

**Rodrigo Simões Atherino**

**Um Modelo em Espaço de  
Estado para Estimativa de  
IBNR**

Revisitando De Jong & Zehnwirth

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**  
Programa de Pós-graduação em  
Engenharia Elétrica

Rio de Janeiro  
Março de 2005

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Rodrigo Simões Atherino**

**Um Modelo em Espaço de Estado para  
Estimativa de IBNR**

**Revisitando De Jong & Zehnwirth**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio

Orientador: Prof. Cristiano A. C. Fernandes

Rio de Janeiro  
Março de 2005



**Rodrigo Simões Atherino**

**Um Modelo em Espaço de Estado para  
Estimativa de IBNR**

**Revisitando De Jong & Zehnwirth**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Cristiano A. C. Fernandes**

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica — PUC-Rio

**Prof. Renato Martins Assunção**

Departamento de Estatística — UFMG

**Prof. Fernanda Chaves Pereira**

IAPUC — PUC-Rio

**Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho**

Departamento de Engenharia Elétrica — PUC-Rio

**Prof. José Eugênio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico —

PUC-Rio

Rio de Janeiro, 30 de Março de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Rodrigo Simões Atherino**

Graduou-se em Engenharia Elétrica com ênfase em Telecomunicações pela PUC-Rio, tendo realizado trabalhos de pesquisa na área de Processamento de Imagens, assim como em Mobilidade de Sistemas Celulares. Especializou-se na mesma instituição em Redes de Computadores. Trabalhou nas empresas Globalstar do Brasil na área de Sistemas de Comunicações Celulares via Satélite; na empresa Embratel, na área de Planejamento de Rede de Dados e Internet, e na empresa Telemar, na área de Outsourcing e Projetos Complexos de Telecomunicações.

#### Ficha Catalográfica

Atherino, Rodrigo

Um Modelo em Espaço de Estado para Estimativa de IBNR/ Rodrigo Simões Atherino; orientador: Cristiano A. C. Fernandes. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Engenharia Elétrica, 2005.

v., 62 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia Elétrica – Teses. 2. Modelos em Espaço de Estado. 3. IBNR. 4. Seguros. 5. Reservas Técnicas. 6. Reservas de Sinistros. 7. Filtro de Kalman. I. Fernandes, Cristiano A. C.. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

A meus pais Yolanda e Cristovão.  
Seu amor e carinho tornaram este trabalho possível.

## Agradecimentos

Ao amigo e professor Cristiano Fernandes, pelos comentários, críticas, sugestões e, principalmente, pela paciência, que muito me ajudaram na elaboração deste trabalho.

Ao amigo e colega Adrian “Master” Pizzinga, pelos valiosos comentários que contribuíram decisivamente na elaboração deste trabalho.

Ao também amigo e colega Giuliano “The Game” Lorenzoni, pelo apoio e incentivo que sempre foram de grande valia.

A Maria do Carmo Rosas e Silva, pela inestimável ajuda na revisão deste texto.

A PUC-RJ e a CAPES, pelo incentivo à pesquisa e pelo importante auxílio financeiro.

E em especial agradeço Mariana Rosas e Silva, pelo apoio, compreensão, paciência, e sobretudo carinho.

## Resumo

Atherino, Rodrigo; Fernandes, Cristiano A. C.. **Um Modelo em Espaço de Estado para Estimativa de IBNR**. Rio de Janeiro, 2005. 62p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta dissertação tem como objetivo principal a apresentação, discussão e implementação de um modelo de espaço de estado, derivado do modelo desenvolvido por De Jong & Zenhwirth[2], no cenário de estimação de reservas IBNR. O modelo visa obter uma distribuição para as reservas e seu desvio padrão, que permite obter um intervalo de confiança para a estimativa. Também são propostas extensões para o modelo.

## Palavras-chave

Modelos de Espaço de Estado; Filtro de Kalman; IBNR; Reservas em Seguros.

## Abstract

Atherino, Rodrigo; Fernandes, Cristiano A. C.. **A State Space Model for IBNR Reserve Estimation - revisiting De Jong & Zehnwirth**. Rio de Janeiro, 2005. 62p. MSc. Dissertation — Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The main purpose of this master thesis is the presentation, discussion and implementation of a state space model, derived from the De Jong & Zehnwirth model, on the IBNR Reserve estimation scenario. The model tries to obtain a distribution for the reserves and its standard deviation as well, allowing the confidence interval estimation. Extensions for the model are also discussed.

## Keywords

State Space Models; Kalman Filter; IBNR; Claims Reserving.

## Conteúdo

1	Introdução	11
2	Previsão de Reservas em Seguros	13
2.1	Introdução	13
2.2	Formato dos Dados – Triângulo de <i>runoff</i>	15
2.3	Método de estimação <i>Chain Ladder</i>	16
3	Modelos de Espaço de Estado e o filtro de Kalman	20
3.1	Introdução	20
3.2	A forma de Espaço de Estado	20
3.3	O filtro de Kalman	22
3.4	Testes e Diagnósticos	25
4	Modelo de Espaço de Estado para o Triângulo de <i>runoff</i> – a abordagem de De Jong & Zehnwirth	28
4.1	O Triângulo de <i>runoff</i>	28
4.2	Modelo Geral	29
4.3	Modelo Utilizado	37
5	Aplicações	42
5.1	Dados Utilizados	42
5.2	Aplicação do método <i>Chain Ladder</i>	43
5.3	Aplicação do Modelo de Espaço de Estado	44
6	Conclusões	56
	Referências Bibliográficas	58
A	Resultado das Estimações	61

## Lista de Figuras

5.1	Distribuição dos valores fixando-se $w$ (Dados AFG).	47
5.2	Função $\log L$ para os dados AFG.	47
5.3	Autocorrelação das Inovações – dados AFG.	50
5.4	Gráfico quantil-quantil dos quantis dos resíduos pelos quantis teóricos (Dados AFG).	51
5.5	Distribuição dos valores fixando-se $w$ (Dados DJZ)	51
5.6	Função $\log L$ para os dados DJZ.	53
5.7	Autocorrelação das Inovações – dados DJZ.	53
5.8	Gráfico quantil-quantil dos quantis dos resíduos pelos quantis teóricos (Dados DJZ).	55

## Lista de Tabelas

2.1	Pagamentos de sinistros realizados até 1995 (unidade milhar).	15
2.2	Pagamentos cumulativo de sinistros (unidade milhar).	16
2.3	Razões dos pagamentos acumulados de sinistros.	18
2.4	Pagamentos cumulativos projetados.	18
2.5	Reserva Estimada.	19
4.1	Triângulo de <i>runoff</i> .	28
5.1	Dívidas Gerais Facultativas (excluindo ambiental) do Estudo da Evolução Histórica de Perdas (1991 - unidade milhar de dólar)–AFG.	42
5.2	Triângulo de <i>runoff</i> para uma seguradora inglesa (unidade milhar de libra)–DJZ.	43
5.3	<i>Development factors</i> referentes aos dados AFG.	43
5.4	Reservas de AFG calculadas através do método <i>Chain Ladder</i> .	44
5.5	<i>Development factors</i> referentes aos dados DJZ.	44
5.6	Reservas de DJZ calculadas através do método <i>Chain Ladder</i> .	45
5.7	Triângulo de <i>runoff</i> completo para os dados AFG.	48
5.8	Resultado de teste de Jarque-Bera para os dados AFG.	48
5.9	Triângulo de <i>runoff</i> completo para os dados DJZ.	50
5.10	Resultado de teste de Jarque-Bera para os dados DJZ.	52
5.11	Previsão IBNR variando a função básica dos dados AFG.	53
5.12	Previsão IBNR para os diferentes modelos.	54
A.1	Estimação dos hiperparâmetros.	61
A.2	Evolução da estimação dos parâmetros (Dados DJZ).	61
A.3	Evolução da estimação dos parâmetros (Dados AFG).	62