



Anna Luiza de Moraes y Blanco de Mattos

**Protocolo de Injeção Linear com Platô para
Deslocamento Radial de Fluidos em uma
Célula de Hele-Shaw**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Rafael Menezes de Oliveira
Coorientador: Prof. Eduardo Olímpio Ribeiro Dias

Rio de Janeiro
maio de 2025



Anna Luiza de Moraes y Blanco de Mattos

**Protocolo de Injeção Linear com Platô para
Deslocamento Radial de Fluidos em uma
Célula de Hele-Shaw**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Rafael Menezes de Oliveira

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Eduardo Olímpio Ribeiro Dias

Coorientador

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Prof. Igor Braga de Paula

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

DSc. Geraldo Afonso Spinelli Martins Ribeiro

Petrobras – Petróleo Brasileiro S.A.

Rio de Janeiro, 9 de maio de 2025

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial do trabalho, é proibida sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Anna Luiza de Moraes y Blanco de Mattos

Graduou-se em Engenharia Mecânica e de Armamento pelo IME: Instituto Militar de Engenharia. Atuou como Engenheira Militar no Exército Brasileiro de 2005 a 2008 e como Engenheira de Petróleo na Petrobras desde 2008. Especializou-se em Engenharia de Petróleo pela UP-BA: Universidade Petrobras. Desenvolveu diversos projetos de Elevação e Escoamento em campos de petróleo operados pela Petrobras.

Ficha Catalográfica

MATTOS, Anna Luiza de Moraes y Blanco de

Protocolo de Injeção Linear com Platô para Deslocamento Radial de Fluidos em uma Célula de Hele-Shaw / Anna Luiza de Moraes y Blanco de Mattos; orientador: Rafael Menezes de Oliveira ; coorientador: Eduardo Olímpio Ribeiro Dias. – 2025.

56 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2025.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Método de Recuperação. 3. Interface. 4. Estabilidade Hidrodinâmica. 5. Célula de Hele-Shaw. 6. Dedos Viscosos. I. Menezes de Oliveira, Rafael. II. Olímpio Ribeiro Dias, Eduardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD: 620.11

Agradecimentos

Ao meu Orientador, Prof. Rafael Menezes de Oliveira, cujo profissionalismo e paciência tanto me ensinaram nos últimos 4 anos.

Ao meu Coorientador, Prof. Eduardo Olímpio Ribeiro Dias, pela contribuição inestimável à realização deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, Prof. Igor Braga de Paula e Geraldo Afonso Spinelli Martins Ribeiro, por sua disponibilidade para avaliar esta dissertação.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio, na pessoa de seus coordenadores, professores e funcionários, pelo excelente trabalho desenvolvido na formação de cada um de seus alunos.

A Carina Beline, pelo auxílio administrativo prestado.

Aos meus colegas, Fabiano Edson Carlos, Frederico Resende de Carvalho, Bruno Jorge Macedo dos Santos, Pedro Anjos, Maurício Lobo, Larissa Santos e Carlos Hollanda, pelo sincero companheirismo em todos os momentos.

Aos meus colegas da Petrobras, Ivan Noville Rocha Correa Lima, João Gabriel Carvalho de Siqueira, Paulo Henrique de Amorim Martins, Ricardo Fonseca Silveira, Oder Ana Souhami Belford Roxo, Marcelo Jorge Mendes Spelta, Alana Nascimento da Silva Bentevenga, Vinícios Prestes Morigi, Fernando Cesar Carvalhal Rocha, João Paulo Oliveira de Moraes, Lucila Massae Hayashi, Sergio Paulo Gomes Pinho, Lucas Buffon, Maicon Soder e Hendy Tisserant Rodrigues, por sua ajuda, orientação e amizade.

A meus gestores na Petrobras, Milena da Silva Maciel, Marco Antonio Guerra Pires, Jefferson Henschel, João Pedro Navarini e Daniel Tiago Muller, por me proporcionarem a oportunidade de desenvolver este trabalho.

À minha mentora, Marcia Cristina Khalil de Oliveira, por me motivar ao aperfeiçoamento e à superação de todos os obstáculos.

A meus pais e avós, por todo o exemplo e incentivo que me deram desde que nasci.

A César, Giselle, Larissa e Jack, que são o meu lar.

E, acima de tudo e de todos, a Deus, meu Criador e Salvador, que até aqui me tem sustentado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

MATTOS, Anna Luiza de Moraes y Blanco de; Menezes de Oliveira, Rafael; Olímpio Ribeiro Dias, Eduardo. **Protocolo de Injeção Linear com Platô para Deslocamento Radial de Fluidos em uma Célula de Hele-Shaw**. Rio de Janeiro, 2025. 56p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Investigamos o deslocamento radial de um fluido viscoso no interior de uma célula de Hele-Shaw horizontal e de geometria circular, promovido pela injeção de um fluido menos viscoso no centro da célula. Comparamos como diferentes protocolos de injeção afetam a instabilidade da interface entre os dois fluidos e a eficiência de deslocamento do sistema. Tais protocolos de injeção são modelados como funções lineares com platô, que apresentam vazão de injeção inicial nula e aumentam essa vazão de injeção linearmente com o tempo, até atingirem um platô. Este valor constante emula a máxima vazão de injeção possível, em um sistema industrial de produção de óleo que utiliza a injeção de fluidos no reservatório como método de recuperação. As simulações numéricas que rastreiam a evolução dos dedos viscosos na interface são interrompidas quando esta atinge uma distância radial pré-definida, análoga à distância entre os poços injetor e produtor. Resultados mostram que vazões de injeção mais baixas tendem a gerar um número reduzido de dedos viscosos, de menores amplitudes, consequentemente levando a maiores eficiências de deslocamento. Isso permite que um volume maior do fluido menos viscoso seja injetado na célula, antes que a distância radial pré-definida seja atingida. Por outro lado, vazões de injeção mais baixas requerem maior tempo de injeção, o que se traduz em aumento dos custos operacionais em um cenário de campo. Assim sendo, apresentamos uma estratégia para otimizar o protocolo de injeção linear com platô, que maximiza o lucro, tendo como alvo o aumento da eficiência de deslocamento, mas também considerando a perda de tempo e o aumento dos custos operacionais relacionados a essa otimização.

Palavras-chave

Método de Recuperação; Interface; Estabilidade Hidrodinâmica; Célula de Hele-Shaw; Dedos Viscosos.

Abstract

MATTOS, Anna Luiza de Moraes y Blanco de; Menezes de Oliveira, Rafael (Advisor); Olímpio Ribeiro Dias, Eduardo (Co-Advisor). **Linear-Plateau Injection Protocol for Radial Displacement of Fluids in a Hele-Shaw Cell**. Rio de Janeiro, 2025. 56p. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

We investigate the radial displacement of a viscous fluid inside a horizontal circular Hele-Shaw cell, driven by the injection of a less viscous fluid at the center of the cell. We compare how different injection protocols affect the instability of the interface between the two fluids and the displacement efficiency of the system. Such injection protocols are modeled as linear-plateau functions of time, which start from a null injection rate, and increase this injection rate linearly in time, until it reaches a plateau. This constant value emulates the maximum possible injection rate in an industrial oil production system that utilizes fluid injection into the reservoir as an improved oil recovery method. The numerical simulations that track the evolution of viscous fingering in the interface stop when they reach a predetermined radial distance, analogous to the distance between the injection and production wells. Results show that lower injection rates tend to generate a reduced number of viscous fingers, which have smaller amplitudes, consequently leading to greater displacement efficiencies. This allows for more volume of the less viscous fluid to be injected into the cell, before the predetermined radius distance is reached. On the other hand, lower injection rates require longer injection times, which translates into additional operational costs in an oilfield operation. We therefore present a strategy to optimize the linear-plateau injection protocol that maximizes profit, aiming at an increase of displacement efficiency, while also considering the losses of time and related increases in operational costs.

Keywords

Improved Oil Recovery Method; Interface; Hydrodynamic Stability; Hele-Shaw Cell; Viscous Fingering.

Sumário

1	Introdução	14
2	Metodologia	26
2.1	O escoamento na célula de Hele-Shaw como análogo ao escoamento em meio poroso	26
2.2	Descrição do problema físico: efeitos do contraste de viscosidade e da tensão interfacial efetiva sobre a estabilidade hidrodinâmica	28
2.3	Protocolo de injeção linear com platô	32
2.4	Função de ganho e parâmetros econômicos	34
2.5	Solução computacional do problema: integral de contorno baseada na formulação <i>vortex-sheet</i>	37
3	Resultados de Simulação	43
4	Considerações Finais	52
	Referências bibliográficas	54

Lista de figuras

Figura 1.1 Diagrama esquemático simplificado, representando as sucessivas interfaces entre os fluidos no interior do reservatório, em consequência da implementação de uma estratégia de injeção WAG.	16
Figura 1.2 Célula de Hele-Shaw pertencente ao Grupo de Reologia (GREO) da PUC-Rio.	19
Figura 1.3 Exemplo experimental de evolução de dedos viscosos na interface entre dois fluidos em uma célula de Hele-Shaw horizontal, circular e com a distância entre placas constante, apresentado por Oliveira <i>et al.</i> (2023) [7], para tempos de (a) 10s, (b) 20s, (c) 30s e (d) 40s.	19
Figura 1.4 Diagrama esquemático ilustrando um protocolo de injeção linear com platô.	23
Figura 2.1 Representação do sistema de coordenadas polares empregado para descrever o escoamento no interior da célula de Hele-Shaw de geometria circular.	27
Figura 2.2 Representação das variáveis necessárias à aplicação da Lei de Darcy ao fluxo radial em um meio poroso cilíndrico.	27
Figura 2.3 Diagrama esquemático simplificado, representando algumas das variáveis relevantes para o comportamento da interface entre os fluidos no interior da célula de Hele-Shaw.	28
Figura 2.4 Exemplo de análise de sensibilidade em função do contraste de viscosidade e da tensão interfacial efetiva, apresentado por Oliveira <i>et al.</i> [7]. Os tempos finais de simulação são: (a) 24,4, (b) 3,6, (c) 5,8, (d) 100, (e) 9,2, (f) 10,25, (g) 560, (h) 72, (i) 24,3 (j) 5300, (k) 220, (l) 411, (m) 10000, (n) 6800, e (o) 4000.	31
Figura 2.5 Diagrama esquemático simplificado, representando o comportamento da interface entre os fluidos no interior da célula de Hele-Shaw, considerando um protocolo de injeção linear com platô em que: (a) t_m é relativamente pequeno e (b) t_m é relativamente grande.	32
Figura 2.6 Diagrama esquemático representando dois protocolos de injeção linear com platô, para diferentes valores de t_m . O caso de referência, em vermelho, corresponde à injeção a vazão constante.	34
Figura 2.7 Histórico do preço do barril de Brent.	35
Figura 3.1 Resultados de simulação para diferentes valores de t_m , destacando o tempo final de simulação, $t = t_R$, e a área varrida final, A . Para todos os casos aqui mostrados, foi considerado que $A_\mu = 1$ $B = 0,0005$, $Q_{max} = 1$ e $R_f = 5$.	44

- Figura 3.2 Resultados de simulação para diferentes valores de t_m , considerando $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$, $Q_{max} = 1$ e $R_f = 5$: (a) $t_m = 0,0$, $t = t_R = 5,9$, $A = 40,3$; (b) $t_m = 4,0$, $t = t_R = 8,3$, $A = 43,3$; (c) $t_m = 15,0$, $t = t_R = 14,5$, $A = 47,6$; (d) $t_m = 100,0$, $t = t_R = 40,8$, $A = 55,5$; (e) $t_m = 300,0$, $t = t_R = 75,0$, $A = 62,1$; (f) $t_m = 600,0$, $t = t_R = 114,0$, $A = 71,2$. 46
- Figura 3.3 Resultados de simulação para $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$ e $R_f = 5$, mostrando a evolução da área varrida com o tempo, para diferentes protocolos de injeção, cada um deles definido por um valor específico de t_m . 47
- Figura 3.4 Resultados de simulação para $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$ e $R_f = 5$, mostrando: (a) raio do *viscous finger* mais longo em função do tempo de simulação, para diferentes protocolos de injeção, cada um deles definido por um t_m específico, seguindo o mesmo código de cores da Figura 3.3, e (b) área varrida, confinada no interior da interface, em função do raio do *viscous finger* mais longo, também para diferentes protocolos de injeção, seguindo o mesmo código de cores da Figura 3.3. 47
- Figura 3.5 Resultados de simulação para $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$, $Q_{max} = 1$ e $R_f = 5$, mostrando o tempo final de injeção, t_R , como uma função de t_m . 48
- Figura 3.6 Ganho líquido obtido como uma função de t_m , para $\alpha = 1$ e diferentes valores de β , conforme definido pela Equação 2-13. Em todos os casos mostrados neste gráfico, $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$ e $R_f = 5$. Somente valores positivos de ganho líquido são mostrados. 50
- Figura 3.7 Ganho líquido modificado, obtido como uma função de t_m , para $\alpha' = 1$ e diferentes valores de β' , conforme definido pela Equação 2-15. Em todos os casos mostrados neste gráfico, $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$, $Q_{max} = 1$ e $R_f = 5$. Somente valores positivos de ganho líquido são mostrados. 50

Lista de tabelas

Tabela 1.1 Valores típicos de viscosidade absoluta de fluidos, η , em condições de reservatório, levantados para três cenários, correspondentes a diferentes campos de petróleo brasileiros, e valores esperados de contraste de viscosidade, A_μ , nesses mesmos cenários, para diferentes configurações de injeção.

Lista de Símbolos e Abreviaturas

A	Área final varrida, em um dado protocolo de injeção linear com platô
A_U	Área final varrida, no caso referência
A_μ	Contraste de viscosidade
b	Distância entre as placas da célula de Hele-Shaw
B	Tensão interfacial efetiva
$\mathfrak{F}$	Transformada de Fourier
G_L	Ganho líquido associado a um determinado protocolo de injeção linear com platô
G'_L	Ganho líquido associado a um determinado protocolo de injeção linear com platô, em sua versão modificada
h	Espessura do meio poroso
H	Transformada de Hilbert
i	Unidade imaginária
k	Permeabilidade absoluta do meio poroso
L	Perímetro da interface
$\hat{n}$	Vetor unitário na direção normal à interface
p	Pressão
p_e	Pressão na periferia do meio poroso
p_w	Pressão com que o fluido injetado penetra o meio poroso
p_1	Pressão do fluido deslocado
p_2	Pressão do fluido injetado
P	Valor principal de Cauchy para uma dada integral
q	Vazão volumétrica instantânea de fluido injetado no meio poroso
Q	Vazão volumétrica instantânea de fluido injetado na célula de Hele-Shaw
Q_{max}	Máxima vazão de injeção disponibilizada pelo sistema
r	Raio ou coordenada radial em um sistema de coordenadas polares
r_e	Raio externo do meio poroso
r_{max}	Raio do maior <i>viscous finger</i> na interface em um dado instante
r_w	Raio do poço injetor
$\mathcal{R}$	Raio perturbado da interface
R	Raio não-perturbado da interface
$\Re$	Parte real de um número complexo
R_f	Raio limitante para evolução da interface
R_0	Raio inicial não-perturbado da interface
s	Comprimento de arco
$\mathbf{s}$	Comprimento de arco em sua forma vetorial
$\hat{s}$	Vetor unitário na direção tangencial à interface
t	Tempo
t_m	Tempo de injeção necessário ao atingimento da máxima vazão disponibilizada pelo sistema, em um dado protocolo de injeção linear com platô
t_R	Tempo final de evolução da interface, em que o raio limitante do sistema

é atingido

t_U – Tempo final de evolução da interface no caso de referência

T – Componente tangencial da velocidade da interface

$\mathbf{u}_1$ – Vetor velocidade do fluido deslocado

$\mathbf{u}_2$ – Vetor velocidade do fluido injetado

U – Componente normal da velocidade da interface

v – Velocidade

$\vec{v}$ – Vetor velocidade

v_r – Componente radial da velocidade em coordenadas polares

$\mathbf{W}$ – Vetor velocidade da interface

WAG – *Water-Alternating-Gas*

x – Abcissa em um sistema de coordenadas cartesianas

$\mathbf{X}$ – Vetor que descreve a posição da interface

y – Ordenada em um sistema de coordenadas cartesianas

z – Número complexo que descreve a posição da interface

α – Parâmetro associado à receita, na definição da função de ganho

α' – Parâmetro associado à receita, na definição da função de ganho modificada

β – Parâmetro associado ao custo, na definição da função de ganho

β' – Parâmetro associado ao custo, na definição da função de ganho modificada

γ – *Vortex-sheet* após adimensionalização

$\tilde{\gamma}$ – *Vortex-sheet*

ΔA – Ganho de área varrida associado a um determinado protocolo de injeção linear com platô

Δt – Ganho de tempo total de injeção associado a um determinado protocolo de injeção linear com platô

ϵ – Variável de parametrização da curva que descreve a interface no plano horizontal; ângulo azimutal

ζ – Perturbação da interface

ζ_0 – Perturbação inicial da interface

η – Viscosidade dinâmica ou absoluta do fluido

η_1 – Viscosidade dinâmica do fluido deslocado

η_2 – Viscosidade dinâmica do fluido injetado

θ – Coordenada angular em um sistema de coordenadas polares

ϑ – Ângulo tangencial

κ – Curvatura da interface, confinada ao plano horizontal

σ – Tensão interfacial entre dois fluidos

φ – Coordenada angular em um sistema de coordenadas polares

∇ – Gradiente

Nenhuma pessoa que valoriza a originalidade jamais será original. No entanto, tente falar a verdade como você a vê, tente fazer cada parte do seu trabalho tão bem quanto possível, pelo trabalho em si, e aquilo que as pessoas denominam originalidade surgirá sem que seja buscado.

C. S. Lewis, *O Peso da Glória*.

1

Introdução

No contexto da Engenharia de Petróleo, Thomas [1] define os métodos de recuperação como uma série de processos, artificialmente introduzidos em campo, com a finalidade de obter produção de óleo maior do que a que seria esperada, caso a única fonte de energia disponível para promover tal escoamento fosse o próprio reservatório. Rosa *et al.* [2] distinguem os métodos de elevação artificial dos métodos de recuperação, pois aqueles atuam pontualmente no comportamento de poços produtores e de sistemas de coleta submarinos, enquanto estes adicionam energia ao reservatório em si. Desta maneira, a aplicação de métodos de recuperação tende a aumentar a eficiência de recuperação e a antecipar a produção de hidrocarbonetos, afetando o desempenho do reservatório como um todo.

A título de exemplo, dentre os métodos de recuperação mais comuns na exploração de óleo e gás, destaca-se a injeção de fluido no interior do reservatório, através de poços selecionados para essa finalidade, de modo a aumentar a pressão média no meio poroso. Esse aumento de pressão favorece o deslocamento do fluido residente até os poços produtores, sendo que este fluido produzido é paulatinamente substituído pelo fluido injetado no interior dos poros da rocha reservatório.

A indústria de óleo e gás conta hoje com uma variada gama de métodos de recuperação consagrados, tanto convencionais quanto especiais.

Um método convencional de recuperação caracteriza-se pela injeção de fluidos que não apresentam qualquer interação química ou termodinâmica com os fluidos ou rochas presentes no reservatório. Trata-se de um processo de deslocamento imiscível envolvendo dois fluidos diferentes, o fluido deslocante (ou injetado) e o fluido deslocado (ou produzido). Nesta categoria se enquadra a injeção contínua de água para o aumento da produção de hidrocarbonetos, conforme apontado por Thomas [1].

Em contrapartida, métodos especiais de recuperação admitem a injeção de fluidos miscíveis com o fluido de reservatório. É o que ocorre na injeção contínua de gás natural ou de gás carbônico em campos produtores de óleo, mencionada por Rosa *et al.* [2], permitindo a interação de tais gases com os fluidos ou rochas presentes no reservatório.

Um método especial de recuperação que vem ganhando espaço na indústria de óleo e gás brasileira, desde o início da produção do pré-sal da Bacia de Santos, é denominado *Water-Alternating-Gas Injection*, *WAG Injection* ou, simplesmente, injeção *WAG*. É usualmente aplicado em cenários onde tratar e exportar todo o gás produzido se mostra menos vantajoso que aproveitar parte desse gás para reinjeção no reservatório, de modo a minimizar sua depleção.

É o caso, por exemplo, de vastas porções dos campos *offshore* de Mero e Búzios, atualmente operados pela Petrobras. Em seu artigo, da Rosa *et al.* [3] observam que, na maioria dos casos mundialmente reportados na literatura, a injeção *WAG* foi aplicada como técnica de recuperação terciária, ou seja, como um complemento posterior a outros métodos de recuperação, em campos já maduros, ao passo que, somente nas aplicações mais recentes do Mar do Norte, o método *WAG* foi aplicado no início da vida do campo, como método de recuperação secundária. No Brasil, a Petrobras vem seguindo essa tendência mais recente e aplicando o método *WAG* como técnica de recuperação secundária, sendo que, em determinadas áreas do campo de Búzios, espera-se realizar, desde o início da vida produtiva, a modalidade de injeção conhecida como *WAG-CO₂* – uma variante do método *WAG* em que o gás injetado contém elevados teores de gás carbônico em sua composição, geralmente como consequência da composição do fluido originário do reservatório.

Uma variante muito utilizada deste método consiste em estabelecer ciclos de injeção de água e gás em um mesmo poço injetor, alternando entre esses dois fluidos em períodos pré-determinados. Em um campo produtor dotado de vários poços injetores, essa variante se mostra mais flexível, em termos de estratégia de gerenciamento de reservatório, do que utilizar alguns poços exclusivamente para injeção de água e outros exclusivamente para injeção de gás, ou do que injetar somente água no início da vida produtiva e somente gás quando o campo já se encontra maduro.

Um exemplo de esquema de injeção *WAG* seria, em um dado poço injetor, injetar gás por 6 meses, então usar o mesmo poço para injetar água por outros 6 meses e repetir este procedimento, ao longo de vários anos. O resultado de tal esquema, no interior do reservatório e nas proximidades de cada poço injetor, seria a formação de sucessivas interfaces entre os fluidos envolvidos no processo, como esquematizado na Figura 1.1, sendo que, considerando-se o campo como um todo, seria possível estabelecer simultaneamente a injeção de gás em alguns poços e a injeção de água em outros. Além disso, o gás natural empregado poderia ou não incluir gás carbônico em sua composição, um fator significativo para a implementação concomitante de estratégias de captura de

carbono, eventualmente motivadas por preocupações de fundo ambiental.

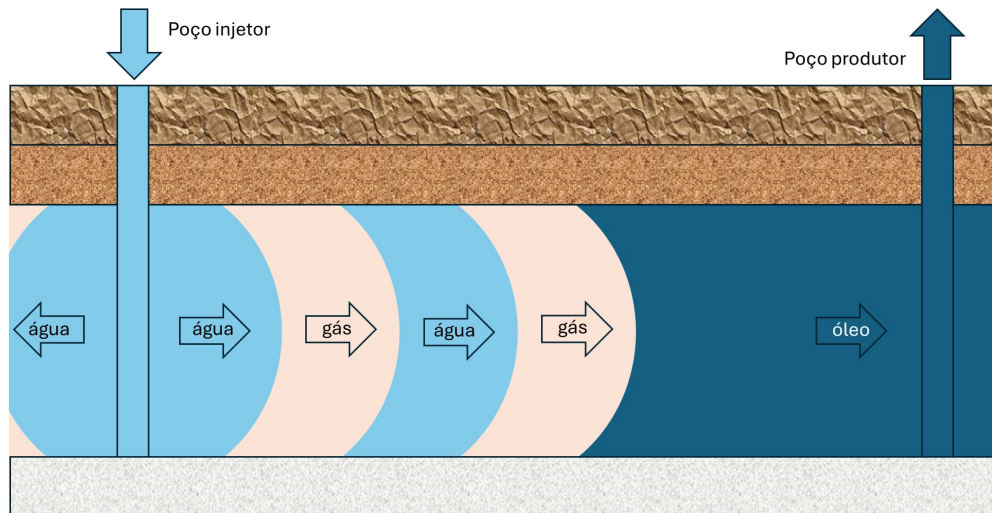


Figura 1.1: Diagrama esquemático simplificado, representando as sucessivas interfaces entre os fluidos no interior do reservatório, em consequência da implementação de uma estratégia de injeção WAG.

Os dados apresentados na Tabela 1.1 exemplificam como, em campos de petróleo brasileiros, os fluidos injetados em diferentes estratégias de recuperação, sejam eles gás ou água, tipicamente apresentam viscosidades mais baixas que o óleo do interior do reservatório, o qual deverá ser deslocado através do meio poroso, até alcançar os poços produtores. Além disso, uma vez que uma estratégia WAG seja implementada, volumes de água precisarão ser substituídos por gás no interior do meio poroso, também em uma configuração de fluido menos viscoso deslocando um fluido mais viscoso.

Configurações dessa natureza – fluido menos viscoso deslocando fluido mais viscoso – podem levar à ocorrência do fenômeno conhecido como instabilidade viscosa de Saffman-Taylor, detalhadamente descrito por Saffman & Taylor [4], sendo que o mesmo fenômeno havia sido previamente identificado por Hill [5], no contexto da indústria de refino de açúcar. Trata-se aqui de um tipo de instabilidade hidrodinâmica que se estabelece na interface entre dois fluidos de diferentes viscosidades, deformando essa interface e dando origem aos chamados *viscous fingers* ou dedos viscosos, um tema amplamente explorado por Homsy [6].

No contexto da exploração de hidrocarbonetos, a existência de tais dedos viscosos no interior do meio poroso tende a prejudicar a eficiência do varrido e a deteriorar o fator de recuperação do campo. Consequentemente, a importância da mitigação desse fenômeno é um aspecto destacado no artigo de da Rosa *et al.* [3], que define os *fingers* basicamente como um avanço do fluido por

caminhos preferenciais no interior do meio poroso. O mesmo artigo enfatiza como, em diferentes aplicações em campo registradas na literatura, tais *fingers* são consideravelmente atenuados pela adoção da técnica *WAG*: enquanto a injeção contínua de apenas um tipo de fluido (gás ou água) costuma resultar em uma parcela significativa de óleo residual, na faixa de 20 a 50%, não recuperado, o método *WAG* pode atingir uma eficiência de varrido de até 90%, em cenários de campos *onshore*. Por sua vez, Afzali *et al.* [18], após realizarem uma extensa compilação de fontes bibliográficas, afirmaram que 80% dos projetos *WAG* implementados em campo nos EUA atingiram resultados positivos.

Em seu abrangente artigo, Homsy [6] identifica que um dos parâmetros adimensionais a serem analisados, quando se deseja estudar a instabilidade de Saffman-Taylor, é o contraste de viscosidade, A_μ , que relaciona a viscosidade dinâmica do fluido deslocado, η_1 , à viscosidade dinâmica do fluido injetado, η_2 , conforme a Equação 1-1:

$$A_\mu = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1 + \eta_2}. \quad (1-1)$$

Tabela 1.1: Valores típicos de viscosidade absoluta de fluidos, η , em condições de reservatório, levantados para três cenários, correspondentes a diferentes campos de petróleo brasileiros, e valores esperados de contraste de viscosidade, A_μ , nesses mesmos cenários, para diferentes configurações de injeção.

Cenário	1	2	3
Tipo de rocha	carbonato	arenito	carbonato
Idade do reservatório	pré-sal	pós-sal	pré-sal
Teor de metano no gás (% molar)	65	80	55
Teor de CO_2 no gás (% molar)	3	0	30
Pressão de reservatório (<i>bar</i>)	450 a 640	235 a 300	380 a 750
Temperatura de reservatório ($^{\circ}C$)	90 a 115	65 a 80	65 a 75
Viscosidade do óleo ($mPa \cdot s$)	0,63 a 0,75	1,96 a 1,52	0,71 a 1,09
Viscosidade do gás injetado ($mPa \cdot s$)	0,04 a 0,08	0,02	0,07 a 0,11
Viscosidade da água injetada ($mPa \cdot s$)	0,25 a 0,33	0,36 a 0,44	0,39 a 0,45
Contraste de viscosidade na injeção			
de água convencional: fluido			
injetado = água, fluido deslocado = óleo	0,35 a 0,99	0,68 a 0,71	0,28 a 0,42
Contraste de viscosidade na injeção			
de gás convencional: fluido			
injetado = gás, fluido deslocado = óleo	0,79 a 0,89	0,98	0,79 a 0,84
Contraste de viscosidade na injeção			
<i>WAG</i> : fluido injetado = gás, fluido			
deslocado = água	0,53 a 0,78	0,89 a 0,91	0,57 a 0,73

Contrastes de viscosidade positivos são característicos de uma configuração instável e estão associados à ocorrência de *viscous fingering*. É o que

ocorre no interior da rocha reservatório, quando a água precisa deslocar o óleo, o gás precisa deslocar o óleo, ou o gás precisa deslocar a água. Valores típicos de contraste de viscosidade em situações como essas são exibidos na já citada Tabela 1.1. Observa-se que, no cenário 1, de carbonato de pré-sal, em uma injeção convencional de água, é possível ocorrer contraste de viscosidade consideravelmente alto (0,99), aproximando-se do limite de maior tendência à instabilidade possível, que é o caso em que a viscosidade do fluido injetado tende a zero (o que resulta em um contraste de viscosidade que tende a 1). Também no cenário 2, de arenito do pós-sal, injetando-se somente gás no reservatório, o contraste de viscosidade de 0,98 se aproxima desse limite teórico.

Contrastes de viscosidade negativos, por sua vez, estão associados a configurações estáveis, que não induzem instabilidades de Saffman-Taylor. São cenários de viscosidade do fluido injetado maior que a do fluido deslocado, como a água deslocando o gás, no ciclo WAG. Neste trabalho, o foco principal estará voltado somente para casos de contrastes de viscosidade positivos.

Outro parâmetro importante para o estudo dos *viscous fingers*, identificado por Homsy [6], é a tensão interfacial, σ . Para o problema aqui estudado, valores elevados de tensão superficial tendem a suprimir o crescimento das perturbações, como mencionado por Li *et al.* [21]. Nesta dissertação, utilizaremos o parâmetro adimensional denominado tensão interfacial efetiva, B , que varia de forma diretamente proporcional à tensão superficial, σ . Assim sendo, valores elevados de tensão superficial efetiva também tendem a suprimir o crescimento das perturbações, o que será discutido em maiores detalhes no Capítulo 2.

Em escala de laboratório, é possível visualizar instabilidades de Saffman-Taylor empregando o aparato experimental conhecido como célula de Hele-Shaw (Figura 1.2). Ele consiste em duas placas circulares lisas, transparentes, planas, horizontais, idênticas e paralelas, separadas por uma distância constante, b , significativamente menor que seu raio externo. O espaço entre as placas encontra-se inicialmente preenchido por um fluido residente (ou fluido deslocado). Um fluido invasor (ou fluido deslocante) é injetado através de um orifício (também de raio significativamente menor que o raio externo), localizado no centro geométrico das placas, a uma vazão de injeção controlada. O comportamento resultante da interface entre os dois fluidos, injetado e deslocado, pode então ser rastreado e estudado, como é mostrado na Figura 1.3.

Cabe ressaltar que existem células de Hele-Shaw com outras geometrias além da descrita acima, um tema coberto pelos artigos de Saffman & Taylor [4], Homsy [6], Al-Housseiny *et al.* [11] e Anjos *et al.* [17], entre outros. Em nosso estudo, entretanto, será conveniente restringir a investigação ao caso horizontal, circular e com distância entre placas constante, a fim de melhor

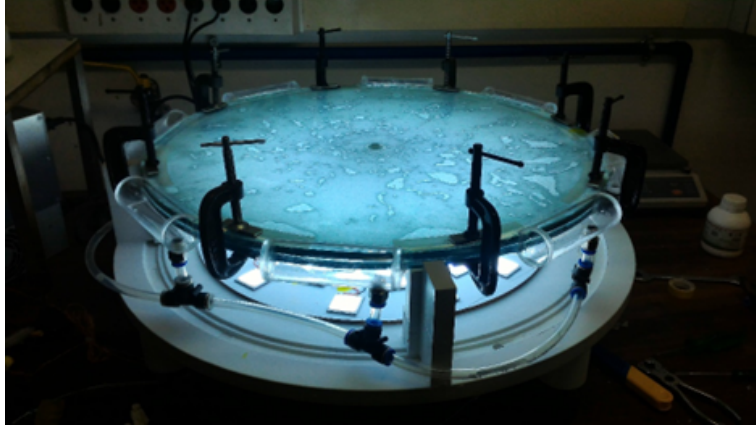


Figura 1.2: Célula de Hele-Shaw pertencente ao Grupo de Reologia (GREO) da PUC-Rio.

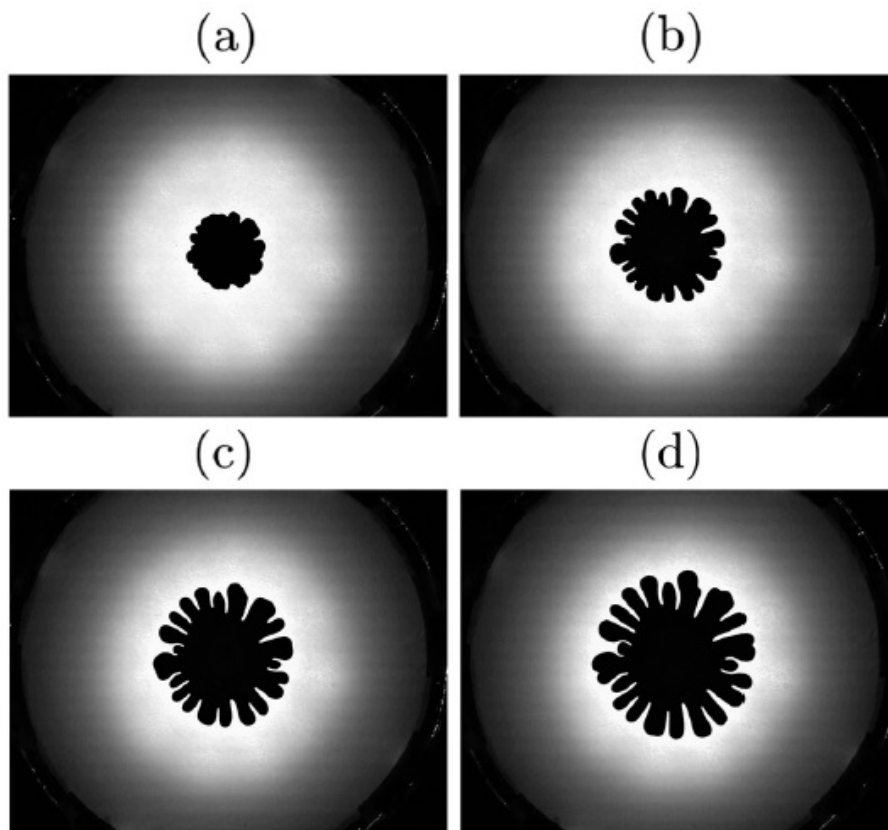


Figura 1.3: Exemplo experimental de evolução de dedos viscosos na interface entre dois fluidos em uma célula de Hele-Shaw horizontal, circular e com a distância entre placas constante, apresentado por Oliveira *et al.* (2023) [7], para tempos de (a) 10s, (b) 20s, (c) 30s e (d) 40s.

representar o processo de injeção em um campo de petróleo.

Em geral, as instabilidades de Saffman-Taylor podem ser estudadas a partir de pelo menos três abordagens mutuamente complementares: teórica, experimental (conduzindo testes em células de Hele-Shaw) e computacional (empregando simulações numéricas que reproduzem o escoamento e/ou o comportamento da interface entre os fluidos no interior dessas mesmas células de Hele-Shaw).

É comum na literatura a publicação de trabalhos que adotam mais de uma dessas abordagens simultaneamente. Por exemplo, enquanto os estudos de Hill [5], Saffman & Taylor [4], Paterson [9] e Al-Housseiny *et al.* [11] combinaram as abordagens teórica e experimental, os artigos de Dai & Shelley [13], Hou *et al.* [14], Dias *et al.* [10] e Oliveira & Miranda [16] empregaram as abordagens teórica e computacional, Li *et al.* [21] se restringiram às abordagens experimental e computacional, ao passo que Miranda & Windom [12] e Dias *et al.* [15] foram capazes de incorporar todas as três abordagens, teórica, experimental e computacional, às suas análises. Maiores detalhes sobre os resultados obtidos por cada um dos trabalhos citados acima serão comentados posteriormente, na medida em que contribuíram para o desenvolvimento desta dissertação.

Infelizmente, a validação precisa de resultados teóricos, numéricos ou experimentais, em campos de produção de hidrocarbonetos, tende a ser inviável, pelos elevados custos operacionais envolvidos e pela dificuldade em isolar os parâmetros de interesse para o estudo de outros efeitos físicos, os quais podem interferir no escoamento. Dentre esses efeitos, um dos relevantes é a heterogeneidade dos reservatórios de petróleo.

Lawrence [8] e da Rosa *et al.* [3] mencionam que a heterogeneidade do reservatório tem maior impacto na recuperação do que os parâmetros WAG propriamente ditos, tais como viscosidade e volume do colchão de fluido injetado, ou ainda vazão e tempo de injeção. Esses autores também recomendam que a distribuição de permeabilidades seja representada nos modelos de simulação do escoamento em meio poroso em uma escala mais refinada do que as usualmente adotadas, de modo a capturar adequadamente os efeitos da heterogeneidade, caso se deseje reproduzir a ocorrência de *fingers* e canalizações.

Nesta dissertação, o foco está voltado para reservatórios de petróleo como o de Búzios, de propriedades consideradas homogêneas, porém de considerável interesse para a indústria, dado o seu elevado volume de reserva de hidrocarbonetos. A premissa de homogeneidade do reservatório permite-nos adotar a célula de Hele-Shaw como um análogo adequado ao fenômeno físico em escala

de campo. Trabalharemos principalmente, embora não exclusivamente, com simulações numéricas que representam o escoamento estabelecido em célula de Hele-Shaw, referenciando aspectos teóricos, resultados experimentais e dados de campo somente quando necessário para o ajuste de alguns parâmetros. É evidente, contudo, que o método de otimização aqui proposto, por ser baseado no controle da taxa de injeção de fluido na célula de Hele-Shaw, pode ser expandido para incluir distribuições de permeabilidades variáveis.

Além da heterogeneidade do meio poroso, diversos outros fatores impactam o surgimento e a evolução das instabilidades de Saffman-Taylor, dentre os quais destacamos: as características dos fluidos envolvidos (que determinam tanto o contraste de viscosidade quanto a tensão superficial efetiva entre eles), a geometria do sistema, a taxa de injeção e as forças de campo atuantes (traduzindo-se em efeitos gravitacionais ou eletromagnéticos).

O artigo de Homsy [6], por exemplo, dirigiu a maior parte de sua atenção a cenários miscíveis ou imiscíveis, em meios porosos homogêneos e em células de Hele-Shaw, discutindo os efeitos do contraste de viscosidade e da tensão superficial, e também abarcou alguns cenários mais exóticos, que envolviam fluidos não-Newtonianos e viscoelásticos. Dai & Shelley [13] analisaram numericamente os efeitos da tensão superficial entre os fluidos sobre a geometria dos dedos viscosos, bem como a interação da tensão superficial com ruídos, ao simularem o escoamento exclusivamente na célula de Hele-Shaw. Al-Housseiny *et al.* [11] estudaram a estabilidade da interface entre fluidos imiscíveis em células de Hele-Shaw retangulares e horizontais, porém consideraram que a distância entre as placas da célula, b , variava linearmente ao longo da direção do escoamento, em configuração convergente ou divergente. Dias & Miranda [20] propuseram uma modificação da célula de Hele-Shaw, tal que a placa superior da célula se movia periodicamente para cima e para baixo. Oliveira & Miranda [16] investigaram o comportamento da interface estabelecida entre uma gota de ferrofluido e um fluido circundante não magnético, quando o sistema era submetido à ação de um campo magnético.

Em nossa pesquisa, restringimos o escopo da investigação ao escoamento em célula de Hele-Shaw envolvendo fluidos Newtonianos, imiscíveis e incompressíveis, submetendo a interface a uma perturbação inicial conhecida e única, composta pela superposição de vários modos de Fourier de baixa amplitude e fase aleatória, como um artifício para modelar efeitos de ruído, sem prejudicar as comparações entre os resultados de sucessivas simulações numéricas. Além disso, como nosso trabalho foi motivado pelos métodos de recuperação de hidrocarbonetos, nosso objetivo deverá necessariamente se voltar para a minimização das instabilidades de Saffman-Taylor, visando a aumentar a eficiência

do varrido e o fator de recuperação.

Em relação a esse objetivo, contudo, há dois pontos cruciais a serem sublinhados, os quais destacaremos a seguir.

O primeiro deles diz respeito a quais variáveis do sistema são passíveis de manipulação, em termos de viabilidade técnica e econômica. Estratégias que almejam reduzir a instabilidade de Saffman-Taylor pela redução do contraste de viscosidade, citadas por da Rosa *et al.* [3], envolvendo aumentar a viscosidade do fluido injetado por meio da adição de polímeros ou aquecer o sistema de modo a reduzir a viscosidade do fluido deslocado, embora sejam factíveis em escala de laboratório, podem implicar em volumes de aditivos, gastos energéticos e custos operacionais proibitivos, quando transpostas para a escala de campo. A mesma ressalva é válida para iniciativas que tentam alterar a tensão superficial estabelecida entre os fluidos no meio poroso, ou modificar a estratégia de injeção, utilizando fluidos miscíveis no lugar de imiscíveis. Mesmo o número de poços produtores e injetores a serem perfurados, seu posicionamento em campo e, como consequência, a distância entre os pares de poços produtor e injetor podem ser severamente limitados por diversas circunstâncias e fatores técnicos ou econômicos, que extrapolam a alçada da Engenharia de Reservatórios.

Contudo, uma variável que está sujeita a controle, para fins de otimização, é a vazão de injeção praticada a cada momento em cada um dos poços injetores do campo; em tese, a vazão injetada só fica limitada pela capacidade operacional do sistema de bombeamento ou compressão instalado. Os artigos de Li *et al.* [21], Dias *et al.* [10], Dias *et al.* [15] e Gholinezhad *et al.* [19] exploraram a influência da vazão de injeção sobre a estabilidade da interface em célula de Hele-Shaw, propondo e comparando diferentes protocolos de injeção, que incluíam injetar o fluido a vazão constante, ou injetar o fluido em dois degraus de vazão constante, ou aumentar a vazão de injeção linearmente com o tempo.

Os resultados apresentados nesses artigos indicam que iniciar a injeção com vazão mais baixa e aumentá-la posteriormente tende a retardar o surgimento dos *viscous fingers*, diminuindo o número de *fingers* e suas amplitudes, o que reduz a instabilidade da interface e aumenta a eficiência de varrido. Gholinezhad *et al.* [19], que realizaram um trabalho consistente em termos de comparação de diferentes protocolos de injeção, concluíram seu artigo ressaltando que aumentar a vazão de injeção linearmente com o tempo, indefinidamente, não seria viável em aplicações de campo, pois em algum momento a vazão máxima de injeção permitida pelo sistema, correspondente à máxima pressão de descarga da bomba, seria atingida e teria que ser mantida constante a partir

de então.

Nosso trabalho vai ao encontro dessa preocupação, propondo o uso de um protocolo de injeção linear com platô, que consiste exatamente nisto: variar a vazão de injeção linearmente com o tempo, até atingir a máxima vazão de injeção disponível, Q_{max} , em um tempo t_m e, a partir desse instante, manter a vazão de injeção constante, como mostra a Figura 1.4. Conhecendo-se a vazão máxima de injeção disponibilizada pelo sistema e partindo-se de uma vazão inicial de injeção nula, existem infinitos protocolos de injeção linear com platô possíveis, cada um deles definido pelo tempo de injeção necessário ao atingimento dessa vazão máxima, t_m . Esse tempo necessário ao atingimento do platô torna-se, portanto, uma variável de relevância para a nossa otimização.

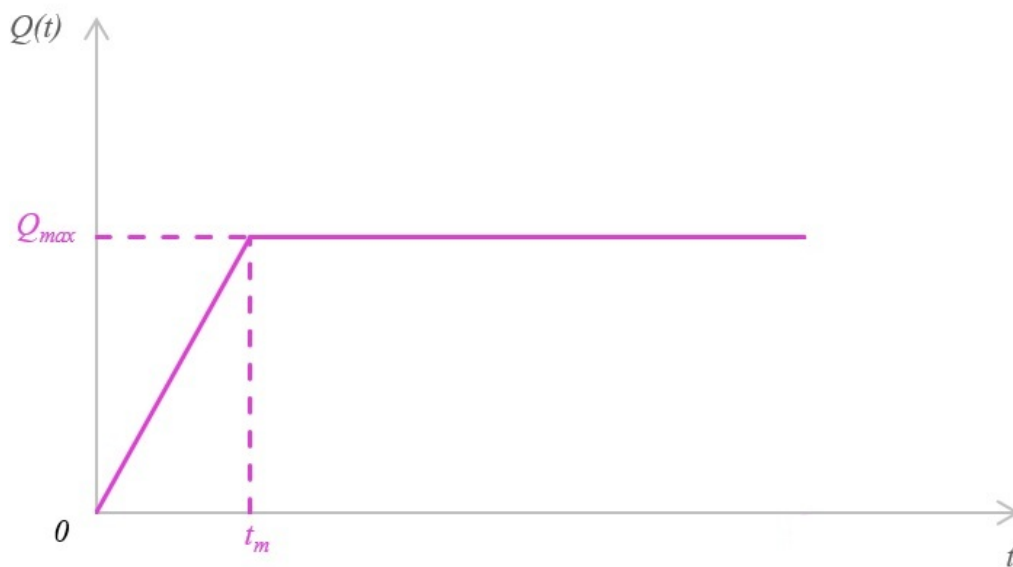


Figura 1.4: Diagrama esquemático ilustrando um protocolo de injeção linear com platô.

O segundo ponto fundamental a ser discutido relaciona-se à viabilidade econômica de qualquer solução proposta para aplicação na indústria de petróleo. Existem razões de ordem prática para não se reduzir indiscriminadamente a vazão de injeção, principalmente no início da vida produtiva.

Antes de mais nada, a injeção de fluidos como método de recuperação se destina a minimizar a depleção no reservatório, ou seja, deseja-se repor o volume de fluido extraído pelos poços produtores, de modo que a pressão média do reservatório não se reduza muito acentuadamente. Caso se deseje estabelecer uma vazão de produção elevada, a reposição do volume produzido demanda uma vazão de injeção também elevada, nos poços injetores correspondentes. Caso a vazão de injeção permaneça baixa por longos períodos, a depleção se acentua e o volume produzido também tende a diminuir, postergando

a produção de óleo. Considerando que existem custos fixos associados à operação de sistemas de produção e injeção e que as análises de viabilidade econômica sempre consideram o valor presente líquido no cálculo de custos e receitas, postergar a receita no início da vida produtiva teria impacto negativo significativo, o que poderia afetar seriamente o lucro líquido do empreendimento.

Em suma, é desejável iniciar a injeção de fluidos no reservatório com vazões baixas e aumentá-la progressivamente, para reduzir as instabilidades de Saffman-Taylor, até atingir a vazão de injeção máxima permitida pelo sistema; no entanto, não é desejável que esse processo de aumento progressivo da vazão injetada se prolongue tanto, que prejudique o resultado econômico da operação, devido a uma depleção acentuada.

Consequentemente, nosso objetivo é encontrar uma solução otimizada, sob a forma de um protocolo de injeção linear com platô, tal que minimize as instabilidades de Saffman-Taylor, aumentando a eficiência de varrido e aumentando a produção de óleo, e ao mesmo tempo considerando o aumento do tempo de injeção necessário para repor os volumes produzidos e o aumento dos custos associados a essa injeção mais lenta.

Com esse objetivo em mente, discutiremos no Capítulo 2 os aspectos teóricos mais relevantes para o entendimento e a modelagem do fenômeno em questão, qual seja, o comportamento da interface entre os dois fluidos no interior da célula de Hele-Shaw, sujeita a instabilidades de Saffman-Taylor, quando o fluido deslocante segue um protocolo de injeção linear com platô. Começaremos pela descrição do problema, definindo algumas das variáveis físicas mais relevantes. Em seguida, discutiremos o protocolo de injeção linear com platô proposto e definiremos a função de ganho (intimamente associada ao lucro, em uma operação de campo) que se deseja otimizar, bem como os parâmetros α e β , respectivamente associados a receita e custos, que a compõem.

Ainda no Capítulo 2, descreveremos sucintamente a modelagem matemática e computacional a que foi submetido o problema. Para simular numericamente as deformações da interface, empregamos um método de integral de contorno baseado na formulação *vortex-sheet*, previamente explorado em diversas fontes, dentre as quais destacamos Hou *et al.* [14], Cenicerós *et al.* [26], Hou *et al.* [27], Miranda & Álvarez-Lacalle [29], Álvarez-Lacalle *et al.* [30], Zhao *et al.* [31], Oliveira & Miranda [16], Oliveira *et al.* [28], Oliveira *et al.* [7] e Oliveira [25].

Os resultados obtidos a partir dessa abordagem, para a evolução da interface e para a função de ganho, bem como a interpretação desses resultados,

serão apresentados no Capítulo 3. Por fim, um resumo de nossas conclusões estará disponível no Capítulo 4.

2

Metodologia

Neste capítulo, exploraremos os aspectos teóricos mais relevantes para o entendimento e a modelagem do comportamento da interface entre dois fluidos no interior da célula circular de Hele-Shaw, quando sujeitos às instabilidades viscosas de Saffman-Taylor, aplicando-se ao sistema um protocolo de injeção linear com platô. Introduziremos ainda parâmetros que adicionam ao problema físico a dimensão econômica e comentaremos a solução numérica empregada para a solução das equações obtidas.

2.1

O escoamento na célula de Hele-Shaw como análogo ao escoamento em meio poroso

Iniciaremos nossa discussão discorrendo brevemente sobre a analogia existente entre o escoamento na célula de Hele-Shaw e o escoamento em meio poroso, citada por diversas fontes, tais como Saffman & Taylor [4] e Dias *et al.* [10].

Pode-se demonstrar que o escoamento de um fluido Newtoniano e incompressível no interior da célula de Hele-Shaw circular e horizontal, de espessura entre placas constante e pequena em relação às demais dimensões da célula, pode ser descrito pela Lei de Darcy para célula de Hele-Shaw, a partir das equações de Navier-Stokes, desprezando efeitos inerciais, aplicando a condição de não deslizamento nas placas e calculando a média do campo de velocidade entre elas. Esse procedimento leva à Equação 2-1, onde $\vec{v}$ é a velocidade do fluido, b é a distância entre as placas, η é a viscosidade dinâmica do fluido e ∇p é o gradiente de pressão:

$$\vec{v} = -\frac{b^2}{12\eta}\nabla p. \quad (2-1)$$

Empregando um sistema de coordenadas polares para descrever o escoamento no plano horizontal (Figura 2.1), verifica-se que a componente radial da velocidade do fluido, v_r , em um ponto localizado à distância r do centro da célula, é dado pela Equação 2-2:

$$v_r = -\frac{b^2}{12\eta}\frac{dp}{dr}. \quad (2-2)$$

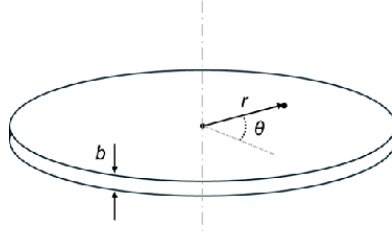


Figura 2.1: Representação do sistema de coordenadas polares empregado para descrever o escoamento no interior da célula de Hele-Shaw de geometria circular.

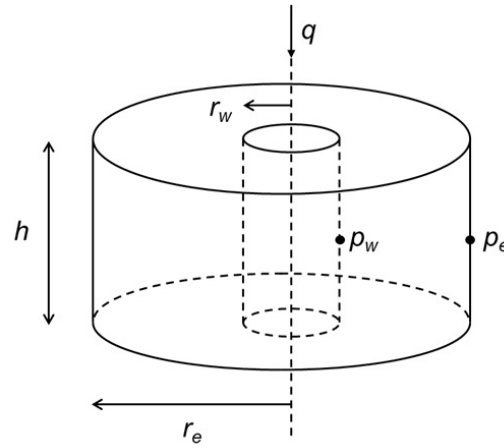


Figura 2.2: Representação das variáveis necessárias à aplicação da Lei de Darcy ao fluxo radial em um meio poroso cilíndrico.

Em contrapartida, como mostrado por Thomas [1] e Rosa *et al.* [2], a modelagem do escoamento radial de um único fluido Newtoniano e incompressível no interior de um meio poroso homogêneo cilíndrico, conforme representada na Figura 2.2, também pode ser feita a partir da aplicação da Lei de Darcy para reservatórios em coordenadas polares, resultando na Equação 2-3, em que q é a vazão volumétrica de fluido injetado pelo poço, k é a permeabilidade absoluta do meio poroso, h é a espessura (vertical) do sistema poroso, p_e é a pressão na periferia do meio, p_w é a pressão com que o fluido injetado penetra o meio poroso, η é a viscosidade dinâmica do fluido, r_e é o raio externo do sistema e r_w é o raio do poço:

$$q = \frac{2\pi kh(p_w - p_e)}{\eta \ln(r_e/r_w)}. \quad (2-3)$$

A velocidade aparente do fluido na direção radial, v_r , em um ponto de raio r , é dada pela Equação 2-4, em que p representa a pressão:

$$v_r = -\frac{k}{\eta} \frac{dp}{dr}. \quad (2-4)$$

Note-se a semelhança entre as Equações 2-2 e 2-4. Por comparação, pode-

se verificar que o termo $\frac{b^2}{12}$, que depende somente da espessura b entre as placas de Hele-Shaw, exerce sobre a velocidade do escoamento no interior da célula uma influência análoga àquela exercida pela permeabilidade k em um escoamento em meio poroso.

Este é um dos motivos pelo qual se considera o estudo dos escoamentos de Hele-Shaw como uma ferramenta poderosa, não apenas para o estudo de instabilidades hidrodinâmicas em geral (Casademunt [23], McCould & Maher [24]), como também para a compreensão e a interpretação de tais escoamentos em meios porosos. Neste trabalho, dirigiremos nossa atenção para o escoamento no interior da célula de Hele-Shaw, em escala experimental, embora mantenhamos sempre a preocupação com aspectos práticos e econômicos oriundos do problema do escoamento em meio poroso, em escala de campo.

2.2

Descrição do problema físico: efeitos do contraste de viscosidade e da tensão interfacial efetiva sobre a estabilidade hidrodinâmica

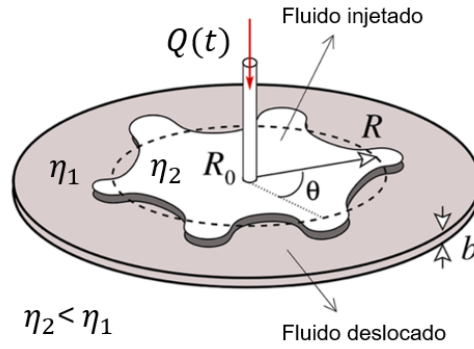


Figura 2.3: Diagrama esquemático simplificado, representando algumas das variáveis relevantes para o comportamento da interface entre os fluidos no interior da célula de Hele-Shaw.

A Figura 2.3 ilustra esquematicamente o escoamento de Hele-Shaw que estudaremos neste trabalho, em que um fluido de viscosidade η_2 é injetado no sistema com vazão volumétrica variável no tempo, descrita pela função $Q(t)$, de modo a deslocar o fluido residente, de viscosidade η_1 , sendo que $\eta_2 < \eta_1$. Ambos os fluidos são Newtonianos e incompressíveis, comportando-se como imiscíveis, e a distância entre as placas de Hele-Shaw, b , é constante. A interface quase circular inicial entre os dois fluidos, no instante $t = 0$, possui raio R_0 e é submetida a uma perturbação inicial conhecida, $\zeta_0(\theta)$. Em nossas simulações, essa perturbação inicial será sempre a mesma, de modo a garantir a repetibilidade dos resultados e não interferir na comparação de diferentes protocolos de injeção. Para qualquer $t \geq 0$, em uma abordagem

teórica perturbativa, a posição da interface seria descrita conforme a Equação 2-5, em que $\mathcal{R}(\theta, t)$ é o raio perturbado, no ângulo polar θ e no tempo t , que rastreia a posição da interface, $R(t)$ equivale ao raio não-perturbado da interface no instante t e $\zeta(\theta, t)$ é a perturbação da interface:

$$\mathcal{R}(\theta, t) = R(t) + \zeta(\theta, t). \quad (2-5)$$

Em nossas simulações, entretanto, não fazemos distinção entre $R(t)$ e $\zeta(\theta, t)$. Alternativamente, calculamos as coordenadas x e y da interface em cada tempo t , onde (x, y) são vetores (arrays) que descrevem cada ponto da interface discretizada entre os fluidos.

Dois parâmetros adimensionais governam a dinâmica da interface, segundo Oliveira [25]. O primeiro deles, o contraste de viscosidade, A_μ , que relaciona a viscosidade dinâmica do fluido deslocado, η_1 , à viscosidade dinâmica do fluido injetado, η_2 , é definido conforme a Equação 2-6. Este é o mesmo parâmetro previamente apresentado no Capítulo 1, na Equação 1-1. Devemos ressaltar que a introdução de A_μ faz com que o sistema seja descrito por um único parâmetro viscoso:

$$A_\mu = \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1 + \eta_2}. \quad (2-6)$$

Como também foi discutido no Capítulo 1, contrastes de viscosidade positivos são característicos de uma configuração instável e estão associados à ocorrência de *viscous fingering*, ao contrário dos contrastes de viscosidade negativos, os quais estão associados a configurações estáveis, que não estimulam a ocorrência de instabilidades de Saffman-Taylor. O limite de maior tendência à instabilidade possível corresponde ao caso em que a viscosidade do fluido injetado tende a zero (o que resulta em um contraste de viscosidade tendendo a 1). Em nossas simulações, adotou-se um valor muito próximo desse limite, $A_\mu = 1$.

O segundo parâmetro adimensional que rege a dinâmica da interface é a tensão interfacial efetiva, B , definida conforme a Equação 2-7, em que b é a distância entre as placas de Hele-Shaw, σ é a tensão interfacial entre dois fluidos, Q é a vazão volumétrica de fluido injetado e R corresponde ao raio não-perturbado da interface:

$$B = \frac{\pi b^2 \sigma}{6(\eta_1 + \eta_2)QR}. \quad (2-7)$$

Em nosso problema, a vazão injetada e o raio não-perturbado variam com o tempo. Para que B seja um parâmetro adimensional constante, aplicaremos à definição da Equação 2-7 os valores da máxima vazão de injeção disponível, Q_{max} , e do raio não-perturbado inicial, R_0 , obtendo assim a Equação 2-8 para

a definição de B :

$$B = \frac{\pi b^2 \sigma}{6(\eta_1 + \eta_2) Q_{max} R_0}. \quad (2-8)$$

Oliveira [25] destaca que B é proporcional ao inverso do número de capilaridade. Sendo assim, a tensão superficial efetiva possui uma interpretação semelhante à do número de capilaridade, no sentido em que computa o efeito relativo entre as forças viscosas e a tensão superficial sobre o fenômeno. Embora o número de capilaridade seja mais conhecido pela comunidade acadêmica, optamos por utilizar o parâmetro B em nossas análises, pois ele emerge naturalmente do desenvolvimento das equações dominantes da dinâmica, como mostraremos posteriormente.

No caso em estudo, um aumento das forças viscosas (no denominador de B) tende a desestabilizar a interface, enquanto um aumento da tensão superficial (no numerador de B) tende a estabilizá-la. Consequentemente, para maiores valores de B , a tensão superficial é mais relevante que as forças viscosas, levando a configurações estáveis. Para menores valores de B , as forças viscosas se sobrepõem ao efeito estabilizante da tensão superficial, conduzindo à instabilidade. Conforme B se aproxima de zero, essa instabilidade dinâmica se acentua. Por isso, em nossas simulações, adotamos um valor relativamente pequeno para a tensão interfacial efetiva, $B = 0,0005$, no contexto dos escoamentos em célula de Hele-Shaw.

Deve-se fazer a ressalva de que estimar B para cenários de campo pode se mostrar desafiador. Dado que esse parâmetro depende de um maior número de variáveis, incluindo a permeabilidade, a qual pode variar drasticamente de um campo de petróleo para outro, os valores de B podem abranger faixas bastante amplas, de várias ordens de grandeza. Obter dados representativos para todos os cenários do pré-sal fugiria ao escopo deste trabalho, motivo pelo qual nos abstermos de explorar essa estimativa em maiores detalhes.

A Figura 2.4 mostra um exemplo de simulação da interface, em função de diferentes valores de A_μ e B , para um problema muito semelhante ao tratado nesta dissertação, porém mantendo-se uma taxa de injeção $Q(t)$ única e constante ao longo de todas as simulações. Note-se que os tempos finais de simulação e os raios finais atingidos pelas interfaces são substancialmente diferentes, para cada caso simulado. Particularmente, a combinação de A_μ elevado e B pequeno (Figura 2.4 (c)) apresenta uma interface com grande número de *fingers* alongados e sujeitos ao fenômenos de *splitting*, enquanto a combinação de A_μ pequeno e B elevado (Figura 2.4 (m)) apresenta uma interface muito próxima à circular, o que reforça nosso argumento para a escolha de valores de A_μ e B .

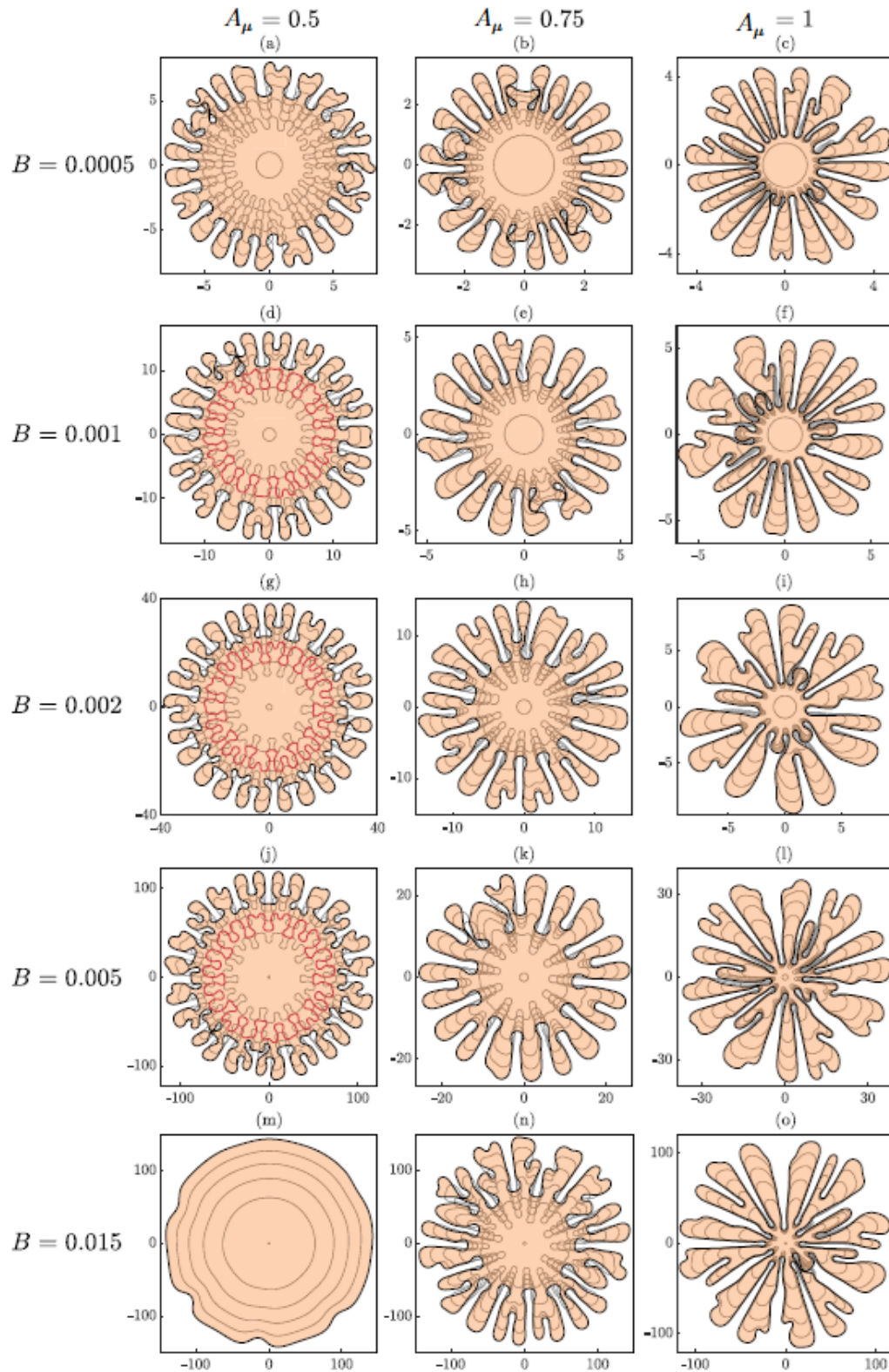


Figura 2.4: Exemplo de análise de sensibilidade em função do contraste de viscosidade e da tensão interfacial efetiva, apresentado por Oliveira *et al.* [7]. Os tempos finais de simulação são: (a) 24,4, (b) 3,6, (c) 5,8, (d) 100, (e) 9,2, (f) 10,25, (g) 560, (h) 72, (i) 24,3 (j) 5300, (k) 220, (l) 411, (m) 10000, (n) 6800, e (o) 4000.

2.3

Protocolo de injeção linear com platô

Como explicado anteriormente no Capítulo 1, o protocolo de injeção linear com platô (Figura 1.4) consiste em variar a vazão de injeção na célula de Hele-Shaw linearmente com o tempo, até atingir a máxima vazão de injeção disponível, Q_{max} , em um tempo t_m e, a partir desse instante, manter a vazão de injeção constante. Conhecendo-se a vazão máxima de injeção disponibilizada pelo sistema e partindo-se de uma vazão inicial de injeção nula, existem infinitos protocolos de injeção linear com platô possíveis, cada um deles definido pelo tempo de injeção necessário ao atingimento dessa vazão máxima, t_m . Ou seja, para cada protocolo de injeção linear com platô, o parâmetro t_m determina se a vazão de injeção máxima será atingida mais rapidamente ou mais lentamente. Quanto maior o valor de t_m , mais tempo o sistema fica submetido a vazões baixas de injeção, o que tende a reduzir a instabilidade da interface e aumentar a eficiência de varrido.

Qualitativamente, esse efeito é ilustrado pelo esquema da Figura 2.5. Note-se que a área interna delimitada pela interface corresponde ao volume de fluido injetado e também ao volume de fluido deslocado que é expulso da célula. Em um sistema de produção real, esse volume deslocado está diretamente relacionado ao volume de hidrocarboneto produzido pelos poços produtores localizados em torno do poço injetor. Quanto maior a área interna delimitada pela interface, maior tende a ser a produção acumulada de hidrocarbonetos associada ao protocolo de injeção correspondente.

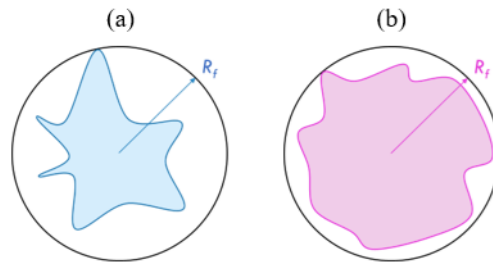


Figura 2.5: Diagrama esquemático simplificado, representando o comportamento da interface entre os fluidos no interior da célula de Hele-Shaw, considerando um protocolo de injeção linear com platô em que: (a) t_m é relativamente pequeno e (b) t_m é relativamente grande.

Trabalhos anteriores que se dedicaram ao estudo das taxas de injeção variável em células de Hele-Shaw, como Dias *et al.* [10] e Dias *et al.* [15], estabeleceram comparações entre seus protocolos de injeção propostos e um caso de referência, representado pela injeção a uma vazão constante, adotando a premissa de que o volume total injetado na célula, em cada caso considerado,

fosse sempre o mesmo. Em outras palavras, todos os protocolos de injeção apresentados nesses estudos teriam a mesma área varrida pela interface deformada; sempre que essa área varrida era atingida, isto é, sempre que o volume acumulado de fluido injetado alcançava um valor pré-determinado, a simulação numérica de evolução da interface era interrompida ou a injeção de fluido na célula de Hele-Shaw era finalizada.

Nesta dissertação, optamos por uma abordagem diferente. Em um caso de campo, haveria pelo menos um poço produtor associado ao poço injetor estudado e a distância entre esses dois poços seria um dado conhecido. Uma vez que a interface entre fluido injetado e fluido produzido atingisse o poço produtor, ocorreria o indesejável fenômeno de *breakthrough*, que reduziria drasticamente a produção de hidrocarbonetos no poço produtor. Sendo assim, optamos por estabelecer como critério de parada de nossas simulações o instante em que a interface atingisse um raio limitante pré-determinado, R_f , que representaria a distância entre poço produtor e poço injetor. Desta maneira, a interrupção da injeção no protocolo linear com platô coincidiria, potencialmente, com o momento do *breakthrough*.

Consequentemente, a simulação de comportamento da interface, para diferentes protocolos de injeção linear com platô (para diferentes valores de t_m), estará associada a diferentes tempos finais de injeção (que denominaremos t_R), a diferentes volumes totais de fluido injetado e a diferentes áreas varridas finais (que chamaremos de A). Todos os casos comparados, no entanto, estarão sempre relacionada a um mesmo raio limitante, R_f , e a uma mesma vazão máxima, Q_{max} . Retornando à Figura 2.5, observa-se que ambos os casos ilustrados apresentam um único ponto em que cada interface toca o raio limitante destacado, R_f , enquanto as áreas varridas pelas interfaces, A , são substancialmente diferentes.

Matematicamente, o protocolo de injeção linear com platô é expresso pela Equação 2-9, em que t é o tempo e $t_m > 0$.

$$Q(t) = \begin{cases} \frac{Q_{max}}{t_m}t, & 0 \leq t < t_m \\ Q_{max}, & t \geq t_m \end{cases} \quad (2-9)$$

A Figura 2.6 mostra graficamente dois diferentes tipos de protocolos de injeção linear com platô possíveis, a saber: $t_m < t_R$ (em azul) e $t_m > t_R$ (em verde). Quando $t_m < t_R$, verifica-se que ocorre de fato o atingimento do platô e que, a partir desse momento, a vazão de injeção é a máxima disponibilizada pelo sistema, até que a interface atinja o raio limitante R_f e a injeção seja interrompida. Quando $t_m > t_R$, em contrapartida, a interface atinge o raio limitante R_f antes que se chegue a injetar com a vazão máxima disponibilizada

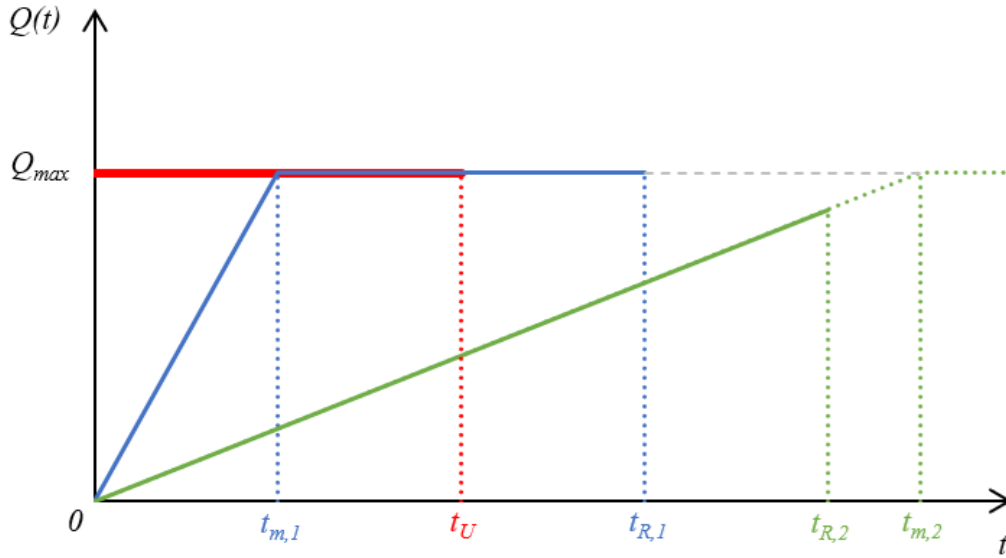


Figura 2.6: Diagrama esquemático representando dois protocolos de injeção linear com platô, para diferentes valores de t_m . O caso de referência, em vermelho, corresponde à injeção a vazão constante.

pelo sistema.

Quando t_m tende a zero, o protocolo de injeção tende à reta mostrada em vermelho na Figura 2.6, correspondente à vazão de injeção constante e máxima. Este é o caso em que a vazão média de injeção ao longo do processo também é máxima. Este último caso será adotado como caso de referência para todas as comparações entre protocolos que compartilhem a mesma vazão máxima e o mesmo raio limitante. Para tanto, chamaremos o tempo final de injeção do caso de referência de t_U e a área final varrida do caso de referência de A_U . Estas variáveis serão úteis para a definição da função de ganho, que descreveremos a seguir.

2.4

Função de ganho e parâmetros econômicos

Já discutimos vários dos parâmetros relevantes para a descrição do problema físico na célula de Hele-Shaw, dentre os quais figuram o contraste de viscosidade, A_μ , e a tensão interfacial efetiva, B .

Também introduzimos parâmetros limitantes, motivados pela aplicação em campo dos métodos de recuperação de petróleo, como a máxima vazão de injeção disponível, Q_{max} , e o raio limitante pré-determinado, R_f , associado ao fenômeno de *breakthrough*. Estes parâmetros definem o nosso caso de referência para comparações entre protocolos de injeção, qual seja, a injeção a vazão constante, o que nos permite obter os valores de t_U e A_U .

Fixando-se todos os parâmetros acima citados, podemos selecionar dife-

rentes protocolos de injeção linear com platô, elegendo diferentes valores para o parâmetro t_m , que resultam em diferentes valores de t_R e A .

Nossa proposta é comparar os valores de t_R e A , resultantes da escolha de t_m , a partir de um critério de viabilidade econômica. Para tanto, introduziremos a seguir dois parâmetros adicionais e uma função de ganho, análoga ao conceito de lucro, a ser maximizada.

O primeiro parâmetro, α , será responsável por avaliar o componente do lucro relacionado à receita. É necessário lembrar que um aumento na área varrida, que se encontra delimitada pela interface ao fim do processo de injeção em uma célula de Hele-Shaw, está relacionado a um aumento do volume de hidrocarbonetos produzido, em escala de campo. Além disso, em uma aplicação de campo, existe uma relação bem estabelecida entre o volume acumulado de hidrocarbonetos produzido e a receita computada pelo empreendimento.

Usualmente, esta relação é expressa pela cotação do Brent, que é o preço, praticado pelo mercado internacional, de um barril de petróleo com determinadas características padronizadas. Sua cotação flutua ao longo do tempo, como pode ser visto no gráfico da Figura 2.7, gerado a partir de dados da agência U. S. Energy Information Administration [22]. Entretanto, é comum adotar-se um valor constante de cotação do Brent nas análises de viabilidade econômica dos projetos de exploração de petróleo. Por isso, definiremos o parâmetro α como sendo a receita adicional obtida para cada unidade adicional de área varrida pelo fluido injetado no interior da célula de Hele-Shaw e consideraremos esse valor como sendo uma constante durante o processo de injeção.

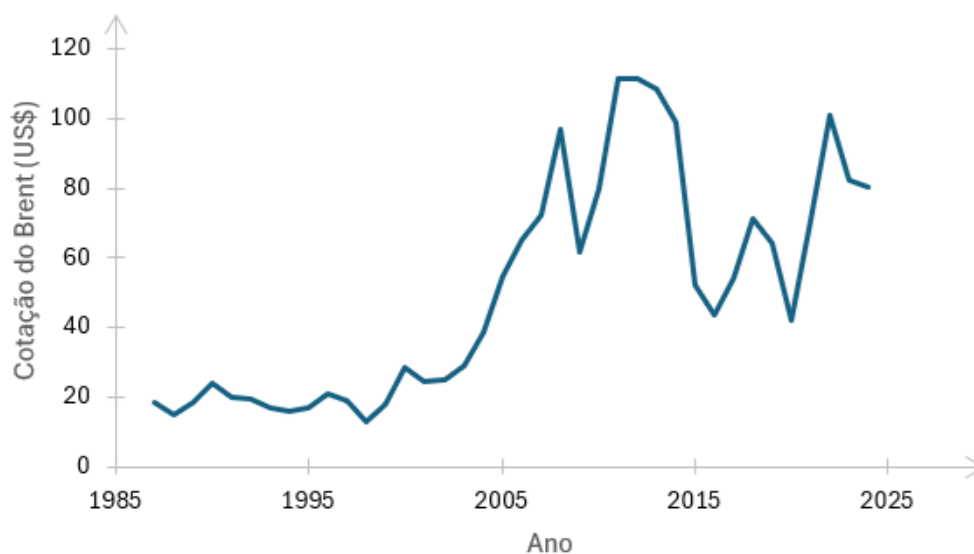


Figura 2.7: Histórico do preço do barril de Brent.

O segundo parâmetro que definiremos é β , responsável por avaliar o componente do lucro relacionado aos custos fixos operacionais associados ao sistema de injeção. Quanto maior o tempo de injeção, maior o custo operacional associado a essa atividade. Em uma aplicação de campo, esse custo pode incluir, por exemplo, a geração de energia elétrica para alimentar o sistema de injeção, ou a manutenção dos sistemas de captação e tratamento da água do mar, ou a manutenção dos sistemas de tratamento da água produzida para fins de reinjeção.

Estimar o valor de β tende a ser mais difícil que estimar o valor de α , para uma dada aplicação industrial. Tipicamente, o custo operacional total da planta é conhecido, mas nem sempre é possível discriminar os custos associados somente ao sistema de injeção, frente aos custos operacionais de outros subsistemas. Uma maneira aproximada de realizar essa estimativa é ponderar o custo dos subsistemas pela demanda energética de cada um deles, obtendo o custo operacional do sistema de injeção como uma fração do custo operacional total da planta.

Assim, definiremos o parâmetro β como sendo o custo adicional incorrido para cada incremento no tempo de injeção e também consideraremos esse valor como sendo uma constante ao longo de todo o processo de injeção.

Nossa função de ganho, G_L , é definida, para cada protocolo de injeção linear com platô, conforme a Equação 2-10:

$$G_L = \alpha \Delta A - \beta \Delta t, \quad (2-10)$$

desdobrada na Equação 2-11, em que A e t_R dependem de t_m :

$$G_L = \alpha(A - A_U) - \beta(t_R - t_U). \quad (2-11)$$

Em outras palavras, pode-se considerar G_L como uma função apenas de t_m , de modo que sua otimização se reduza à resolução da Equação 2-12:

$$\frac{dG_L}{dt_m} = 0. \quad (2-12)$$

Valores positivos de G_L são interpretados como protocolos de injeção para os quais postergar o atingimento do platô estabilizou a interface o suficiente para que o ganho de área varrida fosse mais significativo, economicamente, que o incremento no custo operacional decorrente do aumento do tempo de injeção. Valores negativos de G_L correspondem a protocolos em que o aumento do custo operacional causado pelo aumento do tempo de injeção suplantou o ganho de receita obtido pelo aumento da área varrida.

Devemos comentar que α é um parâmetro medido em unidades monetárias por unidade de área; β , um parâmetro expresso em unidades monetárias

por unidade de tempo; e G_L , um valor medido em unidades monetárias, simplesmente.

Deve-se observar que, em nossas simulações, ocasionalmente mostrou-se conveniente utilizar uma forma simplificada da Equação 2-11, equivalente a fixar $\alpha = 1$ nas Equações 2-10 e 2-11. Para esses casos particulares, é válida a Equação 2-13:

$$G_L = (A - A_U) - \beta(t_R - t_U). \quad (2-13)$$

Outra forma modificada da Equação 2-11, que se mostrou útil para a interpretação de nossos resultados, é a Equação 2-14, para a qual os ganhos de área varrida e de tempo total de injeção são calculados de forma percentual e não em termos absolutos. Nesta versão de ganho líquido modificado, G'_L , α' representa receita adicional por ganho percentual de área varrida e β' corresponde ao custo adicional por aumento percentual no tempo total de injeção:

$$G'_L = \alpha' \frac{A - A_U}{A_U} - \beta' \frac{t_R - t_U}{t_U}. \quad (2-14)$$

Assumindo $\alpha' = 1$ na Equação 2-14, chega-se à Equação 2-15:

$$G'_L = \frac{A - A_U}{A_U} - \beta' \frac{t_R - t_U}{t_U}. \quad (2-15)$$

É importante destacar que, por simplificação, nossa análise não se preocupou em contabilizar o custo do dinheiro, ou seja, não foi feita qualquer consideração envolvendo a taxa de juros vigente, o valor presente líquido dos custos de injeção distribuídos ao longo do tempo, ou mesmo o ganho financeiro associado à antecipação da produção. Tampouco foram contabilizados os efeitos de manutenção de pressão do reservatório sobre os resultados econômicos do campo como um todo, considerando a produção e injeção em múltiplos poços; em vez disso, nossa análise se deteve em um único par produtor-injetor, sem considerar no longo prazo o impacto da injeção na pressão estática e, conseqüentemente, na vazão do poço produtor.

2.5

Solução computacional do problema: integral de contorno baseada na formulação *vortex-sheet*

Nesta seção, descreveremos de forma sucinta a modelagem matemática a que foi submetido o problema, tendo como objetivo simular numericamente a evolução no tempo das deformações não-lineares na interface. Para tal, empregamos um método de integral de contorno baseado na formulação *vortex-sheet*, utilizando uma abordagem baseada principalmente em Hou *et al.* [14], Cenicerros *et al.* [26], Hou *et al.* [27], Miranda & Álvarez-Lacalle [29], Álvarez-

Lacalle *et al.* [30], Zhao *et al.* [31], Oliveira & Miranda [16], Oliveira *et al.* [28], Oliveira *et al.* [7] e Oliveira [25], cujos pontos principais descreveremos a seguir.

Começamos por aplicar a condição de contorno de Young-Laplace à interface entre os fluidos injetado e deslocado (Equação 2-16), em que p_1 é a pressão do fluido deslocado, p_2 é a pressão do fluido injetado, σ é a tensão interfacial e κ é a curvatura da interface, confinada ao plano horizontal:

$$p_2 - p_1 = \sigma\kappa. \quad (2-16)$$

Em seguida, para tratar a curvatura, aplicamos a identidade de Frenet-Serret, obtendo a Equação 2-17, em função de derivadas parciais, em que ϑ é o ângulo tangencial, s é o comprimento de arco e ϵ é a variável que parametriza a curva que descreve a interface no plano horizontal:

$$\kappa = \frac{\partial\vartheta}{\partial s} = \frac{\frac{\partial\vartheta}{\partial\epsilon}}{\frac{\partial s}{\partial\epsilon}}. \quad (2-17)$$

Esse artifício de parametrização nos permitiu contornar o problema numérico denominado *stiffness*, que introduziria limitações ao passo de tempo empregado no processo de integração.

A posição da interface, $\mathbf{X}$, parametrizada por ϵ , evolui no tempo t segundo as Equações 2-18 e 2-19, em que x e y correspondem a coordenadas em um sistema cartesiano, r e φ são coordenadas em um sistema polar, $\mathbf{W}$ é a velocidade da interface, U é o componente normal da velocidade da interface, T é o componente tangencial da velocidade da interface, $\hat{n}$ é o vetor unitário na direção normal à interface e $\hat{s}$ é o vetor unitário na direção tangencial à interface. O vetor unitário $\hat{s}$ pode ser escrito segundo a Equação 2-20, em função de variáveis já apresentadas e de suas derivadas.

$$\mathbf{X}(\epsilon, t) = (x(\epsilon, t), y(\epsilon, t)) = r(\epsilon, t)(\cos\varphi(\epsilon, t), \sin\varphi(\epsilon, t)) \quad (2-18)$$

$$\mathbf{W} = \frac{\partial\mathbf{X}}{\partial t} = U\hat{n} + T\hat{s} \quad (2-19)$$

$$\hat{s} = \frac{1}{\frac{\partial s}{\partial\epsilon}} \left(\frac{\partial x}{\partial\epsilon}, \frac{\partial y}{\partial\epsilon} \right) = (\cos\vartheta, \sin\vartheta) \quad (2-20)$$

A manipulação matemática das equações acima nos permite obter as Equações 2-21 e 2-22, em função das derivadas parciais $\frac{\partial\vartheta}{\partial\epsilon}$ e $\frac{\partial s}{\partial\epsilon}$:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial\epsilon\partial t} = \frac{\partial T}{\partial\epsilon} - U \frac{\partial\vartheta}{\partial\epsilon} \quad (2-21)$$

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial t} = \frac{1}{\frac{\partial s}{\partial\epsilon}} \left(\frac{\partial U}{\partial\epsilon} + T \frac{\partial\vartheta}{\partial\epsilon} \right) \quad (2-22)$$

Para completar o sistema de equações que descreve a evolução da interface, é necessário acoplar a velocidade normal, U , e a velocidade tangencial, T , às equações que governam a dinâmica e às condições de contorno. Dentre as condições de contorno, temos o salto de pressão na interface (Equação 2-16) e uma condição de contorno cinemática, que estabelece a continuidade do componente normal das velocidades dos dois fluidos, quando se cruza a interface. Esta segunda condição de contorno é expressa pela Equação 2-23, avaliada na interface, onde $\mathbf{u}_1$ é o vetor velocidade do fluido deslocado e $\mathbf{u}_2$ é o vetor velocidade do fluido injetado:

$$\mathbf{u}_1 \cdot \hat{n} = \mathbf{u}_2 \cdot \hat{n}. \quad (2-23)$$

As equações de momento, que governam a dinâmica em cada um dos dois fluidos, são dadas pela Lei de Darcy, ou seja, pela Equação 2-1. O fundamento desta modelagem é a teoria potencial, pois tratamos essencialmente de um escoamento potencial dominado por viscosidade. Desdobrando a Lei de Darcy, obtemos as Equações 2-24 e 2-25.

$$\mathbf{u}_1 = -\frac{b^2}{12\eta_1} \nabla p_1 \quad (2-24)$$

$$\mathbf{u}_2 = -\frac{b^2}{12\eta_2} \nabla p_2 \quad (2-25)$$

Resta avaliar o salto na velocidade tangencial, T , quando se cruza a interface. Como consequência da aplicação da Lei de Darcy, o escoamento no *bulk* de cada um dos fluidos é irrotacional. Toda a vorticidade do sistema se encontra concentrada na interface entre os fluidos, gerando uma descontinuidade em T e motivando o uso da formulação *vortex-sheet*, tanto para mensurar indiretamente essa vorticidade, quanto para descrever a morfologia do padrão interfacial, o que nos permite rastrear as deformações não-lineares da interface. Utilizamos, portanto, as Equações 2-26 e 2-27, onde γ é o *vortex-sheet* após a adimensionalização do problema, $\tilde{\gamma}$ é o *vortex-sheet* em sua forma original (dimensional) e $\mathbf{s}$ é o comprimento de arco em sua forma vetorial (Equação 2-28).

$$\gamma = (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) \cdot \mathbf{s} \quad (2-26)$$

$$\tilde{\gamma} = \frac{\partial s}{\partial \epsilon} \gamma = (\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) \cdot \mathbf{s} \quad (2-27)$$

$$\hat{\mathbf{s}} = \frac{1}{s} \mathbf{s} \quad (2-28)$$

A partir da Lei de Darcy e da condição de contorno de Young-Laplace, calculamos a distribuição do *vortex-sheet* em cada passo de tempo de simulação resolvendo a Equação 2-29, que consiste em uma equação integral de Fredholm.

A velocidade da interface, $\mathbf{W}$, é escrita como uma integral de γ . A distribuição de γ é calculada a partir da Equação 2-30, onde $\Re$ denota a parte real, P expressa o valor principal de Cauchy para a integral apresentada e ϵ é tomado como o ângulo azimutal associado ao número complexo z (Equação 2-31) e também como o parâmetro que identifica cada ponto da interface. Assim, z denota a posição da interface no instante t , descrevendo-a como uma curva no plano complexo.

$$\tilde{\gamma} = 2A_\mu \frac{\partial s}{\partial \epsilon} \mathbf{W} \cdot \hat{s} + \frac{b^2 \sigma}{6(\eta_1 + \eta_2)} \frac{\partial s}{\partial \epsilon} \frac{\partial \kappa}{\partial s} \quad (2-29)$$

$$\gamma = 2A_\mu \Re \left\{ \frac{\frac{\partial z}{\partial \epsilon}}{z} + \frac{\frac{\partial z}{\partial \epsilon}}{2\pi i} P \int_0^{2\pi} \frac{\gamma(\epsilon', t)}{z(\epsilon, t) - z(\epsilon', t)} d\epsilon' \right\} + 2B \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon} \quad (2-30)$$

$$z(\epsilon, t) = x(\epsilon, t) + iy(\epsilon, t) \quad (2-31)$$

Deve-se observar nas Equações 2-29 e 2-30 que existe um acoplamento entre $U = \mathbf{W} \cdot \hat{n}$ e γ . Esse acoplamento pode ser interpretado de maneira análoga à Lei de Biot-Savart para o magnetismo, na medida em que existe acoplamento entre o escalar γ (*vortex-sheet* na interface) e o vetor $\mathbf{W}$ (campo de velocidade nos dois fluidos, distribuído no espaço), da mesma forma que existe acoplamento entre a corrente no fio (escalar) e o campo magnético (campo vetorial).

No processo de adimensionalização que nos permite obter a Equação 2-30, adotou-se o raio inicial não-perturbado da interface, R_0 , como comprimento característico e $2\pi R_0^2/Q_{max}$ como tempo característico, sendo que Q_{max} é medida em unidades de área por tempo, utilizando-se a espessura entre as placas, b , para obter Q_{max} a partir de uma vazão de injeção volumétrica. Como resultado, emergem na Equação 2-30 os parâmetros adimensionais A_μ (contraste de viscosidade) e B (tensão interfacial efetiva), definidos conforme as Equações 2-6 e 2-8 e já discutidos neste trabalho.

A discretização das Equações 2-21 e 2-22 requer manipulações adicionais. O componente normal da velocidade da interface, U , depende da integral de γ . Este termo pode ser escrito como a soma de dois termos, dos quais um é proporcional à transformada de Hilbert de γ , $H[\gamma]$, conforme a Equação 2-32, e o outro se torna um operador de suavização:

$$H[\gamma] = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\gamma(\epsilon')}{\epsilon - \epsilon'} d\epsilon'. \quad (2-32)$$

Verifica-se que, dos termos que compõem o *vortex-sheet*, γ , a principal fonte de *stiffness* é o termo dependente da curvatura, κ . Por este motivo, aplicamos um método de discretização implícita somente ao termo $2B \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon}$, em vez de aplicá-lo a todos os termos da Equação 2-30. Sendo assim, nós

reescrevemos a Equação 2-22 na forma da Equação 2-33, onde o termo entre chaves é o operador suavizante e, por simplificação, fizemos $\frac{\partial s}{\partial \epsilon}$ constante, de maneira a obedecer à Equação 2-34, onde L é o perímetro da interface. Essa mesma simplificação também se aplica à Equação 2-21.

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = B \left(\frac{2\pi}{L} \right)^3 H \left[\frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \epsilon^3} \right] + \left\{ \frac{2\pi}{L} \frac{\partial U}{\partial \epsilon} - B \left(\frac{2\pi}{L} \right)^3 H \left[\frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \epsilon^3} \right] \right\} + \left(\frac{2\pi}{L} \right) T \frac{\partial \vartheta}{\partial \epsilon} \quad (2-33)$$

$$\frac{\partial s}{\partial \epsilon} = \frac{L(t)}{2\pi} \quad (2-34)$$

Para linearizar a Equação 2-33, fazemos uso de uma propriedade da transformada de Hilbert, que é diagonalizada pela transformada de Fourier, $\mathfrak{F}$, de modo que as equações governantes se reduzem à Equação 2-35, onde $\mathfrak{F}[N(\kappa)]$ contém todos os termos que recebem tratamento explícito, oriundos do termo entre chaves e do último termo da Equação 2-33. Deve-se lembrar que a transformada de Fourier de uma função $f(t)$ é definida segundo a Equação 2-36, convertendo sinais do domínio do tempo para o domínio da frequência.

$$\mathfrak{F} \left[\frac{\partial \vartheta(k)}{\partial t} \right] = -\frac{B}{2} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^3 |\kappa|^3 \mathfrak{F}[\vartheta(\kappa)] + \mathfrak{F}[N(\kappa)] \quad (2-35)$$

$$\mathfrak{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2-36)$$

Esse procedimento transforma o sistema de equações diferenciais parciais em um sistema de equações diferenciais ordinárias, as quais podem ser, então, integradas utilizando um método de Adams-Bashforth, implementado numericamente.

O código computacional em Matlab implementando a formulação apresentada acima consistiu em uma adaptação de código pré-existente, utilizado no trabalho de Oliveira *et al.* [7], de modo a incorporar o protocolo de injeção linear com platô e a avaliação da função de ganho. O código foi previamente validado, reproduzindo resultados teóricos de análise de estabilidade linear do trabalho de Miranda & Windom [12].

Durante a execução das simulações, verificou-se que o número de pontos necessários para descrever adequadamente a evolução de interface aumentava, acompanhando o aumento do seu perímetro, em função dos diferentes valores de t_m e de t_R . A simulação do caso de referência (t_m tendendo a zero) iniciou-se empregando $2^{11} = 2048$ pontos para descrever a interface. À medida que a simulação progredia e o perímetro da interface aumentava, foi necessário dobrar sucessivamente o número de pontos, até que fossem necessários $2^{15} = 32768$ pontos para rastrear a posição da interface, até o atingimento de R_f . Os casos com t_m alto apresentaram interfaces menos perturbadas, com perímetros

menores, por isso foi possível concluir iniciar estas simulações com $2^{11} = 2048$ pontos e concluí-las com $2^{12} = 4096$ pontos. Caso essas alterações no número de pontos usados para descrever a interface não fossem realizadas, erros numéricos interromperiam as simulações antes do atingimento de R_f .

Similarmente, o passo de tempo adotado nas simulações variava com o aumento de t_m : para valores de t_m próximos a zero, utilizamos um passo de tempo de 10^{-4} e, para valores de t_m elevados, chegamos a utilizar um passo de tempo de 10^{-2} . Quanto menor o valor do passo de tempo, mais precisa a simulação, porém maior o tempo de execução do código. Para t_m alto, como os padrões eram menos deformados, foi possível aumentar o passo de tempo, mantendo a precisão dos resultados.

No próximo capítulo, apresentaremos e discutiremos os principais resultados de nossas simulações, principalmente em termos de área varrida, tempo final de injeção e ganho líquido.

3

Resultados de Simulação

Neste capítulo, exploraremos os resultados das simulação realizadas, empregando protocolos de injeção linear com platô.

A Figura 3.1 apresenta resultados de uma série de simulações numéricas de evolução dinâmica da interface, realizadas para um alto valor de contraste de viscosidade ($A_\mu = 1$) e um baixo valor de tensão interfacial efetiva ($B = 0,0005$). Esta combinação de parâmetros adimensionais faz com que o sistema tenda a um cenário consideravelmente instável, em termos de crescimento de *viscous fingers*, quando comparada a outras combinações possíveis de A_μ e B . Consequentemente, cada protocolo de injeção proposto, determinado por cada valor assumido por t_m , foi aplicado para melhorar a eficiência de deslocamento dessa configuração bastante instável. Implicitamente, assume-se que, se o protocolo de injeção linear com platô for eficaz no controle da instabilidade do caso instável estudado ($A_\mu = 1$ e $B = 0,0005$), será também eficaz em casos mais brandos ($0 < A_\mu < 1$ e $B > 0,0005$), em termos de instabilidade hidrodinâmica.

Cada interface plotada na Figura 3.1 corresponde ao resultado de uma simulação diferente, para um dado valor de t_m , no instante $t = t_R$. A interface plotada na primeira linha e na primeira coluna (ou seja, no canto superior esquerdo da Figura 3.1) corresponde ao caso de referência, em que t_m tende a zero (injeção constante à vazão máxima disponibilizada pelo sistema, $Q_{max} = 1$).

Para melhor comparação da influência de t_m nos resultados, a mesma perturbação inicial foi imposta à interface em todos os casos simulados e apresentados na Figura 3.1. Adicionalmente, para cada interface plotada, a simulação se desenrola de maneira a capturar detalhes da dinâmica não-linear do sistema, até ser interrompida, quando a interface atinge o raio pré-determinado $R_f = 5$, em um tempo $t = t_R$, o que pode ocorrer antes ou depois do atingimento de t_m .

Por exemplo, quando $t_m = 2,0$, a simulação evolui até $t = t_R = 7,3$, ou seja, $t_R > t_m$, o que se traduz em um protocolo em que a vazão de injeção alcança seu máximo valor possível já no início do ciclo de injeção e depois se mantém elevada (e constante) pela maior parte do tempo em que

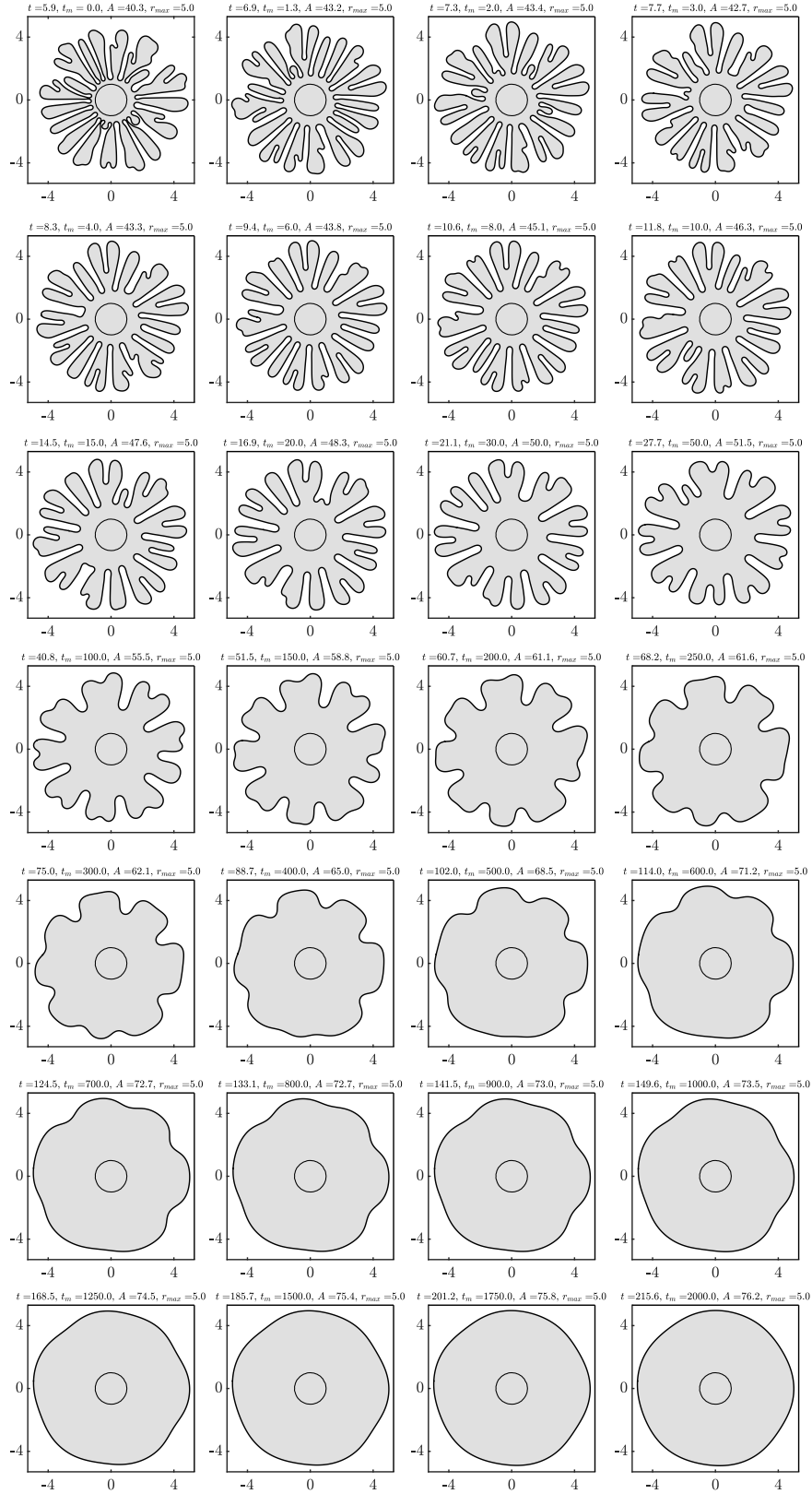


Figura 3.1: Resultados de simulação para diferentes valores de t_m , destacando o tempo final de simulação, $t = t_R$, e a área varrida final, A . Para todos os casos aqui mostrados, foi considerado que $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$, $Q_{max} = 1$ e $R_f = 5$.

o fluido é injetado, até que o primeiro *viscous finger* atinja o limite radial pré-determinado. Por outro lado, quando $t_m = 2000,0$, a simulação evolui até $t = t_R = 215,6$ ($t_R < t_m$), significando que a vazão máxima de injeção nunca é atingida durante o ciclo e que toda a injeção de fluido transcorre a uma vazão relativamente baixa, embora crescente ao longo do tempo; neste segundo caso, o primeiro *viscous finger* atinge o limite radial pré-determinado muito antes de se chegar ao instante $t = t_m$.

Uma observação interessante, que pode ser feita com base na Figura 3.1, é que, quando aumentamos t_m de 700,0 para 800,0, a área varrida permanece praticamente igual, mas o formato da interface se suaviza. Um outro comportamento a destacar diz respeito à comparação da área varrida A , para $t_m = 2,0$, $t_m = 3,0$ e $t_m = 4,0$. Nesse pequeno intervalo, o comportamento de A em função de t_m não é monotônico. Isso pode estar relacionado ao fato de a interface atingir a distância final R_f em diferentes pontos azimutais, para diferentes valores de t_m .

A Figura 3.2 consiste em um extrato da Figura 3.1, enfatizando o efeito da variação de t_m sobre o tempo final de simulação e a morfologia da interface deformada. Conforme t_m aumenta, o número de dedos viscosos diminui, a interface se torna menos deformada e a simulação avança mais no tempo, antes que o raio R_f seja atingido. Qualitativamente, pode-se dizer que aumentar t_m equivale a retardar (no tempo) a evolução do crescimento dos *viscous fingers*. Como resultado, quanto maior o valor de t_m , maior a área varrida A , delimitada pela interface entre fluido injetado e fluido deslocado. Esse efeito é exatamente o desejado, se o que se almeja é apenas aumentar a eficiência de varrido em uma aplicação de campo, independentemente dos custos associados a esse aumento.

De fato, a Figura 3.2(f) apresenta uma interface significativamente menos perturbada e um menor número de dedos viscosos que a Figura 3.2(a), confirmando as indicações anteriores de que o aumento de t_m tende a estabilizar a interface. Essa estabilização se verifica tanto para $t_m < t_R$, como exemplificado pelas Figuras 3.2(a) e 3.2(b), quanto para $t_m > t_R$, como nas Figuras 3.2(c), 3.2(d), 3.2(e) e 3.2(f).

Em cada um dos casos representados na Figura 3.2, o círculo de raio R_f foi plotado como uma linha pontilhada, para facilitar a visualização de qual dedo viscoso atinge este limite em primeiro lugar, interrompendo a simulação. Uma segunda linha pontilhada representa o círculo de raio R_0 , que é o raio não-perturbado da interface no instante $t = 0$. Uma constatação interessante é que a geometria da interface pode se apresentar notavelmente assimétrica em relação a este segundo círculo pontilhado, mesmo para tempos de simulação relativamente pequenos. Tal efeito pode ser visto com maior

clareza na Figura 3.2(a), em que um círculo imaginário traçado pelas bases dos *viscous fingers* seria excêntrico em relação ao círculo de raio inicial não perturbado. Essa observação é coerente com a descrição teórica e experimental dos diferentes mecanismos que governam os escoamentos em células de Hele-Shaw, no que diz respeito ao crescimento e dominância dos dedos viscosos, o que foi resumidamente apresentado por Homsy [6] com base em diversos trabalhos anteriores.

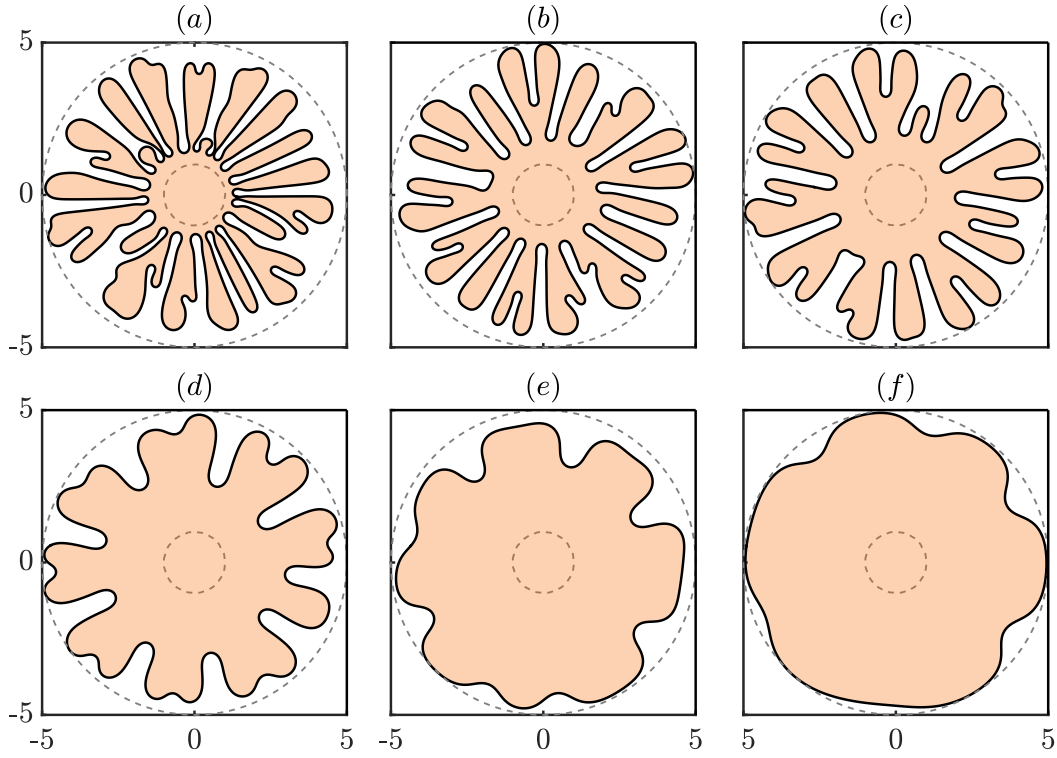


Figura 3.2: Resultados de simulação para diferentes valores de t_m , considerando $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$, $Q_{max} = 1$ e $R_f = 5$: (a) $t_m = 0,0$, $t = t_R = 5,9$, $A = 40,3$; (b) $t_m = 4,0$, $t = t_R = 8,3$, $A = 43,3$; (c) $t_m = 15,0$, $t = t_R = 14,5$, $A = 47,6$; (d) $t_m = 100,0$, $t = t_R = 40,8$, $A = 55,5$; (e) $t_m = 300,0$, $t = t_R = 75,0$, $A = 62,1$; (f) $t_m = 600,0$, $t = t_R = 114,0$, $A = 71,2$.

Os gráficos das Figuras 3.3, 3.4(a) e 3.4(b) permitem-nos visualizar a relação entre o tempo de injeção, t , a área varrida $A(t)$ e o raio do maior *viscous finger* na interface em cada instante t , $r_{max}(t)$, para diferentes valores de t_m . Para facilitar a visualização, não foram plotadas curvas para todos os valores de t_m que constavam da Figura 3.1, e sim para alguns valores escolhidos. Note-se que a faixa de valores de t_m cobertos pelas Figuras 3.3, 3.4(a) e 3.4(b) é significativamente mais ampla que a faixa de valores de t_m considerados na Figura 3.2.

Na Figura 3.3, observamos que, conforme t_m aumenta, o incremento na área varrida final (valor máximo de cada curva plotada, indicado em cada curva pelo ponto azul) se torna progressivamente menor, à medida que a área varrida

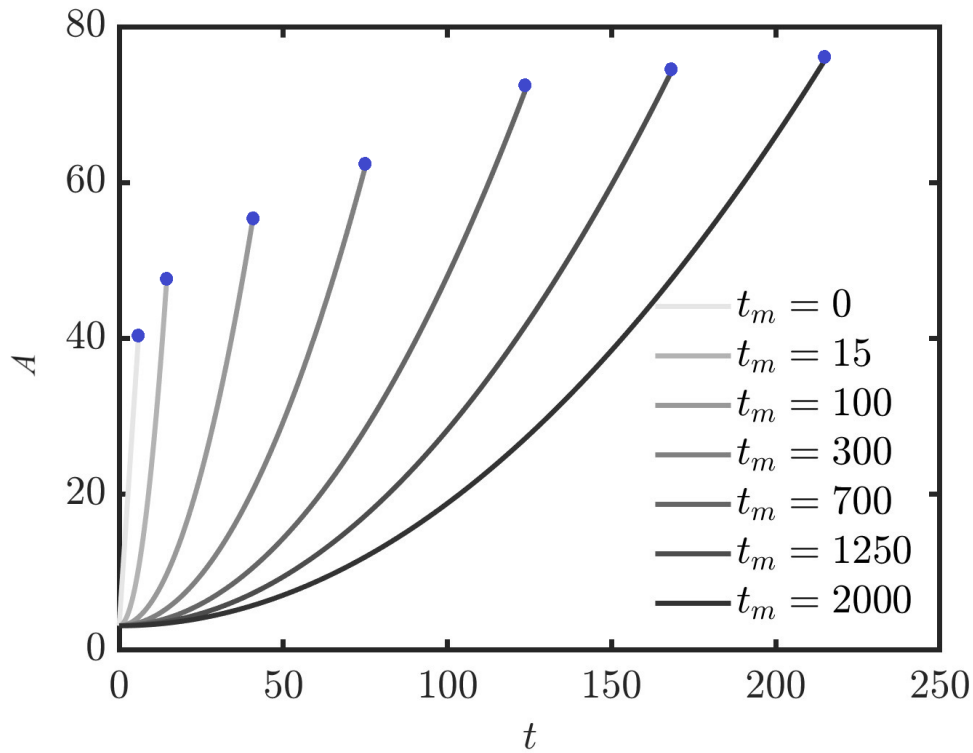


Figura 3.3: Resultados de simulação para $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$ e $R_f = 5$, mostrando a evolução da área varrida com o tempo, para diferentes protocolos de injeção, cada um deles definido por um valor específico de t_m .

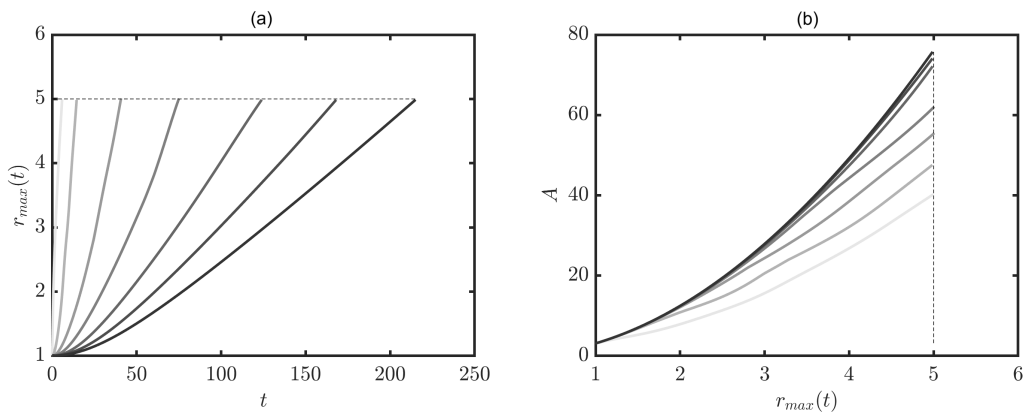


Figura 3.4: Resultados de simulação para $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$ e $R_f = 5$, mostrando: (a) raio do *viscous finger* mais longo em função do tempo de simulação, para diferentes protocolos de injeção, cada um deles definido por um t_m específico, seguindo o mesmo código de cores da Figura 3.3, e (b) área varrida, confinada no interior da interface, em função do raio do *viscous finger* mais longo, também para diferentes protocolos de injeção, seguindo o mesmo código de cores da Figura 3.3.

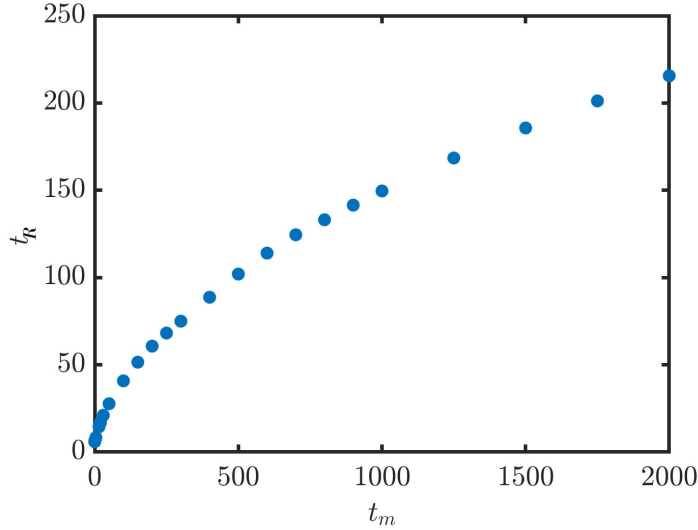


Figura 3.5: Resultados de simulação para $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$, $Q_{max} = 1$ e $R_f = 5$, mostrando o tempo final de injeção, t_R , como uma função de t_m .

final se aproxima da área do círculo de raio R_f , dada por $\pi(R_f)^2 = \pi(5)^2 \approx 78,5$. Essa observação é corroborada pelos dados apresentados na Figura 3.1. Por exemplo, a área varrida final para $t_m = 700$ ($A=72,7$) é muito próxima à área varrida final para $t_m = 2000$ ($A=76,2$), enquanto o tempo total de injeção aumenta de $t_R = 124,5$ para 215,6. Isso representa um incremento de apenas 4,8% em área varrida, para um incremento de 73,2% no tempo total de injeção. Em contrapartida, quando comparamos os casos em que $t_m = 300$ e $t_m = 700$, verificamos um incremento de 17,1% na área varrida, para um incremento de 66,0% no tempo total de injeção, ou seja, um ganho percentual maior na área varrida, com um incremento percentual menor no tempo de injeção. Também o formato da interface sofre mudança mais drástica ao se passar de $t_m = 300$ para $t_m = 700$ do que ao se passar de $t_m = 700$ para $t_m = 2000$, como vemos na Figura 3.1.

Naturalmente, há um limite para o aumento da área varrida final, representado pela área do círculo de raio R_f , ainda que considerações de ordem econômica, tais como os custos operacionais associados ao funcionamento do sistema de injeção, não fossem um fator importante na análise. É o que pode ser visualizado com mais facilidade na Figura 3.4(b), na qual, para valores altos de t_m , os resultados de área varrida final A , quando as curvas atingem $r_{max} = 5$ e as simulações são interrompidas, tornam-se cada vez mais próximos de $\pi(R_f)^2 \approx 78,5$.

Já a Figura 3.4(a) reforça a afirmação de que a adoção de valores pequenos de t_m tem como consequência o atingimento mais rápido de R_f e também valores menores de $t = t_R$. Inversamente, protocolos de injeção

com valores elevados de t_m permitem dilatar o tempo total de injeção, com interfaces mais estáveis. A Figura 3.5 comprova que um aumento de t_m implica em um aumento do tempo final de injeção, t_R . Esses resultados também ficam evidentes pela análise das Figuras 3.1 e 3.2.

Em suma, a análise das Figuras 3.1 a 3.4 indica que o protocolo de injeção linear com platô efetivamente promove a estabilização da interface, possibilitando o atingimento de uma eficiência de varrido tão próxima de 100% e uma interface tão bem comportada quanto se queira, desde que seja viável aumentar indefinidamente o tempo total de injeção.

Passemos agora à análise dos resultados obtidos para o ganho líquido, G_L , em função de t_m , usando como base o gráfico da Figura 3.6. Também aqui, foram fixados os valores $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$ e $R_f = 5$ e o caso de referência para comparações de ganho ou prejuízo é o caso equivalente a uma injeção constante à máxima vazão admissível do sistema, durante todo o período simulado. Para simplificar a análise, foi conveniente fixar $\alpha = 1$ e variar os valores de β como frações de α , em conformidade com a Equação 2-13.

Deve-se notar que, no gráfico da Figura 3.6, todos os valores positivos de G_L correspondem a cenários em que o protocolo de injeção linear com platô ($t_m > 0$) são economicamente mais vantajosos que o caso de referência, em que t_m tende a zero.

Quando β é muito menor que α , isto é, quando β é relativamente pequeno ($0 \leq \beta < 0.30$), é possível aumentar o tempo de injeção e a área varrida final praticamente sem limites, empregando valores mais elevados de t_m , de modo a maximizar o ganho líquido. Isto ocorreria em cenários de alta considerável na cotação do Brent, ou em cenários em que a redução de custos operacionais apresentasse resultados excelentes. Nesses cenários, aumentar t_m e injetar com vazões mais baixas por períodos mais longos daria retornos financeiros melhores.

Para $\beta \approx 0.30$, temos uma mudança de comportamento da função de ganho. As curvas da Figura 3.6 com $\beta \geq 0.30$ apresentam claramente um ponto de ganho líquido máximo, o que significa que esses cenários poderiam ser beneficiados por um cálculo de otimização. Adicionalmente, quando $\beta \geq 0.30$, é possível encontrar valores de t_m elevados demais para serem interessantes, do ponto de vista econômico; esses valores podem redundar em resultados piores ($G_L < 0$) que o caso de referência, em que t_m tende a zero.

Também é interessante notar que as curvas de ganho líquido também apresentam um pequeno trecho em que seu comportamento não é monotônico, para $0 < t_m < 10$, semelhante ao comportamento não monotônico observado na Figura 3.1 para a área varrida, no intervalo $2, 0 < t_m < 4, 0$.

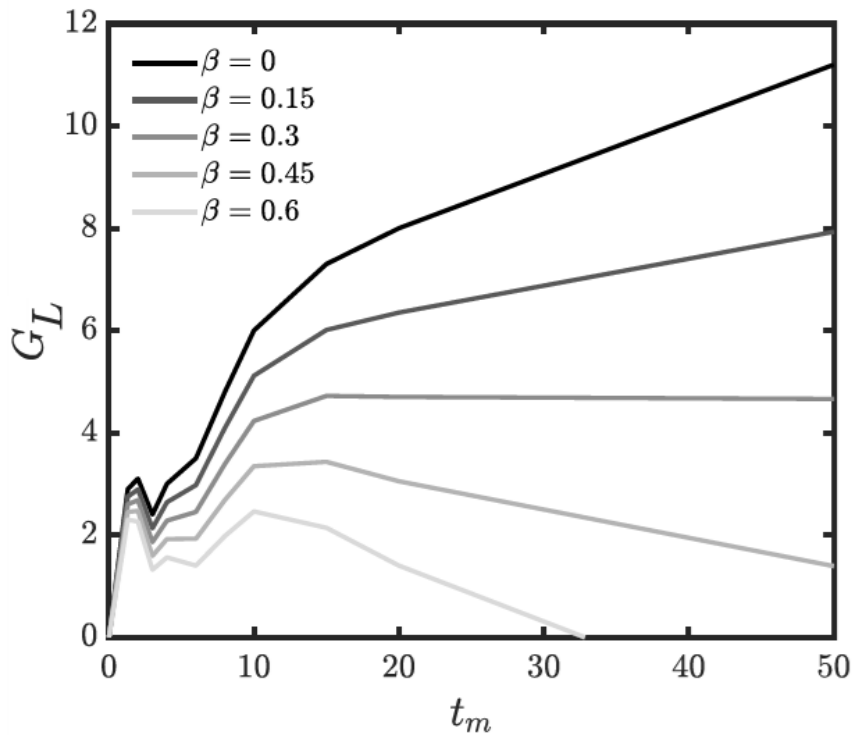


Figura 3.6: Ganho líquido obtido como uma função de t_m , para $\alpha = 1$ e diferentes valores de β , conforme definido pela Equação 2-13. Em todos os casos mostrados neste gráfico, $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$ e $R_f = 5$. Somente valores positivos de ganho líquido são mostrados.

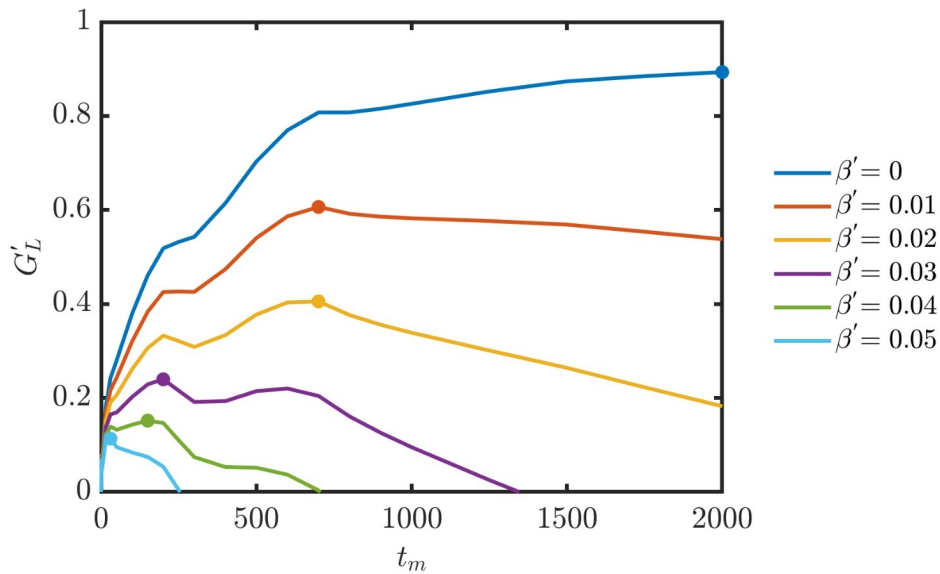


Figura 3.7: Ganho líquido modificado, obtido como uma função de t_m , para $\alpha' = 1$ e diferentes valores de β' , conforme definido pela Equação 2-15. Em todos os casos mostrados neste gráfico, $A_\mu = 1$, $B = 0,0005$, $Q_{max} = 1$ e $R_f = 5$. Somente valores positivos de ganho líquido são mostrados.

Os resultados da Figura 3.7 utilizam os mesmos dados de entrada que a Figura 3.6, contudo o gráfico da Figura 3.7 emprega uma versão diferente da definição de ganho líquido (Equação 2-14), mostrando valores de t_m até 2000, para β' variando entre 0 e 0,05 e $\alpha' = 1$. Os pontos de máximo ganho em cada curva foram destacados com um ponto. Observa-se que, conforme β' aumenta, o melhor resultado de ganho está associado a um valor de t_m cada vez mais próximo de zero. Isso significa que, conforme aumenta o custo operacional, cada vez mais a estratégia de injeção otimizada se aproxima do caso de referência, que é a injeção constante com vazão máxima.

Essa análise mostra que a metodologia proposta nesta dissertação permite identificar maneiras de maximizar o volume de fluido deslocado, quando o cenário econômico define valores de α e β que permitam a escolha de um protocolo de injeção linear com platô. Por outro lado, quando o cenário econômico apresenta custos relativamente altos em relação às receitas, o método proposto recupera a forma de injeção que já é amplamente utilizada pela indústria e indica que a injeção a altas vazões continua sendo a mais adequada.

4

Considerações Finais

Neste trabalho, propusemos um método para otimizar a injeção de fluido em uma célula de Hele-Shaw, empregando um protocolo de injeção linear com platô, de modo a minimizar as instabilidades de Saffman-Taylor. Motivados por métodos especiais de recuperação de óleo, como a injeção *WAG*, nosso intuito foi aumentar a área varrida e ao mesmo tempo considerar o impacto econômico do aumento do tempo de injeção e do aumento dos custos operacionais associados a essa injeção. Isso foi possível a partir da introdução de uma função de ganho líquido, que compara os resultados do protocolo de injeção linear com platô com os resultados de um caso de referência, que corresponde a um protocolo de injeção constante, à máxima vazão disponibilizada pelo sistema. As simulações numéricas de evolução da interface entre os dois fluidos, no interior da célula de Hele-Shaw, empregaram um método de integral de contorno baseado na formulação *vortex-sheet* e foram executadas em ambiente Matlab.

Verificamos que, de modo geral, conforme aumenta o tempo de injeção necessário ao atingimento da máxima vazão disponibilizada pelo sistema, em um dado protocolo de injeção linear com platô (t_m), o número e a amplitude de dedos viscosos são reduzidos, a interface se torna menos deformada e a simulação avança até tempos de injeção finais, t_R , mais longos, até que o raio final pré-determinado, R_f , seja atingido. Qualitativamente, pode-se dizer que aumentar t_m equivale a retardar (no tempo) a evolução do crescimento dos *viscous fingers*. Como resultado, quanto maior o valor de t_m , maior a área varrida A , delimitada pela interface entre fluido injetado e fluido deslocado, e maior o tempo final de injeção, t_R . Em outras palavras, o aumento de t_m tende, de fato, a estabilizar a interface, um efeito que se verifica tanto para $t_m < t_R$ quanto para $t_m > t_R$.

Observamos também que, conforme t_m aumenta, o incremento na área varrida final se torna progressivamente menor, à medida que a área varrida final se aproxima assintoticamente da área do círculo de raio R_f . Via de regra, pode-se afirmar que o protocolo de injeção linear com platô efetivamente promove a estabilização da interface, possibilitando o atingimento de uma eficiência de varrido tão próxima de 100% e uma interface tão bem comportada quanto

se queira, desde que seja viável aumentar indefinidamente o tempo total de injeção.

Uma vez que se introduza na análise o fator econômico, a partir da função de ganho líquido e dos parâmetros α e β , constatamos que dois diferentes cenários são possíveis, para emprego do protocolo de injeção linear com platô.

Para valores de β muito menores que α , ou seja, quando os custos de injeção são relativamente pequenos face à cotação do Brent, é possível aumentar o tempo de injeção e a área varrida final praticamente sem limites, empregando valores elevados de t_m , de modo a maximizar o ganho líquido.

Aumentando-se suficientemente o valor de β , porém, inevitavelmente chegamos a um cenário em que existe um ponto de ganho líquido máximo. Mais que isso, para um cenário deste tipo, é possível encontrar valores de t_m elevados demais para serem interessantes, do ponto de vista econômico; esses valores de t_m poderiam gerar resultados econômicos piores do que o protocolo de injeção constante, à máxima vazão disponibilizada pelo sistema ($G_L < 0$). Para esses casos, um processo de maximização do ganho líquido a partir de uma escolha adequada de t_m é a estratégia mais indicada.

Assim sendo, conclui-se que a metodologia proposta nesta dissertação permite identificar maneiras de maximizar o volume de fluido deslocado, quando o cenário econômico define valores de α e β que permitam a escolha de um protocolo de injeção linear com platô. Por outro lado, quando o cenário econômico apresenta custos relativamente altos em relação às receitas, o método proposto recupera a forma de injeção que já é amplamente utilizada pela indústria e indica que a injeção a altas vazões (tendendo ao caso de referência) continua sendo a mais adequada.

Uma extensão natural deste trabalho seria incluir no código computacional uma rotina que calculasse o valor de β crítico, o qual delimita a transição entre os dois cenários descritos acima, e que, posteriormente, identificasse se, para um dado valor de β , existe um ponto de ganho líquido máximo, calculando qual é o t_m correspondente a esse ganho máximo, ou seja, que solucionasse numericamente a Equação 2-12.

Em complemento, seria interessante incorporar uma metodologia mais robusta para a estimativa do valor de β , em um caso de campo, e adicionar à modelagem a heterogeneidade do meio poroso (o que corresponderia a variar a distância entre as placas de Hele-Shaw, b , em vez de considerá-la constante), de forma a expandir a aplicação desse método a campos de petróleo com permeabilidade heterogênea.

Referências bibliográficas

- [1] THOMAS, J. E.. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. Editora Interciência, Rio de Janeiro, Brasil, 2001.
- [2] ROSA, A. J.; CARVALHO, R. S. ; XAVIER, J. A. D.. **Engenharia de Reservatórios de Petróleo**. Editora Interciência, Rio de Janeiro, Brasil, 2006.
- [3] DA ROSA, K. R. S. A.; BEZERRA, M. C. M.; PONZIO, E. A. ; ROCHA, A. A.. **Recuperação avançada de petróleo: Potencialidades da injeção WAG (Water Alternating Gas)**. Revista Virtual de Química, 8:723–738, 2016.
- [4] SAFFMAN, P. G.; TAYLOR, G. I.. **The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous fluid**. Proceedings of the Royal Society A, 245:312–329, 1958.
- [5] HILL, S.. **Channelling in packed columns**. Chemical Engineering Science, 1.6:247–253, 1952.
- [6] HOMSY, G. M.. **Viscous fingering in porous media**. Annual Review of Fluid Mechanics, 19:271–311, 1987.
- [7] OLIVEIRA, R. M.; ABEDI, B.; SANTOS, L. F.; CÂMARA, P. S. ; MENDES, P. R. S.. **Similarity characteristics in the morphology of radial viscous fingers**. Physics of Fluids, 35, 2023.
- [8] LAWRENCE, J. J.; TELETZKE, G. F.; HUTFILZ, J. M. ; WILKINSON, J. R.. **Reservoir simulation of gas injection processes**. Middle East Oil Show, 2003.
- [9] PATERSON, L.. **Radial fingering in a Hele-Shaw cell**. Journal of Fluid Mechanics, 113:513 – 529, 1981.
- [10] DIAS, E. O.; PARISIO, F. ; MIRANDA, J. A.. **Suppression of viscous fluid fingering: a piecewise constant-injection process**. Physical Review E, 82:067301, 2010.

- [11] AL-HOUSSEINY, T. T.; TSAI, P. A. ; STONE, H. A.. **Control of interfacial instabilities using flow geometry**. *Nature Physics*, 8:747–750, 2012.
- [12] MIRANDA, J. A.; WINDOM, M.. **Radial fingering in a Hele-Shaw cell: a weakly non-linear analysis**. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 120:315–328, 1998.
- [13] DAI, W. S.; SHELLEY, M. J.. **A numerical study of the effect of surface tension and noise on an expanding Hele-Shaw bubble**. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 5, 1993.
- [14] HOU, T. Y.; LOWENGRUB, J. S. ; SHELLEY, M. J.. **Removing the stiffness from interfacial flows with surface tension**. *Journal of Computational Physics*, 114:312–338, 1994.
- [15] DIAS, E. O.; ALVAREZ-LACALLE, E.; CARVALHO, M. S. ; MIRANDA, J. A.. **Minimization of viscous fluid fingering: A variational scheme for optimal flow rates**. *Physical Review Letters*, 109:144502, 2012.
- [16] OLIVEIRA, R. M.; MIRANDA, J. A.. **Fully nonlinear simulation of ferrofluid patterns in a radial magnetic field**. *Physical Review Fluids*, 5:124003, 2020.
- [17] ANJOS, P. H. A.; LOPES, C. R. H. ; OLIVEIRA, R. M.. **Onset of growth of Saffman-Taylor instabilities in a three-layer, rectangular Hele-Shaw flow**. *International Congress of Mechanical Engineering - COBEM*, 2023.
- [18] AFZALI, S.; REZAEI, N. ; ZENDEHBOUDI, S.. **A comprehensive review on Enhanced Oil Recovery by Water Alternating Gas (WAG) injection**. *Fuel*, 227:218–246, 2018.
- [19] GHOLINEZHAD, S.; KANTZAS, A. ; BRYANT, S. L.. **Control of interfacial instabilities through variable injection rate in a radial Hele-Shaw cell: A nonlinear approach for late-time analysis**. *Physical Review E*, 107:065108, 2023.
- [20] DIAS, E. O.; MIRANDA, J. A.. **Interfacial instabilities in periodically driven Hele-Shaw flows**. *Physical Review E*, 80:026303, 2009.
- [21] LI, S. W.; LOWENGRUB, J. S.; FONTANA, J. ; PALFFY-MUHORAY, P.. **Control of viscous fingering patterns in a radial Hele-Shaw cell**. *Physical Review Letters*, 102:174501, 2009.

- [22] **Energy Information Administration.** Publicado em 09/04/2025. Acessado em 14/04/2025. <https://www.eia.gov/petroleum/data.php>.
- [23] **CASADEMUNT, J.. Viscous fingering as a paradigm of interfacial pattern formation: Recent results and new challenges.** *Chaos*, 14:809–824, 2004.
- [24] **MCCOULD, K. V.; MAHER, J. V.. Experimental perturbations to Saffman-Taylor flow.** *Physics Reports*, 260:139–185, 1995.
- [25] **OLIVEIRA, R. M.. Boundary integral simulations based on the vortex-sheet formalism for the discretization of sharp droplet interfaces in Hele-Shaw cells.** *International Congress of Mechanical Engineering - COBEM*, 2023.
- [26] **CENICEROS, H. D.; HOU, T. Y. ; SI, H.. Numerical study of Hele-Shaw flow with suction.** *Physics of Fluids*, 11:2471–2486, 2023.
- [27] **HOU, T. Y.; LOWENGRUB, J. S. ; SHELLEY, M. J.. Boundary integral method for multicomponent fluids and multiphase materials.** *Journal of Computational Physics*, 169:302–362, 2001.
- [28] **OLIVEIRA, R. M.; COUTINHO, I. M.; ANJOS, P. H. A. ; MIRANDA, J. A.. Shape instabilities in confined ferrofluids under crossed magnetic fields.** *Physical Review E*, 104:65113, 2021.
- [29] **MIRANDA, J. A.; ÁLVAREZ LACALLE, E.. Viscosity contrast effects on fingering formation in rotating Hele-Shaw flows.** *Physical Review E*, 72:26306, 2005.
- [30] **ÁLVAREZ LACALLE, E.; ORTÍN, J. ; CASADEMUNT, J.. Relevance of dynamic wetting in viscous fingering patterns.** *Physical Review E*, 74:25302(R), 2006.
- [31] **ZHAO, M.; ANJOS, P. H. A.; LOWENGRUB, J. ; LI, S.. Pattern formation of the three-layer Saffman-Taylor problem in a radial Hele-Shaw cell.** *Physical Review Fluids*, 5:124005, 2020.