

3. MODELOS MATEMÁTICOS PARA FORÇAS DE CONTATO E DE REMOÇÃO

Conforme mencionado na revisão bibliográfica, pesquisadores da PUC-Rio desenvolveram alguns modelos simplificados para previsão das forças de contato entre o pig e o tubo e entre o pig e o depósito de parafina. Neste capítulo são apresentados breves resumos sobre os trabalhos publicados por esses pesquisadores abordando o assunto.

3.1 Modelo Para Força de Contato Pig de Disco / Tubo

A modelagem das forças de contato entre o pig e o tubo é uma tarefa complexa devido às diversas variáveis que caracterizam o problema, tais como: geometria do pig e da linha, condições desfavoráveis da linha como ovalizações e soldas, coeficientes de atrito, propriedades mecânicas do pig e da linha, etc. Muitas variáveis como essas geralmente são desconhecidas para a grande maioria das linhas de campo. Através da utilização combinada de modelos analíticos, numéricos, de experimentos de laboratório e de campo pesquisadores da PUC-Rio desenvolveram um simulador que apresenta um bom desempenho no que diz respeito à previsão da dinâmica do comportamento de um pig no interior de um duto. Para o desenvolvimento dessa ferramenta computacional, era necessário que as forças hidrodinâmicas que impulsionam o pig, bem como as forças de contato que resistem ao seu movimento fossem adequadamente modeladas.

Um modelo para a previsão de forças de contato entre pigs de disco e tubos foi apresentado por Azevedo et al., 1997. Nesse modelo é realizada uma análise do comportamento pós-flambagem dos discos utilizando a técnica de elementos finitos. Nessa análise os espaçadores entre os discos foram considerados como sendo rígidos e submetidos a cargas radiais devidas à interferência da montagem entre disco e tubo, e a cargas axiais

devidas ao atrito na parede. Os efeitos da pressão diferencial através do disco foram também foram considerados no modelo.

A Figura 12 apresenta de forma esquemática a configuração do disco modelado.

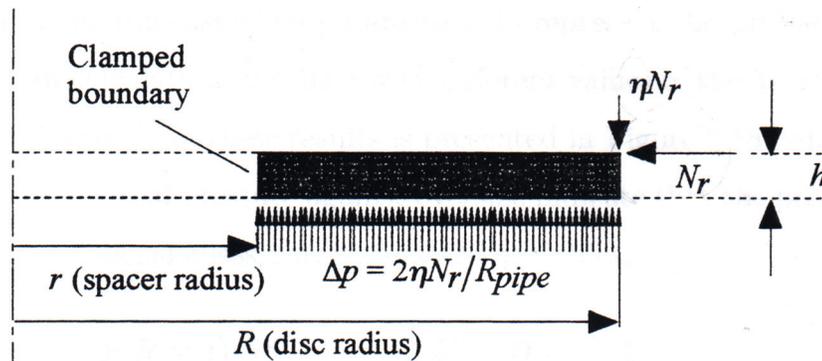


Figura 12 - Configuração esquemática do disco modelado
(Azevedo et al, 1997)

Os parâmetros que caracterizam o problema são:

- R : raio do disco
- h : espessura do disco
- r : raio do espaçador
- E : módulo de Young
- ν : coeficiente de Poisson
- η : coeficiente de atrito
- N_r : carga radial
- u_r : deslocamento radial na direção da linha de centro
- $R_{pipe} = R - u_r$: raio interno do tubo
- Δp : diferencial de pressão através do disco

Baseado nas equações não lineares para a flambagem de placas finas circulares (Timoshenko, 1961), os autores do modelo escolheram as seguintes variáveis adimensionais:

$$\hat{p} = \frac{(1-\nu^2)\Delta p}{E(h/R_{pipe})} = \eta \frac{(1-\nu^2)N_r}{Eh(R-u_r)} \quad \text{e} \quad \hat{u} = u_r/(R-u_r) \quad \text{Eq. (4)}$$

Também foram definidos os parâmetros adimensionais h/R , h/r , ν e η .

Testes realizados mostraram que os parâmetros adimensionais escolhidos representam bem o problema. O trabalho mostrou ainda que existe uma relação aproximadamente linear entre a interferência do pig com o duto (*oversize*) e o diferencial de pressão adimensional necessário para mover o pig. Assim, para *oversizes* maiores que 2 %, a relação pode ser escrita na forma,

$$\hat{p} = a(h/R, h/r, \nu, \eta) \hat{u} + b(h/R, h/r, \nu, \eta) \quad \text{Eq. (5)}$$

onde os valores de $a(h/R, h/r, \nu, \eta)$ e $b(h/R, h/r, \nu, \eta)$ foram determinados por meio de soluções de elementos finitos para o problema. Uma tabela de valores para a e b foi gerada a partir de cerca de 500 soluções de elementos finitos para faixas de valores das variáveis adimensionais normalmente encontradas para discos de poliuretano comerciais. Os valores dos parâmetros escolhidos pelos autores situaram-se nas seguintes faixas:

$$0,05 < h/R < 0,11, \quad 0,14 < h/r < 0,22, \quad 0,2 < \eta < 0,6 \quad \text{e} \quad \nu = 0,42 \quad \text{Eq. (6)}$$

Os valores gerados pelas soluções de elementos finitos para as tabelas dos coeficientes a e b foram incorporados a uma rotina de interpolação implementada no programa de simulação de deslocamento de pigs, PIGSIM,

desenvolvido por pesquisadores do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio (Azevedo et al, 1997).

3.2 Modelo Para Força de Contato Pig de Espuma / Tubo

Num outro trabalho produzido pelos pesquisadores do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio, foi desenvolvido um modelo para previsão das forças de contato entre pigs de espuma e tubo (Azevedo et al, 1997). Obteve-se com esse trabalho um modelo bastante simplificado que considera apenas a deformação radial da espuma quando introduzida no tubo. Nesse modelo, a força de contato é estimada por:

$$F = \eta \pi D_T L E \left(1 - \frac{D_T}{D_P} \right) \quad \text{Eq. (7)}$$

onde:

- F : força de contato (N)
- η : coeficiente de atrito
- L : comprimento do pig de espuma (m)
- E : módulo de Young para a espuma (Pa)
- D_T : diâmetro do tubo (m)
- D_P : diâmetro do pig (m)

O modelo acima foi implementado dentro do Simulador PIGSIM, desenvolvido por pesquisadores da PUC-Rio para previsão da dinâmica de pigs em linhas de líquido ou gás.

3.3 Modelos Para Força de Remoção de Parafina com Pig - modo de carga 1

Até pouco tempo atrás não havia na literatura acadêmica qualquer trabalho que tratasse da remoção mecânica de depósitos de parafina por meio de pigs e que abordasse a interação entre o pig e o depósito de um ponto de vista físico.

O primeiro trabalho a abordar a interação mecânica entre pigs e depósitos de parafina é ainda recente, tendo sido realizado como resultado do projeto multi-cliente realizado por pesquisadores do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio em conjunto com o Centro de Pesquisas da Petrobras (CENPES). Um artigo sobre esse trabalho foi publicado por Souza Mendes et al. (1999), no qual foi proposto um modelo simplificado para previsão das forças necessárias para a quebra de um determinado depósito de parafina. A proposta do trabalho admite que o depósito de parafina é removido quando os esforços mecânicos transferidos pelo pig induzem um nível de tensão no depósito que supera a sua resistência ao cisalhamento.

O trabalho de Souza Mendes et al. utiliza o método dos elementos finitos para determinação dos esforços induzidos por um pig sobre um dado depósito de parafina. Nessa estimativa dois tipos de interação pig/parafina são considerados. O primeiro deles, denominado de “modo de carga 1, considera os casos em que o pig transfere esforços axiais para a face do depósito de espessura t , conforme ilustrado na Figura 13. Estima-se que o modo de carga 1 seja mais apropriado para pigs rígidos, como por exemplo, pigs de disco.

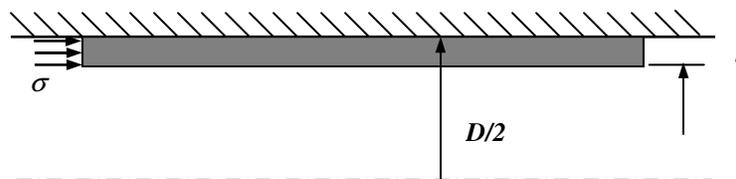


Figura 13 - Modo de carga 1 (Souza Mendes et al., 1999)

Para a aplicação do modelo proposto deve-se primeiramente conhecer a resistência à compressão da parafina, “ S_y ”, bem como sua resistência ao cisalhamento, “ S_{sy} ”. Para determinação dessas tensões, o trabalho propõe uma metodologia experimental utilizando uma dada amostra de parafina. O método proposto é simples e envolve a preparação de um corpo de prova cilíndrico construído a partir de um processo de fundição da parafina. O corpo de prova é submetido a um ensaio de compressão para determinação da mínima força necessária para fraturar ou causar deformação plástica no cilindro de parafina.

O ensaio consiste na compressão do corpo de prova entre as placas paralelas de uma máquina de ensaio de compressão. Os ensaios devem ser realizados a velocidade constante, devendo ser registrada instantaneamente a variação da força exercida sobre a amostra. A máxima força registrada, “ F ”, é considerada como sendo a força requerida para fraturar ou provocar deformação plástica na amostra. Essa força está associada à resistência à compressão da parafina, “ S_y ”, que corresponde ao nível mínimo de tensão requerido para ocorrer a quebra do depósito de parafina, e que é determinado por:

$$S_y = \frac{4.F}{\pi.d^2} \quad \text{Eq. (8),}$$

onde “ d ” corresponde ao diâmetro do cilindro de parafina.

A partir da resistência à compressão da parafina e utilizando o critério de Tresca, pode-se então determinar “ S_{sy} ”, que corresponde à sua resistência ao cisalhamento:

$$S_{sy} = \frac{S_y}{2} \quad \text{Eq. (9),}$$

Uma vez conhecidos os valores de “ S_y ” e “ S_{sy} ”, pode-se estimar qual seria a força associada a esses valores, que deveria ser imposta pelo pig sobre o depósito de parafina para que haja a quebra do mesmo. Em linhas gerais, o modelo proposto nesse trabalho é baseado na hipótese segundo a qual um determinado depósito de parafina na parede interna de um duto será removido caso a tensão cisalhante imposta pelo pig supere a resistência mecânica ao cisalhamento da parafina.

Para o modo de carga 1, o equilíbrio de forças fornece,

$$\sigma = \frac{\Delta P}{(4t/D)(1-t/D)} \quad \text{Eq. (10)}$$

onde:

- σ : tensão axial imposta pelo pig na parafina
- ΔP : diferencial de pressão através do pig
- t : espessura do depósito de parafina
- D : diâmetro interno do tubo.

Modelos de elementos finitos foram utilizados para o modo de carga 1, para diferentes espessuras do depósito. Esses modelos forneceram a máxima tensão cisalhante imposta pelo pig ao depósito.

Para o Modo de Carga 1 os resultados obtidos foram ajustados por uma curva, fornecendo a seguinte relação entre o diferencial de pressão, a espessura adimensional do depósito e a máxima tensão cisalhante:

$$\frac{\tau_{\max}}{\Delta P} = 3,11 \left(\frac{t}{D} \right)^{-0,50} \quad \text{Eq. (11)}$$

A comparação das tensões máximas previstas pelas expressões acima com a resistência mecânica da parafina fornece, segundo modelo, uma estimativa sobre a capacidade do pig de remover o depósito.

3.4 Modelo Para Força de Remoção de Parafina com Pig - modo de carga 2

O trabalho de Souza Mendes et al. considera também um segundo tipo de interação pig/parafina, denominado de “modo de carga 2, aplicável nos casos em que o pig transfere esforços radiais para o depósito de espessura t , conforme ilustrado na Figura 14. Estima-se que o modo de carga 2 seja mais apropriado para pigs mais deformáveis, como por exemplo, pigs de espuma.

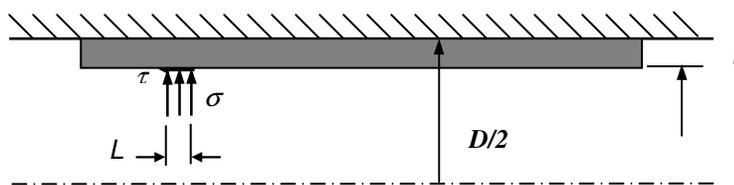


Figura 14 - Modo de carga 2 (Souza Mendes et al., 1999)

Assim como previsto para o modo de carga 1, para o modo de carga 2 também deve ser considerada a resistência à compressão da parafina, “ S_y ”, bem como sua resistência ao cisalhamento, “ S_{sy} ”, seguindo a metodologia apresentada anteriormente feita a partir de um ensaio de compressão de uma amostra de parafina, e a utilização do critério de Tresca.

Uma vez conhecidos os valores de “ S_y ” e “ S_{sy} ”, pode-se estimar qual seria a força associada a esses valores, que deveria ser imposta pelo pig sobre o depósito de parafina para que haja a quebra do mesmo. O modelo proposto é baseado na hipótese segundo a qual um determinado depósito de parafina na parede interna de um duto será removido caso a tensão cisalhante imposta pelo pig supere a resistência mecânica ao cisalhamento da parafina.

Para o modo de carga 2, a tensão cisalhante imposta sobre o depósito está relacionada com o diferencial de pressão no pig por,

$$\tau = \left(\frac{1/2 - t/D}{2L/D} \right) \Delta P \quad \text{Eq. (12)}$$

enquanto a carga normal, σ , é dada por:

$$\sigma = \frac{1}{\eta} \left(\frac{1/2 - t/D}{2L/D} \right) \Delta P \quad \text{Eq. (13)}$$

onde:

- τ : tensão cisalhante imposta pelo pig na parafina
- σ : tensão axial imposta pelo pig na parafina
- L : dimensão axial do pig em contato com a parafina.
- ΔP : diferencial de pressão através do pig
- t : espessura do depósito de parafina
- D : diâmetro interno do tubo.
- η : coeficiente de fricção Coulomb

Para o Modo de Carga 2, os resultados das análises por elementos finitos dependem também do parâmetro adimensional L/D , além de t/D . Estes resultados estão apresentados nas Tabelas 2 e 3, respectivamente para os coeficientes de atrito 0,3 e 0,4.

Tabela 2 - $\tau_{max}/\Delta P$ para $\eta=0.3$ (Souza Mendes et al, 1999)

L/D	t/D				
	0.0100	0.0500	0.1000	0.2000	0.3000
0.0500	10.9085	12.9915	12.5095	12.5280	12.3255
0.1000	5.4630	6.9895	7.2130	7.0540	7.0805
0.2000	2.7315	3.5650	3.8475	3.9810	4.0045
0.5000	1.0925	1.4315	1.5690	1.6885	1.7355
1.0000	0.5465	0.7160	0.7850	0.8515	0.8800

Tabela 3 - $\tau_{max}/\Delta P$ para $\eta = 0.4$ (Souza Mendes et al, 1999)

L/D	t/D				
	0.0100	0.0500	0.1000	0.2000	0.3000
0.0500	8.1810	9.7435	9.3820	9.3960	9.2469
0.1000	4.0975	5.2420	5.4100	5.2905	5.3079
0.2000	2.0485	2.6740	2.8855	2.9855	3.0089
0.5000	0.8195	1.0735	1.1765	1.2665	1.3034
1.0000	0.4095	0.5370	0.5890	0.6390	0.6614

A comparação das tensões máximas previstas pelas expressões acima com a resistência mecânica da parafina fornece, segundo modelo, uma estimativa sobre a capacidade do pig de remover o depósito.