



Matheus Nazareth Martins

**Implementação do modelo constitutivo CASM e
sua aplicação em análise tensão-deformação
para avaliação do fator de segurança**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Alessandro Cirone

Rio de Janeiro
Setembro de 2024



Matheus Nazareth Martins

**Implementação do modelo constitutivo CASM e
sua aplicação em análise tensão-deformação
para avaliação do fator de segurança**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Alessandro Cirone
Orientador
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr.
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Fernando Eduardo Rodrigues Marques
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ

Rio de Janeiro, 13 de setembro de 2024

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Matheus Nazareth Martins

Graduou-se em Engenharia Civil pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, em março de 2021. Desde então trabalhou em Projetos Geotécnicos de Pilhas de Disposição de Estéril e Rejeitos (PDER), Análise de Riscos, Relatórios Periódicos de Segurança de Barragens (RPSB), Relatórios de Inspeção de Segurança Regular (RISR), Projetos de Fundações, Projetos de Estruturas de Contenção e Projetos de Estabilização de Encostas atuando como Engenheiro Civil. Ingressou no Mestrado em Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro no primeiro semestre de 2022, desenvolvendo dissertação na linha de pesquisa de Geotecnia Experimental.

Ficha Catalográfica

Martins, Matheus Nazareth

Implementação do modelo constitutivo CASM e sua aplicação em análise tensão-deformação para avaliação do fator de segurança / Matheus Nazareth Martins; orientador: Alessandro Cirone. – Rio de Janeiro; PUC, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2024.

v., 136 f.; il. ; 30 cm

1. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

Inclui referências bibliográficas

1. Modelagem Numérica. 2 CASM. 3. Modelos Constitutivos. 4. Fator de Segurança. I. Cirone, Alessandro. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. III. Título.

Às vezes nos encontramos sem forças para seguir, mas depois de pronto é tão gratificante que estamos aptos a começar novamente.

Agradecimentos

À família, o bem mais precioso que temos.

Em especial ao meu orientador, Alessandro Cirone, pela ideia, orientação, material, apoio, sugestões e por compartilhar sua grande experiência, sabedoria e genialidade, o que permitiu realizar esse desafiador trabalho.

Aos membros da minha banca examinadora Eurípedes Vargas Jr e Fernando Eduardo que contribuíram generosamente com seu tempo e conhecimento para avaliar a dissertação.

Aos meus pais Genaro e Sandra, pela educação e ensinamentos que carrego e propago ao longo de toda a vida. A abdicação e cuidados para fornecer o apoio necessário nos momentos mais difíceis me fizeram compreender a definição de Pai e Mãe, onde sem vocês não seria capaz de nada.

A maior fonte de inspiração, minha amada companheira Caroline Soares, que aceitou mudar toda sua vida para se adaptar à realidade de dividir um lar, meu porto seguro. Você tem o manual da minha vida e ainda me surpreendo com todas as vezes que falamos a mesma coisa juntos, jamais imaginaria encontrar alguém com o coração puro que você tem.

Ao meu irmão Rafael Nazareth que me abençoou com dois afilhados, Gabriel Nazareth e Lucca Nazareth, que em momentos de angústia e infelicidade sempre foram a rota de fuga para perceber que todos os problemas são resolvidos com sorrisos inocentes e verdadeiros. Que possamos ir a muitos jogos do Fluminense juntos!

Por fim ao departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, em especial aos professores do Programa de Mestrado de Geotecnica, pelos conhecimentos e ensinamentos recebidos e a PUC-Rio pela bolsa de isenção de mensalidades do mestrado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Resumo

Martins, Matheus Nazareth; Cirone, Alessandro (Orientador). **Implementação do modelo constitutivo CASM e sua aplicação em análise tensão-deformação para avaliação do fator de segurança.** Rio de Janeiro, 2024. 136p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Os desastres de Mariana, em 2015, e Brumadinho, em 2019, evidenciaram que barragens de rejeitos de mineração são estruturas geotécnicas complexas. Compostas por lentes arenosas e argilosas em seu interior, devido ao processo de disposição, essas estruturas apresentam desafios na modelagem de seu comportamento. Neste contexto, este estudo tem por objetivo apresentar a formulação e implementar o modelo constitutivo CASM (Clay and Sand Model) no software de elementos finitos PLAXIS 2D. O modelo constitutivo CASM, modelo unificado para argila e areia, permite a modelagem dos materiais sob condições drenadas e não drenadas. A implementação do modelo é validada comparando trajetórias de ensaios triaxiais com os resultados disponíveis na literatura. Para avaliar uma estrutura geotécnica mais complexa foi realizada a comparação dos modelos constitutivos CASM e HS para a construção de uma barragem de rejeitos alteada a montante. Como objetivo adicional, o estudo visa determinar o fator de segurança por meio de análise de tensão-deformação. Usando como fonte de inspiração o método de Sarma, é proposta uma metodologia para avaliação do fator de segurança adotando aceleração horizontal pseudo-estática e parâmetros modificados do CASM. Os resultados obtidos mostram uma aproximação polinomial satisfatória para o talude analisado.

Palavras-chave

Modelagem numérica; CASM; modelos constitutivos; fator de segurança.

Abstract

Martins, Matheus Nazareth Martins, Matheus Nazareth; Cirone, Alessandro (Advisor). **Implementation of the CASM constitutive model and its application in stress-strain analysis for safety factor evaluation.** Rio de Janeiro, 2024. 136p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The Mariana disasters in 2015 and Brumadinho in 2019 highlighted that mining tailings dams are complex geotechnical structures. Composed of sandy and clayey lenses within, due to the deposition process, these structures present challenges in modelling their behaviour. In this context, this study aims to present the formulation and implementation of the CASM (Clay and Sand Model) constitutive model in the finite element software PLAXIS 2D. The CASM constitutive model, a unified model for clay and sand, allows the modelling of materials under drained and undrained conditions. The model implementation is validated by comparing triaxial test paths with results available in the literature. To evaluate a more complex geotechnical structure, a comparison of the CASM and HS constitutive models was carried out for the construction of a tailings dam raised upstream. As an additional objective, the study aims to determine the safety factor through stress-strain analysis. Using Sarma's method as inspiration, a methodology is proposed for evaluating the safety factor by adopting pseudo-static horizontal acceleration and modified CASM parameters. The results obtained show a satisfactory polynomial approximation for the researched slope.

Keywords

Numerical modelling; CASM; constitutive model; safety factor.

Sumário

1 . Introdução	21
1.1. Objetivos	23
1.1.1. Estrutura da dissertação	24
 2 . CASM: um modelo de parâmetro de estado unificado para argila e areia	 26
2.1. Teoria da plasticidade	29
2.1.1. Introdução	30
2.1.2. Função de escoamento	31
2.1.3. Decomposição aditiva	35
2.1.4. Potencial plástico e lei de fluxo	36
2.1.5. Relações constitutivas elásticas	40
2.1.6. Lei de endurecimento/amolecimento	44
2.2. Parâmetros do Modelo	46
2.2.1. Inicialização	47
2.3. Resistência ao cisalhamento não drenado do modelo CASM no estado crítico	48
2.3.1. Linha de instabilidade	52
2.3.2. Resistência Não Drenada de Pico	53
 3 . Integração numérica de equações constitutivas na plasticidade	 55
3.1. Esquema de integração	55
3.2. Método explícito com subincrementação automática	57
3.2.1. Métodos de Runge-Kutta	60
3.2.2. Algoritmo Cutting Plane	61
 4 . Testes de Validação	 63
4.1. Influência das condições iniciais no comportamento tensão-deformação calculado	63

4.2. Comportamento drenado e não drenado de argilas normalmente adensadas e sobredensadas	75
4.3. Comportamento drenado de areias fofas, médias e densas	81
4.4. Comportamento não drenado de areias muito fofas	84
5 . Comparação entre os modelos CASM e HS (hardening soil) para a construção de uma barragem de rejeitos alteada a montante	91
5.1. Parâmetros	91
5.2. Condições iniciais, seção analisada e malha	99
5.3. Fases de construção	100
5.4. Resultados e discussões	102
6 . Determinação do Fator de Segurança de um talude através de análise tensão-deformação	112
6.1. Parâmetros - CASM	112
6.2. Fator de redução da resistência	113
6.3. Concepção do método	114
6.4. Condições iniciais, seção analisada e malha	116
6.5. Redução da resistência	117
6.6. Obtenção do fator de segurança estático do talude	119
7 Conclusões	124
7.1. Trabalhos futuros	126
8 . Referências Bibliográficas	128
Anexos	132
Anexo A	132
A.1. Derivadas da função de escoamento	132
A.2. Derivadas dos invariantes de tensão	132
A.3. Derivadas do potencial plástico	133
A.4. Derivadas da lei de endurecimento	133
Anexo B – Algoritmo de subincrementação com controle automático de erro	134

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Parâmetro de estado, parâmetros de referência e contantes do estado crítico (Modificado de Yu, 2019) [12].	31
Figura 2.2 – Ponto de tensão movendo-se sobre a função de escoamento no espaço das tensões principais. (Cirone, 2023) [15].	32
Figura 2.3 – Função de escoamento do CASM – Sensibilidade do modelo para o coeficiente de forma (n).	33
Figura 2.4 – Função de escoamento do CASM – Sensibilidade do modelo para a razão de espaçamento (r).	34
Figura 2.5 – Influência do parâmetro α no potencial plástico. a) Contornos no plano triaxial. b) Relação tensão-dilatância com $M = 1$. (Cirone, 2020) [3].	40
Figura 2.6 – Diferença entre módulo tangente e módulo secante. (Cirone, 2023) [15].	43
Figura 2.7 – Representação do endurecimento isotrópico e cinemático. (Cirone, 2023) [15].	44
Figura 2.8 – Caminhos de tensão efetiva típicos previstos pelo modelo CASM em compressão triaxial não-drenada.	52
Figura 2.9 – Características das linhas do modelo CASM – CSL = Linha de Estado Crítico, IL = Linha de Instabilidade e Y = Linha de máxima tensão desviadora.	53
Figura 3.1 – Representação esquemática do método explícito. Fases do algoritmo: (a) Localização do ponto de interseção; (b) Sub-incrementação com posterior retorno na superfície de escoamento. (Cirone, 2023) [15].	59
Figura 3.2 – Representação esquemática do algoritmo Cutting Plane (modelo associado). (Cirone, 2023) [15].	62

Figura 4.1 – Efeito do OCR = 1 e 2 em ensaios de compressão triaxial drenados em argila – $\epsilon_1 \times q$ (kPa) – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	65
Figura 4.2 – Efeito do OCR em ensaios de compressão triaxial drenados em argila – $\epsilon_1 \times \epsilon_v$ (%) – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	65
Figura 4.3 – Efeito do OCR em ensaios de compressão triaxial não drenados em argila – $\epsilon_1 \times q$ (kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	67
Figura 4.4 – Efeito do OCR em ensaios de compressão triaxial não drenados em argila – $\epsilon_1 \times \Delta u$ (kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	67
Figura 4.5 – Efeito do parâmetro de estado inicial em ensaios de compressão triaxial drenados em areia – $\epsilon_1 \times \eta$ – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	69
Figura 4.6 – Efeito do parâmetro de estado inicial em ensaios de compressão triaxial drenados em areia – $\epsilon_1 \times \epsilon_v$ – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	70
Figura 4.7 – Efeito de ψ_0 em ensaios de compressão triaxial não drenados em areia – $\epsilon_1 \times q$ (kPa) – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	72
Figura 4.8 – Efeito do ψ_0 em ensaios de compressão triaxial não drenados em areia – $p'kPa \times q$ (kPa) – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	72
Figura 4.9 – Efeito das constantes do modelo r e n na resposta de amolecimento calculada em testes de compressão triaxial drenados em areia densa – $\epsilon_1 \times \eta$ – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	73
Figura 4.10 – Efeito das constantes do modelo r e n na resposta de amolecimento calculada em testes de compressão triaxial drenados em areia densa – $\epsilon_1 \times \epsilon_v$ (%) – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].	74

- Figura 4.11 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada – Weald Clay ($\text{OCR} = 1$, $v_0 = 1,632$ e $p'_i = 207$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 76
- Figura 4.12 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada – Weald Clay ($\text{OCR} = 24$, $v_0 = 1,617$ e $p'_i = 34,5$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 77
- Figura 4.13 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não-Drenada – Weald Clay ($\text{OCR} = 1$, $v_0 = 1,632$ e $p'_i = 207$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 79
- Figura 4.14 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não-Drenada – Weald Clay ($\text{OCR} = 24$, $v_0 = 1,617$ e $p'_i = 34,5$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 80
- Figura 4.15 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada - Areia Muito Densa Erksak 330/0,7 (D667, $v_0 = 1,59$ e $p'_i = 130$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 82
- Figura 4.16 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada - Areia Média Erksak 330/0,7 (D662, $v_0 = 1,677$ e $p'_i = 60$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 83
- Figura 4.17 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada - Areia Fofa Erksak 330/0,7 (D684, $v_0 = 1,82$ e $p'_i = 200$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 84
- Figura 4.18 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não Drenada - Areia Muito Fofa Ottawa ($v_0 = 1,793$ e $p'_i = 475$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 86
- Figura 4.19 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não Drenada - Areia Muito Fofa Ottawa ($v_0 = 1,793$ e $p'_i = 348$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 87
- Figura 4.20 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não Drenada - Areia Muito Fofa Ottawa ($v_0 = 1,804$ e $p'_i = 350$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 88

Figura 4.21 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não Drenada - Areia Muito Fofa Ottawa ($v_0 = 1,804$ e $p'_i = 550 \text{ kPa}$) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2]. 89

Figura 5.1 – Parâmetros de entrada e intervalos para calibração inicial dos rejeitos grossos – Modelo Constitutivo HS. 93

Figura 5.2 – Trajetórias CASM - Ensaio CID – $\sigma 3' = 200 \text{ kPa}$ e $\sigma 3' = 800 \text{ kPa}$. 94

Figura 5.3 – Parâmetros de Calibração HS - Ensaio CID – $\sigma 3' = 200 \text{ kPa}$ e $\sigma 3' = 800 \text{ kPa}$. 95

Figura 5.4 – Trajetórias CASM - Ensaio Edométrico – $\sigma v' = 200 \text{ kPa}$ e $\sigma v' = 800 \text{ kPa}$. 96

Figura 5.5 – Parâmetros de entrada e intervalos para calibração dos rejeitos grossos através do ensaio edométrico – Modelo Constitutivo HS. 96

Figura 5.6 – Parâmetros de Calibração HS - Ensaio Edométrico – $\sigma 3' = 200 \text{ kPa}$ e $\sigma 3' = 800 \text{ kPa}$. 97

Figura 5.7 – Seção de Análise – Barragem de rejeitos alteada a montante. 99

Figura 5.8 – Seção de Análise – Barragem de rejeitos alteada a montante - Malha de elementos finitos e qualidade dos elementos. 100

Figura 5.9 – Exemplos de etapas de construção – Barragem de rejeitos alteada a montante - (a) Condição Inicial – Fundação, (b) Início da Construção do Dique de Partida e (c) Dique de Partida Finalizado. 101

Figura 5.10 – Exemplos de etapas de construção – Barragem de rejeitos alteada a montante -(d) Condição Intermediária – Disposição de Rejeitos e (e) Disposição de Rejeitos – 1º Alteamento. 102

Figura 5.11 – Exemplos de etapas de construção – Barragem de rejeitos alteada a montante - (f) Construção do Alteamento, (g) Construção do Alteamento – Finalizada, (h) Condição Intermediária – Disposição de rejeitos e (i) Condição Final – Disposição de Rejeitos. 102

Figura 5.12 – Previsões HS - Fase de disposição do rejeito até a elevação do dique de partida (a) Somatório dos Deslocamentos

Horizontais da Fase, (b) Somatório dos Deslocamentos Verticais da Fase, (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.	104
Figura 5.13 – Previsões CASM - Fase de disposição do rejeito até a elevação do dique de partida (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.	105
Figura 5.14 – Previsões HS - Fase de construção do alteamento (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.	107
Figura 5.15 – Previsões CASM - Fase de construção do alteamento (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.	108
Figura 5.16 – Previsões HS - Condição final da estrutura (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.	110
Figura 5.17 – Previsões CASM - Condíção final da estrutura (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.	111
Figura 6.1 – Esquema do método para obtenção do fator de segurança do talude.	115
Figura 6.2 – Seção de Análise - Condíção inicial: geometria e condições de nível d'água.	116
Figura 6.3 – Seção de Análise - Malha de elementos finitos.	116
Figura 6.4 – Seção de Análise – Tensões efetivas cartesianas (a) verticais, (b) horizontais – x e (c) horizontais - z	117

Figura 6.5 – Condições Analisadas - Parâmetros do CASM adotados e diferentes valores coeficiente de forma da superfície de escoamento (n).	119
Figura 6.6 – Deslocamento total $ u $ – Coeficientes de aceleração pseudo-estática críticos (K_H) - CASM - Diferentes valores coeficiente de forma da superfície de escoamento (n) – Escala Livre	121
Figura 6.7 – Deslocamento total $ u $ – Coeficientes de aceleração pseudo-estática críticos (K_H) - CASM - Diferentes valores coeficiente de forma da superfície de escoamento (n) – Escala Unificada.	122
Figura 6.8 – Coeficiente de aceleração pseudo-estática crítico (K_H) x fator de segurança – Equação polinomial de tendência.	123

Lista de Tabelas

Tabela 2-1 – Resumo do CASM implementado: parâmetros, descrição e calibração	46
Tabela 2-2 – Comparação dos elementos do modelo constitutivo implementado no presente trabalho e referências bibliográficas.	47
Tabela 5-1 – Parâmetros do Modelo CASM – Rejeitos Grossos.	92
Tabela 5-2 – Parâmetros iniciais para calibração do Modelo HS – Rejeito Grosso.	93
Tabela 5-3 – Parâmetros iniciais para calibração do Modelo HS – Rejeito Grosso.	98
Tabela 5-4 – Parâmetros do Modelo Mohr-Coulomb – Dique de Partida e Alteamento.	98
Tabela 5-5 – Parâmetros do Modelo Linear Elástico – Fundação	99
Tabela 5-6 – Quantidade de elementos em malha – Barragem de rejeitos alteada a montante.	100
Tabela 6-1 – Parâmetros do Modelo CASM – Rejeitos Grossos.	112
Tabela 6-2 – Quantidade de elementos em malha para a seção analisada.	116
Tabela 6-3 – Razão de resistência de pico e fatores de redução da resistência devido à redução da resistência do coeficiente da superfície de escoamento (n) – CASM.	118
Tabela 6-4 – Coeficiente de aceleração pseudo-estática limite (K_H) e deslocamento total de acordo com o coeficiente da superfície de escoamento (n) – CASM.	120
Tabela 6-5 – Coeficiente de aceleração pseudo-estática crítico (K_H) e fator de segurança de acordo com o coeficiente da superfície de escoamento (n) – CASM.	122

Lista de Símbolos

ϕ'	Ângulo de atrito efetivo
K_H	Coeficiente de Aceleração Horizontal (ou Pseudo – estática)
K_0	Coeficiente de Empuxo em Repouso
K_{0c}^{nc}	Coeficiente de Empuxo em Repouso Condição Normalmente Adensada
n	Coeficiente de Forma – CASM
μ	Coeficiente de Poisson
μ_{ur}	Coeficiente de Poisson Não Drenado
ϵ_{ij}	Deformação
ϵ_s^p	Deformação Desviadora Plástica (ou Cisalhante Plástica)
ϵ_{ij}^e	Deformação Elástica
ϵ_{ij}^p	Deformação Plástica
ϵ_v^p	Deformação Volumétrica Plástica (ou Média Plástica)
$d = \frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_s^p}$	Dilatância
FS	Fator de Segurança
f	Função de Escoamento
λ_c	Inclinação da Linha de Estado Crítico no Espaço $v - lnp'$
κ	Inclinação da Linha de descarregamento – recarregamento no Espaço $v - lnp'$
e	Índice de Vazios

e_c	Índice de Vazios do Estado Crítico
e_0	Índice de Vazios Inicial
Γ	Interseção da LEC com o Eixo Das Ordenadas onde $p' = 1 \text{ kPa}$
D_{ij}^e	Matriz de Rigidez
G	Módulo de Cisalhamento
E	Módulo de Young
E_{ur}	Módulo de Rigidez Não Drenado
E_{50}	Módulo Elástico Secante
K	Módulo Volumétrico (ou de Bulk)
λ	Multiplicador Plástico
$\eta = \frac{q}{p}$	Obliquidade
ψ	Parâmetro de Estado
ψ_0	Parâmetro de Estado Inicial
ψ_R	Parâmetro de Estado de Referência
γ	Peso Específico
γ_{sat}	Peso Específico Saturado
γ_d	Peso Específico Seco
g	Potencial Plástico
r	Razão de Espaçamento – CASM
OCR	Razão de Sobreadensamento
M_c	Razão de Tensão no Estado Crítico (inclinação)
σ_{ij}	Tensão

q	Tensão Desviadora
p'	Tensão Média Efetiva
p'_i	Tensão Média Efetiva Inicial
p'_0	Tensão de Pré – Adensamento
h_k	Variáveis Internas
β	Vetor de Parâmetros de Estado
v	Volume Específico

1. Introdução

No Brasil, barragens de rejeitos de mineração foram construídas por diferentes técnicas, dentre elas: à montante, à jusante, linhas de centro e etapa única. A técnica de alteamento à montante foi amplamente utilizada por ser viável economicamente, por ter, relativamente, a construção mais rápida e apresentar baixo custo de implantação. Contudo, muitas estruturas foram executadas de forma inadequada por essa técnica, sem o devido controle de lançamento dos rejeitos e do nível d'água no reservatório, fatores essenciais para o sucesso da metodologia de construção.

Atualmente há preocupações quanto à estabilidade de estruturas construídas nas décadas de 70 e 90, pelo método construtivo de alteamento à montante, devido à ausência de informação sobre os processos construtivos e operacionais utilizados e devido aos acontecimentos recentes dos acidentes relatados. Algumas dessas barragens ultrapassam mais de 30 anos de vida útil e possuem vários alteamentos, o que aumenta significativamente as tensões na fundação (rejeitos) dos alteamentos iniciais da estrutura.

Soma-se às preocupações, os danos e perdas nas regiões a jusante de barragens de rejeitos existentes, sobre o meio ambiente e, principalmente às vidas humanas. Órgãos regulamentadores estabeleceram a proibição da operação, alteamentos ou construção de novas estruturas pelo método de alteamento à montante, o que demonstra o aumento do vigor normativo com o surgimento de normas e procedimentos (legislação) a partir dos acontecimentos catastróficos.

Adicionalmente, estruturas existentes, que fizeram uso dessa técnica de alteamento, devem ser extintas em prazo consensual para cada estrutura entre o dono do empreendimento e o órgão regulamentador, determinado a partir do grau de complexidade e com base em estudos fundamentados e abrangentes de estabilidade, incluindo-se a análise de suscetibilidade à liquefação dos rejeitos e

avaliação dos potenciais gatilhos em todas as etapas, de forma a oferecer total segurança no decorrer das atividades.

Devido à complexidade das equações de tensões e deformações necessárias para utilizar modelos realistas para prever o comportamento dos solos e, consequentemente dessas estruturas, inicialmente eram utilizadas análises tradicionais através de estabilidade ou um problema de deformação

Posteriormente foram incorporadas análises que consideravam plasticidade rígida ou elasticidade linear para o comportamento do solo, e com a evolução dos computadores e, consequentemente, da análise computacional, nas últimas décadas, tornou-se possível realizar análises de tensão-deformação de estruturas geotécnicas que envolvem geometrias e materiais com comportamento complexos.

Para prever o comportamento dessas estruturas, que devido ao processo de deposição formam lentes arenosas e argilosas, há uma busca por modelos constitutivos mais sofisticados. Além disso, com esses modelos há a possibilidade de identificar os possíveis gatilhos que ocasionaram a ruptura das barragens citadas e utilizar esses modelos para projetos geotécnicos futuros.

É de conhecimento geral que não há um limite definido de quando uma argila arenosa deixará de se comportar como uma argila e passará a se comportar como uma areia, na medida em que a distribuição do tamanho das partículas muda, além da semelhança qualitativa na resposta macroscópica dos materiais. Modelos constitutivos clássicos baseados na teoria do estado crítico (Cam-clay, Cam-Clay modificado, NorSand, etc.), não descrevem de forma unificada o comportamento de argilas e areias.

De forma a suprir a problemática identificada o modelo constitutivo CASM (Clay and Sand Model) é unificado para argila e areia baseado na teoria do estado crítico. A principal característica desse modelo é que um único conjunto de função de escoamento e potencial plástico é utilizado para modelar o comportamento da argila e da areia sob as condições drenadas e não drenadas.

Esta dissertação focou principalmente na formulação e implementação de um modelo unificado para argila e areia (CASM) através do software comercial de elementos finitos (PLAXIS 2D da Bentley), que permite prever o comportamento

de estruturas existentes e a serem executadas, além de contribuir para projetos de descaracterização ou descomissionamento de barragens de rejeitos.

A implementação do modelo é validada comparando trajetórias de ensaios triaxiais com os resultados disponíveis na literatura. Na sequência foi realizada a comparação do modelo CASM com o modelo HS para a construção de uma barragem de rejeito alteada a montante, para análise de uma estrutura geotécnica mais complexa. Posteriormente, com o modelo constitutivo CASM implementado, como fonte de inspiração o método de Sarma (1973) [1], é proposta uma metodologia para avaliação do fator de segurança adotando aceleração horizontal pseudo-estática e parâmetros modificados do CASM.

1.1. Objetivos

Dois são os objetivos principais do trabalho: (i) implementação de modelo unificado de estado crítico (CASM) em código de elementos finitos, (ii) comparar a previsão dos modelos constitutivos CASM e HS para a construção uma barragem de rejeitos alteada a montante e (iii) realizar a avaliação do fator de segurança estático de um talude através de análises tensão-deformação com a utilização do modelo constitutivo CASM.

Nesse contexto, os seguintes objetivos específicos foram perseguidos como estratégia de se atingir os objetivos centrais estabelecidos:

- Avaliação da modificação do potencial plástico proposto por Yu (1998) [2] para o proposto por Cirone (2020) [3], com base nas relações tensão-dilatância de Nakai and Hinokio (2004) [4] e Kim e Lade (1988) [5];
- Verificação e validação da implementação através da comparação de trajetórias de ensaios triaxiais com resultados disponíveis na literatura a partir do recurso *soil test* do software PLAXIS 2D;
- Calibração do modelo HS a partir de ensaio triaxial hipotético com os parâmetros do modelo CASM e do recurso *soil test* do software PLAXIS 2D, considerando o processo de construção uma barragem de rejeitos alteada a montante;

- Avaliação de coeficientes horizontais pseudo-estáticos (K_H) limites para convergência do modelo através da análise tensão-deformação para diferentes valores do parâmetro n do modelo constitutivo CASM;
- Determinação do fator de segurança estático de um talude, inspirado no método proposto por Sarma (1973) [1], a partir dos coeficientes pseudo-estáticos limites obtidos e dos fatores de segurança relacionados ao parâmetro n do CASM;

1.1.1. Estrutura da dissertação

Esta dissertação está estruturada em sete capítulos, iniciando com este introdutório, que apresenta o tema fundamental do trabalho e seus objetivos.

O Capítulo 2 explicita conceitos básicos da modelagem constitutiva, com destaque para a formulação do modelo CASM, que serão amplamente abordados nos capítulos subsequentes. Sua implementação em código comercial de elementos finitos é delineada.

O Capítulo 3 apresenta conceitos gerais da teoria da integração numérica das equações constitutivas para implementação do modelo, com detalhes de algoritmos de integração elastoplástica. O esquema de mapeamento de retorno para a integração de equações constitutivos sob controle de deformações é apresentado.

O Capítulo 4 cobre detalhes da validação da implementação abordada em relação a uma série de testes laboratoriais. Compara as trajetórias de ensaios triaxiais de referência, as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2] e as trajetórias obtidas com a implementação da presente dissertação.

O Capítulo 5 realiza a comparação do modelo CASM com o modelo HS para a construção de uma barragem de rejeito alteada a montante, de maneira a avaliar uma estrutura geotécnica mais complexa e identificar as vantagens do modelo CASM.

O Capítulo 6 fornece a proposta de avaliação do fator de segurança estático de um talude, onde plota-se um gráfico com os fatores de segurança provenientes

da variação do parâmetro n do CASM versus os valores de coeficiente de aceleração horizontal (K_H) críticos (não convergência do modelo). O fator de segurança estático é obtido ao extrapolar a curva determinada de maneira a encontrar a interseção com o eixo vertical ($K_H = 0$).

Finalmente, o Capítulo 7 apresenta as conclusões finais e encaminha sugestões para desdobramentos futuros da pesquisa.

2.

CASM: um modelo de parâmetro de estado unificado para argila e areia

Aspectos fundamentais abordados na modelagem constitutiva são brevemente revisados com atenção especial à teoria da plasticidade e do estado crítico para o modelo constitutivo CASM. Nesse contexto são apresentadas as formulações para a implementação do modelo constitutivo CASM.

Yu (1998) [2] descreve que a teoria do estado crítico foi utilizada pela primeira vez para desenvolver modelos de plasticidade para solos à mais de 40 anos. A partir dessa data, modelos elastoplásticos baseados no conceito de estado crítico têm sido usados com sucesso para descrever características importantes do comportamento do solo.

O modelo original Cam-clay foi desenvolvido por Roscoe e Schofield (1958) [6] e mais tarde Roscoe e Burland (1968) [7] propuseram o modelo Cam-Clay modificado e sua generalização para três dimensões.

O modelo Cam-Clay Original vem sofrendo modificações nos últimos 30 anos, entre essas modificações se destacam: (a) superfície de escoamento para argila fortemente sobredensada, (b) modelagem do estado crítico do comportamento de areia, (c) superfícies de escoamento anisotrópicas para solos consolidados unidimensionalmente, (d) inclusão de deformação plástica para solos sujeitos a carregamentos cíclicos internos à superfície de escoamento, (e) formulações do estado crítico 3D e (f) modelagem do comportamento das argilas sob diferentes taxas de deformação ou carregamento.

Yu (1998) [2] ressalta que apesar de grande parte do sucesso na modificação do modelo Cam-Clay, os seguintes problemas ainda permanecem:

- As superfícies de escoamento adotadas em muitos modelos baseados no estado crítico superestimam significativamente a ruptura do “lado seco” ou “lado dilatante”, geralmente essa limitação é superada utilizando a

superfície de Hvorslev como função de escoamento para essa região. O problema é que haverá duas superfícies de escoamento separadas para endurecimento e amolecimento, e essa descontinuidade na superfície de escoamento causará dificuldades numéricas significativas;

- Muitos modelos baseados no estado crítico assumem regra de fluxo associada e, portanto, são incapazes de prever uma característica importante do comportamento comumente observada em testes não drenados em areia solta e argilas normalmente adensadas não perturbadas, que é um pico na tensão desviadora antes de se alcançar o estado crítico. Além disso, como mostrado por Vermeer (1982) [8], nenhuma bifurcação é possível no regime de endurecimento se uma regra de fluxo associada for usada, o que contradiz as observações experimentais;
- O conceito de estado crítico teve muito menos sucesso na modelagem de materiais granulares. O principal problema reside no fato de que os modelos de Cam-clay existentes não conseguem prever o amolecimento e a dilatação observados em areias densas e a resposta não drenada de areias muito soltas. A falta de sucesso em desenvolver um modelo de estado crítico para areia também se deve às dificuldades experimentais em obter as linhas de estado crítico e de consolidação normal. Até muito recentemente, poucos dados sobre as linhas de estado crítico e de consolidação normal de areias estavam disponíveis. Além disso, os dados experimentais para areias parecem apoiar uma visão diferente das superfícies de escoamento em comparação com aquelas observadas para argilas.

Além desses fatos Gens and Potts (1988) [9] confirmaram as seguintes observações:

- Materiais modelados com base na teoria do estado crítico parecem estar limitados a materiais argilosos e siltosos saturados. Argilas duras sobreadensadas geralmente não parecem ser modeladas com formulações do estado crítico, este fato provavelmente está relacionado a baixa representatividade dos modelos do estado crítico para solos no “lado seco” ou “lado dilatante”;

- Os materiais granulares raramente são modelados por modelos baseados na teoria do estado crítico. Apesar do fato de vários modelos de areia de “duplo endurecimento” estarem disponíveis à anos, não parecem ter sido amplamente utilizados em análises numéricas. Isto se deve parcialmente ao fato de que as duas superfícies de escoamento separadas são usadas nesses modelos para modelar o endurecimento (ou escoamento consolidado) e amolecimento (ou escoamento cisalhante), o que tende a causar dificuldades numéricas. Outra razão pode ser que um grande número de constantes (algumas delas não tendo significado físico claro) precisam ser determinadas antes que esses modelos possam ser aplicados.

É notório com o passar dos anos a tendência em aumentar o número de constantes constitutivas, muitas delas sem significado físico próprio, como observado por Scott (1988) [10]. Apesar de algumas dessas constantes de material terem um significado físico claro, há a dificuldade de que a representação de um fenômeno específico seja governada por várias constantes.

A formulação de um modelo constitutivo não é feita para prever perfeitamente o comportamento tensão-deformação de um material, mas sim, respeitar fielmente os aspectos físicos fundamentais, como o princípio de invariância em relação ao sistema de referência ou a conservação da energia, e a representação do comportamento esperado do material. Ensaios e monitoramento que forneçam medidas adequadas e realistas se tornam elementos fundamentais nessa análise, para validação dos resultados obtidos.

Mesmo que alguns modelos sejam considerados muito bem-sucedidos na modelagem do comportamento do solo, o grande número de constantes de material exigidas torna sua aplicação a problemas práticos muito difícil. Em contraste com essa situação Yu (1998) [2] propõe o modelo CASM onde as constantes de material exigidas pelo modelo são facilmente mensuráveis, possivelmente convencionais.

Ao contrário de muitos modelos de estado crítico existentes que utilizam funções de escoamento e potenciais plásticos distintamente diferentes para argila e areia, uma única função de escoamento e potencial plástico são usados por Yu (1998) [2] tanto para argila quanto para areia. Como será mostrado, isso pode ser

alcançado usando uma relação geral de estado de tensão para derivar uma superfície de limite de estado unificada.

2.1. Teoria da plasticidade

Yu (2006) [11] descreve que antes que a teoria das relações de tensão-deformação plástica fosse desenvolvida para metais, o conceito de plasticidade perfeita já havia sido utilizado para resolver problemas de estabilidade geotécnica envolvendo pressões do solo e paredes de contenção por Coulomb (1773) e Rankine (1857).

Entretanto, sem uma relação tensão-deformação, não é possível utilizar a teoria da plasticidade para estimar a deformação. Por isso, nas fases iniciais do desenvolvimento da mecânica dos solos e da engenharia geotécnica, quase todos os cálculos estavam relacionados com a estabilidade de estruturas e obras de terra. Nessas análises, o solo era considerado como um sólido rígido perfeitamente plástico, e cálculos simples levavam a uma estimativa da carga máxima que a estrutura pode suportar antes do colapso.

Modelos numéricos que analisam problemas da deformação plástica demandam grande esforço computacional, porém, apresentam como principal vantagem a avaliação de mecanismos de ruptura, cargas de colapso e de deformações permanentes através da adoção de comportamento não linear.

Nos modelos elastoplásticos o comportamento do solo é caracterizado pela existência de deformações elásticas e plásticas, sendo a elasticidade um mecanismo de deformação conservativo que não dissipava energia, ou seja, reversível e a deformação plástica um fenômeno dissipativo irreversível.

É de conhecimento comum que a teoria da plasticidade adotada para solos admite o material com comportamento elástico-perfeitamente plástico, com base nos seguintes elementos:

- (1) Relações constitutivas elásticas (elastic constitutive relationships);
- (2) Função de escoamento (yield function);

- (3) Potencial plástico (plastic potential);
- (4) Lei de fluxo (flow rule);
- (5) Lei de endurecimento/amolecimento (hardening/softening rule).

2.1.1. Introdução

O modelo CASM proposto por Yu (1998) [2] utiliza o conceito de parâmetro de estado e uma regra de fluxo não associada. Yu (1998) [2] afirmou que, como o parâmetro de estado pode ser facilmente determinado tanto para argila quanto para areia, pode ser considerada um parâmetro melhor do que a razão de sobreadensamento (OCR) para descrever a resposta do solo sob várias condições de carga.

O parâmetro de estado (ψ) pode ser obtido com uma simples função de acordo com outros parâmetros:

$$\psi = \nu + \lambda_c \ln p' - \Gamma \quad (2-1)$$

Onde ν é o volume específico ($1 + e$), λ_c é a inclinação da linha de estado crítico, p' é a tensão efetiva média e Γ é a interseção da linha de estaco crítico com o eixo das ordenadas para $p' = 1$ kPa.

O parâmetro de estado de referência (ψ_R) denota a distância vertical entre a linha de estado crítico (CSL) e a linha de consolidação de referência (RCL).

É possível observar que ψ é zero no estado crítico, positivo no “lado úmido” ou “lado contrátil” e negativo no “lado seco” ou “lado dilatante”. As definições do parâmetro de estado, do parâmetro de estado de referência e das constantes de estado crítico podem ser encontradas na Figura 2.1.

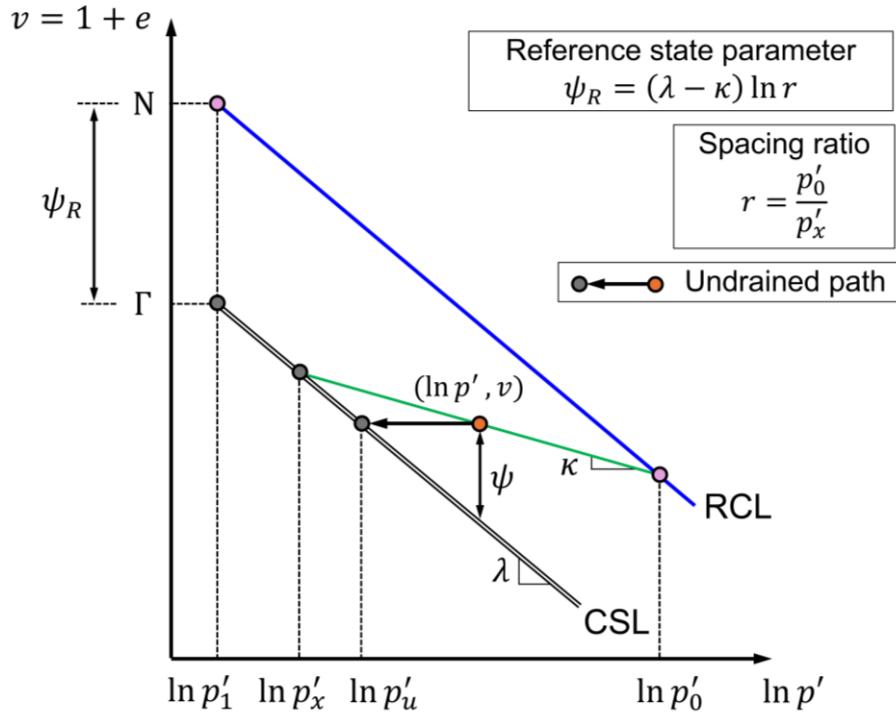


Figura 2.1 – Parâmetro de estado, parâmetros de referência e constantes do estado crítico
(Modificado de Yu, 2019) [12].

2.1.2. Função de escoamento

A função de escoamento (f) pode ser definida como o limite do espaço de tensão de uma região dentro da qual é razoável descrever as deformações como elásticas e recuperáveis.

Habitualmente é uma função do estado de tensão σ_i e das variáveis internas h_k , comumente conhecidas como parâmetros de endurecimento/amolecimento, que controla seu tamanho. Em termos matemáticos, exprime-se:

$$f = f(\sigma_i, h_k) \quad (2-2)$$

Ressalta-se que para plasticidade perfeita h_k é constante, logo, a superfície de escoamento é de tamanho constante. Para a plasticidade com endurecimento ou amolecimento, h_k varia com a deformação plástica para representar como a magnitude do estado de tensão no escoamento muda. Como já citado, essa função divide o comportamento puramente elástico do comportamento elastoplástico.

Caso o endurecimento ou amolecimento se relacione à magnitude das deformações plásticas, o modelo é conhecido como “*strain hardening/softening*” e caso se relacione com a magnitude do trabalho plástico o modelo é conhecido como “*work hardening/softening*”.

A Figura 2.2 mostra a equação (2-2) no espaço das tensões principais, que nesse espaço representa a superfície de escoamento. Essa superfície delimita o domínio elástico, onde $f < 0$, e o regime elastoplástico, onde $f = 0$. O espaço externo, onde $f > 0$, é dito impossível.

Nessa figura também é possível observar que para permanecer no regime elastoplástico o ponto que representa o estado tensional deverá permanecer na superfície de escoamento, ou seja, não pode sair da superfície de escoamento. Sendo assim, o ponto apenas pode se mover, permanecendo na superfície, de modo a respeitar $f = 0$, que pressupõe também $\dot{f} = 0$, condição chamada de consistência plástica.

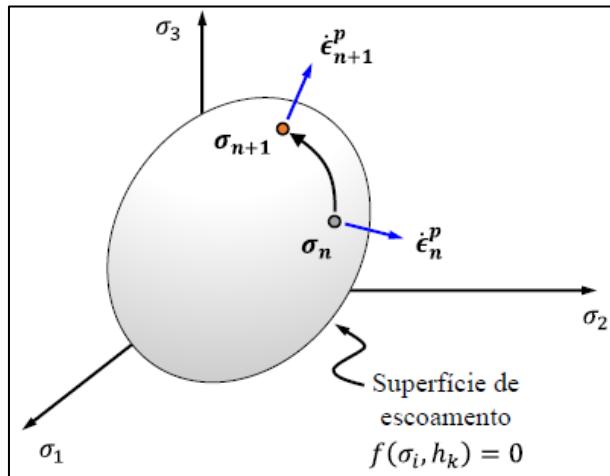


Figura 2.2 – Ponto de tensão movendo-se sobre a função de escoamento no espaço das tensões principais. (Cirone, 2023) [15].

A função de escoamento do CASM pode ser expressa em termos triaxiais convencionais da seguinte maneira:

$$f = \left(\frac{q}{M_c p'} \right)^n \ln r + \ln p - \ln p'_0 \quad (2-3)$$

Na equação (2-3), n e r são os dois novos parâmetros introduzidos no CASM, q é a tensão de desvio, M_c é a inclinação da linha de estado crítico, p é a tensão efetiva média e p'_0 a pressão de pré-adensamento.

O expoente n é um parâmetro utilizado para especificar a forma da superfície de escoamento, com efeito sobre a forma da função de escoamento apresentado na Figura 2.3. Nessa figura o valor de r foi mantido constante e igual a 4.

A partir dessa figura também é possível observar que diferentemente dos modelos Cam-Clay, o estado crítico não ocorre necessariamente na tensão desviadora máxima. Como Khong (2004) [13] especifica isso reproduz uma importante característica da superfície de escoamento de materiais arenosos, onde a tensão desviadora atinge muitas vezes um pico local antes de se aproximar do estado crítico.

A função de escoamento pode ser modificada e adaptada, através do expoente (n), para impor o grau desejado de amolecimento não drenado.

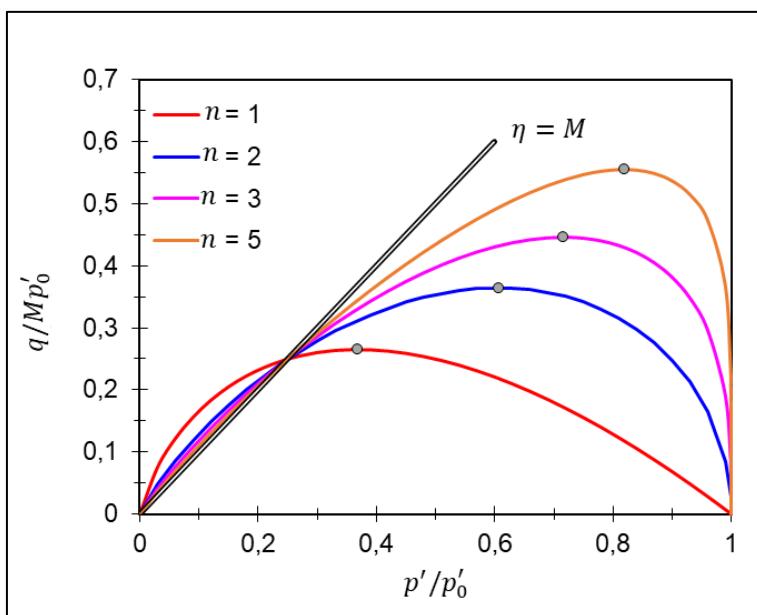


Figura 2.3 – Função de escoamento do CASM – Sensibilidade do modelo para o coeficiente de forma (n).

O parâmetro r é a razão de razão de espaçamento, distância entre a linha de compressão virgem e a linha de estado crítico, usada para controlar o ponto de interseção da linha de estado crítico e a superfície de escoamento. com efeito sobre a forma da função de escoamento apresentado na Figura 2.4. Nessa figura, o valor de n foi mantido constante igual a 3.

É importante notar que o modelo Cam-clay original pode ser obtido com o CASM ao considerar os parâmetros $n = 1$ e $r = 2,7183$. De modo adicional, o “lado

úmido” (contrátil) do Cam-clay modificado também pode ser retornado com precisão utilizando o CASM, ao utilizar $r = 2$ em conjunto com um valor de n adequado (normalmente entre 1,5-2 dependendo do material).

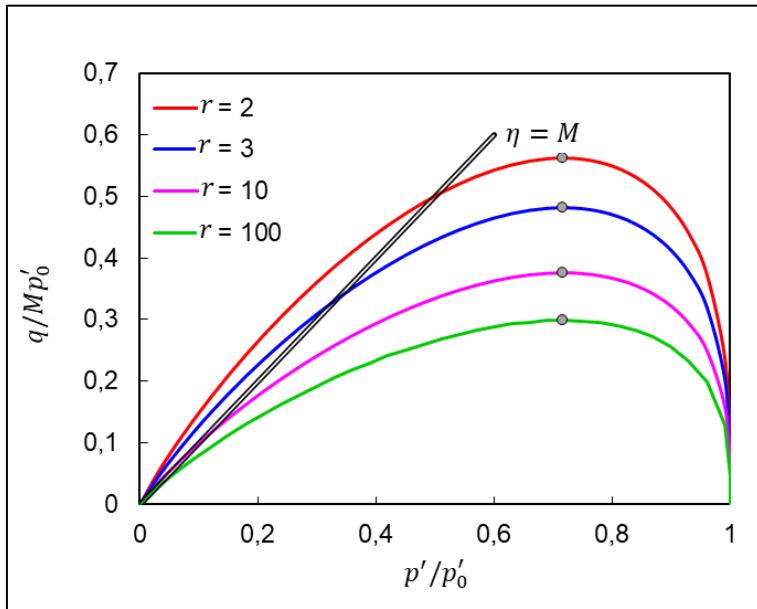


Figura 2.4 – Função de escoamento do CASM – Sensibilidade do modelo para a razão de espaçamento (r).

Destaca-se que a partir dessas figuras é possível observar que o expoente n influencia na curvatura da função de escoamento, tornando o pico mais acentuado conforme aumenta, contudo, não altera o ponto de interseção com a linha do estado crítico, logo, altera a resistência de pico e conserva a resistência no estado crítico (residual).

De outra forma, a razão de espaçamento r afeta tanto a “altura” da função de escoamento, quanto sua interseção com a linha de estado crítico, que permite concluir que altera tanto a resistência de pico quanto a resistência no estado crítico (residual).

Nas figuras acima também foram representadas as máximas tensões desviadoras, que ocorrem no seguinte ponto:

$$\frac{\eta_Y}{M_c} = (n \ln r)^{-\frac{1}{n}} \quad (2-4)$$

Onde η_Y é a obliquidade do ponto mais alto da superfície de escoamento.

A função de escoamento apresentada foi generalizada para o espaço de tensão tridimensional definindo a inclinação da linha de estado crítico, M_c , como uma função do ângulo de Lode, de acordo com o critério de falha de Lade-Duncan, sugerido por Van Eekelen (1980) [14]:

$$M = M_c \left(\frac{1 - B}{1 + B \sin 3\theta} \right)^{1/4} \quad (2-5)$$

Onde:

$$B = 1 - \left(\frac{3}{3 + \sin \phi'_c} \right)^4 \quad (2-6)$$

É um parâmetro do modelo que controla a curvatura do critério de falha no plano octaédrico e:

$$M_c = \frac{6 \sin \phi'_c}{3 - \sin \phi'_c} \quad (2-7)$$

É a inclinação da linha de estado crítico na compressão triaxial e ϕ'_c o respectivo ângulo de atrito efetivo. Segundo Van Eekelen (1980) [14], o modelo é convexo se $B < 0,756$, esse é sempre o caso.

2.1.3. Decomposição aditiva

Khong (2004) [13] cita que para solos existe uma superfície de escoamento (f) onde a resposta do solo muda de rígida para menos rígida. Para mudanças de tensões dentro da superfície de escoamento escolhida a resposta é elástica. Assim que a mudança do estado de tensões atinge a superfície de escoamento e nela permanece, ocorre uma combinação de respostas elásticas e plásticas. No entanto, esses modelos não incluem os efeitos do tempo como os modelos visco-elastoplásticos. De maneira resumida:

(2-8)

$$f = 0 \text{ estado elasto plástico}$$

$$f > 0 \text{ estado impossível}$$

A decomposição aditiva é uma hipótese fundamental da teoria da plasticidade que separa a taxa de deformação total entre as parcelas elásticas e plásticas, geralmente aceita para problemas de pequenas deformações, conforme mostrado a seguir:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (2-9)$$

Onde $\dot{\epsilon}_{ij}$ é a taxa de deformação total, $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ é a taxa da parcela elástica e $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ é a taxa da parcela plástica. A relação constitutiva elástica que será apresentada no item 2.1.5 só é válida para a parcela elástica.

Logo, quando $f < 0$ o regime é dito elástico e $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e$, quando $f = 0$ o regime é elastoplástico e $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p$. A condição $f > 0$ é inadmissível pela teoria da plasticidade, contudo, é abordada na teoria da viscoplasticidade.

2.1.4. Potencial plástico e lei de fluxo

No domínio elastoplástico, onde $f = 0$, ocorrem as deformações elásticas e plásticas e para especificar as magnitudes relativas de vários componentes da deformação plástica é necessário a utilização do potencial plástico (g):

$$g = g(\sigma_i, \beta) \quad (2-10)$$

Geralmente o potencial plástico é função do estado de tensão σ_i e do vetor de parâmetros de estado (β), sendo este vetor imaterial e dependente do estado de tensões.

Ainda no regime elastoplástico, a taxa de deformação plástica é calculada pela lei de fluxo:

$$\dot{\epsilon}_i^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} \quad (2-11)$$

Onde λ é a taxa do multiplicador plástico, que fornece o módulo da deformação plástica, enquanto o gradiente $\partial g / \partial \sigma_i$ fornece sua direção e define o campo dos vetores do fluxo plástico, sendo o multiplicador plástico e sua respectiva taxa nunca negativos. De maneira geral, na plasticidade o multiplicador é obtido ao impor a condição de consistência plástica, com abordagens diferentes na viscoplasticidade, onde é determinado pela função do núcleo viscoso e na termodinâmica, onde coincide com a deformação plástica equivalente.

Para compressão triaxial a lei de fluxo pode ser descrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \epsilon_v^p}{\partial \epsilon_s^p} = \frac{\partial g / \partial p'}{\partial g / \partial q} \quad (2-12)$$

Onde $\delta \epsilon_v^p$ é a taxa de deformação volumétrica plástica, $\delta \epsilon_s^p$ é a taxa de deformação cisalhante plástica, $\partial g / \partial p'$ a derivada do potencial plástico em relação a tensão efetiva média (p') e $\partial g / \partial q$ a derivada do potencial plástico em relação a tensão de desvio (q).

O vetor de deformação plástica incremental em um determinado estado de tensão será normal à superfície do potencial plástico que passa por esse ponto do estado de tensão que permite obter uma expressão matemática do potencial plástico derivada a partir de uma relação entre tensão e dilatância ($d = d\epsilon_v^p / d\epsilon_s^p$) como feita por Lagioia et. al. (1996) [16] e apresentada na sequência:

$$d = \frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_s^p} = -\frac{dq}{dp} \quad (2-13)$$

Por substituição, como mostra Desai e Siriwardane (1984) [17] [Cap. 11, p.290], têm se:

$$\frac{dp}{p} = -\frac{d\eta}{d + \eta} \quad (2-14)$$

Quando a função de escoamento (f) é igual ao potencial plástico (g) o fluxo é dito associado e a direção do vetor de deformação plástica é normal a superfície de escoamento, onde é válida a condição de normalidade à superfície de escoamento. Quando $f \neq g$ o fluxo é dito não associado. Na Figura 2.2, o vetor que representa os incrementos de deformação plástica é chamado de vetor de fluxo plástico.

Cirone (2023) [15] menciona que muitos materiais com comportamento dependente da pressão confinante, da deformação volumétrica plástica e do atrito, tipicamente solos e rochas, apresentam comportamento não associado. Além disso, o modelo é dito termodinamicamente admissível quando são respeitadas as condições de continuidade, convexidade da superfície de escoamento e da normalidade do fluxo ao potencial plástico. Além do que podem existir múltiplas superfícies de escoamento, como exemplo o modelo de Mohr-Coulomb com dilatância não associada.

O potencial plástico utilizado no CASM proposto por Yu (1998) [2] segue a relação tensão-dilatância de Rowe (1962) [18][19], desenvolvida originalmente a partir de considerações de energia mínima de deslizamento de partículas e obteve maior sucesso na descrição da deformação de areias e outros materiais granulares. Para compressão triaxial a lei de fluxo pode ser escrita como:

$$\frac{\delta \epsilon_v^p}{\delta \epsilon_s^p} = \frac{\partial g / \partial p'}{\partial g / \partial q} = \frac{9(M_c - \eta)}{9 + 3M_c - 2M_c\eta} \quad (2-15)$$

Onde $\delta \epsilon_v^p$ é a taxa de deformação volumétrica (ou média) plástica e $\delta \epsilon_s^p$ é a taxa de deformação cisalhante (ou desviadora) plástica, M_c é a inclinação da linha de estado crítico e $\eta = q/p'$ é a obliquidade.

Integrando a partir da equação (2-14), o potencial plástico (g) assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} g(\sigma, \beta) = 3M_c(lnp' - ln\beta) + \\ (3 + 2M_c)\ln\left(\frac{2q + 3p'}{p'}\right) - (3 - M_c)\ln\left(\frac{3p' - q}{p'}\right) = 0 \end{aligned} \quad (2-16)$$

Destaca-se que o presente trabalho propôs uma modificação no potencial plástico baseado na tensão-dilatância de Rowe (1962) [18][19].

Dessa forma, para a implementação do presente trabalho, foi utilizada a relação de tensão-dilatância de Cirone (2020) [3] que se baseou nas relações de tensão dilatância de Nakai and Hinokio (2004) [4] e Kim e Lade (1988) [5], apresentada abaixo:

$$\frac{\delta\epsilon_v^p}{\delta\epsilon_s^p} = \frac{\partial g/\partial p'}{\partial g/\partial q} = \frac{(M_c^2 - \eta^2)(\eta^2 + \alpha)}{\beta\eta} \quad (2-17)$$

Impondo a condição de “cut-off” na compressão triaxial, onde $d(\eta = 3) = -3$, obtém-se:

$$\beta = -\frac{1}{9}(M_c^2 - 9)(9 + \alpha) \quad (2-18)$$

A partir da integração da relação de tensão-dilatância o potencial plástico utilizado no presente trabalho é dado por:

$$g : \left(\frac{\alpha_1 + \eta^2}{\alpha_2 - \eta^2}\right) \left(\frac{p}{p_0}\right)^u = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \quad (2-19)$$

Esse potencial plástico é uma simplificação da versão proposta por Kim e Lade (1988) [5], onde também é possível demonstrar a existência de uma simples relação entre os parâmetros (M_c, α, β) e (α_1, α_2, u) .

$$\alpha_1 = \frac{M_c^2\alpha}{9} = \frac{1}{2}[\sqrt{(M_c^2 + \beta - \alpha)^2 + 4M_c^2\alpha} - (M_c^2 + \beta - \alpha)] \quad (2-20)$$

$$\alpha_2 = 9 = M_c^2 + \beta - \alpha + \alpha_1 \quad (2-21)$$

$$u = \frac{2}{\beta} \left(\frac{M^2 \alpha}{9} + 9 \right) = \frac{2}{\beta} (\alpha_1 + \alpha_2) \quad (2-22)$$

De posse de ensaios de compressão triaxial drenada, os ensaios podem ser calibrados ajustando a relação de dilatância explicitada equação (2-17) com os dados experimentais, por meio de um gráfico exemplificado na Figura 2.5, que também apresenta o efeito de α no potencial plástico.

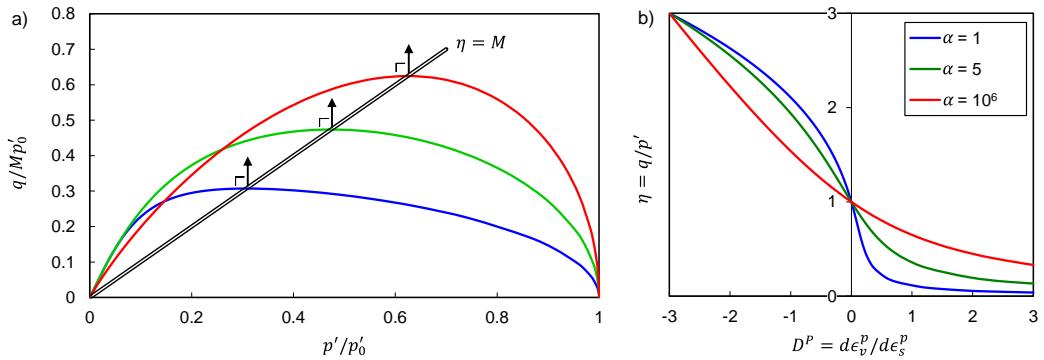


Figura 2.5 – Influência do parâmetro α no potencial plástico. a) Contornos no plano triaxial. b) Relação tensão-dilatância com $M = 1$.
(Cirone, 2020) [3].

Alternativamente, a calibração do parâmetro α pode ser realizada sob condições de carregamento edométrico, impondo o valor de K_0 (coeficiente de empuxo em repouso) desejado. Dessa forma, sua estimativa é dada por:

$$\alpha \approx \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{\kappa} \right) \frac{\beta \eta_0}{M_c^2 - \eta_0^2} - \eta_0^2 \quad (2-23)$$

Onde $\eta_0 = 3(1 - K_0)/(1 + 2K_0)$ é a obliquidade correspondente ao trecho virgem de carregamento edométrico. Por ser implícita em α (no segundo membro, β também é função de α), a (2-23) é resolvida por meio de procedimento iterativo.

2.1.5. Relações constitutivas elásticas

Cirone (2023) [15] descreve que um material se diz elástico se o trabalho interno independe da trajetória de deformação, mas apenas das condições iniciais e final. Nesse caso, configura-se a existência de um potencial elástico (g_e) que define

as relações constitutivas elásticas entre a densidade do material (ρ) as tensões (σ_{ij}) e as deformações elásticas (ϵ_{ij}^e), da seguinte maneira:

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial g_e}{\partial \epsilon_{ij}^e} \quad (2-24)$$

Destaca-se que tradicionalmente a equação (2-24) define os materiais hiperelásticos, estes materiais apresentam como característica chave que nenhuma energia pode ser gerada através de ciclos de carga, portanto, as leis da termodinâmica são sempre satisfeitas.

As objeções quanto à teoria da hiperelasticidade se dão pela teoria exigir muitas constantes do material e de não modelar a dependência do histórico de tensões, pois a formulação desse modelo implica que os módulos tangentes do material são iguais na carga e na descarga.

Para os materiais elásticos o comportamento é descrito através de generalizações da *Lei de Hooke*, devido à existência da proporcionalidade entre incrementos de tensão ($\Delta\sigma_{ij}$) e de deformação ($\Delta\epsilon_j$):

$$\Delta\sigma_{ij} = D_{ij}^e \Delta\epsilon_j \quad (2-25)$$

O tipo mais simples de modelo utilizado para definir as relações constitutivas elásticas é o linear isotrópico, para este modelo a equação (2-25) pode ser escrita de forma extensa como:

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{yz} \\ \Delta\tau_{xz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 1-\mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & 1-\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ \Delta\epsilon_z \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{yz} \\ \Delta\gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

No comportamento elástico linear, os módulos de rigidez são constantes e existem as seguintes identidades:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}, K = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad (2-27)$$

Em que E é o módulo de Young, G é o módulo de cisalhamento, K é o módulo volumétrico (ou de Bulk) e μ é o coeficiente de Poisson. Os modelos mais comuns são formulados utilizando-se os pares E, μ ou K, G .

No caso da elasticidade totalmente anisotrópica a matriz D_{ij}^e se tornará completamente preenchida com 36 parâmetros, entretanto, considerações de deformações termodinâmica feitas por Love, mostram que a matriz D_{ij}^e é simétrica, portanto, o número total de parâmetros anisotrópicos independentes é reduzido para 21.

Na implementação de modelos constitutivos pode se tornar útil trabalhar em termos de invariantes triaxiais, neste caso as relações elásticas se expressam da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\Delta p &= K\Delta\epsilon_v \\ \Delta q &= 3G\Delta\epsilon_s\end{aligned}\tag{2-28}$$

Embora os modelos elásticos sejam muito simples e fáceis de utilizar, eles não preveem o comportamento dos solos de maneira real, além do solo não apresentar comportamento linear e módulos elásticos constantes. Por essa razão são introduzidas leis elásticas não lineares, que frequentemente assumem a dependência entre os parâmetros do material e o nível de tensão e/ou deformação.

A maior parte dos modelos elásticos não lineares atualmente adotam comportamento isotrópico. É comum expressar estas leis em incrementos infinitesimais ou taxas:

$$d\sigma_{ij} = D_{ij}^e d\epsilon_j\tag{2-29}$$

Os materiais hipoelásticos tradicionalmente são definidos pela equação (2-29), onde os módulos contidos na matriz D_{ij}^e variam continuamente ao longo da integração e são interpretados como módulos elásticos tangentes. Deve-se notar que na hipoelasticidade não é garantido que as leis da termodinâmica sejam sempre satisfeitas, no entanto, este tipo de modelo não linear é amplamente utilizado em análises geotécnicas.

Para incrementos finitos de tensão e deformação a equação (2-29) se transforma em:

$$\Delta\sigma_{ij} = \bar{D}_{ij}^e \Delta\epsilon_j \quad (2-30)$$

Onde \bar{D}_{ij}^e contém os *módulos elásticos secantes*. A Figura 2.6 mostra a diferença entre os módulos elásticos tangente e secante ao longo da curva de tensão-deformação. Notadamente a diferença observada será mais marcada quanto maior for o incremento de deformação imposto.

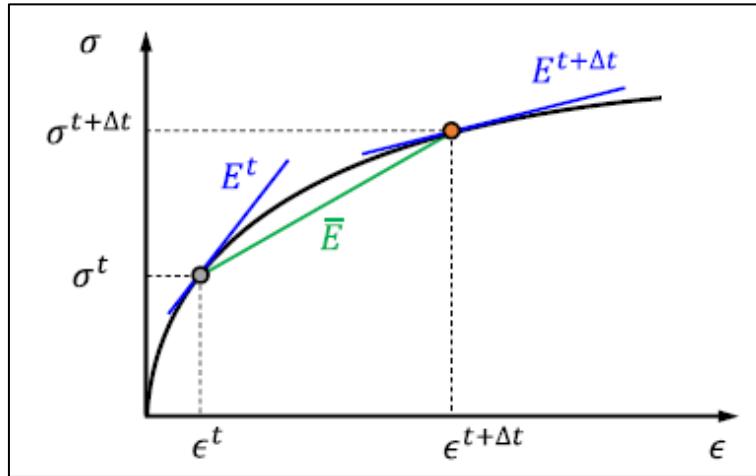


Figura 2.6 – Diferença entre módulo tangente e módulo secante. (Cirone, 2023) [15].

O comportamento elástico do modelo CASM adotado no presente trabalho é o mesmo dos modelos Cam-clay com o módulo volumétrico (K') e o módulo de cisalhamento (G') sendo definidos pelo seguinte conjunto de expressões (com coeficiente de Poisson (μ) constante):

$$K' = \frac{\partial p'}{\partial \epsilon_v^e} = \frac{1+e}{\kappa} p' = \frac{vp'}{\kappa} \quad (2-31)$$

$$G' = \frac{3(1-2\mu)K}{2(1+\mu)} = \frac{3(1-2\mu)}{2(1+\mu)} \frac{vp'}{\kappa} \quad (2-32)$$

2.1.6.

Lei de endurecimento/amolecimento

A equação (2-33) apresenta uma expressão geral da lei de endurecimento/amolecimento, que descreve a forma como a deformação plástica está relacionada com a mudança de tamanho da superfície de escoamento:

$$\dot{h}_k = \frac{\partial h_k}{\partial \epsilon_j^p} \dot{\epsilon}_j^p \quad (2-33)$$

Como pode ser observado, essa lei prescreve como as variáveis internas (h_k) se modificam com a deformação plástica. Em conjunto com o potencial plástico essa lei fornece a magnitude das deformações plásticas. As variáveis internas (h_k), ou parâmetros de endurecimento, podem ser escalares ou tensores.

Caso haja expansão da superfície de escoamento f ocorre endurecimento, no caso do encolhimento da superfície, há amolecimento. O endurecimento é dito isotrópico no caso dos parâmetros de endurecimento serem grandezas escalares e cinemático quando estes parâmetros são grandezas tensoriais.

Cirone (2023) [15] mostrou os efeitos dos dois padrões de endurecimento através da Figura 2.7, em que o tensor de “backstress” B_{ij} atua como parâmetro de endurecimento que rastreia a posição da superfície de escoamento.

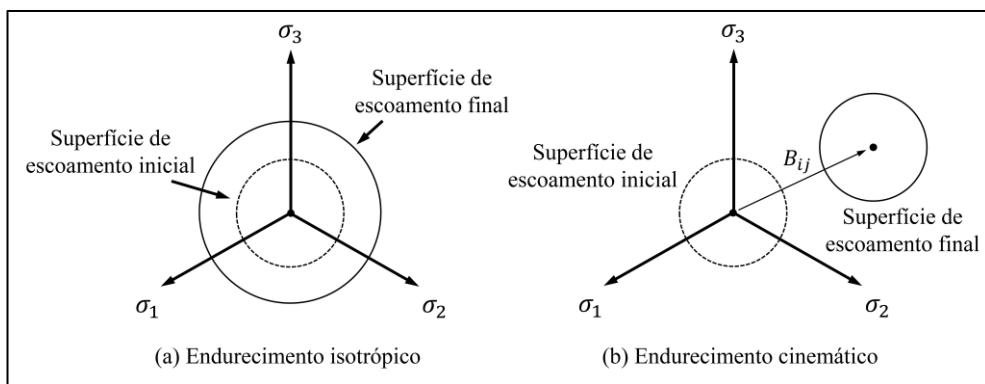


Figura 2.7 – Representação do endurecimento isotrópico e cinemático. (Cirone, 2023) [15].

Nos modelos elásticos perfeitamente plásticos, ou plasticidade rígida, não há expansão ou contração da superfície de escoamento, que permanece fixa no espaço de tensões, portanto, depende apenas das tensões e o parâmetro de endurecimento é uma constante. Os modelos de Tresca, Von Mises, Mohr-Coulomb e Drucker-Prager são exemplos dessa categoria.

Nos modelos elastoplásticos onde ocorrem deformações reversíveis (ou elásticas) e irreversíveis (ou plásticas) a teoria da elastoplasticidade tem sido a base para o desenvolvimento de diferentes modelos de solo a partir de várias combinações das funções de escoamento, potenciais plásticos e leis de endurecimento. Nos últimos 30 anos se notabilizaram modelos constitutivos baseados na teoria do estado crítico iniciado por Roscoe (1958) [6].

Por ser a lei que estabelece como a resistência do material se modifica (aumenta ou diminui) em função das variáveis internas, que representam o estado interno do material, a lei de endurecimento/amolecimento é a componente do modelo elastoplástico que carece de maior atenção no desenvolvimento de modelos constitutivos, Cirone (2023) [15]. De maneira complementar, a lei de endurecimento afetará o módulo de endurecimento e o comportamento do material no regime das grandes deformações, que pode até fornecer resultados inconsistentes.

Para o modelo CASM, o tamanho da superfície de escoamento, que é governado pela pressão de pré-adensamento (p'_0) é considerado como parâmetro de endurecimento e está relacionado à deformação volumétrica plástica (ϵ_v^p) através da seguinte equação:

$$\partial p'_0 = \frac{(1+e)}{(\lambda_c - \kappa)} p'_0 \partial \epsilon_v^p \quad (2-34)$$

As leis de endurecimento que relacionadas às deformações plásticas volumétrica e cisalhante são conhecidas como do tipo *strain-hardening*, os modelos Cam-Clay e, inicialmente, para o CASM foi utilizada apenas deformação volumétrica plástica para descrever o endurecimento do material. Esta hipótese, porém, não condiz com os resultados experimentais obtidos em areia, pela qual a distorção plástica influencia sensivelmente sua resposta em termos de endurecimento ou amolecimento.

Nesse sentido Khong (2004) [13] modificou o modelo CASM para considerar a influência da deformação volumétrica cisalhante, entretanto, o presente trabalho irá trabalhar com a lei de endurecimento inicial do modelo CASM para facilitar a implementação matemática. Além desse fato, Khong (2004) [13]

descreve que a modificação da lei de endurecimento do CASM de forma a considerar a influência da deformação volumétrica cisalhante necessita de modificações para obter resultados satisfatórios que atinjam o estado crítico.

Portanto, a lei de endurecimento adotada no presente trabalho com base na equação (2-34) é dada por:

$$p'_0 = p'^t_0 \exp \left[\frac{1+e}{\lambda_c - \kappa} \Delta \epsilon_v^p \right] \quad (2-35)$$

2.2. Parâmetros do Modelo

Ao longo do presente item foram apresentadas as equações governantes do modelo CASM e seus parâmetros. Pode-se observar que o modelo original possui um total de 7 constantes de material: λ , κ , μ , M_c (ϕ'_c), Γ , n e r e o modelo que será implementado no presente trabalho necessita adicionalmente da constante (α) para o potencial plástico. A Tabela 2-1 lista os parâmetros do modelo.

Tabela 2-1 – Resumo do CASM implementado: parâmetros, descrição e calibração

Parâmetro	Descrição	Calibração/Observação
λ_c	Inclinação da linha do estado crítico no plano (e-Inp')	Ensaios Triaxiais. Tipicamente entre 0,01-0,05 para areias e entre 0,1-0,2 para argilas.
κ	Inclinação da linha de descarregamento-recarregamento no plano (e-Inp')	Ensaios de laboratório: compressão edométrica ou hidrostática. Tipicamente valores de 0,005 para areias e entre 0,01 e 0,06 para argilas. Não pode ser maior que λ_c .
μ	Coeficiente de Poisson	Tipicamente entre 0,10 e 0,35. Para condição não drenada 0,5.
ϕ'_c	Ângulo de atrito no estado crítico (para compressão triaxial)	Ensaios de laboratório (TX ou DSS). Tipicamente entre 28-35° para areias e entre 20-26° para argilas.
n	Coeficiente de forma	Ensaios triaxiais. Tipicamente entre 1,0-5,0.
r	Razão de espaçamento	Tipicamente entre 1,5-3,0 para argilas e muito maior para areias. Coop <i>et. al.</i> (1993) [21] Crouch <i>et al.</i> (1994) [22].
α	Parâmetro do potencial plástico	Ajuste de K_0 pela equação (2-23)(2-21)
Γ	Altura da linha do estado crítico (1+e na tensão $p' = 1$ kPa)	Tipicamente entre 1,8-4,0 para vários solos.

De maneira complementar, a Tabela 2-2 explicita o comparativo dos elementos do modelo CASM implementado no presente trabalho com os implementados no modelo original de Yu (1998) [1] e o notório trabalho de Arroyo e Gens (2021) [23] da análise computacional do rompimento da Barragem I da mina Córrego de Feijão, em Brumadinho, feito no “*International Centre for Numerical Methods in Engineering*” (CIMNE), na Universidade Politécnica da Catalunha, Barcelona.

Tabela 2-2 – Comparação dos elementos do modelo constitutivo implementado no presente trabalho e referências bibliográficas.

Elemento	Yu (1998) [1]	Arroyo e Gens (2021) [23]	Presente Trabalho
COMP. ELÁSTICO	$K' = (1 + e) \frac{p'}{\kappa}$ $\frac{G'}{K'} = \frac{3(1 - 2\mu)}{2(1 + \mu)}$	IGUAL	IGUAL
FUNÇÃO DE ESC.	$f = \left(\frac{q}{M_c p'}\right)^n \ln r + \ln p - \ln p'_0$	IGUAL	IGUAL
POTENCIA L PLÁSTICO	$g: 3M \ln p'/\beta + (3 + 2M) \ln(2q/p' + 3) - (3 - M) \ln(3 - q/p')$	$g : \left(\frac{\sqrt{3J}}{p M_\theta}\right)^m + m - (p_c(m-1))/p - 1$	$g: \left(\frac{\alpha_1 + \eta^2}{\alpha_2 - \eta^2}\right) \left(\frac{p}{p_0}\right)^u - \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$
LEI DE END.	$p'_0 = p'^t_0 \exp \left[\frac{1+e}{\lambda_c - \kappa} \Delta \epsilon_v^p \right]$	IGUAL	IGUAL
VISCO- PLAST.	NÃO CONSIDERA	CONSIDERA ATRAVÉS DOS PARÂMETROS N e η (PERZYNA, 1966)	NÃO CONSIDERA

2.2.1. Inicialização

Para implementar o modelo constitutivo CASM ainda são necessários os parâmetros de índice de vazios inicial (e_0) e a pressão de pré-adensamento (p'_0). No entanto, esses parâmetros podem ser derivados de outros, portanto, dependendo dos dados disponíveis, um par diferente de parâmetros podem ser empregados.

Visto que atualmente a avaliação do estado de rejeitos em barragens de mineração tende a discutir o parâmetro de estado do material, para determinar seu comportamento, a presente dissertação adotará a implementação a partir do parâmetro de estado inicial (ψ_0), onde:

$$1 + e_0 = \Gamma + \psi_0 - \lambda \ln p' \quad (2-36)$$

$$p'_0 = r p' \exp\left(-\frac{\psi_0}{\lambda - \kappa}\right) \quad (2-37)$$

O Anexo C – Inicialização CASM apresenta a dedução da equação (2-37), utilizada para inicializar o modelo CASM no presente trabalho.

2.3. Resistência ao cisalhamento não drenado do modelo CASM no estado crítico

Sob condições drenadas, se existir um valor positivo de parâmetro de estado (ψ), é necessária uma contração de volume para atingir o valor CSL. Da mesma forma, sob condições não drenadas, a CSL é alcançada após um aumento da pressão da água nos poros.

Durante o cisalhamento não drenado, o estado de um solo se move em direção à linha de estado crítico (CSL) e finalmente atinge seu estado crítico quando:

$$p'_u = p'_i \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda}\right) \quad (2-38)$$

Onde p'_u é a tensão média efetiva final no estado crítico, p'_i é a tensão média efetiva inicial, ψ o parâmetro de estado inicial e λ a inclinação da linha de estado crítico.

O estado crítico é definido como a condição em que a resistência do solo se torna constante, que caracteriza um estado último e estacionário. A resistência ao cisalhamento não drenado no estado crítico pode ser estimada da seguinte maneira:

$$q_u = M_c p'_u \quad (2-39)$$

$$S_{u(liq)} = \frac{q_u}{2} \quad (2-40)$$

Substituindo as equações (2-39) e (2-40) na equação (2-38), retorna-se a conhecida expressão de razão de resistência não drenada liquefeita, como apresentada em Jefferies e Been (2015) [24]:

$$\frac{S_{u(liq)}}{\sigma'_{v0}} = \frac{1 + 2K_0}{6} M_c \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda}\right) \quad (2-41)$$

Onde $p' = \sigma'_{v0}(1 + 2K_0)/3$, K_0 o coeficiente de empuxo em repouso, $S_{u(liq)}$ é a resistência não drenada liquefeita, σ'_{v0} a tensão vertical efetiva, , M_c é a razão de tensão no estado crítico (inclinação), ψ o parâmetro de estado inicial e λ a inclinação da linha de estado crítico.

A equação (2-41) explicita que a resistência liquefeita do material depende apenas do parâmetro de estado do material, as condições *in situ* de tensões K_0 , do ângulo do estado crítico (através da inclinação M_c) e da inclinação da linha de estado crítico λ .

No ensaio de compressão triaxial não drenado de uma amostra de solo saturado, caso nenhuma deformação volumétrica ocorra, isso implica que a soma das componentes elástica e plástica da deformação volumétrica é nula:

$$d\epsilon_v = d\epsilon_v^e + d\epsilon_v^p = 0 \quad (2-42)$$

A deformação volumétrica elástica (ϵ_v^e) está relacionada à tensão média efetiva (p') de acordo com a expressão:

$$d\epsilon_v^e = \kappa \frac{dp'}{\mu p'} \quad (2-43)$$

Onde κ é a inclinação da linha de descarregamento-recarregamento no espaço $\ln p' \times v$. A deformação volumétrica plástica pode ser expressa pela seguinte lei de endurecimento isotrópico:

$$d\epsilon_v^p = (\lambda - \kappa) \frac{dp'_0}{\mu p'_0} \quad (2-44)$$

Ao substituir as equações (2-43) e (2-44) na equação (6-5), têm-se:

$$\kappa \frac{dp'}{p'} + (\lambda - \kappa) \frac{dp'_0}{p'_0} = 0 \quad (2-45)$$

A equação (2-45) estabelece uma relação entre a tensão média efetiva (p') e o tamanho da superfície de escoamento vinculado a p'_0 (tensão de pré-adensamento).

Essa relação indica que decréscimos de p' são acompanhados por uma expansão elástica, o que requer uma contração volumétrica plástica, levando a uma expansão do limite de escoamento $dp'_0 > 0$.

Ao impor a condição de consistência plástica ($\dot{f} = 0$) para a superfície de escoamento do CASM, explicitada na equação (2-1), têm-se:

$$\dot{f} = n \left(\frac{\eta}{M_c} \right)^{n-1} \frac{d\eta}{M_c} lnr + \frac{dp'}{p'} - \frac{dp'_0}{p'_0} = 0 \quad (2-46)$$

Ao igualar dp'_0/p'_0 nas equações (2-45) e (2-46), obtém-se a forma diferencial da trajetória de tensões efetivas:

$$-\frac{dp'}{p'} = \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} n \left(\frac{\eta}{M_c} \right)^{n-1} \frac{d\eta}{M_c} lnr \quad (2-47)$$

Integrando a equação (2-47) com a condição final, $p' = p'_u$ e $\eta = M_c$, têm-se:

$$\ln \frac{p'}{p'_u} = \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} \left[1 - \left(\frac{\eta}{M_c} \right)^n \right] lnr \quad (2-48)$$

Uma expressão análoga foi apresentada por Yu (1998) [2] que a nomeou como superfície limite do estado constante μ . Fato que vale a pena destacar é que para encontrar a trajetória de tensão explicitada na equação (2-48) não foi necessário empregar uma regra de fluxo, sendo utilizadas apenas a função de

escoamento e a lei de endurecimento, portanto, o potencial plástico não afeta a forma da trajetória de tensões, conforme mencionado anteriormente no presente trabalho.

Com parâmetros $(\lambda - \kappa)/\lambda = 0,8$, $M_c = 1,20$, $n = 3$, $r = 2$ e $p'_u = 50 \text{ kPa}$, na equação (2-48), a Figura 2.8 ilustra a trajetória de tensões efetivas no espaço $p' \times q$ durante uma compressão triaxial não drenada, com escoamento e deformações plásticas ocorrendo. Para estados de tensão efetiva dentro da superfície de escoamento, o caminho de tensão efetiva deve inicialmente subir a uma p' constante até que ocorra o escoamento.

Outro aspecto importante é que o caminho de tensão efetiva difere da expressão da função de escoamento de escoamento, embora a diferença não seja tão acentuada. Além disso, apenas estados fofos apresentam um pico na tensão desviadora antes de alcançar o estado crítico.

Conforme explicitado por Lade (1992) [25] a resistência de cisalhamento de pico está associada ao início da liquefação e está localizada na linha de instabilidade. Observe que, para estados onde $\eta < M_c$ a tensão média efetiva tende a diminuir, indicando que o caminho de tensão efetiva se curva para a esquerda. O oposto ocorre quando $\eta > M_c$, sugerindo que o caminho de tensão se curva para a direita. As seções seguintes focam apenas no primeiro caso, que é antecipado em amostras de solo com parâmetro de estado positivo.

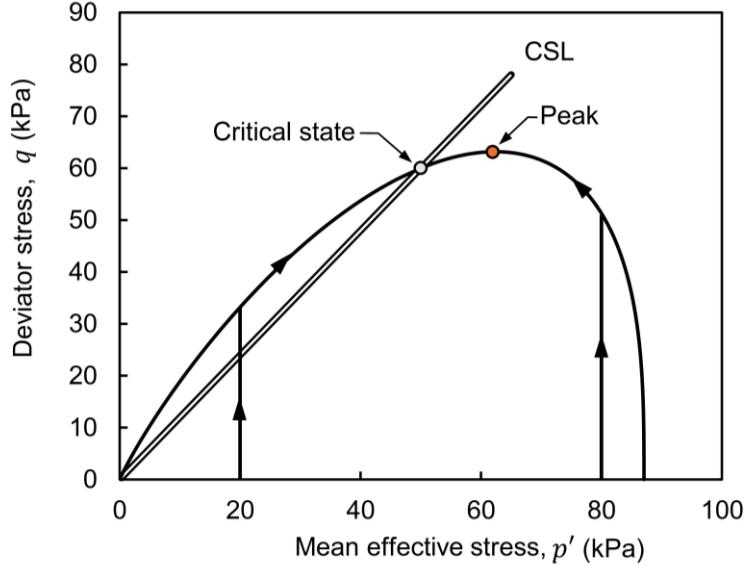


Figura 2.8 – Caminhos de tensão efetiva típicos previstos pelo modelo CASM em compressão triaxial não-drenada.

2.3.1. Linha de instabilidade

A obliquidade η é definida como a razão entre a tensão desviadora (q) e a tensão média efetiva (p'), então:

$$d\eta = d\left(\frac{q}{p'}\right) = \frac{dq}{p'} - \frac{1}{p'^2}qdp = \frac{dq}{p'} - \frac{\eta}{p}dp \quad (2-49)$$

Substituindo a equação (2-49) na equação (2-47), têm-se:

$$\frac{dq}{dp} = -\frac{\left[1 - \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} n \ln r \left(\frac{n}{M_c}\right)^n\right]}{\left[\frac{\lambda - \kappa}{\lambda} n \ln r \left(\frac{n}{M_c}\right)^{n-1}\right]} \quad (2-50)$$

Impondo a condição $dq/dp = 0$:

$$\left[1 - \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} n \ln r \left(\frac{n}{M_c}\right)^n\right] = 0 \quad (2-51)$$

$$\left(\frac{n}{M_c}\right)^n = \frac{\lambda}{\lambda - \kappa} \frac{1}{n \ln r} \quad (2-52)$$

Logo a linha de instabilidade (n_{IL}) é definida por:

$$\frac{n_{IL}}{M_c} = \left(\frac{\lambda}{\lambda - \kappa} \frac{1}{nlnr} \right)^{\frac{1}{n}} = \left(n \frac{\psi_r}{\lambda} \right)^{-\frac{1}{n}} \quad (2-53)$$

Onde $\psi_r = (\lambda - \kappa)lnr$. Destaca-se que a equação da linha de instabilidade é diferente da equação da linha de máxima desviadora apresentada na equação (2-4). A linha de instabilidade conecta as resistências de cisalhamento de pico dos caminhos de tensão efetiva não-drenados em compressão triaxial.

A Figura 2.9 mostra o fato de que a resistência de pico não ocorre no ponto mais alto da superfície de escoamento, onde é feita uma comparação entre a linha de estado crítico (CSL), a linha de instabilidade (IL) e a linha de máximo q para a superfície de escoamento (Y). A figura também mostra a diferença entre um caminho de tensão efetiva típico não-drenado, conforme previsto pela equação (2-48) e a superfície de escoamento do modelo CASM, dada na equação (2-3).

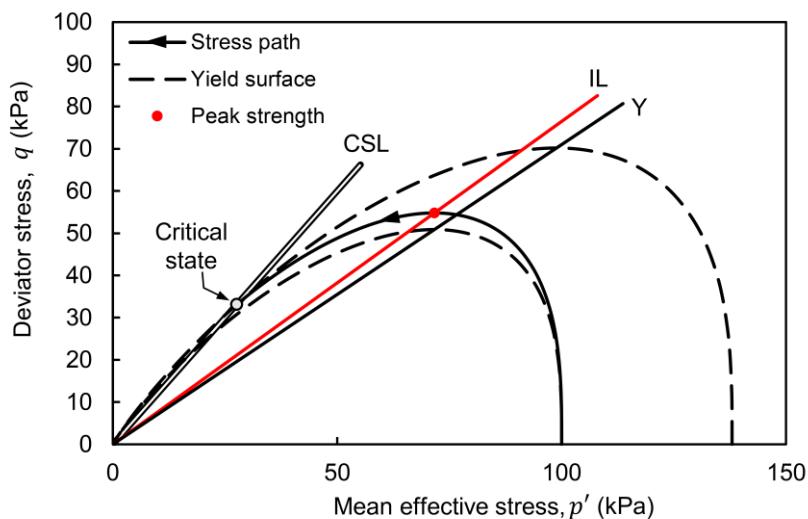


Figura 2.9 – Características das linhas do modelo CASM – CSL = Linha de Estado Crítico, IL = Linha de Instabilidade e Y = Linha de máxima tensão desviadora.

2.3.2. Resistência Não Drenada de Pico

Através da (2-48) a trajetória efetiva de um ensaio não drenado pode ser escrita da seguinte forma:

$$p' = p'_u \exp \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} \left[1 - \left(\frac{\eta}{M_c} \right)^n \right] \ln r \right\} \quad (2-54)$$

Multiplicando ambas as parcelas por $\eta = q/p'$, obtém-se uma expressão para a tensão desviadora:

$$q = p'_u \eta \exp \left\{ \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} \left[1 - \left(\frac{\eta}{M_c} \right)^n \right] \ln r \right\} \quad (2-55)$$

Para o pico de resistência, a obliquidade atinge um valor crítico, ou seja, $\eta = \eta_{IL}$. Substituindo η_{IL} , apresentado na equação (2-53), na equação (2-55):

$$q_{pico} = p'_u M_c \left(n \frac{\psi_r}{\lambda} \right)^{-\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{\psi_r}{\lambda} - \frac{1}{n} \right] \quad (2-56)$$

Introduzindo o valor de p'_u da equação (2-38):

$$q_{pico} = p'_i M_c \left(n \frac{\psi_r}{\lambda} \right)^{-\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{\psi_r - \psi}{\lambda} - \frac{1}{n} \right] \quad (2-57)$$

A resistência ao cisalhamento não drenado no pico pode ser definida da seguinte maneira:

$$S_{u(pico)} = \frac{q_{pico}}{2} \quad (2-58)$$

Então:

$$\frac{S_{u(pico)}}{\sigma'_{v0}} = \frac{1 + 2K_0}{6} M_c \left(n \frac{\psi_r}{\lambda} \right)^{-\frac{1}{n}} \exp \left[\frac{\psi_r - \psi}{\lambda} - \frac{1}{n} \right] \quad (2-59)$$

Onde $p'_i = \sigma'_{v0}(1 + 2K_0)/3$, K_0 o coeficiente de empuxo em repouso, $S_{u(pico)}$ é a resistência não drenada de pico, σ'_{v0} a tensão vertical efetiva, M_c é a razão de tensão no estado crítico (inclinação), ψ o parâmetro de estado inicial, ψ_r o parâmetro de estado de referência, n o coeficiente de forma da superfície de escoamento e λ a inclinação da linha de estado crítico.

3.

Integração numérica de equações constitutivas na plasticidade

As equações constitutivas apresentadas no Capítulo 2 devem ser integradas localmente nos pontos de Gauss através do chamado algoritmo de integração. Cirone (2023) [15], descreve que o problema consiste em atualizar as tensões σ_i^t , e as variáveis internas, h_k^t , para seus valores atuais $\sigma_i^{t+\Delta t}, h_k^{t+\Delta t}$, dados os incrementos de deformação total, $\Delta\epsilon_j$. No processo descrito, as deformações totais são impostas, calculadas diretamente dos deslocamentos decorrentes do equilíbrio global.

A presente dissertação adota esquema de integração explícita, por se tratar de um método mais simples, onde as equações constitutivas são integradas por meio de fórmulas diretas, sem a necessidade de iterações. Na sequência, são descritos os esquemas de integração e o método explícito com subincrementação automática utilizados.

3.1.

Esquema de integração

Grande parte dos materiais geológicos podem ser descritos por modelos constitutivos elastoplásticos caracterizados pelas seguintes relações constitutivas:

$$\Delta\epsilon_j = \Delta\epsilon_j^e + \Delta\epsilon_j^p \quad (\text{decomposição aditiva}) \quad (3-1)$$

$$\Delta\sigma_{ij} = \bar{D}_{ij}^e \Delta\epsilon_j \quad (\text{elasticidade não-linear}) \quad (3-2)$$

$$\Delta\epsilon_j^p = \Delta\lambda b_j \quad (\text{lei de fluxo}) \quad (3-3)$$

$$h_k = h_k(\epsilon_j^p) \quad (\text{lei de endurecimento}) \quad (3-4)$$

$$f^{t+\Delta t} = 0 \quad (\text{consistência plástica}) \quad (3-5)$$

Como pode se observar, as equações (3-1), (3-2) e (3-3) são definidas em incrementos finitos de tensão e deformação, as tensões são calculadas em função das equações constitutivas elásticas.

Os parâmetros de endurecimento, podem ser calculados analiticamente de maneira exata dado o valor de deformação plástica.

Por fim, as deformações plásticas são obtidas ao se aproximar a lei de fluxo por algum esquema de integração numérica. Como apresentado na equação (2-11) o fluxo plástico, por sua vez, depende do multiplicador plástico, λ , e do gradiente do potencial plástico $\partial g / \partial \sigma_j$.

As deformações plásticas, introduzidas na equação (3-3) na forma de incrementos discretos, resultam da lei de fluxo aproximada pelo esquema de integração numérica geralmente chamado de θ -method, onde a equação (3-6) representa a resolução do problema através da regra dos trapézios e a equação (3-7) através da regra do ponto médio:

$$\Delta \epsilon_j^p = \int_t^{t+\Delta t} \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_j} dt \approx \Delta \lambda \left[(1 - \theta) \frac{\partial g^t}{\partial \sigma_j} + \theta \frac{\partial g^{t+\Delta t}}{\partial \sigma_j} \right] \quad (3-6)$$

$$\Delta \epsilon_j^p = \int_t^{t+\Delta t} \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_j} dt \approx \Delta \lambda \frac{\partial g^{t+\theta \Delta t}}{\partial \sigma_j} \quad (3-7)$$

Para $\theta = 0$, obtém-se o método Euler explícito; para $\theta = 1/2$, o método de Crank-Nicholson (ou das diferenças centrais); para $\theta = 2/3$, o método de Galerkin; e para $\theta = 1$, o método de Euler implícito.

Para a presente dissertação foi utilizado o método explícito ($\theta = 0$), por se tratar de um método mais simples onde as equações constitutivas são integradas por meio de fórmulas diretas, sem a necessidade de iterações.

No esquema explícito, o incremento de deformação aplicado é automaticamente dividido em subincrementos usando uma estimativa do erro local e tenta controlar o erro de integração global nas tensões. Para um certo esquema

dado, o número de subpassos utilizados é uma função da tolerância ao erro especificada, da magnitude do incremento de deformação imposto e da não linearidade das relações constitutivas, como mencionado por Cirone (2020) [3], exemplos notáveis são o esquema de Euler modificado com subpassos de tamanhos variável e o esquema clássico de Runge-Kutta.

3.2.

Método explícito com subincrementação automática

Algoritmos explícitos para integrar relações constitutivas elastoplásticas podem ser encontrados em Sloan (1987) [26], Sloan and Brooker (1992) [27] e Sloan *et al.* (2001) [28].

As equações constitutivas podem ser reescritas na forma de taxas, como:

$$\dot{\sigma}_i = D_{ij}^e \dot{\epsilon}_j^e = D_{ij}^e (\dot{\epsilon}_j - \dot{\lambda} b_j) \quad (3-8)$$

$$\dot{h}_k = B_{kj} \dot{\epsilon}_j^p = \dot{\lambda} B_{kj} b_j \quad (3-9)$$

Onde, $\dot{\lambda}$ é a taxa do multiplicador plástico, que fornece o módulo da deformação plástica, $B_{kj} = \delta h_k / \delta \epsilon_j^p$ é a matriz de conformidade do endurecimento e $b_j = \partial g / \partial \sigma_j$ é o gradiente do potencial plástico.

Na plasticidade o multiplicador plástico é obtido ao se impor a condição de consistência plástica:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_i} \dot{\sigma}_i + \frac{\partial f}{\partial h_k} \dot{h}_k = 0 \quad (3-10)$$

Ao substituir as Equações (3-8) e (3-9) na equação (3-10), obtém-se a fórmula explícita da taxa do multiplicador plástico:

$$\dot{\lambda} = \frac{a_i D_{ij}^e \dot{\epsilon}_j}{a_i D_{ij}^e b_j + H} \quad (3-11)$$

Onde:

$$a_i = \frac{\partial f}{\partial \sigma_i} \quad (3-12)$$

São as derivadas parciais da função de escoamento com relações às tensões, enquanto o módulo de endurecimento é dado por:

$$H = -\frac{\partial f}{\partial h_k} B_{kj} b_j \quad (3-13)$$

Cirone (2023) [15] descreve que ao multiplicar as Equações (3-8), (3-9) e (3-11) por um intervalo de pseudo-tempo Δt os incrementos $\Delta\lambda$, $\Delta\sigma_i$ e Δh_k são obtidos a partir da taxa de deformação $\dot{\epsilon}_j = \Delta\epsilon_j/\Delta t$, que é assumida constante no intervalo Δt .

O objetivo ao adotar da técnica de subincrementação é de controlar o erro de integração e, ao mesmo tempo, contornar o problema da estabilidade condicional dos esquemas explícitos.

Cirone (2023) [15] informa que o algoritmo de subincrementação utiliza um fator de tempo adimensional, uma grandeza escalar $T(t) = 0$ e $T(t + \Delta t) = 1$. Desta forma, o n -ésimo subincremento é calculado como $\Delta\epsilon_n = \Delta T_n \Delta\epsilon$. Na primeira tentativa ($n=1$), aplica-se todo incremento $\Delta T_1 = 1$. Se o erro de integração for maior que a tolerância estabelecida, uma nova tentativa é realizada, mas com um passo menor, ou seja, adotando $\Delta T_n = q \Delta T_n$, onde q é automaticamente calculado com base na tolerância especificada e no erro obtido, onde se repete o processo até se obter sucesso. À medida que a integração progride em direção à condição final, o tamanho dos subincrementos é controlado até atingir sua dimensão ótima. O algoritmo de subincrementação com controle automático de erro é detalhado no diagrama de fluxo apresentado no Anexo B – Algoritmo de subincrementação com controle automático de erro.

O método obriga a localizar o ponto de interseção do preditor elástico com a superfície de escoamento, quando ocorre a transição do regime elástico para elastoplástico, conforme ilustrado na Figura 3.1(a).

O ponto de interseção pode ser obtido por diversas maneiras, sendo os métodos Pegasus (Dowell, M. and Jarratt, P. (1972) [29] e Newton-Raphson (Crisfield, M. A. (1991)) [30] os procedimentos mais recomendados. Na determinação do ponto de interseção, os parâmetros de endurecimento são fixos, uma vez que as deformações plásticas não são ativadas nesse procedimento.

A partir da Figura 3.1(b), é possível observar que após a localização do ponto de interseção, a deformação excedente é dividida em subincrementos à medida que a integração avança em direção à condição final. No final do passo, é possível que o estado de tensão tenha desviado da superfície de escoamento, resultando em uma violação da consistência plástica.

Cirone (2023) [15] explicita que o problema do desvio ocorre porque o esquema explícito considera apenas a condição $\dot{f} = 0$, enquanto omite $f = 0$. Geralmente, é recomendado corrigir esse desvio (Sloan *et al.* (2001)) [28], podendo-se efetuar o retorno na superfície de escoamento pelo esquema consistente descrito por Potts e Gens (1985) [31] ou pelo método cutting-plane (Ortiz e Simo (1986)) [32].

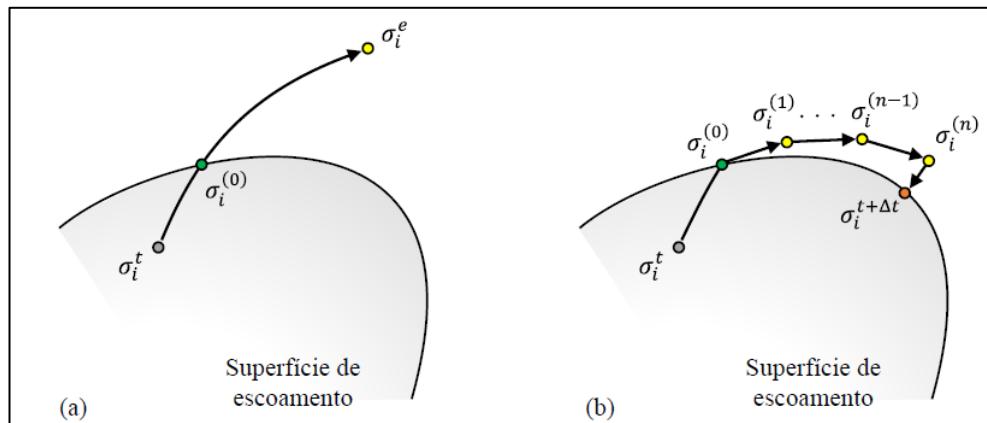


Figura 3.1 – Representação esquemática do método explícito. Fases do algoritmo: (a) Localização do ponto de interseção; (b) Sub-incrementação com posterior retorno na superfície de escoamento. (Cirone, 2023) [15].

Para implementar o modelo constitutivo CASM na presente dissertação foi utilizado o método de Runge-Kutta, RK3(2), identificado pela sigla RKq(p), em que q é a ordem do método e p é a ordem da solução integrada que é utilizada para estimar o erro de integração e o retorno da superfície de escoamento pelo método cutting-plane (Ortiz e Simo (1986)) [32], que serão descritos na sequência. É

importante ressaltar que os métodos de ordem maior necessitam de mais avaliações, porém produzem menores erros na integração.

3.2.1. Métodos de Runge-Kutta

Os métodos de Runge-Kutta constituem uma família de métodos explícitos amplamente utilizados para a integração de sistemas de equações diferenciais do tipo $\dot{y} = f(t, y)$. Os métodos consistem em avaliações sucessivas de $\dot{y} = f(t, y)$ para calcular o valor da função no final do passo, y_{n+1} , fornecendo o respectivo erro de integração, e_{n+1} .

O método de Bogacki-Shampine (1989) [33] ou RK3(2) é um método explícito de terceira ordem com estimativa do erro baseada na solução integrada de segunda ordem. Necessita de três avaliações de $\dot{y} = f(t, y)$ para calcular o valor da função y_{n+1} , no final do passo:

$$\begin{aligned} s_1 &= f(t_n, y_n) \\ s_2 &= f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hs_1\right) \\ s_3 &= f\left(t_n + \frac{3}{4}h, y_n + \frac{3}{4}hs_2\right) \\ t_{n+1} &= t_n + h \\ y_{n+1} &= y_n + \frac{1}{9}h(2s_1 + 3s_2 + 4s_3) \end{aligned} \tag{3-14}$$

O cálculo do erro de truncamento necessita de uma última avaliação, de acordo com as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} s_4 &= f(t_{n+1}, y_{n+1}) \\ e_{n+1} &= \frac{1}{72}h(-5s_1 + 6s_2 + 8s_3 - 9s_4) \end{aligned} \tag{3-15}$$

O método de Bogacki-Shampine (1989) [33] necessita de quatro estágios, mas usa apenas três avaliações por passo, pois possui a característica FSAL (First Same As Last), pela qual a primeira avaliação é igual à última do passo anterior.

3.2.2.

Algoritmo Cutting Plane

Ortiz e Simo (1986) [32] propuseram o algoritmo cutting plane no qual o retorno a superfície de escoamento é realizado de maneira gradativa. Cirone (2023) [15] descreve que em cada iteração, a função de escoamento é linearizada por meio da expansão em série truncada de Taylor em torno dos valores atuais de tensões e variáveis internas, com:

$$f + df = f + \frac{\partial f}{\partial \sigma_i} d\sigma_i + \frac{\partial f}{\partial h_m} dh_m \quad (3-16)$$

Através da decomposição aditiva, torna-se possível descrever os incrementos de tensão em função do multiplicador plástico:

$$d\sigma_i = D_{ij}^e d\epsilon_j^e = -D_{ij}^e b_j d\lambda \quad (3-17)$$

Complementarmente é possível explicitar a lei de endurecimento

$$dh_m = \frac{\partial h_m}{\partial \epsilon_j^p} d\epsilon_j^p = \frac{\partial h_m}{\partial \epsilon_j^p} b_j d\lambda \quad (3-18)$$

Substituindo as equações (3-17) e (3-18) na equação (3-16), e rearrumando, obtém-se a correção iterativa do multiplicador plástico:

$$d\lambda = \frac{f}{a_i D_{ij}^e b_j + H} \quad (3-19)$$

Onde:

$$a_i = \frac{\partial f}{\partial \sigma_i} \quad (3-20)$$

$$H = -\frac{\partial f}{\partial h_m} \frac{\partial h_m}{\partial \epsilon_j^p} b_j \quad (3-21)$$

De acordo com as equações constitutivas, as tensões, variáveis internas, deformações elásticas e plásticas são corrigidas com a consideração da correção iterativa do multiplicador plástico. Cirone (2023) [15] explicita que as correções nas tensões e variáveis internas são obtidas ao substituir o valor de $d\lambda$ nas seguintes equações:

$$\sigma_i^{(k+1)} = \sigma_i^{(k)} - d\lambda D_{ij}^e b_j \quad (3-22)$$

$$h_m^{(k+1)} = h_m^{(k)} + d\lambda \frac{\partial h_m}{\partial \epsilon_j^p} b_j \quad (3-23)$$

As iterações são interrompidas ao reestabelecer a condição de consistência plástica dentro da tolerância estabelecida, tipicamente, entre 10^{-6} e 10^{-9} .

A fase de correção consiste na relaxação das tensões sobre a superfície de escoamento atualizada (conforme mostrado na Figura 3.2), seguindo uma trajetória controlada, ponto a ponto, pelos valores dos gradientes locais. Obviamente, a fase de correção plástica só é realizada quando o estado de tensões viola o critério de escoamento.

Por fim, Cirone (2023) [15] alega que a principal limitação do algoritmo é o alto erro de integração produzido ao aumentar o passo de integração, especialmente em presença de fortes não linearidades, mas é extremamente vantajoso para implementar modelos constitutivos complexos, pois não requer a solução de um sistema de equações nem o cálculo das derivadas de segunda ordem para realizar o retorno na superfície de escoamento.

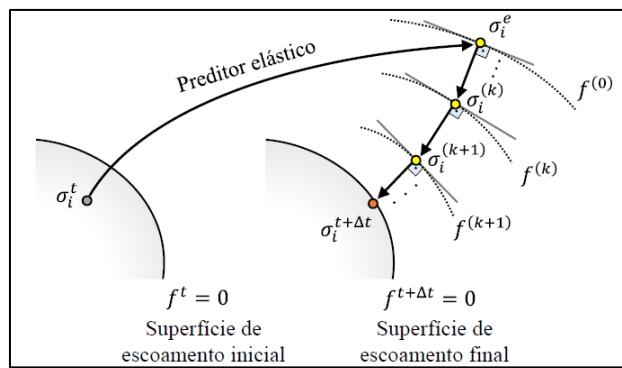


Figura 3.2 – Representação esquemática do algoritmo Cutting Plane (modelo associado). (Cirone, 2023) [15].

4.

Testes de Validação

A implementação numérica do CASM é certificada por meio de diferentes testes numéricos. Neste capítulo, o desempenho do CASM será avaliado através da previsão do comportamento de argila e areia nos ensaios triaxiais. Os resultados do software de elementos finitos PLAXIS 2D serão comparados com dados de uma série clássica de testes triaxiais realizados por Yu (1998) [2] e Khong (2004) [13], ao todo serão verificados 11 testes, além da influência das condições iniciais no comportamento tensão-deformação.

Para todos os ensaios triaxiais simulados pelo CASM será utilizado o recurso *soil test* do PLAXIS 2D. O número de incrementos (passos) para cada análise é aumentado até que um resultado estável seja obtido.

De maneira a observar a diferença do potencial plástico implementado por Yu (1998) [2] do implementado na presente dissertação, nos gráficos que serão apresentados na sequência, serão analisadas trajetórias com diferentes valores do parâmetro α (constante do potencial plástico).

Por serem utilizados os mesmos parâmetros do solo, com a calibração do parâmetro α do potencial plástico, os resultados dos ensaios triaxiais descritos neste capítulo são semelhantes aos relatados em Yu (1998) [2] e Khong (2004) [13], portanto, validam a implementação.

4.1. Influência das condições iniciais no comportamento tensão-deformação calculado

De maneira similar a Yu (1998) [2], antes propriamente de utilizar o modelo CASM para prever o comportamento de curvas de tensão-deformação individuais, será avaliada a influência das condições iniciais nas relações tensão-deformação

calculadas para argila e areia sob condições de carregamento drenadas e não drenadas.

Inicialmente, para a avaliação da previsão do comportamento de argilas para diferentes valores de OCR (ou parâmetro de estado inicial) serão utilizadas as constantes da argila de Londres, que são:

$$\lambda_c = 0,161, \Gamma = 2,759, \mu = 0,30, \kappa = 0,062$$

$$M_c = 0,888, r = 3,0, n = 2,0$$

De modo adicional serão avaliadas trajetórias variando o valor de α , desde um valor baixo ($\alpha = 1$ ou 3) até um valor demasiadamente elevado ($\alpha = 1e6$), de maneira a observar os impactos da modificação do potencial plástico proposta na presente dissertação.

Yu (1998) [2] afirma que as trajetórias obtidas para os diferentes valores de OCR (ou parâmetro de estado inicial), que serão apresentadas nas figuras seguintes através das linhas pretas, estão geralmente de acordo com as observações experimentais.

A Figura 4.1 e a Figura 4.2 expõem aspectos da previsão do comportamento da argila durante ensaios de compressão triaxial sob condições drenadas para diferentes valores de OCR.

As respostas das trajetórias de tensão desviadora do ensaio drenado com $OCR = 1$, $OCR = 2$, na Figura 4.1, assemelham-se com a alcançadas por Yu (1998) [2] para valores mais baixos de α . Para $OCR = 4$ e $OCR = 16$ a diferença das trajetórias obtidas variando o parâmetro α diminuem.

Fato este que também é alcançado nas trajetórias de deformação axial (ϵ_1) versus deformação volumétrica (ϵ_v) (Figura 4.2). Enfatiza-se que valores mais elevados de α conduziram a deformações volumétricas mais elevadas para menores valores de OCR, que indica uma previsão de solo mais compressível (ou deformável).

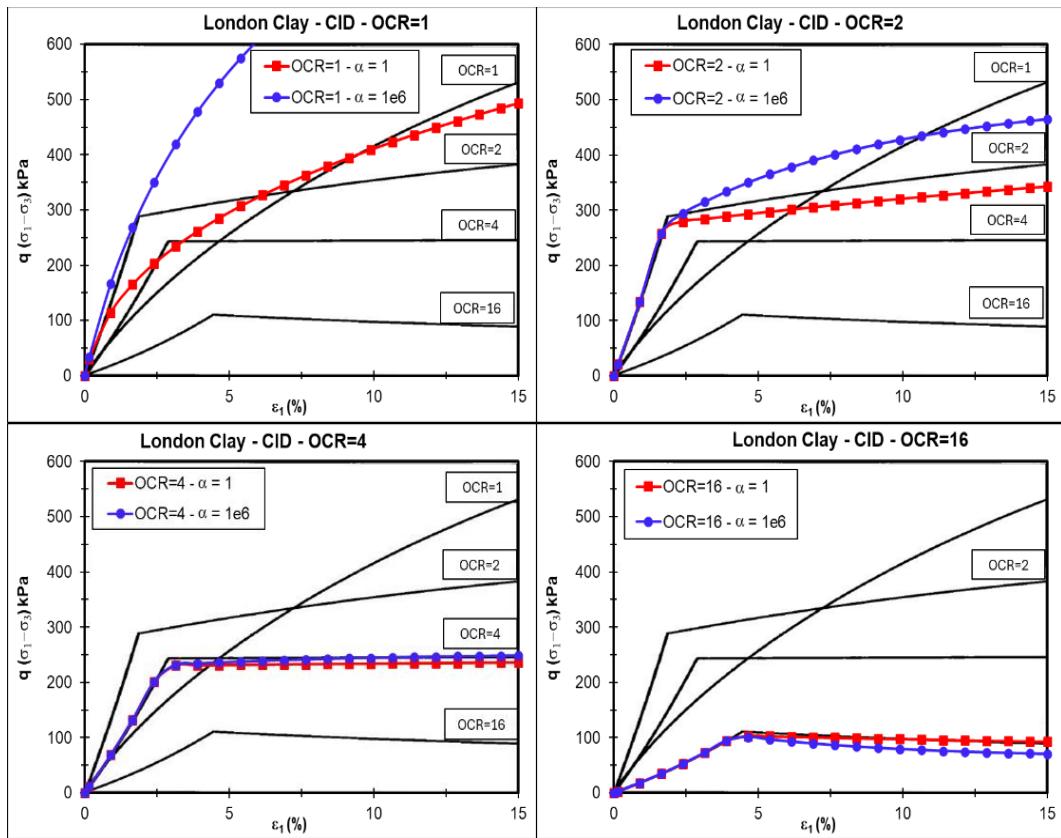


Figura 4.1 – Efeito do OCR = 1 e 2 em ensaios de compressão triaxial drenados em argila – $\epsilon_1 (\%) \times q (kPa)$ – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

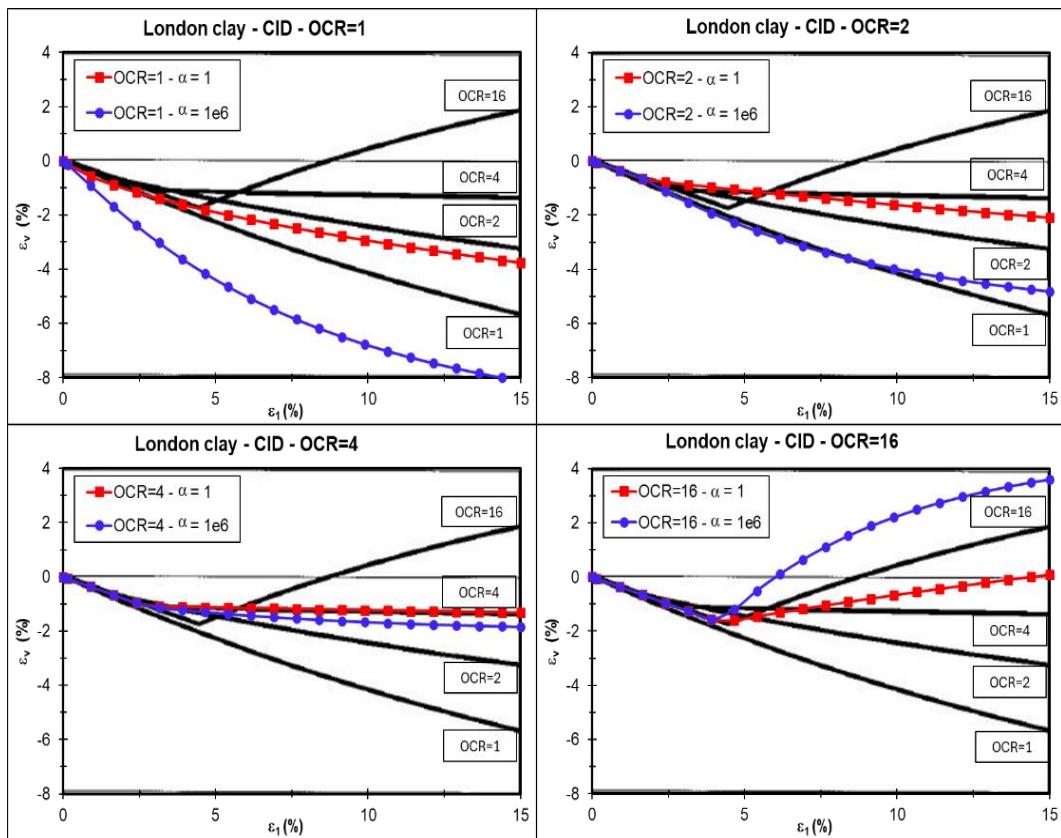


Figura 4.2 – Efeito do OCR em ensaios de compressão triaxial drenados em argila – $\epsilon_1 (\%) \times \epsilon_v (\%)$ – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

Para a previsão do comportamento de argilas em ensaios triaxiais drenados é possível concluir que existe um parâmetro α que pode ser calibrado que representará maior assertividade e concordância com o modelo.

Esse efeito também pode ser identificado para a argila durante ensaios de compressão triaxial sob condições não drenadas para diferentes valores de OCR (Figura 4.3 e Figura 4.4).

Para o ensaio não drenado a diferença das trajetórias de tensão desviadora observadas com a variação do parâmetro α foi apenas para a condição de $OCR = 1$, enquanto nas outras condições não houve variação significativa das trajetórias de tensão desviadora com a mudança do parâmetro α .

Tal comportamento também é aferido nas trajetórias de deformação axial (ϵ_1) versus excesso de poropressão (Δu), onde valores mais elevados de α conduziram a excessos de poropressões mais elevados para o menor valor de OCR ($OCR = 1$).

Assim como para os ensaios triaxiais drenados, para os ensaios triaxiais não drenados também é possível concluir que existe um parâmetro α que pode ser calibrado que representará maior assertividade e concordância com o modelo. Para ambos os casos a calibração deve ser realizada comparando as trajetórias previstas com dados de ensaios laboratoriais, como será abordado na sequência da presente validação.

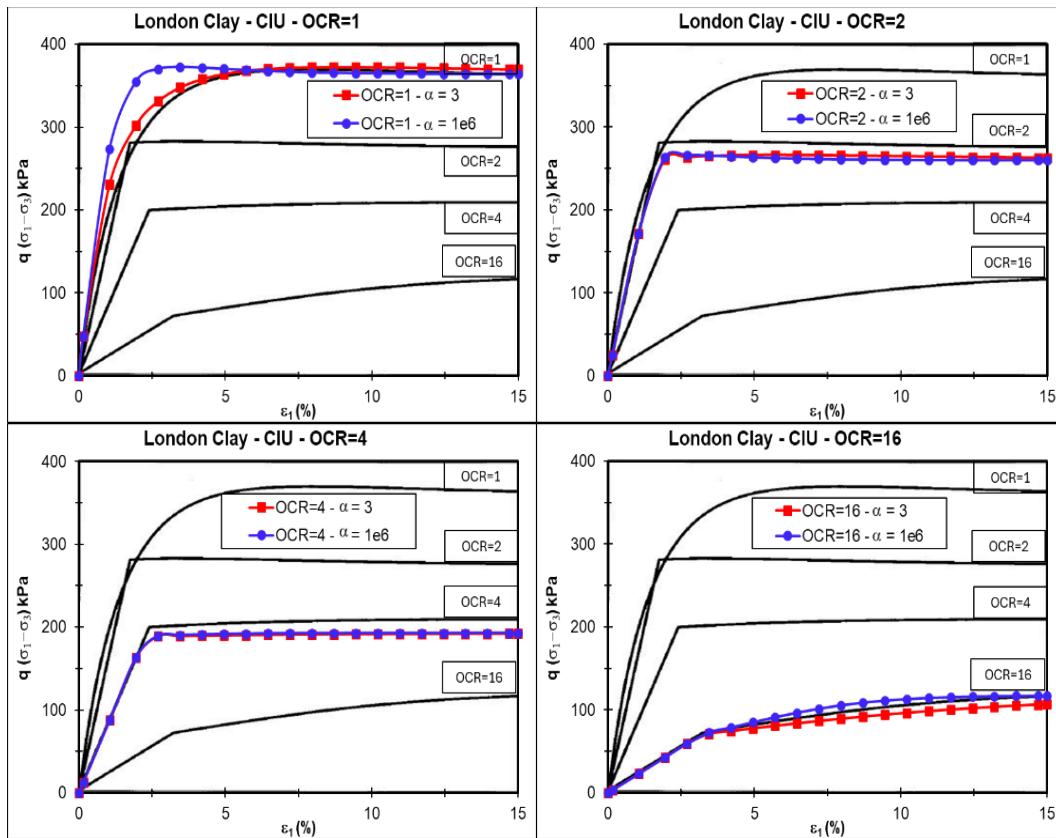


Figura 4.3 – Efeito do OCR em ensaios de compressão triaxial não drenados em argila – $\epsilon_1 (\%) \times q (\text{kPa})$ - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

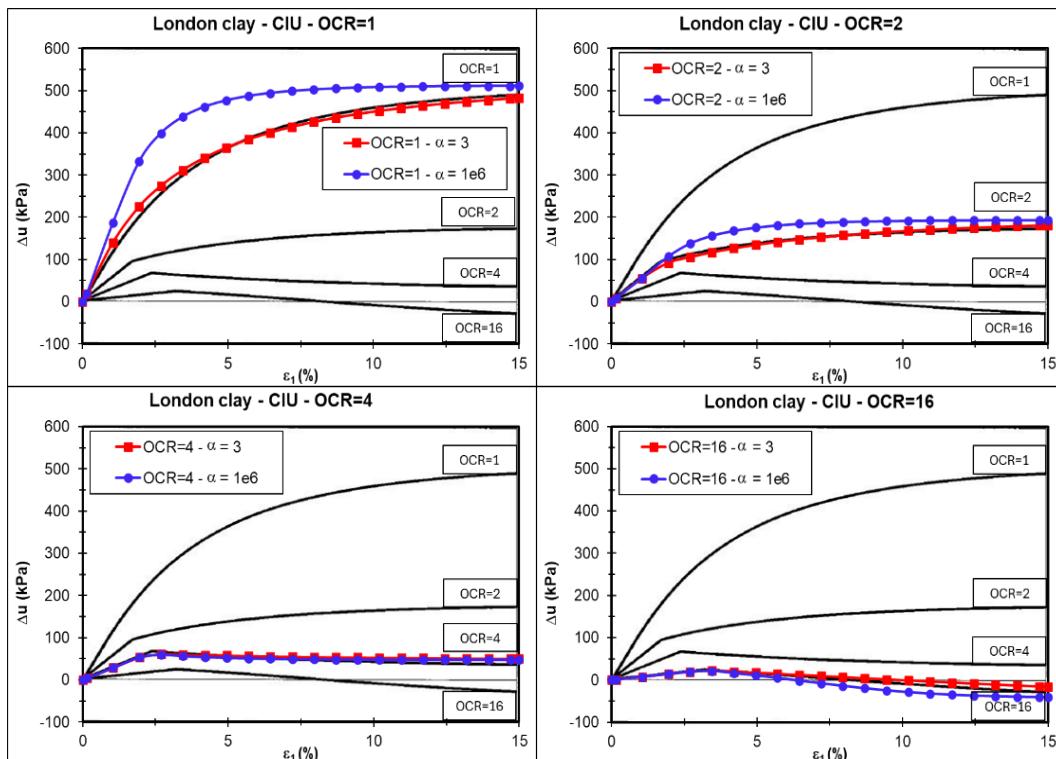


Figura 4.4 – Efeito do OCR em ensaios de compressão triaxial não drenados em argila – $\epsilon_1 (\%) \times \Delta u (\text{kPa})$ - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

Para a avaliação da previsão do comportamento de areias para diferentes valores de parâmetro de estado inicial (ψ_0) serão utilizadas as constantes da areia de Ticino, que são:

$$\lambda_c = 0,024, \Gamma = 1,986, \mu = 0,30, \kappa = 0,008$$

$$M = 1,29, r = 108,6, n = 2,0$$

Assim como para os ensaios em argilas, através da comparação das trajetórias obtidas variando o parâmetro α , desde um valor baixo ($\alpha = 1$ ou 3) até um valor demasiadamente elevado ($\alpha = 1e6$).

Yu (1998) [2] conclui que para alcançar uma melhor concordância com os dados experimentais em testes de compressão não drenados em areia em um estado mais fofo que o crítico, o parâmetro de estado de referência da amostra tem de ser considerado igual o parâmetro de estado inicial (ou seja, $\psi_R = \psi_0$).

A Figura 4.5 e a Figura 4.6 exibem aspectos da previsão do comportamento da areia durante ensaios de compressão triaxial sob condições drenadas.

As respostas das trajetórias de obliquidade do ensaio drenado com $\psi_0 = -0,15$, $\psi_0 = -0,075$ e $\psi_0 = 0,025$, na Figura 4.5, assemelham-se com a alcançadas por Yu (1998) [2] para valores mais elevados de α . Já para o estado mais fofo da areia, $\psi_0 = 0,075$, o valor de α para calibração do modelo tende a ser mais baixo. Conclui-se que é possível calibrar um parâmetro α representativo do material e da condição de parâmetro de estado inicial analisada.

Outro fato interessante que pode ser apreciado é o pico de obliquidade acentuado conforme menor o parâmetro de estado da amostra e para maiores valores de parâmetros de estado o material se comporta como fofo, onde não se percebe mais o pico de tensão.

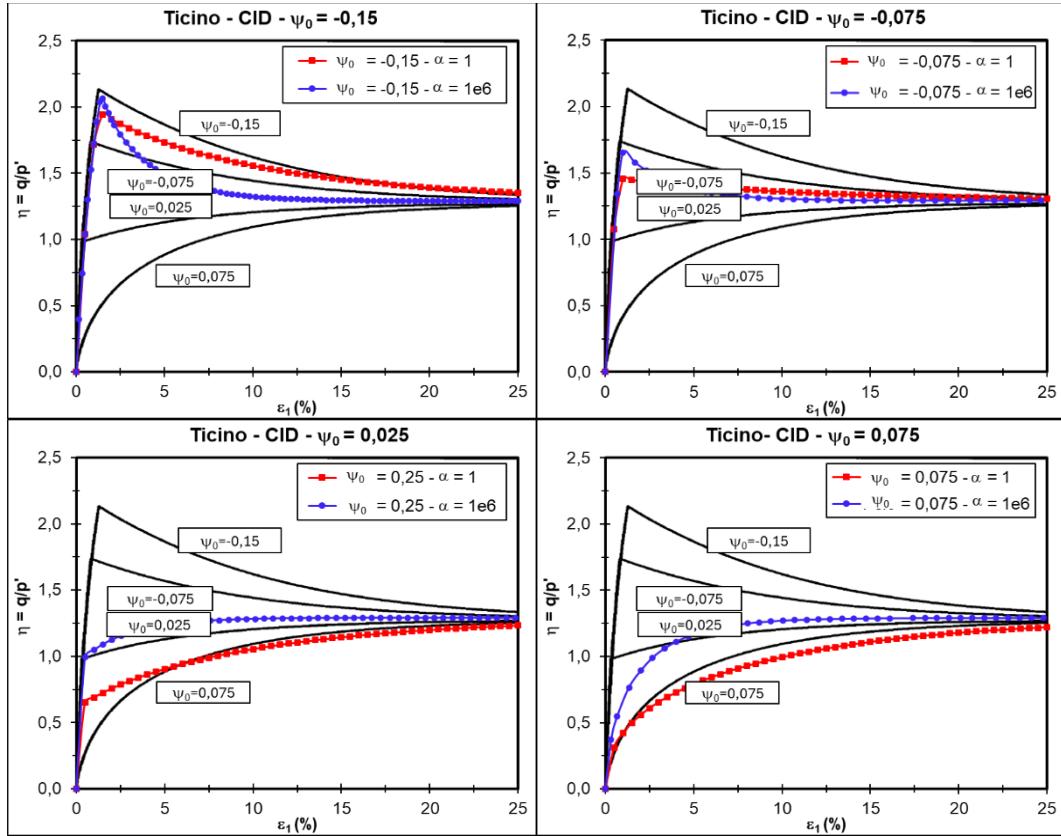


Figura 4.5 – Efeito do parâmetro de estado inicial em ensaios de compressão triaxial drenados em areia – ϵ_1 (%) x η – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

A Figura 4.6 mostra que em altas deformações axiais não há variação na tensão desviadora, indicativo de que o estado crítico foi atingido. Fato este que também pode ser identificado nas curvas estabilizadas de deformação volumétrica versus deformação axial.

Além disso, essa figura também comprova o fato de que materiais com parâmetro de estado positivo (acima da linha do estado crítico) tendem a contrair e com parâmetro de estado negativo (abaixo da linha de estado crítico) tendem dilatar, diferenciando os comportamentos contráteis e dilatantes das areias.

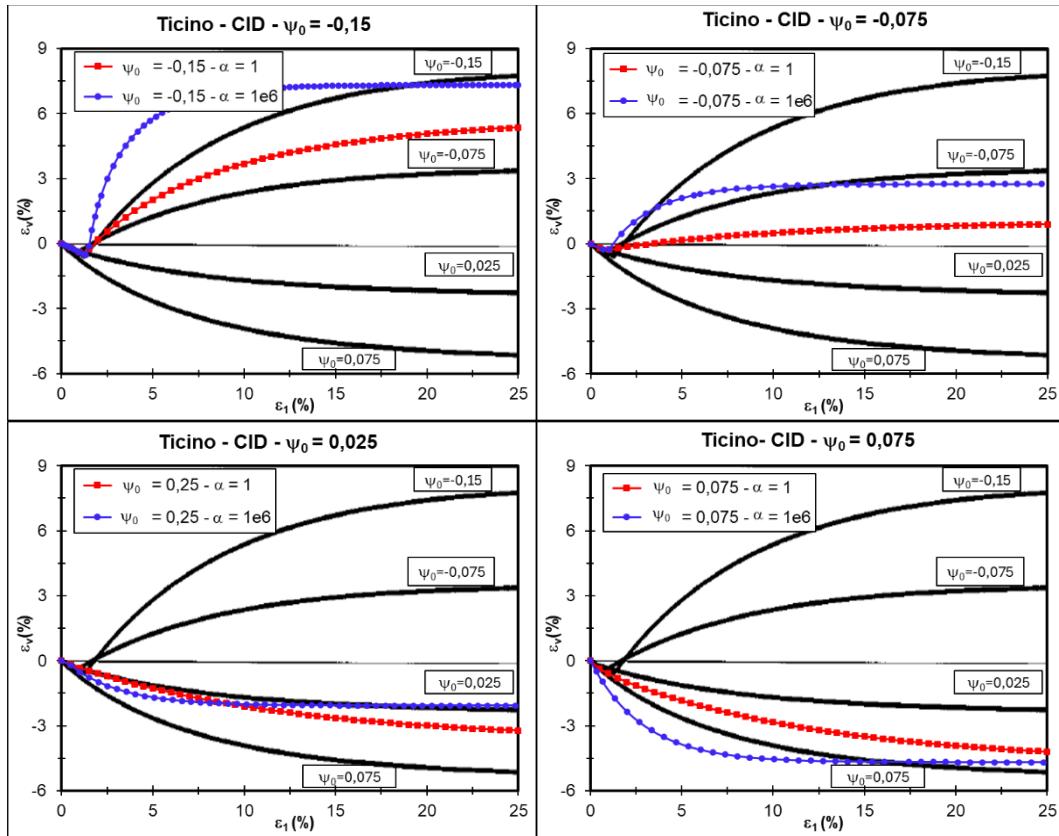


Figura 4.6 – Efeito do parâmetro de estado inicial em ensaios de compressão triaxial drenados em areia – ϵ_1 (%) x ϵ_v – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

Esses aspectos podem ser observados para ensaio de compressão triaxial sob condições não drenadas para os valores de parâmetro de estado inicial (ψ_0) na Figura 4.7 e na Figura 4.8, contudo, para calibração do ensaio não drenado as trajetórias do ensaio necessitam de um parâmetro α mais baixo.

A Figura 4.7 permite observar que quanto menor o valor do parâmetro de estado associado a um parâmetro α mais elevado identifica picos acentuados nas tensões desviadoras, característica essa interessante e observada em alguns materiais, entretanto, para o caso analisado são necessários valores de α mais baixos para convergência do comportamento.

Na Figura 4.8 além de identificar o estado crítico, as trajetórias p' versus q comprovam resultados conhecidos nas bibliografias, em que parâmetros de estados iniciais positivos tendem a ter um comportamento de perda de resistência e contração (redução de volume), enquanto, parâmetros de estados negativos tendem a apresentar comportamento de ganho de resistência e dilatação (aumento de volume), até atingirem o estado crítico.

Essas figuras também mostram que o modelo CASM não prevê a redução da tensão média efetiva um pouco antes de aumentar até atingir o estado crítico para areias em estado mais denso que o crítico, padrão frequentemente observado em ensaios, além do fato que o valor de α não influenciou na trajetória p' x q .

É de conhecimento geral que os materiais contráteis estão ligados a susceptibilidade a liquefação, portanto, com os parâmetros calibrados através de ensaios o modelo é capaz de identificar o comportamento do material analisado.

Assim como para os ensaios triaxiais drenados, para os ensaios triaxiais não drenados também é possível concluir que existe um parâmetro α que pode ser calibrado que representará maior assertividade e concordância com o modelo.

Para ambos os casos a calibração deve ser realizada comparando as trajetórias previstas com dados de ensaios laboratoriais, como será abordado na sequência da presente validação.

As trajetórias obtidas para os diferentes valores de ψ_0 , mostradas nas figuras indicam uma concordância com os valores obtidos por Yu (1998) [2], representada através das linhas pretas.

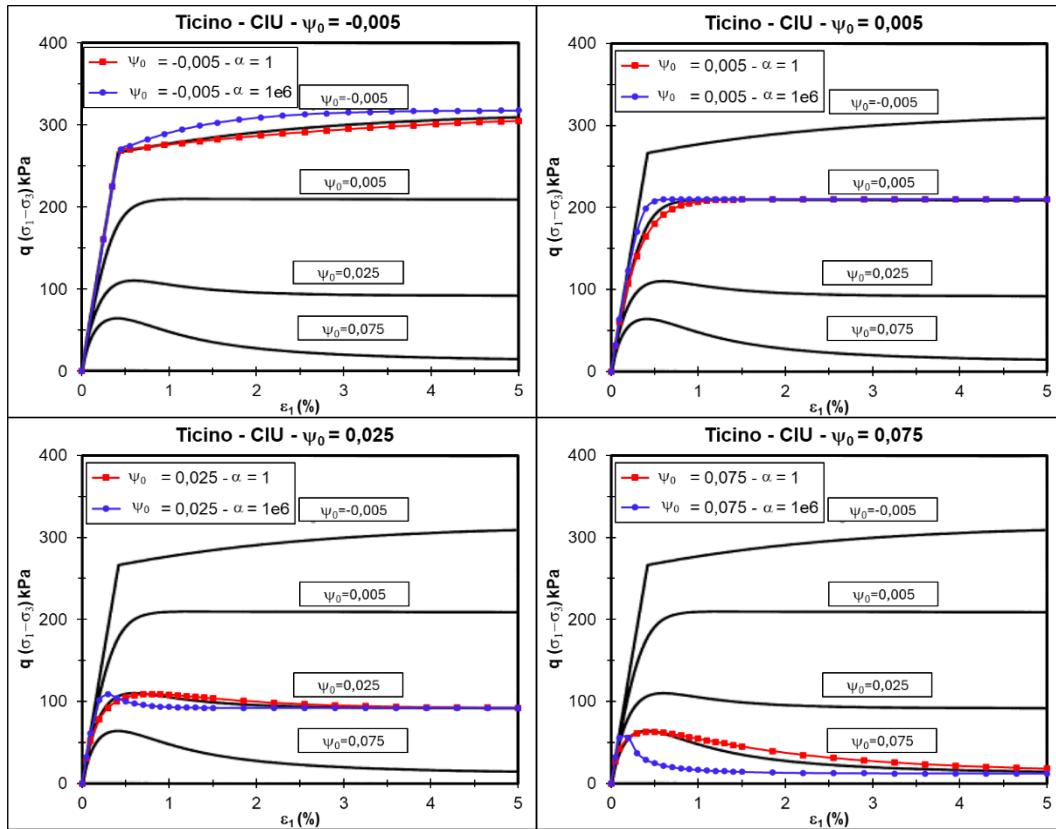


Figura 4.7 – Efeito de ψ_0 em ensaios de compressão triaxial não drenados em areia – ϵ_1 (%) x q (kPa) – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

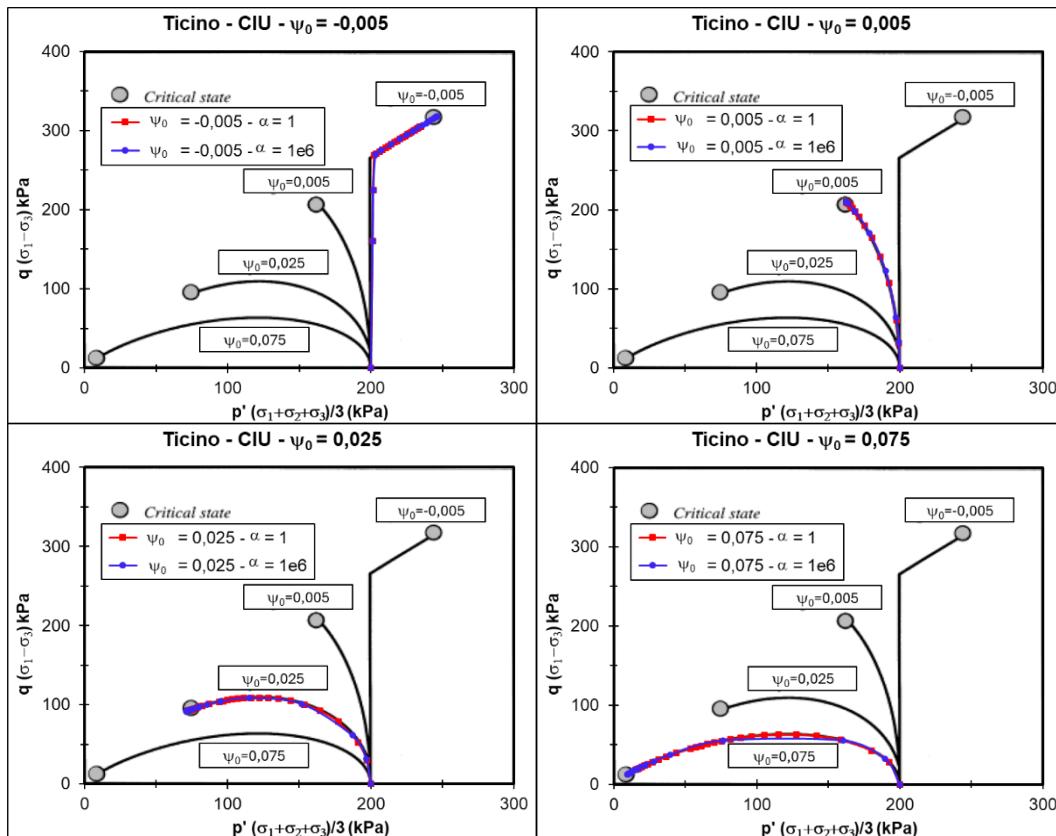


Figura 4.8 – Efeito de ψ_0 em ensaios de compressão triaxial não drenados em areia – p' (kPa) x q (kPa) – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

O efeito das constantes do CASM r e n no comportamento das trajetórias de compressão triaxial drenadas é ilustrado na Figura 4.9 e na Figura 4.10. Ao variar os valores de n e r , além de ficar claro que o modelo CASM pode ser utilizado de forma satisfatória para modelar materiais com diferentes respostas de amolecimento, comprova de maneira inicial a validação da implementação realizada.

Constata-se que para a variação dos parâmetros n e r avaliados no gráfico de deformação axial (ϵ_1) versus a obliquidade (η) para haver concordância entre o comportamento previsto pelo CASM implementado na presente dissertação com o apresentado por Yu (1998) [2] o valor de α tem de ser baixo.

Adicionalmente, para o gráfico deformação axial (ϵ_1) versus deformação volumétrica (ϵ_v) percebe-se que o valor de α deveria ser um pouco mais alto que o considerado. Logo, é possível concluir que existe um parâmetro α que pode ser calibrado que representará maior assertividade e concordância com o modelo.

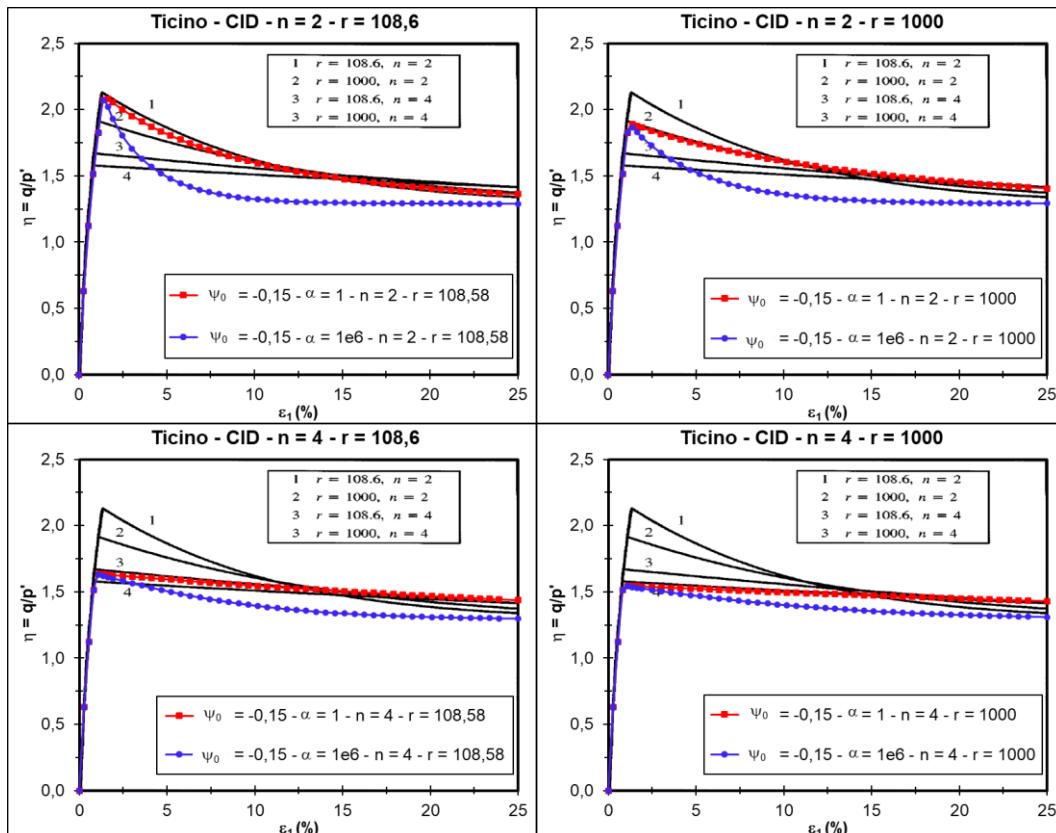


Figura 4.9 – Efeito das constantes do modelo r e n na resposta de amolecimento calculada em testes de compressão triaxial drenados em areia densa – ϵ_1 (%) x η – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

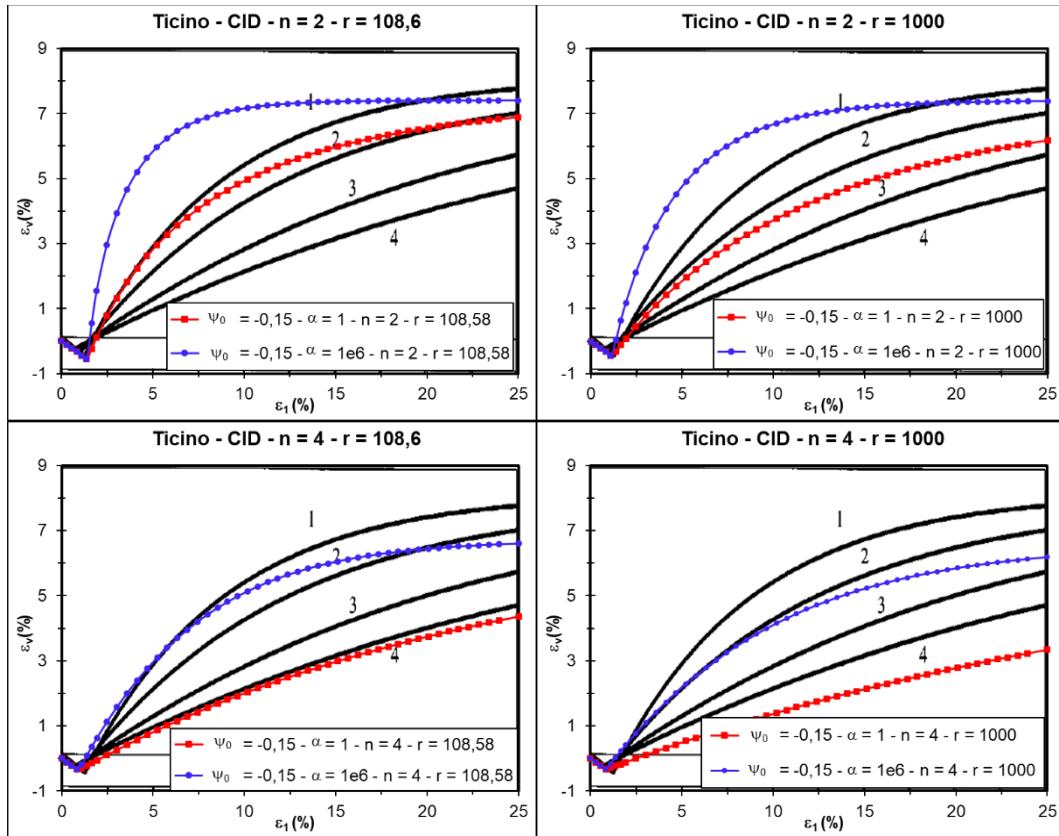


Figura 4.10 – Efeito das constantes do modelo r e n na resposta de amolecimento calculada em testes de compressão triaxial drenados em areia densa – ϵ_1 (%) x ϵ_v (%) – Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

A partir dos resultados apresentados no presente item, conclui-se que o CASM é capaz de reproduzir grande parte do comportamento de tensão-deformação das argilas e areias observadas em laboratório.

Devido a limitação associada ao endurecimento por deformação volumétrica, onde nenhuma deformação plástica é permitida dentro da superfície de escoamento, Yu (1998) [2] menciona que a única exceção da representatividade do CASM talvez seja para testes não drenados em areia em um estado mais denso que o crítico, como já mencionado, onde ensaios mostram que a tensão média efetiva tende a diminuir um pouco antes de aumentar até atingir o estado crítico.

Por fim, Yu (1998) [2] ressalta que essa dificuldade pode ser facilmente superada introduzindo algumas deformações plásticas adicionais dentro da superfície de escoamento. A penalidade é que tal modificação certamente exigiria mais algumas constantes do material, como proposto por Khong (2004) [13] no modelo denominado CASM-d.

4.2.

Comportamento drenado e não drenado de argilas normalmente adensadas e sobreadensadas

Para avaliar o desempenho do CASM para argila, foram utilizados dados de testes da série clássica realizados no Imperial College, Londres, na argila Weald remoldada (Bishop and Henkel [34]).

Dos quatro testes apresentados e discutidos, dois são drenados e dois são não drenados, enquanto dois dos testes realizados são em argilas normalmente adensadas ($OCR = 1$) e duas em amostras fortemente sobreadensadas ($OCR = 24$).

As constantes do modelo CASM usadas na previsão do comportamento do material foram as seguintes:

$$\lambda = 0,093, \Gamma = 2,06, \mu = 0,30, \kappa = 0,025$$

$$M = 0,9, r = 2,714, n = 4,5$$

Yu (1998) [2] menciona ainda que a NCL foi utilizada como RCL, então, o parâmetro de estado de referência ψ_R é igual ao parâmetro de estado inicial ψ_0 da amostra normalmente adensada.

Da Figura 4.11 a Figura 4.14 se apresentam as comparações das previsões do modelo e do comportamento medido para compressão drenada e não drenada das Weald Clay normalmente adensada e sobreadensadas.

Além disso, essas figuras apresentam a previsão do modelo Cam-clay, bem como a implementação do CASM feita por Yu (1998) [2], ambos representados pelas linhas pretas.

Para ocorrer harmonização dos comportamentos do CASM implementado na presente dissertação e os ensaios de laboratório o parâmetro α tende a ser um valor próximo de 5 para a argila normalmente adensada ($OCR = 1$), como exibido na Figura 4.11.

Adicionalmente, a presente implementação com esse parâmetro se chega mais próximo dos resultados de laboratório que o modelo CASM original, que mostra a eficiência na modificação do potencial plástico.

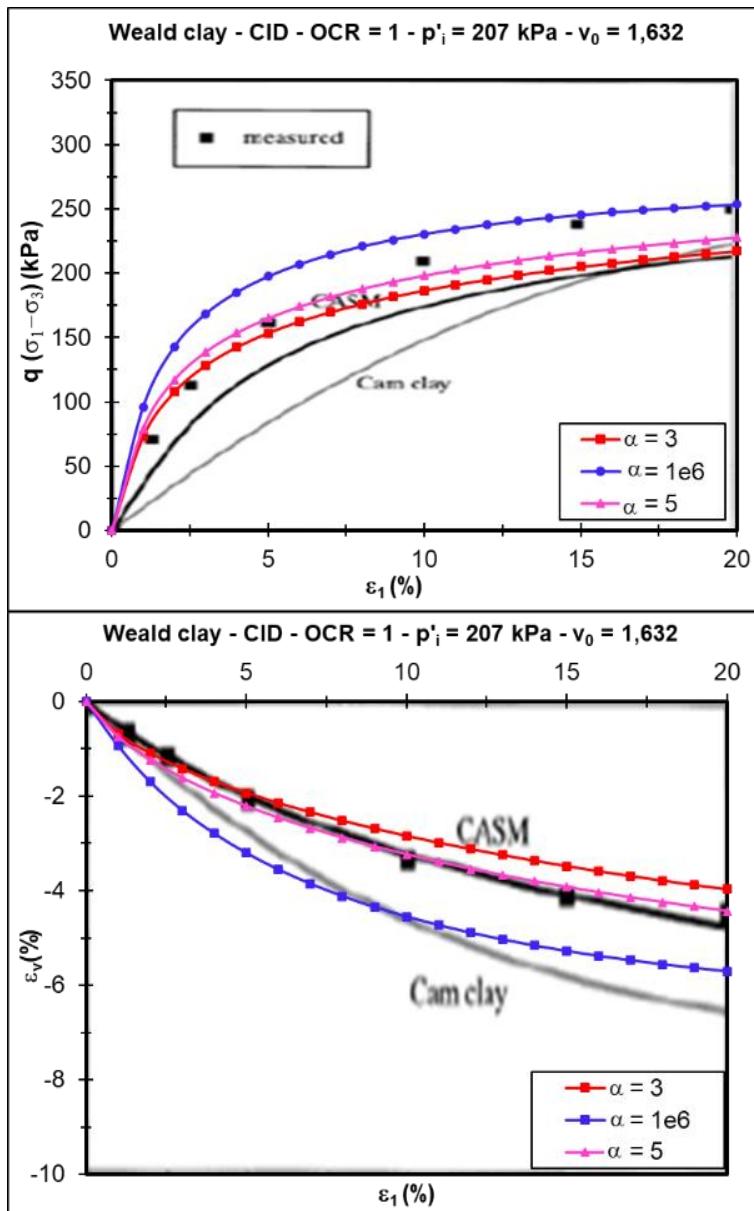


Figura 4.11 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada – Weald Clay ($\text{OCR} = 1$, $v_0 = 1,632$ e $p'_i = 207 \text{ kPa}$) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

A Figura 4.12 mostra que para o ensaio drenado de argilas sobreadensadas o modelo Cam-clay fornece uma previsão excessiva do pico de tensão desviadora e dilatância do solo.

Para argilas sobreadensadas existe pouca variabilidade com a variação do parâmetro α , para as curvas de deformação axial (ϵ_1) versus tensão desviadora (q), contudo, há grande variação na curva de deformação axial (ϵ_1) versus deformação volumétrica (ϵ_v). Para chegar próximo aos dados de laboratório de deformações volumétricas (ϵ_v), tem de ser utilizado um parâmetro α próximo de 20.

Ao utilizar este parâmetro, as deformações volumétricas obtidas com o modelo CASM implementado na presente dissertação chegam mais próximas aos resultados de laboratório que o modelo CASM original, outra vez que mostrando a eficiência na modificação do potencial plástico.

Ressalta-se, entretanto, que tanto o modelo CASM implementado na presente dissertação, quanto o original não foram capazes de prever a suavização da tensão desviadora com o aumento da deformação, embora tenham alcançado uma tensão de desvio de pico próxima aos resultados de laboratório.

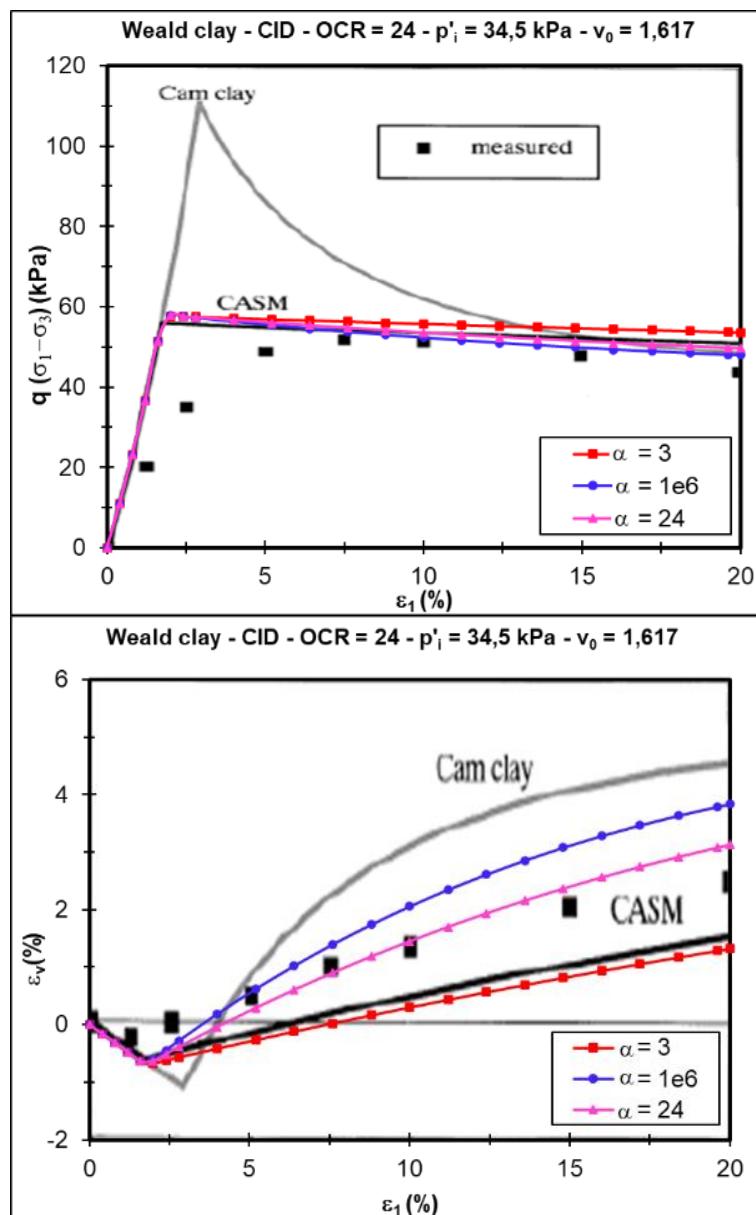


Figura 4.12 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada – Weald Clay ($\text{OCR} = 24$, $v_0 = 1,617$ e $p'_i = 34,5 \text{ kPa}$) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

Embora não identificado nos ensaios não drenados da argila remodelada de Weald estudada, a Figura 4.13 mostra que o CASM prevê um amolecimento em direção ao estado crítico após alcançar o pico de resistência. No entanto, Yu (1998) [2] que evidências convincentes levaram Bishop (1972) [36] a concluir que o solo atingir um pico de resistência antes de se aproximar do estado crítico é um comportamento esperado para testes não drenados em amostras normalmente adensadas de muitos solos coesos não perturbados.

Como já mencionado para os ensaios drenados, para os ensaios não drenados o valor de α também tende a ser um valor próximo de 5 para a argila normalmente adensada ($OCR = 1$), visto que é um parâmetro do material e não da condição. Inclusive, com esse valor se obtém praticamente a mesma curva obtida por Yu (1998) [2], outros dois fatos que são identificados são: o maior valor de α retorna o comportamento identificado pelo modelo Cam-Clay e menores valores de α se aproximaram mais aos valores de excesso de poropressão identificados no laboratório.

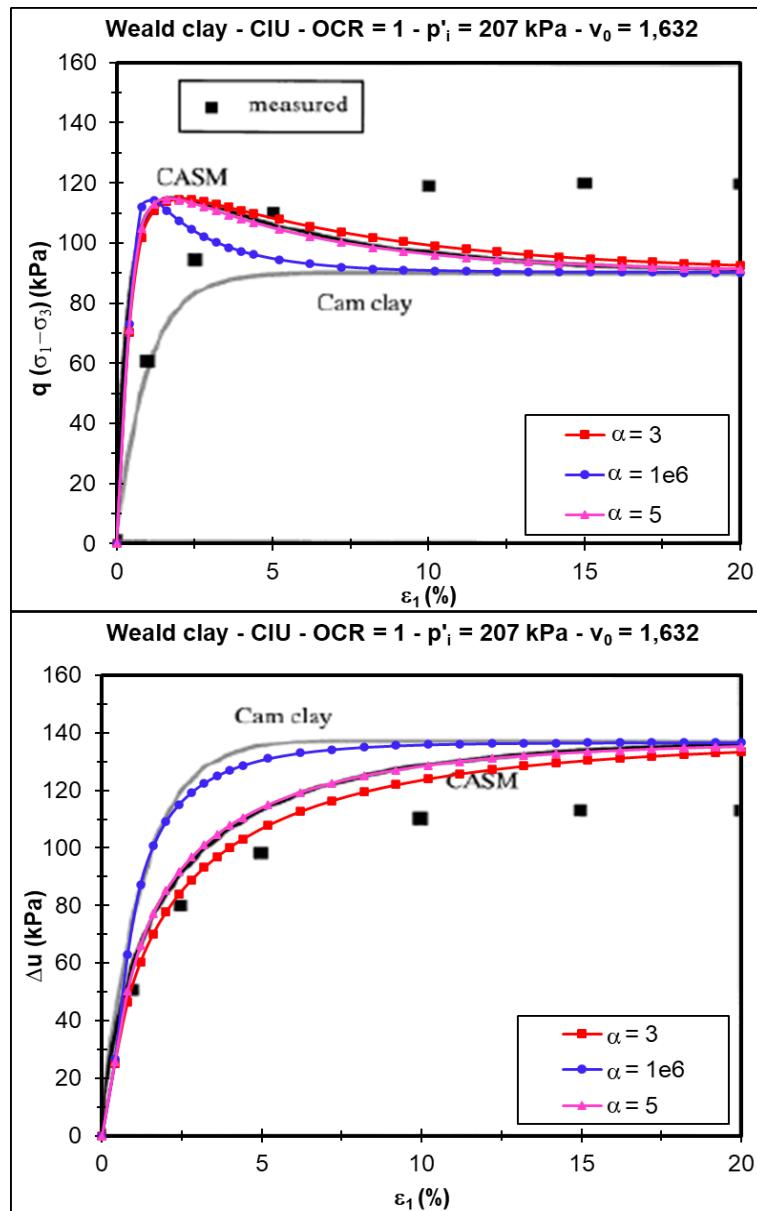


Figura 4.13 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não-Drenada – Weald Clay (OCR = 1, v_0 = 1,632 e p'_i = 207 kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

Para os testes não drenados a Figura 4.14 explicita que o Cam-clay subestima a deformação de cisalhamento no pico de resistência e superestima a tensão negativa de excesso de poropressão. De maneira geral, o CASM é capaz de prever razoavelmente bem o comportamento geral da argila sobreadensada observada em laboratório.

Outro fato importante de se observar nessa figura é que o modelo CASM, implementado no presente trabalho, mostra uma tendência similar ao modelo Cam Clay de não apresentar variação de tensão desviadora ao se aproximar do estado crítico, em elevadas deformações. Consequentemente, também é observada um

comportamento de estabilização no excesso de poropressão identificado nos ensaios não drenados estudados.

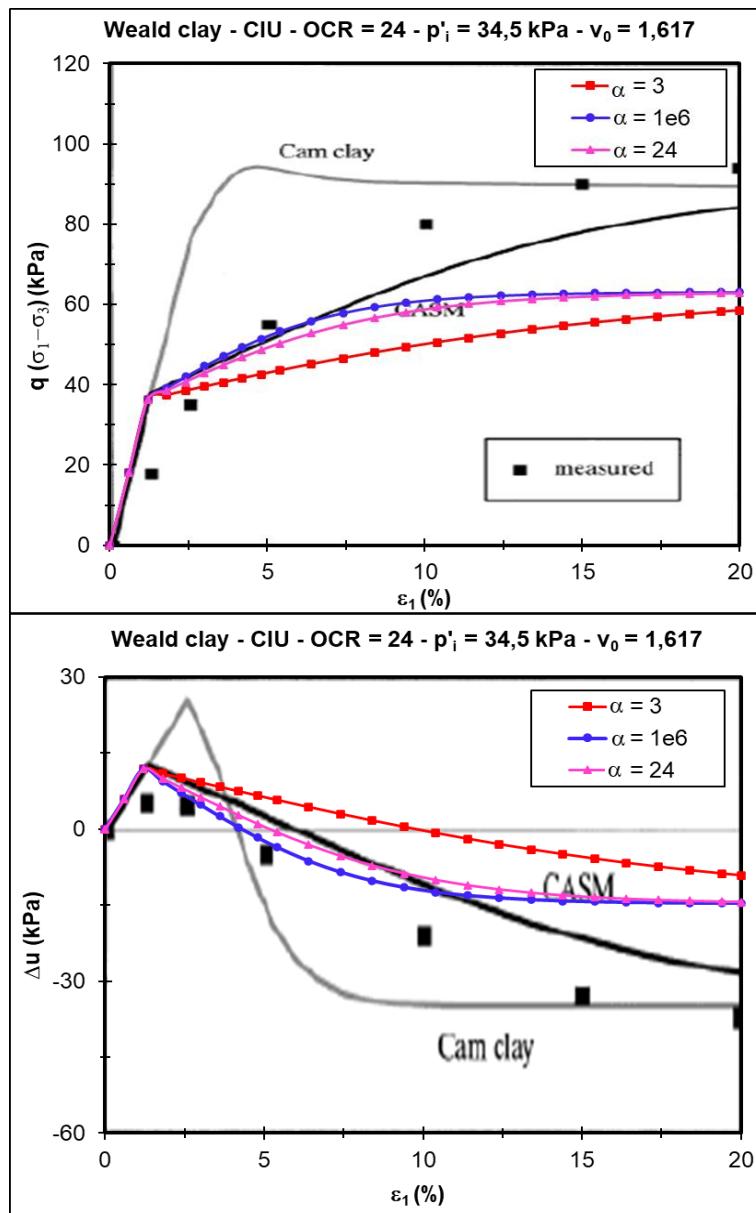


Figura 4.14 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não-Drenada – Weald Clay ($OCR = 24$, $v_0 = 1,617$ e $p'_i = 34,5$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

A partir dessas figuras, verifica-se que o Cam-clay é um modelo razoável para modelar argilas normalmente adensadas, entretanto, não modela as argilas sobreadensadas de maneira similar as obtidas nos ensaios.

4.3.

Comportamento drenado de areias fofas, médias e densas

Para avaliar o desempenho do CASM para areia, foram utilizados dados de testes da série clássica relatados por Been et. al (1991) [20] e Jefferies (1993) [35] em uma areia predominantemente quartzosa com vestígios de iodo, conhecida como Erksak 330/0,7.

Três testes foram selecionados para comparação com o CASM, na amostra mais densa D667 (com um índice de vazios inicial de 0,59 e pressão inicial efetiva na célula de 130 kPa), a amostra de densidade média D662 (com índice de vazios inicial de 0,677 e pressão inicial efetiva na célula de 60 kPa) e a amostra mais solta D684 (com um índice de vazios inicial de 0,82 e pressão inicial efetiva na célula de 200 kPa).

As constantes do modelo CASM usadas na previsão do comportamento do material foram as seguintes:

$$\lambda = 0,0135, \Gamma = 1,8167, \mu = 0,30, \kappa = 0,005$$

$$M = 1,2, r = 6792, n = 4,0$$

Observações mostram que a tensão desviadora crítica para areias é muito menor do que o valor de pico. Portanto, o valor de r nesta análise foi escolhido de maneira a ser elevado e poder prever esse comportamento ($r = p'_0/p'_x$, onde p'_0 e p'_x são as pressões de pré-adensamento e a tensão efetiva média crítica).

Para permitir a previsão do comportamento da areia desde o seu estado mais solto até o estado mais denso, o parâmetro do estado de referência (ψ_R) é assumido como igual ao parâmetro de estado inicial da amostra mais solta D684.

Da Figura 4.15 a Figura 4.17 se apresentam as comparações das previsões do modelo e do comportamento medido para compressão drenada da areia conhecida como Erksak 330/0,7 para diferentes estados iniciais (denso, médio e fofo). Além disso, essas figuras apresentam a previsão do modelo CASM feita por Yu (1998) [2], representada pelas linhas pretas.

Com base na Figura 4.15 e Figura 4.16 é possível identificar que o parâmetro α que melhor se assimila para o comportamento do laboratório é de 24 para as condições densa e média.

Novamente, ressalta-se que tanto o modelo CASM implementado na presente dissertação, quanto o original não foram capazes de prever a suavização da tensão desviadora com o aumento da deformação, embora tenham alcançado uma tensão de desvio de pico próxima aos resultados de laboratório para as condições densa e média.

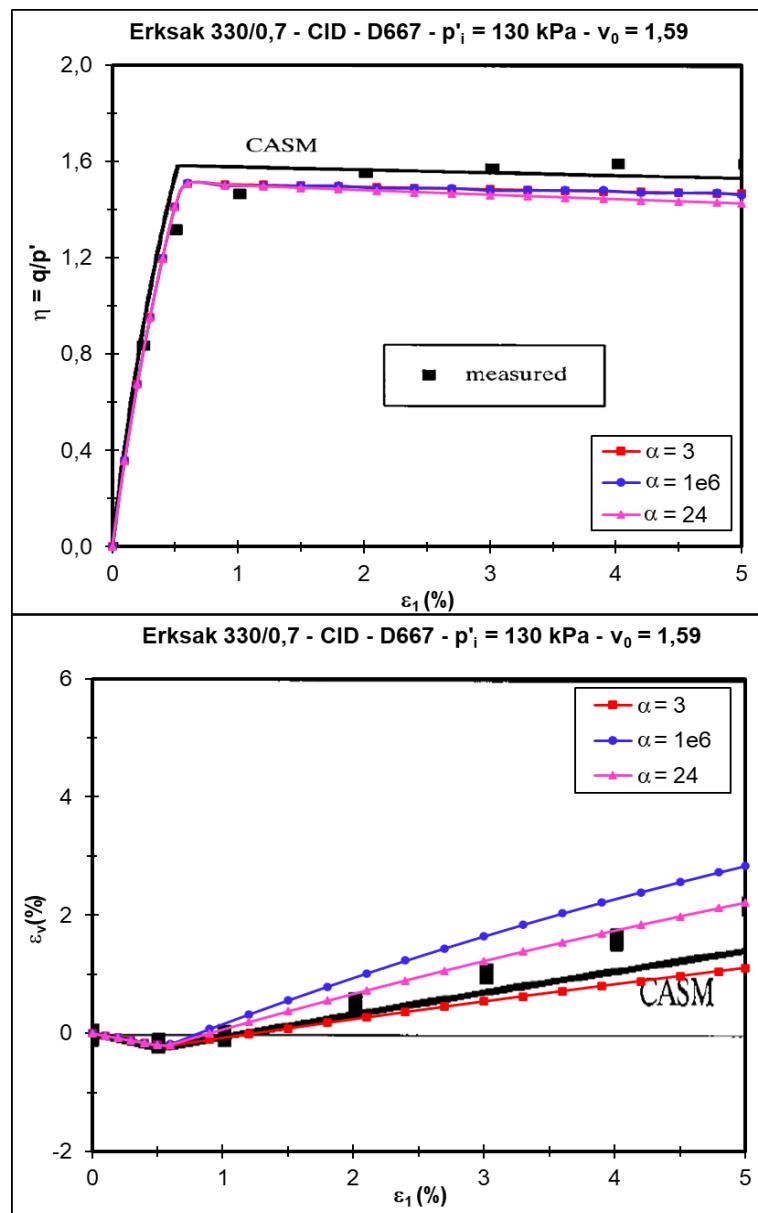


Figura 4.15 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada - Areia Muito Densa Erksak 330/0,7 (D667, $v_0 = 1,59$ e $p'_i = 130$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

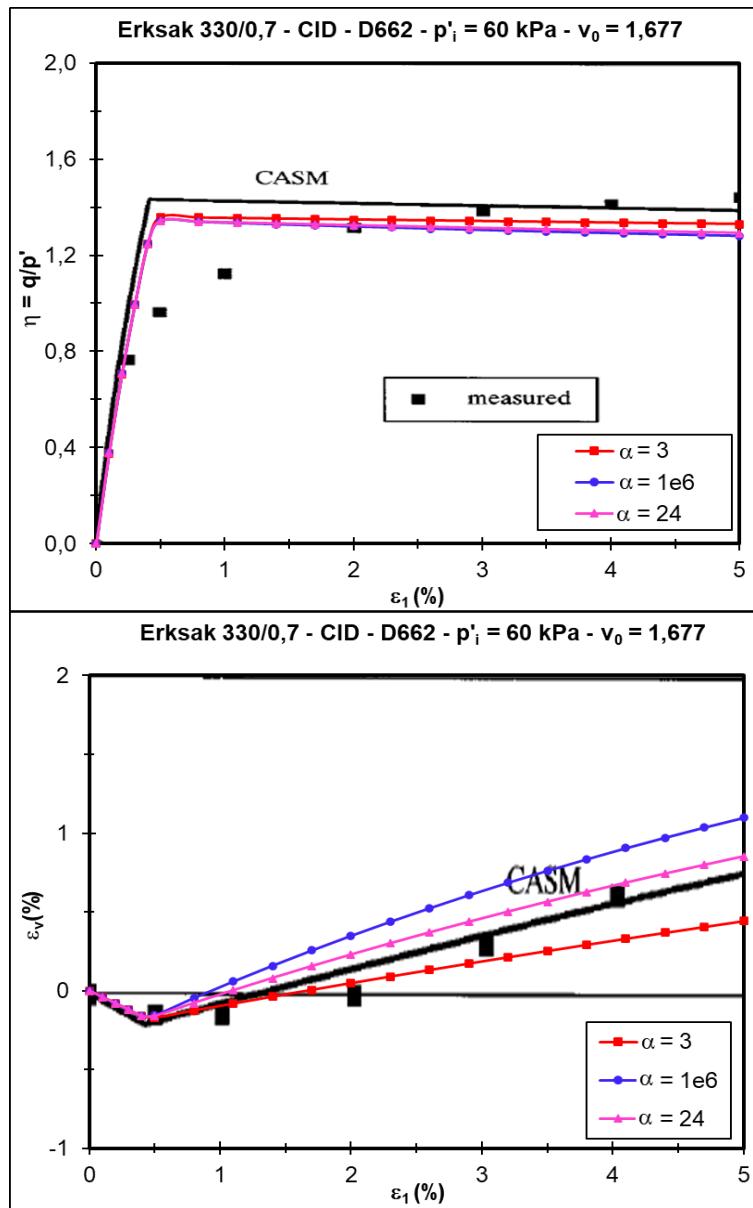


Figura 4.16 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada - Areia Média Erksak 330/0,7 (D662, $v_0 = 1,677$ e $p'_i = 60$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

Para a amostra fofa a adoção do parâmetro α igual a 3 se assemelha com a previsão realizada por Yu (1998) [2] (Figura 4.17) para as curvas de deformações axiais (ϵ_1) versus obliquidade (η) valores de , além de se aproximar da trajetória de deformações axiais (ϵ_1) versus deformações volumétricas (ϵ_v) obtidas em laboratório.

Ainda nesta figura, mesmo a trajetória de deformações axiais (ϵ_1) versus obliquidade (η) obtida com α de 24 se assemelha bastante com os valores de laboratório, com esse parâmetro a curva de deformações axiais (ϵ_1) versus deformações volumétricas (ϵ_v) diverge bastante quando comparado aos valores de

laboratório. Portanto, para o material fofo se indica um α igual a 3 para calibração do material.

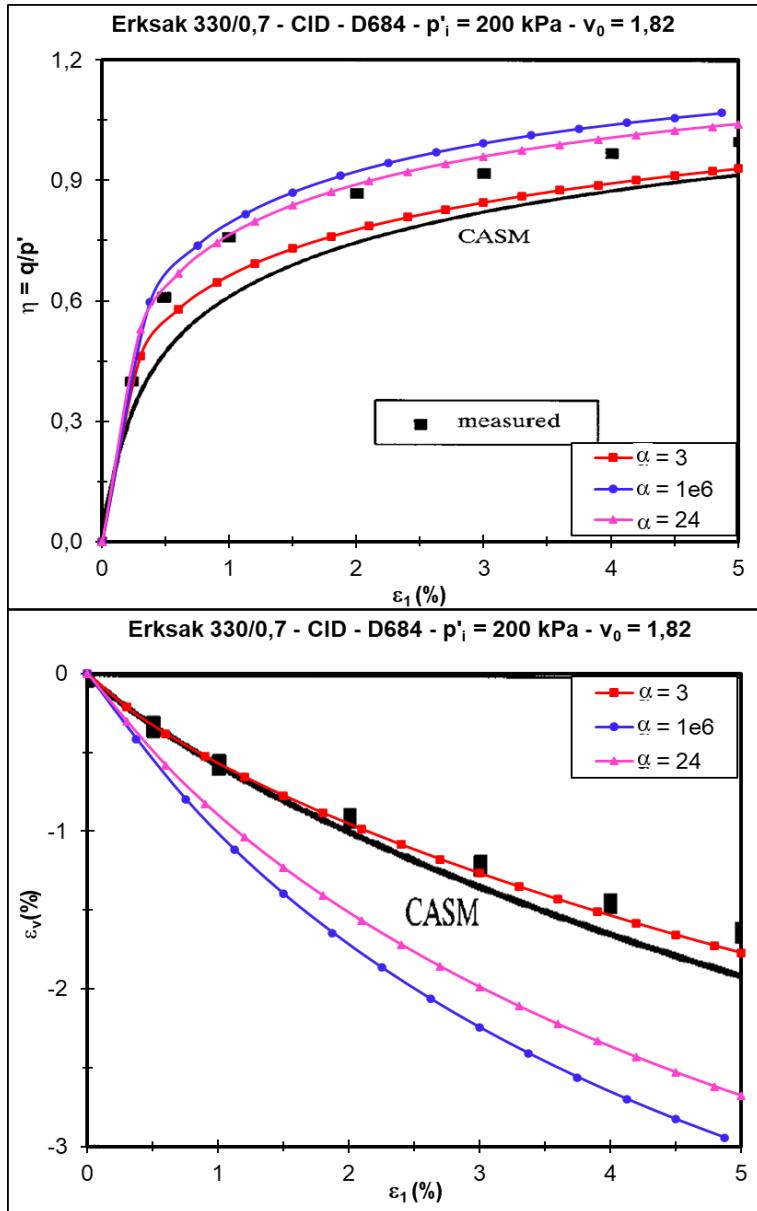


Figura 4.17 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Drenada - Areia Fofa Erksak 330/0,7 (D684, $v_0 = 1,82$ e $p'_i = 200$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

4.4. Comportamento não drenado de areias muito fofas

Yu (1998) [2] utilizou o termo muito fofa para descrever a areia em um estado mais fofo que o estado crítico, ou seja, acima da linha de estado crítico, que irá se comportar como contrátil.

Esse comportamento contrátil é conhecido de areias muito soltas que podem colapsar e amolecer durante o carregamento monotônico não drenado e, finalmente, atingir um estado crítico (ou estacionário). Durante o carregamento não drenado monotônico, a areia muito fofa atinge um pico de resistência e, em seguida, sofre rápida deformação de amolecimento até um estado estacionário, condição necessária para que ocorra a liquefação.

Conforme explicitado anteriormente e exposto por Yu (1998) [2], a maioria dos modelos de estado crítico existentes, como Cam-clay e Nor-Sand, são incapazes de modelar este comportamento.

Portanto, Yu (1998) [2], demonstra a aplicabilidade do CASM para modelar o comportamento não drenado de uma areia muito fofa através de dados de testes obtidos por Sasitharan *et. al.* (1994) [37] na areia de Ottawa.

Dessa maneira quatro testes foram selecionados para comparação com CASM. Esses testes são realizados em amostras com índices de vazios iniciais de 0,793 e 0,804 com diferentes tensões efetivas médias iniciais.

As constantes do modelo CASM usadas na previsão do comportamento do material foram as seguintes:

$$\lambda = 0,0168, \Gamma = 1,864, \mu = 0,30, \kappa = 0,005$$

$$M = 1,19, \psi_r = \psi_0, n = 3$$

Novamente, por se tratar de ensaios não drenados em areias fofas, para alcançar uma melhor concordância com os dados experimentais, o parâmetro de estado de referência das amostras foi considerado igual o parâmetro de estado inicial. (ou seja, $\psi_R = \psi_0$).

Essa suposição se mostra satisfatória para as trajetórias dos ensaios triaxiais não drenados nas amostras de areias fofas apresentadas da Figura 4.18 a Figura 4.21. Além disso, essas figuras apresentam a previsão do modelo CASM feita por Yu (1998) [2], representada pelas linhas pretas.

Com base nessas figuras é possível identificar que o parâmetro α que melhor se assimila para o comportamento do laboratório é de 3 para todas as condições. De

modo complementar, nota-se que as trajetórias $p' \times q$ não são modificadas com a variação do parâmetro α , como de se esperar, já que esse parâmetro influênciaria no potencial plástico e não na superfície de escoamento.

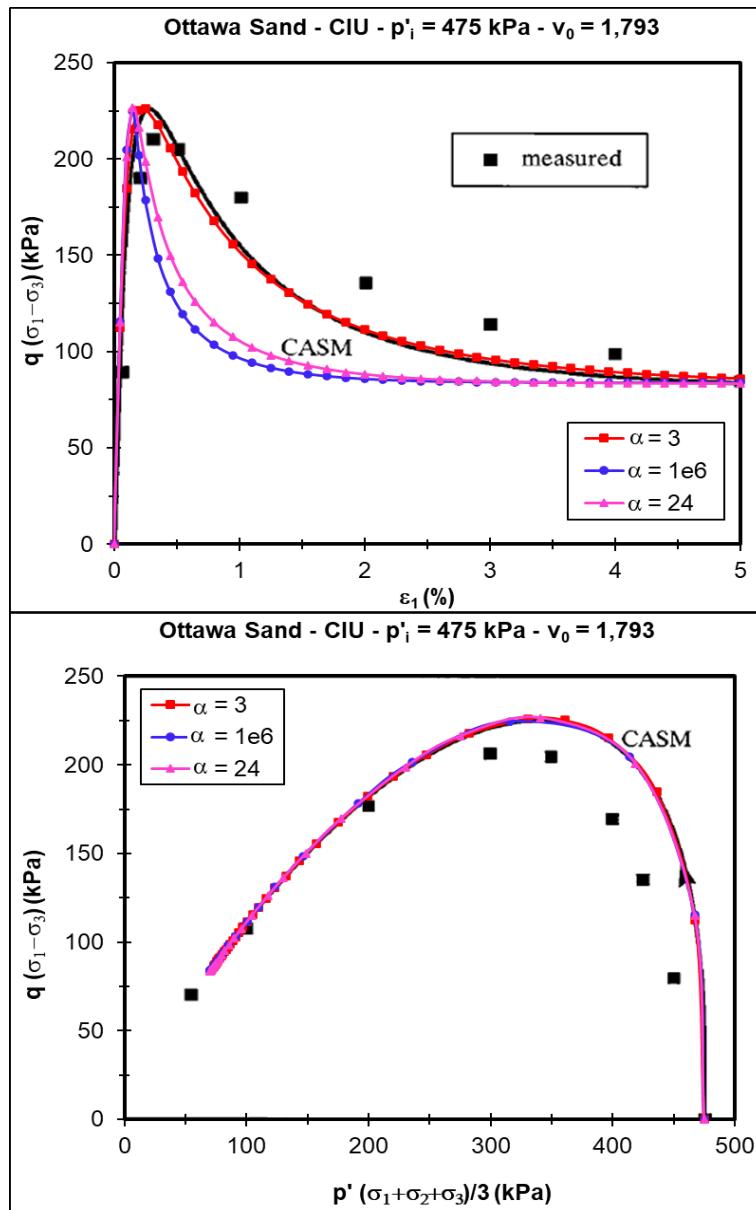


Figura 4.18 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não Drenada - Areia Muito Fofa Ottawa ($v_0 = 1,793$ e $p'_i = 475$ kPa) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

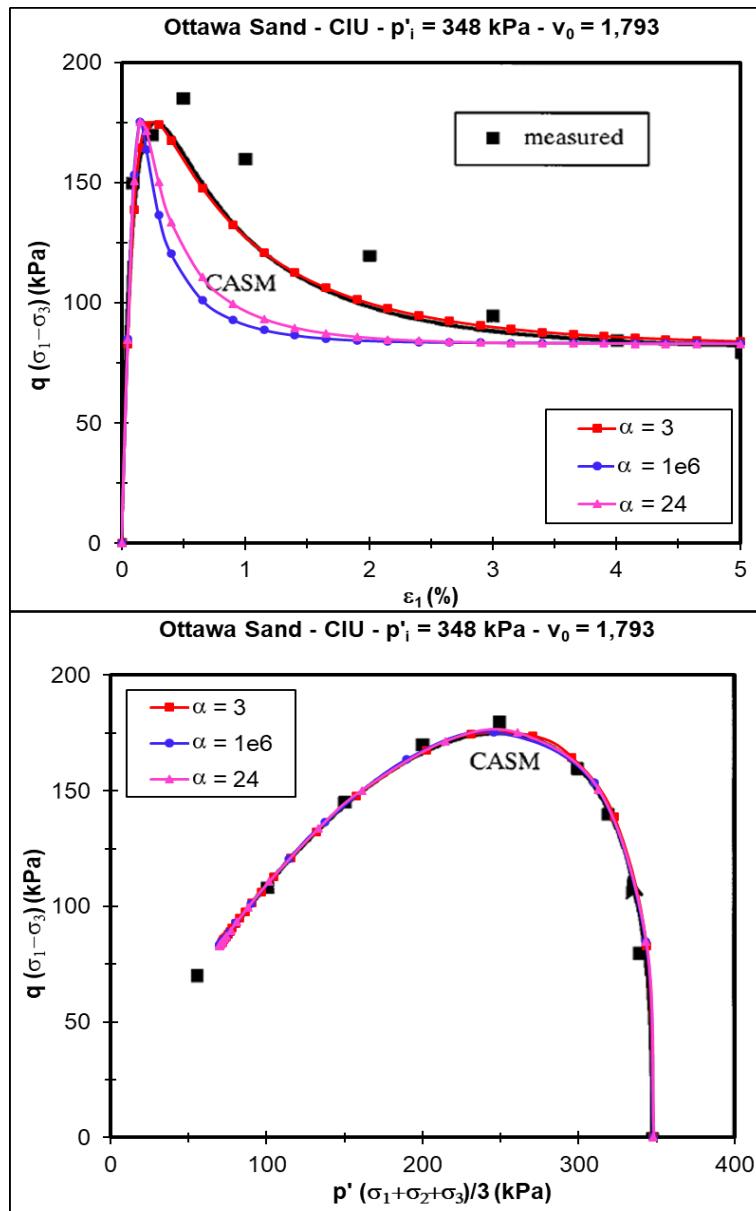


Figura 4.19 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não Drenada
- Areia Muito Fofa Ottawa ($v_0 = 1,793$ e $p'_i = 348 \text{ kPa}$) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

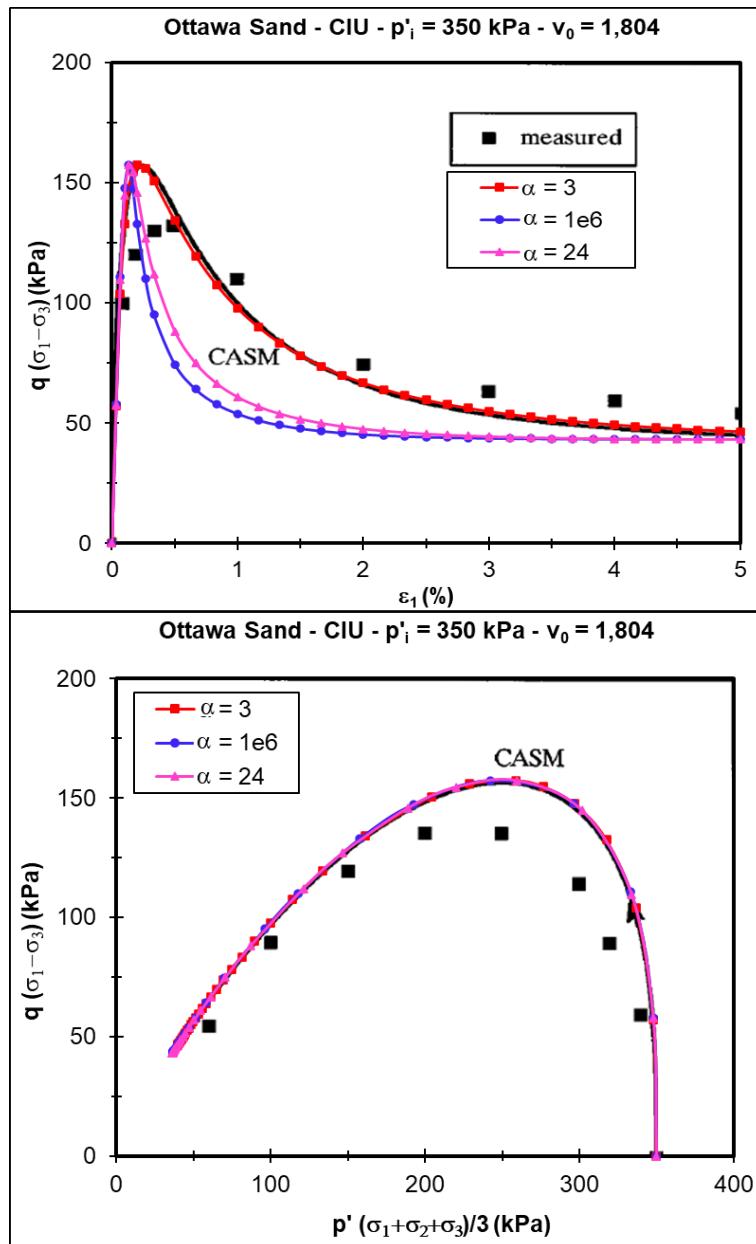


Figura 4.20 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não Drenada - Areia Muito Fofa Ottawa ($v_0 = 1,804$ e $p'_i = 350 \text{ kPa}$) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

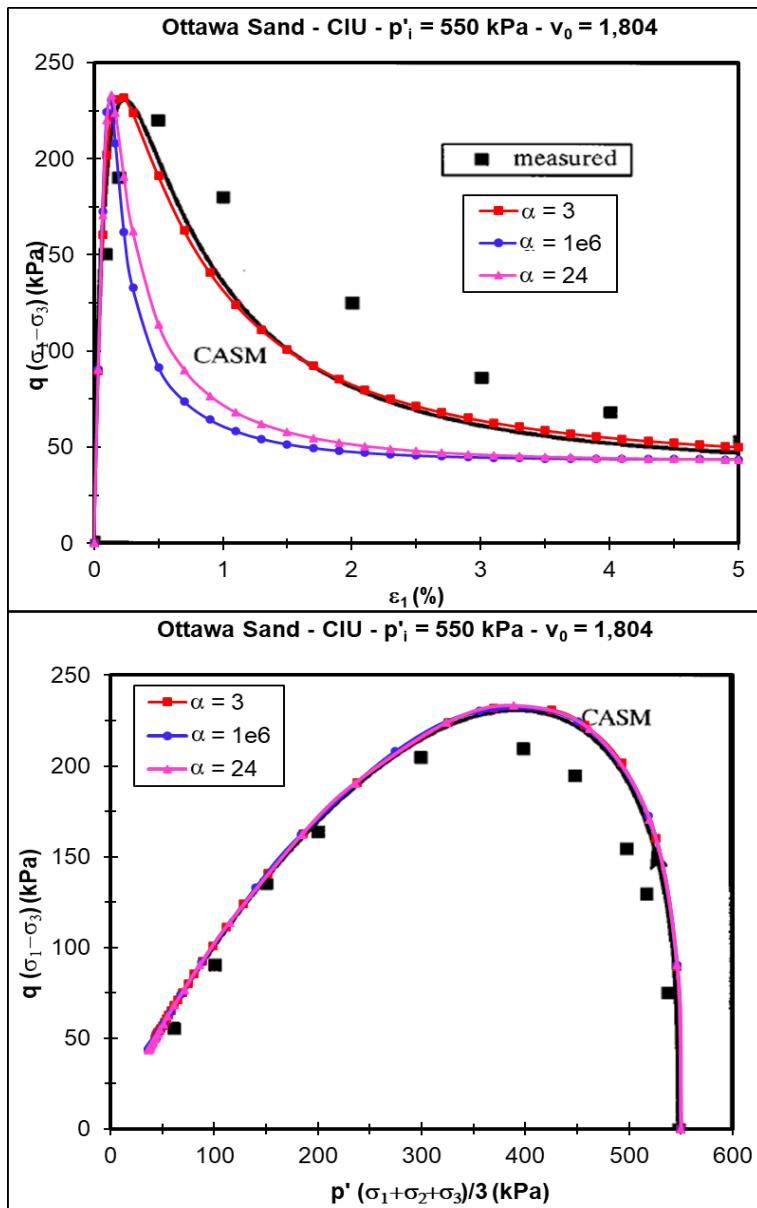


Figura 4.21 – Previsão do modelo CASM do presente trabalho – Compressão Não Drenada - Areia Muito Fofa Ottawa ($v_0 = 1,804$ e $p'_i = 550 \text{ kPa}$) - Comparação com as trajetórias obtidas por Yu (1998) [2].

A partir dessas imagens, conclui-se que em particular, o CASM prevê que o pico de resistência é alcançado com uma deformação axial muito pequena deformação e depois a resposta mostra um acentuado abrandamento da tensão desviadora com aumento da deformação axial antes de se aproximar do estado crítico.

Os resultados obtidos para o comportamento não drenado de areia muito fofa são satisfatórios, inclusive mostram com exatidão a tendência das trajetórias p' x q da presente implementação com a realizada por Yu (1998) [2], mesmo com a modificação do potencial plástico.

Assim como na avaliação das condições iniciais, complementarmente, em todos os testes apresentados foram utilizados diferentes valores do parâmetro α (constante do potencial plástico) para validação dos ensaios.

Em particular, o CASM implementado na presente dissertação é capaz de prever o comportamento observado no laboratório para todos os testes avaliados para os diferentes valores de α , parâmetro do potencial plástico que controla a dilatância e a condição K_0 , que variaram de forma a apresentar diferentes respostas para os testes realizados.

De modo adicional é possível identificar uma deficiência do CASM que é a de subestimar a tensão de cisalhamento máxima. Além disso, as curvas produzidas pelo CASM não são tão suaves quanto as curvas observadas. Conforme já exposto, isto se deve ao fato de que, como Cam-clay, o CASM não permite que qualquer deformação plástica se desenvolva dentro da superfície limite de escoamento.

Yu (1998) [2], através das comparações com dados experimentais, sugere que o CASM é capaz de capturar o comportamento geral de argilas e areias sob condições drenadas e não drenadas de carregamento e, portanto, representa uma extensão muito útil do Cam-Clay que se sabe ser válido apenas para argilas normalmente adensadas.

5.

Comparação entre os modelos CASM e HS (hardening soil) para a construção de uma barragem de rejeitos alteada a montante

De maneira a avaliar uma estrutura geotécnica mais complexa e identificar as vantagens do modelo CASM, o presente capítulo abordará a comparação dos resultados do comportamento da construção de uma barragem de rejeito alteada a montante entre os modelos constitutivos CASM e HS (hardening soil).

Na sequência são apresentadas informações adicionais sobre as condições iniciais, seção analisada, malha, fases de construção, parâmetros de análise, metodologia e resultados.

5.1. Parâmetros

Para avaliação da estrutura as constantes do modelo CASM tiveram como base os parâmetros do rejeito grosso exposto por Arroyo e Gens (2021) [23], com índice de vazios inicial de 1,20, expostos a seguir:

$$\lambda = 0,040, \Gamma = 2,27, \mu = 0,30, \kappa = 0,007, n = 7,5$$

$$M = 1,40, r = 5 (\psi_r = 0,050), \alpha = 1e6$$

Além dessas constantes, os pesos específicos seco e saturado do rejeito foram considerados iguais a 22 kN/m³ e 27 kN/m³, respectivamente para as condições saturada e não saturada. Adicionalmente, como recomendado por Yu (1998) [2], o parâmetro de estado inicial da amostra (ψ_0) foi considerado igual ao parâmetro de referência (ψ_R).

A Tabela 5-1 resume os parâmetros do CASM adotados na presente análise:

Tabela 5-1 – Parâmetros do Modelo CASM – Rejeitos Grossos.

Parâmetro	Unidade	Valor
γ_d	kN/m ³	22,0
γ_{sat}	kN/m ³	27,0
λ	-	0,040
κ	-	0,007
Γ	-	2,27
μ	-	0,30
n	-	7,5
r	-	5
α	-	1E6
ψ_0	-	0,050
M_c	-	1,40

Ledesma *et. al.* (2022) [39] cita que a modelagem das fases de construção de modo drenado é representativo para barragens de rejeitos alteadas a montante, pois apresentam baixas taxas de disposição. Essa abordagem será considerada na presente dissertação. Adicionalmente, o processo de disposição de rejeitos em reservatórios de barragens se assemelha a carregamentos edométricos.

Dessa maneira os parâmetros dos rejeitos grossos para o modelo constitutivo HS serão calibrados com base em trajetórias triaxiais isotrópicas drenadas (CID) e adensamento edométrico com auxílio do recurso *soil test* do PLAXIS2D geradas com os parâmetros do CASM, devido ao processo construtivo da barragem que será simulado.

Destaca-se que como o objetivo do presente item é de apresentar a comparação entre os modelos CASM e HS a calibração foi realizada apenas por meio de trajetórias simuladas no software com os parâmetros do CASM e, posteriormente importadas para o *soil test* onde foi realizada a calibração do modelo HS, portanto, não foram avaliados ensaios do material para validação da calibração do modelo HS, como será descrito na sequência.

Inicialmente para os rejeitos grossos como dados de entrada os parâmetros do modelo constitutivo HS foram arbitrados de acordo com a Tabela 5-2, onde foram mantidos os pesos específicos saturado e seco, além de considerar uma

coesão praticamente nula e ângulo de atrito próximo a 33° (por se tratar de rejeitos grossos).

Tabela 5-2 – Parâmetros iniciais para calibração do Modelo HS – Rejeito Grosso.

Parâmetro	Unidade	Valor
γ_{unsat}	kN/m ³	22,0
γ_{sat}	kN/m ³	27,0
E_{50}^{ref}	kN/m ²	15,0E3
E_{oed}^{ref}	kN/m ²	15,0E3
E_{ur}^{ref}	kN/m ²	200,0E3
$power (m)$	-	0,20
c'_{ref}	kN/m ²	0,1
ϕ'	°	33,0
μ_{ur}	-	0,20
p'_{ref}	kN/m ²	200,0
K_0^{nc}	-	0,4554
R_f	-	0,9

Na tentativa inicial além dos parâmetros acima, informam-se os intervalos esperados dos parâmetros para calibração do software. Os únicos parâmetros iniciais conhecidos foram os pesos específicos, ademais, por se tratar de rejeitos grossos o intercepto coesivo foi mantido praticamente nulo. Os demais parâmetros foram selecionados para serem otimizados, conforme explicitado na Figura 5.1.

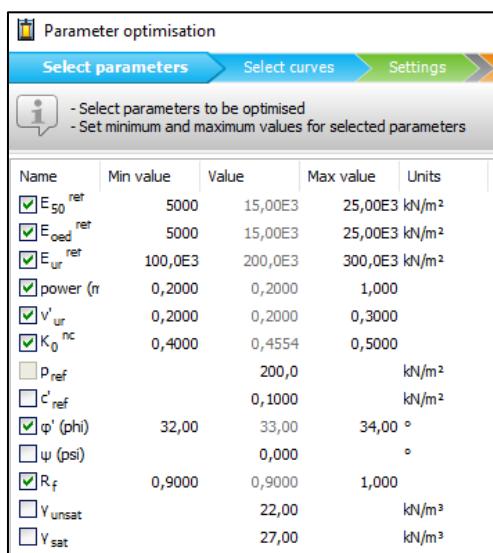


Figura 5.1 – Parâmetros de entrada e intervalos para calibração inicial dos rejeitos grossos – Modelo Constitutivo HS.

Além dos parâmetros e intervalos iniciais devem ser informadas como dados de entrada as curvas de referência para calibração do *software*. Essas curvas foram obtidas ao simular ensaios triaxiais drenados (CID) com tensões confinantes de 200 e 800 kPa, respectivamente, com o modelo com o modelo constitutivo CASM através da ferramenta *soil test*, onde foram considerados 1000 passos e deformação axial máxima de 20%.

A Figura 5.2 apresenta as curvas de referência de deformação axial versus tensão desviadora e deformação axial versus deformação volumétrica, ressalta-se que as tensões confinantes escolhidas para calibração do modelo tiveram como base a altura total da estrutura e o peso específico do material, onde as tensões efetivas horizontais (confinantes) alcançam valores máximos de aproximadamente 1000 kPa.

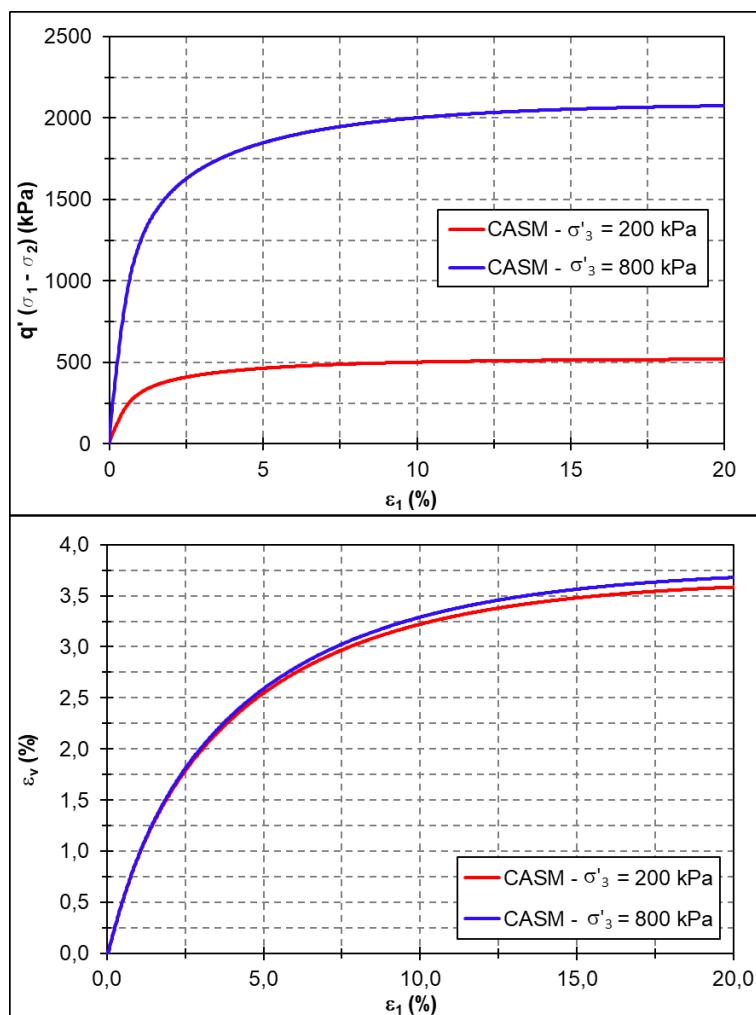


Figura 5.2 – Trajetórias CASM - Ensaio CID – $\sigma'_3 = 200 \text{ kPa}$ e $\sigma'_3 = 800 \text{ kPa}$.

Os resultados da calibração inicial do modelo HS através das trajetórias dos ensaios triaxiais isotrópicos drenados (CID) simulados com os parâmetros do CASM, com tensões confinantes de 200 e 800 kPa, respectivamente, intensidade de busca moderada e tolerância relativa de 1×10^{-3} , podem ser observados na Figura 5.3.

Essa figura detalha que o erro relativo dos parâmetros ficou em 21,7% e os parâmetros com maiores sensibilidade para calibração foram o E_{oed}^{ref} e o $power(m)$ com 100% de sensibilidade, os demais parâmetros apresentaram sensibilidade praticamente nula.

Nota-se de maneira complementar que as curvas calibradas (laranja) apresentam boa concordância com as curvas do CASM (azul) para tensões a tensão confinante de 200 kPa, ao observar o ensaio com tensão confinante de 800 kPa há uma leve diferença na calibração, que poderá implicar em resultados divergentes na comparação do modelo em altas tensões.



Figura 5.3 – Parâmetros de Calibração HS - Ensaio CID – $\sigma'_3 = 200 \text{ kPa}$ e $\sigma'_3 = 800 \text{ kPa}$.

De posse dos parâmetros otimizados através do ensaio triaxial, procedeu-se a segunda etapa da calibração através das trajetórias dos ensaios edométricos. Essas trajetórias foram alcançadas através da simulação de ensaios edométricos com tensões confinantes de 200 e 800 kPa, respectivamente, considerando o modelo constitutivo CASM com o auxílio da ferramenta *soil test* do PLAXIS 2D, onde foram considerados 1000 passos e acréscimos de deformação axial máxima de 3%.

A Figura 5.4 apresenta as curvas de referência de tensão vertical efetiva versus deformação volumétrica dos ensaios edométricos, como esperado, as curvas apresentam o mesmo formato, que indica os mesmos parâmetros de compressibilidade.

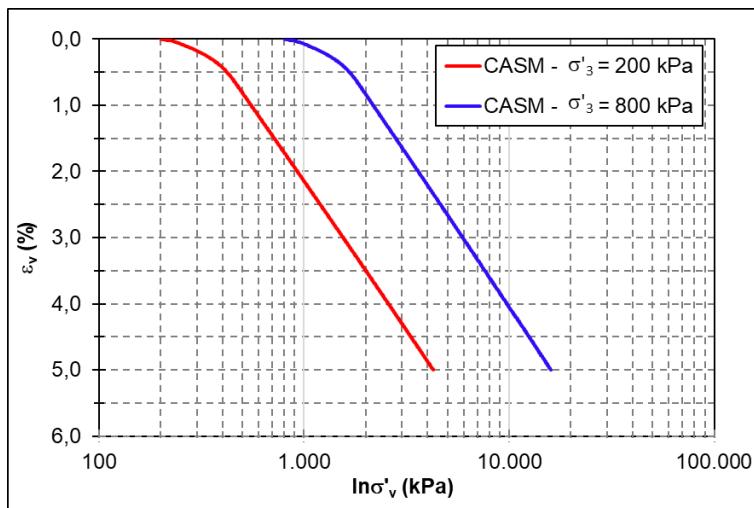


Figura 5.4 – Trajetórias CASM - Ensaio Edométrico – $\sigma'_v = 200 \text{ kPa}$ e $\sigma'_v = 800 \text{ kPa}$.

De maneira similar a sequência executada inicialmente, a Figura 5.5 apresenta os parâmetros dos rejeitos grossos selecionados para a calibração do modelo constitutivo HS através da trajetória do ensaio edométrico simulada com os parâmetros do CASM.

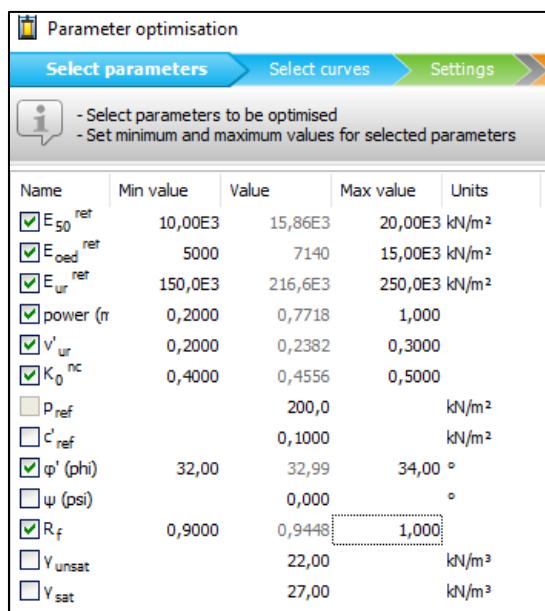


Figura 5.5 – Parâmetros de entrada e intervalos para calibração dos rejeitos grossos através do ensaio edométrico – Modelo Constitutivo HS.

Os resultados da calibração do modelo HS através das trajetórias dos ensaios edométricos simuladas com os parâmetros do CASM, com intensidade de busca moderada e tolerância relativa de 1×10^{-3} , podem ser observados na Figura 5.3.

Essa figura detalha que o erro relativo dos parâmetros ficou em 4,51% e os parâmetros com maiores sensibilidades para calibração foram o *power(m)* e o E_{oed}^{ref} com 100% e 48,4% de sensibilidade.

Nota-se de maneira complementar que as curvas simuladas (laranja) apresentam ótima concordância com as curvas do CASM (azul), entretanto, essas curvas se distanciam da curva de referência (verde) obtida com os parâmetros de entrada baseados na calibração do ensaio triaxial.

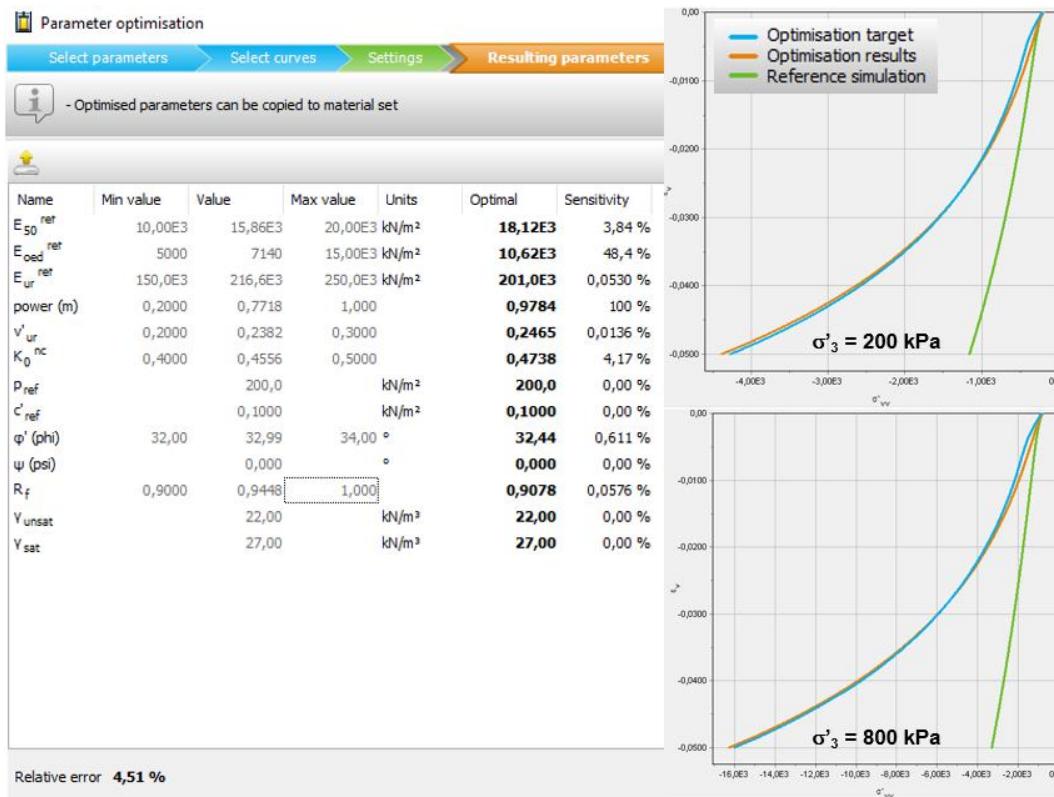


Figura 5.6 – Parâmetros de Calibração HS - Ensaio Edométrico – $\sigma'_3 = 200 \text{ kPa}$ e $\sigma'_3 = 800 \text{ kPa}$.

A disposição de rejeitos em uma barragem ocorre de forma gradual, resultando na formação de uma praia de rejeitos. Com o passar do tempo, esse processo se torna semelhante ao ensaio edométrico, no qual a deposição contínua e lenta leva à consolidação do material sob sua própria carga e a sobrecargas adicionais.

No ensaio edométrico, o carregamento é aplicado de maneira incremental e unidimensional, restringindo a deformação lateral, enquanto a amostra de solo é submetida a uma pressão vertical crescente, simulando a compactação e o comportamento sob carregamentos de longo prazo.

Desse modo, os parâmetros do modelo HS adotados para o rejeito grosso com base na calibração são explicitados na Tabela 5-3.

Tabela 5-3 – Parâmetros iniciais para calibração do Modelo HS – Rejeito Grosso.

Parâmetro	Unidade	Valor
γ_{unsat}	kN/m ³	22,0
γ_{sat}	kN/m ³	27,0
E_{50}^{ref}	kN/m ²	18120
E_{oed}^{ref}	kN/m ²	10620
E_{ur}^{ref}	kN/m ²	201000
$power(m)$	-	0,9784
c'_{ref}	kN/m ²	0,1
ϕ'	°	32,44
μ_{ur}	-	0,2465
p'_{ref}	kN/m ²	200,0
K_0^{nc}	-	0,4636
R_f	-	0,9078

Para o dique de partida e o alteamento foi adotado o modelo constitutivo Mohr-Coulomb com os parâmetros na exibidos na Tabela 5-4.

Tabela 5-4 – Parâmetros do Modelo Mohr-Coulomb – Dique de Partida e Alteamento.

Parâmetro	Unidade	Valor
γ_{unsat}	kN/m ³	19,0
γ_{sat}	kN/m ³	19,0
E'	kN/m ²	70000
c'_{ref}	kN/m ²	10,0
ϕ'	°	30,0
μ_{ur}	-	0,30

De modo a não influenciar na análise a fundação foi modelada como linear elástica, como mostra a Tabela 5-5, com parâmetros semelhantes aos do solo residual proposto por Arroyo e Gens (2021) [23].

Tabela 5-5 – Parâmetros do Modelo Linear Elástico – Fundação

Parâmetro	Unidade	Valor
γ_{unsat}	kN/m ³	20,0
γ_{sat}	kN/m ³	20,0
E'	kN/m ²	470,0E3
μ	-	0,3

5.2.

Condições iniciais, seção analisada e malha

A Figura 6.2 exibe a seção da barragem de rejeito alteada a montante analisada construída no software PLAXIS 2D. Como condições de contorno foram impostas restrições de deslocamentos horizontais nos contornos laterais, bem como restrições de deslocamentos verticais e horizontais no contorno inferior do modelo.

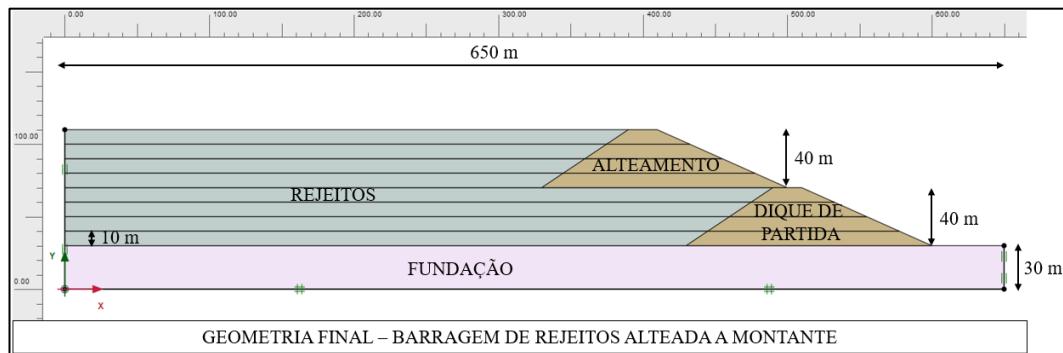


Figura 5.7 – Seção de Análise – Barragem de rejeitos alteada a montante.

A malha de elementos finitos adotada tem 650 m de comprimento por 110 m de altura, é composta por elementos triangulares de 15 nós (Figura 5.8) e apresenta 943 elementos e 7759 nós (Tabela 5-6). Os elementos tem tamanho médio de 12,13 m, com tamanho mínimo de 3,34 m e máximo de 22,17 m.

Nota-se a predominância da cor verde na qualidade da malha exposta na Figura 5.8, com valor máximo de 100% e mínimo de 51,91%, que indica boa qualidade da geometria dos elementos.

Tabela 5-6 – Quantidade de elementos em malha – Barragem de rejeitos alteada a montante.

Quantidade de Elementos	Quantidade de Nós
943	7759

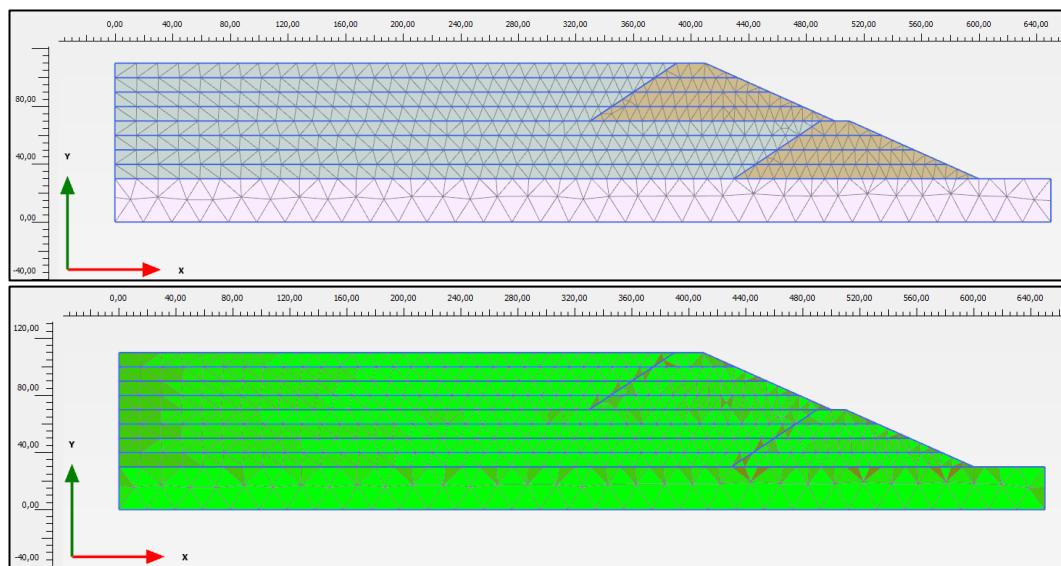


Figura 5.8 – Seção de Análise – Barragem de rejeitos alteada a montante - Malha de elementos finitos e qualidade dos elementos.

5.3. Fases de construção

Para simular a construção foram executadas 17 etapas, iniciando-se na etapa de indução do valor $K_0 = 0,5$ na fundação. Posteriormente, foram zerados os deslocamentos devido a simulação da etapa inicial e modelada a construção do dique de partida segregado em camadas de 10 m até atingir a geometria final do dique. Na sequência foi simulada a disposição de rejeitos em camadas de 10 m até atingir a cota final prevista. Por fim, foi construído o alteamento e as disposições posteriores, também divididas em cadas de 10 m, até se atingir a configuração final da estrutura.

A sequência da construção é modelada como drenada, de maneira a evitar o acúmulo de poropressões induzidas por tensões, onde para cada etapa se habilita a condição de ignorar as poropressões induzidas. Este fato é representativo em barragem de rejeitos construídas a montante que apresentam baixas taxas de disposição, como citado por Ledesma *et. al.* (2022) [39].

Mesmo sendo considerada condições drenadas nas etapas de construção, o nível d'água para cada etapa foi adotado de maneira a simular uma saturação praticamente total do reservatório de rejeitos e condição de praia, com distância de aproximadamente 70,0 m do dique de partida ou alteamento.

Para avaliação através do modelo CASM, devido às baixas tensões de confinamento que podem não convergir, em cada fase de disposição de rejeito de 10,0 m foi adotado inicialmente o modelo Mohr-Coulomb e na fase seguinte o modelo inicialmente adotado como Mohr-Coulomb foi alterado para o CASM. Para o modelo Hs não foi necessário a utilização desse artifício.

Como explicitado por Bortolli (2023) [38] essa adoção estaria em inconformidade com a realidade de uma barragem de rejeitos, entretanto, o propósito de simulação de fases de construção é o estabelecimento de tensões e poropressões induzidas na estrutura.

Algumas das principais etapas da construção são mostradas na Figura 5.10 a Figura 5.11, sendo todas as etapas após a condição inicial modeladas através de análises elastoplásticas drenadas.

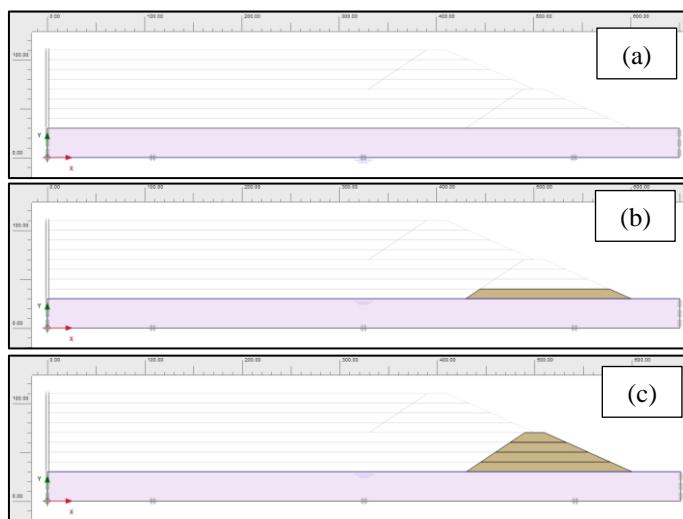


Figura 5.9 – Exemplos de etapas de construção – Barragem de rejeitos alteada a montante - (a) Condição Inicial – Fundação, (b) Início da Construção do Dique de Partida e (c) Dique de Partida Finalizado.

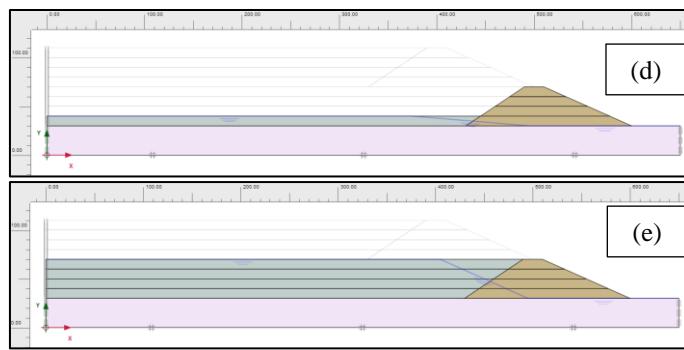


Figura 5.10 – Exemplos de etapas de construção – Barragem de rejeitos alteada a montante
- (d) Condição Intermediária – Disposição de Rejeitos e (e) Disposição de Rejeitos – 1º Alteamento.

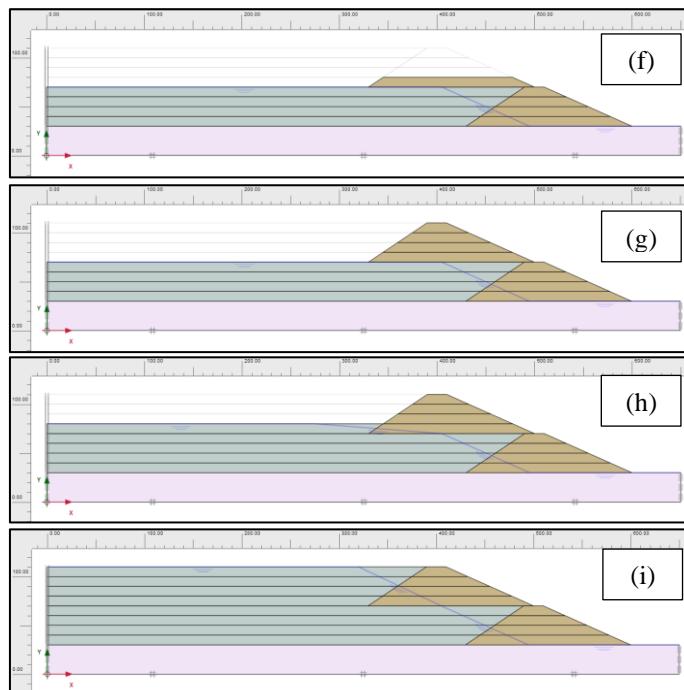


Figura 5.11 – Exemplos de etapas de construção – Barragem de rejeitos alteada a montante
- (f) Construção do Alteamento, (g) Construção do Alteamento – Finalizada, (h) Condição Intermediária – Disposição de rejeitos e (i) Condição Final – Disposição de Rejeitos.

5.4. Resultados e discussões

Para comparar os resultados obtidos durante a construção da barragem de rejeitos alteada a montante, foram consideradas três etapas principais: (i) Disposição do rejeito até a elevação do dique de partida, (ii) Construção do alteamento e (iii) Condição final da estrutura. Além disso na as escalas das figuras foram padronizadas para facilitar a comparação entre os modelos.

A comparação das previsões de comportamento durante a fase de disposição do rejeito até a elevação do maciço principal é ilustrada na Figura 5.12 e na Figura 5.13. De modo geral, observa-se que o comportamento converge para a fase analisada.

O somatório dos deslocamentos horizontais ($\sum P_{u_x}$) nesta fase indica uma concentração de deslocamentos positivos logo abaixo do nível d'água, enquanto os negativos se localizam na região próxima entre o rejeito e o dique de partida, em ambos os modelos. No modelo HS o somatório dos deslocamentos horizontais máximo e mínimo foram de 0,0850 m e -0,1055 m, respectivamente. No modelo CASM, esses valores foram de 0,0948 e -0,0985 m.

Em relação aos somatório dos deslocamentos verticais ($\sum P_{u_y}$), ambos os modelos apresentaram comportamento similar, com maior concentração de deslocamentos negativos na parte superior das camadas de rejeito. No entanto, o modelo HS mostrou maiores deslocamentos em camadas mais profundas, enquanto o modelo CASM concentrou esses deslocamentos em uma camada intermediária. Os valores máximos e mínimos no modelo HS foram de 0,008 m e -0,8857 m, enquanto no CASM foram de 0,008 m e -0,8344 m. Ambos os modelos apresentaram propagação semelhante dos deslocamentos verticais para o dique de partida e a fundação.

Na previsão do HS o somatório dos deslocamentos verticais máximo e mínimo da fase foram de 0,008 m e -0,8857 m, respectivamente, enquanto que para o CASM foram de 0,008 e -0,8344 m. Ambos os modelos são bastante semelhantes na propagação de somatório de deslocamentos verticais para o dique de partida e fundação.

O comportamento da variação volumétrica total (ϵ_v) segue o padrão observado no somatório dos deslocamentos verticais, com valores negativos concentrados nas camadas superiores do rejeito. As variações volumétricas totais de ambos os modelos estão na mesma ordem de grandeza, com valores mínimos de -0,0813 para o HS e -0,0642 para o CASM, correspondendo a 8% e 6% de deformação, respectivamente. Os valores máximos em ambos os modelos são praticamente nulos.

A mesma semelhança foi observada nas distorções angulares totais (γ_s), com valores máximos de 7% para o HS e de 5% para o CASM. Ambos os modelos apresentaram a mesma distorção angular no dique de partida, uma vez que os parâmetros desse material foram mantidos constantes nas análises.

Em resumo, os valores comparados entre os dois modelos apresentaram ordens de grandeza similares, assim como uma tendência geral de comportamento.

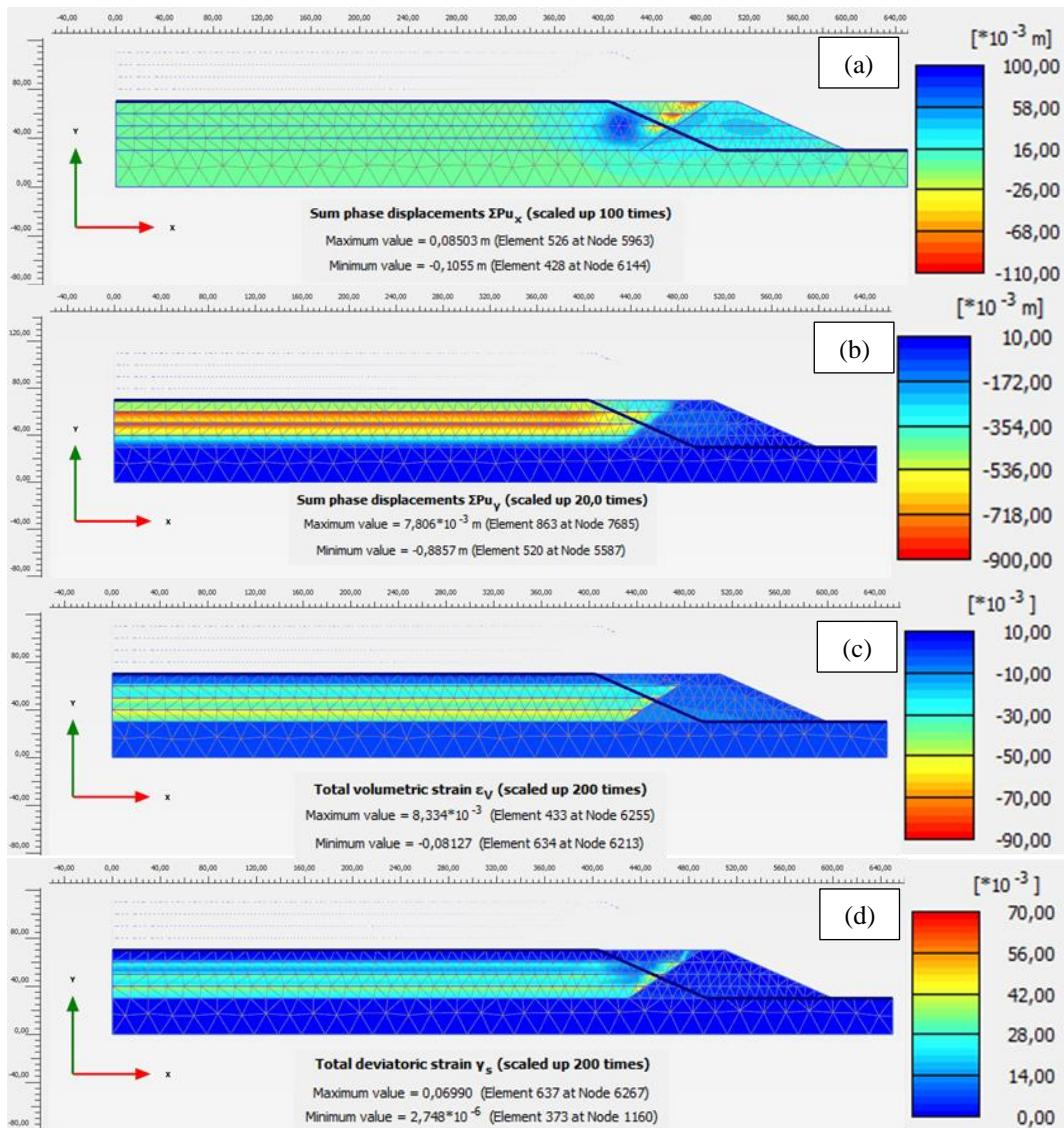


Figura 5.12 – Previsões HS - Fase de disposição do rejeito até a elevação do dique de partida (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatório dos Deslocamentos Verticais da Fase, (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.

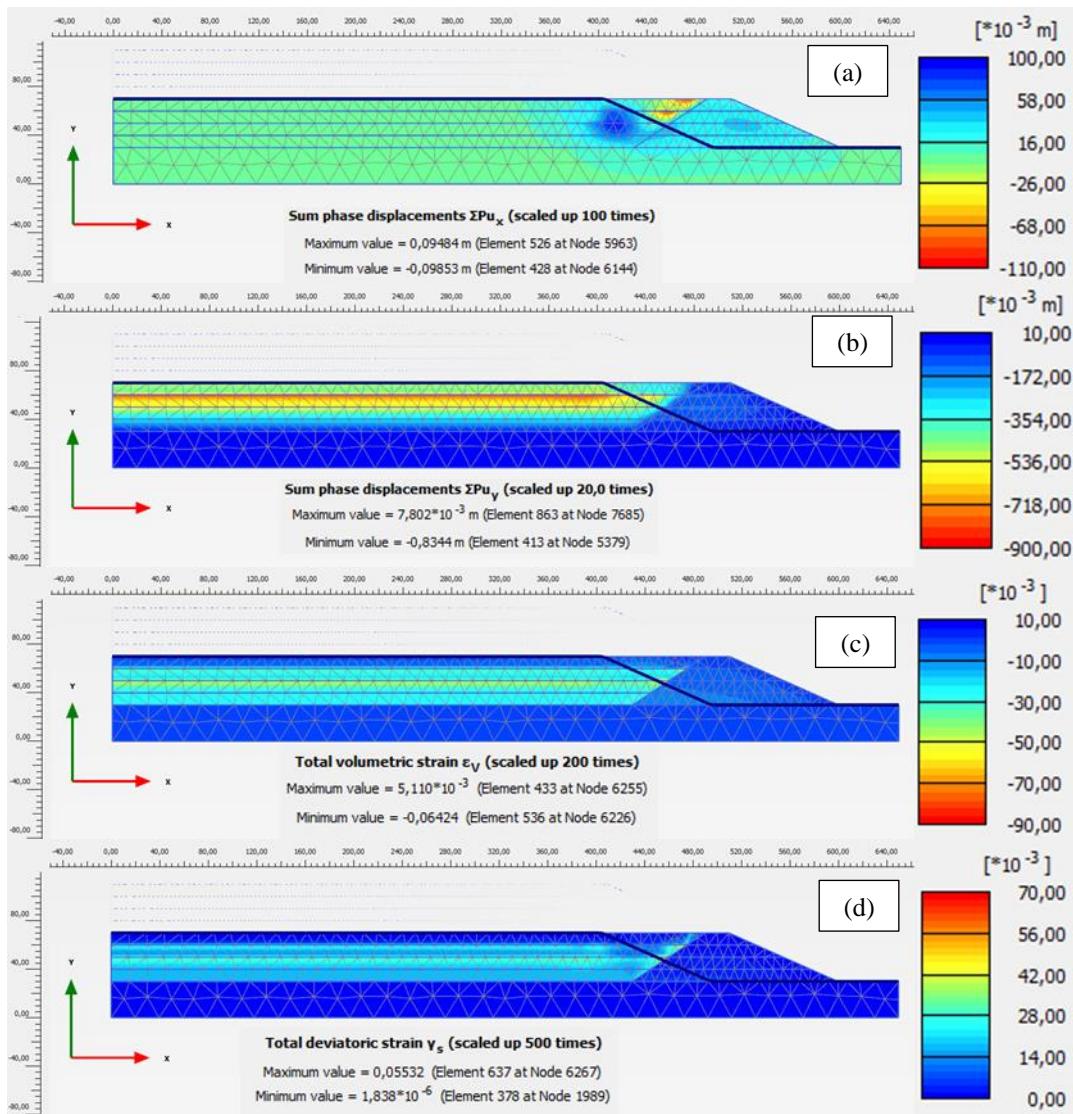


Figura 5.13 – Previsões CASM - Fase de disposição do rejeito até a elevação do dique de partida (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.

A Figura 5.14 e a Figura 5.15 trazem os resultados da modelagem para a fase de construção do alteamento da barragem de rejeitos sobre o reservatório. Semelhante à fase anterior, observa-se que, de maneira geral, o comportamento converge para esta etapa.

Os valores do somatório dos deslocamentos horizontais da fase ($\sum Pu_x$) estão concentrados em valores negativos na base do talude de montante do alteamento, em ambos os cenários, devido à adoção do mesmo modelo constitutivo para o material. Nota-se uma semelhança evidente na distribuição dos deslocamentos horizontais no reservatório de rejeitos, nos diques de partida e na fundação.

Adicionalmente, ao comparar os modelos CASM e HS para o rejeito, percebe-se que o somatório dos deslocamentos horizontais apresenta uma propagação bastante semelhante ao longo da estrutura, com valores de mesma ordem de grandeza. Os deslocamentos máximos e mínimos são de 0,1462 m e -0,1928 m para o modelo HS, e 0,1419 m e -0,1875 m para o CASM, respectivamente.

A construção do alteamento sobre o reservatório permite inferir que tensões são induzidas no rejeito o que afeta diretamente o somatório dos deslocamentos verticais da fase ($\sum P_{Uy}$). Para o modelo HS, os deslocamentos verticais máximos e mínimos foram de 0,008 m e -1,682 m, enquanto para o CASM esses valores foram de 0,008 m e -1,594 m, respectivamente.

Há uma concentração de deslocamentos verticais negativos na base do alteamento, uma vez que este se encontra sobre rejeitos compressíveis. Observa-se uma pequena diferença na disseminação dos deslocamentos entre os modelos HS e CASM, sendo que o HS apresenta uma propagação de maior magnitude em profundidade em comparação com o CASM. Nota-se também uma semelhança evidente na propagação dos deslocamentos verticais no reservatório, com valores em torno de -0,50 m.

O comportamento da variação volumétrica total (ϵ_v) segue o padrão observado no somatório dos deslocamentos verticais. As variações volumétricas totais em ambos os modelos estão na mesma ordem de grandeza, com valores mínimos de -0,0988 para o HS e -0,0873 para o CASM, correspondendo a 10% e 9% de deformação, respectivamente. Os valores máximos em ambos os modelos são praticamente nulos.

A mesma semelhança foi observada nas distorções angulares totais (γ_s), com valores máximos de 8% para o HS e de 7% para o CASM. Ambos os modelos apresentaram a mesma distorção angular no dique de partida e alteamentos, uma vez que os parâmetros desse material foram mantidos constantes nas análises.

Como esperado os valores máximos de distorções angulares (γ_s) estão localizados na região logo abaixo do alteamento, devido à indução de tensões e à

alta compressibilidade do material de fundação (rejeitos), o que resulta em deslocamentos de maior magnitude em comparação com outras áreas.

Em síntese, os valores comparados entre os dois modelos apresentaram magnitudes similares, bem como uma tendência de comportamento semelhante.

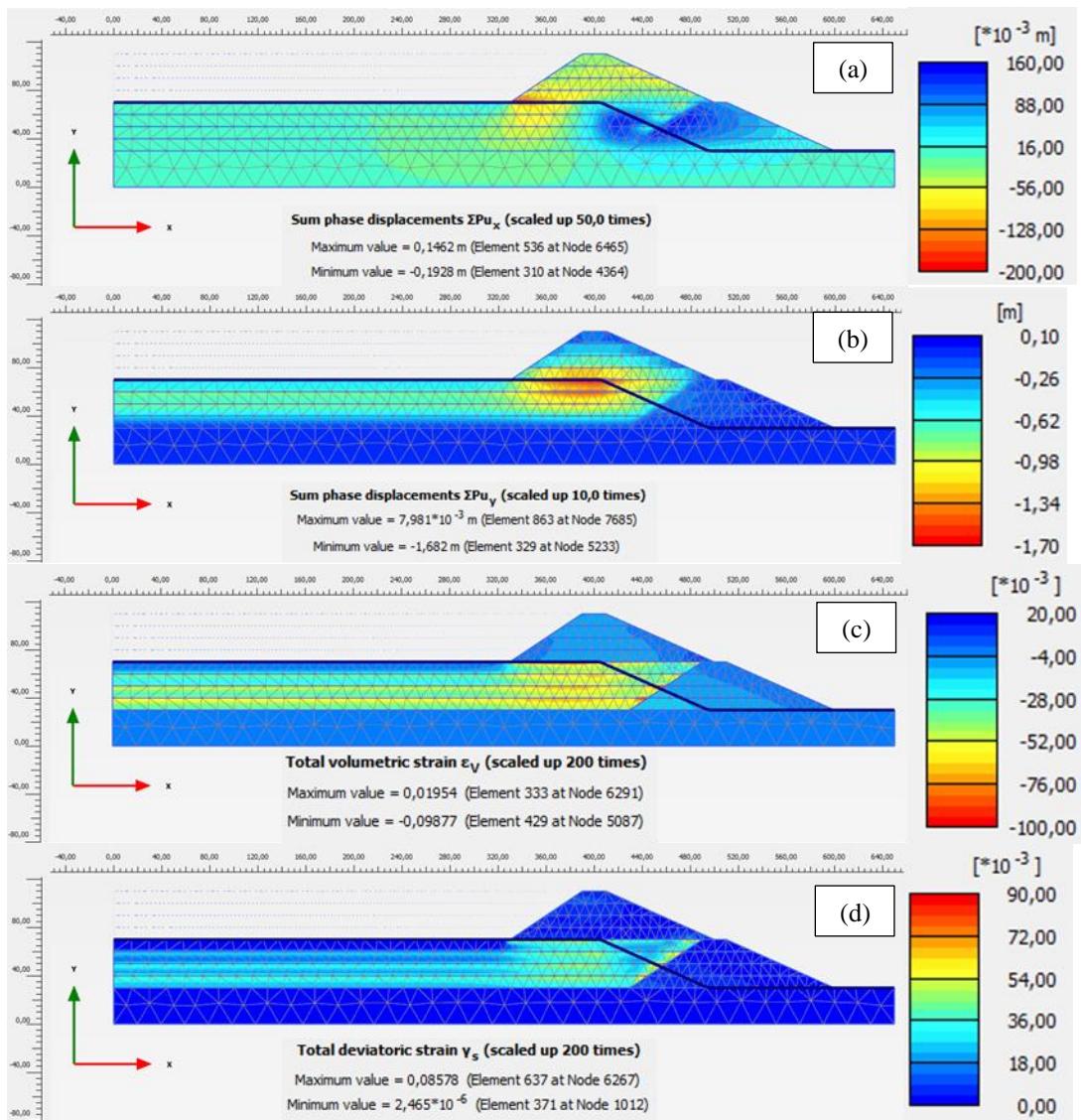


Figura 5.14 – Previsões HS - Fase de construção do alteamento (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.

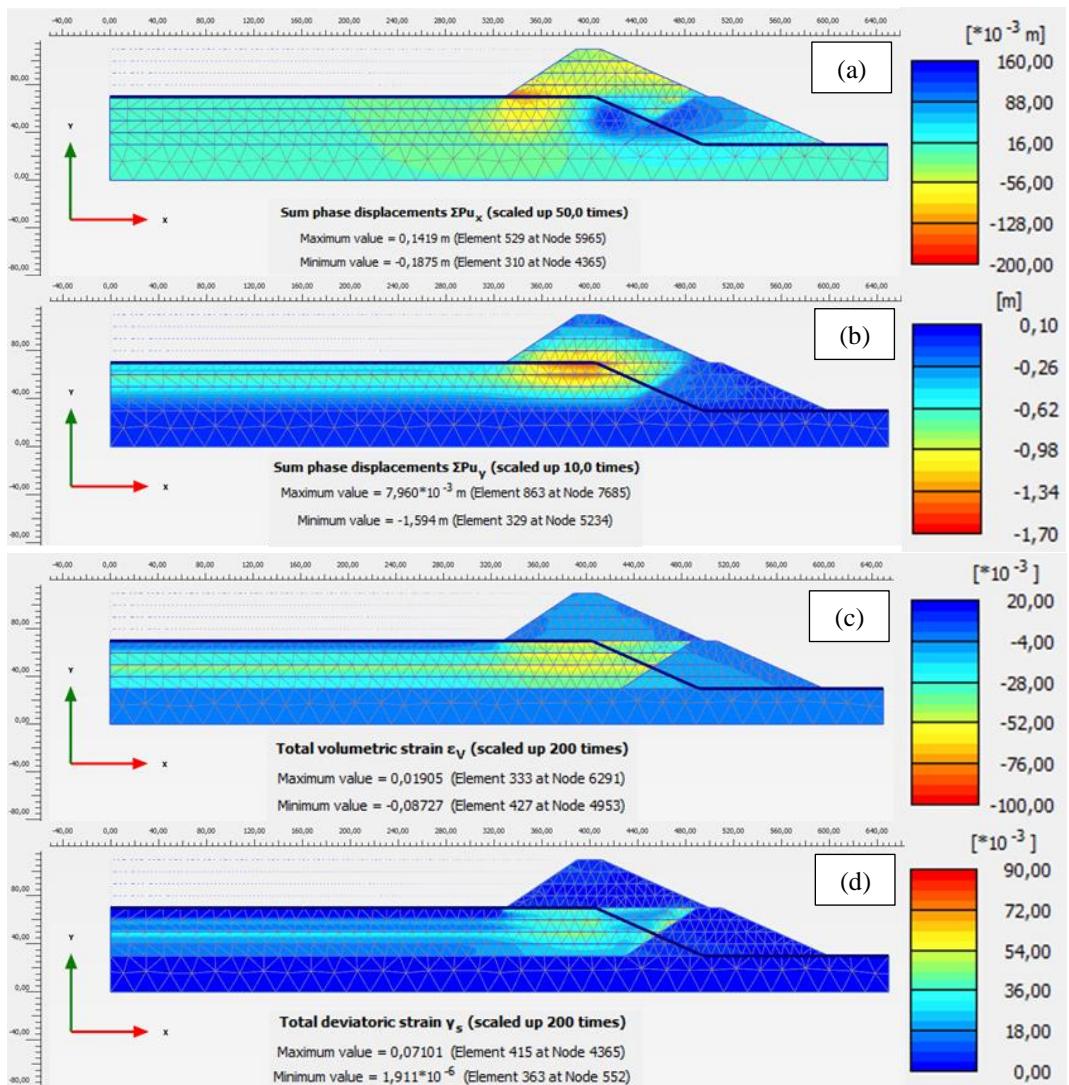


Figura 5.15 – Previsões CASM - Fase de construção do alteamento (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.

Na etapa final da geometria da barragem de rejeitos alteada a montante, a comparação das previsões de comportamento é apresentada Figura 5.16 e na Figura 5.17. Assim como nas fases anteriores, observa-se que o comportamento geral dos modelos converge para a fase analisada, com resultados bastante similares aos observados durante a construção do alteamento, conforme será descrito a seguir.

De modo geral, a configuração da geometria final da barragem revela uma concentração significativa de somatório dos deslocamentos horizontais da fase ($\sum P u_x$) positivos na região sob o alteamento e no paramento de montante do dique de partida, enquanto os deslocamentos negativos, menos acentuados, concentram-se próximos ao paramento de montante do talude do alteamento. Observa-se uma

clara semelhança na distribuição dos deslocamentos horizontais no reservatório de rejeitos, nos diques de partida e na fundação.

No modelo HS, os deslocamentos horizontais máximos e mínimos para esta fase foram de 0,1892 m e -0,1261 m, respectivamente. Para o modelo CASM, os valores foram de 0,2048 m e -0,1248 m. As figuras indicam que o somatório dos deslocamentos horizontais no rejeito pode sinalizar uma movimentação (início de uma superfície de ruptura) em ambos os modelos.

A geometria final da estrutura também apresentou valores de somatório de deslocamentos verticais da fase ($\sum P_{u_y}$) semelhantes aos da fase anterior, com máximos e mínimos de 0,008 m e -1,803 m no modelo HS, e de 0,008 m e -1,667 m no modelo CASM. Os valores máximos ocorrem na camada de rejeito localizada abaixo do alteamento, devido à indução de tensões nessa região.

Novamente, observa-se que ambos os modelos concentram os deslocamentos verticais negativos nas camadas superiores de rejeitos, com menores valores nas camadas superficiais, sendo que o modelo HS apresenta uma concentração mais acentuada em profundidade. Mais uma vez, destaca-se a semelhança na propagação dos deslocamentos verticais até os limites do reservatório, com valores próximos de -1,0 m para as camadas de rejeito.

Assim como na fase anterior, ambos os modelos se mostraram semelhantes na propagação dos deslocamentos verticais e horizontais para o dique de partida e a fundação.

O comportamento da variação volumétrica total (ϵ_v) seguiu o padrão observado no somatório dos deslocamentos verticais. As variações volumétricas totais de ambos os modelos estão na mesma ordem de grandeza, com valores mínimos de -0,1103 para o HS e -0,08937 para o CASM, correspondendo a 11% e 9% de deformação, respectivamente. Os valores máximos em ambos os modelos são praticamente nulos.

A mesma similaridade foi observada nas distorções angulares totais (γ_s), com valores máximos de 9% para o modelo HS e 7% para o CASM. Ambos os modelos exibiram a mesma distorção angular nos diques de partida e alteamentos, já que os parâmetros do material foram mantidos constantes nas análises.

Como esperado os valores máximos de distorções angulares (γ_s) estão localizados na região imediatamente abaixo do alteamento, devido à indução de tensões e à alta compressibilidade do material de fundação (rejeitos), o que resulta em deslocamentos de maior magnitude em comparação com outras áreas.

Em resumo, os valores comparados entre os dois modelos apresentaram magnitudes semelhantes, além de uma tendência de comportamento similar.

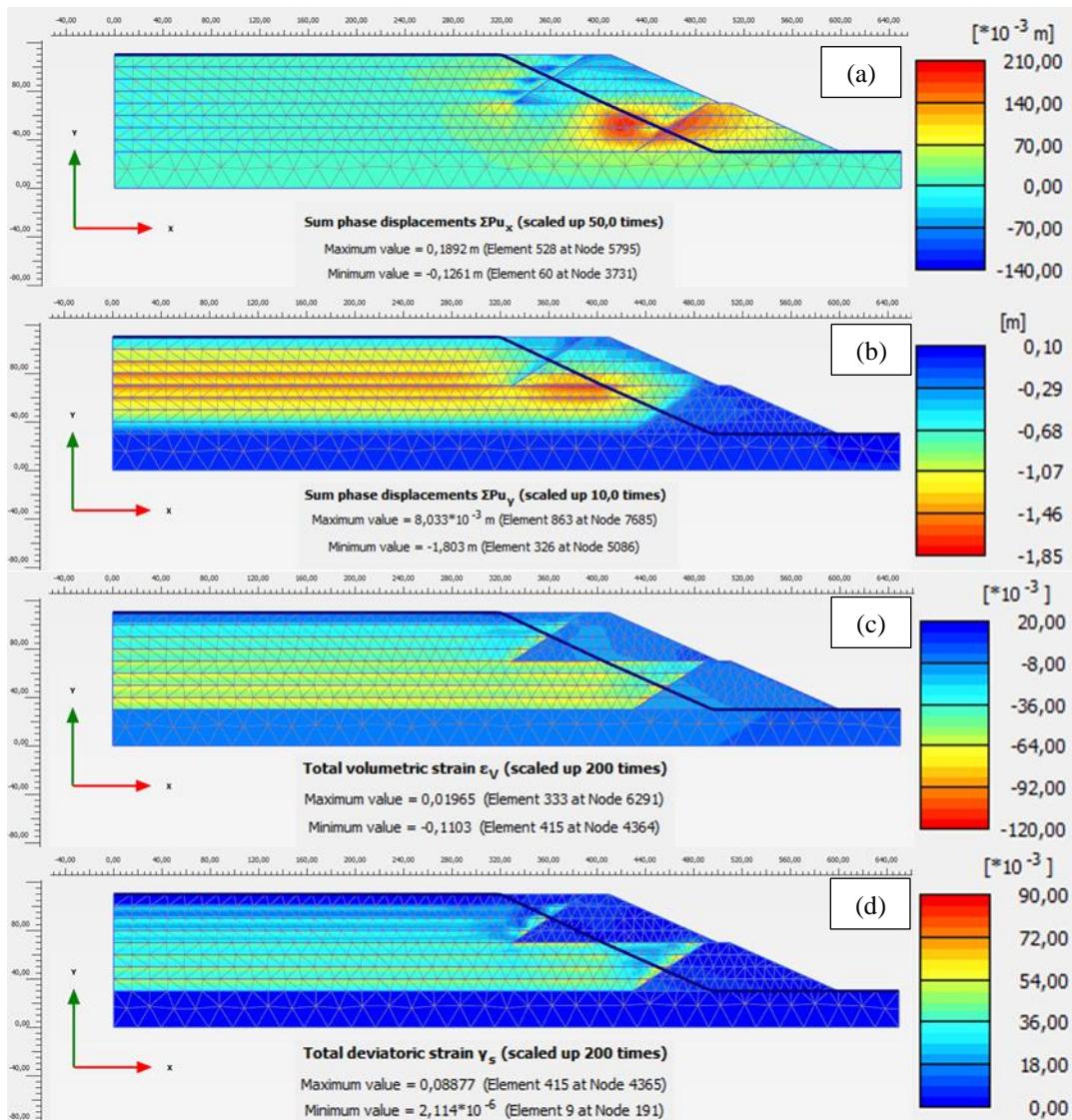


Figura 5.16 – Previsões HS - Condição final da estrutura (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.

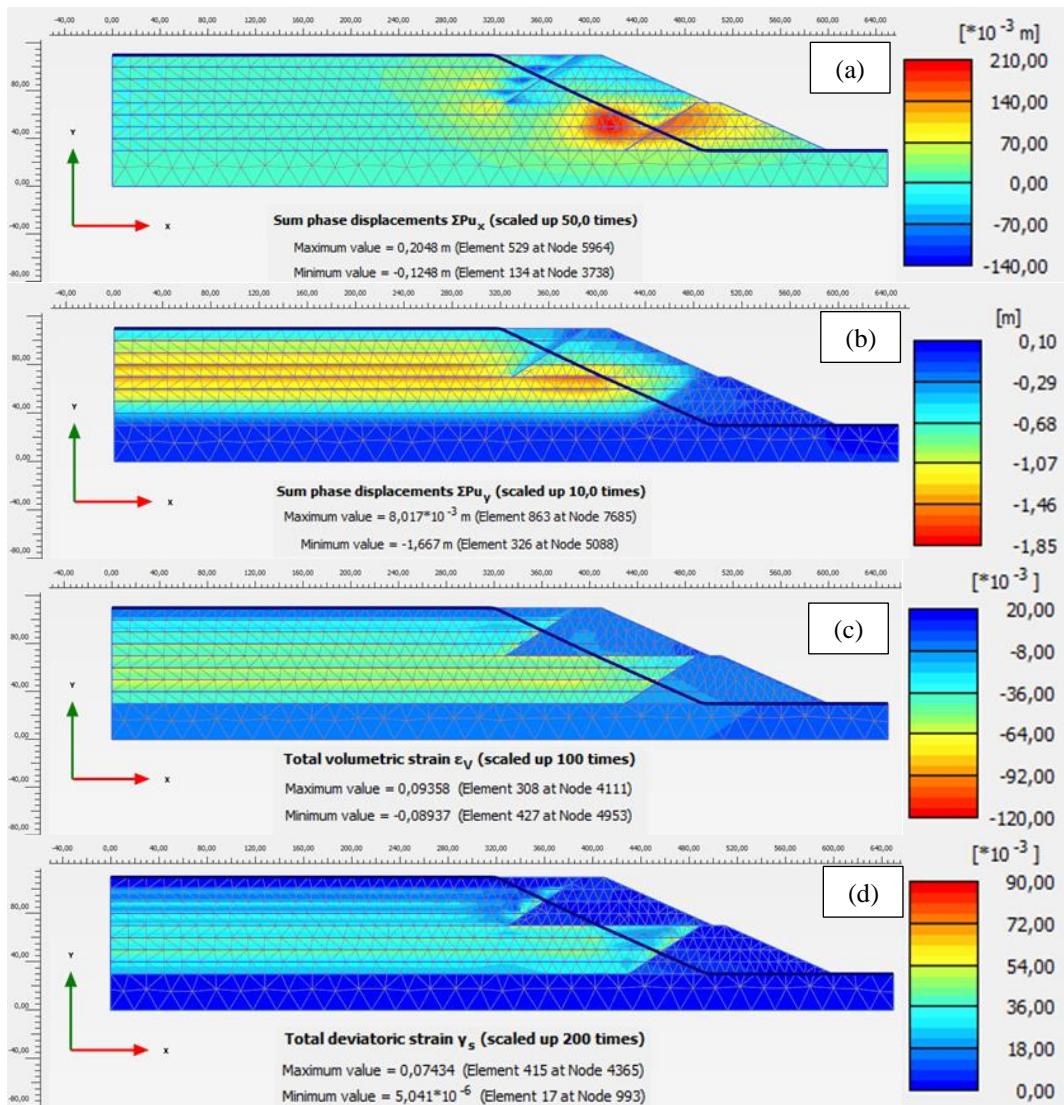


Figura 5.17 – Previsões CASM - Condição final da estrutura (a) Somatório dos Deslocamentos Horizontais da Fase, (b) Somatórios dos Deslocamentos Verticais da Fase (c) Deformação Volumétrica Total e (d) Deformação Cisalhante Total.

Por fim, através da análise comparativa entre os modelos constitutivos CASM e HS realizada no presente item, conclui-se que inicialmente a calibração realizada do modelo CASM para o modelo HS foi satisfatória, vide os comportamentos, valores de deslocamentos identificados e justificativas apresentadas.

Julga-se que o objetivo da comparação entre o modelo CASM com o modelo HS foi concluído com êxito e corrobora a implementação realizada na presente dissertação, devido ao fato do modelo HS ser amplamente reconhecido, utilizado para modelagem de barragens e abordado em diversas referências bibliográficas,

6.

Determinação do Fator de Segurança de um talude através de análise tensão-deformação

Com o CASM implementado e validado, nesse capítulo será proposta uma metodologia para avaliação do fator de segurança, tendo como fonte de inspiração o método de Sarma (1973) [1], adotando aceleração horizontal pseudo-estática e parâmetros modificados do CASM.

Na sequência são apresentadas informações adicionais sobre os parâmetros para análise, aspectos acerca da definição de fator de segurança fator de segurança, a concepção do método, condições inciais e metodologia para determinação do fator de segurança estático de um talude através de análise tensão-deformação.

6.1. Parâmetros - CASM

As constantes do modelo CASM do material utilizadas para avaliação do talude foram as mesmas utilizadas no capítulo anterior, com base no trabalho de Arroyo e Gens (2021) [23] para rejeitos grossos, resumidas na Tabela 6-1.

Tabela 6-1 – Parâmetros do Modelo CASM – Rejeitos Grossos.

Parâmetro	Unidade	Valor
γ_d	kN/m ³	22,0
γ_{sat}	kN/m ³	27,0
λ	-	0,040
κ	-	0,007
Γ	-	2,27
μ	-	0,30
n	-	7,5
r	-	5
α	-	1E6
M_c	-	1,40

O item 2.3.2 apresentou uma abordagem para definição da resistência não drenada de pico de materiais fofos (contráteis) através dos parâmetros do CASM e do parâmetro de estado inicial do material. Por esse motivo, o parâmetro de estado inicial do solo adotado foi de $\psi = 0,039$.

Além disso o parâmetro de estado de referência de acordo com os parâmetros acima adotados é $\psi_R = (\lambda - \kappa)lnr = (0,040 - 0,007)ln5 = 0,050$.

6.2. Fator de redução da resistência

A avaliação da estabilidade de taludes é geralmente quantificada com a utilização do fator de segurança, que está aproximadamente associado à confiabilidade de um projeto específico.

Há várias maneiras de definir fatores de segurança em termos de engenharia geotécnica, notoriamente se destacam o método dos valores admissíveis e o método dos valores de cálculo.

No método dos valores de cálculo, fatores de redução de resistência são aplicados ao longo dos parâmetros analisados, de forma que o fator de segurança global final da análise se dá por meio da combinação dos fatores de redução da resistência parciais da seguinte maneira:

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_m} \geq \gamma_f S_k = S_d \quad (6-1)$$

$$FS = \gamma_m \gamma_f \quad (6-2)$$

Os programas de métodos de elementos finitos na engenharia geotécnica geralmente implementam o método de redução $\phi' - c'$ que se assemelha com o método dos valores de cálculo e ao sistema de cálculo de fatores de segurança como convencionalmente adotado em análises de estabilidade de acordo com a seguinte equação:

$$\sum M_{sf} = \frac{\tan(\phi_{entrada})}{\tan(\phi_{reduzido})} = \frac{c_{entrada}}{c_{reduzido}} \quad (6-3)$$

6.3. Concepção do método

Este método, inspirado no trabalho de Sarma (1973) [1] e baseado no conceito de fator de segurança utilizando valores de cálculo, com fatores de redução da resistência parciais nos parâmetros do modelo, visa determinar o fator de segurança estático de um talude por meio do coeficiente pseudo-estático crítico (K_H) e da variação do parâmetro n do modelo CASM, com etapas descritas na sequência:

- **Definição dos parâmetros do CASM:** Primeiramente, os parâmetros do material do modelo CASM são definidos;
- **Variação do parâmetro n do modelo CASM:** À medida que o valor de n aumenta, a resistência não drenada de pico também aumenta. Para cada novo valor de n , compara-se a resistência não drenada de pico ajustada com a resistência inicial do modelo, e calcula-se o fator de redução da resistência para cada variação de n . Esse fator de redução representa a razão entre a resistência não drenada inicial e a resistência não drenada modificada;
- **Aplicação gradual do Coeficiente Pseudo-Estático (K_H):** Depois de ajustar o parâmetro n , aplica-se um coeficiente pseudo-estático horizontal (K_H) de forma gradual ao modelo. Esse coeficiente é incrementado progressivamente até que o modelo desenvolva superfícies de ruptura e falhe em convergir. Esse valor de K_H , no qual o modelo atinge o limite de estabilidade, é denominado K_H crítico;
- **Coleta de dados para cada valor de n :** Ao final dessa etapa, para cada valor de n , temos dois dados importantes: (i) o fator de redução da resistência associado à variação de n , e (ii) o valor de K_H crítico, obtido com a aplicação incremental de K_H até que o modelo atinja a não convergência;
- **Construção do Gráfico e Extrapolação:** Um gráfico é gerado relacionando os fatores de redução da resistência (devidos à variação do parâmetro n)

com os valores de K_H crítico. O objetivo é extrapolar essa relação para determinar o fator de segurança estático do talude. Para isso, a curva ajustada deve ser estendida até interceptar o eixo vertical, ou seja, até o ponto onde $K_H = 0$ (condição estática, sem forças pseudo-estáticas);

- **Ajuste da Equação Polinomial:** A extração é feita utilizando uma equação polinomial ajustada ao conjunto de dados, sendo que o coeficiente de determinação R^2 , deve ser próximo de 1, o que assegura a representatividade e precisão do ajuste. O valor do fator de segurança estático é dado pelo coeficiente independente da equação polinomial, representado pela constante “c”.

A Figura 6.1 exibe um resumo visual demonstrando como o coeficiente pseudo-estático (K_H) é aplicado no talude, mobilizando as resistências no ponto A até o desenvolvimento de superfícies de ruptura.

O gráfico resultante da relação entre os fatores de redução de resistência e os valores de (K_H) críticos é utilizado para extrapolar o fator de segurança estático, obtido quando $K_H = 0$

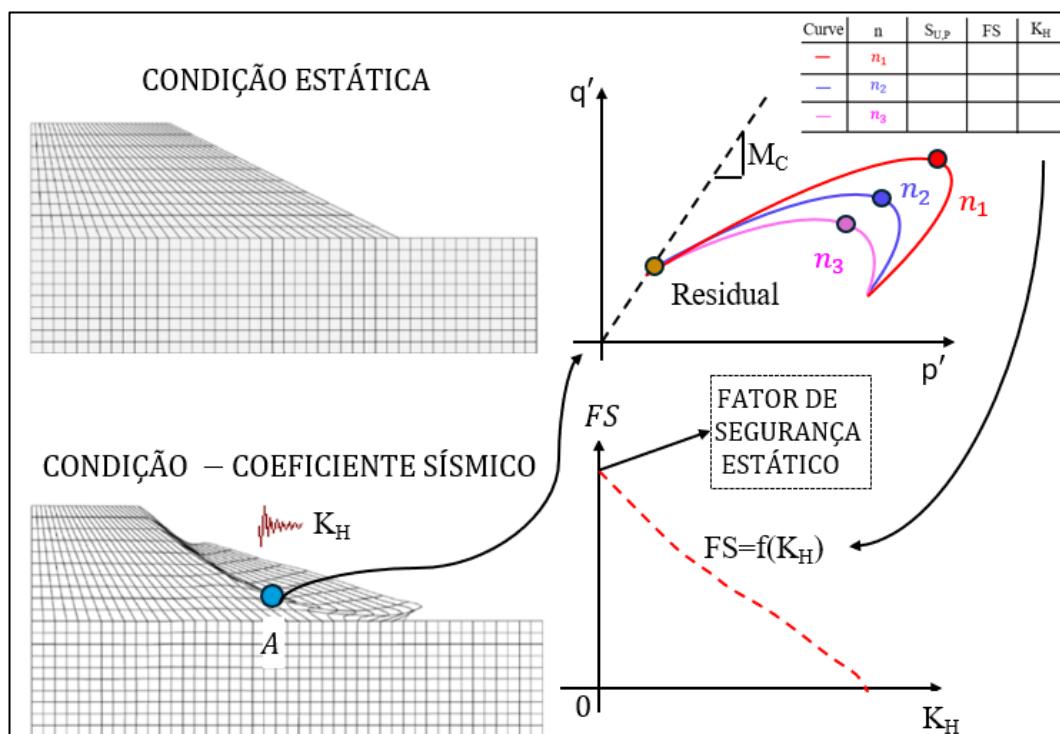


Figura 6.1 – Esquema do método para obtenção do fator de segurança do talude.

6.4.

Condições iniciais, seção analisada e malha

A Figura 6.2 mostra o modelo da seção de analisada, construído no software PLAXIS 8.2, que apresenta um talude de 5,0 m de altura e inclinação 5H:1V e condição de nível d'água, praticamente com a saturação total do talude. Como condições de contorno foram impostas apenas restrições de deslocamentos de deslocamentos verticais no contorno inferior do modelo.

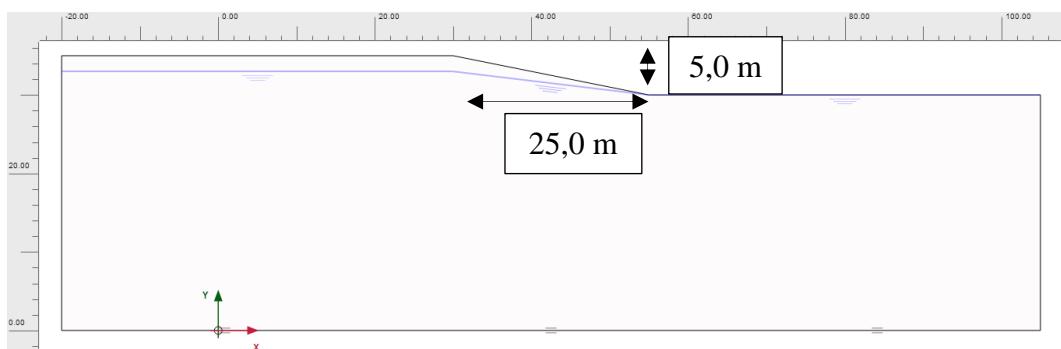


Figura 6.2 – Seção de Análise - Condição inicial: geometria e condições de nível d'água.

A malha de elementos finitos adotada tem 125 m de comprimento por 35 m de altura, é composta por elementos triangulares de 15 nós (Figura 6.3) e apresenta 2315 elementos e 18863 nós (Tabela 6-2).

Tabela 6-2 – Quantidade de elementos em malha para a seção analisada.

Quantidade de Elementos	Quantidade de Nós
2315	18863

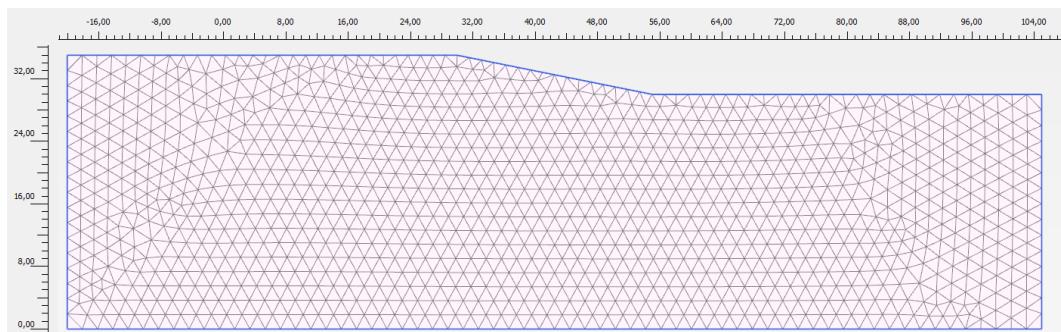


Figura 6.3 – Seção de Análise - Malha de elementos finitos.

Para obter os níveis de tensões das condições iniciais do talude e evitar adversidades na fase inicial devido as baixas tensões de confinamento que podem não convergir para o modelo CASM, nesta fase foi adotado o modelo constitutivo Mohr-Coulomb e cálculo das tensões através do método gravítico, utilizado para

camadas não horizontais. As tensões efetivas cartesianas provenientes da etapa inicial são expostas na Figura 6.4. O valor máximo da tensão efetiva cartesiana no eixo y foi de 601,9 kPa e para os eixos x e z 258,0 kPa.

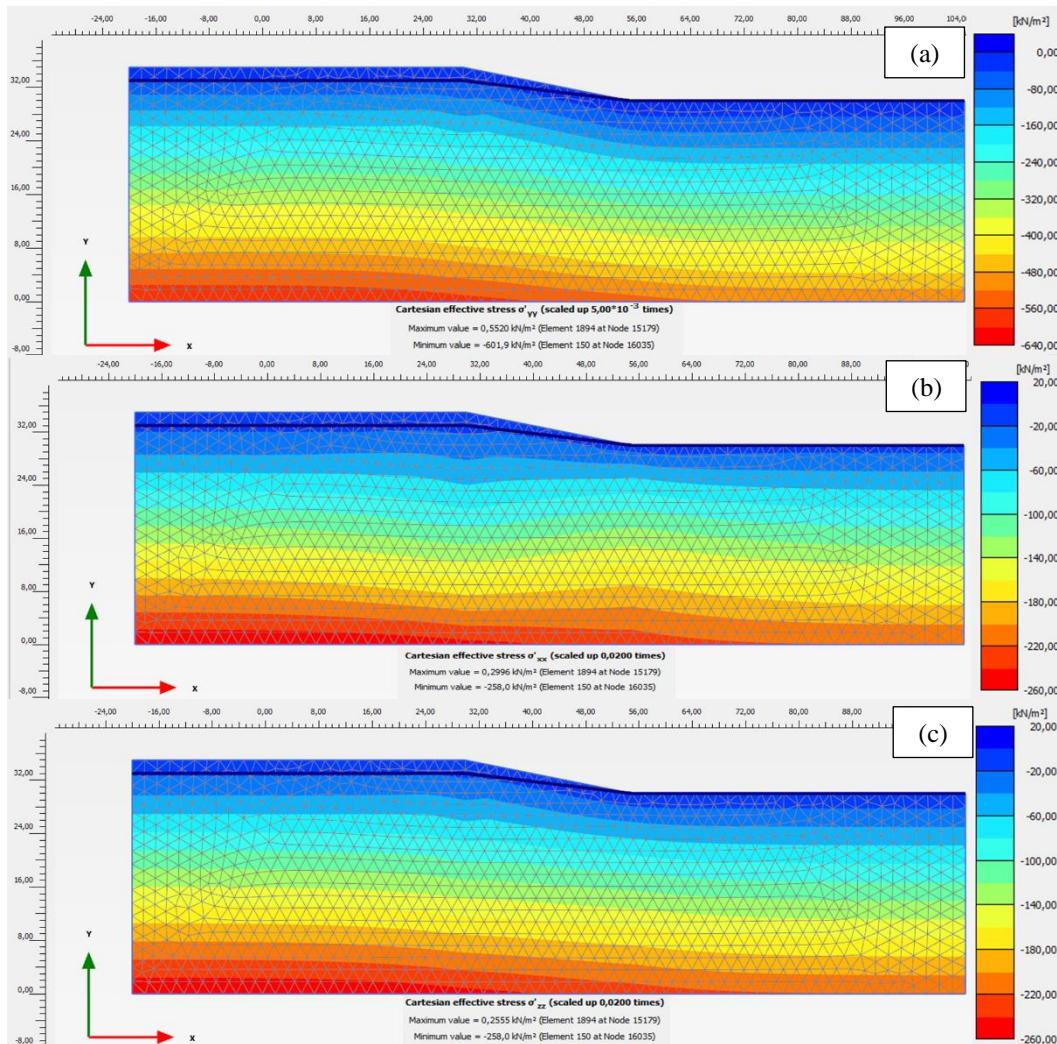


Figura 6.4 – Seção de Análise – Tensões efetivas cartesianas (a) verticais, (b) horizontais – x e (c) horizontais – z

6.5. Redução da resistência

A formulação da resistência não drenada de pico do modelo CASM foi apresentada no 2.3.2 através da equação (2-59). A partir desta equação serão determinados os fatores de redução de resistência (F_{RR}) do modelo CASM para o modelo CASM através da modificação do coeficiente de forma da superfície de escoamento (n), mantendo-se os demais parâmetros constantes.

O coeficiente de forma da superfície de escoamento do solo adotado para o presente item foi de 7,5 ($n = 7,5$), dessa maneira o fator de redução da resistência (F_{RR}) será obtido ao comparar a resistência não drenada de pico de entrada, referente ao coeficiente de forma de 7,5, com as demais resistências não drenadas de pico obtidas, da seguinte maneira:

$$F_{RR} = \frac{S_{u(pico)}(n = 7,5)}{S_{u(pico)}(n = variável)} \quad (6-4)$$

A Tabela 6-3 apresenta aos valores de razão de resistência não drenada S_u/σ'_v para os diferentes valores de coeficiente de forma da superfície de escoamento (n), obtida pela equação (2-59), além dos fatores de redução da resistência quando comparado ao valor de referência do coeficiente de forma da superfície de escoamento ($n = 7,5$) adotado.

Salienta-se que o fator de redução da resistência apresentou valores inferiores a unidade uma vez que a resistência não drenada de pico do coeficiente de forma de entrada do solo de 7,5 ($n = 7,5$) foi de 0,44 e com o aumento do n a resistência não drenada do modelo aumentou.

Por fim, destaca-se que a escolha por aumentar o coeficiente de forma n se dá de maneira ao modelo ter resistência mínima para convergência nas análises que serão realizadas, ao passo que com coeficiente de forma reduzido, menor que 7,5, o modelo não apresentou convergência.

Tabela 6-3 – Razão de resistência de pico e fatores de redução da resistência devido à redução da resistência do coeficiente da superfície de escoamento (n) – CASM.

Coeficiente de forma (n)	$\frac{S_{u,pico}}{\sigma'_v}$	Fator de Redução da Resistência
7,5	0,41	1,00
10	0,44	0,92
12,5	0,47	0,87
15	0,49	0,84
20	0,51	0,80
30	0,54	0,75

6.6.

Obtenção do fator de segurança estático do talude

Definida a condição inicial e os fatores de redução da resistência a partir da modificação do coeficiente de forma da superfície de escoamento (n) do CASM, inicialmente a seção foi analisada na condição não drenada através do modelo constitutivo CASM para o material do talude com diferentes valores coeficiente da superfície de escoamento (n), como mostra a Figura 6.5.

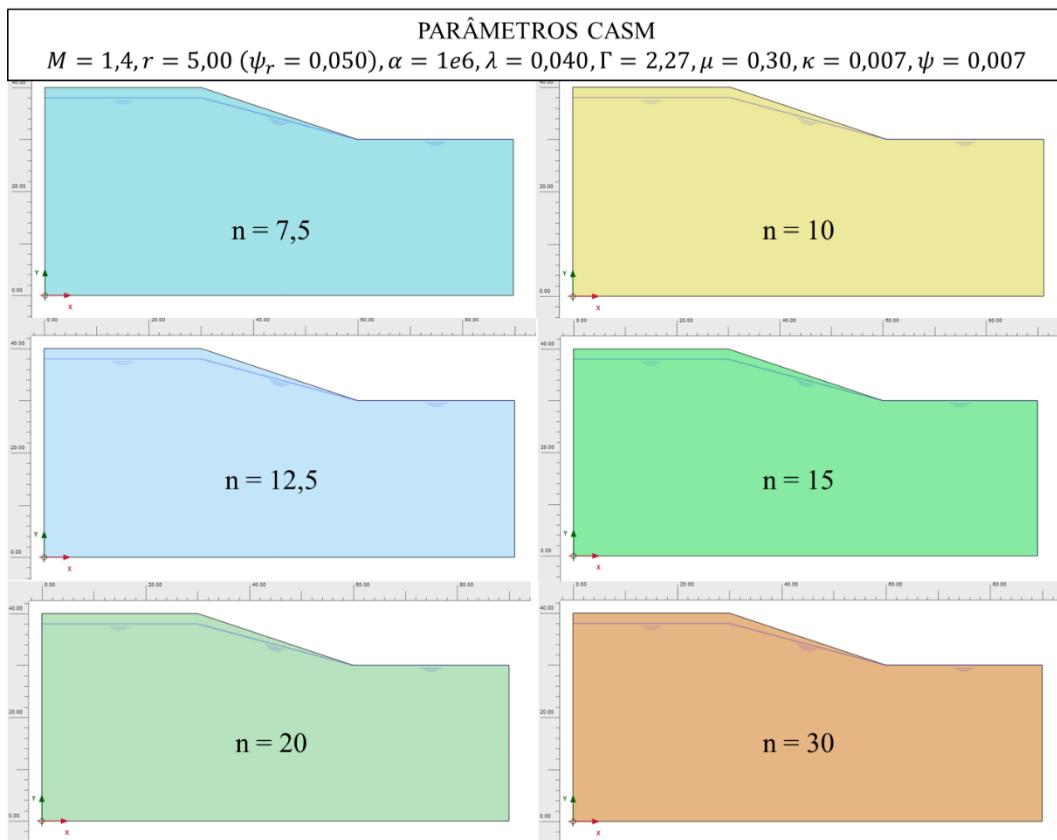


Figura 6.5 – Condições Analisadas - Parâmetros do CASM adotados e diferentes valores coeficiente de forma da superfície de escoamento (n).

A partir da inspiração do método de Sarma (1973) [1] para os diferentes cenários de fator de forma da superfície de escoamento (n) foram aplicados coeficientes pseudo-estáticos de maneira gradativa, sempre acrescentando 1/10 da aceleração pseudo-estática anterior, até a não convergência do modelo.

Ressalta-se que a não convergência do modelo pode estar atrelada a diferentes condicionantes, nos resultados buscou-se evidenciar potenciais superfícies de ruptura que possam vir ser mobilizadas. O método empregado depende fortemente da propagação dos deslocamentos e poropressões induzidas pela consideração do coeficiente pseudo-estático (K_H).

De forma adicional por apresentar uma não convergência os módulos dos deslocamentos que serão apresentados podem conter valores relativamente baixos para indicar uma mobilização completa da superfície de ruptura. A determinação do coeficiente pseudo-estático crítico para cada valor do coeficiente de forma da superfície de escoamento se deu de maneira a identificar o gatilho inicial da possível superfície que depois se desenvolveria por completo.

A Figura 6.6 e a Figura 6.7 mostram o módulo do deslocamento total ($|u|$) para os diferentes cenários de coeficiente de forma da superfície de escoamento (n) e os valores dos coeficientes pseudo-estáticos críticos para a não convergência do modelo para cada valor de n . A diferença entre as duas figuras é que a primeira as escalas foram mantidas a de cada cenário específico e a segunda as escalas foram padronizadas com base nos maiores valores obtidos para facilitar a comparação entre os cenários.

Como esperado, devido ao aumento da resistência não drenada, percebe-se que os valores dos coeficientes pseudo-estático críticos para não convergência do modelo são mais elevados de acordo com o aumento do valor de n . O mesmo comportamento é identificado para os deslocamentos totais, onde para os maiores valores de n , foram identificados os maiores deslocamentos totais. A Tabela 6-4 mostra o coeficiente de aceleração pseudo-estática crítica e o deslocamento total do modelo obtidos para cada valor do coeficiente de forma n .

Tabela 6-4 – Coeficiente de aceleração pseudo-estática limite (K_H) e deslocamento total de acordo com o coeficiente da superfície de escoamento (n) – CASM.

Coeficiente de forma (n)	Coeficiente de aceleração pseudo-estática crítica (K_H)	Deslocamento total (mm)
7,5	0,0070	2,506
10	0,0100	4,237
12,5	0,0140	5,906
15	0,0170	7,576
20	0,0220	13,69
30	0,0300	19,04

Nessas figuras estão destacadas as potenciais superfícies de rupturas que poderiam ser mobilizadas tanto no paramento do talude analisado quanto em profundidade.

Os valores de deslocamento encontrado são da ordem de milímetros, visto que o talude apresenta um desenvolvimento horizontal de 25,0 m e altura de 5,0 m é notório que a superfície de ruptura não ocorreu, entretanto, conforme indicado anteriormente, o objetivo da análise é identificar a não convergência do modelo para um determinado valor de coeficiente pseudo-estático, esse mencionado de crítico.

A não convergência do modelo faz com que a etapa de cálculo seja interrompida e não concluída, portanto, os valores absolutos dos deslocamentos podem não representar o valor real esperado.

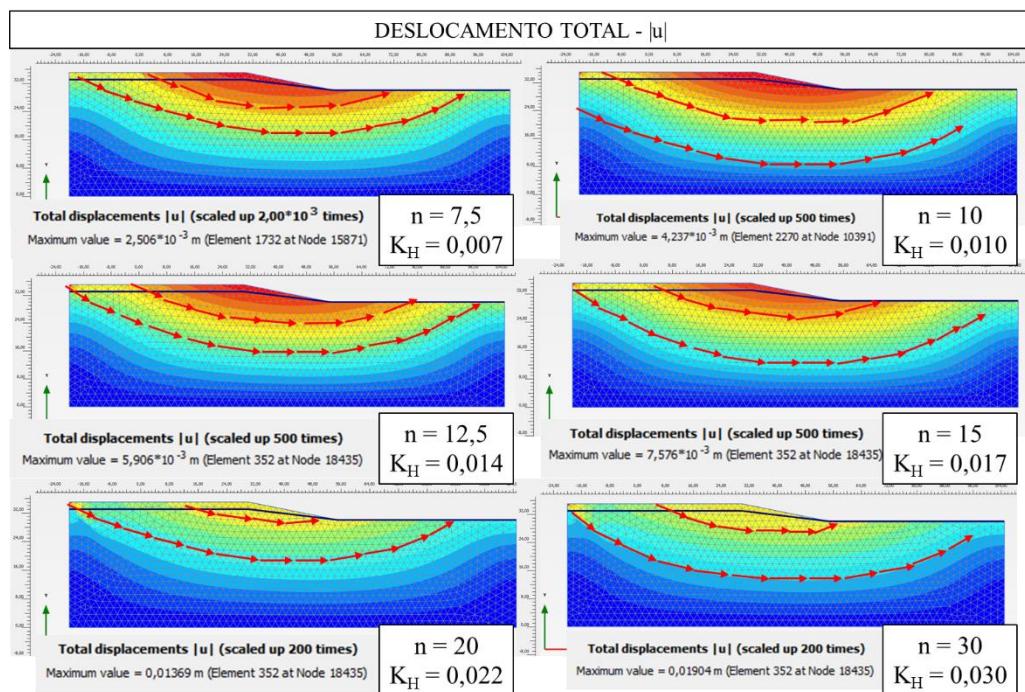


Figura 6.6 – Deslocamento total $|u|$ – Coeficientes de aceleração pseudo-estática críticos (K_H) - CASM - Diferentes valores coeficiente de forma da superfície de escoamento (n) – Escala Livre

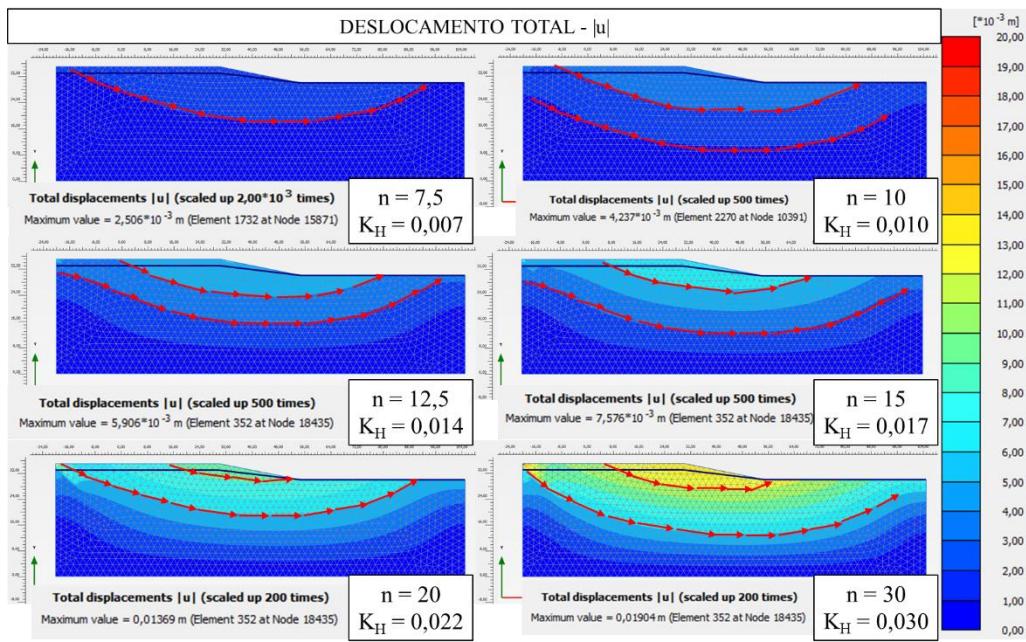


Figura 6.7 – Deslocamento total $|u|$ – Coeficientes de aceleração pseudo-estática críticos (K_H) - CASM - Diferentes valores coeficiente de forma da superfície de escoamento (n) – Escala Unificada.

A Tabela 6-5 resume os coeficientes de aceleração pseudo-estática críticos (K_H) alcançados para os cenários avaliados e os fatores de segurança referenciados no item 6.5, de acordo com o coeficiente de forma da superfície de escoamento (n).

Tabela 6-5 – Coeficiente de aceleração pseudo-estática crítico (K_H) e fator de segurança de acordo com o coeficiente da superfície de escoamento (n) – CASM.

Coeficiente de forma (n)	Fator de Redução da Resistência	Coeficiente de aceleração pseudo-estático crítico (K_H)
7,5	1,00	0,0070
10	0,92	0,0100
12,5	0,87	0,0140
15	0,84	0,0170
20	0,80	0,0220
30	0,75	0,0300

Baseado nos valores do fator de redução da resistência e dos coeficientes de aceleração pseudo-estática críticos foi possível gerar o gráfico exibido na Figura 6.8, que relaciona o coeficiente de aceleração pseudo-estática crítico com o fator de redução da resistência através da seguinte equação polinomial de tendência, com $R^2 = 0,9965$, representando uma ótima aderência da equação polinomial:

$$FS = -21827(K_H)^3 + 1586,4(K_H)^2 - 44,001(K_H) + 1,234 \quad (6-5)$$

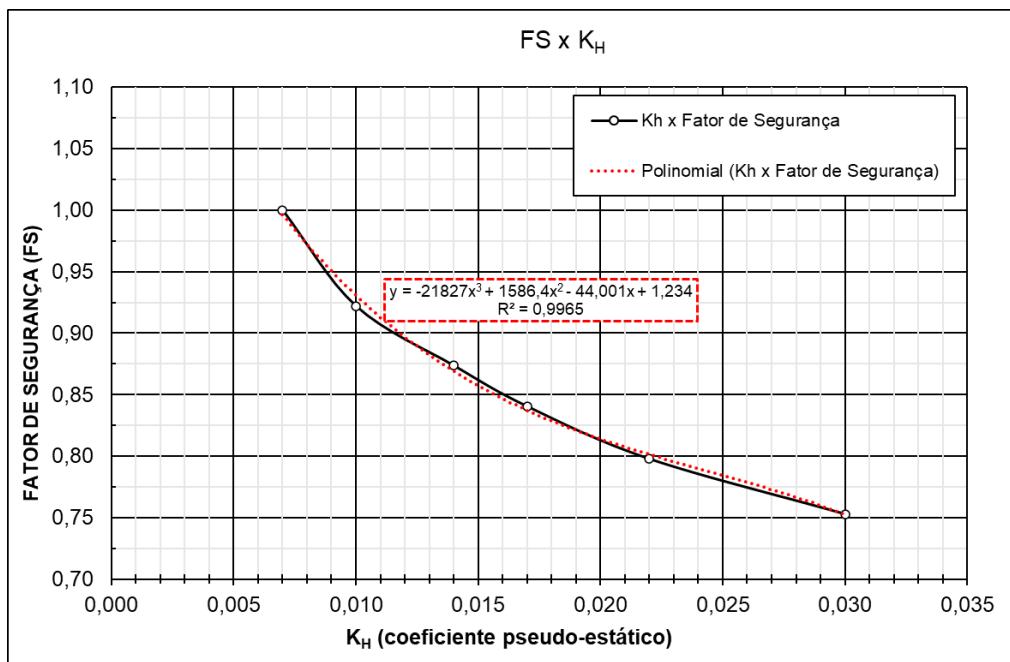


Figura 6.8 – Coeficiente de aceleração pseudo-estática crítico (K_H) x fator de segurança – Equação polinomial de tendência.

O fator de segurança estático da estrutura ocorre quando o coeficiente de aceleração pseudo-estática é nulo, ou seja, $K_H = 0$. Ao aplicar a condição na Equação (6-5), têm-se:

$$FS = 1,234 \quad (6-6)$$

Logo, conclui-se que foi possível determinar o fator de segurança estático do talude analisado através da análise de tensão-deformação inspirado no método de Sarma (1993) [1]. Importante destacar que a equação polinomial utilizada apresentou boa aderência ($R^2 = 0,9965$), para diferentes situações de análise, recomenda-se ajuste na equação polinomial, onde não necessariamente será uma função do terceiro grau.

Ressalta-se ainda que as condições de contorno e nível d'água para cada análise devem ser avaliadas individualmente para entender a aplicabilidade do método proposto, tendo em vista que esses aspectos possam apresentar uma desvantagem na obtenção dos coeficientes pseudo-estáticos limites e em comparação aos métodos clássicos para análises de estabilidade.

7 Conclusões

O trabalho descrito nesta dissertação teve como objetivo implementar o modelo constitutivo CASM (Clay and Sand Model) no software de elementos finitos PLAXIS 2D, além de determinar o fator de segurança de um talude por meio de análise tensão-deformação e comparar o modelo CASM com o modelo HS (hardening soil) para a construção de uma barragem de rejeitos alteada a montante.

Ao fazê-lo, cinco tópicos principais foram abordados, de maneira inicial foram revisadas criticamente as formulações fundamentais do modelo CASM, seus parâmetros e o processo de integração numérica das equações constitutivas.

Na sequência, o trabalho se concentrou na validação da implementação do modelo CASM comparando os resultados com trajetórias de ensaios triaxiais existentes na literatura, apresentando uma boa concordância, o que corrobora a eficácia do modelo para aplicação em materiais argilosos e arenosos nas condições drenadas e não drenadas.

Posteriormente, foi realizada a comparação entre os modelos CASM e HS para a construção de uma barragem de rejeitos alteada a montante. Por fim foi explanada a proposta a determinação do fator de segurança de um talude através da ideologia proposta por Sarma (1993) [1].

Os principais resultados obtidos durante esta pesquisa de mestrado estão resumidos a seguir, com observações finais e recomendações para trabalhos futuros.

O estado da arte do modelo constitutivo CASM e das integrações numéricas de equações constitutivas na plasticidade incluída nesta dissertação está longe de ser completo ou mesmo abrangente, mas pretende ser representativo para a implementação do modelo CASM. Inicialmente uma diferença importante em relação ao modelo CASM implementada no presente trabalho, comparado com o modelo original foi descrita, através da modificação do potencial plástico.

Dessa forma, durante a validação da implementação a modificação proposta do potencial plástico que introduziu o parâmetro α no modelo foi avaliada e apresentou boa aderência para aproximar as trajetórias dos ensaios obtidas com a implementação com as disponíveis na literatura. O trabalho culminou com a implementação do modelo CASM no software comercial de elementos finitos PLAXIS 2D.

Os resultados obtidos demonstraram que o modelo CASM é capaz de prever com precisão o comportamento tensão-deformação de solos sob condições drenadas e não drenadas, possibilitando a análise de possíveis modos de falha em estruturas geotécnicas.

O modelo CASM se comportou de maneira bastante similar ao modelo HS, bastante utilizado e conhecido na literatura, além de identificar aspectos para a construção de barragens de rejeitos alteadas a montante, sendo o mais notório a possível identificação de superfícies de ruptura. De maneira final, a aproximação polinomial usada para avaliar o fator de segurança também se mostrou satisfatória, sugerindo que o método proposto pode ser uma ferramenta útil para avaliar a estabilidade de taludes.

Apesar dos resultados positivos, algumas limitações foram identificadas. A principal delas se refere à simplificação dos parâmetros do modelo e da estrutura analisada feitas no presente trabalho, que podem não capturar todas as variabilidades de um cenário real.

Outra limitação identificada foi a variabilidade do método de fator de segurança proposto frente as condições de contorno que são adotadas no modelo numérico, para superar essa limitação devem ser avaliadas potenciais superfícies de ruptura de acordo com o aumento gradativo do coeficiente pseudo-estático (K_H) proposto no método para cada situação específica de modo a verificar a aplicabilidade do método.

Além disso, na implementação realizada na presente dissertação, o modelo CASM não permite que qualquer deformação plástica se desenvolva dentro da superfície limite de escoamento. Yu (1998) [2] ressalta que essa dificuldade pode ser facilmente superada introduzindo algumas deformações plásticas adicionais

dentro da superfície de escoamento. A penalidade é que tal modificação certamente exigiria mais algumas constantes do material, como proposto por Khong (2004) [13] no modelo denominado CASM-b.

7.1. Trabalhos futuros

Os estudos realizados nesta dissertação trataram da idealização, formulação, implementação, verificação do modelo constitutivo CASM, determinação do fator de segurança de um talude e comparação com o modelo constitutivo HS para a construção de uma barragem de rejeitos alteada a montante.

Um recurso adicional foi implementado, modificando o potencial plástico do CASM de acordo com o proposto por Cirone (2020) [3], com base nas relações tensão-dilatância de Nakai and Hinokio (2004) [4] e Kim e Lade (1998) [5].

Ainda são possíveis melhorias adicionais e considerações de modificações recentes no modelo CASM, como exemplo as modificações propostas por Khong, 2004) [13], que incluíram elasticidade não linear para argilas, influência da deformação plástica cisalhante no endurecimento (CASM-d), superfície delimitadora (CASM-b) e nova superfície de escoamento cíclica (CASM-c).

Em termos de melhorias no modelo CASM mais recentemente se destacam os notórios trabalhos de Arroyo e Gens (2021) [23] e Mánica *et. al.* (2021) [40] com a adição do comportamento viscoplastico que confere aos solos um comportamento que depende da fluência. O primeiro trabalhou abordou a análise de falha da Mina do Córrego do Feijão em Brumadinho e a identificação dos gatilhos de liquefação para explicação da ruptura ocorrida e o segundo realizou análises hidromecânicas acopladas para investigar o desencadeamento de liquefação devido aos efeitos de fluência ou taxa.

A partir da inclusão das melhorias citadas no modelo CASM, os resultados obtidos são cada vez mais satisfatórios para materiais argilosos e arenosos, além da identificação de potenciais gatilhos para liquefação. Essas melhorias só são possíveis devido ao avanço computacional e principalmente pelo entendimento do

modelo constitutivo. Baseado nessas melhorias, ainda pode ser realizado futuramente a expansão do estudo atual com a utilização do PLAXIS 3D, que permitiria analisar taludes e barragens de forma tridimensional, oferecendo uma visão mais completa das condições de estabilidade e comportamento do solo.

Para a validação desta dissertação foram utilizados dados de testes laboratoriais disponíveis na literatura e proposta de fator de segurança para uma geometria simplificada de um talude. Pesquisas futuras poderiam ser direcionadas para a aplicação dessa proposta para problemas geotécnicos de grande escala, principalmente relacionados a mineração e identificação de gatilhos, validar as previsões numéricas em relação aos dados de monitoramento de campo e realizar ensaios laboratoriais adicionais para calibrar modelo CASM em diferentes tipos de solo, ampliando sua aplicação em contextos geotécnicos variados e considerar efeitos como anisotropia e heterogeneidade do solo, proporcionando maior precisão nas análises.

Outro fato não abordado na presente dissertação para a avaliação da estabilidade do talude é a influência da precipitação ou a variação do nível freático que podem ser analisados e verificados como afetam a estabilidade de taludes utilizando o modelo CASM e posteriormente serem expandidos para estruturas geotécnicas mais complexas.

No contexto da análise de estabilidade proposta é interessante notar que por se tratar de um modelo constitutivo unificado para argilas e areias, o CASM pode ser considerado para os materiais de barragem de mineração.

Além da comparação com o modelo constitutivo HS, realizada na presente dissertação, o CASM poderia ser comparado com novos modelos constitutivos, como o NorSand e Cam-Clay, para diferentes tipos de solos, especialmente em estruturas críticas como barragens de rejeito.

Por fim, o modelo pode ser testado em outras situações geotécnicas, como fundações profundas, para avaliar sua robustez em diferentes contextos, de modo a comparar deslocamentos, tensões e deformações obtidos para essas estruturas com dados experimentais ou analíticos, caso disponíveis para verificar se o CASM é capaz de capturar o comportamento realista desses cenários.

8. Referências Bibliográficas

- [1] Sarma, S. K. Stability analysis of embankments and slopes. *Géotechnique* 23(3), 423-433, 1973.
- [2] Yu, H. S. CASM: A unified state parameter model for clay and sand. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 22(8), 621-653, 1998.
- [3] Cirone, A. Theory and implementation of constitutive models for geomaterials. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2020.
- [4] Nakai, T., & Hinokio, M.. A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters. *Soils and foundations*, 44(2), 53–70, 2004.
- [5] Kim, M. K., & Lade, P. V.. Single hardening constitutive model for frictional materials: I. plastic potential function. *Computers and Geotechnics*, 5(4), 307–324, 1988.
- [6] Roscoe, K. H., Schofield, A. N., Wroth, C. P.. On the yielding of soil. *Géotechnique* 8(1), 72-83, 1958.
- [7] Roscoe, K. H., Burland, J. B.. On the generalized stress-strain behaviour of wet clay. *Engineering Plasticity*, Cambridge University Press, Cambridge, 535-609, 1968.
- [8] Vermeer P. A.. A simple shear band analysis using compliances. Proc. IUT AM. Conf. on Deformation and Failure of Granular Materials, Delft, 493-499, 1982.
- [9] Gens, A., Potts, D. M.. Critical state models in computational geomechanics. *Engng. Comput.*, 5, 178-197, 1988.

- [10] Scott, R. F.. Constitutive relations for the soil: Present and future. Saada and Bianchinid (eds.), *Constitutive Equations for Granular Non-cohesive Soils* Balekama, 723-725, 1988.
- [11] Yu, H. S. *Plasticity and Geotechnics*. Springer New York, NY, 2006.
- [12] Yu, H. S., Zhuang P.-Z., and Mo P.-Q.. A unified critical state model for geomaterials with an application to tunnelling. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 11(3):464-480, 2019.
- [13] Khong, C. D. Development and numerical evaluation of unified critical state models. Thesis (PHD) University of Nottingham, Nottingham, 2004.
- [14] Van Eekelen, H. Isotropic yield surfaces in three dimensions for use in soil mechanics. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 4(1):89-101, 1980.
- [15] Cirone, A. *Formulação e Implementação de Modelos Constitutivos*. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2023.
- [16] Lagioia, R., Purzrin, A., Potts, D.. A new versatile expression for yield and plastic potential surfaces. *Computers and Geotechnics*, 19(3), 171-191, 1996.
- [17] Desai, C., Siriwardane, H. J.. *Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials*. Prentice-Hall, 1984.
- [18] Rowe, P. W.. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proc. Roy. Soc.* 267, 500-527, 1962.
- [19] Rowe, P. W.. Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soil. *Stress-strain behaviour of soils, Roscoe Memorial Symp.* Foulis, 143-194, 1972.
- [20] Been K., Jefferies M. G. and Hachey J. E.. The critical state of sands. *Geotechnique*, 37(3), 285-299, 1991.
- [21] Coop, M. R. and Lee, I. K.. The behavior of granular soils at elevated stresses. *Predictive Soil Mechanics, Wroth. Memorial Symposium*, Thomas Telford, London, 186-198, 1993.

- [22] Crouch R.S., Wolf J. P. and Dafalias Y.F.. Unified critical state bounding surface plasticity model for soil. Proc. ASCE, J. Engng. Mech., 120(11), 2251-2270, 1994.
- [23] Arroyo, M., Gens, A.. Computational analyses of Dam I failure at the Corrego de Feijao mine in Brumadinho Final Report. Universidade Politécnica da Catalunha, Barcelona, 561p., 2021.
- [24] Jefferies M. and Been K.. Soil Liquefaction: A Critical State Approach, Second Edition (2nd ed.). CRC Press, 2015.
- [25] Lade, P. V.. Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes. Journal of Geotechnical Engineering, 118(1):51-71, 1992.
- [26] Sloan, S. W.. Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations. International journal for numerical methods in engineering, 24(5), 893-911, 1987.
- [27] Sloan, S. W., Brooker, J. R.. Integration of Tresca and Mohr-Coulomb constitutive relations in plane strain elastoplasticity. International journal for numerical methods in engineering, 33(1), 163-196, 1992.
- [28] Sloan, S. W., Abbo, A. J., & Sheng, D.. Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control. Engineering Computations: Int J for Computer-Aided Engineering, 18(1-2), 121-194, 2001.
- [29] Dowell, M., Jarratt, P. (1972). The “Pegasus” method for computing the root of an equation. BIT 12, 503–508.
- [30] Crisfield, M. A. (1991). Nonlinear finite element analysis of solids and structures. Volume 1: Essentials.
- [31] Potts, D. M. e Gens, A.. A critical assessment of methods of correcting for drift from the yield surface in elasto-plastic finite element analysis. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 9, n° 2, pp. 149-159, 1985.

- [32] Ortiz, M., & Simo, J. C.. An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. International journal for numerical methods in engineering, 23(3), 353-366, 1986.
- [33] Bogacki, P. e Shampine, L.. A 3(2) pair of Runge – Kutta formulas. Applied Mathematics Letters, vol. 2, n° 4, 321-325, 1989.
- [34] Bishop, A. W. and Henkel, D. J.. The Measurement of Soil Properties in the Triaxial Test. Edward Arnold Publishers Ltd, London, 1957.
- [35] Jefferies, M. G.. Nor-sand: a simple critical state model for sand. Geotechnique, 43(1), 91-103, 1993.
- [36] Bishop, A. W.. Shear strength parameters for undisturbed and remoulded soil specimens, in: Stress Strain Behaviour of Soils, Roscoe Memorial Symposium, Foulis, 3-58, 1972.
- [37] Sasitharan, S., Robertson, P. K., Sego, D.C. and Morgenstern, N. R.. State boundary surface for very loose sand and its practical applications. Can. Geotech. J., 31, 321-334, 1994.
- [38] Bortolli, L., R., S.. Análise computacional de liquefação estática da barragem B1 na mina Córrego do Feijão em Brumadinho. Dissertação de Mestrado. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 167p., 2023.
- [39] Ledesma, O., Sfriso, A., Manzanal, D.. Procedure for assessing the liquefaction vulnerability of tailings dams. Computers and Geotechnics, 144(2022), 16p., 2022.
- [40] Mánica, M., Arroyo, M., Gens, A.. Effects of tailings viscosity on liquefaction triggering analyses. Research Gate. 11p., 2021.

Anexos

Anexo A

A.1. Derivadas da função de escoamento

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial f}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial f}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial f}{\partial M} \cdot \frac{\partial M}{\partial \sin 3\theta} \cdot \frac{\partial \sin 3\theta}{\partial \sigma_i}$$

$$\frac{\partial f}{\partial p} = - \left(\frac{q}{Mp} \right)^n \frac{n}{p} \ln r + \frac{1}{p}$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = n \left(\frac{q}{Mp} \right)^{n-1} \frac{\ln r}{Mp}$$

$$\frac{\partial f}{\partial M} = - \left(\frac{q}{Mp} \right)^n \frac{n}{M} \ln r$$

$$\frac{\partial f}{\partial p_0} = - \frac{1}{p_0}$$

$$\frac{\partial M}{\partial \sin 3\theta} = \frac{BM}{4 - 4B \sin 3\theta}$$

A.2. Derivadas dos invariantes de tensão

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma_i} = - \frac{1}{3} (1, 1, 1, 0, 0, 0)$$

$$\frac{\partial q}{\partial \sigma_i} = \frac{3}{2q} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_i}$$

$$\frac{\partial \sin 3\theta}{\partial \sigma_i} = \frac{J_3}{4} \left(\frac{3}{J_2} \right)^{5/2} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_i} - \frac{1}{2} \left(\frac{3}{J_2} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma_i}$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial \sigma_i} = (s_x, s_y, s_z, 2\tau_{xy}, 2\tau_{yz}, 2\tau_{xz})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_3}{\partial \sigma_i} = & \left((s_y s_z - \tau_{yz}^2 + J_2/3), (s_x s_z - \tau_{xz}^2 + J_2/3), (s_x s_y - \tau_{xy}^2 + J_2/3), \right. \\ & \left. 2(\tau_{yz} \tau_{xz} - s_z \tau_{xy}), 2(\tau_{xz} \tau_{xy} - s_x \tau_{yz}), 2(\tau_{xy} \tau_{yz} - s_y \tau_{xz}) \right) \end{aligned}$$

A.3. Derivadas do potencial plástico

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial g}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial g}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial \sigma_i}$$

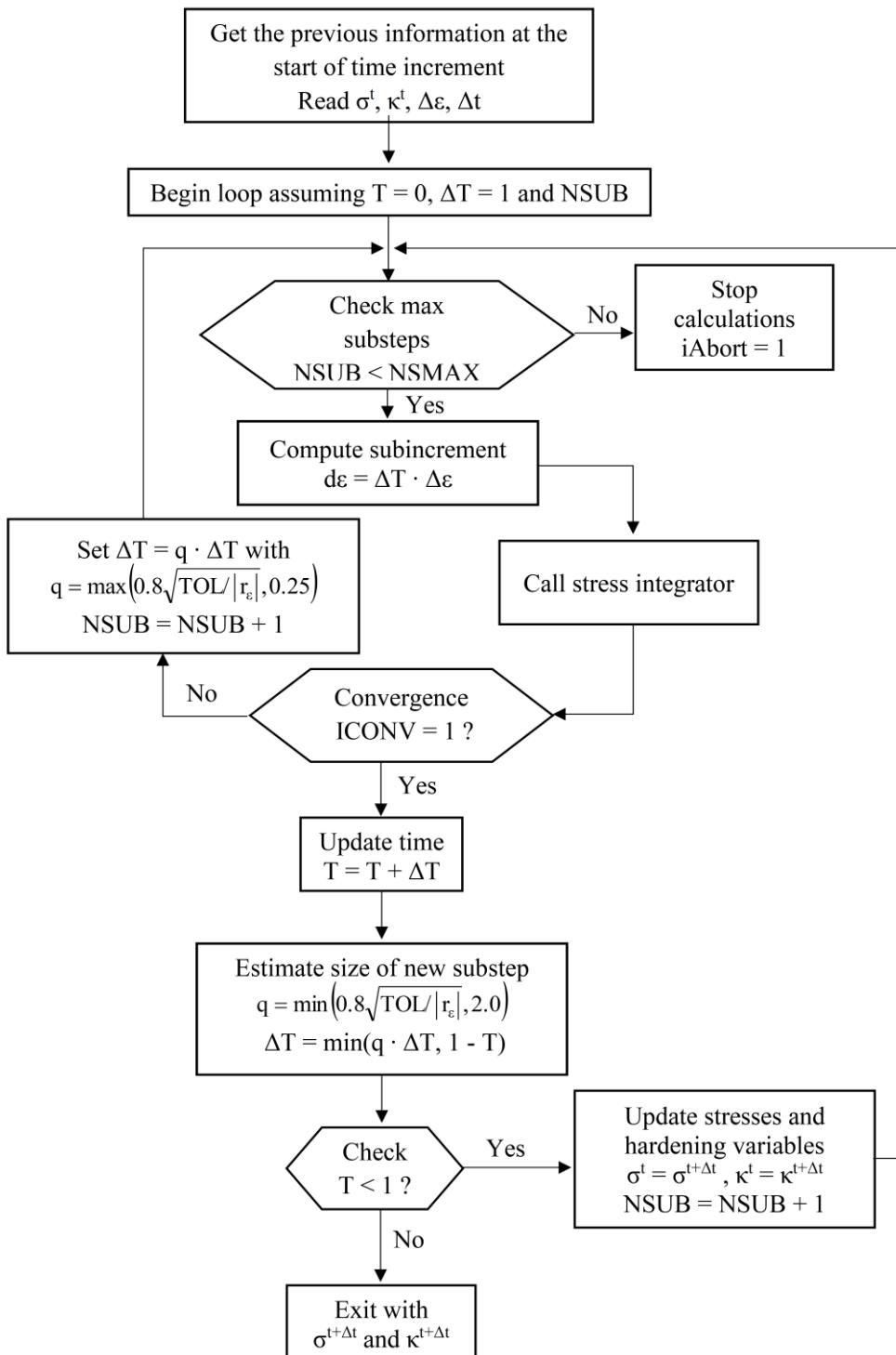
$$\frac{\partial g}{\partial p} = (M^2 - \eta^2)(\eta^2 + \alpha)$$

$$\frac{\partial g}{\partial q} = \beta\eta$$

A.4. Derivadas da lei de endurecimento

$$\frac{\partial p_0}{\partial \epsilon_v^p} = p_0 \frac{1+e}{\lambda - \kappa}$$

Anexo B – Algoritmo de subincrementação com controle automático de erro



Anexo C – Inicialização CASM

Na sequência são apresentadas as equações necessárias para inicialização do modelo, que foi baseada na pressão de pré-adensamento (p'_0) e do parâmetro de estado inicial (ψ_0):

$$1 + e_0 = \Gamma + \psi_0 - \lambda \ln p'$$

$$p'_0 = r p' \exp\left(-\frac{\psi_0}{\lambda - \kappa}\right)$$

$$p'_u = p' \exp\left(-\frac{\psi_0}{\lambda}\right)$$

No caso de RCL (referential consolidation line) sendo a NCL (normal consolidation line), tem se:

$$p'_{ocs} = p'_0 \exp\left(\frac{\epsilon_v^p}{\lambda^* - \kappa^*}\right)$$

Onde:

$$\epsilon_v^p = -\epsilon_v^e = -\kappa^* \ln\left(\frac{p_u}{p}\right)$$

$$\kappa^* = \frac{\kappa}{1 + e_0}$$

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{1 + e_0}$$

Então:

$$p'_u = p' \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda}\right)$$

$$\epsilon_v^p = -\epsilon_v^e = \kappa^* \ln\left(\frac{p}{p_u}\right)$$

$$r p'_u = p'_0 \exp\left(\frac{\epsilon_v^p}{\lambda^* - \kappa^*}\right)$$

$$p'_0 = r p'_u \exp\left(-\frac{\epsilon_v^p}{\lambda^* - \kappa^*}\right)$$

$$p'_0 = r p'_u \exp\left(-\frac{\kappa^*}{\lambda^* - \kappa^*} \ln\left(\frac{p}{p_u}\right)\right) = r p'_u \left(\frac{p_u}{p}\right)^{\frac{\kappa^*}{\lambda^* - \kappa^*}}$$

$$p'_0 = r p' \left(\frac{p_u}{p}\right)^{1 + \frac{\kappa^*}{\lambda^* - \kappa^*}} = r p' \left(\frac{p_u}{p}\right)^{\frac{\lambda^*}{\lambda^* - \kappa^*}}$$

$$p'_0 = rp' \left(\frac{p_u}{p}\right)^{\frac{1}{\Lambda}} = rp' \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda\Lambda}\right)$$

$$p'_0 = rp' \left(\frac{p_u}{p}\right)^{\frac{1}{\Lambda}} = rp' \exp\left(-\frac{\psi}{\lambda - \kappa}\right)$$

Onde:

$$\Lambda = \frac{\lambda^*}{\lambda^* - \kappa^*}$$