

Projeto de Graduação



DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA
ELÉTRICA

5 de Dezembro de 2025

**Metodologia Integrada DEA-Malmquist para
Avaliação de Eficiência e Produtividade
Industrial**

Antônio Quartin Baptista Migliora



www.ele.puc-rio.br



Projeto de Graduação



Metodologia Integrada DEA-Malmquist para Avaliação de Eficiência e Produtividade Industrial

Aluno: Antônio Quartin Baptista Migliora

Orientador: Rodrigo Flora Calili (PUC-Rio)

Coorientador: José Francisco Moreira Pessanha (UERJ)

Trabalho apresentado com requisito parcial à conclusão do curso de Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço à minha família pelo apoio incondicional durante toda esta jornada. Em particular, ao meu pai e minha mãe, por terem sempre acreditado em meus objetivos e me incentivado a buscar a excelência. Agradeço também aos meus avós, primos e tios, que compreenderam minha dedicação e me encorajaram nessa jornada.

Ao Professor Rodrigo Flora Calili, meu orientador, agradeço pela dedicação, paciência e pela confiança ao longo de todo este trabalho. Suas sugestões valiosas e disponibilidade foram fundamentais para o desenvolvimento e aprimoramento desta pesquisa.

Ao Professor José Francisco Pessanha, meu coorientador, agradeço pelos ensinamentos, pela disponibilidade para discutir ideias e pela contribuição para a qualidade final deste trabalho.

Agradeço também aos professores e colegas da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro que, direta ou indiretamente, contribuíram para minha formação durante o curso de Engenharia Elétrica, oferecendo ambientes estimulantes para aprendizado e trocas de conhecimento.

Por fim, agradeço à PUC-Rio pela infraestrutura e pelos recursos disponibilizados, que foram essenciais para a realização desta pesquisa.

Resumo

Este Trabalho de Conclusão de Curso aborda a avaliação de eficiência energética e produtividade industrial através de uma metodologia integrada que combina a Análise Envoltória de Dados (DEA-SBM) com o Índice de Malmquist. O trabalho busca validar a aplicabilidade prática desta abordagem metodológica como ferramenta de análise integrada de desempenho industrial, capaz de fornecer tanto medidas de eficiência estática quanto dinâmica. A aplicação foi realizada em um caso de estudo de uma indústria de plásticos, permitindo identificar unidades produtivas *benchmark* e decompor as mudanças de produtividade em componentes de eficiência técnica e progresso tecnológico, demonstrando a robustez e flexibilidade da metodologia para contextos industriais reais.

Palavras-chave: Eficiência Energética, Data Envelopment Analysis (DEA), Índice de Malmquist, Produtividade Industrial, Benchmarking, Otimização de Processos.

Integrated DEA–Malmquist Methodology for the Evaluation of Industrial Efficiency and Productivity

Abstract

This Bachelor's Thesis addresses the assessment of industrial energy efficiency and productivity through an integrated methodology that combines Data Envelopment Analysis (DEA-SBM) with the Malmquist Productivity Index. The work seeks to validate the practical applicability of this methodological approach as a tool for analyzing industrial performance, capable of providing both static and dynamic efficiency measures. The application was conducted on a case study in a plastic industry, allowing for the identification of operational benchmarks and decomposition of productivity changes into components of technical efficiency and technological progress, demonstrating the robustness of the methodology for real industrial contexts.

Keywords: Energy Efficiency, Data Envelopment Analysis (DEA), Malmquist Index, Industrial Productivity, Benchmarking, Process Optimization.

1.	Introdução.....	7
2.	Referencial Teórico.....	9
2.1.	Eficiência Energética na indústria.....	9
2.2.	Modelos para avaliação do desempenho energético das indústrias.....	10
2.3.	Variáveis utilizadas para avaliar desempenho energético das indústrias.....	12
3.	Modelagem para análise de eficiência energética e produtiva.....	16
3.1.	Visão Geral do Modelo Proposto.....	16
3.2.	Fases do procedimento metodológico.....	18
3.2.1.	Fase 1: Coleta de Dados.....	18
3.2.2.	Fase 2: Análise DEA Temporal.....	18
3.2.3.	Fase 3: Índice de Malmquist.....	20
3.2.4.	Fase 4: Resultados e Interpretação.....	22
4.	Aplicabilidade da metodologia proposta nas indústrias.....	23
4.1.	Adaptabilidade metodológica para análise setorial de eficiência.....	23
4.2.	Dados industriais para aplicação da metodologia.....	24
4.3.	Aplicação da metodologia DEA-SBM com Índice de Malmquist.....	27
4.4.	Apresentação e Análise de Resultados.....	28
5.	Conclusões.....	33
6.	Bibliografia.....	35

1. Introdução

O setor industrial responde por parcela expressiva do consumo global de energia e, em muitos segmentos, exibe amplas margens para ganhos de desempenho. Na siderurgia chinesa, por exemplo, identificou-se um desperdício energético de 38,9% entre 2001 e 2008, indicando que as plantas poderiam manter o mesmo nível de produção utilizando significativamente menos energia (He et al., 2013). Na indústria sueca de celulose e papel, as fábricas analisadas poderiam economizar anualmente 1 TWh de eletricidade, sendo três vezes superior às economias declaradas voluntariamente pelas empresas (Blomberg; Henriksson; Lundmark, 2012). Mesmo em economias avançadas, a expansão da atividade industrial pressiona o uso de energia: em quinze ramos industriais canadenses, o crescimento de atividade sozinho aumentou em 97,86% o consumo de energia no período analisado (Olanrewaju; Jimoh; Kholopane, 2012). Esses indicadores revelam que avançar simultaneamente em eficiência energética e produtiva é crucial para equilibrar expansão industrial e metas de sustentabilidade, motivando as discussões que se seguem.

Sendo assim, a crescente preocupação com a sustentabilidade ambiental e a competitividade industrial tem direcionado o foco acadêmico e empresarial para a compreensão e mensuração da eficiência energética e produtiva nos setores industriais. A eficiência energética representa um indicador fundamental para avaliar o desempenho ambiental e econômico das organizações (Boyd; Pang, 2001), enquanto a eficiência produtiva mede a capacidade de conversão de insumos em produtos com o mínimo desperdício de recursos (Takayabu et al., 2019). Estudos pioneiros como o de Boyd e Pang (2001) demonstraram a existência de uma relação estatisticamente significativa entre produtividade e eficiência energética, evidenciando que as diferenças de produtividade entre plantas industriais podem explicar variações na intensidade energética. Essa interconexão entre eficiência energética e produtiva torna-se ainda mais relevante quando considerados os desafios contemporâneos de redução de emissões de gases de efeito estufa e otimização de processos industriais, como evidenciado por Wu et al. (2012) na análise da eficiência energética na indústria chinesa considerando as emissões de CO₂.

Aprofundando o conceito de eficiência energética, tem-se que ela pode ser compreendida como a medida da capacidade de uma unidade produtiva em minimizar o consumo de energia para produzir um determinado nível de um produto, ou, analogamente, maximizar a produção utilizando uma quantidade fixa de energia ou insumo (Azadeh; Ghaderi; Asadzadeh, 2008).

Nos estudos acerca da indústria de refino do petróleo de Azadeh, Ghaderi e Asadzadeh (2008), a eficiência energética é tratada como a otimização do uso de combustíveis fósseis e eletricidade, determinando os potenciais e meios para melhoria do consumo energético sem a necessidade de dados energéticos em níveis operacionais. Essa abordagem é particularmente interessante pois permite separar os efeitos estruturais dos efeitos de atividade e intensidade energética. Martínez (2010) expande este conceito ao aplicá-lo em setores não intensivos em energia, definindo eficiência energética como o desenvolvimento de práticas que influenciam o desempenho energético através de fatores como produtividade do trabalho e investimentos em tecnologia. Além disso, o autor demonstra que a eficiência energética baseada na minimização de custos apresenta variações consideráveis entre diferentes países e setores, tornando-a fundamental para estruturar mudanças no desempenho energético industrial. Mais tarde, Wu et al. (2012) complementam essa definição ao incorporar aspectos ambientais, definindo eficiência energética industrial como a capacidade de minimizar o consumo energético considerando simultaneamente as emissões de CO₂, utilizando índices de desempenho estáticos e dinâmicos que permitem decompor os fatores contribuintes para o desempenho energético.

Por outro lado, tem-se que o conceito de eficiência produtiva se refere à capacidade de uma unidade de produção em converter insumos (*inputs*) em produtos (*outputs*) de forma otimizada, minimizando desperdícios e maximizando o valor gerado (BOYD; PANG, 2001). Em seus estudos, Boyd e Pang (2001) abordam a eficiência produtiva como um conceito intrinsecamente relacionado à produtividade, demonstrando que as diferenças de produtividade entre plantas industriais são estatisticamente significativas para explicar variações na intensidade de recursos utilizados. Nesse contexto, os autores também evidenciam em seus estudos que a relação entre produtividade e eficiência varia conforme o setor analisado, sendo mais que proporcional em alguns casos específicos.

Mais tarde, Han et al. (2014) aprofundam o conceito ao definir eficiência produtiva como a medida da produtividade do consumo de energia de setores industriais, utilizando índices de produtividade baseados

em DEA-Malmquist para analisar mudanças na produtividade total dos fatores. Esta abordagem é particularmente interessante pois permite decompor a eficiência produtiva em componentes técnicos e de escala, fornecendo conhecimento acerca das fontes de variação no desempenho produtivo. Nesse contexto, Mandal e Madheswaran (2010) também contribuem para essa definição ao incorporar aspectos ambientais, conceitualizando eficiência produtiva dentro de uma estrutura de produção conjunta que considera simultaneamente *outputs* desejáveis e indesejáveis, permitindo avaliar o potencial de expansão da produção desejável enquanto se contrai a produção de externalidades negativas.

Diante do exposto, tem-se que os estudos internacionais sobre eficiência energética e produtividade demonstram a consolidação de metodologias robustas aplicadas em diversos contextos industriais. Bi et al. (2011) evidenciam como essas análises fundamentam políticas para melhoria da eficiência energética regional, enquanto Blomberg, Henriksson e Lundmark (2012) demonstram sua aplicação na avaliação de programas governamentais de eficiência energética. Nouri et al. (2013) reforçam essa perspectiva ao propor estratégias como políticas obrigatórias, subsídios e programas educacionais baseados em diagnósticos de eficiência industrial.

Seguindo esse raciocínio, o presente trabalho tem como objetivo geral validar a aplicação e operacionalidade da metodologia DEA-SBM combinada ao Índice de Malmquist para avaliação da eficiência energética industrial, demonstrando sua adequabilidade teórica e prática mediante aplicação a um caso de estudo empírico representativo, e fornecendo conhecimentos sobre dinâmicas temporais de produtividade em contextos produtivos reais. Este objetivo geral se desdobra nos seguintes objetivos específicos:

- Apresentar fundamentação teórica abrangente acerca da evolução histórica de eficiência energética na indústria global, contextualizando o desenvolvimento de metodologias de avaliação e sua aplicabilidade em diferentes setores industriais.
- Apresentar proposição metodológica DEA-SBM integrada ao Índice de Malmquist, descrevendo formulação matemática completa dos modelos, procedimentos operacionais e estruturação da do processo metodológico.
- Demonstrar a adaptabilidade da metodologia proposta para diferentes contextos industriais, destacando a flexibilidade na seleção de variáveis de entrada e saída conforme características tecnológicas de cada setor.
- Aplicar a metodologia DEA-SBM com Índice de Malmquist a um caso de estudo empírico real, integrando procedimentos computacionais especializados de modo a validar a efetividade da abordagem como ferramenta prática para avaliação de eficiência energética e produtividade industrial.
- Analisar os resultados obtidos da aplicação da metodologia, identificando unidades produtivas *benchmarks*, quantificando a decomposição da produtividade em eficiência técnica e progresso tecnológico, e extraíndo implicações operacionais para melhoria de desempenho industrial no contexto analisado.

Sendo assim, o presente trabalho estrutura-se em cinco capítulos que progridem sequencialmente, desde a motivação inicial até as conclusões finais. O primeiro capítulo é o presente, onde foi introduzido o contexto do tema a ser abordado. Já o Capítulo 2 apresenta fundamentação teórica abrangente, cobrindo inicialmente o contexto de eficiência energética na indústria, seguido pela revisão sistemática de 90 estudos publicados entre 2001 e 2025, mapeando metodologias consolidadas para avaliação de desempenho energético industrial com destaque particular para a Análise Envoltória de Dados (DEA) e o Índice de Malmquist.

Em seguida, o Capítulo 3 dedica-se à proposição da metodologia a ser utilizada neste trabalho, estruturando o procedimento em quatro fases integradas: coleta de dados, aplicação de DEA-SBM com retornos variáveis de escala orientado a insumos, cálculo de índices Malmquist para análise temporal e interpretação de resultados. Ressalta-se que esse capítulo apresenta formulação matemática completa dos modelos estatísticos empregados, conforme recomendações da literatura especializada para garantir rigor técnico e reprodutibilidade.

Sequencialmente, o Capítulo 4 faz a aplicação da metodologia apresentada no capítulo 3 utilizando um caso de estudo empírico, apresentando caracterização dos dados utilizados, procedimentos de preparação e transformação estrutural desses dados, execução computacional via biblioteca “deaR” (Bolós et al.,

2025) em linguagem R (R core team, 2024), e análise integrada dos resultados obtidos em escores de eficiência estática, índices Malmquist, mudança de eficiência técnica e progresso tecnológico. Por fim, o Capítulo 5 sintetiza as principais conclusões, avalia atendimento aos objetivos propostos, discute limitações do trabalho e indica trajetos para investigações futuras no tema.

2. Referencial Teórico

O presente capítulo fornece a fundamentação teórica e conceitual necessária para compreender a eficiência energética e produtiva na indústria, os métodos quantitativos disponíveis para sua mensuração e a seleção adequada de variáveis para aplicação prática. A estrutura deste capítulo divide-se em três seções complementares que, conjuntamente, estabelecem a base para desenvolvimento da metodologia proposta no Capítulo 3.

A primeira seção (2.1) aborda brevemente o contexto da eficiência energética na indústria global, apresentando a trajetória histórica do tema e sua crescente relevância nas agendas internacionais de sustentabilidade, competitividade e modernização dos sistemas produtivos industriais. Esta seção situa o problema de pesquisa dentro da realidade institucional, regulatória e tecnológica global, destacando como a eficiência energética evoluiu de uma preocupação puramente econômica para uma dimensão integrada que incorpora inovação tecnológica, desempenho ambiental e indicadores de produtividade.

A segunda seção (2.2) concentra-se na revisão crítica dos modelos e métodos quantitativos disponíveis para avaliação da eficiência e produtividade industrial. Através de análise sistemática de 90 estudos publicados entre 2001 e 2025, serão identificadas as abordagens predominantes, suas vantagens, limitações e combinações metodológicas mais empregadas. Esta seção fundamenta a escolha do método DEA combinado com o Índice de Malmquist como abordagem mais adequada para alcançar os objetivos propostos.

A terceira seção (2.3) trata da seleção e caracterização das variáveis empregadas para avaliação da eficiência energética industrial. Será apresentada análise detalhada das variáveis de entrada (*inputs*) e saída (*outputs*) utilizadas na literatura, incluindo discussão sobre a especificidade dessas variáveis conforme o setor industrial analisado. Esta seção fornece as bases para definição das variáveis a serem utilizadas na aplicação metodológica proposta neste trabalho.

2.1. Eficiência Energética na indústria

A eficiência energética tem ocupado papel central no debate internacional sobre sustentabilidade, competitividade e modernização dos sistemas produtivos industriais. Nesse sentido, historicamente o tema vêm ganhando crescente relevância diante das transformações nos padrões de consumo e nas inovações tecnológicas, e também do fortalecimento das agendas ambientais globais (Wu et al., 2012). Inicialmente, a eficiência energética era centrada apenas na redução de custos operacionais, mas com o tempo ela passou a ser reconhecida como instrumento estratégico tanto para a mitigação dos impactos ambientais (especialmente a redução das emissões de gases de efeito estufa) quanto para o aumento da competitividade das plantas industriais (Morfeldt e Silveira, 2014).

Nesse sentido, a crise do petróleo na década de 1970 constituiu marco inicial para a disseminação dessa preocupação no setor industrial global, estimulando políticas públicas e avanços tecnológicos voltados à racionalização do uso de energia (Oggioni et al., 2011). Sendo assim, nos anos subsequentes vários países desenvolvidos e emergentes estruturaram iniciativas para identificar e disseminar melhores práticas de gestão energética, reconhecendo que os ganhos de eficiência podem, em muitos contextos, representar opções de investimento de baixo custo e com um retorno considerável (Honma e Jin-Li Hu, 2014).

Recentemente, o conceito de eficiência energética industrial evoluiu incorporando dimensões integradas. Dessa forma, esse conceito passou a incluir também a inovação tecnológica, qualidade dos insumos e avanços em automação e digitalização dos processos, passando a ser mensurada considerando indicadores de desempenho ambiental (He et al., 2013; Makridou et al., 2015). Dito isso, tem-se que, além de minimizar desperdícios, o aprimoramento da eficiência energética tem potencial de modificar paradigmas de produção e estimular o desenvolvimento de tecnologias limpas, especialmente em setores intensivos em energia (Riccardi et al., 2012; Pan et al., 2013).

A literatura internacional aponta que a maturidade do debate acerca do tema, aliado à adoção de padrões mais rigorosos de regulação e certificação energética, têm impulsionado grandes avanços, sobretudo nas

indústrias de países que implementaram políticas de *benchmarking* setorial e incentivos à inovação tecnológica (Makridou et al., 2015). Adicionalmente, tem-se que o uso de métricas avançadas, como abordagens baseadas em Análise Envoltória de Dados (DEA) e a integração com indicadores de eficiência ambiental e produtiva, ampliou o escopo das avaliações tradicionais, permitindo identificar aspectos críticos da gestão energética setorial (Han et al., 2014).

Sendo assim, o desenvolvimento contínuo do tema de eficiência energética na indústria reflete uma combinação entre avanços técnicos, pressões regulatórias, evolução dos mercados e difusão de conhecimento científico, compondo um cenário onde a busca por processos produtivos mais eficientes tornou-se não apenas desejável, mas cada vez mais imprescindível para o futuro da indústria global, principalmente considerando aspectos ambientais associados à atividade operativa.

2.2. Modelos para avaliação do desempenho energético das indústrias

A avaliação do desempenho energético industrial consolidou-se como campo de pesquisa multidisciplinar, incorporando diversos métodos quantitativos para mensurar e analisar a eficiência energética em distintos contextos setoriais (Boyd; Pang, 2001). Sendo assim, a partir da análise bibliográfica, que contempla 90 estudos publicados entre 2001 e 2025, percebe-se a predominância de abordagens não paramétricas para análise de eficiência na indústria, com destaque para a Análise Envoltória de Dados (DEA) e para combinações metodológicas que a têm como núcleo (Azadeh; Ghaderi; Asadzadeh, 2008; Mandal; Madheswaran, 2010). Com isso, a Tabela 1 apresenta a distribuição dos principais métodos empregados na literatura especializada.

Tabela 1 – Distribuição de métodos na literatura de avaliação energética industrial

Método	Frequência	Percentual
Análise de Envoltória de Dados (DEA)	80	88,9%
Índice de Malmquist	23	25,6%
Régressão/Econometria	14	15,6%
Análise de Fronteira Estocástica (SFA)	4	4,4%
Função de Distância	3	3,3%
Análise de Componentes Principais (PCA)	1	1,1%

Analizando os resultados da Tabela 1, nota-se que o método de Análise de Envoltória de Dados (DEA) é predominante na literatura, sendo aplicado em 88,9% dos estudos analisados, o que confirma sua adequação à avaliação de eficiência em sistemas produtivos complexos com múltiplos insumos energéticos e produtos industriais (Martínez, 2010; Oggioni et al., 2011; Bi et al., 2011). Nesse sentido, das 80 aplicações de DEA identificadas, 48 utilizam apenas DEA (sem combinar com outros métodos), ao passo que 32 a combinam com outras técnicas para análises mais abrangentes.

Aprofundando na análise do método DEA, tem-se que ele se trata de uma abordagem não paramétrica, implementada por meio de um problema de programação linear que constrói uma fronteira empírica de eficiência a partir das melhores práticas observadas, classificando unidades produtivas como eficientes ou ineficientes sem exigir a especificação funcional prévia da relação entre *inputs* e *outputs* energéticos (Azadeh; Ghaderi; Asadzadeh, 2008). Dentre as principais vantagens da aplicação desse método, destaca-se a sua capacidade de tratar simultaneamente múltiplas variáveis energéticas e produtivas. Além disso, usando o DEA é possível identificar *benchmarks* específicos para unidades ineficientes, além também dele permitir a incorporação de *outputs* indesejáveis (como emissões de gases de efeito estufa) na análise (Mandal; Madheswaran, 2010). Por outro lado, ressalta-se que esse método apresenta grande sensibilidade a *outliers* e erros de medição e não possui tratamento explícito do ruído estatístico nas estimativas, além de depender do tamanho amostral para a estabilidade dos resultados, o que torna o pré-processamento de dados uma etapa fundamental para as análises (Boyd; Pang, 2001).

De forma paralela, o Índice de Malmquist surge como complemento temporal à DEA, sendo empregado em 25,6% dos estudos para analisar mudanças na produtividade total dos fatores ao longo do tempo (He et al., 2013; Han et al., 2014; Morfeldt e Silveira, 2014). Nesse sentido, tem-se que 23 estudos identificados que utilizam o Índice de Malmquist, sendo que destes, 18 combinam o índice com o método DEA, enquanto 4 estudos o utilizam em combinação com métodos de regressão/econometria e apenas 1 estudo o combina com o método de Análise de Fronteira Estocástica (SFA), o que demonstra a versatilidade do Malmquist para análises de eficiência.

Aprofundando nas análises desse método, tem-se que o índice de Malmquist se destaca pois permite decompor variações de produtividade em mudanças de eficiência técnica e progresso tecnológico, sendo capaz de oferecer evidências sobre o comportamento temporal do desempenho energético industrial (Makridou et al., 2015), o que viabiliza a identificação de períodos de progresso ou regressão tecnológica. Esse instrumento também pode ser utilizado de modo a considerar a análise de *outputs* indesejáveis em seus resultados, além de contribuir com a geração de medidas de crescimento de produtividade energética (Martínez et al., 2015). Mesmo assim, ressalta-se que esse método possui grande sensibilidade quanto à qualidade e consistência das séries de dados e a complexidade interpretativa em aplicações multisectoriais e multitemporais (Chen; Xu, 2018).

Por outro lado, os métodos econométricos e a Análise de Fronteira Estocástica (SFA) representam alternativas paramétricas, utilizados em 15,6% e 4,4% dos estudos, respectivamente (Boyd; Pang, 2001; Voltes-Dorta et al., 2013; Pan et al., 2013). Diferentemente da abordagem determinística do método DEA, a SFA incorpora tratamento estatístico de erros aleatórios e ruídos de medição (Azadeh; Ghaderi; Asadzadeh, 2008). Dentre as vantagens da aplicação dos métodos econométricos, destacam-se a possibilidade de testes de significância e intervalos de confiança, a análise de determinantes específicos da eficiência energética e a robustez estatística das estimativas (Mandal; Madheswaran, 2010). Porém, mesmo assim esses métodos apresentam a necessidade de especificação funcional a priori da tecnologia de produção, além de possuir restrições quanto à incorporação simultânea de múltiplos *outputs* e pressupostos distribucionais por vezes restritivos em contextos industriais complexos (Oggioni et al., 2011). Utilizando dos resultados apresentados na Tabela 1, torna-se fundamental analisar as combinações de métodos estatísticos que os modelos da literatura observada estão utilizando. Dessa forma, a tendência de combinações metodológicas evidencia-se na Tabela 2, que mostra o crescimento de abordagens híbridas voltadas a análises mais robustas e abrangentes do desempenho energético industrial.

Analizando os resultados apresentados na tabela 2, nota-se que a combinação usando o método DEA e o índice de Malmquist é a mais recorrente, aparecendo em 18 estudos, o que corresponde exatamente a 20% da amostra total. Essa combinação se apresenta em diferentes configurações, onde 14 estudos utilizam exclusivamente DEA e o índice de Malmquist, 3 estudos adicionam métodos de regressão/econometria, e 1 estudo incorpora a função distância direcional. Por outro lado, a combinação entre métodos DEA e métodos de Regressão/Econometria também se mostrou reconhecida, estando presente em 12 estudos, o que evidencia a complementaridade entre a análise não paramétrica de eficiência e a modelagem estatística para a identificação de determinantes da performance energética. Mesmo assim, a grande predominância de estudos usa a combinação de métodos DEA com o índice de Malmquist, o que reflete o reconhecimento acadêmico da complementaridade entre a análise estatística de eficiência (DEA) e a avaliação dinâmica da produtividade (Malmquist) para a compreensão abrangente do desempenho energético industrial (Voltes-Dorta et al., 2013; Morfeldt e Silveira, 2014).

Tabela 2 – Principais Combinações Metodológicas na Literatura

Combinação de Métodos	Frequência
DEA + Malmquist	18
DEA + Regressão/Econometria	12
Malmquist + Regressão/Econometria	4
DEA + Função de Distância	3
DEA + SFA	2
Malmquist + SFA	1
DEA + PCA	1

Dessa forma, a análise temporal dos 18 estudos que empregam DEA combinada com o Índice de Malmquist revela evolução metodológica significativa, (Li et al., 2018; Zhao; Lin, 2019; Tanaka et al., 2021; Yang et al., 2022; Zhou et al., 2022; Kim et al., 2023). Essa tendência indica a consolidação da abordagem híbrida desses métodos como padrão metodológico para avaliações de eficiência energética industrial, oferecendo um panorama que integra o *benchmarking* estático via DEA e a análise de mudanças temporais de produtividade (Li et al., 2022; Ke et al., 2024).

Os estudos mais recentes demonstram sofisticação crescente na aplicação combinada, com a incorporação de variáveis indesejadas (externalidades negativas), análises multirregionais e multissetoriais e o desenvolvimento de modelos adaptativos para diferentes contextos industriais (Kwon et al., 2023). A robustez dessa combinação reside na capacidade de fornecer não apenas medidas de eficiência relativa em um dado período, mas também trajetórias de evolução tecnológica junto à identificação de fatores determinantes para mudanças no desempenho energético ao longo do tempo, aspectos essenciais para a formulação e avaliação de políticas de eficiência energética industrial (Kim et al., 2023). Assim, a consolidação da combinação do método DEA com o Índice de Malmquist como ferramenta de referência para avaliações temporais em contextos industriais complexos a estabelece como método padrão para análises que requerem comparação transversal e evolução longitudinal do desempenho energético (Yang et al., 2022; Zhou et al., 2022), representando 20% de toda a literatura especializada analisada.

2.3. Variáveis utilizadas para avaliar desempenho energético das indústrias

A seleção adequada de variáveis de entrada e saída constitui elemento fundamental na aplicação de métodos quantitativos para avaliação da eficiência energética industrial (Boyd; Pang, 2001). A literatura analisada, compreendendo 90 estudos publicados entre 2001 e 2025, revela uma diversidade significativa na escolha dessas variáveis, influenciada tanto pelas características específicas dos setores industriais quanto pelos objetivos de pesquisa estabelecidos pelos autores. Esta heterogeneidade metodológica reflete a complexidade inerente aos processos produtivos industriais e a necessidade de adaptação dos modelos de eficiência às particularidades setoriais (Mandal; Madheswaran, 2010; Martínez, 2010). A Tabela 3 sintetiza as principais categorias de variáveis de entrada identificadas na literatura, fornecendo uma visão sistemática dos fatores considerados nos estudos de eficiência energética industrial.

Dentre as variáveis de entrada apresentadas na Tabela 3, as que são mais frequentemente utilizadas nos estudos analisados incluem capital, trabalho, energia e materiais, estas que constituem o conjunto básico de fatores produtivos conforme a teoria econômica tradicional (Oggioni et al., 2011; Bi et al., 2011). Além disso, conforme demonstrado na Tabela 3, o capital, que é representado por estoque de capital, investimento em ativos fixos ou capacidade instalada, possui grande importância nos processos produtivos industriais (Mandal; Madheswaran, 2011; Sueyoshi; Goto, 2012). Ademais, tem-se que a variável associada ao trabalho, medido através de número de empregados, horas trabalhadas ou força de trabalho, se mostra como elemento indispensável na função de produção industrial (Blomberg; Henriksson; Lundmark, 2012; Riccardi et al., 2012).

Por outro lado, tem-se que a energia, objeto central das análises de eficiência energética e destacada na Tabela 3 em suas múltiplas formas (energia total, energia elétrica e a energia associada ao uso de combustíveis), apresenta diferentes modalidades de mensuração nos estudos revisados. Logo, conforme evidenciado na Tabela 3, os autores frequentemente optam por desagregação do consumo energético em categorias específicas, distinguindo-a entre consumo de eletricidade, consumo de energia e consumo de combustíveis fósseis (carvão, petróleo, gás natural). Esta abordagem permite identificação mais precisa das fontes de ineficiência e orientação de políticas específicas para cada tipo de energia (Sesmero et al., 2012; Nouri et al., 2013). Sendo assim, a desagregação energética apresentada na Tabela 3 se mostra particularmente relevante em setores intensivos em energia, onde diferentes processos produtivos podem demandar distintas fontes energéticas (Voltes-Dorta et al., 2013; He et al., 2013).

A partir da análise dos resultados apresentados na Tabela 4, tem-se que as variáveis de saída dos estudos de eficiência energética apresentam diversidade ainda maior, refletindo os múltiplos objetivos desses estudos. Logo, conforme demonstrado na Tabela 4, a produção/valor da produção constitui a variável de saída mais comum dentre os estudos analisados, representando a grande relevância dessa variável para os processos produtivos (Shen et al., 2014; Han et al., 2014).

Ademais, ressalta-se a presença de categorias de outputs indesejáveis na Tabela 4, refletindo a crescente preocupação ambiental nos estudos analisados que é representada através da incorporação sistemática de emissões de CO₂ e outros poluentes como variáveis de saída em estudos mais recentes. Nesse sentido, tem-se que a incorporação dessas variáveis é particularmente interessante pois permite a avaliação simultânea da eficiência energética e do desempenho ambiental das indústrias (Morfeldt e Silveira, 2014; Khalili-Damghani et al., 2015).

Tabela 3 – Principais Variáveis de Entrada Utilizadas nos Estudos de Eficiência Energética por Categoria

Categoria	Exemplos de Variáveis de Entrada	Justificativa de Uso
Capital	"Capital stock"; "Fixed assets investment"; Capacidade instalada	Fundamental para produção, representa investimentos em máquinas e equipamentos
Trabalho/Mão de Obra	Mão de obra; Número de empregados; Horas trabalhadas	Fator de produção básico, representa os recursos humanos utilizados
Energia Total	Consumo de energia; Entrada de energia; Energia total	Input direto para análise de eficiência energética
Energia Elétrica	Consumo de eletricidade; Entrada de eletricidade	Componente específico do consumo energético
Combustíveis	Combustíveis fósseis; Carvão; Petróleo; Gás; Consumo de combustível	Fontes de energia não-elétrica utilizadas
Materiais/Matérias Primas	Materiais, Matérias-primas, Insumos intermediários	Insumos necessários para o processo produtivo
Água	Uso de água, Consumo de água	Recurso necessário em muitos processos industriais
Outros Exemplos Específicos	Vapor, Óleo de alimentação, Clínquer, Sementes, Fertilizantes	Inputs específicos por setor industrial

Tabela 4 – Principais Variáveis de Saída Utilizadas nos Estudos de Eficiência Energética por Categoria

Categoria	Exemplos de Variáveis de Saída	Justificativa de Uso
Produção/Valor da Produção	Produção de saída, Valor bruto da produção, Valor adicionado industrial	Medida principal do resultado produtivo das indústrias
Vendas/receita	Receita de vendas, Vendas totais, Vendas finais	Indicador de desempenho comercial e econômico
Produtos Específicos	Produção de aço, Produção de cimento, Produção de papel, Etanol	Produtos físicos específicos por setor industrial
Emissões de CO ₂ (indesejável)	Emissões de CO ₂ ; Emissões de carbono	Output indesejável e considerado em análises ambientais
Outros Poluentes (indesejáveis)	SO ₂ ; NO _x ; Águas e/ou Gases residuais	Outputs indesejáveis específicos por setor
Patentes/Inovação	Pedidos de patente; Vendas de inovação	Indicador de capacidade inovativa das empresas
Valor Adicionado	Valor agregado; Valor bruto adicionado	Medida do valor econômico criado pelo processo produtivo
Indicadores de Qualidade	Medidas de qualidade do produto; Índices de eficiência	Métricas específicas de desempenho qualitativo

De maneira a analisar a questão sobre a existência de variáveis diferentes para as diferentes indústrias, tem-se que esta encontra resposta afirmativa na literatura analisada, conforme sistematizado na Tabela 5. Dessa forma, tem-se que os setores industriais apresentam características tecnológicas e operacionais distintas que demandam especificação particular de variáveis de entrada e saída para serem representadas (Fan et al., 2015; Makridou et al., 2015). Logo, conforme demonstrado na Tabela 5, tem-se que a indústria cimenteira utiliza frequentemente capacidade instalada e consumo de clínquer como entradas, enquanto que produção de cimento é utilizada como saída característica do setor (Martínez et al., 2015; Ru; Si, 2015).

Além disso, a análise da Tabela 5 revela que a indústria siderúrgica demonstra particularidades notáveis na especificação de variáveis, utilizando frequentemente ativos fixos líquidos como medida de capital e incorporando múltiplos produtos específicos, como ferro fundido, aço bruto e aço acabado, nas variáveis de saída (Martínez, 2015; Pagotto; Halog, 2015). Sendo assim, esta desagregação permite avaliação mais precisa da eficiência em diferentes estágios do processo siderúrgico, reconhecendo que a produção de ferro fundido e aço acabado demandam recursos e tecnologias distintas (He et al., 2013). Adicionalmente, conforme apresentado na Tabela 5, o setor também incorpora saídas indesejáveis como gases residuais e águas residuais, refletindo a natureza altamente poluente dos processos siderúrgicos (Zhang et al., 2016; Jiang et al., 2016).

Por outro lado, o setor têxtil, conforme demonstrado na Tabela 5, apresenta características específicas na utilização da água como entrada fundamental, reconhecendo sua importância crítica nos processos de tingimento, lavagem e acabamento têxtil (Yang; Yang, 2016; Martínez, 2016). Logo, tem-se que as variáveis de saída do setor têxtil apresentadas na Tabela 5 frequentemente incluem múltiplos tipos de emissões específicas, como descargas de águas residuais, emissões de gases e emissões de fuligem, evidenciando a complexidade ambiental deste setor (Jiang et al., 2016). Mesmo assim, ressalta-se que esta especificidade reflete não apenas as características tecnológicas da produção têxtil, mas também as crescentes demandas regulatórias ambientais impostas a esta indústria (Li et al., 2017; Gong et al., 2017).

Tabela 5 – Variáveis Específicas por Setor Industrial nos Estudos de Eficiência Energética

Setor Industrial	Exemplos de Variáveis de Entrada	Exemplos de Variáveis de Saída	Características do Setor
Cimento	Capacidade instalada; Uso de Clínquer; Consumo de Energia; Trabalho; Consumo de insumos intermediários	Produção de cimento; Emissões de CO ₂	Capacidade instalada é específica do setor cimenteiro, e clínquer é matéria-prima essencial
Siderurgia	Ativos fixos líquidos; Nº de empregados; Consumo de energia; Capital; Trabalho	Valor adicionado; Ferro fundido; Aço bruto; Aço acabado; Gases residuais; Águas residuais	Produtos físicos específicos e múltiplos resíduos industriais
Metalurgia (geral)	Trabalho; Capital; Consumo de energia; Consumo de eletricidade; Consumo de insumos intermediários	Produto bruto; Emissões de CO ₂	Separação entre energia geral e eletricidade
Papel/Celulose	Consumo de Energia Trabalho; Eletricidade; Capital	Produção de papel; Valor de remessa	Óleo é entrada específica do processo
Têxtil	Consumo de Água; Consumo de energia; Capital; Trabalho; Ativos fixos; Mão de obra;	Valor de produção industrial, Descargas de águas residuais; Emissões de gases e fuligem	Múltiplos tipos de emissões específicas
Petroquímica/ Refinarias	Consumo de combustíveis fósseis; Combustível Utilizado; Consumo de eletricidade; Uso de Vapor; "Feed Oil";	Produção total ponderada de frações, Produção de etileno, Ponto de ebulição médio ponderado inverso	outputs baseados em frações químicas
Automotivo	Massa do veículo; Consumo de combustível; País de origem; Categorias dos carros	Potência do motor; Capacidade/volume; Alcance; Emissões de CO ₂ dos veículos	Características físicas do veículo são entradas e performance saída
Alimentos/ Agropecuário	Uso primário de energia, Uso de água; Custos de produção; Uso de Fertilizantes; Uso de Sementes	Valor agregado à economia, Emissões de GEE, Resíduos, Produção de algodão	Fertilizantes e sementes específicos da agricultura, foco em sustentabilidade
Etanol/ Biocombustíveis	Milho, Gás natural, Eletricidade	Produção de etanol; DDGS (grãos secos de destilaria), MWGDS (grãos úmidos modificados de destilaria)	Milho é matéria-prima específica, subprodutos específicos do processo

Já a indústria petroquímica e de refinarias, conforme evidenciado na Tabela 5, exibe alto grau de especialização na definição de variáveis, incorporando entradas específicas como "feed oil" (óleo de alimentação), vapor e o consumo de diferentes tipos de combustíveis fósseis (Wang; Zhao, 2017; Kang; Lee, 2017). Por outro lado, as saídas características desta indústria caracterizam-se pela produção de produtos químicos específicos como etileno, e medidas técnicas complexas, como ponto de ebulição médio ponderado inverso, refletindo a natureza altamente técnica e especializada dos processos petroquímicos (Chen et al., 2017; Chen; Gong, 2017).

Analizando os resultados do setor automotivo, conforme evidenciado na Tabela 5, tem-se que esta indústria apresenta abordagem singular na definição de variáveis, utilizando características físicas dos veículos como massa, categorias de carros e país de origem como entradas, enquanto incorpora medidas de performance como potência do motor, capacidade volumétrica e alcance como saídas (Gong; Chen, 2017; Bhat et al., 2018). Logo, esta especificação reflete a natureza particular da análise de eficiência energética neste setor, focando no produto final (automóvel) ao invés do processo produtivo em si (Voltes-Dorta et al., 2013). Além disso, as emissões de CO₂ do veículo figuram como *output* indesejável central, alinhando-se com regulamentações ambientais crescentemente restritivas no setor automotivo (Voltes-Dorta et al., 2013).

Por outro lado, as indústrias de alimentos e agropecuária, conforme evidenciado na Tabela 5, demonstram preocupação específica com sustentabilidade, incorporando o uso de fertilizantes, uso de sementes e custos de produção como entradas características, enquanto utilizam emissões de gases de efeito estufa, resíduos e valor agregado à economia como saídas (Feng et al., 2018; Wu et al., 2019). Logo, tem-se que esta especificação reflete a crescente importância da agricultura sustentável e da economia circular nestes setores, demandando consideração simultânea de aspectos econômicos, sociais e ambientais na avaliação da eficiência energética (Pagotto; Halog, 2015).

Além desses setores, nota-se que o setor de biocombustíveis também incorpora variáveis específicas que refletem a complexidade e particularidades desse segmento produtivo. Nesse sentido, as variáveis de entrada dessa indústria incluem milho, gás natural e eletricidade, que são fundamentais para a produção de etanol, enquanto que as variáveis de saída utilizadas são subprodutos específicos do setor, como DDGS (grãos secos de destilaria) e MWDGS (grãos úmidos modificados de destilaria (Sesmero et al., 2012; Fan et al., 2015). Essa especificidade dos *inputs* e *outputs* está diretamente associada à natureza biológica e química do processo produtivo, diferindo significativamente de processos industriais convencionais (Nouri et al., 2013; Mandal; Madheswaran, 2011). Sendo assim, a presença de subprodutos permite a avaliação mais precisa da eficiência produtiva e energética, capturando impactos econômicos e ambientais indiretos, o que enriquece a análise comparativamente a modelos que consideram apenas produção direta (Olanrewaju et al., 2012; Khalili-Damghani et al., 2015). No entanto, essa especialização também impõe desafios metodológicos pela necessidade de conhecimento técnico aprofundado e pela complexidade na mensuração e valoração das saídas específicas, o que pode limitar a comparabilidade intersetorial (Si et al., 2015; Ru, 2015).

Considerando as análises realizadas, tem-se que a seleção adequada de variáveis apresenta implicações metodológicas significativas para a validade e aplicabilidade dos resultados dos estudos de eficiência energética (Boyd et al., 2019; Takayabu et al., 2019). Nesse sentido, tem-se que variáveis especificadas inadequadamente podem levar a estimativas enviesadas de eficiência, comprometendo a qualidade das recomendações de política energética (Takayabu et al., 2019). Sendo assim, a escolha criteriosa de variáveis específicas por setor industrial resulta em modelos mais precisos e realisticamente aplicáveis, contribuindo para melhores decisões de investimento e planejamento energético (Takayabu et al., 2019; Shin et al., 2019).

Dessa forma, as vantagens da utilização de variáveis específicas por setor incluem maior precisão na captura das características tecnológicas setoriais, melhor identificação de fontes de ineficiência e também maior aplicabilidade dos resultados para formulação de políticas setoriais específicas (Ouyang et al., 2020; Ying et al., 2020). Entretanto, esta abordagem apresenta desvantagens como menor comparabilidade entre setores, maior complexidade metodológica e necessidade de conhecimento técnico especializado para adequada interpretação dos resultados (Lin; Bai, 2020; Huang et al., 2020). Mesmo assim, os benefícios da especificação setorial superam suas limitações, especialmente quando o objetivo é a orientação de políticas de eficiência energética específicas por indústria (Lin; Bai, 2020; Huang et al., 2020).

Por fim, a análise dos estudos revela tendência crescente de incorporação de variáveis ambientais e de sustentabilidade, conforme evidenciado nas Tabelas 4 e 5, refletindo mudanças nas prioridades sociais e

regulatórias (Tanaka; Managi, 2021; Jiang et al., 2021). Além disso, estudos mais recentes demonstram preocupação crescente com a inserção de múltiplas saídas indesejáveis, incluindo não apenas emissões de CO₂, mas também outros tipos de poluentes, de modo a analisar simultaneamente eficiência energética, produtividade econômica e sustentabilidade ambiental (Zhang; Fu, 2021; You; Zhang, 2022).

3. Modelagem para análise de eficiência energética e produtiva

Neste capítulo, será apresentada a metodologia proposta para avaliar o desempenho energético e produtivo das indústrias, detalhando os procedimentos analíticos, as técnicas quantitativas empregadas e as etapas sequenciais que compõem o modelo integrado. O objetivo é fornecer uma estrutura metodológica robusta e replicável, fundamentada nas melhores práticas identificadas na revisão bibliográfica, e que permita a mensuração da eficiência energética e produtiva e a identificação de oportunidades de melhoria de desempenho.

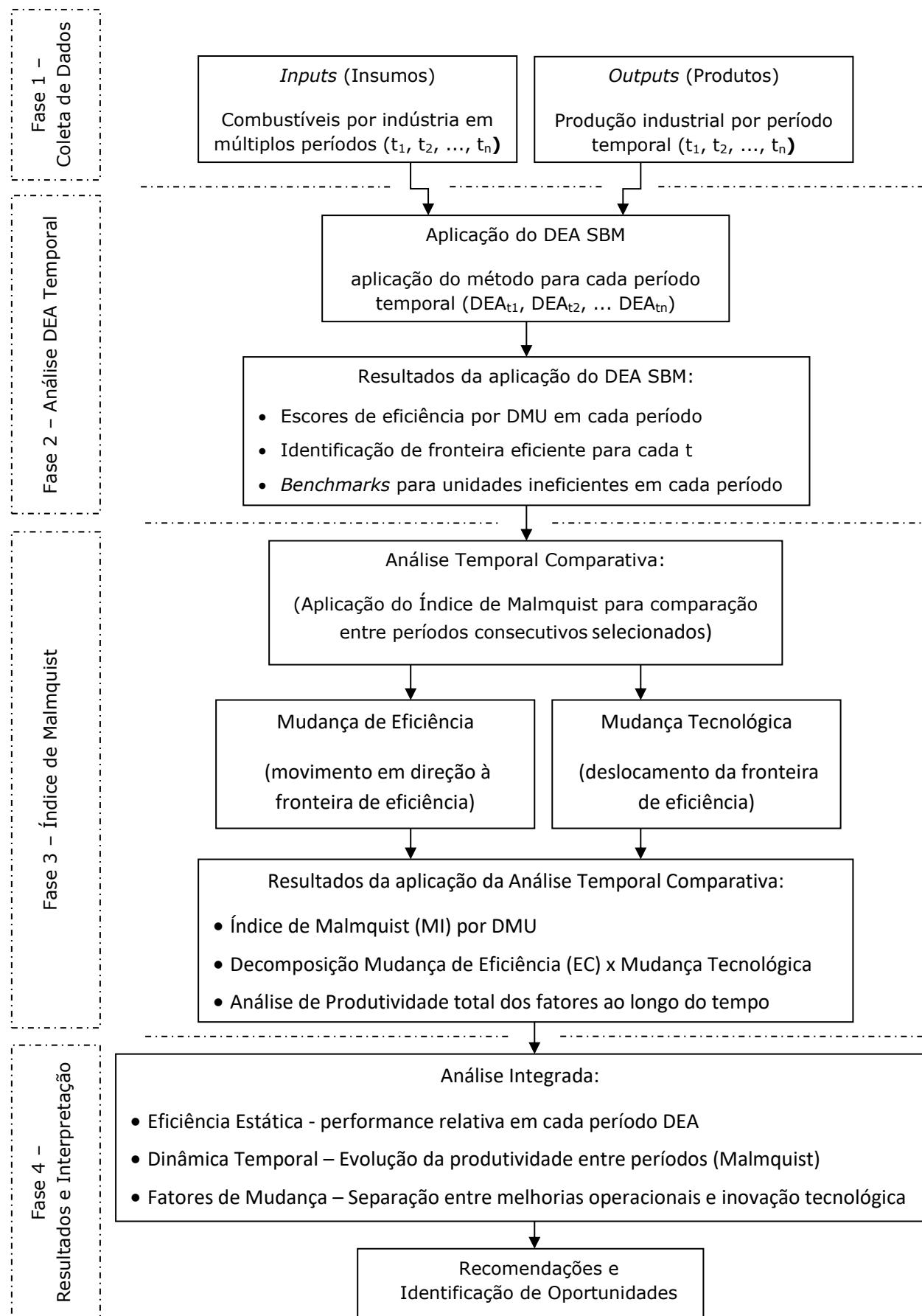
Como visto nos capítulos anteriores, a Análise Envoltoária de Dados (DEA) consolidou-se como método não paramétrico para avaliação de eficiência em unidades produtivas, permitindo a identificação de benchmarks e a quantificação de ineficiências (Boyd; Pang, 2001; He et al., 2013). Com isso, tem-se que esse método pode ser aplicado diversos setores industriais, e, portanto, será incorporado na modelagem proposta.

Mesmo que o DEA ofereça um retrato instantâneo da eficiência relativa das DMUs, a compreensão completa do desempenho energético requer uma perspectiva dinâmica capaz de capturar mudanças ao longo do tempo (Voltes-Dorta et al., 2013; Zhao; Lin, 2019). Nesse sentido, o modelo proposto nessa seção também conta com a implementação do Índice de Malmquist, dado que isso constitui uma abordagem robusta para avaliar tanto a eficiência estática quanto sua evolução temporal (Tanaka; Managi, 2021). Além disso, nota-se que o Índice de Malmquist permite decompor mudanças de produtividade em mudança de eficiência técnica e mudança tecnológica, o que viabiliza a distinção entre melhorias resultantes da adoção de práticas operacionais mais eficientes daquelas decorrentes de inovações tecnológicas (Kim et al., 2023).

3.1. Visão Geral do Modelo Proposto

O modelo proposto integra análise estática via DEA e análise dinâmica via Índice de Malmquist para avaliar o desempenho energético industrial. Ele é estruturado em 4 fases, desde a coleta dos dados até a interpretação final dos resultados. O fluxograma apresentado na Figura 1 organiza as etapas metodológicas e suas inter-relações, permitindo uma compreensão integrada do processo analítico.

Figura 1 – Fluxograma do modelo proposto para avaliação do desempenho energético e produtivo



3.2. Fases do procedimento metodológico

Como pode ser observado na seção 3.1, implementação do modelo proposto requer a execução sistemática de quatro fases inter-relacionadas. Essas fases seguem uma sequência lógica que parte da obtenção dos dados, passa pela aplicação dos métodos de análise estática e dinâmica, e culmina na interpretação integrada dos resultados. A seguir, detalham-se as características principais de cada fase do procedimento metodológico.

3.2.1. Fase 1: Coleta de Dados

A primeira fase do procedimento metodológico consiste na coleta e preparação dos dados necessários à aplicação dos modelos DEA e Malmquist. Nesta fase, realiza-se o levantamento de dados industriais em fontes confiáveis, seguido de procedimentos de verificação de consistência e pré-processamento para atendimento aos requisitos específicos do modelo DEA-SBM.

Ressalta-se que número de variáveis deve ser compatível com o tamanho amostral disponível, pois a capacidade discriminatória do modelo DEA depende da relação entre o número de DMUs e o número total de *inputs* e *outputs* (Haider; Mishra, 2020). Como regra geral recomendada na literatura, conforme Cooper et al. (2011), o número de DMUs deve satisfazer a seguinte expressão:

$$n \geq 3 \cdot (m + s) \quad (1)$$

Na expressão acima, “n” representa o número de DMUs, “m” o número de insumos e “s” o número de produtos. Essa condição assegura poder discriminatório adequado ao modelo, evitando a classificação artificial de muitas DMUs como eficientes (Wu et al., 2012; Haider; Mishra, 2018). Ao término desta fase, dispõe-se de uma base de dados consistente e adequadamente estruturada, pronta para aplicação dos modelos nas fases subsequentes do procedimento metodológico.

3.2.2. Fase 2: Análise DEA Temporal

A segunda fase do procedimento metodológico consiste na aplicação da Análise Envoltória de Dados para mensuração da eficiência energética estática das unidades industriais em cada período analisado. Especificamente, nesta etapa adota-se o modelo *Slack-Based Measure* (SBM) com retornos variáveis de escala (*Variable Returns to Scale* - VRS) e orientação a insumos, cuja escolha fundamenta-se nas características específicas do problema de eficiência energética industrial.

A escolha do modelo SBM justifica-se por sua capacidade de lidar diretamente com folgas (*slack*s) nos insumos e produtos, superando limitações dos modelos radiais tradicionais que não consideram ineficiências não radiais (Bhat et al., 2018; Haider; Mishra, 2020). Nesse sentido, na análise de eficiência energética a presença de folgas é particularmente relevante pois permite identificar reduções potenciais no consumo de recursos energéticos mesmo quando a DMU opera na fronteira eficiente segundo modelos radiais (Chen et al., 2021).

Já a adoção de retornos variáveis de escala (VRS) fundamenta-se no reconhecimento de que as indústrias operam em diferentes escalas de produção, não sendo razoável assumir proporcionalidade constante entre *inputs* e *outputs* (Mandal; Madheswaran, 2010; Wu et al., 2019). Além disso, o modelo VRS permite que a fronteira eficiente apresente diferentes inclinações conforme a escala de operação, capturando adequadamente economias ou deseconomias de escala presentes no setor (Azadeh; Ghaderi; Asadzadeh, et al., 2008). Essa flexibilidade é crucial para avaliar indústrias de portes distintos sob uma mesma estrutura analítica, sem penalizar unidades menores ou maiores por suas características inerentes de escala (Haider; Mishra, 2020).

Por fim, a orientação a insumos é adotada considerando que o objetivo principal da análise de eficiência energética e produtiva consiste em minimizar o consumo de recursos mantendo os níveis de produção industrial (He et al., 2013; Zhao; Lin, 2019). Essa abordagem alinha-se com a perspectiva de políticas de eficiência energética, que buscam reduzir a intensidade energética da produção sem comprometer a competitividade industrial (Chen; Xu, 2019). Além disso, no contexto industrial, a redução do consumo energético apresenta maior viabilidade prática do que a expansão da produção, especialmente em setores maduros ou com restrições de demanda (Han et al., 2014).

A formulação matemática do modelo DEA-SBM orientado a *inputs* com retornos variáveis de escala é apresentada a seguir, conforme descrito por Bhat et al. (2018). Na expressão considera-se "n" DMUs, cada uma com "m" *inputs* e "s" *outputs*, e que o escore de eficiência " θ_0^* " da DMU sob avaliação (a expressão indica o cálculo do escore de eficiência para a DMU "o" (observada) é obtido pela solução do seguinte problema de programação não linear:

$$\theta_0^* = \min_{\substack{\lambda_1 \dots \lambda_n \\ z_1^- \dots z_m^- \\ z_1^+ \dots z_p^+}} 1 - \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \frac{z_i^-}{x_{io}}$$

sujeito à:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n x_{ik} \cdot w_k + z_i^- = x_{io} \quad \forall i = 1 \dots m \\ & \sum_{k=1}^n y_{jk} \cdot w_k - z_j^+ = y_{jo} \quad \forall j = 1 \dots s \\ & \sum_{k=1}^n w_k = 1 \\ & w_k \geq 0 \quad \forall k = 1 \dots n \\ & z_i^- \geq 0 \quad \forall i = 1 \dots m \\ & z_j^+ \geq 0 \quad \forall j = 1 \dots s \end{aligned} \tag{2}$$

Analizando a formulação da equação (2), a partir da função objetivo do problema, pode-se concluir que a DMU avaliada é eficiente quando as variáveis de folga z^- (excesso de recursos) e z^+ (déficit de produtos) forem nulas. Além disso, para uma maior compreensão acerca do problema proposto, que as variáveis e parâmetros apresentados possuem seus significados práticos descritos abaixo:

- θ_0 = escore de eficiência da DMU₀ (DMU observada)
- λ_k = peso da DMU_k na construção da fronteira de eficiência
- z_i^- = excesso de uso do insumo 'i'
- z_j^+ = déficit de uso do insumo 'j'
- x_{ik} = quantidade de insumo 'i' utilizado pela DMU_k
- y_{jk} = quantidade de produto 'j' produzido pela DMU_k
- m = n° de variáveis insumos
- s = n° de variáveis produtos
- n = n° de DMUs

Além disso, destaca-se que o conjunto de referência para uma DMU ineficiente é formado pelas demais DMUs "k" analisadas com $\lambda_k^* > 0$.

Dessa forma, a aplicação do modelo SBM-DEA é realizada independentemente para cada período temporal, gerando-se escores de eficiência específicos para o ciclo produtivo analisado. Para cada período, obtém-se: um conjunto de escores de eficiência que variam entre 0 e 1; a identificação de unidades que constituem a fronteira de eficiência e as referências específicas para cada DMU ineficiente, ou seja, as unidades eficientes que melhor representam a tecnologia de produção da DMU analisada. Esta última informação é fundamental para orientar estratégias de melhoria, pois identifica práticas referenciais observáveis em empresas de características similares.

Sendo assim, tem-se que os resultados da Fase 2 fornecem uma perspectiva estática do desempenho energético para cada período, permitindo comparações transversais entre unidades em um mesmo momento do tempo.

3.2.3. Fase 3: Índice de Malmquist

O Índice de Malmquist constitui uma ferramenta amplamente utilizada no âmbito internacional para medir a evolução da produtividade total dos fatores ao longo do tempo em setores industriais (He et al., 2013; Makridou et al., 2015). A principal vantagem da aplicação desse índice reside na sua capacidade de decompor a variação da produtividade em dois componentes fundamentais: a mudança de eficiência técnica (*Efficiency Change*) e o progresso tecnológico (*Technical Change*), permitindo distinguir melhorias decorrentes de práticas operacionais daquelas oriundas de inovações tecnológicas (Zhao; Lin, 2019).

No contexto da metodologia proposta, o Índice de Malmquist é aplicado sobre os escores de eficiência obtidos via DEA-SBM na Fase 2, permitindo avaliar a dinâmica temporal do desempenho energético de cada unidade produtiva entre períodos consecutivos (Han et al., 2014). Dessa forma, utiliza-se da combinação entre DEA e Índice de Malmquist para capturar tanto a eficiência estática quanto as transformações técnicas e operacionais ocorridas entre os períodos avaliados, consolidando o uso do DEA para cálculo de eficiência instantânea e do Malmquist para comparações ao longo do tempo e avaliação da trajetória tecnológica dos setores (Makridou et al., 2015; HE et al., 2013).

A formulação do Índice de Malmquist aplicada neste trabalho baseia-se na decomposição multiplicativa da mudança de produtividade, expressa na equação (3) evidenciada abaixo (He et al., 2013; Zhao; Lin, 2019):

$$M_o = \frac{\theta_o^t(x_o^t, y_o^t)}{\theta_o^{t+1}(x_o^{t+1}, y_o^{t+1})} \cdot \left[\frac{\theta_o^{t+1}(x_o^{t+1}, y_o^{t+1})}{\theta_o^t(x_o^{t+1}, y_o^{t+1})} \cdot \frac{\theta_o^{t+1}(x_o^t, y_o^t)}{\theta_o^t(x_o^t, y_o^t)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Na formulação acima, tem-se que M_o é o valor assumido pelo índice de Malmquist, onde $M_o > 1$ indica progresso na produtividade, enquanto $M_o < 1$ evidencia regressão (Makridou et al., 2015). Além disso, tem-se que θ_o^t representa a eficiência no tempo "t", e θ_o^{t+1} representa a eficiência no tempo "t+1". Ademais, x_o^t e y_o^t representam, respectivamente o vetor de insumos e o vetor de produtos no tempo "t" da DMU observada, enquanto que x_o^{t+1} e y_o^{t+1} representam os mesmos vetores no instante de tempo "t+1".

A fim de trazer uma maior compreensão da formulação apresentada do Índice de Malmquist tem-se que $\theta_o^t(x_o^t, y_o^t)$, é a eficiência da DMU em t considerando a tecnologia do período t, enquanto $\theta_o^t(x_o^{t+1}, y_o^{t+1})$ é a eficiência da DMU em t+1 considerando a tecnologia do período t.

Similarmente, $\theta_o^{t+1}(x_o^t, y_o^t)$, é a eficiência da DMU em t considerando a tecnologia do período t+1, enquanto $\theta_o^{t+1}(x_o^{t+1}, y_o^{t+1})$ é a eficiência da DMU em t+1 considerando a tecnologia do período t+1.

Analisando ainda a equação (3) que descreve a formulação do Índice de Malmquist, tem-se que o primeiro termo da expressão captura a mudança de eficiência técnica (EC), enquanto o segundo termo (entre colchetes) quantifica o progresso tecnológico (TC) entre os dois períodos (Zhao; Lin, 2019; Han et al., 2014), definidas a seguir:

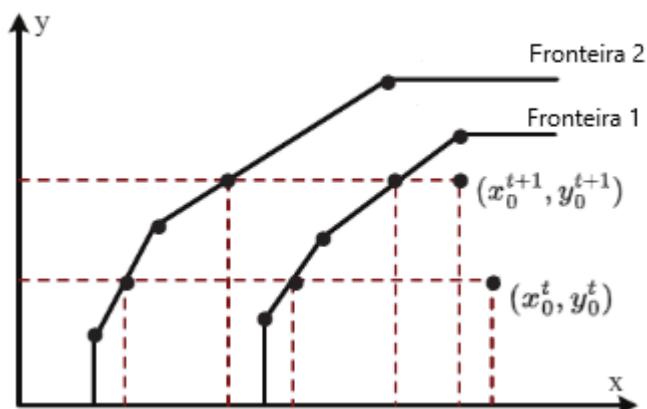
$$TC = \left[\frac{\theta_o^{t+1}(x_0^{t+1}, y_0^{t+1})}{\theta_o^t(x_0^{t+1}, y_0^{t+1})} \cdot \frac{\theta_o^{t+1}(x_0^t, y_0^t)}{\theta_o^t(x_0^t, y_0^t)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$EC = \frac{\theta_o^t(x_0^t, y_0^t)}{\theta_o^{t+1}(x_0^{t+1}, y_0^{t+1})} \quad (5)$$

Adentrando ainda mais no comportamento do índice de Malmquist, tem-se que o componente de Progresso Tecnológico (TC) reflete o deslocamento da fronteira de eficiência calculada pelo método DEA entre os períodos "t" e "t+1" (He et al., 2013; Zhao; Lin, 2019). Diferentemente da mudança de eficiência técnica, que avalia o movimento de uma DMU em relação a uma fronteira fixa, o TC quantifica o deslocamento da própria fronteira, revelando ganhos de produtividade que transcendem a mera otimização operacional (Makridou et al., 2015). Nesse sentido, quando $TC > 1,0$, há progresso tecnológico, indicando que a fronteira de eficiência se deslocou para fora, ampliando as possibilidades de produção. Por outro lado, quando temos que $TC < 1,0$, observa-se regressão tecnológica, sugerindo que as melhores práticas conhecidas no setor se tornaram menos produtivas. De forma semelhante, temos que valores de $EC > 1,0$ indicam que a DMU melhorou sua eficiência operacional, aproximando-se da fronteira de eficiência produtiva, enquanto que valores de $EC < 1,0$ revelam uma deterioração na eficiência operacional (Makridou et al., 2015).

Dessa forma, tem-se que a interpretação visual do deslocamento da fronteira é particularmente útil para compreender os mecanismos de mudança de produtividade. A Figura (2) ilustra o movimento de deslocamento da fronteira referenciado, de maneira a ilustrar esse fenômeno.

Figura 2 – Representação visual do efeito de deslocamento da fronteira de eficiência



Com isso, tem-se que o Índice de Malmquist é calculado para cada par de períodos consecutivos dentro da janela temporal de análise (He et al., 2013; Han et al., 2014). Assim, enquanto o DEA-SBM fornece escores de eficiência para cada período individualmente, o Malmquist compara dois momentos distintos, resultando em $(n-1)$ índices para uma série com n períodos (Makridou et al., 2015). Esta característica permite avaliar não apenas se uma unidade produtiva melhorou sua eficiência, mas também identificar em quais períodos esse progresso, e se decorrente de melhorias operacionais (EC) ou avanços tecnológicos (TC) (Zhao; Lin, 2019; Makridou et al., 2015).

3.2.4. Fase 4: Resultados e Interpretação

A quarta e última fase do procedimento metodológico consiste na consolidação e interpretação integrada dos resultados obtidos nas fases anteriores, permitindo uma compreensão abrangente do desempenho energético e produtivo das unidades industriais analisadas. Nesta etapa, os escores de eficiência calculados pelo DEA-SBM para cada período temporal e os índices de produtividade de Malmquist obtidos para cada par de períodos consecutivos são organizados em estruturas tabulares que facilitam a análise comparativa entre DMUs e ao longo do tempo.

Nesse sentido, temos que a organização dos resultados é feita em tabelas nas quais as colunas representam as DMUs analisadas e as linhas correspondem aos períodos temporais analisados ($t_1, t_2, \dots t_n$). Com isso, quatro tabelas são geradas: Tabela de Eficiência (θ^*), contendo os escores de eficiência de cada DMU em cada período calculado pelo DEA-SBM VRS com orientação aos insumos; Tabela do Índice de Malmquist (M_o), apresentando os valores do índice de produtividade para cada DMU considerando períodos consecutivos; Tabela de Mudança de Eficiência Técnica (EC), exibindo o componente de mudança de eficiência do índice de Malmquist de cada DMU; e Tabela de Mudança Tecnológica (TC), mostrando o componente de progresso tecnológico.

A Tabela de Eficiência constitui o resultado fundamental da Fase 2, fornecendo uma perspectiva estática do desempenho de cada DMU em cada momento do tempo. Os valores de eficiência variam entre 0 e 1, onde $\theta^* = 1,0$ indica que a DMU opera sobre a fronteira de eficiência naquele período específico, enquanto que $\theta^* < 1,0$ revela ineficiência relativa, DMU utiliza mais insumos energéticos do que o necessário para produzir sua saída atual, deixando margem para redução de consumo mantendo os níveis de produção inalterados (Bhat et al., 2018). A análise transversal dessa tabela permite identificar as DMUs *benchmarks* em cada período, que servem como referência de melhores práticas para as unidades ineficientes e constituem a fronteira de eficiência.

Por outro lado, as Tabelas de Índice de Malmquist, EC e TC consolidam os resultados da Fase 3, capturando a dinâmica temporal do desempenho energético e produtivo. Diferentemente da tabela de eficiência onde temos "T" linhas ("T" = número total de períodos analisados; $t = 1 \dots T$), essas tabelas apresentam "T-1" linhas, uma vez que cada linha representa a variação entre dois períodos consecutivos " t " e " $t + 1$ ". Dito isso, tem-se que a Tabela do Índice de Malmquist indica se houve crescimento ($M_o > 1,0$) ou regresso ($M_o < 1,0$) na produtividade total dos fatores de cada DMU entre períodos consecutivos, oferecendo uma medida agregada das mudanças de desempenho EC e TC (Han et al., 2014).

Nesse sentido, a decomposição do Índice de Malmquist nas Tabelas EC e TC permite identificar as fontes específicas das variações de produtividade observadas. Ressalta-se a característica fundamental para análise desses índices onde valores de $EC > 1,0$ indicam que a DMU melhorou sua eficiência operacional, aproximando-se da fronteira de eficiência produtiva, enquanto que valores de $EC < 1,0$ revelam uma deterioração na eficiência operacional relativa. De maneira similar, valores de $TC > 1,0$ indicam o progresso tecnológico, refletindo no deslocamento positivo da própria fronteira de eficiência entre os períodos devido à incorporação de inovações ou melhoria generalizada das práticas setoriais, enquanto que $TC < 1,0$ revela regresso tecnológico e reflete um deslocamento negativo da fronteira entre os períodos (He et al., 2013).

Logo, a interpretação conjunta dessas quatro tabelas permite análises em múltiplas dimensões acerca da eficiência das DMUs observadas. Primeiramente, ao realizar-se a análise longitudinal de cada DMU, seremos capazes de observar sua trajetória de desempenho ao longo do tempo, identificando períodos de melhoria ou regresso tanto em termos de eficiência estática quanto de produtividade dinâmica atrelada aos resultados da aplicação do Índice de Malmquist. Por outro lado, a análise transversal entre as tabelas em cada período permite comparações entre DMUs, identificando líderes e retardatários em termos de eficiência energética e estabelecendo *benchmarks* setoriais. Nesse sentido, a análise de decomposição do Índice de Malmquist possui relevância particular, dado que distingue se melhorias de produtividade decorrem primariamente de ganhos de eficiência operacional (EC) ou de progresso tecnológico (TC), informação crucial para o direcionamento de políticas e investimentos (He et al., 2013; Zhao; Lin, 2019).

Realizadas as explicações da estruturação tabular dos resultados, tem-se que ela facilita a identificação de padrões temporais e espaciais no desempenho energético industrial. Por exemplo, DMUs que consistentemente apresentam $\theta^* = 1,0$ ao longo de múltiplos períodos caracterizam-se como referências de eficiência operativa estáveis, enquanto que aquelas com escores de eficiência crescentes ao longo do tempo demonstram capacidade de aprendizado e melhoria de sua eficiência ao longo do tempo. Analogamente, a análise das tabelas de Malmquist permite detectar períodos em que o setor como um

todo experimenta mudanças tecnológicas (TC elevado de forma generalizada) ou períodos de aumento generalizado de eficiências no setor (EC elevado entre DMUs anteriormente ineficientes).

Logo, tem-se que os resultados consolidados nesta fase permitem recomendações específicas tanto em nível de DMU individual quanto em nível setorial agregado. Nesse sentido, DMUs com baixa eficiência estática, mas potencial de melhoria podem se beneficiar de programas de incentivo de melhores práticas e *benchmarking* operacional. Por outro lado, setores cujas DMUs apresentam baixo TC demandam investimentos em pesquisa, desenvolvimento e inovação tecnológica para deslocamento da fronteira produtiva (He et al., 2013). Dessa forma, a Fase 4 transforma os resultados quantitativos das fases anteriores em *insights* valiosos para formulação de políticas de eficiência energética e estratégias empresariais de melhoria de desempenho.

4. Aplicabilidade da metodologia proposta nas indústrias

Este capítulo é dedicado à aplicação prática da metodologia proposta na Seção 3 para avaliação da eficiência energética e produtividade industrial, utilizando dados empíricos de um caso de estudo representativo. Neste sentido, o capítulo organiza-se em torno de três eixos complementares, sendo o primeiro deles a apresentação e caracterização dos dados utilizados para aplicação da metodologia, seguido pela descrição técnica dos procedimentos computacionais empregados na implementação dos modelos DEA-SBM e Índice de Malmquist, e, por fim, são realizadas análise e discussão detalhada dos resultados obtidos.

Para fins de demonstração prática da metodologia, optou-se por utilizar dados de um caso de estudo internacional relatado em L-Refaie et al. (2015), permitindo acesso a dados reais e validados em contexto de pesquisa. Esta escolha apresenta dupla vantagem, pois fornece base empírica robusta para teste dos procedimentos metodológicos propostos, viabilizando validação de sua operacionalidade e adequabilidade, e também possibilita futura replicação da aplicação em diferentes contextos industriais mediante adaptação das variáveis conforme especificidades setoriais conforme discutido na Seção 2.3.

Dessa forma, a Seção 4.1 apresenta caracterização detalhada acerca da adaptabilidade da metodologia proposta, permitindo a aplicação em diversos setores. Já a Seção 4.2 descreve os dados empíricos utilizados e as transformações feitas em cima dos dados brutos para que estejam em formato estruturado compatível com a implementação computacional utilizada. Seguindo o raciocínio, a Seção 4.3 dedica-se à descrição técnica da aplicação computacional da metodologia, incluindo menção das funções especializadas da biblioteca “deaR” para cálculo de escores de eficiência e índices de produtividade. Por fim, a Seção 4.4 apresenta e analisa os resultados obtidos, incluindo interpretação integrada das quatro dimensões de resultados (eficiência estática, índices de Malmquist, mudança de eficiência técnica e mudança tecnológica), e permitindo a identificação de *benchmarks* operacionais.

4.1. Adaptabilidade metodológica para análise setorial de eficiência

A metodologia proposta neste trabalho, fundamentada na integração de DEA-SBM e Índice de Malmquist, caracteriza-se por elevada adaptabilidade a diferentes contextos industriais, permitindo aplicações abrangentes mediante simples reformulação de seus parâmetros operacionais. Esta flexibilidade se trata de um ponto fundamental da abordagem, reconhecendo que diferentes processos produtivos possuem aspectos específicos que demandam a adaptabilidade metodológica conforme suas características tecnológicas e operacionais.

Conforme discutido em detalhes na Seção 2.3, cada setor industrial apresenta especificidades na escolha de variáveis de entrada e saída, isso demanda que a metodologia seja capaz de incluir todas as particularidades da operação para ser capaz de gerar resultados precisos acerca da eficiência energética e industrial do setor. Sendo assim, tem-se que a metodologia apresentada na Seção 3.1 permite aplicações adaptadas para diferentes setores industriais, considerando que, para tal, os seguintes aspectos devem ser cuidadosamente considerados: a seleção de variáveis (*inputs* e *outputs*), de modo a ajustar a metodologia às características tecnológicas específicas de cada indústria; a granularidade temporal dos dados, que permite aplicações com diferentes frequências temporais conforme a disponibilidade de informações e dinâmica operacional do setor; e o escopo de comparação, que viabiliza

análises em níveis distintos de agregação das unidades produtivas. Mesmo assim, apesar da alta adaptabilidade e flexibilidade da metodologia proposta, conforme ressaltado na Seção 2.3, recomenda-se a comparação de unidades produtivas de um mesmo setor industrial a fim de garantir a consistência dos resultados e dos *benchmarks* obtidos.

Sendo assim, a aplicação da metodologia proposta aos setores industriais permite a identificação de *benchmarks* setoriais da realidade produtiva em contextos específicos, reconhecendo que melhores práticas internacionais nem sempre são diretamente transferíveis. Adicionalmente, a metodologia viabiliza a orientação de políticas públicas e investimentos privados em eficiência diferenciada setorialmente, permitindo a atuação em setores mais críticos e que possuem maior potencial de evolução em sua eficiência energética e produtiva.

4.2. Dados industriais para aplicação da metodologia

Os dados utilizados para aplicação e validação da metodologia proposta neste trabalho foram obtidos a partir do estudo de caso apresentado por L-Refaie, Al-Tahat e Najdawi (2015), que analisam a produtividade de uma indústria jordaniana de plásticos por meio do Índice de Malmquist. Nesse estudo, os autores investigam o desempenho de cinco máquinas sopradoras de produção em uma empresa localizada na Jordânia, construindo séries temporais de dados operacionais adequadas à avaliação de eficiência e produtividade. A seleção deste conjunto de dados justifica-se por sua adequação estrutural aos requisitos metodológicos estabelecidos na Seção 3.2, particularmente no que diz respeito à granularidade temporal, número de unidades produtivas e conjunto completo de variáveis de entrada e saída. Adicionalmente, este estudo de caso fornece evidência empírica de aplicação real da metodologia DEA-Malmquist em contexto industrial, permitindo validação dos procedimentos operacionais e resultados gerados.

A fim de trazer maior contexto acerca dos dados utilizados, tem-se que eles foram coletados 4 vezes ao mês no período de fevereiro a julho de 2014, abrangendo operações em turno diurno e noturno de cinco máquinas sopradoras (M1 a M5) de uma empresa especializada na produção de recipientes e tampas de plástico utilizados em indústrias alimentar, de óleos e cosméticos. A granularidade temporal foi definida em períodos quinzenais, com cada mês dividido em dois períodos: primeira quinzena (H1) e segunda quinzena (H2), resultando em 12 períodos diurnos e 12 noturnos, e totalizando 24 observações de cada máquina.

Este contexto industrial de produção é particularmente apropriado para análise DEA, conforme ressaltado na Seção 2.3, dada a homogeneidade das unidades para comparação de eficiência. Nesse sentido, as cinco máquinas constituem unidades produtivas (DMUs) de mesma natureza tecnológica e operam sob condições similares, atendendo às recomendações de uso dos métodos para comparação exclusivamente entre DMUs de um mesmo tipo.

Adentrando nos detalhes dos dados utilizados, tem-se que no total há 3 insumos e 1 produto sendo utilizados na aplicação. O primeiro insumo considerado é a Quantidade de Defeitos (DQ), medida em unidades, enquanto o segundo insumo refere-se ao Tempo Ocioso (IT) das máquinas, medido também em unidades. Já o terceiro e último insumo se trata de um insumo energético, que, no presente caso de estudo é dado por uma aproximação entre a variável Produção Planejada (PP), medida em unidades, e o volume de insumo energético consumido no processo produtivo. Esta relação entre PP e consumo energético é característica de processos industriais contínuos onde a energia requerida correlaciona-se fortemente com o volume de produção programado. Logo, a utilização de PP como indicador de consumo energético (especificamente gás natural, principal insumo energético em máquinas sopradoras de plástico) é metodologicamente válida quando se reconhece que mudanças em PP refletem variações proporcionais no consumo de recursos energéticos necessários para operação (He et al., 2013; Han et al., 2014). Esta abordagem é justificada na literatura de análise de eficiência, onde variáveis proxy são empregadas quando dados diretos de consumo energético não estão disponíveis ou quando uma métrica agregada de utilização de recursos é apropriada (Makridou et al., 2015; Chen et al., 2017). Por último, tem-se o produto (PQ), medido em unidades produzidas, representa a quantidade efetiva de produtos finalizados em cada período, esta que constitui o *output* do sistema produtivo, representando o resultado tangível dos esforços investidos através dos insumos. Dessa forma, a fim de exemplificar a estrutura dos dados aqui descrita, tem-se que nas tabelas 6 e 7 podem ser observados os insumos e produto considerados para a máquina 1 do experimento (todas as outras máquinas seguem esse mesmo padrão de estrutura)

Tabela 6 – Insumos e Produtos associados à máquina de sopro nº1 em turnos diurnos do experimento

Período	PP (unidades)	DQ (unidades)	IT (unidades)	PQ (unidades)
Feb. H1	24.192	192	1446	22.000
Feb. H2	24.192	241	8975	14.834
Mar. H1	24.192	251	5202	18.763
Mar. H2	24.192	236	8274	15.781
Apr. H1	20.736	197	2329	18.000
Apr. H2	27.648	201	569	26.690
May H1	24.192	242	4116	19.984
May H2	20.736	264	2481	20.042
Jun. H1	13.824	79	1621	11.955
Jun. H2	10.368	76	3016	7.740
Jul. H1	15.552	118	3609	12.600
Jul. H2	22.464	240	3054	19.370

Considerando a estrutura das tabelas 6 e 7, que representam os produtos e insumos da máquina de sopro nº1 do experimento referenciado, tem-se que todas as outras máquinas possuem estrutura semelhante, permitindo a identificação de PQ, DQ, IT e PP para cada uma delas. Sendo assim, os dados originais do experimento foram consolidados e reestruturados em formato padronizado para processamento adequado pela metodologia que aplica o DEA-SBM seguida de análise Malmquist, apresentada na Seção 3. Nesse sentido, as cinco máquinas de sopro foram convertidas em identificadores numéricos de DMU (ID 1 a 5), permitindo tratamento homogêneo como unidades de decisão comparáveis. Cada máquina, operando nos turnos diurno e noturno, foi considerada como observação distinta, resultando em 120 observações (5 máquinas × 2 turnos × 12 períodos).

Tabela 7 – Insumos e Produtos associados à máquina de sopro nº1 em turnos noturnos do experimento

Período	PP (unidades)	DQ (unidades)	IT (unidades)	PQ (unidades)
Fev. H1	24.192	185	1426	22.300
Fev. H2	24.192	94	7996	15.731
Mar. H1	24.192	69	3149	21.419
Mar. H2	24.192	97	6414	18.359
Abril H1	20.736	176	1935	17.221
Abril H2	27.648	142	51	27.720
Maio H1	24.192	120	3420	19.456
Maio H2	20.736	53	2081	19.616
Jun. H1	13.824	32	678	13.500
Jun. H2	10.368	73	2855	8.318
Jul. H1	15.552	115	2962	13.350
Jul. H2	22.464	245	2339	20.750

Além disso, os dados foram sincronizados para garantir que as linhas correspondem a períodos e turnos semelhantes, assegurando que cada observação de insumo está vinculada ao seu correspondente produto. Dessa forma, o turno diurno de "Fev. H1" corresponde às 12:00hrs do primeiro dia do mês de fevereiro, e o turno noturno de "Fev. H1" é representado às 20:00hrs do mesmo dia; enquanto que o turno diurno de "Fev. H2" corresponde às 12:00hrs do dia 15 do mesmo mês, e o turno noturno de "Fev. H2" é representado às 20:00hrs também do dia 15.

Por fim, os dados foram reorganizados, de maneira que exista uma tabela inteiramente dedicada para dados de insumo, uma dedicada para dados de produtos, e uma terceira dedicada para dados de insumos energéticos. As três estruturas tabulares descritas se encontram exemplificadas nas tabelas 8, 9 e 10, que correspondem respectivamente à estrutura tabular para insumos, produtos e insumos energéticos.

Tabela 8 – Tabela de Insumos utilizada na aplicação da metodologia proposta

ID	Data	Hora	DQ (unidades)	IT (unidades)
1	2024-02-01	12:00	192	1446
1	2024-02-01	20:00	185	1426
1	2024-02-15	12:00	241	8975
1	2024-02-15	20:00	94	7996
1	2024-03-01	12:00	251	5202
1	2024-03-01	20:00	69	3149
1	2024-03-15	12:00	236	8274
1	2024-03-15	20:00	97	6414
...
5	2024-06-01	12:00	60	2726
5	2024-06-01	20:00	31	1444
5	2024-06-15	12:00	409	3644
5	2024-06-15	20:00	206	2617
5	2024-07-01	12:00	286	7471
5	2024-07-01	20:00	444	4681
5	2024-07-15	12:00	278	4002
5	2024-07-15	20:00	357	3265

Tabela 9 – Tabela de Produtos utilizada na aplicação da metodologia proposta

ID	Data	Hora	PQ (unidades)
1	2024-02-01	12:00	22000
1	2024-02-01	20:00	22300
1	2024-02-15	12:00	14834
1	2024-02-15	20:00	15731
1	2024-03-01	12:00	18763
1	2024-03-01	20:00	21419
1	2024-03-15	12:00	15781
1	2024-03-15	20:00	18359
...
5	2024-06-01	12:00	6134
5	2024-06-01	20:00	7463
5	2024-06-15	12:00	25709
5	2024-06-15	20:00	25677
5	2024-07-01	12:00	15969
5	2024-07-01	20:00	19616
5	2024-07-15	12:00	20143
5	2024-07-15	20:00	19651

Tabela 10 – Tabela de Insumos Energéticos utilizada na aplicação da metodologia proposta

ID	Data	Hora	Gás Natural (PP) [m³]
1	2024-02-01	12:00	24192
1	2024-02-01	20:00	24192
1	2024-02-15	12:00	24192
1	2024-02-15	20:00	24192
1	2024-03-01	12:00	24192
1	2024-03-01	20:00	24192
1	2024-03-15	12:00	24192
1	2024-03-15	20:00	24192
...
5	2024-06-01	12:00	8640
5	2024-06-01	20:00	8640
5	2024-06-15	12:00	27648
5	2024-06-15	20:00	27648
5	2024-07-01	12:00	22464
5	2024-07-01	20:00	22464
5	2024-07-15	12:00	22464
5	2024-07-15	20:00	22464

Os dados reestruturados no formato das tabelas 8, 9 e 10 constituem a base para aplicação da metodologia que utiliza o DEA-SBM e o Índice de Malmquist nas seções de resultados subsequentes, permitindo geração de escores de eficiência para cada DMU em cada período, e também a análise acerca da decomposição da mudança de produtividade em componentes de eficiência técnica e progresso tecnológico, conforme estabelecido nas Fases 2, 3 e 4 da metodologia.

4.3. Aplicação da metodologia DEA-SBM com Índice de Malmquist

A fim de aplicar a metodologia DEA-SBM combinada com o Índice de Malmquist, foi realizada a implementação computacional desses métodos de maneira a englobar os conceitos teóricos e procedimentos descritos na Seção 3. Sendo assim, desenvolveu-se um código em linguagem R que incorpora funções especializadas da biblioteca “dear: Conventional and Fuzzy Data Envelopment Analysis” para execução dos cálculos de eficiência e produtividade.

O código implementado opera de forma sequencial, refletindo as quatro fases da metodologia proposta conforme estabelecido na Seção 3. Primeiramente, o código faz a leitura e organização dos dados estruturados nas tabelas de produtos, insumos e insumos energéticos (conforme a estrutura descrita na Seção 4.2), assegurando a compatibilidade dos dados utilizados com os requisitos de formato exigidos pela biblioteca “dear”. Em seguida, mediante invocação da função “make_malmquist” da biblioteca “dear”, os dados são transformados em objetos do tipo “deaData”, essa que é uma estrutura especializada para armazenar informações de *inputs* e *outputs* em formato adequado para as operações de análise posterior do Índice de Malmquist.

Após a preparação dos dados em estrutura “deaData”, utiliza-se da função “malmquist_index”, esta que constitui o núcleo computacional da análise. Essa função é utilizada para calcular o Índice de Produtividade de Malmquist (M_o) baseado nos resultados do método DEA-SBM com orientação a insumos e retornos variáveis de escala (VRS), conforme especificado na Seção 3. A parametrização da função garante que a orientação seja configurada para minimização de insumos (*input-oriented*), refletindo o objetivo de reduzir o consumo de recursos energéticos e operacionais mantendo níveis de produção. Desse modo, os cálculos são executados entre períodos temporais consecutivos, gerando índices de produtividade que capturam a dinâmica de mudança entre observações adjacentes na série temporal.

Como resultado dessa aplicação, obtém-se não apenas os valores do índice de Malmquist (M_o), mas também sua decomposição em componentes específicos de mudança de eficiência técnica (EC) e progresso tecnológico (TC), conforme descrito nas equações 10 e 11, para cada par de períodos consecutivos da base de dados utilizada. Essa desagregação computacional permite uma análise aprofundada e diferenciada acerca dos fatores que geraram mudança de produtividade, viabilizando a diferenciação entre variações de eficiência observadas decorrentes primariamente de melhoria nas práticas operacionais das máquinas (EC) ou de deslocamentos na fronteira de eficiência indicativos de progresso tecnológico setorial (TC).

Além disso, os escores de eficiência estática para cada período, calculados pelo modelo DEA-SBM com orientação à insumos e retorno variável de escala (VRS), através das equações 2 a 4 conforme descrito na Seção 3, também são extraídos como subproduto da execução da função "*malmquist_index*" da biblioteca "*deaR*", permitindo análise do desempenho estático de eficiência energética e produtividade de cada DMU em cada instante temporal. Em seguida, esses resultados são compilados em estruturas tabulares que facilitam a análise comparativa transversal e longitudinal.

Uma vez executada a análise computacional através das funções especializadas da biblioteca "*deaR*", os resultados numéricos são processados, gerando as quatro tabelas fundamentais: Tabela de eficiência estática contendo escores para cada DMU em cada período; Tabela do Índice de Malmquist com índices agregados de produtividade (M_o); Tabela de mudança de eficiência técnica (EC); e Tabela de mudança tecnológica (TC). Estas tabelas constituem a base para interpretação dos resultados, permitindo tanto análises de eficiência relativa quanto avaliações de dinâmica temporal de produtividade no sistema produtivo observado.

Por fim, ressalta-se que a utilização da biblioteca "*deaR*" oferece vantagens computacionais ao englobar complexidades numéricas que fazem parte da resolução de problemas de programação não linear e de operações de comparação entre fronteiras eficientes em múltiplos períodos temporais. Logo, tem-se que essa abordagem garante robustez numérica, evita erros de implementação em cálculos complexos e permite reproduzibilidade integral dos resultados através de código documentado, atendendo aos critérios para investigações em diferentes setores industriais em diferentes níveis de comparação.

4.4. Apresentação e Análise de Resultados

A aplicação da metodologia DEA-SBM com Índice de Malmquist aos dados das cinco máquinas sopradoras durante o período adaptado de fevereiro a julho de 2024 forneceu resultados abrangentes sobre eficiência estática, eficiência dinâmica de produtividade, e a decomposição de seus componentes entre mudanças tecnológicas e mudanças de eficiência técnica. Os resultados consolidados refletem a complexidade operacional de ambientes industriais, onde variabilidade temporal significativa em eficiência e produtividade é característica esperada. A análise integrada das quatro tabelas de resultados (eficiência estática, Índice de Malmquist, mudança de eficiência técnica e mudança tecnológica) permite uma análise multidimensional sobre desempenho do sistema estudado.

Nesse sentido, tem-se que a Tabela 11, apresentada a seguir, consolida os escores de eficiência estática oriundos do método DEA-SBM com orientação à insumos e retornos variáveis de escala (VRS) para cada máquina em cada período de análise.

Os resultados de eficiência estática, explicitados na Tabela 11, revelam padrão heterogêneo de desempenho entre as máquinas. Observa-se que a DMU 1 apresenta comportamento mais consistentemente eficiente, atingindo eficiência plena ($\theta^* = 1,0$) em todos os períodos ao longo da série temporal analisada, o que demonstra que essa máquina compõe a fronteira de eficiência em todos os períodos observados. A DMU 2 apresenta comportamento similar à DMU 1, porém, ela apresenta potencial de melhoria de sua eficiência energética e em sua produtividade em alguns períodos no final da análise, indicando que, nesses períodos, ela não está na fronteira de eficiência. Por outro lado, as DMUs 3, 4 e 5 demonstram maior volatilidade entre seus escores de eficiência, com períodos de eficiência elevada (onde essas DMUs fazem parte da fronteira de eficiência) alternando com períodos de ineficiência relativa, evidente em algumas observações, como por exemplo no turno noturno do dia 15 de julho, onde essas 3 máquinas não compõem a fronteira de eficiência.

Tabela 11 – Tabela de resultados dos escores de eficiência estática (θ^*) por DMU

período	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
2024-02-01 12:00:00	1	1	1	1	1
2024-02-01 20:00:00	1	1	1	1	1
2024-02-15 12:00:00	1	1	1	1	1
2024-02-15 20:00:00	1	1	1	1	1
2024-03-01 12:00:00	1	1	1	1	1
2024-03-01 20:00:00	1	1	1	1	1
2024-03-15 12:00:00	1	1	0,995321128	1	0,982656388
2024-03-15 20:00:00	1	1	0,972400878	1	1
2024-04-01 12:00:00	1	1	1	0,883945676	1
2024-04-01 20:00:00	1	1	1	1	1
2024-04-15 12:00:00	1	1	1	0,942254495	1
2024-04-15 20:00:00	1	1	0,994970662	0,928713627	1
2024-05-01 12:00:00	1	1	1	1	0,928380985
2024-05-01 20:00:00	1	1	1	1	0,850011463
2024-05-15 12:00:00	1	1	0,857142857	1	1
2024-05-15 20:00:00	1	1	0,931213216	1	1
2024-06-01 12:00:00	1	1	0,95909208	0,905344757	1
2024-06-01 20:00:00	1	1	0,847192314	0,962865608	1
2024-06-15 12:00:00	1	1	0,944805277	0,889142412	1
2024-06-15 20:00:00	1	1	0,887882388	0,970460845	0,93889683
2024-07-01 12:00:00	1	0,848761074	1	1	1
2024-07-01 20:00:00	1	0,905800394	1	1	1
2024-07-15 12:00:00	1	1	0,708781468	1	0,852282175
2024-07-15 20:00:00	1	0,977667811	0,74331756	1	0,945940362

Além disso, ressalta-se que, a presença de múltiplas observações de DMUs diferentes com escores de eficiência máxima ($\theta^* = 1,0$), sugere que a fronteira de eficiência não é dominada unicamente por nenhuma máquina específica em todo o período observado, mas é formada coletivamente pelo conjunto de unidades. Mesmo assim, os resultados indicam que a DMU 1 e a DMU 2, por apresentarem escore de eficiência máxima em todo (ou quase todo) o período analisado, e, portanto, tem-se que essas DMUs contribuem mais fortemente para a formação da fronteira eficiente e podem ser consideradas *bechmarks* para as outras máquinas.

Seguindo com a análise dos resultados, a Tabela 12 apresenta os Índices de Malmquist (M_0) calculados para cada par de períodos consecutivos, quantificando mudanças em produtividade total de fatores conforme formulado na Seção 3.

Analizando os resultados obtidos para o Índice de Malmquist calculado entre os períodos para cada DMU, nota-se uma dinâmica de produtividade altamente volátil ao longo do período estudado, ressaltando que índices superiores a 1,0 indicam ganho de produtividade, enquanto valores inferiores a 1,0 revelam regresso. Nesse sentido, tem-se que a alta volatilidade dos resultados apresentados pode ser atrelada à baixa granularidade dos dados operacionais observados, dado que as transições graduais de produtividade podem não capturar entre as observações. Além disso, tem-se que a presença de índices muito elevados (superiores a 2,0 em múltiplas instâncias) em algumas transições pode sugerir períodos de recuperação de eficiência após quedas significativas.

Tabela 12 – Tabela de resultados dos Índices de Malmquist (M_o) por DMU

período	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
2024-02-01 20:00:00	1,01776022	0,93491177	5,92773662	1,13904771	1,50456206
2024-02-15 12:00:00	0,62568927	0,94933138	0,32223565	0,87134883	0,7677286
2024-02-15 20:00:00	1,57286802	1,30751995	3,09270933	1,04648391	1,09430202
2024-03-01 12:00:00	0,81141802	0,70504535	0,10459787	0,27675045	0,95894993
2024-03-01 20:00:00	1,81167556	1,76965422	1,48240302	1,20399753	1,62708123
2024-03-15 12:00:00	0,3883685	0,48759626	0,64143686	1,01790288	0,55942204
2024-03-15 20:00:00	2,01939218	1,82828488	1,04545355	1,57447633	1,6980566
2024-04-01 12:00:00	0,66795203	0,6155496	1,1889871	0,63310877	0,78796429
2024-04-01 20:00:00	1,04912294	1,36399222	0,91568098	1,19702837	0,92191971
2024-04-15 12:00:00	2,09496281	0,87512745	1,61051084	0,93233051	1,034367
2024-04-15 20:00:00	3,43434866	1,21572363	1,04665651	1,01058136	1,46845061
2024-05-01 12:00:00	0,1766594	0,77640042	0,56296925	1,03576398	0,62640759
2024-05-01 20:00:00	1,30298481	6,61427972	1,01008031	1,25417686	1,35005516
2024-05-15 12:00:00	0,91819366	0,08680595	0,87270371	0,52051789	0,90164091
2024-05-15 20:00:00	1,73772468	2,13732513	1,34723661	1,42281536	1,89858175
2024-06-01 12:00:00	0,60948385	0,52133429	0,92425912	0,59511549	0,48017157
2024-06-01 20:00:00	1,7742824	1,34129804	0,97526502	1,20044886	1,53547368
2024-06-15 12:00:00	0,45987847	0,83321824	1,05303328	0,86165269	0,80627791
2024-06-15 20:00:00	1,074677	1,15123101	1,01697733	1,18901494	0,9987553
2024-07-01 12:00:00	0,97280642	0,38995077	0,72462936	0,92967956	0,53991635
2024-07-01 20:00:00	1,15044879	1,14391884	1,09016048	0,87972185	1,19151248
2024-07-15 12:00:00	1,00310791	1,60315177	0,84756872	1,10310215	1,25482698
2024-07-15 20:00:00	1,19986553	0,69366504	1,02546782	6,25601803	0,99678669

Dessa forma, percebe-se que certas transições apresentam flutuações extremas, como exemplificado pela DMU 3, cujo Índice de Malmquist calculado entre o dia 1º de fevereiro às 12:00hrs e o mesmo dia às 20hrs foi extremamente elevado ($M_o = 5,928$). Fenômenos como esse são indicativo de aumento abrupto de produtividade entre períodos operacionais, potencialmente refletindo alterações de configuração da máquina ou condições de operação. Por outro lado, algumas transições podem apresentar índices de produtividade muito baixos ($M_o << 1,0$), como ocorreu com a DMU 5, cujo índice de Malmquist calculado entre as observações de 1º de maio às 20:00hrs e de 15 de maio às 12:00hrs foi extremamente reduzido ($M_o = 0,087$), o que representa uma grande perda de produtividade relativa entre esses períodos.

Além disso, a análise dos resultados do Índice de Malmquist calculados para cada período revelam períodos de alterações de produtividade generalizados entre as DMUs. Esse fenômeno ocorre, por exemplo, no dia 15 de maio às 20:00hrs, onde todas as máquinas apresentam índice de produtividade superior a 1,0, indicando aumento de produtividade generalizado no sistema. Por outro lado, casos como o ocorrido no dia 1º de junho, onde o índice de Malmquist geral é inferior a 1,0, são indicativos de períodos em que houve redução generalizada produtividade das DMUs.

Dando prosseguimento com a análise dos resultados obtidos, tem-se que a Tabela 13 apresenta a componente de mudança de eficiência técnica (EC) oriunda da decomposição do índice de Malmquist.

Analizando os resultados obtidos para o componente EC, tem-se que esse valor quantifica como que cada DMU converge em direção à fronteira de eficiência técnica. Nesse sentido, valores de $EC > 1,0$ indicam que a DMU está se aproximando da fronteira de eficiência, enquanto $EC < 1,0$ sinaliza afastamento relativo.

Tabela 13 – Tabela de resultados de mudanças de eficiência (EC) por DMU

período	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
2024-02-01 20:00:00	0,975343434	0,966135344	1	1,096017022	1,50136694
2024-02-15 12:00:00	0,670936292	1,035051668	1	0,878860453	0,800344828
2024-02-15 20:00:00	1,301159273	1	1	1,041098915	1,088670968
2024-03-01 12:00:00	1,132278352	1	1	0,807368444	1,078355961
2024-03-01 20:00:00	1,061563664	1	1	1,15698133	1,064300025
2024-03-15 12:00:00	1	1	0,929760113	1,184744405	0,967416773
2024-03-15 20:00:00	1	1	0,950238318	1	1,033680651
2024-04-01 12:00:00	1	0,886954459	1,131870002	0,878066402	0,910764743
2024-04-01 20:00:00	1	1,127453602	1	1,138866033	0,954209571
2024-04-15 12:00:00	1	0,834695275	0,992913248	0,900890208	0,926890492
2024-04-15 20:00:00	1	1,030297506	0,998998849	0,98287422	1,200417033
2024-05-01 12:00:00	0,969369212	1,162811709	0,886062329	1,129354247	0,949546392
2024-05-01 20:00:00	0,810875239	1	0,895811036	0,949256626	0,922533181
2024-05-15 12:00:00	1,272203947	1	0,947330802	0,977883523	1,180568694
2024-05-15 20:00:00	1	1	1,241769205	1,07728158	1
2024-06-01 12:00:00	1	0,920825645	1,022344648	0,869650077	0,820945211
2024-06-01 20:00:00	1	1,011501066	0,863651355	1,063064159	1,077421114
2024-06-15 12:00:00	0,793717617	1,073633982	1,093357501	0,894648295	1,117742733
2024-06-15 20:00:00	1,001063265	1	0,94731593	1,107569228	0,930342083
2024-07-01 12:00:00	1,258555743	0,827341534	0,95472972	1,091623219	0,924990266
2024-07-01 20:00:00	1	1,084476166	1,036358757	1	1,143717907
2024-07-15 12:00:00	0,927459983	1,11453872	0,559829372	1	0,852575914
2024-07-15 20:00:00	1,078213635	0,91621524	1,501769656	1	1,069297109

Logo, observa-se que a maioria das transições apresenta EC próximos a 1,0 ou ligeiramente superior, sugerindo pequenos incrementos de eficiência entre os períodos. Um exemplo desse fenômeno ocorreu com a DMU 5 em 15 de julho às 20:00hrs, que apresentou alto aumento de eficiência técnica no período (EC = 1,150), indicando grande melhorias em sua eficiência. Além disso, a presença de múltiplos EC elevados em transições específicas de todas as máquinas sugere que há oportunidades recorrentes de melhoria operacional que são implementadas entre os períodos, potencialmente correlacionadas com ciclos de manutenção, reconfiguração produtiva ou treinamento operacional.

Por outro lado, existem muitas transições que apresentam valores de EC ligeiramente inferiores a 1,0, sugerindo perdas de eficiência técnica relativa entre os períodos. Logo, tem-se que isso é um indicativo de perdas de eficiência técnicas relativas no período, como ocorreu com a DMU 5 no dia 15 às 12:00hrs, que apresentou índice de eficiência técnica extremamente reduzido (EC = 0,560).

Ressalta-se que essas análises também podem ser feitas em torno de um período de observação, a fim de encontrar períodos de mudanças de eficiência tecnológica generalizados entre as DMUs e identificar padrões de mudanças de eficiência entre as máquinas.

Em seguida, tem-se a análise dos resultados obtidos para a componente de mudança de tecnológica (TC) oriunda da decomposição do índice de Malmquist, explicitados na Tabela 14.

A priori, ressalta-se que o componente TC reflete progresso tecnológico setorial agregado, representando como a fronteira de melhores práticas se desloca ao longo do tempo. Conforme explicado na Seção 3,

TC > 1,0 indica deslocamento positivo da fronteira (progresso tecnológico), enquanto TC < 1,0 sugere regresso

Tabela 14 – Tabela de resultados de mudanças tecnológica (TC) por DMU

período	DMU 1	DMU 2	DMU 3	DMU 4	DMU 5
2024-02-01 20:00:00	1,043489077	0,967681989	5,92773662	1,03926097	1,002128138
2024-02-15 12:00:00	0,932561376	0,917182596	0,322235649	0,991452991	0,959247285
2024-02-15 20:00:00	1,208820516	1,307519951	3,092709325	1,005172414	1,005172414
2024-03-01 12:00:00	0,716624158	0,705045353	0,104597866	0,342780861	0,889270302
2024-03-01 20:00:00	1,706610375	1,769654219	1,482403022	1,040636955	1,528780595
2024-03-15 12:00:00	0,3883685	0,487596263	0,689895012	0,85917509	0,578263742
2024-03-15 20:00:00	2,019392181	1,828284878	1,10020142	1,574476331	1,642728432
2024-04-01 12:00:00	0,667952034	0,694003617	1,050462596	0,721026074	0,865167753
2024-04-01 20:00:00	1,049122941	1,209798983	0,91568098	1,051070392	0,966160619
2024-04-15 12:00:00	2,094962809	1,048439441	1,622005591	1,034899148	1,11595384
2024-04-15 20:00:00	3,43434866	1,179973378	1,047705423	1,028189911	1,223283716
2024-05-01 12:00:00	0,182241608	0,667692296	0,63536078	0,917129393	0,659691401
2024-05-01 20:00:00	1,606886912	6,614279723	1,127559571	1,321220027	1,46342179
2024-05-15 12:00:00	0,721734642	0,08680595	0,921223834	0,532290273	0,763734392
2024-05-15 20:00:00	1,737724676	2,137325132	1,08493318	1,320746024	1,898581751
2024-06-01 12:00:00	0,609483849	0,566159608	0,90405826	0,684316032	0,584900871
2024-06-01 20:00:00	1,7742824	1,326047086	1,12923463	1,12923463	1,425137918
2024-06-15 12:00:00	0,579398088	0,776072897	0,963118908	0,963118908	0,721344803
2024-06-15 20:00:00	1,07353555	1,151231007	1,07353555	1,07353555	1,07353555
2024-07-01 12:00:00	0,772954572	0,471329858	0,758989001	0,851648758	0,583699491
2024-07-01 20:00:00	1,150448788	1,054812333	1,05191419	0,879721851	1,041788774
2024-07-15 12:00:00	1,081564631	1,438399352	1,513976862	1,103102153	1,471806745
2024-07-15 20:00:00	1,112827267	0,75709834	0,682839617	6,25601803	0,932188706

Sendo assim, os resultados da Tabela 14 mostram que a mudança tecnológica varia significativamente entre períodos, com múltiplas transições apresentando $TC > 1,0$ em valores moderados (tipicamente entre 1,0 e 2,0), sugerindo progresso tecnológico contínuo, mas não uniforme. Mesmo assim, algumas transições apresentam TC extremamente elevados (superiores a 5,0), como por exemplo a DMU 3 no dia 1º de fevereiro às 20:00hrs e a DMU 4 no dia 15 de julho às 20:00hrs. Isso é um indicativo de deslocamentos abruptos da fronteira potencialmente relacionados a inovações operacionais ou outras mudanças nas indústrias observadas.

Por outro lado, períodos com $TC < 1,0$ sinalizam contextos em que a fronteira de eficiência não avança ou regrediu relativamente, o que pode ser um indicativo de períodos em que existe pouco fomento à inovação. Isso ocorreu, por exemplo, com a DMU 2 no dia 15 de maio às 12:00hrs, onde ela apresentou um TC de 0,087. Esse fenômeno indica que provavelmente a fronteira de eficiência se mexeu muito pouco em relação à eficiência dessa DMU, o que se comprova quando observamos os outros resultados para essa mesma máquina no mesmo período, onde ela apresentou $EC = 1,0$ e $\theta^* = 1,0$, indicando que ela estava compondo a fronteira no momento observado.

Nesse sentido, tem-se que a análise conjunta das quatro dimensões de resultados (eficiência estática, mudança de produtividade, mudança de eficiência técnica e mudança tecnológica) revela que o desempenho do sistema produtivo estudado é governado pela interação complexa entre o desempenho individual de eficiência de cada DMU e dinâmicas compartilhadas de evolução tecnológica entre os períodos. Logo, observando os resultados de forma transversal, é possível descrever o comportamento e performance das máquinas de maneira detalhada e multilateral, considerando múltiplos fatores que influenciam na eficiência total e produtividade relativa de cada DMU.

Sendo assim, a capacidade da metodologia DEA-Malmquist de desagregar mudança de produtividade em eficiência técnica e progresso tecnológico permite a identificação precisa de *benchmarks* de performance. Neste caso, a presença de variabilidade em EC e TC indica que ambas as dimensões contribuem para a dinâmica de produtividade observada no índice de Malmquist, sugerindo que políticas de melhoria de desempenho devem incluir tanto capacidade operacional das DMUs quanto o contexto tecnológico compartilhado do ambiente de produção.

Além disso, ressalta-se a presença de máquinas que consistentemente atingem eficiência máxima (particularmente DMU 1) oferece oportunidade para identificação de melhores práticas, permitindo *benchmarking* direto entre as DMUs. Por outro lado, DMUs que apresentam desempenho relativamente baixo se comparado com as outras DMUs (particularmente a DMU 3) demandam investigação operacional mais aprofundada para identificação de fatores específicos limitando sua performance.

Por fim, destaca-se que os resultados apresentados, mesmo fundamentados nos mesmos dados coletados por L-Refaie, Al-Tahat e Najdawi (2015), decorrem de uma abordagem metodológica diferente da aplicada pelos autores. O estudo original concentrou-se na aplicação do Índice de Malmquist como única ferramenta para medição de produtividade, fornecendo uma perspectiva longitudinal agregada das mudanças de eficiência total ao longo do período. Contudo, essa abordagem não inclui a integração sistemática de uma análise estática complementar de eficiência relativa em cada período, dado que ela utiliza o índice de Malmquist aplicado direto em dados de produção, e não utiliza de modelos de análise de eficiência em cada período, em contraste a metodologia proposta nesse trabalho, que utiliza do DEA-SBM.

Nesse sentido, e considerando as análises feitas nesse capítulo, tem-se que a estruturação em quatro fases proposta neste trabalho viabiliza caracterização multidimensional completa do desempenho industrial. Primeiramente, mediante aplicação do DEA-SBM na Fase 2, obtêm-se escores de eficiência instantânea para cada período, conforme demonstrado na Tabela 11, permitindo identificação de *benchmarks* estáveis de eficiência relativa. Essa informação não estava disponível no trabalho original, que não estabelecia referências operacionais explícitas baseadas em comparações de eficiência entre unidades em cada instante. Adicionalmente, a aplicação do índice de Malmquist integrada aos resultados DEA-SBM, conforme apresentado nas Tabelas 12, 13 e 14, permite a decomposição detalhada que diferencia períodos em que melhorias de produtividade decorreram primariamente de ganhos de eficiência técnica EC de períodos em que a fronteira de eficiência se deslocou, indicando progresso tecnológico TC.

5. Conclusões

O presente trabalho realizou a validação e demonstração prática da metodologia que integra o método DEA-SBM combinada ao Índice de Malmquist para avaliação de eficiência energética e produtividade industrial. Por meio da aplicação sistemática da estrutura metodológica DEA-SBM com o Índice de Malmquist, a um caso de estudo empírico representativo, foi possível confirmar a adequabilidade teórica e prática da abordagem, consolidando contribuições tanto no âmbito metodológico quanto na geração de conhecimento acerca de dinâmicas temporais de desempenho industrial.

Sendo assim, através das análises realizadas principalmente no Capítulo 2, que apresentou fundamentação teórica abrangente acerca da evolução histórica da eficiência energética na indústria global. Nesse sentido, a análise sistemática de 90 estudos publicados entre 2001 e 2025 permitiu contextualizar com precisão como o tema evoluiu de uma preocupação puramente econômica para uma dimensão integrada que incorpora inovação tecnológica, desempenho ambiental e indicadores de produtividade, e que ganhos de eficiência energética representam opções de investimento de baixo custo e elevado retorno.

Especificamente, a revisão da literatura revelou que a combinação de DEA com o índice de Malmquist representa o padrão metodológico predominante em avaliações de eficiência energética industrial, aparecendo em grande parte dos estudos analisados. Essa constatação validou a escolha metodológica central deste trabalho, demonstrando não apenas sua adequabilidade, mas sua consolidação como abordagem reconhecida academicamente. Adicionalmente, a caracterização detalhada das variáveis de entrada e saída específicas por setor industrial ressaltou a importância da seleção adequada de insumos e produtos utilizados na aplicação prática. Sendo assim, essa análise demonstrou que diferentes

indústrias demandam especificações distintas de variáveis conforme suas características tecnológicas. Além disso, a análise realizada em cima dos métodos utilizados na literatura ofereceu justificativas para adoção do modelo DEA-SBM com retornos variáveis de escala em detrimento de abordagens radiais tradicionais, e também do índice de Malmquist. Desta forma, o referencial teórico construído no Capítulo 2 não apenas motivou a escolha metodológica, mas forneceu embasamento conceitual e empírico que reforça a validade dos resultados obtidos na aplicação prática.

Além disso, no Capítulo 3 foi apresentada a proposição metodológica de aplicação do método DEA-SBM com retornos variáveis de escala orientado a insumos combinado ao Índice de Malmquist com decomposição em mudança de eficiência técnica e progresso tecnológico. Nesse sentido, detalhou-se também a estruturação sequencial da metodologia em quatro etapas, sendo elas: coleta de dados; aplicação do método DEA-SBM; cálculo dos índices de produtividade e interpretação de resultados. Dessa forma, definiu-se uma metodologia reproduzível e aplicável em diferentes contextos industriais.

Dessa forma, neste trabalho foi evidenciada a adaptabilidade da metodologia proposta para análise setorial de eficiência em diferentes contextos industriais e produtivos. Nesse sentido, foi comprovado que a metodologia permite flexibilidade na seleção de insumos e produtos conforme características tecnológicas específicas de cada setor industrial, reconhecendo as análises que demonstram significativa heterogeneidade nas especificações setoriais. Essa adaptabilidade constitui diferencial fundamental na abordagem, viabilizando aplicações abrangentes mediante simples reformulação de parâmetros operacionais conforme realidades produtivas distintas.

Além disso, mediante aplicação operacional da metodologia DEA-SBM com Índice de Malmquist a caso de estudo empírico real, foi possível validar a efetividade da abordagem. Aprofundando na análise da aplicação, tem-se que a integração de procedimentos computacionais especializados por meio da biblioteca “deaR” em linguagem R, foram geradores resultados de escores de eficiência estática, índices de produtividade, eficiência técnica e progresso tecnológico para cinco unidades produtivas ao longo de 12 períodos temporais, totalizando 120 observações. Essa aplicação prática validou a efetividade da abordagem como ferramenta operacional robusta para avaliação de eficiência energética e produtividade industrial em contextos reais.

Além disso, constatou-se igualmente que a decomposição do Índice de Malmquist permite distinção precisa entre melhorias decorrentes de ganhos de eficiência operacional e progresso tecnológico setorial, viabilizando identificação de fatores específicos direcionadores de mudanças de produtividade. Nesse sentido, os resultados demonstraram que ambas as dimensões contribuem para a dinâmica de produtividade observada no índice de Malmquist, sugerindo que políticas de melhoria de desempenho devem abordar simultaneamente capacidade operacional das unidades e contexto tecnológico compartilhado do ambiente de produção.

Em síntese, a validação operacional da metodologia DEA-Malmquist demonstrou que a abordagem constitui ferramenta prática, robusta e operacionalmente viável para avaliação integrada de eficiência energética e produtividade industrial. A capacidade de integrar análise estática de eficiência com perspectiva dinâmica de mudanças de produtividade, associada à decomposição entre fatores operacionais e tecnológicos, fornece *insights* valiosos para orientação de políticas de eficiência e estratégias de melhoria de desempenho. Ressalta-se ainda a flexibilidade metodológica comprovada, que viabiliza aplicações abrangentes em diferentes setores e contextos industriais sem perda de rigor técnico.

A conclusão deste trabalho abre perspectivas interessantes para investigações futuras que expandam a compreensão acerca de eficiência energética e produtividade em contextos industriais diversos. Recomenda-se prioritariamente a aplicação da metodologia DEA-Malmquist em setores industriais de elevada relevância econômica e ambiental, e em setores intensivos em energia. Nesse sentido, tem-se que aplicações em múltiplos países permitiriam estabelecimento de *benchmarks* setoriais globais e identificação de práticas internacionais de replicáveis em contextos variados, gerando grandes contribuições para o desenvolvimento da eficiência energética e produtiva para o setor industrial.

Particularmente, recomenda-se que investigações futuras apliquem a metodologia DEA-Malmquist integrada em indústrias brasileiras. O Brasil apresenta amplas oportunidades em setores como siderurgia, cimento, refino de petróleo e manufatura, que são significativas fontes de consumo energético. A aplicação forneceria *benchmarks* nacionais e contribuiria para políticas de eficiência energética baseadas em evidências empíricas brasileiras, orientando investimentos em modernização tecnológica e posicionamento competitivo sustentável da indústria nacional.

6. Bibliografia

AMJADI, G.; LUNDGREN, T.; ZHOU, W. A dynamic analysis of industrial energy efficiency and the rebound effect: implications for carbon emissions and sustainability. *Energy Efficiency*, 12 out. 2022.

AZADEH, A.; GHADERI, S.F.; ASADZADEH, S.M. Energy Efficiency Modeling and Estimation in Petroleum Refining Industry - A Comparison Using Physical Data. *Renewable Energy and Power Quality Journal* 1(06):123-128, 2008.

BHAT, J. A.; HAIDER, S.; KAMAIAH, B. Interstate energy efficiency of Indian paper industry: A slack-based non-parametric approach. *Journal of Cleaner Production*, 2018.

BI, J.; WANG, J.N.; HU, Y. Avaliação da eficiência energética industrial regional chinesa com base em um modelo DEA de fixação de insumos não energéticos. *Energy Policy*, v. 39, p. 1621-1629, 2011.

BLOMBERG, J.; HENRIKSSON, E.; LUNDMARK, R. Eficiência energética e política em fábricas de celulose e papel suecas: uma abordagem de análise de envoltória de dados. *Energy Policy*, v. 41, p. 340-348, 2012.

BOLÓS, V.; BENITEZ, R.; COLL-SERRANO, V. deaR: Conventional and fuzzy DEA models with R. *SoftwareX*, 31, 102266, 1-6, 2025.

BOYD, G. A.; LEE, J. M. Measuring plant level energy efficiency and technical change in the U.S. metal-based durable manufacturing sector using stochastic frontier analysis. *Energy Economics*, v. 80, p. 342-356, 2019.

BOYD, G.A.; PANG, J.X. Estimating the linkage between energy efficiency and productivity. *Energy Economics*, v. 24, p. 51-67, 2001.

CHEN, X.; GONG, Z. DEA Efficiency of Energy Consumption in China's Manufacturing Sectors with Environmental Regulation Policy Constraints. *Sustainability*, v. 9, n. 2, p. 210, 4 fev. 2017.

CHEN, Y.; HAN, Y.; ZHU, Q. Energy and environmental efficiency evaluation based on a novel data envelopment analysis: An application in petrochemical industries. *Applied Thermal Engineering*, v. 119, p. 641-651, 2017.

Chen, Y.; Ma, L.; Zhu, Z. The environmental-adjusted energy efficiency of China's construction industry: a three-stage undesirable SBM-DEA model. *Environ Sci Pollut Res* 2021, 28, 58442-58455. <https://doi.org/10.1007/s11356-021-14728-2>

Chen, Y.; Xu, J-t. An assessment of energy efficiency based on environmental constraints and its influencing factors in China. *Environ Sci Pollut Res* 2019, 26, 16887-16900.

CHI, Y. et al. Research on Beijing Manufacturing Green-Oriented Transition Path under "Double Carbon" Goal-Based on the GML-SD Model. *Sustainability*, v. 15, n. 9, p. 7716, 8 maio 2023.

FAN, M.; SHAO, S.; YANG, L. Combining global Malmquist-Luenberger index and generalized method of moments to investigate industrial total factor CO₂ emission performance: A case of Shanghai (China). *Energy Economics*, v. 47, p. 89-98, 2015.

FENG, C.; HUANG, J.B.; WANG, M. Analysis of green total-factor productivity in China's regional metal industry: A meta-frontier approach. *Journal of Cleaner Production*, v. 197, p. 984-994, 2018.

FENG, X. et al. The government-production nexus of energy efficiency in China's construction industry: regional difference and factor analysis. *Environmental Science and Pollution Research*, v. 30, p. 106227-106241, 19 set. 2023.

GONG, Z.; CHEN, X. Analysis of Interval Data Envelopment Efficiency Model Considering Different Distribution Characteristics-Based on Environmental Performance Evaluation of the Manufacturing Industry. *Sustainability*, v. 9, n. 12, p. 2080, 27 nov. 2017.

HAIDER, S.; MISHRA, P. P. Benchmarking energy use of iron and steel industry: a data envelopment analysis. *Benchmarking: An International Journal*, v. 26, n. 4, p. 1313-1335, 2018.

HAIDER, S.; MISHRA, P. P. Reducing the energy consumption of Indian iron and steel industry through enhancing energy efficiency: Role of regional coordination. *J Public Affairs*, v. 20, p. e2105, 2020.

HAN, X.; XUE, X.; GE, J.; WU, H.; SU, C. Measuring the Productivity of Energy Consumption of Major Industries in China: A DEA-Based Method. *The Scientific World Journal*, v. 2014, p. 1-15, 2014.

HE, F.; ZHANG, Q.; LEI, J.; FU, W.; XU, X. Energy efficiency and productivity change of China's iron and steel industry: Accounting for undesirable outputs. *Energy Economics*, v. 36, p. 702-711, 2013.

HONMA, S.; HU, J.-L. Industry-level total-factor energy efficiency in developed countries: A Japan-centered analysis. *Energy Economics*, v. 42, p. 269-278, 2014.

HUANG, J.-B.; ZOU, H.; SONG, Y. Biased technical change and its influencing factors of iron and steel industry: Evidence from provincial panel data in China. *Journal of Cleaner Production*, v. 280, p. 124197, 2021.

JI, Z.; NIU, D.; LI, W.; WU, G.; YANG, X.; SUN, L. Improving the energy efficiency of China: An analysis considering clean energy and fossil energy resources. *Energy*, v. 259, p. 124950, 2022.

JIANG, G. et al. Provincial Coal Flow Efficiency of China Quantified by Three-Stage Data-Envelopment Analysis. *Sustainability*, v. 16, n. 11, p. 4414, 23 maio 2024.

JIANG, L.; FOLMER, H.; BU, M. Interaction between output efficiency and environmental efficiency: evidence from the textile industry in Jiangsu Province, China. *Ecological Economics*, v. 122, p. 11-20, 2016.

JIANG, L.; ZHOU, H.; HE, S. Does energy efficiency increase at the expense of output performance: Evidence from manufacturing firms in Jiangsu province, China. *Journal of Cleaner Production*, v. 283, p. 124641, 2021.

KANG, D.; LEE, D.H. Energy and environment efficiency of industry and its productivity effect. *Journal of Cleaner Production*, v. 163, p. 202-210, 2017.

KE, Y.; LIU, W.; WANG, J.; LIU, F. How to promote the sustainable development of strategic emerging industries: Evidence from Guangzhou. *Journal of Cleaner Production*, v. 442, p. 135660, 2024.

KHALILI-DAMGHANI, K.; TAVANA, M.; SANTOS-ARTEAGA, F. J.; MOHTASHAM, S. A dynamic multi-stage data envelopment analysis application to energy consumption in the cotton industry. *Energy Economics*, v. 51, p. 320-328, 2015.

KIM, N. H.; HE, F.; KWON, O. C. Combining common-weights DEA window with the Malmquist index: A case of China's iron and steel industry. *Energy*, 2023.

KWON, O.; et al. Combining common-weights DEA window with the Malmquist index: A case of China's iron and steel industry. *Energy*, 2023.

LI, J.; XIANG, Y.; JIA, H.; CHEN, L. Analysis of Total Factor Energy Efficiency and Its Influencing Factors on Key Energy-Intensive Industries in the Beijing-Tianjin-Hebei Region. *Sustainability*, v. 10, n. 1, p. 111, 5 jan. 2018.

LI, K.; SUN, C. Comparative study on power efficiency of China's provincial steel industry and its influencing factors. *Journal of Cleaner Production*, 2019.

LI, L.; TAO, F.; CAO, X.; HU, Y. The impact of environmental regulation on firms' energy-saving technological innovation: Evidence from China's top 1000 energy-consuming enterprises. *Journal of Cleaner Production*, 2017.

LI, M.; PENG, M. Y.-P.; NAZAR, R.; ADELEYE, B. N.; SHANG, M.; WAQAS, M. How Does Energy Efficiency Mitigate Carbon Emissions Without Reducing Economic Growth in Post COVID-19 Era. *Frontiers in Energy Research*, v. 10, p. 832189, 2022.

Li, Y., Wang, J., Liu, B., Li, H., Guo, Y., & Guo, X. (2022). Regional green total factor performance analysis of China's construction industry based on a unified framework combining static and dynamic indexes. *Environmental Science and Pollution Research*.

LIN, B.; BAI, R. Dynamic energy performance evaluation of Chinese textile industry. *Energy*, v. 202, p. 117722, 2020.

MAKI, S.; OHNISHI, S.; FUJII, M.; GOTO, N.; SUN, L. Using waste to supply steam for industry transition: Selection of target industries through economic evaluation and statistical analysis. *Journal of Industrial Ecology*, v. 26, p. 1475-1486, 2022.

MAKRIDOU, G.; ANDRIOPoulos, K.; DOUMPOS, M.; ZOPOUNIDIS, C. Medindo a eficiência de indústrias de uso intensivo de energia em países europeus. *Energy Economics*, v. 51, p. 1-12, 2015.

MANDAL, S. K.; MADHESWARAN, S. Energy use efficiency in Indian cement industry: a data envelopment analysis. *Energy Efficiency*, v. 4, p. 57-73, 3 jun. 2010.

MANDAL, S.K.; MADHESWARAN, S. An interstate analysis. *Energy Policy*, v. 38, p. 1108-1118, 2010.

MORFELDT, J.; SILVEIRA, S. Capturing energy efficiency in European iron and steel production—comparing specific energy consumption and Malmquist productivity index. *Energy Efficiency*, v. 7, p. 955-972, 5 jun. 2014.

NOURI, J.; HOSSEINZADEH LOTFI, F.; BORGHEIPOUR, H.; ATABI, F.; SADEGHZADEH, S. M.; MOGHADDAS, Z. Energy efficiency in the vegetable oil industry of Iran: a data envelopment analysis approach. *Journal of Cleaner Production*, v. 52, p. 84-93, 2013.

NOURI, J.; LOTFI, F. H.; BORGHEIPOUR, H.; ATABI, F.; SADEGHZADEH, S. M.; MOGHADDAS, Z. An analysis of the implementation of energy efficiency measures in the vegetable oil industry of Iran: a data envelopment analysis approach. *Energy*, v. 54, p. 230-241, 2013.

OGGIONI, G.; RICCARDI, R.; TONINELLI, R. Eco-efficiency of the world cement industry: A data envelopment analysis. *Energy Policy*, v. 39, p. 3862-3871, 2011.

OLANREWAJU, O.A.; JIMOH, A.A.; KHOLOPANE, P.A. Integrated IDA-ANN-DEA for assessment and optimization of energy consumption in industrial sectors. *Energy*, v. 47, n. 1, p. 276-285, 2012.

OUYANG, X.; YAO, X.; ZHANG, X. How does environmental regulation affect technological innovation? Evidence from China's polluting enterprises. *Journal of Environmental Management*, 2020.

PAGOTTO, M.; HALOG, A. Towards a Circular Economy in Australian Agri-food Industry An Application of Input-Output Oriented Approaches for Analyzing Resource Efficiency and Competitiveness Potential. *Journal of Industrial Ecology*, v. 19, n. 6, p. 921-931, 2015.

PAN, H.; ZHANG, H.; ZHANG, X. China's provincial industrial energy efficiency and its determinants. *Energy Economics*, v. 36, p. 702-711, 2013.

PARDO MARTÍNEZ, C. I. Energy efficiency development in German and Colombian non-energy-intensive sectors: a non-parametric analysis. *Energy Efficiency*, v. 4, p. 115-131, 24 mar. 2010.

PARDO MARTÍNEZ, C. I. Estimating and Analyzing Energy Efficiency in German and Colombian Manufacturing Industries Using DEA and Data Panel Analysis. Part I: Energy-intensive Sectors. *Energy Sources, Part B: Economics, Planning, and Policy*, v. 10, n. 3, p. 322-331, 2015.

PARDO MARTÍNEZ, C. I. Estimating and analyzing energy efficiency in German and Colombian manufacturing industries using DEA and data panel analysis. Part II: Non-energy intensive sectors. *Energy Sources, Part B: Economics, Planning, and Policy*, v. 11, n. 1, p. 1-10, 2016.

PARDO MARTÍNEZ, C.I.; ALFONSO PIÑA, W.H. Regional analysis across Colombian departments: a non-parametric study of energy use. *Energy Economics*, v. 56, p. 427-437, 2016.

PENG, Y.; LIN, H.; LEE, J. Analyzing the mechanism of spatial-temporal change of green total factor productivity in Yangtze Delta Region of China. *Environ Dev Sustain* 25, 14257-14283 (2023).

PRIYADARSHINI, P.; ABHILASH, P.C. An empirical analysis of resource efficiency and circularity within the agri-food sector of India. *Journal of Cleaner Production*, v. 385, p. 135660, 2023.

R CORE TEAM. R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. 2024. <https://www.R-project.org/>.

RICCARDI, R.; OGGIONI, G.; TONINELLI, R. Análise de eficiência da indústria mundial de cimento na presença de output indesejável: Aplicação de análise envoltória de dados e função de distância direcional. *Energy Policy*, v. 44, p. 140-152, 2012.

ROCHA, V. G. da; ROSSATO, F. G. F. da S.; MORAES, A. E. L. de; MIRANDA, M. R. da S. A bibliometric analysis of DEA contributions to energy efficiency in the pulp and paper industry. *RGSA – Revista de Gestão Social e Ambiental*, v. 17, n. 10, p. 1-14, 2023.

Ru, L.; Si, W. Total-factor energy efficiency in China's sugar manufacturing industry. *China Agricultural Economic Review*, v. 7, n. 3, p. 360-373, 2015.

SAIKI, G. M.; SERRANO, A. L. M.; RODRIGUES, G. A. P.; BISPO, G. D.; GONÇALVES, V. P.; NEUMANN, C.; ALBUQUERQUE, R. d. O.; BORK, C. A. S. *Application of Non-Parametric and Forecasting Models for the Sustainable Development of Energy Resources in Brazil*. *Resources*, v. 13, n. 11, p. 150, 2024.

SARASWATHI, V.N.; RAMACHANDRAN, V.P. A comprehensive review on charger technologies, types, and charging stations models for electric vehicles. *Heliyon*, v. 10, p. e38945, 2024.

SESMERO, J.P.; PERRIN, R.K.; FULGINITI, L.E. Environmental efficiency among corn ethanol plants. *Biomass and Bioenergy*, v. 44, p. 125-134, 2012.

SHEN, N.; ZHOU, J.; ZOU, W. Energy Efficiency Measures and Convergence in China, Taking into Account the Effects of Environmental and Random Factors. *Polish Journal of Environmental Studies*, 2014. <https://doi.org/10.1524/pjoes/28347>

SHIN, J.; KIM, C.; YANG, H. Does Reduction of Material and Energy Consumption Affect to Innovation Efficiency? The Case of Manufacturing Industry in South Korea. *Energies*, v. 12, n. 1178, 2019.

SUEYOSHI, T.; GOTO, M. Returns to Scale and Damages to Scale with Strong Complementary Slackness Conditions in DEA Assessment: Japanese Corporate Effort on Environment Protection. *Energy Economics*, v. 34, p. 1422-1434, 2012.

SUN, C.; et al. Comparative study on power efficiency of China's provincial steel industry and its influencing factors. *Journal of Cleaner Production*, 2019.

TAKAYABU, H.; KAGAWA, S.; FUJII, H.; MANAGI, S.; EGUCHI, S. Impacts of productive efficiency improvement in the global metal industry on CO₂ emissions. *Journal of Environmental Management*, v. 248, p. 109261, 2019.

TANAKA, K.; MANAGI, S. Efeito de aglomeração industrial para a eficiência energética em plantas de produção japonesas. *Energy Economics*, v. 101, 2021.

TANG, C.; HUANG, H.; HU, Y.; LUO, J.; HU, J.; WANG, H. Research on energy efficiency and carbon efficiency evaluation for copper metallurgy based on data envelopment analysis. *Energy Conversion and Management*, v. 326, 2025.

TU, H. et al. Environmental Regulation, Technological Innovation and Industrial Environmental Efficiency: An Empirical Study Based on Chinese Cement Industry. *Sustainability*, v. 14, n. 18, p. 11326, 9 set. 2022.

VOLTES-DORTA, A.; PERDIGUERO, J.; JIMÉNEZ, J. L. Are car manufacturers on the way to reduce CO₂ emissions: A DEA approach. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, v. 22, p. 62-70, 2013.

VOLTES-DORTA, A.; PERDIGUERO, J.; JIMÉNEZ, J. L. Car emission efficiency: a DEA approach. *Energy Economics*, v. 38, p. 77-86, 2013.

WANG, J.; ZHAO, T. Regional energy-environmental performance and investment strategy for China's non-ferrous metals industry: a non-radial DEA based analysis. *Journal of Cleaner Production*, v. 163, p. 187-201, 2017.

WANG, M.; CHEN, Y.; ZHOU, Z. Efficiency of China's industry system using two-stage range-adjusted measure model. *Management of Environmental Quality: An International Journal*, v. 32, n. 6, p. 1401-1421, 2021.

WANG, M.; FENG, C. How can technology and efficiency alleviate the dilemma of economic growth and carbon emissions in China's industrial economy? A meta-frontier decoupling decomposition analysis. *Petroleum Science*, v. 21, p. 1415-1428, 2024.

WU, F.; FAN, L.W.; ZHOU, P.; ZHOU, D.Q. Eficiência energética industrial com emissões de CO₂ na China: Uma análise não paramétrica. *Energy Policy*, v. 50, p. 683-692, 2012.

WU, J.; LI, M.; ZHU, Q.; ZHOU, Z.; LIANG, L. Energy and environmental efficiency measurement of China's industrial sectors: A DEA model with non-homogeneous inputs and outputs. *Energy Economics*, v. 78, p. 468-480, 2019.

YANG, M.; YANG, F. Energy-Efficiency Policies and Energy Productivity Improvements: Evidence from China's Manufacturing Industry. *Emerging Markets Finance and Trade*, v. 52, n. 6, p. 1395-1404, 2016.

YANG, R.; XU, Y.; LIU, K. Energy and environmental performance evaluation of China's non-ferrous metals industry from the perspective of network structure. *Environ Dev Sustain* 25, 14257–14283 (2023). <https://doi.org/10.1007/s10098-022-02405-y>

YING, G.; YONGDA, Y.; REN, H.; LEI, X. Scenario-based DEA assessment of energy-saving technological combinations in aluminum industry. *Journal of Cleaner Production*, v. 268, p. 122197, 2020.

YOU, J.; ZHANG, W. How heterogeneous technological progress promotes industrial structure upgrading and industrial carbon efficiency? Evidence from China's industries. *Energy Economics*, v. 108, p. 105879, 2022.

YOU, J.; ZHAO, R. Research on the dynamic evolution and influence factors of industrial energy efficiency in China Yangtze River Economic Belt. *Energy & Environment*, v. 35, n. 8, p. 4139-4155, 26 fev. 2024.

ZHANG, L.; LONG, R.; CHEN, H.; HUANG, X. Performance changes analysis of industrial enterprises under energy constraints. *Resources, Conservation & Recycling*, v. 135, p. 263-272, 2018.

ZHANG, R.; FU, Y. Technological progress effects on energy efficiency from the perspective of technological innovation and technology introduction: An empirical study of Guangdong, China. *Energy*, 2021.

ZHANG, S.; LUNDGREN, T.; ZHOU, W. Energy efficiency in Swedish industry A firm-level data envelopment analysis. *Energy Economics*, v. 56, p. 427-437, 2016.

ZHAO, H.; LIN, B. Assessing the energy productivity of China's textile industry under carbon emission constraints. *Journal of Cleaner Production*, v. 225, p. 766-777, 2019.

Zhou, D., Chen, H., & Zhu, Q. (2022). Evaluating China's regional energy and environmental efficiency by considering three internal parallel industries. *Environmental Science and Pollution Research*, 29(38), 52689-52704.

AL-REFAIE, A.; AL-TAHAT, M. D.; NAJDAWI, R. Using Malmquist Index Approach to Measure Productivity Change of a Jordanian Company for Plastic Industries. *American Journal of Operations Research*, v. 5, n. 5, p. 384-400, 2015.