

2

Agregação Dinâmica de Modelos de Reguladores de Tensão: Apresentação Teórica

2.1.

Introdução

A agregação dinâmica de um grupo de unidades geradoras coerentes consiste em representar esse grupo através de uma ou mais unidades geradoras equivalentes, determinando seus parâmetros.

Um grupo coerente de unidades geradoras, para uma dada perturbação, é um grupo de geradores que oscila com a mesma velocidade angular ω e tensão terminal V_T . Logo, as unidades geradoras pertencentes a um grupo coerente podem ser conectadas a uma barra comum.

O equivalente dinâmico de um grupo coerente de unidades geradoras pode ser representado por uma ou mais unidades geradoras equivalentes que apresentam velocidade, tensão terminal, potências elétrica e mecânica totais iguais às do grupo coerente que representam, durante qualquer perturbação em que aquelas unidades permaneçam coerentes.

O diagrama de blocos da figura 2.1 representa as relações funcionais entre as potências mecânica e elétrica de uma unidade geradora individual e sua velocidade ω e tensão terminal V_T , estas duas últimas sendo consideradas como variáveis de entrada.

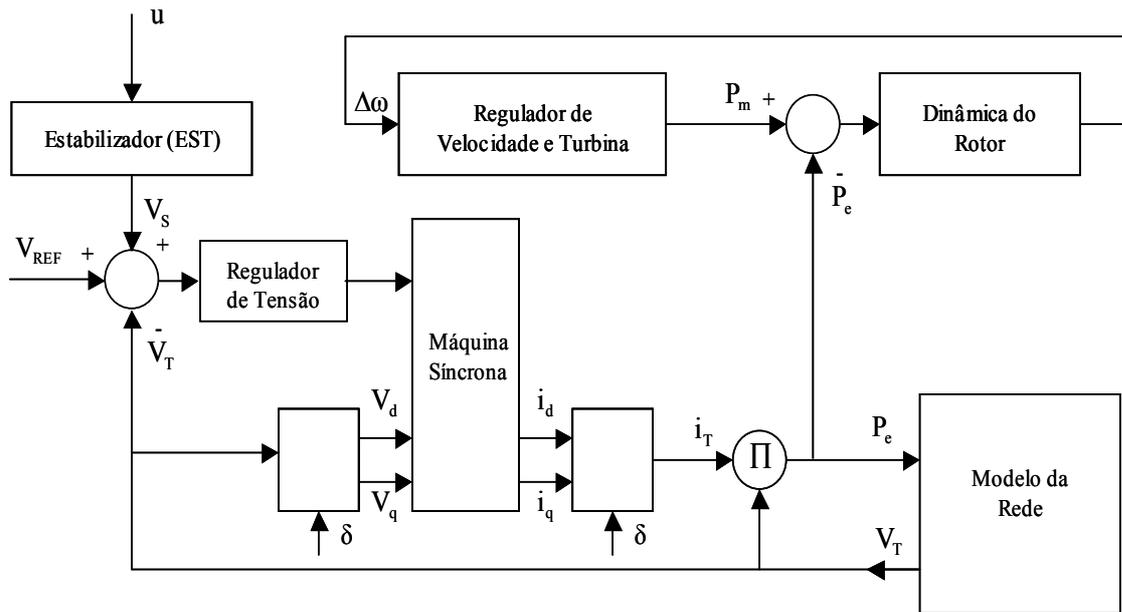


Figura 2.1 – Modelo de unidade geradora

Os parâmetros dos modelos equivalente do regulador de velocidade, turbina, máquina síncrona, regulador de tensão e estabilizador (EST) são identificados para cada grupo de unidades coerentes por meio de um ajuste obtido pela resposta em frequência.

O banco de dados do sistema original pode incluir uma variedade de modelos de máquina síncrona, regulador de tensão, estabilizador, turbina e regulador de velocidade, que são usados em estudos práticos. As unidades geradoras equivalentes são compostas por modelos similares e, então, são compatíveis com programas convencionais de estabilidade. Em outras palavras, haverá um modelo equivalente para cada componente da unidade geradora, ou seja, um modelo equivalente para a máquina síncrona, outro para o regulador de tensão, e assim por diante.

As características do modelo da unidade geradora equivalente são determinadas a partir do modelo de cada unidade individual de um grupo coerente, considerando-se separadamente a dinâmica do rotor e os modelos da

máquina síncrona, regulador de tensão, estabilizador, regulador de velocidade e turbina.

As características lineares e não-lineares dos modelos equivalentes são identificadas separadamente, pois é desta maneira que o método trata estas características nos modelos individuais.

A função de transferência de cada modelo individual das unidades geradoras é calculada para valores discretos de frequência numa faixa de 0,01 à 10 Hz, e a seguir estas funções de transferência são somadas. A soma das funções de transferência das unidades individuais é chamada função de transferência agregada. Os parâmetros lineares de cada modelo equivalente são ajustados numericamente para se obter um erro mínimo entre sua função de transferência e a função de transferência agregada. O erro a ser minimizado é a soma dos quadrados da magnitude dessa diferença, calculada para várias frequências discretas [12]. Os parâmetros lineares dos modelos equivalentes são ajustados numericamente através do método de Levenberg-Marquardt (LM) para resolver o problema de otimização multivariável [13,14].

Os detalhes do processo de agregação são explicados a seguir:

Para uma faixa de frequências complexas discretas, $j\omega_i$, as funções de transferência dos modelos individuais são calculadas e somadas. O resultado é um diagrama de Bode (módulo e fase) referenciado como resposta da função de transferência agregada $G(j\omega_i)$.

Valores iniciais são dados aos parâmetros desconhecidos do modelo equivalente, e a função de transferência equivalente $G^{eq}(j\omega_i)$ é calculada.

A função erro é dada por

$$\sum_i \frac{|G(j\omega_i) - G^{eq}(j\omega_i)|^2}{|G(j\omega_i)|^2}$$

O método LM é usado para ajustar os parâmetros desconhecidos de modo a minimizar este erro. O processo é interrompido quando um erro tecnicamente pequeno é obtido. Os parâmetros assim encontrados são aqueles do modelo equivalente.

Para grupos coerentes contendo diferentes tipos de modelos de reguladores de tensão, um modelo equivalente deve ser selecionado e seus parâmetros ajustados. A resposta em frequência da função de transferência equivalente deve ser bem ajustada à resposta em frequência da função de transferência agregada, de modo a garantir o melhor desempenho dinâmico do equivalente.

2.2. Sistemas de Excitação [18]

O sistema de excitação tem como principal função fornecer corrente contínua para o enrolamento de campo do gerador síncrono para controlar sua tensão terminal. Em consequência, o sistema de excitação é responsável não somente pelo controle da tensão de saída da máquina, mas também pelo controle do fluxo de potência reativa proporcionando melhoria da estabilidade do sistema. Outra função importante do sistema de excitação está relacionada à proteção dos limites de capacidade de corrente de campo e corrente máxima do estator. O sistema de excitação deve ser capaz de responder rapidamente a um distúrbio, a fim de proporcionar um bom desempenho durante a estabilidade transitória. A figura 2.2 mostra o diagrama de blocos com a configuração física de um sistema de excitação típico.

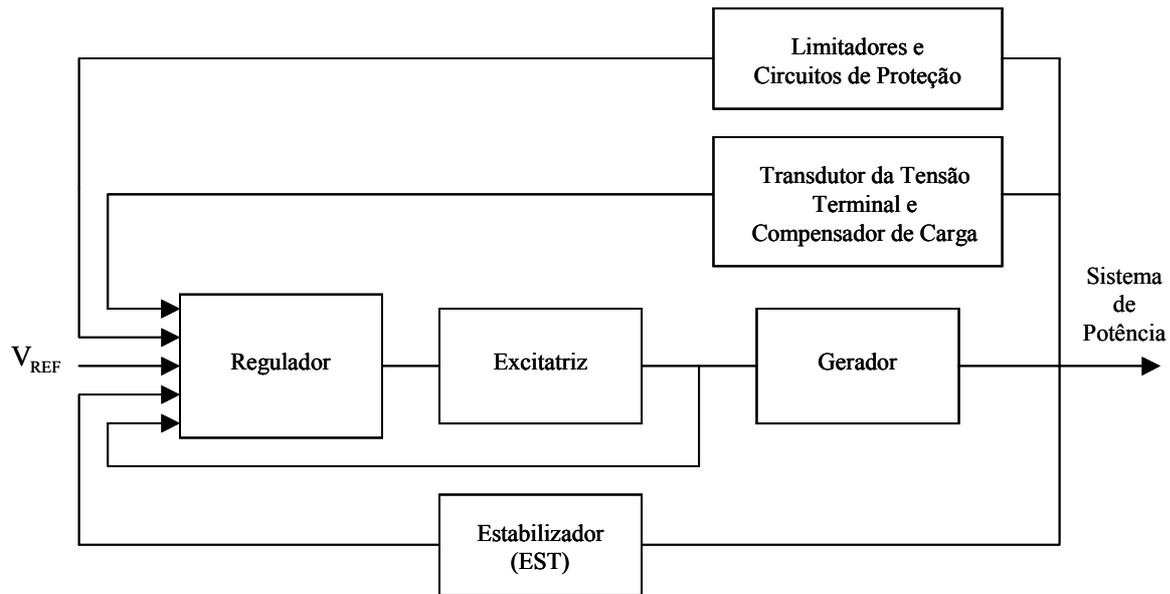


Figura 2.2 – Diagrama de blocos funcional do sistema de controle da excitação de um gerador síncrono

Uma descrição de cada bloco encontra-se a seguir:

- Excitatriz:

Fornece corrente contínua para a bobina de campo do gerador. É a fonte de potência propriamente dita.
- Regulador:

Processa e amplifica os sinais de controle de entrada para o controle da excitatriz, incluindo funções de regulação e estabilização.
- Transdutor de tensão terminal e compensador de carga:

Recebe a informação do valor da tensão terminal e a retifica e filtra para a devida comparação com a referência. Adicionalmente, proporciona a compensação de quedas de tensão devido à carga.
- Estabilizador do Sistema de Potência:

Proporciona os sinais suplementares para amortecimento de oscilações no sistema. Comumente são utilizados sinais de potência de aceleração, desvio de velocidade do rotor e desvio de frequência como sinais de entrada.

- Limitadores e Circuitos de Proteção:

Este bloco inclui uma vasta gama de funções de controle e proteção que asseguram que os limites de capacidade da excitatriz e do gerador síncrono não sejam excedidos.

Até bem recentemente, a excitatriz da maioria dos sistemas era um gerador de corrente contínua montado no eixo do gerador. Atualmente, outros sistemas mais rápidos, e que exigem menos manutenção, vão aos poucos substituindo o sistema clássico.

A função do regulador de tensão é controlar a saída da excitatriz tal que a tensão gerada e a potência reativa variem da maneira desejada. Em sistemas primitivos, o operador desempenhava o papel do regulador de tensão, observando a tensão de saída e ajustando o reostato de campo da excitatriz, de modo a obter as condições de saída desejadas. Atualmente, o regulador de tensão é um controlador que mede a tensão (e possivelmente outras grandezas, como potência ativa e corrente) de saída do gerador, e age corretivamente através da variação do controle da excitatriz. A velocidade de ação do regulador é fundamental do ponto de vista da estabilidade do sistema de potência.

2.2.1. Tipos

A classificação quanto ao tipo de sistema de excitação faz-se levando-se em consideração a fonte de potência da excitação utilizada. São três os tipos: sistemas de excitação CC, sistemas de excitação CA e sistemas de excitação estáticos. Uma descrição mais detalhada é apresentada a seguir.

2.2.1.1.

Sistemas de Excitação com Excitatrizes de Corrente Contínua (CC)

Os primeiros sistemas de excitação foram deste tipo, porém perderam preferência e passaram a ser substituídos por excitatrizes CA. Sua modelagem ainda se faz necessária em estudos de estabilidade, pois muitos sistemas deste tipo ainda encontram-se em operação. As fontes de potência de excitação do gerador principal utilizadas são geradores CC, sendo a corrente fornecida para o rotor da máquina síncrona através de anéis coletores. A excitatriz pode ser auto-excitada ou excitada separadamente. No segundo caso, uma excitatriz piloto contendo um gerador com imã permanente é responsável por suprir o campo da excitatriz.

2.2.1.2.

Sistemas de Excitação com Excitatrizes de Corrente Alternada (CA)

As fontes de potência de excitação utilizadas são alternadores, sendo necessária a retificação da saída CA da excitatriz para produzir a corrente contínua para o campo do gerador. Os retificadores podem ser estacionários ou rotativos.

2.2.1.3.

Sistemas de Excitação com Excitatrizes Estáticas

A corrente de excitação é fornecida diretamente para o campo do gerador principal através de anéis coletores. Retificadores estáticos, controlados ou não-controlados, são responsáveis por suprir esta corrente, e a fonte de potência vem do gerador principal ou da barra auxiliar da estação através de transformador abaixador de tensão.

2.2.2.

Sistema de Regulação de Tensão [18]

A figura 2.3 apresenta um diagrama de blocos típico de um sistema de regulação de tensão para geradores.

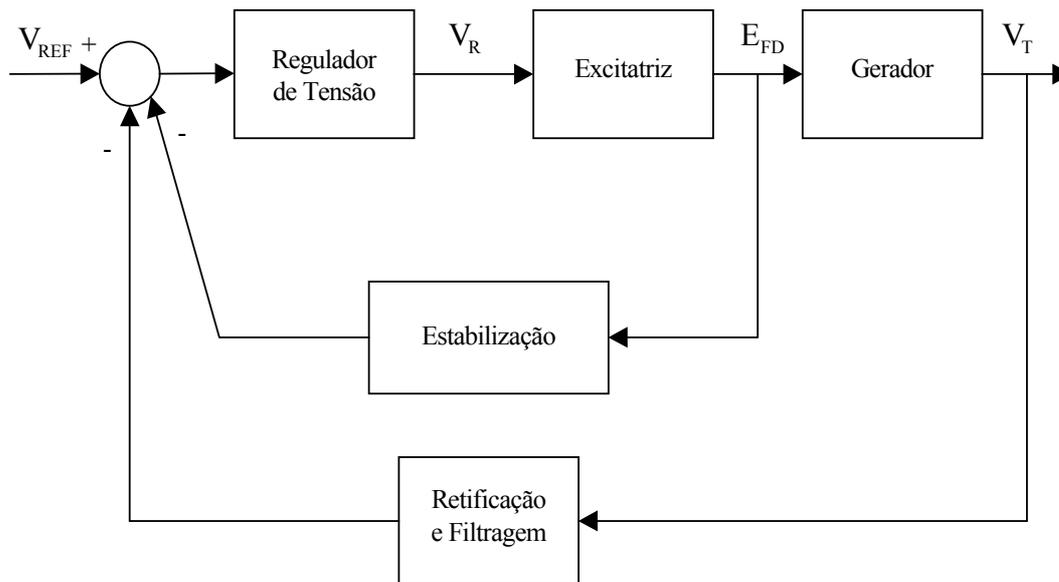


Figura 2.3 – Diagrama de blocos de um sistema de regulação de tensão

As principais funções de um regulador de tensão são:

- Controlar a tensão terminal da máquina, dentro dos limites prescritos;
- Regular a divisão de potência reativa entre máquinas que operam em paralelo, particularmente quando estas estão em barra comum, gerando a mesma tensão terminal;
- Controlar a corrente de campo para manter a máquina em sincronismo com o sistema;
- Aumentar a excitação, sob condições de curto-circuito no sistema, para manter a máquina em sincronismo com os demais geradores do sistema.

Os reguladores são necessários em compensadores síncronos (cuja finalidade é controlar tensão), em hidro-geradores (para manter a tensão baixa no caso de súbita perda de carga e conseqüente sobre-velocidade) e em turbo-geradores sujeitos a grandes variações de carga. Na verdade, os reguladores de tensão são indispensáveis para manter a estabilidade dos geradores síncronos.

2.3. Metodologia de Agregação Dinâmica Aplicada a Reguladores de Tensão [12,19]

Os parâmetros do modelo equivalente do regulador de tensão são determinados sem o sinal estabilizador, e são obtidos após a identificação dos parâmetros da máquina síncrona equivalente. Depois, procede-se à inclusão do modelo equivalente do estabilizador.

Cada sistema de excitação individual é representado por um diagrama de blocos de única entrada e única saída.

É apresentado a seguir, na figura 2.4, o modelo de regulador de tensão 01 do ANATEM [17] (MD01), previamente implementado no programa EDINCO [15].

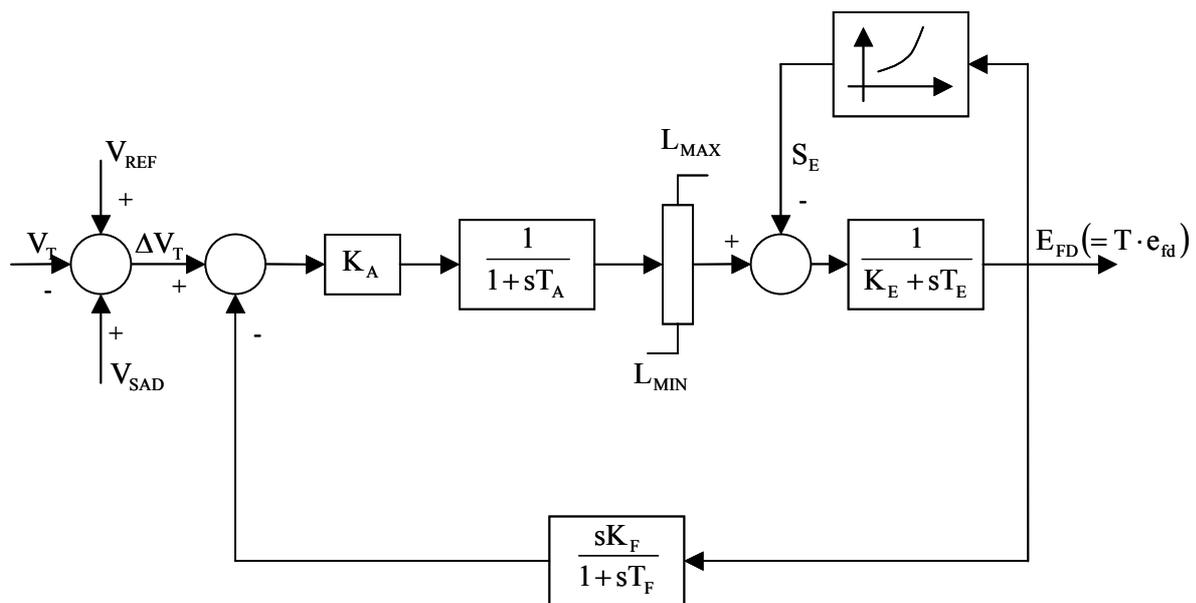


Figura 2.4 – Modelo do regulador de tensão 01 do ANATEM (MD01)

Desprezando-se o estabilizador, o erro da tensão terminal é dado por: $\Delta V_T = (V_{REF} - V_T)$. Considerando este erro pequeno, de modo que nenhum dos reguladores de um grupo coerente atinja seus limites, a saída de cada excitatriz é dada por:

$$\Delta e_{fdj}(s) = G_{Ej}(s) \cdot \Delta V_T(s) \quad (2.1)$$

As tensões de campo e_{fd} aplicadas aos modelos individuais das máquinas síncronas dos grupos coerentes contribuem para a corrente total do eixo direto, tal como descrito a seguir:

$$\sum_j \Delta I_{Dj}(s) = \sum_j \left(\frac{\Delta I_{Dj}(s)}{\Delta e_{fdj}(s)} \cdot \frac{\Delta e_{fdj}(s)}{\Delta V_T(s)} \right) \cdot \Delta V_T(s) \quad (2.2)$$

A tensão de campo equivalente e_{FD} aplicada ao modelo da máquina síncrona equivalente resulta igualmente numa contribuição para a corrente equivalente do eixo direto. Assim,

$$\Delta i_D^{eq}(s) = Y_{DF}^{eq}(s) \cdot \Delta e_{FD}(s) \quad (2.3)$$

A função de transferência do modelo equivalente é:

$$G_E^{eq}(s) = \sum_j W_j(s) \cdot G_{Ej}(s) \quad (2.4)$$

onde,

$$W_j(s) = \frac{Y_{dfj}(s)}{Y_{DF}^{eq}(s)} \cdot \cos(\phi_j - \Delta\theta) \quad (2.5)$$

O termo $W_j(s)$ é um fator que pondera as tensões de campo aplicadas nas máquinas síncronas do grupo coerente para formar a tensão de campo da máquina síncrona equivalente, conforme apresentado na figura 2.5. Este fator se justifica pelo fato de que uma usina geradora maior, com um E_{fd} maior, contribui mais para a formação da tensão de campo E_{fd} do regulador de tensão equivalente.

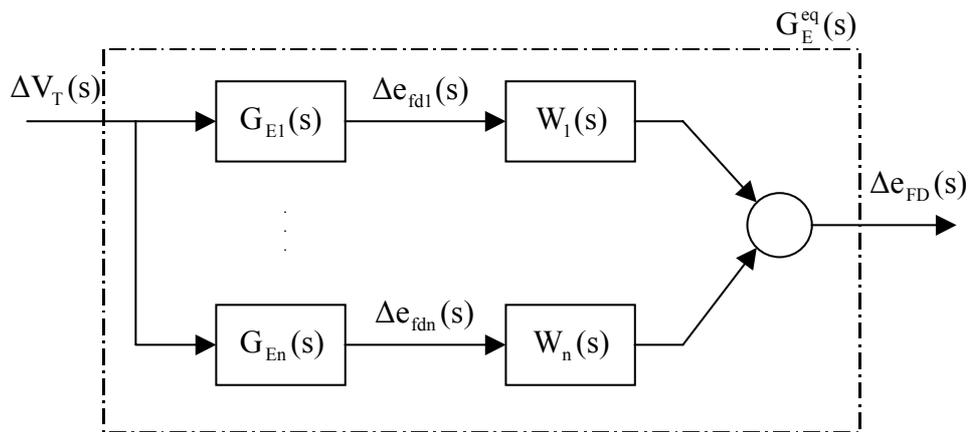


Figura 2.5 – Diagrama de blocos com a representação da influência do fator de ponderação na formação da tensão de campo do sistema equivalente

Os limites do regulador de tensão equivalente podem ser calculados, considerando-se que um degrau de entrada igual ao limite do regulador é aplicado simultaneamente a cada excitatriz do grupo coerente. Assim, temos:

$$e_{FD}(s) = \sum_j e_{fdj}(s) \cdot W_j(s) \quad (2.6)$$

Da eq. 2.6 pode-se escrever:

$$E_{FD}(s) = \sum_j E_{fdj}(s) \cdot W'_j(s) \quad (2.7)$$

onde,

$$E_{FD} = T^{eq} \cdot e_{FD}$$

$$E_{fdj} = T_j \cdot e_{fdj}$$

$$W'_j = \frac{T^{eq}}{T_j} \cdot W_j$$

A figura 2.6 apresenta o modelo da excitatriz do regulador de tensão do modelo 01 do ANATEM [17]. Este modelo está associado aos sistemas de excitação com excitatrizes CA ou CC.

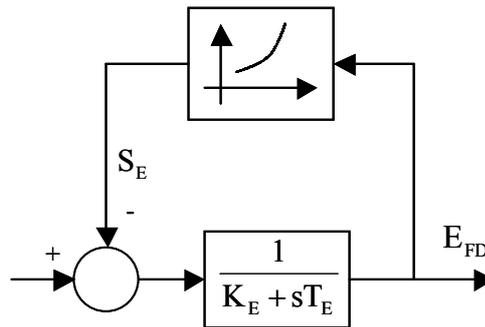


Figura 2.6 – Modelo da excitatriz do regulador de tensão 01 do ANATEM (MD01)

Considerando o modelo da excitatriz do regulador de tensão escolhido com um degrau L_{MAX} de entrada, da eq. 2.7, vem:

$$E_{FD}(s) = \frac{1}{s} \sum_j \left[\frac{L_{MAXj}}{(K_E + S_E)_j + sT_{Ej}} \right] \cdot W'_j(s) \quad (2.8)$$

Aplicando o teorema do valor inicial, conforme apresentado abaixo, à eq. 2.8, resulta:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{d}{dt} E_{FD}(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s [sE_{FD}(s)]$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s [sE_{FD}(s)] = \sum_j \left[\frac{L_{MAXj}}{T_{Ej}} \right] \cdot W'_j(s = \infty) \quad (2.9)$$

Para o regulador de tensão equivalente, este limite corresponde a $\frac{L_{MAX}^{eq}}{T_E^{eq}}$.

Pode-se, então, determinar L_{MAX}^{eq} , já que se dispõe do valor de T_E^{eq} do ajuste da função de transferência linear.

Aplicando o teorema do valor final, à eq. 2.8, resulta:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E_{FD}(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E_{FD}(s)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s [E_{FD}(s)] = \sum_j \left[\frac{L_{MAXj}}{(K_E + S_{E_{max}})_j} \right] \cdot W'_j(s=0) \quad (2.10)$$

Para o modelo equivalente, este mesmo limite corresponde a

$$\frac{L_{MAX}^{eq}}{(K_E + S_{E_{max}})^{eq}}, \text{ que em regime permanente corresponde a } E_{FDmax}^{eq}.$$

Conhecidos L_{MAX}^{eq} e E_{FDmax}^{eq} , pode-se calcular $(K_E + S_{E_{max}})^{eq}$.

Para determinação da função de saturação $S_E(E_{FD})$ da excitatriz equivalente, considera-se uma relação exponencial, cujos valores nos pontos de operação inicial E_{FDO} e em E_{FDMAX} são S_{EO} e S_{EMAX} .

A função de saturação equivalente é definida como:

$$S_E = \frac{A}{E_{FD}} e^{BE_{FD}} \quad (2.11)$$

onde,

$$A = \frac{(S_{EO} \cdot E_{FDO})^D}{(S_{EMAX} \cdot E_{FDMAX})^F}$$

$$B = C \ln \left(\frac{S_{EMAX} \cdot E_{FDMAX}}{S_{EO} \cdot E_{FDO}} \right)$$

$$C = \frac{1}{E_{FDMAX} - E_{FDO}}$$

$$D = \frac{E_{FDMAX}}{E_{FDMAX} - E_{FDO}}$$

$$F = \frac{E_{FDO}}{E_{FDMAX} - E_{FDO}}$$

2.4. Implementação de Modelos de Reguladores de Tensão

Nesta seção, serão apresentados os diagramas de blocos e as funções de transferência de cada modelo de regulador de tensão implementado.

2.4.1. Modelo 19

O modelo 19 está associado ao sistema de excitação com excitatriz CC. A figura 2.7 apresenta o diagrama de blocos deste modelo.

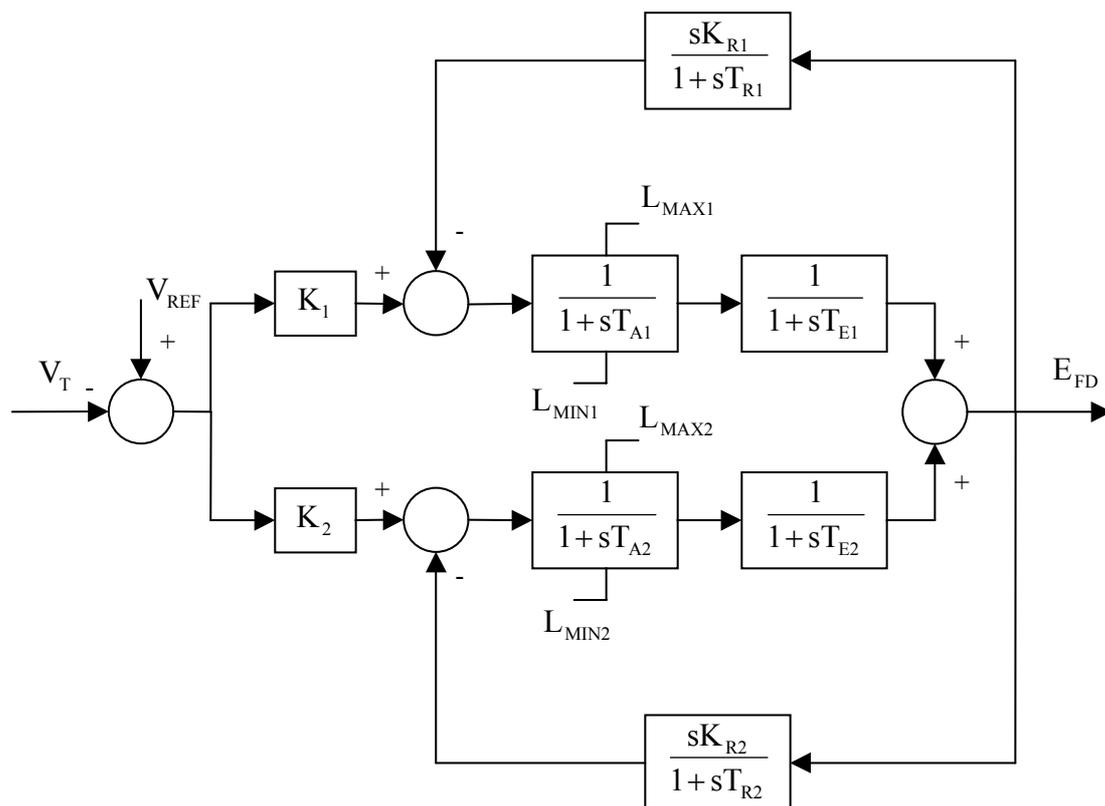


Figura 2.7 – Modelo do regulador de tensão 19 do ANATEM

Desprezando os limites de tensão do regulador, obtém-se a seguinte função de transferência linear:

$$G_E(s) = \frac{C_1 s^4 + C_2 s^3 + C_3 s^2 + C_4 s + C_5}{C_6 s^6 + C_7 s^5 + C_8 s^4 + C_9 s^3 + C_{10} s^2 + C_{11} s + 1}$$

onde,

$$C_1 = K_1 T_{A2} T_{E2} T_{R1} T_{R2} + K_2 T_{A1} T_{E1} T_{R1} T_{R2}$$

$$C_2 = K_1 T_{A2} T_{E2} T_{R1} + K_1 T_{A2} T_{E2} T_{R2} + K_1 T_{A2} T_{R1} T_{R2} + K_1 T_{E2} T_{R1} T_{R2} + K_2 T_{A1} T_{E1} T_{R1} \\ + K_2 T_{A1} T_{E1} T_{R2} + K_2 T_{A1} T_{R1} T_{R2} + K_2 T_{E1} T_{R1} T_{R2}$$

$$C_3 = K_1 T_{A2} T_{E2} + K_1 T_{A2} T_{R1} + K_1 T_{A2} T_{R2} + K_1 T_{E2} T_{R1} + K_1 T_{E2} T_{R2} + K_1 T_{R1} T_{R2} + K_2 T_{A1} T_{E1} \\ + K_2 T_{A1} T_{R1} + K_2 T_{A1} T_{R2} + K_2 T_{E1} T_{R1} + K_2 T_{E1} T_{R2} + K_2 T_{R1} T_{R2}$$

$$C_4 = K_1 T_{A2} + K_1 T_{E2} + K_1 T_{R1} + K_1 T_{R2} + K_2 T_{A1} + K_2 T_{E1} + K_2 T_{R1} + K_2 T_{R2}$$

$$C_5 = K_1 + K_2$$

$$C_6 = T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} T_{R2}$$

$$C_7 = T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} + T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R2} + T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{R1} T_{R2} + T_{A1} T_{A2} T_{E2} T_{R1} T_{R2} \\ + T_{A1} T_{E1} T_{E2} T_{R1} T_{R2} + T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} T_{R2}$$

$$C_8 = K_{R1} T_{A2} T_{E2} T_{R2} + K_{R2} T_{A1} T_{E1} T_{R1} + T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} + T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{R1} + T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{R2} \\ + T_{A1} T_{A2} T_{E2} T_{R1} + T_{A1} T_{A2} T_{E2} T_{R2} + T_{A1} T_{A2} T_{R1} T_{R2} + T_{A1} T_{E1} T_{E2} T_{R1} + T_{A1} T_{E1} T_{E2} T_{R2} \\ + T_{A1} T_{E1} T_{R1} T_{R2} + T_{A1} T_{E2} T_{R1} T_{R2} + T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} + T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R2} + T_{A2} T_{E1} T_{R1} T_{R2} \\ + T_{A2} T_{E2} T_{R1} T_{R2} + T_{E1} T_{E2} T_{R1} T_{R2}$$

$$C_9 = K_{R1} T_{A2} T_{E2} + K_{R1} T_{A2} T_{R2} + K_{R1} T_{E2} T_{R2} + K_{R2} T_{A1} T_{E1} + K_{R2} T_{A1} T_{R1} + K_{R2} T_{E1} T_{R1} \\ + T_{A1} T_{A2} T_{E1} + T_{A1} T_{A2} T_{E2} + T_{A1} T_{A2} T_{R1} + T_{A1} T_{A2} T_{R2} + T_{A1} T_{E1} T_{E2} + T_{A1} T_{E1} T_{R1} + T_{A1} T_{E1} T_{R2} \\ + T_{A1} T_{E2} T_{R1} + T_{A1} T_{E2} T_{R2} + T_{A1} T_{R1} T_{R2} + T_{A2} T_{E1} T_{E2} + T_{A2} T_{E1} T_{R1} + T_{A2} T_{E1} T_{R2} + T_{A2} T_{E2} T_{R1} \\ + T_{A2} T_{E2} T_{R2} + T_{A2} T_{R1} T_{R2} + T_{E1} T_{E2} T_{R1} + T_{E1} T_{E2} T_{R2} + T_{E1} T_{R1} T_{R2} + T_{E2} T_{R1} T_{R2}$$

$$C_{10} = K_{R1} T_{A2} + K_{R1} T_{E2} + K_{R1} T_{R2} + K_{R2} T_{A1} + K_{R2} T_{E1} + K_{R2} T_{R1} + T_{A1} T_{A2} + T_{A1} T_{E1} + T_{A1} T_{E2} \\ + T_{A1} T_{R1} + T_{A1} T_{R2} + T_{A2} T_{E1} + T_{A2} T_{E2} + T_{A2} T_{R1} + T_{A2} T_{R2} + T_{E1} T_{E2} + T_{E1} T_{R1} + T_{E1} T_{R2} + T_{E2} T_{R1} \\ + T_{E2} T_{R2} + T_{R1} T_{R2}$$

$$C_{11} = K_{R1} + K_{R2} + T_{A1} + T_{A2} + T_{E1} + T_{E2} + T_{R1} + T_{R2}$$

Considerando $s = j\omega$, a função de transferência anterior pode ser rescrita na forma:

$$G_E(j\omega) = \frac{A(\omega) + jB(\omega)}{C(\omega)}$$

onde,

$$\begin{aligned}
 A(\omega) &= -C_1 C_6 \omega^{10} + (C_1 C_8 - C_2 C_7 + C_3 C_6) \omega^8 + \\
 &(-C_1 C_{10} + C_2 C_9 - C_3 C_8 + C_4 C_7 - C_5 C_6) \omega^6 + \\
 &(C_1 - C_2 C_{11} + C_3 C_{10} - C_4 C_9 + C_5 C_8) \omega^4 + (-C_3 + C_4 C_{11} - C_5 C_{10}) \omega^2 + C_5 \\
 B(\omega) &= (-C_1 C_7 + C_2 C_6) \omega^9 + (C_1 C_9 - C_2 C_8 + C_3 C_7 - C_4 C_6) \omega^7 + \\
 &(-C_1 C_{11} + C_2 C_{10} - C_3 C_9 + C_4 C_8 - C_5 C_7) \omega^5 + (-C_2 + C_3 C_{11} - C_4 C_{10} + C_5 C_9) \omega^3 + \\
 &(C_4 - C_5 C_{11}) \omega \\
 C(\omega) &= C_6^2 \omega^{12} + (-2C_6 C_8 + C_7^2) \omega^{10} + (2C_6 C_{10} - 2C_7 C_9 + C_8^2) \omega^8 + \\
 &(-2C_6 + 2C_7 C_{11} - 2C_8 C_{10} + C_9^2) \omega^6 + (2C_8 - 2C_9 C_{11} + C_{10}^2) \omega^4 + \\
 &(-2C_{10} + C_{11}^2) \omega^2 + 1
 \end{aligned}$$

Substituindo os parâmetros, tem-se:

$$\begin{aligned}
 A(\omega) &= \left(-K_1 T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 - K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2}^2 \right) \omega^{10} + \\
 &\left(+K_1 K_{R1} T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1} T_{R2}^2 + K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2} - K_1 T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{E2}^2 T_{R1}^2 \right. \\
 &- K_1 T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{E2}^2 T_{R2}^2 - K_1 T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{R1}^2 T_{R2}^2 - K_1 T_{A1} T_{E1} T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 \\
 &+ K_1 T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} T_{R2}^2 + K_2 K_{R2} T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2} \\
 &- K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{E1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 - K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R2}^2 - K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2}^2 \\
 &\left. + K_2 T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 - K_2 T_{A2} T_{E1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2}^2 \right) \omega^8 + \\
 &\left(+K_1 K_{R1} T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1} + K_1 K_{R1} T_{A2}^2 T_{R1} T_{R2}^2 + K_1 K_{R1} T_{E2}^2 T_{R1} T_{R2}^2 \right. \\
 &+ K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R2} - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{R1}^2 + K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E2} T_{R1}^2 \\
 &+ K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{R1}^2 T_{R2} - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{E1} T_{E2} T_{R1}^2 - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{E1} T_{R1}^2 T_{R2} \\
 &+ K_1 K_{R2} T_{A1} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2} + K_1 K_{R2} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1}^2 + K_1 K_{R2} T_{A2} T_{E1} T_{R1}^2 T_{R2} \\
 &- K_1 K_{R2} T_{A2} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2} + K_1 K_{R2} T_{E1} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2} - K_1 T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{R1}^2 \\
 &- K_1 T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{R2}^2 - K_1 T_{A1} T_{E1} T_{E2}^2 T_{R1}^2 - K_1 T_{A1} T_{E1} T_{E2}^2 T_{R2}^2 - K_1 T_{A1} T_{E1} T_{R1}^2 T_{R2}^2 \\
 &- K_1 T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{A1} T_{E1} + K_1 T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 + K_1 T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 + K_1 T_{A2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 \\
 &+ K_1 T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{R2}^2 \\
 &- K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} T_{E2} T_{R2}^2 + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} T_{R1} T_{R2}^2 + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{E1} T_{E2} T_{R2}^2 \\
 &- K_2 K_{R1} T_{A1} T_{E1} T_{R1} T_{R2}^2 + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{E2} T_{R1} T_{R2}^2 - K_2 K_{R1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R2}^2 \\
 &+ K_2 K_{R1} T_{A2} T_{E1} T_{R1} T_{R2}^2 - K_2 K_{R1} T_{A2} T_{E2} T_{R1} T_{R2}^2 + K_2 K_{R1} T_{E1} T_{E2} T_{R1} T_{R2}^2 \\
 &+ K_2 K_{R2} T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R2} + K_2 K_{R2} T_{A1}^2 T_{R1}^2 T_{R2} + K_2 K_{R2} T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2} \\
 &- K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{E1}^2 T_{E2} - K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{E2} T_{R1}^2 - K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{E2} T_{R2}^2 + K_2 T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 \\
 &+ K_2 T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R2}^2 + K_2 T_{A1}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 - K_2 T_{A2} T_{E1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 - K_2 T_{A2} T_{E1}^2 T_{E2} T_{R2}^2 \\
 &\left. - K_2 T_{A2} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2}^2 + K_2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 \right) \omega^6 +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{aligned}
& +K_1K_{R1}T_{A2}^2T_{R1} + K_1K_{R1}T_{E2}^2T_{R1} + K_1K_{R1}T_{R1}T_{R2}^2 - K_1K_{R2}T_{A1}T_{A2}T_{E1} \\
& + K_1K_{R2}T_{A1}T_{A2}T_{E2} + K_1K_{R2}T_{A1}T_{A2}T_{R2} - K_1K_{R2}T_{A1}T_{E1}T_{E2} - K_1K_{R2}T_{A1}T_{E1}T_{R2} \\
& + K_1K_{R2}T_{A1}T_{E2}T_{R2} - K_1K_{R2}T_{A1}T_{R1}^2 + K_1K_{R2}T_{A2}T_{E1}T_{E2} + K_1K_{R2}T_{A2}T_{E1}T_{R2} \\
& - K_1K_{R2}T_{A2}T_{E2}T_{R2} + K_1K_{R2}T_{A2}T_{R1}^2 + K_1K_{R2}T_{E1}T_{E2}T_{R2} - K_1K_{R2}T_{E1}T_{R1}^2 \\
& + K_1K_{R2}T_{E2}T_{R1}^2 + K_1K_{R2}T_{R1}^2T_{R2} - K_1T_{A1}T_{A2}^2T_{E1} - K_1T_{A1}T_{E1}T_{E2}^2 - K_1T_{A1}T_{E1}T_{R1}^2 \\
& - K_1T_{A1}T_{E1}T_{R2}^2 + K_1T_{A2}^2T_{E2}^2 + K_1T_{A2}^2T_{R1}^2 + K_1T_{A2}^2T_{R2}^2 + K_1T_{E2}^2T_{R1}^2 \\
& + K_1T_{E2}^2T_{R2}^2 + K_1T_{R1}^2T_{R2}^2 + K_2K_{R1}T_{A1}T_{A2}T_{E1} - K_2K_{R1}T_{A1}T_{A2}T_{E2} \\
& + K_2K_{R1}T_{A1}T_{A2}T_{R1} + K_2K_{R1}T_{A1}T_{E1}T_{E2} - K_2K_{R1}T_{A1}T_{E1}T_{R1} + K_2K_{R1}T_{A1}T_{E2}T_{R1} \\
& + K_2K_{R1}T_{A1}T_{R2}^2 - K_2K_{R1}T_{A2}T_{E1}T_{E2} + K_2K_{R1}T_{A2}T_{E1}T_{R1} - K_2K_{R1}T_{A2}T_{E2}T_{R1} \\
& - K_2K_{R1}T_{A2}T_{R2}^2 + K_2K_{R1}T_{E1}T_{E2}T_{R1} + K_2K_{R1}T_{E1}T_{R2}^2 - K_2K_{R1}T_{E2}T_{R2}^2 \\
& + K_2K_{R1}T_{R1}T_{R2}^2 + K_2K_{R2}T_{A1}^2T_{R2} + K_2K_{R2}T_{E1}^2T_{R2} + K_2K_{R2}T_{R1}^2T_{R2} \\
& - K_2T_{A1}^2T_{A2}T_{E2} + K_2T_{A1}^2T_{E1}^2 + K_2T_{A1}^2T_{R1}^2 + K_2T_{A1}^2T_{R2}^2 - K_2T_{A2}T_{E1}^2T_{E2} \\
& - K_2T_{A2}T_{E2}T_{R1}^2 - K_2T_{A2}T_{E2}T_{R2}^2 + K_2T_{E1}^2T_{R1}^2 + K_2T_{E1}^2T_{R2}^2 + K_2T_{R1}^2T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^4 + \\
& \left(\begin{aligned}
& +K_1K_{R1}T_{R1} - K_1K_{R2}T_{A1} + K_1K_{R2}T_{A2} - K_1K_{R2}T_{E1} + K_1K_{R2}T_{E2} + K_1K_{R2}T_{R2} \\
& - K_1T_{A1}T_{E1} + K_1T_{A2}^2 + K_1T_{E2}^2 + K_1T_{R1}^2 + K_1T_{R2}^2 + K_2K_{R1}T_{A1} - K_2K_{R1}T_{A2} \\
& + K_2K_{R1}T_{E1} - K_2K_{R1}T_{E2} + K_2K_{R1}T_{R1} + K_2K_{R2}T_{R2} + K_2T_{A1}^2 - K_2T_{A2}T_{E2} \\
& + K_2T_{E1}^2 + K_2T_{R1}^2 + K_2T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^2 + \\
& + K_1 + K_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B(\omega) = & \left(\begin{aligned}
& -K_1T_{A1}T_{A2}^2T_{E2}^2T_{R1}^2T_{R2}^2 - K_1T_{A2}^2T_{E1}T_{E2}^2T_{R1}^2T_{R2}^2 \\
& -K_2T_{A1}^2T_{A2}T_{E1}^2T_{R1}^2T_{R2}^2 - K_2T_{A1}^2T_{E1}^2T_{E2}T_{R1}^2T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^9 + \\
& \left(\begin{aligned}
& -K_1K_{R1}T_{A2}^2T_{E2}^2T_{R2}^2 - K_1K_{R2}T_{A1}T_{A2}T_{E1}T_{E2}T_{R1}^2 - K_1K_{R2}T_{A1}T_{A2}T_{E1}T_{R1}^2T_{R2} \\
& + K_1K_{R2}T_{A1}T_{A2}T_{E2}T_{R1}^2T_{R2} - K_1K_{R2}T_{A1}T_{E1}T_{E2}T_{R1}^2T_{R2} + K_1K_{R2}T_{A2}T_{E1}T_{E2}T_{R1}^2T_{R2} \\
& - K_1T_{A1}T_{A2}^2T_{E2}^2T_{R1}^2 - K_1T_{A1}T_{A2}^2T_{E2}^2T_{R2}^2 - K_1T_{A1}T_{A2}^2T_{R1}^2T_{R2}^2 \\
& - K_1T_{A1}T_{E2}^2T_{R1}^2T_{R2}^2 - K_1T_{A2}^2T_{E1}T_{E2}^2T_{R1}^2 - K_1T_{A2}^2T_{E1}T_{E2}^2T_{R2}^2 \\
& - K_1T_{A2}^2T_{E1}T_{R1}^2T_{R2}^2 - K_1T_{E1}T_{E2}^2T_{R1}^2T_{R2}^2 - K_2K_{R1}T_{A1}T_{A2}T_{E1}T_{E2}T_{R2}^2 \\
& + K_2K_{R1}T_{A1}T_{A2}T_{E1}T_{R1}T_{R2}^2 - K_2K_{R1}T_{A1}T_{A2}T_{E2}T_{R1}T_{R2}^2 + K_2K_{R1}T_{A1}T_{E1}T_{E2}T_{R1}T_{R2}^2 \\
& - K_2K_{R1}T_{A2}T_{E1}T_{E2}T_{R1}T_{R2}^2 - K_2K_{R2}T_{A1}^2T_{E1}^2T_{R1}^2 - K_2T_{A1}^2T_{A2}T_{E1}^2T_{R1}^2 \\
& - K_2T_{A1}^2T_{A2}T_{E1}^2T_{R2}^2 - K_2T_{A1}^2T_{A2}T_{R1}^2T_{R2}^2 - K_2T_{A1}^2T_{E1}^2T_{E2}T_{R1}^2 \\
& - K_2T_{A1}^2T_{E1}^2T_{E2}T_{R2}^2 - K_2T_{A1}^2T_{E2}T_{R1}^2T_{R2}^2 - K_2T_{A2}T_{E1}^2T_{R1}^2T_{R2}^2 \\
& - K_2T_{E1}^2T_{E2}T_{R1}^2T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^7 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{aligned}
& -K_1 K_{R1} T_{A2}^2 T_{E2}^2 - K_1 K_{R1} T_{A2}^2 T_{R2}^2 - K_1 K_{R1} T_{E2}^2 T_{R2}^2 - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} \\
& - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{R2} + K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E2} T_{R2} - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{R1}^2 \\
& - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{E1} T_{E2} T_{R2} + K_1 K_{R2} T_{A1} T_{E1} T_{R1}^2 - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{E2} T_{R1}^2 \\
& - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{R1}^2 T_{R2} + K_1 K_{R2} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R2} - K_1 K_{R2} T_{A2} T_{E1} T_{R1}^2 \\
& + K_1 K_{R2} T_{A2} T_{E2} T_{R1}^2 + K_1 K_{R2} T_{A2} T_{R1}^2 T_{R2} - K_1 K_{R2} T_{E1} T_{E2} T_{R1}^2 \\
& - K_1 K_{R2} T_{E1} T_{R1}^2 T_{R2} + K_1 K_{R2} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2} - K_1 T_{A1} T_{A2}^2 T_{E2}^2 - K_1 T_{A1} T_{A2}^2 T_{R1}^2 \\
& - K_1 T_{A1} T_{A2}^2 T_{R2}^2 - K_1 T_{A1} T_{E2}^2 T_{R1}^2 - K_1 T_{A1} T_{E2}^2 T_{R2}^2 - K_1 T_{A1} T_{R1}^2 T_{R2}^2 \\
& - K_1 T_{A2}^2 T_{E1} T_{E2}^2 - K_1 T_{A2}^2 T_{E1} T_{R1}^2 - K_1 T_{A2}^2 T_{E1} T_{R2}^2 - K_1 T_{E1} T_{E2}^2 T_{R1}^2 \\
& - K_1 T_{E1} T_{E2}^2 T_{R2}^2 - K_1 T_{E1} T_{R1}^2 T_{R2}^2 - K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} \\
& + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{R1} - K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} T_{E2} T_{R1} - K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} T_{R2}^2 \\
& + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{E1} T_{E2} T_{R1} + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{E1} T_{R2}^2 - K_2 K_{R1} T_{A1} T_{E2} T_{R2}^2 \\
& + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{R1} T_{R2}^2 - K_2 K_{R1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} - K_2 K_{R1} T_{A2} T_{E1} T_{R2}^2 \\
& + K_2 K_{R1} T_{A2} T_{E2} T_{R2}^2 - K_2 K_{R1} T_{A2} T_{R1} T_{R2}^2 - K_2 K_{R1} T_{E1} T_{E2} T_{R2}^2 \\
& + K_2 K_{R1} T_{E1} T_{R1} T_{R2}^2 - K_2 K_{R1} T_{E2} T_{R1} T_{R2}^2 - K_2 K_{R2} T_{A1}^2 T_{E1}^2 - K_2 K_{R2} T_{A1}^2 T_{R1}^2 \\
& - K_2 K_{R2} T_{E1}^2 T_{R1}^2 - K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{E1}^2 - K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{R1}^2 - K_2 T_{A1}^2 T_{A2} T_{R2}^2 \\
& - K_2 T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{E2} - K_2 T_{A1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 - K_2 T_{A1}^2 T_{E2} T_{R2}^2 - K_2 T_{A2} T_{E1}^2 T_{R1}^2 \\
& - K_2 T_{A2} T_{E1}^2 T_{R2}^2 - K_2 T_{A2} T_{R1}^2 T_{R2}^2 - K_2 T_{E1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 - K_2 T_{E1}^2 T_{E2} T_{R2}^2 \\
& - K_2 T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^5 + \\
& \left(\begin{aligned}
& -K_1 K_{R1} T_{A2}^2 - K_1 K_{R1} T_{E2}^2 - K_1 K_{R1} T_{R2}^2 - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{A2} + K_1 K_{R2} T_{A1} T_{E1} \\
& - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{E2} - K_1 K_{R2} T_{A1} T_{R2} - K_1 K_{R2} T_{A2} T_{E1} + K_1 K_{R2} T_{A2} T_{E2} + K_1 K_{R2} T_{A2} T_{R2} \\
& - K_1 K_{R2} T_{E1} T_{E2} - K_1 K_{R2} T_{E1} T_{R2} + K_1 K_{R2} T_{E2} T_{R2} - K_1 K_{R2} T_{R1}^2 - K_1 T_{A1} T_{A2}^2 \\
& - K_1 T_{A1} T_{E2}^2 - K_1 T_{A1} T_{R1}^2 - K_1 T_{A1} T_{R2}^2 - K_1 T_{A2}^2 T_{E1} - K_1 T_{E1} T_{E2}^2 - K_1 T_{E1} T_{R1}^2 \\
& - K_1 T_{E1} T_{R2}^2 - K_2 K_{R1} T_{A1} T_{A2} + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{E1} - K_2 K_{R1} T_{A1} T_{E2} + K_2 K_{R1} T_{A1} T_{R1} \\
& - K_2 K_{R1} T_{A2} T_{E1} + K_2 K_{R1} T_{A2} T_{E2} - K_2 K_{R1} T_{A2} T_{R1} - K_2 K_{R1} T_{E1} T_{E2} + K_2 K_{R1} T_{E1} T_{R1} \\
& - K_2 K_{R1} T_{E2} T_{R1} - K_2 K_{R1} T_{R2}^2 - K_2 K_{R2} T_{A1}^2 - K_2 K_{R2} T_{E1}^2 - K_2 K_{R2} T_{R1}^2 \\
& - K_2 T_{A1}^2 T_{A2} - K_2 T_{A1}^2 T_{E2} - K_2 T_{A2} T_{E1}^2 - K_2 T_{A2} T_{R1}^2 - K_2 T_{A2} T_{R2}^2 - K_2 T_{E1}^2 T_{E2} \\
& - K_2 T_{E2} T_{R1}^2 - K_2 T_{E2} T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^3 + \\
& (-K_1 K_{R1} - K_1 K_{R2} - K_1 T_{A1} - K_1 T_{E1} - K_2 K_{R1} - K_2 K_{R2} - K_2 T_{A2} - K_2 T_{E2}) \omega
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C(\omega) = & \left(+T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 \right) \omega^{12} + \\
& \left(\begin{aligned}
& -2K_{R1} T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{E2}^2 T_{R1} T_{R2}^2 - 2K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2} + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 \\
& + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 \\
& + T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^{10} + \\
& \left(\begin{aligned}
& +2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} T_{R2} - 2K_{R1} T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{E2}^2 T_{R1} \\
& - 2K_{R1} T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{R1} T_{R2}^2 + 2K_{R1} T_{A1} T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 - 2K_{R1} T_{A1} T_{E1} T_{E2}^2 T_{R1} T_{R2}^2 \\
& + 2K_{R1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{E2}^2 T_{R2}^2 + 2K_{R1} T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1} T_{R2}^2 + K_{R1}^2 T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 \\
& - 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{A2} T_{E1}^2 T_{E2} T_{R2} + 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{A2} T_{E1}^2 T_{R1}^2 - 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{A2} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2} \\
& + 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 + 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2} - 2K_{R2} T_{A2} T_{E1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2} \\
& + K_{R2}^2 T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{R2}^2 \\
& + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 \\
& + T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 + T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{A1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 \\
& + T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 + T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^8 + \\
& \left(\begin{aligned}
& +2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{E2} - 2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{R1} \\
& + 2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E1} T_{R2} + 2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E2} T_{R1} - 2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{E2} T_{R2} \\
& + 2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{A2} T_{R1} T_{R2} - 2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{E1} T_{E2} T_{R1} + 2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{E1} T_{E2} T_{R2} \\
& - 2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{E1} T_{R1} T_{R2} + 2K_{R1} K_{R2} T_{A1} T_{E2} T_{R1} T_{R2} + 2K_{R1} K_{R2} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} \\
& - 2K_{R1} K_{R2} T_{A2} T_{E1} T_{E2} T_{R2} + 2K_{R1} K_{R2} T_{A2} T_{E1} T_{R1} T_{R2} - 2K_{R1} K_{R2} T_{A2} T_{E2} T_{R1} T_{R2} \\
& + 2K_{R1} K_{R2} T_{E1} T_{E2} T_{R1} T_{R2} - 2K_{R1} T_{A1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{R1} + 2K_{R1} T_{A1} T_{A2}^2 T_{E2}^2 \\
& + 2K_{R1} T_{A1} T_{A2}^2 T_{R2}^2 - 2K_{R1} T_{A1} T_{E1} T_{E2}^2 T_{R1} - 2K_{R1} T_{A1} T_{E1} T_{R1} T_{R2}^2 \\
& + 2K_{R1} T_{A1} T_{E2}^2 T_{R2}^2 + 2K_{R1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{E2}^2 + 2K_{R1} T_{A2}^2 T_{E1} T_{R2}^2 + 2K_{R1} T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1} \\
& + 2K_{R1} T_{A2}^2 T_{R1} T_{R2}^2 + 2K_{R1} T_{E1} T_{E2}^2 T_{R2}^2 + 2K_{R1} T_{E2}^2 T_{R1} T_{R2}^2 + K_{R1}^2 T_{A2}^2 T_{E2}^2 \\
& + K_{R1}^2 T_{A2}^2 T_{R2}^2 + K_{R1}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 + 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{A2} T_{E1}^2 - 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{A2} T_{E2} T_{R2} \\
& + 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{A2} T_{R1}^2 + 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{E2} + 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R2} + 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 \\
& + 2K_{R2} T_{A1}^2 T_{R1}^2 T_{R2} - 2K_{R2} T_{A2} T_{E1}^2 T_{E2} T_{R2} + 2K_{R2} T_{A2} T_{E1}^2 T_{R1}^2 \\
& - 2K_{R2} T_{A2} T_{E2} T_{R1}^2 T_{R2} + 2K_{R2} T_{E1}^2 T_{E2} T_{R1}^2 + 2K_{R2} T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2} + K_{R2}^2 T_{A1}^2 T_{E1}^2 \\
& + K_{R2}^2 T_{A1}^2 T_{R1}^2 + K_{R2}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E1}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{E2}^2 + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{R1}^2 \\
& + T_{A1}^2 T_{A2}^2 T_{R2}^2 + T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 + T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 + T_{A1}^2 T_{E1}^2 T_{R2}^2 + T_{A1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 \\
& + T_{A1}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 + T_{A1}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{E2}^2 + T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{R1}^2 + T_{A2}^2 T_{E1}^2 T_{R2}^2 \\
& + T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 + T_{A2}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 + T_{A2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R1}^2 + T_{E1}^2 T_{E2}^2 T_{R2}^2 \\
& + T_{E1}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2 + T_{E2}^2 T_{R1}^2 T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^6 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\begin{aligned}
& +2K_{R1}K_{R2}T_{A1}T_{A2} - 2K_{R1}K_{R2}T_{A1}T_{E1} + 2K_{R1}K_{R2}T_{A1}T_{E2} - 2K_{R1}K_{R2}T_{A1}T_{R1} \\
& + 2K_{R1}K_{R2}T_{A1}T_{R2} + 2K_{R1}K_{R2}T_{A2}T_{E1} - 2K_{R1}K_{R2}T_{A2}T_{E2} + 2K_{R1}K_{R2}T_{A2}T_{R1} \\
& - 2K_{R1}K_{R2}T_{A2}T_{R2} + 2K_{R1}K_{R2}T_{E1}T_{E2} - 2K_{R1}K_{R2}T_{E1}T_{R1} + 2K_{R1}K_{R2}T_{E1}T_{R2} \\
& + 2K_{R1}K_{R2}T_{E2}T_{R1} - 2K_{R1}K_{R2}T_{E2}T_{R2} + 2K_{R1}K_{R2}T_{R1}T_{R2} + 2K_{R1}T_{A1}T_{A2}^2 \\
& - 2K_{R1}T_{A1}T_{E1}T_{R1} + 2K_{R1}T_{A1}T_{E2}^2 + 2K_{R1}T_{A1}T_{R2}^2 + 2K_{R1}T_{A2}^2T_{E1} + 2K_{R1}T_{A2}^2T_{R1} \\
& + 2K_{R1}T_{E1}T_{E2}^2 + 2K_{R1}T_{E1}T_{R2}^2 + 2K_{R1}T_{E2}^2T_{R1} + 2K_{R1}T_{R1}T_{R2}^2 + K_{R1}^2T_{A2}^2 \\
& + K_{R1}^2T_{E2}^2 + K_{R1}^2T_{R2}^2 + 2K_{R2}T_{A1}^2T_{A2} + 2K_{R2}T_{A1}^2T_{E2} + 2K_{R2}T_{A1}^2T_{R2} \\
& + 2K_{R2}T_{A2}T_{E1}^2 - 2K_{R2}T_{A2}T_{E2}T_{R2} + 2K_{R2}T_{A2}T_{R1}^2 + 2K_{R2}T_{E1}^2T_{E2} + 2K_{R2}T_{E1}^2T_{R2} \\
& + 2K_{R2}T_{E2}^2T_{R1}^2 + 2K_{R2}T_{R1}^2T_{R2} + K_{R2}^2T_{A1}^2 + K_{R2}^2T_{E1}^2 + K_{R2}^2T_{R1}^2 + T_{A1}^2T_{A2}^2 \\
& + T_{A1}^2T_{E1}^2 + T_{A1}^2T_{E2}^2 + T_{A1}^2T_{R1}^2 + T_{A1}^2T_{R2}^2 + T_{A2}^2T_{E1}^2 + T_{A2}^2T_{E2}^2 + T_{A2}^2T_{R1}^2 \\
& + T_{A2}^2T_{R2}^2 + T_{E1}^2T_{E2}^2 + T_{E1}^2T_{R1}^2 + T_{E1}^2T_{R2}^2 + T_{E2}^2T_{R1}^2 + T_{E2}^2T_{R2}^2 + T_{R1}^2T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^4 + \\
& \left(\begin{aligned}
& + 2K_{R1}K_{R2} + 2K_{R1}T_{A1} + 2K_{R1}T_{E1} + 2K_{R1}T_{R1} + K_{R1}^2 + 2K_{R2}T_{A2} + 2K_{R2}T_{E2} \\
& + 2K_{R2}T_{R2} + K_{R2}^2 + T_{A1}^2 + T_{A2}^2 + T_{E1}^2 + T_{E2}^2 + T_{R1}^2 + T_{R2}^2
\end{aligned} \right) \omega^2 + \\
& 1
\end{aligned}$$

2.4.2. Modelo 20

O modelo 20 está associado ao sistema de excitação com excitatriz estática.

A figura 2.8 apresenta o diagrama de blocos deste modelo.

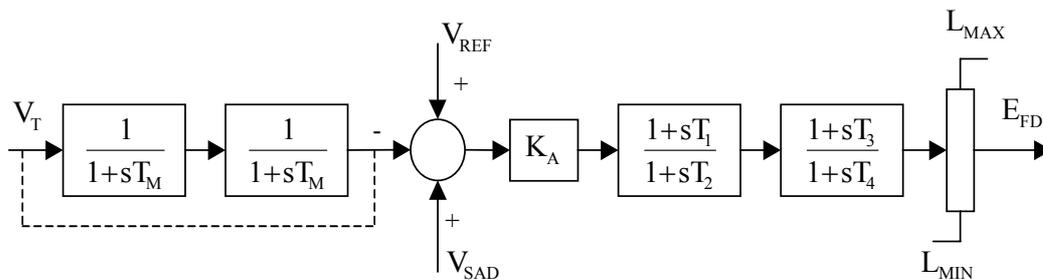


Figura 2.8 – Modelo do regulador de tensão 20 do ANATEM

Considerando a constante de tempo $T_M = 0$, e desprezando os limites de tensão do regulador, obtém-se a seguinte função de transferência linear:

$$G_E(s) = \frac{K_A(C_1s^2 + C_2s + 1)}{C_3s^2 + C_4s + 1}$$

onde,

$$C_1 = T_1 T_3$$

$$C_2 = T_1 + T_3$$

$$C_3 = T_2 T_4$$

$$C_4 = T_2 + T_4$$

Considerando $s = j\omega$, a função de transferência anterior pode ser reescrita na forma:

$$G_E(j\omega) = \frac{A(\omega) + jB(\omega)}{C(\omega)}$$

onde,

$$A(\omega) = K_A [C_1 C_3 \omega^4 + (-C_1 + C_2 C_4 - C_3) \omega^2 + 1]$$

$$B(\omega) = K_A [(C_1 C_4 - C_2 C_3) \omega^3 + (C_2 - C_4) \omega]$$

$$C(\omega) = C_3^2 \omega^4 + (C_4^2 - 2C_3) \omega^2 + 1$$

Substituindo os parâmetros, tem-se:

$$A(\omega) = K_A [T_1 T_2 T_3 T_4 \omega^4 + (T_1 T_2 - T_1 T_3 + T_1 T_4 + T_2 T_3 - T_2 T_4 + T_3 T_4) \omega^2 + 1]$$

$$B(\omega) = K_A [(T_1 T_2 T_3 - T_1 T_2 T_4 + T_1 T_3 T_4 - T_2 T_3 T_4) \omega^3 + (T_1 - T_2 + T_3 - T_4) \omega]$$

$$C(\omega) = T_2^2 T_4^2 \omega^4 + (T_2^2 + T_4^2) \omega^2 + 1$$

2.4.3. Modelo 21

O modelo 21 está associado aos sistemas de excitação com excitatrizes CA ou CC. A figura 2.9 apresenta o diagrama de blocos deste modelo.

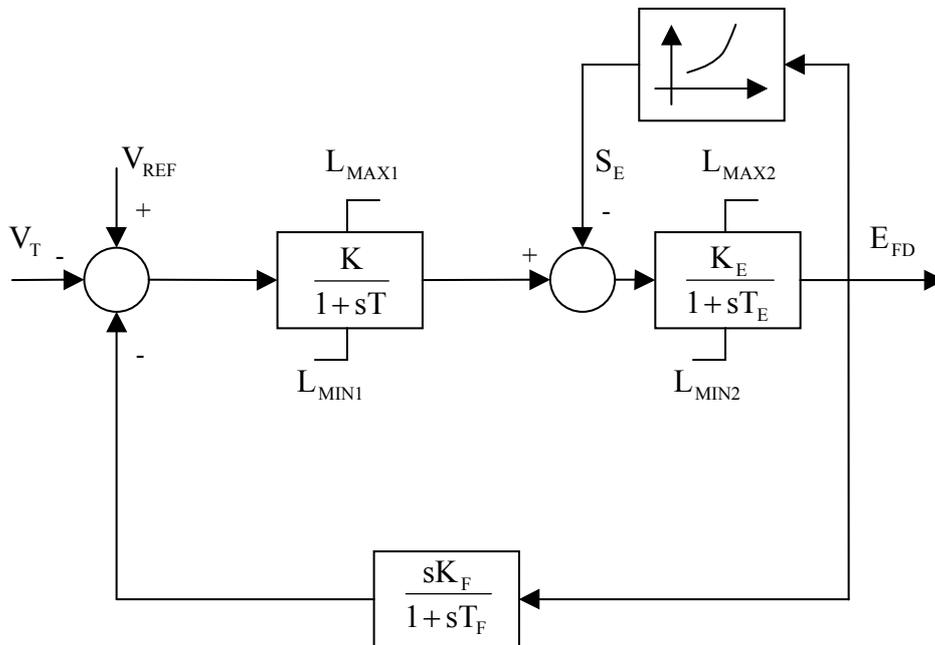


Figura 2.9 – Modelo do regulador de tensão 21 do ANATEM

Desprezando os limites de tensão do regulador e a função de saturação da excitatriz, obtém-se a seguinte função de transferência linear:

$$G_E(s) = \frac{KK_E(C_1s + 1)}{C_2s^3 + C_3s^2 + C_4s + 1}$$

onde,

$$C_1 = T_F$$

$$C_2 = TT_ET_F$$

$$C_3 = TT_ET_F + TT_FT + T_ET_F$$

$$C_4 = KK_EK_F + T + T_E + T_F$$

Considerando $s = j\omega$, a função de transferência anterior pode ser rescrita na forma:

$$G_E(j\omega) = \frac{A(\omega) + jB(\omega)}{C(\omega)}$$

onde,

$$A(\omega) = KK_E [-C_1C_2\omega^4 + (C_1C_4 - C_3)\omega^2 + 1]$$

$$B(\omega) = KK_E [(C_2 - C_1C_3)\omega^3 + (C_1 - C_4)\omega]$$

$$C(\omega) = C_2^2\omega^6 + (C_3^2 - 2C_2C_4)\omega^4 + (C_4^2 - 2C_3)\omega^2 + 1$$

Substituindo os parâmetros, tem-se:

$$A(\omega) = KK_E [-TT_E T_F^2 \omega^4 + (KK_E K_F T_F - TT_E + T_F^2)\omega^2 + 1]$$

$$B(\omega) = KK_E [(-TT_F^2 - T_E T_F^2)\omega^3 + (-KK_E K_F - T - T_E)\omega]$$

$$C(\omega) = T^2 T_E^2 T_F^2 \omega^6 + (-2KK_E K_F TT_E T_F + T^2 T_E^2 + T^2 T_F^2 + T_E^2 T_F^2)\omega^4 + (K^2 K_E^2 K_F^2 + 2KK_E K_F T + 2KK_E K_F T_E + 2KK_E K_F T_F + T^2 + T_E^2 + T_F^2)\omega^2 + 1$$

2.5.

Determinação de Ganhos e Estimativas Iniciais

Nesta seção, serão apresentados os critérios utilizados na determinação das estimativas iniciais dos parâmetros lineares dos modelos equivalentes.

Os ganhos equivalentes K_A (presente nos modelos 1 e 20) e K (presente no modelo 21) são determinados pelo valor do módulo da função de transferência

agregada na frequência de 0,01 Hz. O valor do ganho corresponde ao valor da função de transferência em $s = 0$. Como no presente trabalho a função de transferência é calculada para uma faixa de valores discretos de frequência de 0,01 à 10 Hz, uma boa aproximação para o ganho equivalente é o valor do módulo da função de transferência agregada em 0,01 Hz. Este critério não apresentou bons resultados com o modelo 19. Os ganhos equivalentes K_1 e K_2 deste modelo são determinados somando-se os respectivos ganhos dos modelos 19 presentes no grupo, e dividindo-se o resultado pelo número total de reguladores de tensão do grupo.

As estimativas iniciais dos ganhos equivalentes K_{R1} e K_{R2} (presentes no modelo 19) e K_F (presente nos modelos 1 e 21) são determinadas somando-se os respectivos ganhos dos modelos presentes no grupo, e dividindo-se o resultado pelo número total de reguladores de tensão do grupo.

Para os modelos equivalentes 1, 19 e 21, as estimativas iniciais das constantes de tempo equivalentes são obtidas pelo inverso da média aritmética dos inversos das constantes de tempo de cada modelo individual. Este procedimento para o cálculo das estimativas iniciais equivale à determinação da média das frequências de corte correspondentes nos diagramas de Bode.

Para o modelo equivalente 20, considerou-se o seguinte critério para a determinação das estimativas iniciais: desprezando-se T_3 e T_4 ($T_3 = 0,0s$ e $T_4 = 0,01s$), pode-se determinar uma estimativa de T_2 considerando uma aproximação do ganho transitório na frequência de 1,0 Hz. Considerando que no transitório, $sT_1 \gg 1$ e $sT_2 \gg 1$, pode-se escrever:

$$\text{MEXCA}(1,0\text{Hz}) = \frac{K_A \cdot T_1}{T_2}$$

onde,

$\text{MEXCA}(1,0\text{Hz})$ = valor do módulo da função de transferência agregada na frequência de 1,0 Hz (aproximação do ganho transitório)

Explicitando T_2 , sabendo que o ganho equivalente K_A é aproximadamente igual ao valor do módulo da função de transferência agregada na frequência de 0,01 Hz (MEXCA(0,01 Hz)), temos:

$$T_2 = \frac{\text{MEXCA}(0,01\text{Hz}) \cdot T_1}{\text{MEXCA}(1,0\text{Hz})}$$

O valor de T_2 é estimado considerando $T_1 = 1,0\text{s}$.

A função de transferência equivalente é calculada com estes valores de estimativas iniciais e, então, inicia-se um processo de ajuste dos parâmetros através do método de Levenberg-Marquardt (LM) [13,14], que compara e minimiza o erro entre as respostas em frequência das funções de transferência agregada e equivalente.