



Marcos Vinícius Silva Miranda Gomes

**Uma proposta pedagógica para o Ensino de Geometria no
sexto ano do Ensino Fundamental baseada no livro
“Planolândia: Um Romance de muitas dimensões”**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre em Matemática pelo Programa
de Pós-graduação em Matemática, do Departamento de
Matemática da PUC-Rio.

Orientadora: Prof^a. Renata Martins Rosa

Rio de Janeiro

Abril de 2025



Marcos Vinícius Silva Miranda Gomes

**Uma proposta pedagógica para o Ensino de Geometria no
sexto ano do Ensino Fundamental baseada no livro
“Planolândia: Um Romance de muitas dimensões”**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Matemática da PUC-Rio. Aprovada pela
Comissão Examinadora abaixo:

Prof^a. Renata Martins Rosa

Orientadora

Departamento de Matemática - PUC-Rio

Prof. Filipe Bellio da Nobrega

Departamento de Matemática - PUC-Rio

Prof. Samuel Pacitti Gentil

Departamento de Matemática - PUC-Rio

Prof^a. Emília Carolina Santana Teixeira Alves

Departamento de Matemática Aplicada – UFF

Prof. Marcos Craizer

Departamento de Matemática - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 10 de abril de 2025

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial, do trabalho é proibida sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Marcos Vinicius Silva Miranda Gomes

Licenciado em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (UFF), 2016. Atualmente, trabalho como Professor de Matemática do Ensino Médio e os anos finais do Ensino Fundamental na rede pública do Estado do Rio de Janeiro.

Ficha Catalográfica

Gomes, Marcos Vinícius Silva Miranda

Uma proposta pedagógica para o ensino de geometria no sexto ano do Ensino Fundamental baseada no livro “Planolândia: um romance de muitas dimensões” / Marcos Vinícius Silva Miranda Gomes ; orientadora: Renata Marins Rosa. – 2025.

55 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2025.

Inclui bibliografia

1. Matemática – Teses. 2. Matemática e literatura. 3. Ensino de geometria. 4. Ensino Fundamental. 5. Planolândia. I. Rosa, Renata Marins. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

Dedico esse trabalho a minha esposa Angela, ao meu
filho Rafael e às minhas filhas Ana Bárbara e Ana Beatriz.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Agradeço a Deus por mais essa conquista, pois sem a sabedoria e orientação divina eu não teria alcançado essa vitória.

Aos meus pais Ilton Miranda Gomes e Sonia Regina da Silva Gomes que não podem estar aqui para verem este momento que eles tanto sonharam, mas tenho certeza de que, ao lado de Deus, eles estão muito felizes por mim. Estou me formando graças a eles, pois sempre me incentivaram a crescer, mesmo com todas as dificuldades, o esforço investido em minha educação e o apoio ao longo de toda minha trajetória, foram fundamentais na minha vida.

Aos meus filhos, Ana Beatriz de Aquino Gomes, Ana Bárbara de Aquino Gomes e Rafael Franco Cardoso Gomes, por terem dividido essa etapa da vida comigo e por terem tornado essa jornada mais leve, agradável e proveitosa.

Aos meus professores, pois graças a eles, me tornei o que sou hoje profissionalmente. Agradeço à minha orientadora Renata Marins Rosa que, além de excelente professora, me ajudou cuidadosamente a concluir este trabalho.

Ao meu anjo da guarda, por ter me guiado por todos esses anos, por ter me acompanhado e iluminado cada passo meu, por todos os livramentos dos perigos no trajeto para a realização das avaliações presenciais, por me dado força para cada prova e conclusão de semestre.

A todos que contribuíram para essa conquista me apoiando, me ajudando a estudar, me orientando durante o estágio ou em casa cuidando dos meus filhos, sem vocês nada disso seria possível.

Resumo

Gomes, Marcos Vinícius Silva Miranda. **Uma proposta pedagógica para o Ensino de Geometria no sexto ano do Ensino Fundamental baseada no livro “Planolândia: Um Romance de muitas dimensões”**. Rio de Janeiro, 2025. 55p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nos últimos anos, os professores da Educação Básica Brasileira, especialmente no Ensino Fundamental, buscam formas inovadoras e eficazes de ensino que envolvam os alunos de maneira significativa. No contexto do ensino de Matemática, especificamente no ensino de Geometria, a utilização de ferramentas pedagógicas que conectem o conteúdo teórico à prática e ao cotidiano é cada vez mais importante. Nessa perspectiva, a literatura pode servir como um recurso inovador para contextualizar esses conteúdos, promovendo um aprendizado mais significativo de conceitos matemáticos. Neste contexto, a obra "Planolândia: um romance de muitas dimensões", do escritor Britânico Edwin A. Abbott, serviu como um recurso valioso para instigar a curiosidade dos discentes. Assim, o presente trabalho teve como objetivo investigar a viabilidade e a eficácia de uma série de atividades baseadas em capítulos e trechos do livro "Planolândia" como recurso didático no ensino de Geometria de acordo com a BNCC, para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, além de propor uma coletânea de atividades que possam ser aplicadas, ou adaptadas, na sala de aula de Matemática, sendo estas atividades formuladas com o propósito de estimular o aprendizado dos alunos a partir da confecção de materiais didáticos manipuláveis e do uso do software Geogebra. Portanto, este trabalho é um relato das atividades que integram leitura, reflexão, e ação, promovendo uma compreensão mais significativa dos conteúdos geométricos.

Palavras-chave

Matemática e Literatura; Ensino de Geometria; Ensino Fundamental; Planolândia.

Abstract

Gomes, Marcos Vinícius Silva Miranda. **A pedagogical proposal for Teaching Geometry in the sixth year of Elementary School based on the book “Planolândia: A Romance of many dimensions”**. Rio de Janeiro, 2025. 55p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In recent years, Brazilian Basic Education teachers, especially in Elementary Education, have sought innovative and effective ways of teaching that involve students in a meaningful way. In the context of teaching Mathematics, specifically in teaching Geometry, the use of pedagogical tools that connect theoretical content to practice and everyday life. From this perspective, literature can serve as an innovative resource to contextualize these contents, promoting more meaningful learning experience of mathematical concepts. In this context, the book "Flatland: A Novel of Many Dimensions", by British writer Edwin A. Abbott, served as a valuable resource to instigate students' curiosity. Thus, the present work aimed to investigate the feasibility and effectiveness of a series of activities based on chapters and excerpts from "Flatland" as a teaching resource in the teaching of Geometry according to the BNCC, for students in the sixth year of Elementary School. , in addition to proposing a collection of activities that can be applied, or adapted, in the Mathematics class, these activities, with the purpose of stimulating student learning through the creation of hands-on teaching materials and the use of Geogebra software. Therefore, this work is a report of activities that integrate reading, reflection, and action, promoting a more meaningful understanding of geometric contents.

Keywords

Mathematics and Literature; Teaching Geometry; Elementary Education; Flatland.

SUMÁRIO

1. Introdução	10
2. A importância da Literatura na Educação Matemática	15
3. A Obra “Planolândia” e suas implicações pedagógicas	18
4. O Ensino de Geometria no sexto ano de acordo com a BNCC	23
5. Conceitos Básicos de Geometria Euclidiana no sexto ano	25
6. Metodologia de Ensino aplicada com o livro “Planolândia”.	30
7. Produto Educacional	33
8. Resultados e análise dos dados	36
9. Considerações finais	47
10. Referência Bibliográfica	49

Lista de Figuras

Figura 1 – Imagem da capa do livro Planolândia.	11
Figura 2 – Imagem dos alunos da turma 602.	13
Figura 3 – Imagem do livro Planolândia.	18
Figura 4 – Imagem da visão da Linhalândia pelo Quadrado.	21
Figura 5 – Imagem da visão da Esfera pelo Quadrado.	21
Figura 6 – Imagem de um ângulo reto.	26
Figura 7 – Imagem de um ângulo obtuso.	26
Figura 8 – Imagem de um ângulo agudo.	27
Figura 9 – Imagem de um círculo.	27
Figura 10 – Imagem de retas paralelas.	28
Figura 11 – Imagem do cartaz do filme Flatland de 2007.	37
Figura 12 – Imagem do Quadrado feita por um grupo da turma 601.	38
Figura 13 – Imagem de uma habitante feita por um grupo da turma 602.	38
Figura 14 – Imagem da ampliação e redução do quadrado realizada por um grupo.	39
Figura 15 – Imagem das respostas da atividade prática 1 realizada por um grupo.	40
Figura 16 – Imagem de um habitante com forma irregular realizada por um grupo.	41
Figura 17 – Imagem da atividade prática 3 feita pelo aluno x.	42
Figura 18 – Imagem das respostas da atividade prática 3 realizada por um grupo.	43
Figura 19 – Imagem da atividade prática 3 feita pela aluna y.	44
Figura 20 – Imagem das respostas da atividade prática 4 realizada por um grupo.	44
Figura 21 – Imagem da atividade prática 5 feita pela aluna w.	45
Figura 22 – Imagem dos alunos interagindo durante a atividade prática.	46

1. Introdução.

Nos últimos anos, os professores da Educação Básica Brasileira, especialmente no Ensino Fundamental, buscam formas inovadoras e eficazes de ensino que envolvam os alunos de maneira significativa. No contexto do ensino de Matemática, especificamente no ensino de Geometria, a utilização de ferramentas pedagógicas que conectem o conteúdo teórico à prática e ao cotidiano é fundamental.

Uma prática pedagógica que pode auxiliar no processo ensino aprendizagem é a Interdisciplinaridade, ela tem se mostrado uma abordagem pedagógica eficaz, pois permite que os alunos vejam conexões entre diferentes áreas do conhecimento e compreendam a complexidade do mundo ao seu redor. De acordo com Frigotto (1995, p. 26), a interdisciplinaridade impõe-se pela própria forma de o “homem produzir-se enquanto ser social e enquanto sujeito e objeto do conhecimento social”.

No que tange à interdisciplinaridade, Hahn et al. (2011) argumentam que, no contexto do ensino da matemática, a utilização da literatura pode promover o desenvolvimento de conceitos matemáticos, bem como aspectos que dificilmente seriam explorados em aulas tradicionais.

A Literatura, pelo fato de sempre trazer novas perspectivas, visões de mundo contextualizadas e por ser caracterizada como uma arte, está em constante transformação/inação, representando diversas percepções da realidade. Quem possui o hábito de leitura, por consequência, escreve bem, sabe expressar-se com facilidade e de maneira correta, consegue interpretar todo tipo de situação textual, possui argumentos críticos, entre outros aspectos positivos, que são utilizados na Matemática. (HAHN, et al, 2011, p. 3)

Ao integrar disciplinas como Matemática e Ciências, por exemplo, os estudantes podem explorar conceitos matemáticos através de experimentos científicos, analisando dados e visualizando resultados de maneira mais concreta.

Da mesma forma, ao unir Matemática e História, é possível abordar questões como o cálculo de populações em diferentes períodos ou a análise de dados estatísticos relativos a eventos históricos, promovendo um entendimento mais amplo do impacto social e econômico das civilizações ao longo do tempo.

A combinação de Matemática e Geografia também é rica, pois os alunos podem utilizar gráficos e mapas para entender fenômenos geográficos e demográficos, além de desenvolver habilidades de análise crítica.

Já a integração de Matemática e Literatura pode trazer uma nova dimensão ao estudo de narrativas, através da análise de padrões, ritmo e estrutura em poesias ou histórias. Assim, a literatura pode servir como um recurso inovador para contextualizar esses conteúdos, promovendo um aprendizado mais significativo. De acordo com Smole (1997, p.12):

integrar literatura nas aulas de matemática representa uma significativa mudança no ensino tradicional da matemática, pois, em atividades deste tipo, os alunos não aprendem primeiro a matemática para depois aplicar na história, mas exploram a matemática e a história ao mesmo tempo.

Nesse contexto, uma obra de grande relevância é o livro “O homem que calculava” escrito por Júlio César de Mello e Souza, com vários trabalhos acadêmicos e atividades escolares baseadas nessa obra. Outra obra de grande relevância é o livro "Planolândia: um romance de muitas dimensões", cuja capa está apresentada na figura 1 abaixo. Escrita por Edwin A. Abbott (1838 – 1926) em 1884, esta obra utiliza a narrativa de um mundo bidimensional para explorar questões relacionadas à percepção espacial e dimensões, com o propósito de criticar a estrutura social da Inglaterra do final do século XIX.

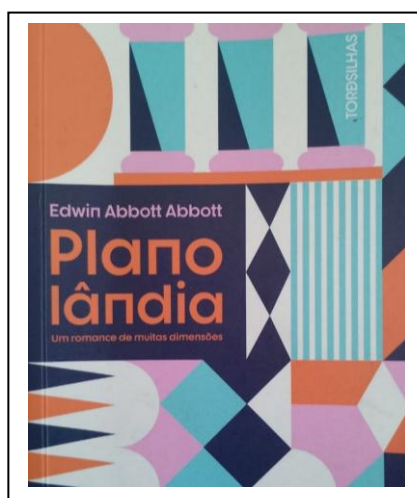


Figura 1: Imagem da capa do livro Planolândia.

Fonte: Abbott, 2021.

Nesta perspectiva, a obra citada, foi utilizada como um recurso para instigar a curiosidade e o raciocínio crítico dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental do Colégio Estadual Professora Luiza Honória do Prado, em São Gonçalo.

O livro “Planolândia” foi utilizado como base para a criação das atividades do produto educacional, com foco no contexto geométrico apresentado na obra. Aos alunos foi explicado que o livro faz uma crítica à estrutura social britânica do final do século XIX, conforme a perspectiva do autor, e não a visão do professor.

Como o livro contém estereótipos, linguagem ou comportamentos ofensivos em contextos modernos, mas que refletem a época ou cultura em que foi publicado, só foram usados trechos e capítulos durante a realização das atividades que tivessem a linguagem que fosse adequada a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Após a leitura guiada de capítulos e trechos do livro durante as aulas, os alunos foram instigados a realizarem perguntas sobre quais objetos geométricos estariam dentro de cada um dos mundos citados no livro, a partir desses questionamentos foram propostas uma série de atividades a serem desenvolvidas pelos alunos, com a finalidade de proporcionar um aprendizado significativo sobre o conteúdo de pontos, retas, polígonos, poliedros e corpos redondos.

O presente trabalho apresenta um relato das atividades contidas no produto educacional sendo desenvolvidas durante 7 (sete) semanas pelos alunos, com base na obra “Planolândia”, durante as aulas na sala maker, utilizando materiais recicláveis e o software Geogebra nos meses de setembro e outubro de 2024, com os alunos das turmas 601 e 602, conforme apresentado na figura 2 abaixo.



Figura 2: Imagem dos alunos da turma 602.

Fonte: O autor, 2024.

Este trabalho tinha como objetivo principal investigar a viabilidade e a eficácia de atividades inspiradas nos capítulos e trechos do livro como recurso didático no ensino de Geometria, este estudo se alinha às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o sexto ano do Ensino Fundamental, conforme explicado ao longo desta dissertação.

Na maioria das vezes o ensino da Geometria é realizado de forma tradicionalista, com explanação através do livro didático e utilização do quadro branco para exemplificação. As atividades do presente trabalho foram projetadas para oferecer uma alternativa a essa prática, promovendo um aprendizado ativo e envolvente, estimulando os alunos a explorar conceitos geométricos de forma prática e criativa, sendo divididas em atividades de construção de objetos geométricos com o uso de materiais recicláveis e papel, e atividades com construção de objetos geométricos com o uso do Geogebra.

Esses tipos de atividades se justificam, pois proporcionam aos estudantes uma melhor compreensão dos conceitos dos objetos geométricos planos e espaciais, segundo Kaleff (2003, p.16) “Ao visualizar

objetos geométricos, o indivíduo passa a ter controle sobre o conjunto das operações básicas mentais exigidas no trato da geometria”.

Além de relatar as atividades, o trabalho propõe uma coletânea de exercícios que podem ser aplicados ou adaptados em aulas de Matemática. Essas atividades visam não apenas o aprendizado teórico, mas também a construção de materiais didáticos manipuláveis, promovendo a interação e a colaboração entre os alunos.

A proposta é que, ao trabalhar com "Planolândia", os alunos não apenas aprendam Geometria, mas também desenvolvam habilidades importantes, como criatividade, raciocínio lógico e trabalho em equipe.

2. A importância da Literatura na Educação Matemática.

A literatura tem o poder de favorecer aos alunos o entendimento de significados, de acordo com Silva (2005, p. 94, 95), “O ato de ler é uma necessidade concreta para a aquisição de significados e, conseqüentemente, de experiência nas sociedades onde a escrita se faz presente”. Ao mesclar a matemática com uma narrativa ficcional, o livro se torna uma ferramenta valiosa para a construção do conhecimento.

O uso de histórias para ensinar conteúdos matemáticos pode facilitar a assimilação e a retenção de informações, pois os alunos conseguem conectar os conceitos matemáticos a contextos reais e imaginários. As autoras Smole, Cândido e Stancanelli (1999) destacam que:

Sendo assim, através da conexão entre literatura e matemática, o professor pode criar situações na sala de aula que encorajem os alunos a compreenderem e se familiarizarem mais com a linguagem matemática, estabelecendo ligações cognitivas entre a linguagem materna, conceitos da vida real e a linguagem matemática formal, dando oportunidades para eles escreverem e falarem sobre o vocabulário matemático, além de desenvolverem habilidades de formulação e resolução de problemas enquanto desenvolvem noções e conceitos matemáticos (SMOLE; CÂNDIDO; STANCANELLI, 1999, p. 13).

Ainda de acordo com Smole (1990):

Aliar a literatura infantil à matemática dá muito certo, os alunos ficam fascinados e envolvidos pelas histórias e, sendo assim, um contexto de encantamento e significado auxilia no processo de ensino aprendizagem da matemática, em seu livro o mesmo e outros autores apresentam destacando que a integração entre a matemática e a literatura representa uma mudança significativa no ensino tradicional desse componente curricular porque os estudantes exploram a matemática e a história ao mesmo tempo.

A literatura pode realmente desempenhar um papel fundamental na educação, especialmente ao integrar a matemática com narrativas ficcionais. Essa abordagem proporciona aos alunos vários benefícios, como despertar o interesse deles para os conteúdos apresentados, pois as histórias conseguem capturar a atenção dos alunos, tornando o aprendizado mais atrativo. Assim, quando a matemática é apresentada em um contexto narrativo, os alunos tendem a se interessar mais pelos conceitos.

Segundo Souza e Oliveira (2013, p. 958):

Essa conexão permite a reflexão e/ou diálogo sobre os elementos, os aspectos, as ideias, os conceitos matemáticos e as outras áreas do conhecimento, bem como sobre as diferentes visões de mundo presentes na literatura.

De acordo com Silva e Rêgo (2006, p. 2018) essa proposta de integrar a Literatura e a Matemática, conduz a uma aprendizagem próxima ao mundo imaginário da criança que, ao ler e escutar uma história, desenvolve tanto as habilidades de leitura de textos, como o uso da linguagem matemática específica.

Nacarato et al. (2015, p. 103) corroboram esta perspectiva ao declarar que:

É importante proporcionar aos alunos situações que os levem a perceber que é possível encontrar, num simples texto de literatura infantil, situações matemáticas. Quando conseguem compreender essa relação, seu interesse pela leitura aumenta; além disso, sentem-se estimulados. Por esse motivo, as atividades realizadas passam a ter maior significado, num processo que acaba por constituir um conhecimento contextualizado. Além disso, essa prática abre espaço para a comunicação nas aulas de matemática, até então caracterizadas pelo silêncio e pela realização de atividades que promovem o método mecânico de cálculos.

Outro benefício que a integração entre Matemática e a Literatura pode proporcionar aos alunos é a facilitação à compreensão dos conteúdos apresentados, pois as histórias ajudam a contextualizar os conceitos matemáticos, permitindo que os alunos vejam como esses conceitos se aplicam a situações do dia a dia ou em mundos imaginários. Isso torna a matemática menos abstrata e mais acessível.

Segundo Smole (1997, p. 13) a ligação entre a leitura e a matemática pode provocar as crianças a:

- a) relacionar as ideias matemáticas à realidade, de forma a deixar clara e explícita sua participação, presença e utilização nos vários campos da atuação humana, valorizando assim o uso social e cultural da matemática;
- b) relacionar as ideias matemáticas com as demais disciplinas ou temas de outras disciplinas;
- c) reconhecer a relação entre diferentes tópicos da matemática relacionando várias representações de conceitos ou procedimentos umas com as outras;
- d) explorar problemas e descrever resultados usando modelos ou representações gráficas, numéricas, físicas e verbais.

Mais um benefício do uso da literatura como prática interdisciplinar é ajudar a estimular a curiosidade dos alunos, pois ao introduzir problemas matemáticos dentro de uma história, os alunos são incentivados a explorar e a fazer perguntas, desenvolvendo um pensamento crítico e analítico.

Além dos benefícios mencionados anteriormente, temos também o aprimoramento à retenção de conteúdos, pois a conexão emocional e cognitiva criada por uma narrativa pode ajudar na memorização das informações. Assim, torna-se mais fácil aos alunos se lembrarem melhor dos conceitos por estarem envolvidos em uma história.

É através duma história que se podem descobrir outros lugares, outros tempos, outros jeitos de agir e de ser, outra ética, outra ótica... É ficar sabendo História, Geografia, Filosofia, Política, Sociologia, sem precisar saber o nome disso tudo e muito menos achar que tem cara de aula... Porque, se tiver, deixa de ser literatura, deixa de ser prazer e passa a ser Didática, que é outro departamento (não tão preocupado em abrir as portas da compreensão do mundo). (ABRAMOVICH, 1997, p. 17)

Esses aspectos transformam a literatura em uma ferramenta poderosa para o ensino da matemática, contribuindo para um aprendizado mais significativo e agradável. Por meio de histórias, os educadores podem tornar a matemática uma experiência dinâmica e envolvente, que vai além do simples aprendizado de fórmulas e cálculos. As narrativas literárias podem despertar o interesse dos alunos, facilitando a integração de diversos componentes curriculares simultaneamente, promovendo a investigação e pesquisa de variados conteúdos e temas de maneira interligada.

3. A Obra “Planolândia” e suas implicações pedagógicas.

O livro "Planolândia", foi escrito por Edwin A. Abbott (1838-1926) e publicado de forma anônima em 1884, ele foi um educador, teólogo e autor britânico, estudou e trabalhou como diretor da City of London School. Além de “Flatland”, Abbott escreveu sobre educação, literatura, e teologia, suas outras obras famosas são “The Kernel and the Husk”(1886), que aborda a relação entre ciência e religião, e “A Square’s View of the Universe”.

Planolândia é uma obra que utiliza uma narrativa de ficção científica na City of London School para explorar temas matemáticos e sociais. A história se passa em um mundo chamado Planolândia, habitado por figuras geométricas que vivem sob estritas regras sociais e hierárquicas.

Segundo Ana Rüsche (2021, p.181), o livro “Planolândia” é uma sátira à mentalidade dominante na Era Vitoriana, retrata a mente estreita dos representantes das classes altas, em especial dos que buscam ascensão social.

O autor divide a obra Planolândia em quatro mundos de acordo com as dimensões dos seres que ali habitam: Pontolândia (sem dimensão), Linhalândia (uma dimensão), Planolândia (duas dimensões) e Espaçoândia (três dimensões).

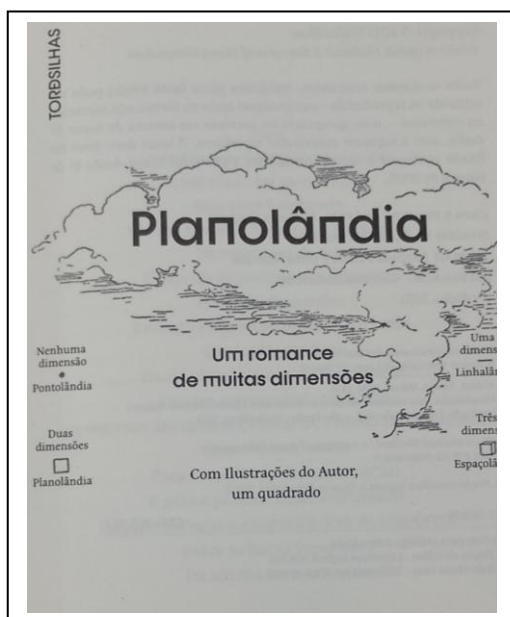


Figura 3: Imagem do livro Planolândia.
Fonte: Abbott, 2021.

A narrativa do livro é situada em um universo onde as formas geométricas são animadas, sendo relatada em primeira pessoa por um de seus personagens, o Quadrado, que afirma:

Imagine uma imensa folha de papel com Linhas Retas, Triângulos, Quadrados, Pentágonos, Hexágonos e outras figuras que, em vez de permanecer fixas em seus lugares, movem-se livremente sobre a superfície, pela superfície ou na superfície, mas sem ter poder de se elevar acima dela ou afundar de seu nível, numa situação bastante parecida com a das sombras... (ABBOTT, 2021, p.19)

Do ponto de vista matemático, a obra introduz conceitos de dimensões, ilustrando como os habitantes de Planolândia percebem o mundo em duas dimensões e como isso limita sua compreensão da realidade. Abbott utiliza essa construção para provocar reflexões sobre dimensões superiores, sugerindo que a realidade pode ser muito mais complexa do que parece.

No aspecto da crítica social, "Planolândia" aborda temas como conformismo, preconceito e a rigidez das classes sociais, entre outros. Os habitantes de Planolândia, que incluem quadrados, triângulos e outros polígonos, representam diferentes classes sociais e suas interações refletem questões de opressão e hierarquia.

A obra critica a falta de visão e a resistência à mudança, simbolizando como sociedades tendem a se fechar em suas próprias limitações e preconceitos. Assim, a narrativa gira em torno de personagens que representam diferentes polígonos, promovendo uma imersão dos alunos em conceitos geométricos euclidianos.

O autor que se intitula como "o quadrado" dividiu a história em duas partes: *Parte I – Este Mundo* e *Parte II – Outros Mundos*. Na primeira parte, "Este mundo", ele apresenta a estrutura social de Planolândia, como uma sociedade bidimensional habitada por figuras geométricas, onde as classes sociais são determinadas pela forma e pelo número de lados dos habitantes.

Nessa sociedade as mulheres são linhas retas, os soldados e as classes inferiores de trabalhadores são triângulos isósceles, a classe média é composta por triângulos equiláteros, os homens profissionais e cavalheiros são quadrados e pentágonos, a nobreza é composta por

polígonos com seis ou mais lados e por fim o clero, ordem circular ou sacerdotal é composta por círculos, conforme descrito a seguir.

Nossas mulheres são linhas retas. Nossos soldados e as Classes Inferiores de Trabalhadores são Triângulos com dois lados iguais Nossa Classe Média é composta de Triângulos Equiláteros ou de lados iguais. Nossos Homens Profissionais e Cavalheiros são quadrados e figuras de cinco lados, ou Pentágonos. ... a Nobreza, composta por vários graus. Ela começa com as Figuras de Seis Lados, ou hexágonos, e a partir daí cresce em números de lados até honorável título de Polígonos, ou figuras de muitos lados. Por fim, quando o número de lados se torna muito grande, e os lados se tornam muito pequenos, a ponto de a figura não pode ser distinguida de um círculo, ele passa a ser incluído na ordem Circular ou Sacerdotal; e essa é a mais alta classe de todas. (ABBOTT, 2021, p.27 e 28.)

Na sociedade da Planolândia, há uma estratificação social rigorosa e quase insuperável, determinada pela gradação e regularidade dos polígonos: quanto maior o número de lados de uma figura, mais elevada é sua posição na hierarquia social. Os soldados e as classes mais baixas de trabalhadores são representadas por triângulos isósceles com dois lados iguais, medindo aproximadamente 28 centímetros, e uma base ou terceiro lado tão curto que formam um ângulo agudo perigoso (ABBOTT, 2021, p. 25). Os isósceles sofrem discriminação dos outros habitantes planolandeses por não serem regulares e vivem em condições pobres e indignas, sendo desprezados pelos polígonos superiores, que os consideram indivíduos inferiores, praticamente à margem da sociedade.

Na segunda parte, "Outros mundos", o protagonista, tem uma revelação sobre a existência de outras dimensões, como Pontolândia (um mundo sem dimensão), a Linhalândia (um mundo unidimensional) e a Espaçoândia (um mundo tridimensional). Essa parte explora conceitos de dimensões e a limitação do entendimento dos seres de Planolândia, além de criticar a rigidez social e a falta de abertura para novas ideias.

Ao longo da Parte II (*Outros Mundos*), o autor aborda realidades transcendentais à Planolândia. Até então, tudo o que ocorre ao redor do personagem Quadrado está contido nas duas dimensões do mundo que ele conhece, e ele acredita que o plano em que vive constitui todo o Universo.

No entanto, o Quadrado passa por uma série de experiências que o levam a conhecer outros mundos dimensionais: inicialmente, mundos de menor dimensão, como Linhalândia (de uma única dimensão, onde os

seres são apenas segmentos de retas e pontos) e Pontolândia (sem dimensão, um mero ponto).

No universo de Linhalândia, o Quadrado encontrou dificuldades para distinguir se as linhas retas representavam homens ou mulheres, conforme descrito no trecho a seguir e na figura 4.

Vi diante de mim uma vasta multidão de pequenas Linhas Retas (que naturalmente presumi serem mulheres) intercaladas por outros Seres ainda menores que eram Pontos brilhantes – todos se movendo para a frente e para trás numa mesma Linha Reta e, até onde era capaz de julgar, com a mesma velocidade. (ABBOTT, 2021, p.99)

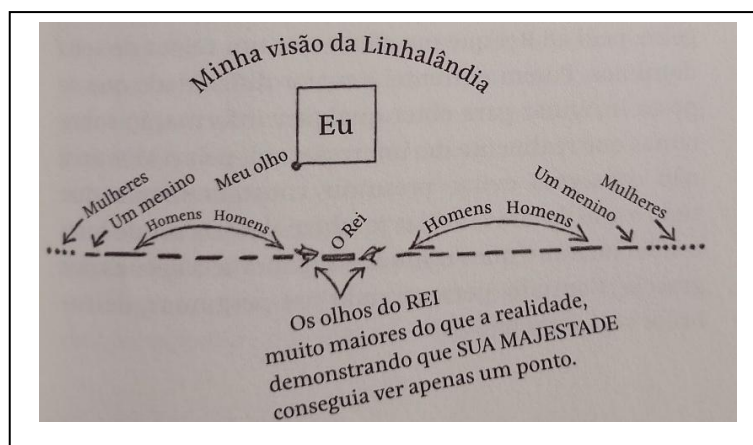


Figura 4: Imagem da visão da Linhalândia pelo Quadrado.
Fonte: Abbott, 2021.

Após passar pelos mundos de Linhalândia e Pontolândia, o Quadrado, encontra uma nova personagem, a Esfera. Inicialmente ele enfrenta dificuldades para aceitar a origem da Esfera, pois ele a percebe apenas como um círculo, ou seja, observa apenas a interseção dela com seu o plano, que é tudo que o Quadrado consegue captar com seus sentidos, conforme a figura 5 a seguir.

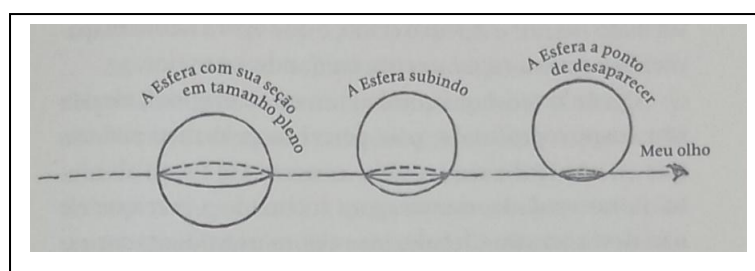


Figura 5: Imagem da visão da Esfera pelo Quadrado.
Fonte: Abbott, 2021.

No entanto, à medida que a história avança, o personagem consegue perceber o mundo além de Planolândia. A interação entre essas figuras, uma do plano e outra do espaço, leva a uma reflexão sobre a existência de dimensões mais altas, mundos que transcendem largura, comprimento e altura: afinal, se a esfera se apresenta como um círculo quando intersectada por um plano, qual objeto de quatro dimensões se apresenta como uma esfera, quando intersectado por um hiperplano de três dimensões?

Essa pergunta levou a Esfera e o Quadrado a pensarem como seriam os sólidos de dimensões superiores conforme descrito no trecho a seguir:

.... De início havia ficado furioso – ele confessou – com a minha ambição de elevar-me a Dimensões acima da Terceira; mas, desde lá, ele havia pensado mais sobre o tema, e não seria orgulhoso a ponto de negar seu erro diante de um Pupilo. Então começou a me iniciar nos mistérios ainda mais elevados do que aqueles que eu testemunhara, mostrando-me como construir Extrassólidos por meio do movimento dos Sólidos, e Duplos Extrassólidos por meio do movimento dos Extrassólidos, e tudo “estritamente de acordo com a Analogia”, usando meios tão simples, tão fáceis, que seriam evidentes até mesmo para o Sexo Feminino. (ABBOTT, 2021, p.166)

A busca pela resposta a essa pergunta sugere, por analogia, a conjectura da existência de infinitas dimensões ocultas que estão além da nossa percepção.

4. O Ensino de Geometria no sexto ano de acordo com a BNCC.

Conforme definido na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), a Base deve nortear os currículos dos sistemas e redes de ensino das Unidades Federativas, como também as propostas pedagógicas de todas as escolas públicas e privadas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, em todo o Brasil. Assim, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento normativo que define os objetos de conhecimento e as habilidades esperadas que os estudantes da Educação Básica Brasileira adquiram em cada etapa de ensino.

No ensino da Matemática no 6º ano, a BNCC estabelece, especialmente na unidade temática de Geometria, que os alunos adquiram os seguintes objetos de conhecimento: Plano Cartesiano, Prismas e Poliedros, Polígonos, Construção de Figuras Semelhantes e Construção de Retas Paralelas e Perpendiculares.

No objeto de conhecimento Plano Cartesiano a BNCC estabelece que os alunos devem aprender a associar os vértices de um polígono a pares ordenados, compreendendo a representação gráfica e a localização de pontos em um plano.

No objeto de conhecimento Prismas e Pirâmides a BNCC estabelece que os estudantes devem explorar as planificações dessas figuras, além de entender as relações entre seus elementos, como vértices, faces e arestas.

No objeto de conhecimento Polígonos a BNCC estabelece que os discentes devem aprender a classificação dos polígonos e saber analisar os polígonos de acordo com o número de vértices, das medidas dos lados e dos ângulos internos, além de conceitos de paralelismo e perpendicularismo.

No objeto de conhecimento Construção de Figuras Semelhantes a BNCC prevê que os alunos devem ser capazes de realizar a ampliação e redução de figuras planas, utilizando malhas quadriculadas para facilitar a visualização e a execução.

No objeto de conhecimento Construção de Retas Paralelas e Perpendiculares a BNCC estabelece o uso de réguas, esquadros e softwares deve ser incentivado para a construção precisa de retas, promovendo aos alunos a habilidade de desenhar com exatidão.

Ainda de acordo com a BNCC (2017, pag.29) as habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares. No sexto ano do Ensino Fundamental a BNCC apresenta as seguintes habilidades esperadas, que os alunos do 6º ano consigam adquirir na unidade temática de Geometria.

Na habilidade de Localização e Representação, a BNCC prevê que os alunos devem aprender a identificar e representar pontos no plano cartesiano, compreendendo a relação entre as coordenadas e as posições dos vértices dos polígonos.

Na habilidade de Análise de Figuras Tridimensionais, a BNCC estabelece que os alunos devem aprender a reconhecer e descrever as características de prismas e pirâmides, sendo capazes de realizar suas planificações.

Na habilidade de Classificação e Propriedades dos Polígonos, a BNCC prevê que os discentes devem aprender a classificar diferentes tipos de polígonos e analisar suas propriedades, como ângulos internos e relações de paralelismo e perpendicularidade.

Na habilidade de Manipulação de Figuras, a BNCC estabelece que os alunos devem aprender a realizar construções geométricas que envolvam figuras semelhantes, aplicando conceitos de proporção e escala.

Na habilidade de Uso de Instrumentos Geométricos, a BNCC prevê que os alunos devem aprender a utilizar adequadamente instrumentos de medição e softwares para construir figuras geométricas, promovendo a precisão e a compreensão dos conceitos.

Assim, esses objetos e essas habilidades, visam proporcionar uma formação sólida em Geometria, preparando os alunos para desafios futuros e para a aplicação prática dos conceitos matemáticos no cotidiano.

5. Conceitos Básicos de Geometria Euclidiana no sexto ano.

Com o objetivo de melhor ajudar aos alunos na compreensão e aprendizagem, foram revisados conceitos, definições e axiomas da Geometria Euclidiana durante a realização das atividades que compõem o produto educacional.

Os conceitos geométricos que foram explicados aos discentes durante as atividades, de acordo com a BNCC, foram organizados e estruturados por Euclides de Alexandria, um matemático grego que viveu entre 300 a.C. e 250 a.C., sua obra mais famosa é o livro "Elementos", que é um compêndio de conhecimentos matemáticos da época e um marco na história da matemática. O livro é composto por 13 volumes que abordam tópicos como geometria plana, geometria sólida e teoria dos números.

Durante as atividades, os alunos aprenderam as definições, axiomas, postulados e os conceitos básicos da Geometria Euclidiana, que são fundamentais para entender o espaço ao nosso redor. Os conceitos apresentados dessa Geometria foram: ponto, reta, segmento de reta, semirreta, ângulos, polígonos, triângulos, quadriláteros, círculos e poliedros.

No livro Elementos de Euclides traduzido por Irineu Bicudo em 2009, esses conceitos e definições são apresentadas da seguinte forma:

- I. Ponto é aquilo de que nada é parte.
- II. Linha é o que tem comprimento sem largura.
- III. Extremidades de uma linha são pontos.
- IV. Linha reta é a que está posta por igual com os pontos sobre si mesma.
- V. Superfície é aquilo que tem somente comprimento e largura.
- VI. Extremidades de uma superfície são retas.
- VII. Superfície plana é a que está posta por igual com as retas sobre si mesma.
- VIII. Ângulo plano é a inclinação, entre elas, de duas linhas no plano, que se tocam e não estão postas sobre uma reta.

IX. Quando as linhas que contêm o ângulo sejam retas, o ângulo é chamado retilíneo.

X. Quando uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é reto, e a reta que se alteou é chamada uma perpendicular àquela sobre a qual se alteou. (Fig. 6.).

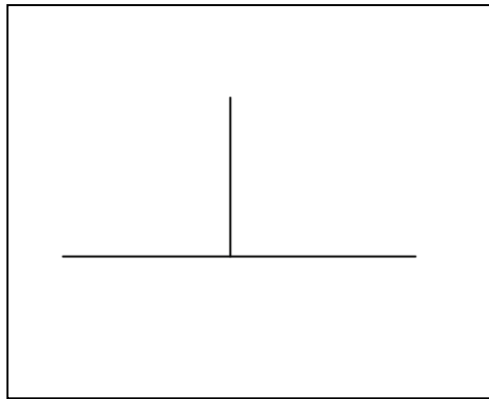


Figura 6: Imagem de um ângulo reto.

Fonte: O autor, 2024.

XI. Ângulo obtuso é maior do que o ângulo reto (Fig. 7.).

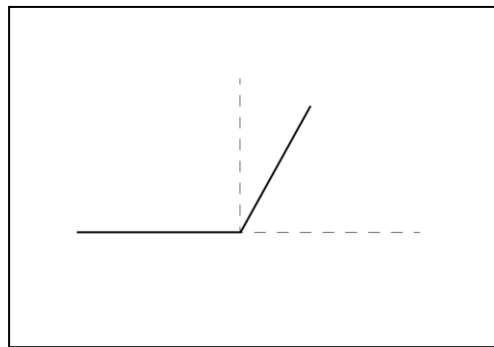


Figura 7: Imagem de um ângulo obtuso.

Fonte: O autor, 2024.

XII. Ângulo agudo é menor do que um ângulo reto (Fig. 8.).

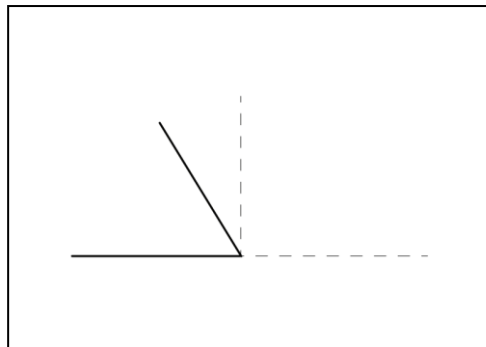


Figura 8: Imagem de um ângulo agudo.

Fonte: O autor, 2024.

XIII. Fronteira é aquilo que é extremidade de alguma coisa.

XIV. Figura é o que é contido por alguma ou algumas fronteiras.

XV. Círculo é uma figura plana contida por uma linha [que é chamada circunferência], em relação à qual todas as retas que a encontram [até a circunferência do círculo], a partir de um ponto dos postos no interior da figura, são iguais entre si (Fig. 9.).

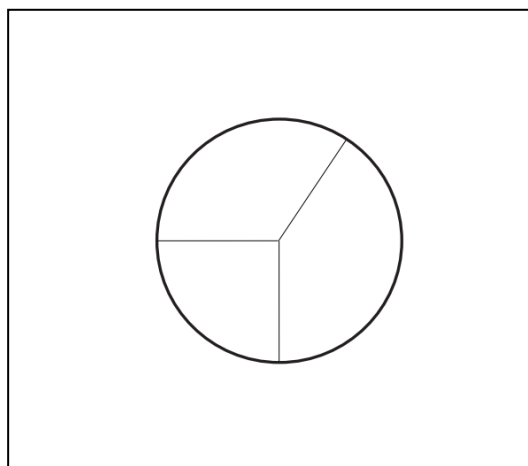


Figura 9: Imagem de um círculo.

Fonte: O autor, 2024.

XVI. O ponto é chamado centro do círculo.

XVII. Diâmetro do círculo é alguma reta traçada através do centro, e terminando, em cada um dos lados, pela circunferência do círculo, e que corta o círculo em dois.

XVIII. Semicírculo é uma figura contida tanto pelo diâmetro quanto pela circunferência cortada por ele. E centro do semicírculo é o mesmo do círculo.

XIX. Figuras retilíneas são as contidas por retas, por um lado, triláteras, as por três, e, por outro lado, quadriláteras, as por quatro, enquanto multiláteras, as contidas por mais do que quatro retas.

XX. As figuras triláteras, por um lado, triângulo equilátero é o que tem os três lados iguais, e, por outro lado, isósceles, o que tem só dois lados iguais, enquanto escaleno, o que tem os três lados desiguais.

XXI. As figuras triláteras, por um lado, triângulo retângulo é o que tem um ângulo reto, e, por outro lado, obtusângulo, o que tem um ângulo obtuso, enquanto acutângulo, o que tem os três ângulos agudos.

XXII. Figuras quadriláteras, por um lado, quadrado é aquela que é tanto equilátera quanto retangular, e, por outro lado, oblongo, a que, por um lado, é retangular, e, por outro lado, não é equilátera, enquanto losango, a que, por um lado, é equilátera, e, por outro lado, não é retangular, e romboide, a que tem tanto os lados opostos quanto os ângulos opostos iguais entre si, a qual não é equilátera nem retangular; e as quadriláteras, além dessas, sejam chamadas trapézios.

XXIII. Paralelas são retas que, estando no mesmo plano, e sendo prolongadas ilimitadamente em cada um dos lados, em nenhum se encontram. (Fig. 10.).

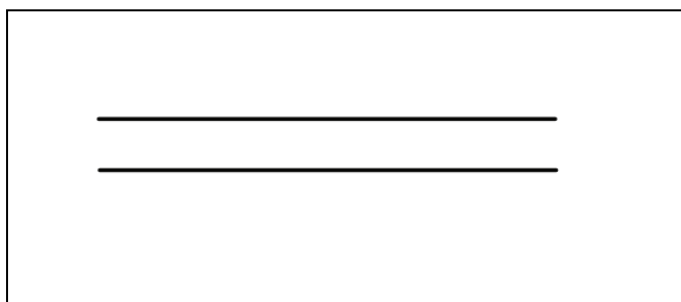


Figura 10: Imagem de retas paralelas.

Fonte: O autor, 2024

Os axiomas introduzidos aos estudantes durante as atividades foram os de incidência e de ordem, sendo fundamentados e descritos conforme o apresentado na obra "Geometria Euclidiana Plana" do autor João Lucas Barbosa.

Os axiomas de incidência são:

I1. Qualquer reta possui pontos que pertencem a ela e pontos que não pertencem a ela.

I2. Dado dois pontos distintos, existe uma única reta que contém ambos. Quando duas retas têm um ponto em comum, elas se interceptam nesse ponto.

Os axiomas de ordem são:

II1. Dado três pontos numa reta, apenas um deles se encontra entre os outros dois.

II2. Dado dois pontos A e B, sempre existe um ponto C entre A e B e um ponto D tal que B está entre A e D.

II3. Uma reta m determina exatamente dois semi-planos distintos cuja interseção é a reta m .

6. Metodologia de Ensino aplicada com o livro “Planolândia”.

A metodologia empregada no trabalho foi qualitativa e envolveu a aplicação de um plano de aula que incluiu a leitura e análise de capítulos do livro “Planolândia”, seguidas de atividades práticas relacionadas aos conceitos de ponto, reta, segmento de reta, polígonos, poliedros e corpos redondos. Os impactos das atividades foram avaliados através de questionários e observações do desempenho dos alunos, buscando identificar melhorias na compreensão, no interesse pelo tema e na aquisição das habilidades previstas pela BNCC.

Com a finalidade de proporcionar uma melhor participação e interação dos alunos o presente trabalho foi dividido em quatro etapas distribuídas da seguinte forma: Leitura e Discussão, Atividade Prática, Projetos Interdisciplinares e Apresentação dos Projetos.

A primeira etapa foi iniciada com a leitura guiada, em sala de aula, de alguns trechos e capítulos do livro seguida de discussões sobre os personagens e suas características geométricas. Essa atividade tinha como objetivo estimular a participação dos alunos e proporcionar um ambiente colaborativo.

Os trechos e capítulos selecionados para o desenvolvimento das atividades e discussões foram: 1. Da Natureza da Planolândia; 3. Sobre os Habitantes da Planolândia; 7. Das Figuras Irregulares; 13. Como Eu Tive Uma Visão da Linhalândia e 15. Sobre Um Estrangeiro da Espaçoândia. Esses capítulos e trechos foram escolhidos por apresentarem uma linguagem mais acessível aos alunos dentro de seu contexto, além de abordar elementos geométricos previstos pela BNCC a serem ensinados aos estudantes do sexto ano.

A segunda etapa ocorreu após a leitura, nessa etapa os alunos puderam criar suas próprias representações de pontos, retas, polígonos, poliedros e corpos redondos, seja por meio de desenhos, montagens com papel e materiais recicláveis ou simulações em softwares de geometria dinâmica (Geogebra). Essas atividades práticas fazem parte do Produto

Educacional e tinham como objetivo ajudar a solidificar o conhecimento adquirido.

As atividades práticas foram realizadas nas aulas de Matemática ministradas na sala *maker* do Colégio Estadual Professora Luiza Honória do Prado. A utilização da sala *maker* no ensino de matemática no Ensino Fundamental se justifica, pois segundo BLIKSTEIN (2013), promove um ambiente de aprendizado ativo e colaborativo, onde os alunos podem aplicar conceitos matemáticos de forma prática e criativa com postura protagonista e autônoma (FREIRE 1998).

Para a realização das atividades práticas foram utilizados papel, materiais recicláveis e o software Geogebra, para que os alunos pudessem criar pontos, retas, polígonos, poliedros e corpos redondos; e assim conseguissem visualizar os habitantes do mundo de Pontolândia, Linhalândia, Planolândia e Espaçolândia, da forma que desejassem, se baseando nas características geométricas apresentadas no livro. Dessa forma, proporcionou-se aos discentes uma melhor compreensão unidimensional, bidimensional e tridimensional das figuras geométricas estudadas.

O uso de materiais didáticos manipuláveis construídos pelos alunos com material reciclável se justifica pois Lorenzato (2006) afirma que o uso desse tipo de material em sala de aula pode ser uma excelente ferramenta para que o aluno construa o seu saber matemático, dependendo da forma que os conteúdos são conduzidos pelo professor.

Ainda se tratando do uso de Materiais Didáticos Manipuláveis no ensino e aprendizagem de Geometria, principalmente na Geometria Espacial, e se tratando da construção de sólidos, Almeida (et al, 2013, p.3) afirma que “a construção de Sólidos Geométricos com materiais manipuláveis possibilita que o aluno visualize os conceitos acerca de geometria espacial, bem como a aproximação do abstrato com a realidade.” Assim, o uso de sólidos geométricos construídos pelos alunos durante as atividades, auxiliam na visualização espacial dos elementos geométricos de três dimensões e possibilitam aos discentes uma melhor compreensão das características desses sólidos.

O uso do Geogebra como ferramenta pedagógica para a construção de objetos geométricos pelos alunos se justifica, porque ele auxilia os alunos na compreensão dos conteúdos de Geometria Plana. De acordo com Oliveira (2015), o Geogebra apresenta vantagens significativas no contexto das aulas de Matemática, abrangendo todos os níveis de ensino, desde os anos iniciais até o superior.

A terceira etapa teve como objetivo integrar a matemática com outras disciplinas, como artes e literatura, em projetos que envolvam a criação de novas histórias ou mundos fictícios baseados em conceitos geométricos.

A quarta e última etapa, os alunos apresentaram os objetos geométricos criados por eles com o uso do Geogebra e com materiais recicláveis. Os discentes foram avaliados a partir de questionários contidos nas atividades do produto educacional e da observação do seu desempenho na construção dos objetos geométricos, buscando assim, identificar a compreensão e o interesse deles pelo conteúdo.

7. Produto Educacional

O produto educacional desenvolvido visava explorar conceitos de Geometria com foco no 6º ano do Ensino Fundamental, utilizando trechos do livro “Planolândia” como base para as atividades. O plano de aula elaborado contemplava cinco atividades práticas, desenvolvidas ao longo de sete semanas, que abordam conteúdos previstos na BNCC de Matemática para o 6º ano, mais especificamente na unidade de Geometria.

Este plano de aula foi elaborado para garantir uma abordagem prática e dinâmica do conteúdo de Geometria, promovendo a aprendizagem ativa dos alunos e estimulando o pensamento crítico e a criatividade.

Os objetivos específicos estabelecidos durante a elaboração do produto educacional foram: compreender as propriedades geométricas de figuras planas e espaciais; identificar e classificar figuras geométricas, considerando suas características e propriedades; explorar conceitos como ampliação e redução de figuras geométricas; e desenvolver habilidades de visualização espacial e construção de formas geométricas.

Os conteúdos tratados conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), foram: conceitos básicos (ponto, reta, segmento de reta e semirreta); figuras planas (quadriláteros, triângulos, polígonos e círculos); figuras espaciais (prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas); propriedades geométricas (ampliação e redução de polígonos) e visualização espacial e construção de figuras geométricas.

A metodologia usada durante o desenvolvimento das atividades semanais foi a seguinte: Na Semana 1, intitulada "Introdução à Planolândia", foram desenvolvidas as atividades: Leitura guiada do Capítulo 1 - "Da natureza da Planolândia" e discussão sobre a definição de Planolândia, suas diferenças em relação a outros lugares e suas principais características.

Na Semana 2, intitulada "Os Habitantes da Planolândia", foram realizadas as seguintes atividades: Leitura do Capítulo 3 - "Sobre os Habitantes da Planolândia"; discussão e análise das características dos habitantes (triângulos, quadrados, etc.); atividade em grupo que consistia

em dividir a turma em grupos para criar uma apresentação sobre um habitante específico e suas características geométricas, relacionando-as com personalidade e comportamento.

Na Semana 3, intitulada "Criando seu habitante da Planolândia", os alunos desenvolveram a primeira atividade prática denominada "Confeção dos habitantes da Planolândia". Os objetivos dessa atividade foram: construir figuras semelhantes utilizando a ampliação e a redução de figuras planas em malhas quadriculadas, e trabalhar com os alunos a classificação dos polígonos conforme o número de vértices, e as medidas dos lados e ângulos.

Durante a execução da Semana 3, foram abordadas as seguintes habilidades conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC): (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em contextos de ampliação e de redução, utilizando malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais; e (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos considerando lados, vértices e ângulos, classificando-os em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

Na Semana 4, intitulada "Figuras Irregulares", os discentes participaram das seguintes atividades: Leitura do Capítulo 7 "Das Figuras Irregulares", discussão sobre "O que são figuras irregulares? Como elas se encaixam na sociedade da Planolândia? Diferenças e semelhanças entre figuras regulares e irregulares", e a segunda atividade prática, na qual os alunos foram incumbidos de criar figuras geométricas irregulares utilizando papel e materiais recicláveis, e posteriormente apresentar suas criações ao restante da turma.

Na Semana 5, intitulada "Pontolândia", os alunos participaram da terceira atividade prática denominada "Criando alguns habitantes de Pontolândia". O objetivo dessa atividade era apresentar os axiomas de Euclides e o plano cartesiano, associando os vértices de um polígono a pares ordenados. A habilidade que os alunos deveriam desenvolver, conforme a BNCC, era: (EF06MA16) associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano no 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

Na Semana 6, intitulada “Visão da Linhalândia”, os alunos participaram das seguintes atividades: leitura do Capítulo 13 “Como eu tive uma visão da Linhalândia”, discussão sobre a comparação entre a Planolândia e a Linhalândia, destacando semelhanças e diferenças, e a quarta atividade prática denominada “Linhalândia”. Esta atividade tinha como objetivo propor aos alunos a construção de retas paralelas e perpendiculares utilizando réguas, esquadros e *softwares* como Geogebra. A habilidade a ser desenvolvida pelos alunos, conforme estabelecido pela BNCC, era: (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representar retas paralelas e perpendiculares e para construção de quadriláteros, entre outros.

Na Semana 7, intitulada “Um estrangeiro da Espaçolândia”, os alunos participaram das seguintes atividades: Leitura do Capítulo 15 “Sobre um Estrangeiro da Espaçolândia”, discussão sobre a comparação entre Planolândia e Espaçolândia, destacando suas semelhanças e diferenças, e análise do que pode ser aprendido a partir dessa perspectiva. Além disso, foi realizada a quinta atividade prática intitulada “Os habitantes da Espaçolândia”. Esta atividade tinha como objetivos promover o conhecimento das planificações de prismas e pirâmides, bem como a relação entre seus elementos (vértices, faces e arestas), além de proporcionar aos alunos o reconhecimento das figuras geométricas espaciais e suas relações com objetos familiares do mundo físico.

As habilidades desenvolvidas pelos alunos durante a realização da quinta atividade, conforme estabelecido pela BNCC, incluem: (EF06MA17) quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial; e (EF02MA14) reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.

8. Resultados e análise dos dados

Neste capítulo serão analisados os dados coletados durante as aulas, que contaram com a participação dos 30 alunos da turma 601 e 28 alunos da turma 602, do Colégio Estadual Professora Luiza Honória do Prado, em São Gonçalo, Rio de Janeiro. A escolha dessas turmas se deve à diferença observada entre elas, sendo que na turma 602 há uma considerável distorção série/idade e uma significativa defasagem de conteúdo em comparação à turma 601.

A aplicação do produto educacional ocorreu em sete semanas de aula, com 2 tempos de 50 minutos cada, durante os meses de setembro e outubro de 2024, sendo desenvolvido na *sala maker*, onde os alunos puderam utilizar os notebooks, datashow, impressora 3D, materiais recicláveis, cola e papel.

Na primeira semana, durante a leitura guiada em sala de aula do capítulo 1, intitulado “Da natureza da Planolândia”, os alunos das duas turmas sentiram dificuldades com alguns termos e com a subjetividade aplicada pelo autor, com o intuito de realizar uma crítica à sociedade inglesa no final do século XIX. Sendo assim, foi necessário fazer várias intervenções pedagógicas para explicar o contexto em que acontece a narrativa aos discentes.

Entretanto, alguns alunos ficaram muito empolgados e participativos durante a discussão sobre como seria este mundo de Planolândia. Isso pode ser observado em suas respostas às perguntas feitas sobre “O que é a Planolândia? Como ela se diferencia de outros lugares? Quais as características principais deste mundo?”.

Para facilitar o entendimento do livro Planolândia, foram apresentados aos alunos trechos do filme Flatland, de 2007, baseado no livro, conforme a imagem do cartaz na figura 11. Isso visava ajudar na compreensão da história e prepará-los para a discussão. Foi disponibilizado o link do filme completo no grupo das turmas, caso tivessem interesse de terminar de ver o filme em casa.

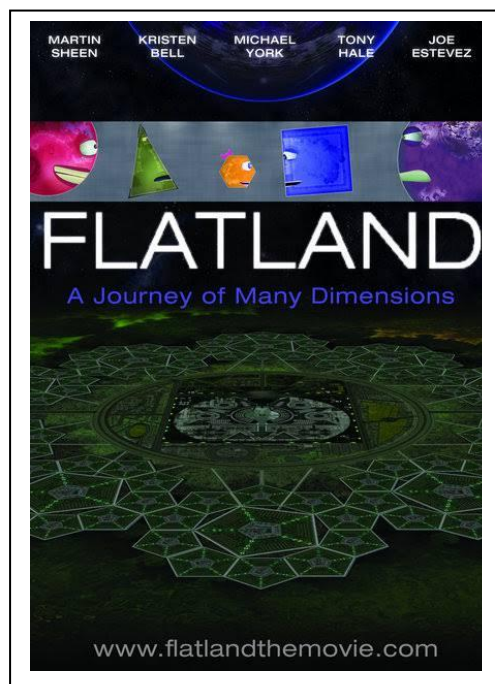


Figura 11: Imagem do cartaz do filme Flatland de 2007.

Fonte: Flat World Productions, 2007.

Na segunda semana, após a leitura do Capítulo 3 intitulado "Sobre os habitantes da Planolândia", foi realizada uma discussão com os discentes das duas turmas sobre "Como as formas geométricas influenciam a vida social e pessoal dos habitantes?".

Após a discussão, os alunos foram divididos em 6 grupos com 5 alunos cada na turma 601 e 7 grupos de 4 alunos a turma 602, sendo orientado que cada grupo deveria criar uma apresentação sobre um habitante específico e suas características geométricas, relacionando-as com a personalidade e comportamento que os alunos achassem interessante.

Um grupo da turma 601 construiu uma representação do protagonista da história "O Quadrado", conforme apresentado na figura 12 a seguir. Outros grupos optaram por construir triângulos para representar os soldados e trabalhadores das classes inferiores, conforme descrito no livro.



Figura 12: Imagem do Quadrado feita por um grupo da turma 601.

Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Na imagem apresentada na Figura 13, é possível observar uma personagem criada por um dos grupos da turma 602. Este grupo projetou uma personagem em forma de hexágono regular, oferecendo uma interpretação diferente da figura feminina proposta pelo autor. Outros grupos adotaram diferentes formas geométricas para suas personagens, como triângulos, quadrados, pentágonos e octógonos.



Figura 13: Imagem de uma habitante feita por um grupo da turma 602.

Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Durante a atividade, um grupo de alunas questionou o fato de o autor do livro representar as mulheres apenas por agulhas, ou seja, por um simples segmento de reta. Foi explicado a elas que essa representação era uma crítica ao machismo social da época, além de ilustrar como a estrutura social daquele período excluía as mulheres.

Na terceira semana, os alunos das duas turmas realizaram a primeira atividade prática utilizando o Geogebra, com o título “Confecção dos habitantes da Planolândia”, que tinha como objetivo: Construir figuras semelhantes com a ampliação e a redução de figuras planas em malhas quadriculadas, e trabalhar com os alunos a classificação dos polígonos de acordo com o número de vértices, e com as medidas dos lados e ângulos.

Durante esta atividade, os alunos demonstraram uma participação ativa. Eles responderam ao questionário elaborado para avaliar o conhecimento adquirido na construção do polígono. Dos 30 alunos da turma 601 que participaram, 16 apresentaram dificuldades significativas na utilização do Geogebra. No entanto, os demais alunos exibiram grande criatividade e interesse ao utilizar o software, conforme é apresentado na figura 14.

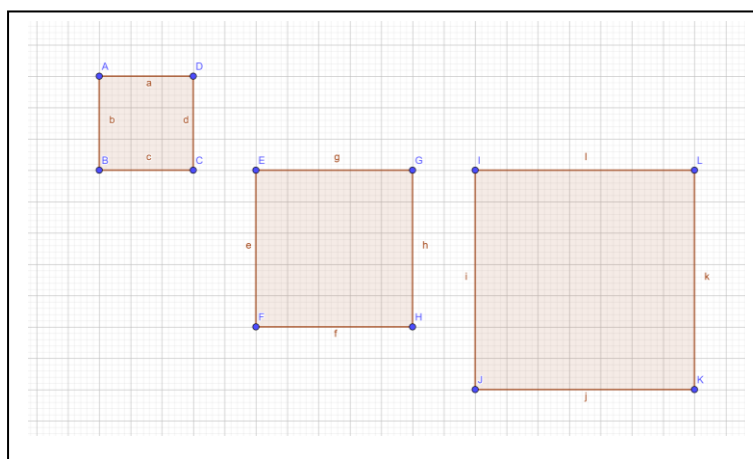


Figura 14: Imagem da ampliação e redução do quadrado realizada por um grupo.

Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Dos alunos da turma 601, foi observado que dos 30 alunos participantes, 18 alunos conseguiram responder as perguntas sobre ampliação e redução corretamente conforme apresentado na figura 15. Além disso, dos 30 alunos participantes 22 conseguiram adquirir a

habilidade de construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais, como recomendado pela BNCC.

ATIVIDADE PRÁTICA 1 – CONFEÇÃO DOS HABITANTES DE PLANOLÂNDIA

1) Após a leitura do capítulo 3, construa com o uso do Geogebra construa um personagem conforme descrito nesse capítulo e o nomeie.

Bernarda (quadrado)

2) Agora construa, esse personagem aumentando todos os seus lados igualmente. O que você observou em relação ao formato deles e aos ângulos internos?

R: *A figura ficou igual e os ângulos com a mesma medida.*

3) Se tivéssemos aumentado os lados com medidas diferentes o que aconteceria com esse personagem? O que você observou em relação aos ângulos internos?

R: *A figura ficaria diferente e os ângulos também.*

4) Agora construa, esse personagem diminuindo todos os seus lados com a mesma medida. O que você observou em relação ao formato deles e aos ângulos internos?

R: *O quadrado ficou igual ao primeiro e os ângulos iguais.*

5) Se tivéssemos diminuído os lados com medidas diferentes o que aconteceria com esse personagem? O que você observou em relação aos ângulos internos?

R: *Não ficou um quadrado e os ângulos internos diferentes.*

Figura 15: Imagem das respostas da atividade prática 1 realizada por um grupo.

Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Ao analisar a participação dos 28 alunos da turma 602, constatou-se que apenas 6 apresentaram dificuldades significativas na utilização do Geogebra. Os demais alunos demonstraram boa habilidade no uso desta ferramenta. Entre os 28 alunos, somente 8 não conseguiram responder corretamente às perguntas relacionadas à ampliação e redução.

Adicionalmente, observou-se que dos 28 alunos, 23 foram capazes de desenvolver a habilidade de construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e redução, utilizando malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais, conforme recomendado pela BNCC.

Na quarta semana, após a leitura guiada do Capítulo 7, “Das Figuras Irregulares”, foi realizada uma discussão com os alunos das turmas sobre “O que são figuras irregulares? Como elas se encaixam na sociedade da Planolândia? Diferenças e semelhanças entre figuras regulares e

irregulares.”, nesse momento os conhecimentos dos alunos sobre polígonos regulares e irregulares foram avaliados.

Dos 30 alunos da turma 601, apenas dois conseguiram responder corretamente que polígonos regulares possuem todos os lados com medidas iguais e ângulos internos congruentes. No entanto, na turma 602, todos os alunos responderam corretamente sobre as características dos polígonos regulares, o que pode ser atribuído ao fato de que os alunos dessa turma já haviam estudado esse conteúdo anteriormente.

Depois da discussão, os alunos realizaram a atividade prática 2, eles tiveram que criar figuras geométricas irregulares utilizando papel e materiais recicláveis e apresentar suas criações ao restante da turma. Durante a realização dessa atividade os alunos mostraram compreender as características dos polígonos irregulares, conforme apresentado na figura a seguir.



Figura 16: Imagem de um habitante com forma irregular realizada por um grupo.

Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Na quinta semana, os alunos de ambas as turmas realizaram a terceira atividade prática, “Criando alguns habitantes de Pontolândia”, que tinha como objetivos apresentar os axiomas de Euclides e o plano cartesiano fazendo a associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.

Dos 30 alunos participantes da turma 601, 24 alunos conseguiram adquirir a habilidade de associar os pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono, conforme previsto na BNCC.

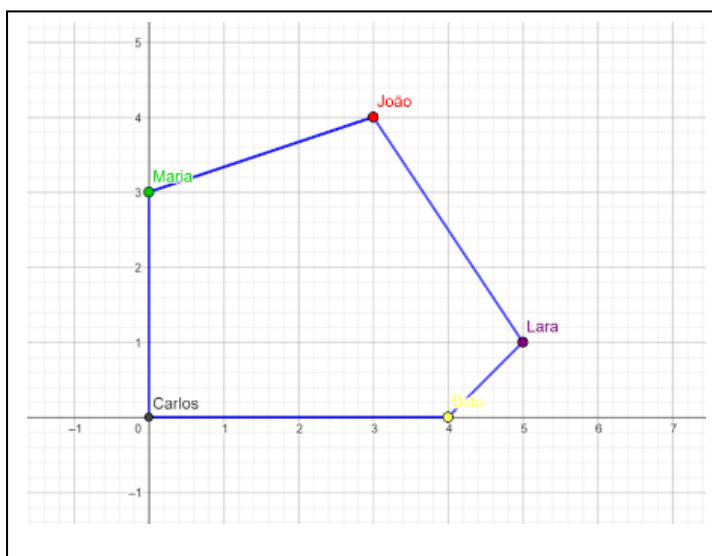


Figura 17: Imagem da atividade prática 3 feita pelo aluno x.

Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Dos 28 alunos da turma 602, 20 adquiriram a habilidade de associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono, conforme previsto na BNCC.

Ainda durante a realização da atividade prática 3, os alunos responderam em grupo as perguntas: “Qual é a distância entre Carlos e seu cachorrinho Bidu?”, “Qual é a distância entre os coleguinhas Lara e João?” e “Agora usando o comando de segmento ligue os pontos que representam Carlos, Bidu, Lara, João, Maria e Carlos, nessa respectiva ordem, qual é o nome do polígono formado?”.

Ao analisar as respostas dos alunos de ambas as turmas foi possível observar que todos os alunos acertaram a resposta da primeira pergunta e da última pergunta, dando a resposta 4 para distância entre Carlos e Bidu e pentágono para o nome do polígono formado.

Entretanto, ao vermos a resposta da segunda pergunta foi possível observar que dos 30 alunos da turma 601, 16 não conseguiram identificar

a resposta correta ou não souberam responder, já na turma 602, dos 28 alunos participantes, 18 não souberam responder corretamente a segunda pergunta ou responderam errado. Ao final da realização da atividade foi feita uma intervenção pedagógica para ensinar aos alunos a encontrar a medida de segmentos durante a utilização do Geogebra.

ATIVIDADE PRÁTICA 3 – CRIANDO ALGUNS HABITANTES DE PONTOLÂNDIA

1) Com o uso do Geogebra construa o mundo de Pontolândia, com os pontos e coordenadas que representam: João (3,4), Maria (0,3), Carlos (0,0) e Lara (1,5).

2) Agora marque o ponto Bidu (4,0), este ponto representa a posição do cachorrinho de Carlos.

3) Qual é a distância, entre Carlos e seu cachorrinho Bidu? R: 4

4) Qual é a distância entre os coleguinhas Lara e João? R: não sei

5) Agora usando o comando de segmento ligue os pontos que representam Carlos, Bidu, Lara, João, Maria e Carlos, nessa respectiva ordem, qual é o nome do polígono formado?
R: Pentágono

Figura 18: Imagem das respostas da atividade prática 3 realizada por um grupo

Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Na sexta semana, os alunos das duas turmas realizaram a atividade intitulada “Visão da Linhalândia”, que foi dividida em três partes. Na primeira parte, os alunos fizeram a leitura do Capítulo 13 com o título “Como eu tive uma visão da Linhalândia”; na segunda parte, foi realizada uma discussão com os alunos sobre: Comparação entre a Planolândia e a Linhalândia. Quais as semelhanças e diferenças? O que podemos aprender com essa visão?

Na terceira e última parte, os alunos realizaram a quarta atividade prática denominada “Linhalândia”, cujo objetivo era a construção de retas paralelas e perpendiculares utilizando réguas, esquadros e *softwares* como o Geogebra. Nesta atividade, foi solicitado aos alunos que construíssem retas paralelas e perpendiculares no Geogebra, conforme ilustrado na figura 19.

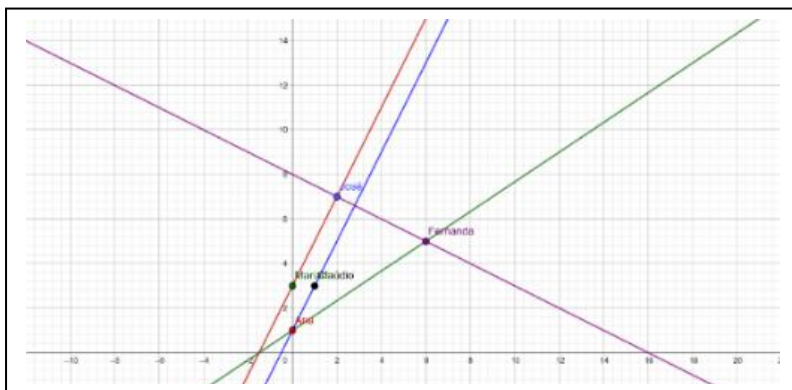


Figura 19: Imagem da atividade prática 3 feita pela aluna y

Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Ao final desta atividade, dos 30 alunos participantes da turma 601, 24 alunos conseguiram adquirir a habilidade prevista na BNCC de utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. Já da turma 602, dos 28 alunos participantes, 21 alunos conseguiram adquirir a referida habilidade.

Além disso, dos 30 alunos participantes da turma 601, todos acertaram a terceira pergunta colocando a resposta paralelas, 24 alunos acertaram a quarta pergunta colocando as respostas concorrentes e por fim nenhum aluno acertou a resposta da quinta pergunta, não sendo possível observar se os alunos não compreenderam a quinta pergunta ou não conseguiram ver que as retas eram perpendiculares, conforme apresentado na figura 20 a seguir.

ATIVIDADE PRÁTICA 4 – LINHALÂNDIA

- 1) Marque no Geogebra os pontos e coordenadas que representam onde fica o casa de: José (2,7), Mariana (0,3), Claudio (1,3), Ana (0,1) e Fernanda (5,5).
- 2) Agora, construa a reta que passa pelos pontos que representam a casa de: José e de Mariana, José e de Fernanda, Ana e de Fernanda, e Claudio e de Ana. Dê um nome para uma dessas retas.
- 3) Como é classificada a reta que passa pela casa de Claudio e Ana em relação a reta que passa pela casa de José e Mariana? R: paralelas
- 4) Como é classificada a reta que passa pela casa de Claudio e Ana em relação a reta que passa pela casa de José e Fernanda? R: concorrentes
- 5) Como é classificada a reta que passa pela casa de Fernanda e Ana em relação a reta que passa pela casa de José e Mariana? R: concorrentes

Figura 20: Imagem das respostas da atividade prática 4 realizada por um grupo

Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Já na turma 602, dos 28 alunos participantes, todos acertaram a terceira e a quarta pergunta colocando as respectivas respostas paralelas e concorrentes e por fim 4 alunos acertaram a resposta da quinta pergunta, não sendo possível observar se os alunos não compreenderam a quinta pergunta.

Na sétima semana e última atividade, os alunos das turmas 601 e 602 realizaram a atividade “Um estrangeiro da Espaçolândia”, ela começou com a leitura do Capítulo 15, "Sobre um Estrangeiro da Espaçolândia". Após a leitura, os alunos realizaram a discussão sobre: Comparação entre a Planolândia e a Espaçolândia. Quais as semelhanças e diferenças? O que podemos aprender com essa visão?

Para concluir, os alunos das duas turmas realizaram a quinta atividade prática intitulada "Os habitantes da Espaçolândia", que teve como objetivo promover o conhecimento das planificações de prismas e pirâmides, bem como a compreensão da relação entre seus elementos (vértices, faces e arestas). Alguns alunos preferiram fazer a construção de hexaedros (cubos) conforme apresentado na figura 21 abaixo.



Figura 21: Imagem da atividade prática 5 feita pela aluna w.
Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Durante a execução desta atividade, todos os alunos das duas turmas demonstraram grande entusiasmo e dedicação, principalmente os alunos da turma 601, conforme apresentado na figura 22 a seguir. Eles foram avaliados com base na capacidade de construir poliedros e pirâmides de acordo com o polígono de suas bases. A avaliação incluiu não apenas a

correta construção do poliedro ou da pirâmide, mas também a habilidade de relacionar o número de vértices e faces sem recorrer à Relação de Euler.



Figura 22: Imagem dos alunos interagindo durante a atividade prática 5.
Fonte: Dados do trabalho, 2024.

Ao término desta atividade, verificou-se que todos os alunos de ambas as turmas adquiriram a habilidade prevista na BNCC, de quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, com base no polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

9. Considerações finais

Após a análise dos dados coletados durante a realização das atividades do projeto educacional, que tinha como objetivo principal investigar a viabilidade e a eficácia de atividades inspiradas nos capítulos e trechos do livro *Planolândia: Um romance de muitas dimensões* como recurso didático no ensino de Geometria, foi observado que os alunos das turmas 601 e 602 mostraram-se interessados e participativos durante as aulas, além de estarem empolgados durante a realização das atividades do projeto. Esses resultados indicam que o uso de abordagens inovadoras e interativas, como as propostas pelo livro, pode ser eficaz no estímulo ao aprendizado de conceitos geométricos, tornando-os mais acessíveis e significativos para os estudantes. A metodologia aplicada não só despertou o interesse dos alunos, mas também favoreceu um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e envolvente.

A partir dos resultados obtidos, é possível concluir que atividades baseadas em recursos literários e criativos podem complementar de forma eficaz o ensino tradicional de Geometria, promovendo uma melhor compreensão dos conteúdos e incentivando a curiosidade dos alunos. Sugere-se que, para futuras pesquisas e projetos educacionais, essas abordagens sejam exploradas em outras disciplinas e com diferentes faixas etárias, ampliando o potencial das metodologias ativas no processo de ensino-aprendizagem.

Além disso, de acordo com os dados e resultados das atividades podemos observar que 73,3% dos alunos da turma 601 conseguiram adquirir a habilidade de construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais, como recomendado pela BNCC, já na turma 602, foram 82,1% dos alunos que conseguiram a referida habilidade.

Ainda podemos observar que 80% dos alunos da turma 601, conseguiram adquirir a habilidade de associar os pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono, conforme previsto na BNCC, já

na turma 602, foram 71,4% dos alunos que conseguiram a referida habilidade.

Observamos também que 80% dos alunos participantes da turma 601, conseguiram adquirir a habilidade prevista na BNCC de utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. Já na turma 602, 75% dos alunos participantes, conseguiram adquirir a referida habilidade.

Por fim, verificou-se que 100% dos alunos das duas turmas adquiriram a habilidade prevista na BNCC, de quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, com base no polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

Diante dos resultados apresentados, pode-se ressaltar que a proposta de atividades didáticas baseadas no livro "Planolândia", relacionadas com os conteúdos geométricos apresentados no sexto ano do Ensino Fundamental e de acordo com a BNCC, não apenas são viáveis, mas também oferecem uma rica oportunidade para um aprendizado mais envolvente e eficaz.

Entretanto, sugiro aos docentes que forem utilizar o livro "Planolândia" façam o acompanhamento e a intervenção pedagógica com os alunos durante a leitura e a construção de novas atividades baseadas no referido livro.

As atividades sugeridas promoveram o entendimento conceitual e prático da geometria, ao mesmo tempo que serviram para estimular e engajar os alunos a participarem das aulas. Sugiro as seguintes direções para futuros projetos: desenvolvimento de um projeto interdisciplinar utilizando o livro "Planolândia", com ênfase na relação entre a estrutura da sociedade e os polígonos; análise detalhada dos quatro mundos que compõem o universo de "Planolândia"; e investigação dos objetos geométricos presentes no mundo de quatro dimensões.

10. Referência Bibliográfica

ABBOTT, Edwin Abbott. **Planolândia: um romance de muitas dimensões**; tradução Rogério Galindo. São Paulo: Tordesilhas, 2021.

ALMEIDA, Geise L. C.; ARAÚJO, Michele M. M.; FERREIRA, Nilciane V. e BRAGA, Roberta M. **Manipulação de sólidos geométricos: inscrição e circunscrição**. Anais do V Simpósio de Iniciação Científica e de Extensão da UFPA/Castanhal, 2013.

ANDRADE, Fabiana Chagas de. **Jujubas: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio**. Dissertação. Rio de Janeiro, RJ. 2014. Disponível em: <http://www2.unirio.br/unirio/ccet/profmat/tcc/TCC_Fabiana.pdf>. Acesso em 20.NOV.2024.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2004

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília: MEC, 2018.

EUCLIDES. **Os elementos/Euclides**; tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3ª ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

HAHN, C. T.; HOLLAS, J.; ANDREIS, R. F. Matemática e literatura: novas concepções pedagógicas na construção significativa de conhecimentos matemáticos. In: SEMINÁRIO INTEGRADO: ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO ÉTICA E CIÊNCIA NAS DIFERENTES DIMENSÕES DA EDUCAÇÃO SUPERIOR, III, 2011, Chapecó/SC. **Anais do III Seminário integrado**: ensino, pesquisa e extensão ética e ciência nas diferentes dimensões da educação superior. Chapecó:UNOCHAPECÓ, 2011.

KALEFF, Ana Maria M. R. Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2003.

LORENZATO, Sergio. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006, v. 1.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

OLIVEIRA, D.S. **Geogebra**: Facilitando o Aprendizado da Função Afim e Função Quadrática. Matemática, Mídia Digitais e Didáticas. 2015.

SOUZA, Ana Paula Gestoso de; OLIVEIRA, Rosa Maria Moraes Anunciato de. Aprendizagem da docência em grupo colaborativo: histórias infantis e matemática. **Educação e Pesquisa**, Brasil, v.39, n. 4, p. 859-874, dez. 2013. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/ep/article/view/73031>> Acesso em 07 de março de 2025.

SMOLE, Kátia. C. S.; CÂNDIDO, Patrícia T.; STANCANELLI, Renata. **Matemática e Literatura Infantil**. 4. ed. Minas Gerais: Belo Horizonte, Editora Lê, 1999.

SOUZA, J. V. B. **Os materiais manipuláveis e a participação dos alunos nas aulas de matemática**. Salvador, BA. 2011. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana.

Anexo I

Produto Educacional

PLANO DE AULA

Estrutura do Plano de Aula:

Duração do projeto: 7 semanas

Carga horária total: 14 aulas (2 tempos por semana, 50 minutos cada)

Série/ano: 6º ano do Ensino Fundamental

Área do conhecimento: Matemática

Componente curricular: Geometria

Tema central: Geometria no plano e no espaço (segundo a BNCC)

Objetivos Específicos:

1. Compreender as propriedades geométricas de figuras planas e espaciais.
2. Identificar e classificar figuras geométricas, trabalhando com suas características e propriedades.
3. Explorar conceitos como ampliação e redução de figuras geométricas.
4. Desenvolver habilidades de visualização espacial e construção de formas geométricas.

Conteúdos:

1. Conceitos Básicos de Geometria Euclidiana: ponto, reta, segmento de reta e semirreta.
2. Figuras Planas: quadriláteros, triângulos, polígonos, círculos.
3. Figuras Espaciais: prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas.
4. Propriedades geométricas: ampliação e redução de polígonos.
5. Visualização espacial e construção de figuras geométricas.

Metodologia e Desenvolvimento das Atividades:

- **Semana 1:** Introdução à Planolândia.

Atividade: Leitura guiada do Capítulo 1 - "Da natureza da Planolândia".

Discussão: O que é a Planolândia? Como ela se diferencia de outros lugares? Quais as características principais deste mundo?

- **Semana 2:** Os Habitantes da Planolândia.

Atividade: Leitura do Capítulo 3 - "Sobre os habitantes da Planolândia".

Discussão: Características dos habitantes (triângulos, quadrados, etc.). Como as formas geométricas influenciam a vida social e pessoal dos habitantes?

Atividade em grupo: Dividir a turma em grupos e cada grupo deve criar uma apresentação sobre um habitante específico e suas características geométricas, relacionando-as com a personalidade e comportamento.

- **Semana 3:** Criando seu habitante da Planolândia.

Atividade prática 1 – Confeção dos habitantes da Planolândia.

1º Objetivo: Construir figuras semelhantes com a ampliação e a redução de figuras planas em malhas quadriculadas.

Habilidade BNCC: **(EF06MA21)** Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.

2º Objetivo: Trabalhar com os alunos a classificação dos polígonos de acordo com o número de vértices, e com às medidas dos lados e ângulos.

Habilidade BNCC: **(EF06MA18)** Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

Recursos: Geogebra, papel para anotações, lápis e caneta.

ATIVIDADE PRÁTICA 1 – CONFECÇÃO DOS HABITANTES DE PLANOLÂNDIA

1) Após a leitura do capítulo 3, construa com o uso do Geogebra construa um personagem conforme descrito nesse capítulo e o nomeie.

2) Agora construa, esse personagem aumentando todos os seus lados igualmente. O que você observou em relação ao formato deles e aos ângulos internos?

3) Se tivéssemos aumentado os lados com medidas diferentes o que aconteceria com esse personagem? O que você observou em relação aos ângulos internos?

4) Agora construa, esse personagem diminuindo todos os seus lados com a mesma medida. O que você observou em relação ao formato deles e aos ângulos internos?

5) Se tivéssemos diminuído os lados com medidas diferentes o que aconteceria com esse personagem? O que você observou em relação aos ângulos internos?

• **Semana 4:** Figuras Irregulares.

Atividade: Leitura do Capítulo 7 - "Das Figuras Irregulares".

Discussão: O que são figuras irregulares? Como elas se encaixam na sociedade da Planolândia? Diferenças e semelhanças entre figuras regulares e irregulares.

Atividade prática 2: Criar figuras geométricas irregulares utilizando papel e materiais recicláveis e apresentar suas criações ao restante da turma.

- **Semana 5:** Pontolândia

Atividade prática 3 – Criando alguns habitantes de Pontolândia.

Objetivos Gerais: Apresentar os axiomas de Euclides e o plano cartesiano fazendo a associação dos vértices de um polígono a pares ordenados.

Habilidades BNCC: **(EF06MA16)** Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

Recursos: Geogebra, papel para anotações, lápis e caneta.

ATIVIDADE PRÁTICA 3 – CRIANDO ALGUNS HABITANTES DE PONTOLÂNDIA

1) Com o uso do Geogebra construa o mundo de Pontolândia, com os pontos e coordenadas que representam: João (3,4), Maria (0,3), Carlos (0,0) e Lara (1,5).

2) Agora marque o ponto Bidu (4,0), este ponto representa a posição do cachorrinho de Carlos.

3) Qual é a distância, entre Carlos e seu cachorrinho Bidu?

4) Qual é a distância entre os coleguinhas Lara e João?

5) Agora usando o comando de segmento ligue os pontos que representam Carlos, Bidu, Lara, João, Maria e Carlos, nessa respectiva ordem, qual é o nome do polígono formado?

- **Semana 6:** Visão da Linhalândia

Atividade: Leitura do Capítulo 13 - "Como eu tive uma visão da Linhalândia".

Discussão: Comparação entre a Planolândia e a Linhalândia. Quais as semelhanças e diferenças? O que podemos aprender com essa visão?

Atividade prática 4: Linhalândia

Objetivo geral: Propor aos alunos a construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e *softwares* (Geogebra).

Habilidade BNCC: **(EF06MA22)** Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros.

Recursos: Geogebra, papel para anotações, lápis e caneta.

ATIVIDADE PRÁTICA 4 – LINHALÂNDIA

1) Marque no Geogebra os pontos e coordenadas que representam onde fica a casa de: José (2,7), Mariana (0,3), Cláudio (1,3), Ana (0,1) e Fernanda (6,5).

2) Agora, construa a reta que passa pelos pontos que representam a casa de: José e de Mariana, José e de Fernanda, Ana e de Fernanda, e Cláudio e de Ana. Dê um nome para uma dessas retas.

3) Como é classificada a reta que passa pela casa de Cláudio e Ana em relação a reta que passa pela casa de José e Mariana?

4) Como é classificada a reta que passa pela casa de Cláudio e Ana em relação a reta que passa pela casa de José e Fernanda?

5) Como é classificada a reta que passa pela casa de Fernanda e Ana em relação a reta que passa pela casa de José e Mariana?

● **Semana 7:** Um estrangeiro da Espaçolândia

Atividade: Leitura do Capítulo 15 - "Sobre um Estrangeiro da Espaçolândia".

Discussão: Comparação entre a Planolândia e a Espaçolândia. Quais as semelhanças e diferenças? O que podemos aprender com essa visão?

Atividade prática 5 – Os habitantes da Espaçolândia.

1º Objetivo: Promover aos alunos conhecer as planificações dos prismas e pirâmides e a relação entre seus elementos (vértices, faces e arestas).

Habilidade BNCC: **(EF06MA17)** Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

2º Objetivo: Proporcionar aos alunos reconhecer as figuras geométricas espaciais e suas relações com objetos familiares do mundo físico.

Habilidades BNCC: **(EF02MA14)** Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.

Recursos: Caixa de papelão, papel colorido, tesoura, cola e materiais recicláveis.

ATIVIDADE PRÁTICA 5 – OS HABITANTES DA ESPAÇOLÂNDIA

1) Agora em grupo, vamos construir o mundo da Espaçolândia, para isso cada aluno deve construir com papel ou material reciclável um habitante da Espaçolândia, ele pode ter forma de: Prisma, Pirâmide, Cilindro, Cone ou Esfera.