Análise da resistência à flexão e ao crateramento de uma engrenagem cilíndrica....* ResearchGate, 2022. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/362162110\\_Analise\\_da\\_resistencia\\_a\\_flexao\\_e\\_ao\\_crateramento\\_de\\_uma\\_engrenagem\\_cilindrica\\_de\\_dentes retos\\_e\\_helicoidais\\_avaliacao\\_da\\_eficacia\\_da\\_norma\\_ANSIAGMA\\_2101-D04](https://www.researchgate.net/publication/362162110_Analise_da_resistencia_a_flexao_e_ao_crateramento_de_uma_engrenagem_cilindrica_de_dentes retos_e_helicoidais_avaliacao_da_eficacia_da_norma_ANSIAGMA_2101-D04)

- JINGGONG GEAR – *Quais são os materiais usados para fazer engrenagens.*  
Disponível em:  
<https://pt.jinggonggear.com/info/what-are-the-materials-used-to-make-gears-77785968.html>
- SCRIBD. *Aços ideias para engrenagens e eixos.* Disponível em:  
<https://pt.scribd.com/document/206944475/Quais-os-acos-mais-indicados-para-a-fabricacao-de-engrenagens>
- *Fundamentos Para o Projeto de Componentes de Máquinas.* UNIP.  
Disponível em:  
[https://adm.online.unip.br/img\\_ead\\_dp/35113.PDF](https://adm.online.unip.br/img_ead_dp/35113.PDF)
- MONTEIRO, LUCAS. *Tensões em engrenagens retas e helicoidais.*  
Disponível em:  
[https://www.academia.edu/30145680/Tens%C3%B5es\\_em\\_engrenagens\\_retas\\_e\\_helicoidais](https://www.academia.edu/30145680/Tens%C3%B5es_em_engrenagens_retas_e_helicoidais)
- PESCADOR, Alexandre. *Projetos de engrenagens.* UFPR. Disponível em:  
<http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM129/Prof.%20Pescador/projetos%20-%20engrenagens.pdf>
- Oliveira, Alessandro. *Cálculo e Dimensionamento de Engrenagens SAE 1050.* Disponível em:  
<https://pt.scribd.com/doc/188051248/Projeto-de-Engrenagens>
- AUTODESK. *Inventor 2024 – Documentação técnica.* Disponível em:  
<https://help.autodesk.com/view/INVENTOR/2024/ENU/?guid=GUID-F287879C-3787-40A8-A01B-F980F6E16F85>
- OLIVEIRA, R. F. S. Universidade do porto, faculdade de Engenharia.  
Disponível em:  
<https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/122053/2/348526.pdf>
- LIRA NUÑEZ, D. et al. *Análise da resistência à flexão e ao crateramento de engrenagens....* Disponível em:  
[https://www.researchgate.net/profile/David-Lira-Nunez/publication/362162110\\_Analise\\_da\\_resistencia\\_a\\_flexao\\_e\\_ao\\_crateramento\\_de\\_uma\\_engrenagem\\_cilindrica\\_de\\_dentes\\_retos\\_e\\_helicoidais\\_avaliacao\\_da\\_eficacia\\_da\\_norma\\_ANSIAGMA\\_2101-](https://www.researchgate.net/profile/David-Lira-Nunez/publication/362162110_Analise_da_resistencia_a_flexao_e_ao_crateramento_de_uma_engrenagem_cilindrica_de_dentes_retos_e_helicoidais_avaliacao_da_eficacia_da_norma_ANSIAGMA_2101-)

- [D04/links/62f2ae24505511283ea227b8/Analise-da-resistencia-a-flexao-e-ao-crateramento-de-uma-engrenagem-cilindrica-de-dentes-retos-e-helicoidais-avaliacao-da-eficacia-da-norma-ANSI-AGMA-2101-D04.pdf](https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/10464/1/CT_DAMEC_2017_1s_35.pdf)
- SCHUTZER, K. *Dissertação de Mestrado*. USP, 1988. Disponível em: [https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18135/tde-09122024-125829/publico/Schutzer\\_Klaus\\_ME.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18135/tde-09122024-125829/publico/Schutzer_Klaus_ME.pdf)
  - UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. *Trabalho acadêmico de Engenharia Mecânica*. Disponível em: [https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/10464/1/CT\\_DAMEC\\_2017\\_1s\\_35.pdf](https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/10464/1/CT_DAMEC_2017_1s_35.pdf)
  - EUROAKTION. *Fórmulas para cálculos de engrenagens*. Disponível em: <http://euroaktion.com.br/F%C3%B3rmulas%20para%20C%C3%A1lculos%20de%20Engrenagens.pdf>
  - AUTODESK. *Product Design Suite 2018 – Documentação técnica*. Disponível em: <https://help.autodesk.com/view/PDS/2018/PTB/?guid=GUID-B6399077-ED58-4268-BA70-D4BD6196BB36>
  - GUIA DE CÁLCULOS DE FADIGA E EIXOS. Universidade Positivo. Disponível em: [Guia de Calculos de Fadiga e Eixos | PDF | Flexão \(Física\) | Estresse \(Mecânica\)](#)
  - SCRIBD. *ISO 6336-3:2019*. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/699284921/ISO-6336-3-2019>
  - SCRIBD. *DS ISO 6336-30 – Example*. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/598413503/DS-ISO-6336-30-Example>
  - SUAZA, CARLOS ANDRÉS MIRANDA. Universidade nacional de colômbia, departamento de engenharia mecânica e mecatrônica, Requisito parcial de mestrado, 2019. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/471469585/norma-en-maquinas-3-Trabajo-final-de-maestria-80225196-2019>
  - [http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TMEC026/Prof\\_Wang\\_Chong/Parte%20de%20fadiga%20Shigley%20Elementos%20de%20Maquinas%20-Livro.pdf](http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TMEC026/Prof_Wang_Chong/Parte%20de%20fadiga%20Shigley%20Elementos%20de%20Maquinas%20-Livro.pdf)

- SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. *Elementos de Máquinas*. 9. ed. Disponível em:  
<https://pt.scribd.com/document/558947613/Diseno-en-Ingenieria-Mecanica-de-Shigley-9na-Edicion>
- ACOST REFITA. *Aço 8620*. Disponível em:  
<https://acostrefita.com.br/acos/8620/>
- ALLOYS INTERNATIONAL. *8620 Alloy Steel*. Disponível em:  
<https://alloysintl.com/pt/inventory/alloys-steels-supplier/8620-2/>



## 8. Trecho da planilha com as primeiras 200 linhas de cálculo da vida para uma série de forças tangenciais

			Sigma equivalente		Vida Util	
Valores de Ft	ISO	AGMA	ISO	AGMA	ISO	AGMA
1	30188	20000	15094	10000	3,45531E+54	4,35912E+56
2	60375	40000	30189	20001	1,00289E+51	1,26534E+53
3	90563	60000	45285	30002	8,55159E+48	1,07907E+51
4	120750	80000	60381	40003	2,90994E+47	3,67223E+49
5	150938	100000	75479	50004	2,11377E+46	2,66777E+48
6	181125	120000	90577	60006	2,48054E+45	3,13099E+47
7	211313	140000	105676	70008	4,05311E+44	5,11645E+46
8	241500	160000	120775	80011	8,43821E+43	1,06531E+46
9	271688	180000	135876	90014	2,11385E+43	2,66898E+45
10	301875	200000	150977	100017	6,12762E+42	7,73761E+44
11	332063	220000	166079	110021	1,99892E+42	2,52438E+44
12	362250	240000	181182	120025	7,18864E+41	9,07927E+43
13	392438	260000	196285	130029	2,80581E+41	3,54412E+43
14	422625	280000	211390	140034	1,17424E+41	1,48337E+43
15	452813	300000	226495	150039	5,21862E+40	6,59317E+42
16	483000	320000	241601	160044	2,44391E+40	3,08794E+42
17	513188	340000	256707	170050	1,19836E+40	1,51431E+42
18	543375	360000	271815	180056	6,12036E+39	7,73483E+41
19	573563	380000	286923	190062	3,24147E+39	4,09694E+41
20	603750	400000	302032	200069	1,77362E+39	2,24194E+41
21	633938	420000	317142	210076	9,99433E+38	1,26346E+41
22	664125	440000	332253	220083	5,78404E+38	7,31281E+40
23	694313	460000	347364	230091	3,42975E+38	4,33671E+40
24	724500	480000	362476	240099	2,07946E+38	2,62962E+40
25	754688	500000	377589	250108	1,28678E+38	1,62739E+40
26	784875	520000	392703	260117	8,11389E+37	1,02627E+40
27	815063	540000	407818	270126	5,20606E+37	6,58546E+39
28	845250	560000	422933	280135	3,39464E+37	4,29453E+39
29	875438	580000	438049	290145	2,24694E+37	2,84288E+39
30	905625	600000	453166	300155	1,5082E+37	1,90841E+39
31	935813	620000	468284	310166	1,02566E+37	1,29795E+39
32	966000	640000	483403	320177	7,06084E+36	8,93631E+38
33	996188	660000	498522	330188	4,91696E+36	6,22363E+38
34	1026375	680000	513642	340199	3,46119E+36	4,38144E+38
35	1056563	700000	528763	350211	2,46133E+36	3,11607E+38
36	1086750	720000	543885	360224	1,76719E+36	2,2375E+38
37	1116938	740000	559007	370236	1,28037E+36	1,62129E+38
38	1147125	760000	574130	380249	9,35651E+35	1,18491E+38
39	1177313	780000	589254	390262	6,89333E+35	8,73062E+37
40	1207500	800000	604379	400276	5,118E+35	6,48278E+37
41	1237688	820000	619505	410290	3,82791E+35	4,84917E+37

42	1267875	840000	634631	420304	2,8831E+35	3,65267E+37
43	1298063	860000	649758	430319	2,18601E+35	2,76979E+37
44	1328250	880000	664886	440334	1,66803E+35	2,11371E+37
45	1358438	900000	680015	450349	1,28054E+35	1,62285E+37
46	1388625	920000	695145	460365	9,88788E+34	1,25324E+37
47	1418813	940000	710275	470381	7,67759E+34	9,73195E+36
48	1449000	960000	725406	480398	5,99318E+34	7,59761E+36
49	1479188	980000	740538	490414	4,70224E+34	5,96169E+36
50	1509375	1000000	755671	500431	3,70747E+34	4,70097E+36
51	1539563	1020000	770804	510449	2,93693E+34	3,72433E+36
52	1569750	1040000	785939	520467	2,33706E+34	2,96394E+36
53	1599938	1060000	801074	530485	1,86782E+34	2,36908E+36
54	1630125	1080000	816210	540503	1,49905E+34	1,90154E+36
55	1660313	1100000	831346	550522	1,20795E+34	1,53244E+36
56	1690500	1120000	846484	560541	9,77166E+33	1,23979E+36
57	1720688	1140000	861622	570561	7,93442E+33	1,00679E+36
58	1750875	1160000	876761	580581	6,46596E+33	8,20544E+35
59	1781063	1180000	891901	590601	5,28771E+33	6,71092E+35
60	1811250	1200000	907041	600621	4,33879E+33	5,50716E+35
61	1841438	1220000	922183	610642	3,5718E+33	4,5341E+35
62	1871625	1240000	937325	620663	2,9497E+33	3,74478E+35
63	1901813	1260000	952468	630685	2,4434E+33	3,10234E+35
64	1932000	1280000	967612	640707	2,03001E+33	2,57773E+35
65	1962188	1300000	982756	650729	1,69141E+33	2,14799E+35
66	1992375	1320000	997901	660752	1,41321E+33	1,79488E+35
67	2022563	1340000	1013048	670775	1,18396E+33	1,50387E+35
68	2052750	1360000	1028195	680798	9,94494E+32	1,26334E+35
69	2082938	1380000	1043342	690822	8,37475E+32	1,06398E+35
70	2113125	1400000	1058491	700846	7,06991E+32	8,98301E+34
71	2143313	1420000	1073640	710870	5,9827E+32	7,60239E+34
72	2173500	1440000	1088790	720895	5,07449E+32	6,44898E+34
73	2203688	1460000	1103941	730920	4,31393E+32	5,48297E+34
74	2233875	1480000	1119093	740945	3,67545E+32	4,67196E+34
75	2264063	1500000	1134245	750971	3,1382E+32	3,98946E+34
76	2294250	1520000	1149398	760997	2,68508E+32	3,41378E+34
77	2324438	1540000	1164552	771024	2,30207E+32	2,92713E+34
78	2354625	1560000	1179707	781050	1,97761E+32	2,51482E+34
79	2384813	1580000	1194863	791078	1,70216E+32	2,16478E+34
80	2415000	1600000	1210019	801105	1,46784E+32	1,86696E+34
81	2445188	1620000	1225176	811133	1,2681E+32	1,61308E+34
82	2475375	1640000	1240334	821161	1,0975E+32	1,39622E+34
83	2505563	1660000	1255493	831189	9,51521E+31	1,21063E+34
84	2535750	1680000	1270653	841218	8,26363E+31	1,0515E+34
85	2565938	1700000	1285813	851248	7,18865E+31	9,14808E+33
86	2596125	1720000	1300974	861277	6,26368E+31	7,97182E+33
87	2626313	1740000	1316136	871307	5,46641E+31	6,95785E+33

88	2656500	1760000	1331299	881337	4,77803E+31	6,08229E+33
89	2686688	1780000	1346462	891368	4,18268E+31	5,32497E+33
90	2716875	1800000	1361627	901399	3,66695E+31	4,66888E+33
91	2747063	1820000	1376792	911430	3,21947E+31	4,09956E+33
92	2777250	1840000	1391958	921462	2,83062E+31	3,60478E+33
93	2807438	1860000	1407124	931494	2,49218E+31	3,17412E+33
94	2837625	1880000	1422292	941526	2,1972E+31	2,79871E+33
95	2867813	1900000	1437460	951559	1,93971E+31	2,47098E+33
96	2898000	1920000	1452629	961592	1,71462E+31	2,18447E+33
97	2928188	1940000	1467799	971625	1,51759E+31	1,93365E+33
98	2958375	1960000	1482970	981659	1,34488E+31	1,71376E+33
99	2988563	1980000	1498141	991693	1,19328E+31	1,52074E+33
100	3018750	2000000	1513313	1001727	1,06004E+31	1,35108E+33
101	3048938	2020000	1528486	1011762	9,42787E+30	1,20176E+33
102	3079125	2040000	1543660	1021797	8,39469E+30	1,07017E+33
103	3109313	2060000	1558835	1031832	7,48318E+30	9,54067E+32
104	3139500	2080000	1574010	1041868	6,67803E+30	8,51503E+32
105	3169688	2100000	1589186	1051904	5,96599E+30	7,60792E+32
106	3199875	2120000	1604363	1061941	5,33556E+30	6,80468E+32
107	3230063	2140000	1619541	1071978	4,77674E+30	6,09262E+32
108	3260250	2160000	1634719	1082015	4,28083E+30	5,46068E+32
109	3290438	2180000	1649899	1092052	3,84028E+30	4,89921E+32
110	3320625	2200000	1665079	1102090	3,44848E+30	4,39982E+32
111	3350813	2220000	1680260	1112128	3,09965E+30	3,95518E+32
112	3381000	2240000	1695442	1122167	2,78877E+30	3,55886E+32
113	3411188	2260000	1710624	1132206	2,51142E+30	3,20526E+32
114	3441375	2280000	1725807	1142245	2,26374E+30	2,88945E+32
115	3471563	2300000	1740992	1152285	2,04233E+30	2,60711E+32
116	3501750	2320000	1756176	1162325	1,84421E+30	2,35445E+32
117	3531938	2340000	1771362	1172365	1,66677E+30	2,12813E+32
118	3562125	2360000	1786549	1182406	1,50769E+30	1,92522E+32
119	3592313	2380000	1801736	1192447	1,36495E+30	1,74313E+32
120	3622500	2400000	1816924	1202488	1,23674E+30	1,57957E+32
121	3652688	2420000	1832113	1212530	1,1215E+30	1,43252E+32
122	3682875	2440000	1847302	1222572	1,01781E+30	1,30021E+32
123	3713063	2460000	1862493	1232614	9,24431E+29	1,18105E+32
124	3743250	2480000	1877684	1242657	8,40275E+29	1,07364E+32
125	3773438	2500000	1892876	1252700	7,64364E+29	9,76752E+31
126	3803625	2520000	1908069	1262743	6,95835E+29	8,89272E+31
127	3833813	2540000	1923263	1272787	6,33918E+29	8,10227E+31
128	3864000	2560000	1938457	1282831	5,77931E+29	7,38746E+31
129	3894188	2580000	1953652	1292876	5,27268E+29	6,74055E+31
130	3924375	2600000	1968848	1302920	4,81385E+29	6,15462E+31
131	3954563	2620000	1984045	1312965	4,39801E+29	5,62354E+31
132	3984750	2640000	1999243	1323011	4,02084E+29	5,14181E+31
133	4014938	2660000	2014441	1333057	3,6785E+29	4,70451E+31

134	4045125	2680000	2029640	1343103	3,36754E+29	4,30727E+31
135	4075313	2700000	2044840	1353150	3,08488E+29	3,94615E+31
136	4105500	2720000	2060041	1363196	2,82778E+29	3,61763E+31
137	4135688	2740000	2075243	1373244	2,59375E+29	3,31858E+31
138	4165875	2760000	2090445	1383291	2,38057E+29	3,04615E+31
139	4196063	2780000	2105648	1393339	2,18627E+29	2,79781E+31
140	4226250	2800000	2120852	1403387	2,00905E+29	2,57128E+31
141	4256438	2820000	2136057	1413436	1,8473E+29	2,36451E+31
142	4286625	2840000	2151262	1423485	1,69957E+29	2,17565E+31
143	4316813	2860000	2166469	1433534	1,56457E+29	2,00305E+31
144	4347000	2880000	2181676	1443584	1,44113E+29	1,84519E+31
145	4377188	2900000	2196884	1453634	1,32817E+29	1,70074E+31
146	4407375	2920000	2212092	1463684	1,22475E+29	1,56848E+31
147	4437563	2940000	2227302	1473735	1,13001E+29	1,4473E+31
148	4467750	2960000	2242512	1483786	1,04316E+29	1,33621E+31
149	4497938	2980000	2257723	1493838	9,63509E+28	1,2343E+31
150	4528125	3000000	2272935	1503889	8,90408E+28	1,14077E+31
151	4558313	3020000	2288148	1513941	8,23282E+28	1,05488E+31
152	4588500	3040000	2303361	1523994	7,6161E+28	9,75963E+30
153	4618688	3060000	2318575	1534047	7,04915E+28	9,03406E+30
154	4648875	3080000	2333791	1544100	6,52769E+28	8,36663E+30
155	4679063	3100000	2349006	1554153	6,0478E+28	7,75235E+30
156	4709250	3120000	2364223	1564207	5,60592E+28	7,18669E+30
157	4739438	3140000	2379440	1574261	5,19885E+28	6,66551E+30
158	4769625	3160000	2394659	1584316	4,82363E+28	6,18508E+30
159	4799813	3180000	2409878	1594371	4,4776E+28	5,74198E+30
160	4830000	3200000	2425098	1604426	4,15832E+28	5,3331E+30
161	4860188	3220000	2440318	1614482	3,86359E+28	4,95562E+30
162	4890375	3240000	2455540	1624538	3,59137E+28	4,60693E+30
163	4920563	3260000	2470762	1634594	3,33982E+28	4,2847E+30
164	4950750	3280000	2485985	1644650	3,10727E+28	3,98678E+30
165	4980938	3300000	2501209	1654707	2,89218E+28	3,71118E+30
166	5011125	3320000	2516433	1664765	2,69313E+28	3,45613E+30
167	5041313	3340000	2531659	1674822	2,50886E+28	3,21998E+30
168	5071500	3360000	2546885	1684880	2,33817E+28	3,00123E+30
169	5101688	3380000	2562112	1694939	2,18001E+28	2,79851E+30
170	5131875	3400000	2577340	1704997	2,03338E+28	2,61055E+30
171	5162063	3420000	2592568	1715056	1,89739E+28	2,43621E+30
172	5192250	3440000	2607798	1725116	1,7712E+28	2,27443E+30
173	5222438	3460000	2623028	1735176	1,65406E+28	2,12423E+30
174	5252625	3480000	2638259	1745236	1,54528E+28	1,98473E+30
175	5282813	3500000	2653491	1755296	1,44421E+28	1,85511E+30
176	5313000	3520000	2668723	1765357	1,35027E+28	1,73462E+30
177	5343188	3540000	2683957	1775418	1,26292E+28	1,62257E+30
178	5373375	3560000	2699191	1785480	1,18166E+28	1,51833E+30
179	5403563	3580000	2714426	1795541	1,10604E+28	1,42131E+30

180	5433750	3600000	2729661	1805604	1,03564E+28	1,33098E+30
181	5463938	3620000	2744898	1815666	9,70071E+27	1,24685E+30
182	5494125	3640000	2760135	1825729	9,0898E+27	1,16845E+30
183	5524313	3660000	2775374	1835792	8,52039E+27	1,09537E+30
184	5554500	3680000	2790612	1845856	7,98945E+27	1,02722E+30
185	5584688	3700000	2805852	1855920	7,4942E+27	9,63643E+29
186	5614875	3720000	2821093	1865984	7,03206E+27	9,04312E+29
187	5645063	3740000	2836334	1876049	6,60066E+27	8,48923E+29
188	5675250	3760000	2851576	1886114	6,19781E+27	7,97194E+29
189	5705438	3780000	2866819	1896179	5,82147E+27	7,48867E+29
190	5735625	3800000	2882063	1906245	5,46979E+27	7,037E+29
191	5765813	3820000	2897307	1916311	5,14103E+27	6,61473E+29
192	5796000	3840000	2912553	1926377	4,83359E+27	6,2198E+29
193	5826188	3860000	2927799	1936444	4,54597E+27	5,85032E+29
194	5856375	3880000	2943046	1946511	4,27683E+27	5,50451E+29
195	5886563	3900000	2958293	1956578	4,02487E+27	5,18077E+29
196	5916750	3920000	2973542	1966646	3,78893E+27	4,87758E+29
197	5946938	3940000	2988791	1976714	3,56791E+27	4,59353E+29
198	5977125	3960000	3004041	1986782	3,36079E+27	4,32733E+29