

3 Revisão Bibliográfica

3.1. Urban Land Prices under Uncertainty (Titman -1985)

O modelo de Titman, provavelmente foi um dos primeiros trabalhos na introdução de incertezas para determinar preços no mercado imobiliário. Ele emprega teoria das opções para estimar preços de lotes vazios em áreas urbanas, e conclui que em presença de incertezas, o potencial do terreno é mais valioso que sua utilização imediata para construção de um empreendimento imobiliário, sendo o investimento adiado.

O artigo observa que o fato de investidores decidirem manter terrenos vazios por longos períodos ao invés de investir hoje, sugere que o potencial deste terreno é mais valioso que a utilização dele hoje para construir um empreendimento imobiliário.

Conforme já dito, o modelo apresentado neste artigo estima preços de lotes vazios em áreas urbanas, ou seja, calcula o preço do terreno. Apesar do modelo ser simples, ele é intuitivo, pois podemos fazer uma analogia de como muitas empresas no mercado encontram o preço do terreno: através do método do VPL, se faz conta “de trás para frente”, ou seja, depois de imputadas todas as premissas e baseado em uma rentabilidade, se acha o preço do terreno. No entanto, este modelo considera incertezas explicitamente.

Imagine que o terreno vazio pode ser visto como uma opção de comprar um tipo de empreendimento dentre as diferentes opções que se tem.

O modelo calcula o tamanho e o momento ótimo para construção. No entanto, o tamanho ótimo depende da decisão do momento ótimo. Encontrando o momento ótimo, o tamanho é determinado.

Um ponto negativo que este modelo apresenta é considerar a construção instantânea. Já que, sabe-se que qualquer construção leva um determinado tempo para ser construída.

O modelo considera o custo de construção, C , uma função convexa e q é o número de unidades. Ele é um modelo discreto.

Supondo que o momento máximo seja construir agora, então encontramos q , maximizando a função lucro:

$$\text{Max}_{\{Q\}} \Pi(p_0) = p_0 q - C(q) \quad (1)$$

Onde p_0 é o valor do preço de mercado atual.

A solução para este problema de maximização é:

$$dC / dQ = p_0 \quad (2)$$

A solução encontrada é denotada por q^* .

Este modelo considera apenas 2 datas, logo se o investidor decide não construir em $t = 0$, ele irá construir em $t = 1$ se $\Pi(p_1) > 0$. Neste momento, como o valor de p_1 é conhecido, o investidor encontra o tamanho ótimo na data 1, maximizando uma função lucro semelhante a encontrada em $t = 0$.

O modelo considera que o valor de p na data 1, poderá ser apenas p_l ou p_h , onde $p_h > p_l$. Ele também assume que a taxa livre de risco, R_f , existe e que o aluguel do terreno R_t é uma variável exógena.

Também é necessário imaginar um mercado perfeito, sem taxas, sem custos de transações e sem restrições de venda.

Como existem três investimentos (terreno, unidades construídas e o ativo sem risco), o retorno do terreno vago pode ser a combinação linear do retorno das unidades construídas e do retorno ativo livre de risco.

A forma de determinar este problema é primeiro determinar os preços de estado, s_h e s_l , nos dois estados da natureza em $t = 1$ e estes preços de estado devem satisfazer as equações a seguir:

$$p_0 = s_h p_h + s_l p_l + R_t (s_h + s_l) \quad (3)$$

$$1 / (1 + R_f) = s_h + s_l \quad (4)$$

$$s_h = [p_0 - (p_l + R_t)(1 + R_f)] / (p_h - p_l) \quad (5)$$

$$s_l = [(p_h + R_t)(1 + R_f) - p_0] / (p_h - p_l) \quad (6)$$

O valor do terreno na data 0 é:

$$V = \Pi(p_h)s_h + \Pi(p_l)s_l \quad (7)$$

Logo, se o valor do terreno vago na data $t = 0$ for maior que a função lucro na mesma data, o empreendedor escolherá manter o terreno vago e postergar a construção para a data $t = 1$.

O artigo observa, através de um exemplo numérico, que se aumenta a incerteza sobre os preços futuros, também aumenta a incerteza em relação ao tamanho ótimo do prédio e aumenta o valor do terreno vago, diminuindo assim a atratividade de se construir em $t = 0$.

Pode-se também observar que se a taxa livre de risco aumenta, o terreno vazio se torna menos valioso.

Percebe-se que a legislação é uma ferramenta forte para desvalorizar o terreno, já que ela pode restringir as opções de construção, limitando o gabarito e o ATE (Área Total Edificante) máximo permitido, conseqüentemente diminuindo a incerteza e diminuindo o valor do terreno vago.

Este modelo pode facilmente ser estendido para uma economia com mais períodos.

Para ilustrar, o artigo dá um exemplo com 3 períodos, o qual será reproduzido a seguir:

Dados considerados:

$$q_0 = 6$$

$$Cc/un_0 = 40.000$$

$$q_{1h} = 9$$

$$cc/un_{1h} = 55.556$$

$$q_{2hh} = 9$$

$$cc/un_{2hh} = 43.333$$

$$q_{1l} = 6$$

$$cc/un_{1l} = 30.000$$

$$q_{2hl} = 6$$

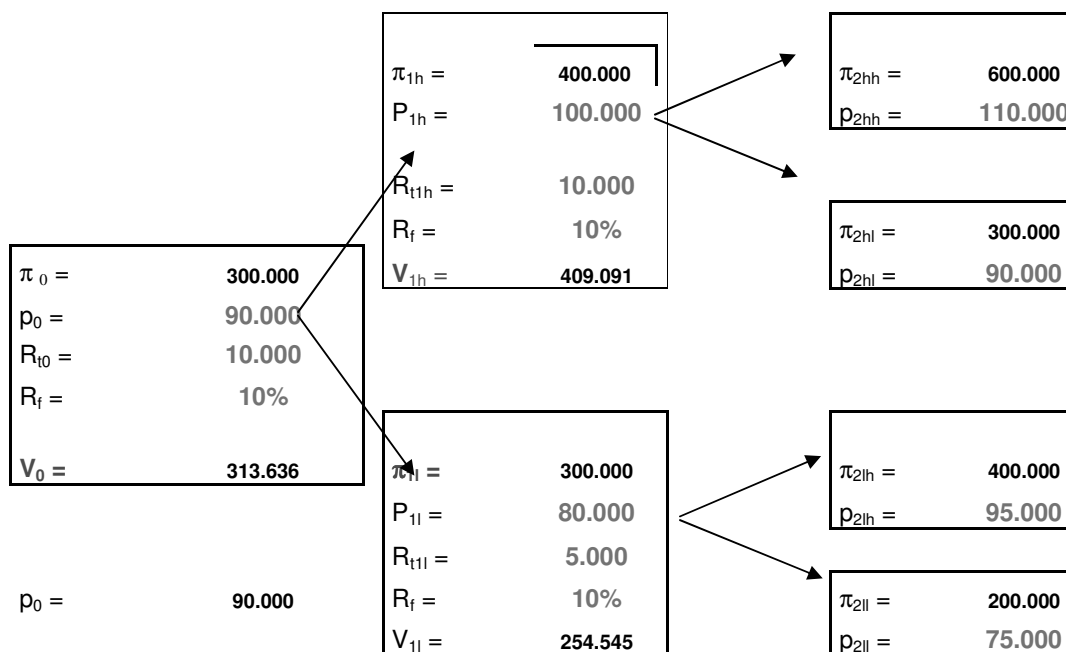
$$cc/un_{2hl} = 40.000$$

$$q_{2lh} = 9$$

$$cc/un_{2lh} = 50.556$$

$$q_{2ll} = 6$$

$$cc/un_{2ll} = 41.667$$



$$s_{1h} = 0,40909091$$

$$s_{1l} = 0,5$$

$$S_{2hh} = 0,4545455$$

$$S_{2hl} = 0,4545455$$

$$S_{2lh} = 0,3636364$$

$$S_{2ll} = 0,5454545$$

Refazendo os números, percebe-se pequenas diferenças em relação aos resultados encontrados por Titman, como por exemplo, o V_0 de 313.636, ao invés de 317.168, encontrado por ele.

A decisão de construir ou não está associada ao custo de oportunidade de manter o terreno vago e às chances de construir um empreendimento mais apropriado no futuro.

3.2. Tempo para Construir, Valor da Opção e Decisões de Investimentos – Modelo de Majd e Pindyck (1987)

Pode-se perceber que este artigo, diferente do artigo do Titman, considera o tempo de construção. Além disto, ele considera a opção de postergar os próximos investimentos. Fazendo analogia ao modelo e conseqüentemente ao programa desenvolvido nesta tese, foi calculado o momento ótimo para realizar a próxima etapa de construção. No entanto, este modelo considera valores constantes para as diferentes etapas de construção. Sabe-se que na prática, a curva de construção funciona como uma Curva de Gauss um pouco deslocada para a direita.

Os empreendimentos imobiliários levam um determinado tempo para serem construídos. Sabemos também que quando é lançado um condomínio de edifícios residenciais, por exemplo, ele não é construído ao mesmo tempo. Isto é uma forma de diversificar o risco, afinal se o primeiro lançamento for um fracasso de vendas, o incorporador irá esperar um pouco mais antes de passar para a próxima etapa de construção. Além disto, se o lançamento for um sucesso, as próximas etapas serão mais valorizadas gerando uma receita maior. O modelo clássico de desconto de fluxo de caixa, que considera as decisões como fixa, não é o método mais adequado para avaliar estes projetos.

Como já foi falado, este modelo além de não considerar a construção instantânea, trabalha com a opção de postergar a próxima etapa de investimento. No entanto, ele considera uma série de dispêndios constantes que devem ser realizados seqüencialmente e não pode exceder uma determinada taxa. Sabemos, no entanto, que os custos de construção não são constantes. Além disto, o modelo só gera lucros, depois que todas as etapas de investimento estiverem completas. Sabemos, também, que o mercado imobiliário começa a vender, mesmo antes de se iniciar a construção.

O exemplo considerado neste modelo utiliza um total de investimentos de \$5 milhões, com uma taxa de investimento de \$1 milhão por ano, logo o tempo mínimo de construção é de 5 anos. Este projeto pode ser visto como uma Opção

Composta, como se cada unidade investida comprasse a opção de construir a próxima etapa. O modelo determina se deve passar para a próxima etapa dado um investimento acumulado já efetuado. Esta decisão dependerá do valor do projeto pronto, V , do quanto falta investir para completar o projeto, assim como, dos parâmetros de risco e custo de oportunidade.

Considere um programa para construir uma fábrica. V é o valor de mercado da fábrica totalmente pronta. Este valor é calculado através do valor presente do fluxo de caixa, que possuem incertezas, para operar a fábrica. Ele varia estocasticamente no tempo (independente de qualquer investimento), logo o seu valor futuro é sempre desconhecido.

Foi considerado o valor de V como uma variável exógena e assumido que durante o período de construção, ele segue o processo lognormal a seguir:

$$dV = (\mu - \delta)Vdt + \sigma Vdz \quad (1)$$

onde dz é o incremento do Processo de Wiener. O último termo em (1) caracteriza o componente inesperado de mudanças em V . A característica central, como já foi falado, é que os valores futuros de V são sempre incertos e possuem distribuição lognormal. A quantidade de incerteza depende do quanto distante do futuro estamos, ou seja, o quanto falta para a fábrica ficar pronta. Além disto, a incerteza independe da quantidade do projeto que já foi implementado.

O parâmetro μ é o retorno esperado em operar a fábrica pronta, e mede o quanto ela esta sendo valorizada. Ele pode ser determinado pelo CAPM, o qual envolve um prêmio de risco apropriado.

A equação 1 diz que a taxa esperada do ganho de capital da fábrica é menor que μ , δ representa o custo de oportunidade de poder atrasar o projeto e $\mu - \delta$ é a taxa de crescimento do projeto ou o ganho de capital. δV pode ser considerado um dividendo que se perde por não estar operando a fábrica.

Se $\delta = 0$, nunca chegaria o momento ótimo de iniciar a construção da fábrica, já que, o valor de V estaria crescendo sempre a μ , então, para que investir agora se a fábrica cresce sempre a μ ? No entanto, como o projeto cresce a $\mu - \delta$ e o desconto é μ , temos um incentivo para investir. δ pode ser entendido como o custo de oportunidade por adiar o investimento.

É importante observar que se o projeto não fosse infinito, não seria possível utilizarmos a equação 1. No entanto, sabemos que muitos projetos possuem vida finita. Para ser consistente, é considerado que os fluxos de caixa dos futuros investimentos da fábrica valem δV . Sabe-se que neste caso particular, os fluxos de caixa de uma fábrica não são uma proporção constante do seu valor de mercado.

Uma consideração importante neste modelo é que a construção não é considerada instantânea. A fábrica leva um tempo para ser construída. Também é assumido que as taxas de construção são constantes, ou seja, como se construíssemos sempre a mesma quantidade em cada etapa. Porém, isto não acontece na prática, geralmente o dispêndio alocado para construção depende da etapa que a obra se encontra.

O modelo também considera que as decisões são realizadas sequencialmente e que a qualquer momento, a empresa pode suspender o investimento e depois recomeçar do ponto que foi desativado, sem custos adicionais. No entanto, sabemos que isto na maioria das vezes não acontece na prática, principalmente no caso do mercado imobiliário.

Um outro ponto importante é que o investimento, uma vez realizado, é irreversível.

Temos também I , que é a taxa de investimento por período e K , que é o total de investimento que falta para completar a construção. Logo, $0 \leq I(t) \leq K$. Entende-se que existe um mercado suficientemente perfeito, onde as decisões da empresa não afetam as oportunidades dos investidores. $F(V,K)$ é o valor da opção de investimento da empresa. Constrói-se um portfólio livre de risco e iguala-se sua taxa de retorno à taxa livre de risco do mercado.

3.3.Real Estate Development as an Option – Joshep Williams (1991)

O modelo apresentado neste artigo é estocástico, e diferente do modelo de Titman, ele está em tempo contínuo. O mercado imobiliário é analisado utilizando a Teoria das Opções Reais. O valor das opções é função da evolução das receitas e do custo de construção do empreendimento. Assim como o modelo de Titman, a construção é considerada instantânea.

O modelo utiliza a Teoria das Opções Reais, comparando a oportunidade de investimento no mercado imobiliário a uma opção financeira.

Características:

- Modelo estocástico em tempo contínuo;
- É determinado o momento ótimo para a construção e sua densidade ótima, ou seja, a quantidade ótima a ser construída;
- O Valor da Opção depende parcialmente da evolução estocástica em tempo contínuo das receitas e do custo de construção da propriedade;
- É considerada a opção de abandono quando o custo de manter o terreno vago excede suficientemente as receitas;
- A construção é considerada instantaneamente.;
- O terreno vago foi adquirido em $t=0$, e um prédio qualquer pode ser construído em $\forall t \geq 0$;
- A densidade de construção nesta propriedade, denotada por q , é sujeita a restrições legais;
- Denotando por δ a densidade máxima permitida de construção:

$$1 \ll q \ll \delta \quad (1)$$

- O custo é $q^\gamma x_1$, onde x_1 é o custo por unidade de densidade, medida por unidade de tempo e $\gamma > 0$, pois assim como Titman, ele considera que densidades maiores são mais caras;
- A entrada de receitas do empreendimento pronto é qx_2 ;
- Também é considerada uma utilização sub-ótima do terreno vazio (ex: receita de estacionamento): βx_2 , onde $0 \leq \beta \leq 1$.

Logo, sendo x_1 o custo de construção por densidade e unidade de tempo e x_2 o fluxo de caixa também por densidade e unidade de tempo, ambos seguem um movimento geométrico browniano descrito pela equação:

$$dx_i = \mu_i x_i dt + \sigma_i x_i dz_i \quad (2)$$

Onde $i = 1, 2$

Para cada um destes portfolios, o excesso de retorno médio por unidade de desvio padrão é igual a uma constante λ_i . Desta forma, a taxa esperada de crescimento ajustada ao risco pode ser descrita como:

$$v_i = \mu_i - \lambda_i \sigma_i \quad (3)$$

O preço $P(x_2)$ da propriedade em desenvolvimento deve satisfazer a equação:

$$0 = P' v_2 x_2 + 1/2 P'' \sigma_2^2 x_2^2 + q x_2 - i P \quad (4)$$

3.4. Aplicação de Opções Reais no Mercado Imobiliário Residencial com Enfoque na cidade do Rio de Janeiro – Tese Priscilla Yung (2001) – PUC-Rio – Departamento de Economia

Acredito que este trabalho foi um dos trabalhos pioneiros no Brasil, que utiliza opções reais para avaliar empreendimentos imobiliários. Este trabalho utilizou o modelo básico de Williams (1991). No entanto, a Priscilla incluiu o tempo de construção e analisou as principais consequências de incluir este tempo nas decisões ótimas. Este trabalho também considera impostos diferenciados sobre a propriedade para antes e depois da construção.

Também é feita uma análise empírica no mercado residencial do Rio de Janeiro levando em consideração as peculiaridades dos diferentes bairros que encontramos.

O modelo considera um investidor de posse de um terreno vago e irá determinar o momento ótimo para executar a construção, caracterizada por uma razão entre o fluxo de caixa das receitas e o custo de construção e a densidade ótima para a construção, ou seja, o número de unidades do empreendimento.

Também é considerada uma utilização do terreno enquanto este estiver vago (aluguel para estacionamento). O que é bastante interessante, pois entre as diversidades de negócios que encontramos no mercado imobiliário, podemos observar empreendimentos que alugam o terreno para estacionamento, enquanto a obra não inicia. Eu participei de uma incorporação de um prédio comercial na Av. Paulista, em São Paulo, onde se recebia uma receita de estacionamento antes de se iniciar a obra.

Logo as decisões importantes no trabalho da Priscilla são: Tempo ótimo para a construção da propriedade e Tamanho ótimo do investimento.

Como incertezas encontramos o custo do terreno (que varia ao longo do tempo) e as condições de mercado vigentes após o término de construção.

Opções Reais no Mercado Imobiliário:

- Opção: Terreno Vazio;
- Ativo: Propriedade Construída;
- Valor Corrente do Ativo: VP do FC oriundo da venda das unidades;
- Preço do exercício: Custo de Construção;
- Maturidade: Infinita (geralmente).

Também é incluído a opção de abandono do terreno vago.

Este trabalho teve duas grandes contribuições: estender o modelo de Williams (1991) de forma a incluir um desconto no fluxo de caixa, em função do tempo gasto na construção e incluir impostos diferenciados, para antes e depois da construção.