



Ricardo Pedrosa Freitas

**Aplicações da Matemática nos
Métodos de Busca a Vítimas Perdidas
em Matas**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT PUC-Rio.

Orientador: Prof. Marcos Craizer
Coorientador: Prof. Luís Eduardo
Ferreira Barbosa Moreira

**Rio de Janeiro
Março 2025**



Ricardo Pedrosa Freitas

**Aplicações da Matemática nos
Métodos de Busca a Vítimas Perdidas
em Matas**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Matemática da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Marcos Craizer

Orientador

Departamento de Matemática – PUC – Rio

Prof. Luís Eduardo Ferreira Barbosa Moreira

Coorientador

Departamento de Matemática – PUC – Rio

Prof^a. Renata Martins da Rosa

Departamento de Matemática – PUC - Rio

Prof. Anderson Reis de Vargas

Colégio Pedro II - RJ

Rio de Janeiro, 13 de março de 2025

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Ricardo Pedrosa Freitas

Licenciado em Matemática pela Universidade Castelo Branco (UCB), 2001, licenciado em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (UFF), 2023, pós-graduado em psicopedagogia pelo Exército Brasileiro, 2010.

Atualmente, trabalha como Professor de matemática no Ensino Médio da rede pública do Estado do Rio de Janeiro e no Ensino Superior da Academia de Bombeiro Militar D. Pedro II.

Ficha Catalográfica

Freitas, Ricardo Pedrosa

Aplicações da matemática nos métodos de busca a vítimas perdidas em matas / Ricardo Pedrosa Freitas ; orientador: Marcos Craizer ; co-orientador: Luís Eduardo Ferreira Barbosa Moreira. – 2025.

56 f. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2025.

Inclui bibliografia

1. Matemática – Teses. 2. Métodos. 3. Busca. 4. Círculo. 5. Sequências. I. Craizer, Marcos. II. Moreira, Luís Eduardo Ferreira Barbosa. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 510

Ao Senhor Jesus Cristo que,
vinte e dois anos após eu ter
tentado ingressar sem êxito
em um mestrado na PUC –
Rio, abriu inesperadamente
uma porta para que meu
sonho fosse realizado.

Agradecimentos

Agradeço à minha amada esposa Andrea que sempre acredita nos meus sonhos e projetos e que sempre me apoia plenamente. Aprendi que, no verdadeiro amor, há a intenção de ver o outro crescer como ser humano. A minha companheira é, para mim, o maior exemplo desse amor.

À minha tia-avó Lina, professora de Língua Inglesa por toda sua vida profissional, que mesmo sem me ver durante um longo tempo e me reencontrando em um momento difícil da sua vida, me encorajou e me incentivou de forma pura e amorosa.

Aos amigos que fiz na turma do PROFMAT- 2023, por terem sido tolerantes comigo e por terem me ajudado nos momentos de dificuldade sem esperar nada em troca.

Ao meu orientador Marcos Craizer, pelo apoio irrestrito e por acreditar no potencial do texto que produzi possibilitando a publicação do mesmo, na forma de resumo expandido, no II Encontro Nacional do PROFMAT.

Ao meu co-orientador, Luis Eduardo, por exigir de mim um nível de precisão, de correção e de concisão que só quem domina a matemática e a língua portuguesa pode exigir.

Aos professores, pela paciência, dedicação e pelos conhecimentos compartilhados gerando sempre um clima de cooperação, respeito e amizade em sala de aula.

À Comunidade da PUC – Rio, especialmente à Mariana, do Departamento de Matemática, por toda ajuda antes e durante a minha jornada no PROFMAT.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Freitas, Ricardo Pedrosa; Craizer, Marcos. **Aplicações da Matemática nos Métodos de Busca a Vítimas Perdidas em Matas**. Rio de Janeiro, 2025. 56p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Diante do desafio de promover o ensino de Cálculo e de Geometria Analítica relacionados às atividades de Bombeiros, no Curso de Formação de Oficiais, do Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro, o trabalho se propõe a desenvolver, com base em pesquisa bibliográfica e na minha vivência como oficial Bombeiro-Miliar e como professor daquele curso, duas atividades em grupo que envolvam tópicos da matemática e de busca a vítimas perdidas em matas. Ao mesmo tempo em que os conhecimentos são aplicados de forma integral pelos alunos daquele curso, promovendo uma aprendizagem efetiva, as propostas visam também a desenvolver ferramentas das quais o futuro oficial Bombeiro-Militar poderá fazer uso quando na atividade real de socorro.

Palavras-chave

Métodos; busca; círculo; sequências.

Abstract

Freitas, Ricardo Pedrosa; Craizer, Marcos. (Advisor).
**Applications of Mathematics in Search Methods for Victims
Lost in Forests.** Rio de Janeiro, 2025. 56p. Dissertação de
Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Faced with the challenge of promoting the teaching of Calculus and Analytic Geometry related to Firefighter's activities, in the Officer Training Course, of the Military Fire Brigade of the State of Rio de Janeiro, the work proposes to develop, based on bibliographical research and in my experience as a Firefighter-Military officer and as a teacher of that course, two group activities that involves topics such as mathematics and searching for victims lost in the woods. At the same time that the knowledge is applied comprehensively by the students of that course, promoting effective learning, the proposals also aims to develop tools that the future Military Firefighter officer can make use of when in real rescue activity.

Keywords

Methods; search; circle; sequences.

Sumário

1. Introdução	13
1.1 Motivação do trabalho	13
1.2 Objetivos	14
1.3 Revisão de literatura	15
1.4 Os produtos educacionais e o ensino da matemática	17
1.5 Plano geral de trabalho	18
2. Tópicos de matemática utilizados neste trabalho	21
2.1 A equação do círculo	21
2.2 Desigualdades lineares e regiões no plano	23
2.2.1 Sistemas de inequações	26
2.3 As sequências numéricas	28
2.4 O método da indução	29
2.5 O teorema do valor intermediário	30
2.6 O método da bisseção	32
3. Métodos de busca e resgate de vítimas perdidas em matas	33
3.1 Métodos de busca a vítimas perdidas em matas utilizados pelo CBMERJ	35
3.1.1 Método Teórico	35
3.2 Métodos de busca utilizados pelo CBMESP	37
3.2.1 Método de Mattson	38
3.2.2 Método Quadrado Crescente	39
4. Produtos educacionais propostos	40
4.1 Produto educacional baseado nos métodos Teórico e Mattson	40
4.2 Produto educacional baseado nos métodos de Mattson e Quadrado Crescente	47
5. Conclusão	54
6. Referências	55

Lista de Gráficos

Gráfico 1- Círculo de centro C e raio r.	21
Gráfico 2 - R: $(x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2$	24
Gráfico 3 - R: $(x - a)^2 + (y - b)^2 > r^2$	24
Gráfico 4 - R: $(x - a)^2 + (y - b)^2 \leq r^2$	24
Gráfico 5 - R: $(x - a)^2 + (y - b)^2 \geq r^2$	24
Gráfico 6 - Região R: $y^2 + x + 3y > 0$	25
Gráfico 7 - R ₁ : $x^2 + y^2 \leq 9$	27
Gráfico 8 - R ₂ : $x^2 + y - 3 > 0$	27
Gráfico 9 - Região R: $R_1 \cap R_2$	28
Gráfico 10 - Esboço dos círculos de centro A e B e pontos de interseção C e D	45
Gráfico 11 - Esboço das Zonas de Busca obtidas pelos círculos de centro A e B	46
Gráfico 12 - Setor de Busca e rotas do Quadrado Crescente	50

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Perfis em terreno plano	36
Tabela 2 - Perfis em terreno com aclave	37
Tabela 3 - Perfis em terreno com declive	37
Tabela 4 – Exemplo de dados obtidos durante a aplicação do método de Mattson para a seleção da zona de busca	47

Lista de Figuras

Figura 1 - Método de Busca Quadrado Crescente	39
Figura 2 - Mapa da Cachoeira do Escorrega, Maromba, RJ	42

Lista de Siglas

ABMDPII – Academia de Bombeiro Militar D. Pedro II	13
BM – Bombeiro Militar	13
BNCC – Base Nacional Comum Curricular	17
CBMERJ – Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro	13
CBMESP – Corpo de Bombeiros Militar do Estado de São Paulo	37
PA – Progressão Aritmética	14
PG – Progressão Geométrica	28
PROFMAT - Mestrado Profissional de Matemática	13
SCI – Sistema de Comando de Incidentes	13
SENASP – Secretaria Nacional de Segurança Pública	17
TVI – Teorema do Valor Intermediário	14

1

INTRODUÇÃO

1.1

Motivação do trabalho

O interesse pelo tema Aplicações da Matemática nos Métodos de Busca a Vítimas Perdidas em Matas foi inicialmente suscitado devido ao fato de este autor ser discente do Mestrado Profissional de Matemática (PROFMAT – PUC Rio) e, ao mesmo tempo, ser oficial BM exercendo a função de docente das disciplinas Cálculo I e II e de Geometria Analítica, na Academia de Bombeiro Militar D. Pedro II (ABMDPII), instituição de nível superior responsável em formar os oficiais do Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro (CBMERJ).

Cabe ressaltar, também, que agiram como propulsores para a escolha do tema os fatos de que este discente, além de ministrar as aulas citadas no berço da formação do oficial Bombeiro Militar Combatente, também atuou em eventos de pequeno porte na busca por pessoas perdidas entre os anos de 1994 e 2004, participou de treinamentos na condição de aluno em 1995 e de instrutor, entre 2002 e 2007, no Estágio de Busca, Resgate e Sobrevivência na Selva da ABMDPII, e trabalhou em um evento de grande porte de mesma natureza, o desastre natural na região de Teresópolis, no ano de 2011, ocasião em que comandou o Setor de Operações do Sistema Comando de Incidente (SCI) durante uma semana, ininterruptamente.

Os cadetes (alunos) da ABMDPII são preparados por quatro anos para comandar equipes de bombeiros em diversas situações de combate a incêndios e de salvamento, dentre as quais as de busca a vítimas perdidas em matas.

Por relatos colhidos junto a esses alunos, fica evidente que eles apresentam dificuldade em reter plenamente conceitos e métodos matemáticos por não aprenderem de forma interdisciplinar, ou seja, por não associarem tais conceitos e métodos com a realidade profissional que os cerca, encarando a matemática ministrada na ABMDPII como mero cumprimento do currículo. Essa falta de conexão da matemática com outros assuntos aprendidos ocorre especialmente com as disciplinas que compõem o chamado módulo profissional, que são aquelas

destinadas ao preparo físico, moral e técnico para o desempenho das atividades de bombeiro.

Outro problema que enfrentei, relacionado ao ensino da matemática, no decorrer do exercício do magistério, é a falta da prática educativa baseada no uso de material para se aplicarem métodos do cálculo e da geometria analítica.

1.2

Objetivos

Diante dos problemas apresentados, foi estabelecido o objetivo da pesquisa para a contribuição ao processo de ensino-aprendizagem da matemática na ABMDPII, especialmente da Geometria Analítica e do Cálculo.

O objetivo foi abordar alguns dos métodos existentes de busca a vítimas perdidas em matas através da aplicação de tópicos da matemática que fazem parte do currículo da ABMDPII. Esses tópicos são: equação do círculo, desigualdades lineares e regiões no plano, sequências numéricas, Teorema do Valor Intermediário (TVI) e o método da bisseção.

Para o alcance do objetivo foram propostos dois produtos educacionais. O primeiro, envolvendo equação do círculo, desigualdades lineares e regiões no plano, o TVI e o método da bisseção, visa a obter informações precisas quanto à delimitação de zonas de busca e de regiões de interseção entre essas zonas.

O segundo produto educacional, além da equação do círculo e das sequências numéricas abordadas no Cálculo, traz conceitos de progressão aritmética (PA), temas aprendidos pelos cadetes durante o Ensino Médio. Essa abordagem visou a complementar o trabalho sobre os temas citados, a fim de produzir um resultado prático e proveitoso na busca a vítimas perdidas nas matas.

Cabe ressaltar que os conteúdos utilizados nas propostas de Geometria Analítica também são abordados no Ensino Médio, o que possibilita a aplicação do segundo produto educacional nessa etapa da educação básica.

Ainda quanto à segunda atividade criada, há uma evidente correlação entre os assuntos de Geometria Analítica, de Cálculo (sequências numéricas) e de Matemática Discreta (método da indução e PA). Isso mostra a relevância da mesma

no sentido de demonstrar que, dentro da própria matemática, os temas não devem ser tratados isoladamente.

A oportunidade de trabalhar conceitos matemáticos em sala de aula aliados à atividade fim do Bombeiro-Militar (BM), ambos vivenciados por mim e pelos cadetes, fez emergir a real possibilidade de aplicação das propostas pedagógicas que serão apresentadas.

Pretende-se que essa aplicação dos conhecimentos matemáticos possibilite ao cadete aprender de forma significativa e permanente os conteúdos ora mencionados. Como consequência, ele poderá otimizar os métodos de busca que serão por ele utilizados quando de serviço nas unidades operacionais do CBMERJ.

Espera-se que, durante as atividades propostas, os cadetes consigam estabelecer as coordenadas dos pontos de interseção entre zonas de busca previamente delimitadas no mapa com as aproximações adequadas; fazer divisões de zonas de busca para otimizar o processo de resgate; estabelecer funções para preverem as distâncias a serem percorridas pelas equipes de busca de acordo com a situação da pessoa perdida e, consequentemente, para preverem também o tempo que essas equipes irão necessitar para cobrir toda a zona de busca.

Cabe ressaltar que, apesar de existirem equipamentos de localização por satélite que plotam coordenadas de pontos e conduzem seus operadores por rotas pré-estabelecidas tais como os que utilizam a tecnologia Global Position System (GPS), a utilização da matemática através de cálculos feitos manualmente, de deduções de fórmulas e da elaboração de gráficos permitem que o cadete compreenda melhor os processos que estão envolvidos na operação de busca o que lhe proporcionará, especialmente, a capacidade de lidar com fatores adversos tais como a falta de um passo a passo matemático para conduzir as diversas etapas envolvidas nessa busca pela vítima perdida em mata.

1.3

Revisão da literatura

Para a viabilização teórica dos produtos educacionais foram consideradas obras existentes relacionadas principalmente a três eixos temáticos: Geometria Analítica, Cálculo e Vítimas Perdidas em Matas.

A consulta à bibliografia de Geometria Analítica e de Fundamentos do Cálculo evidenciou uma abordagem meramente teórica dos assuntos por essas obras.

Apesar de encadear os assuntos de uma forma lógica, indo desde a revisão do plano cartesiano até a equação de cônicas como o círculo, passando pela distância entre dois pontos, as obras de Geometria Analítica pesquisadas não apresentam uma aplicação prática desses assuntos tal como fazem os produtos educacionais que serão apresentados adiante.

A escassez de aplicações, principalmente das sequências numéricas, do TVI e do método da bisseção leva o leitor a crer que tais tópicos, nas obras de Cálculo pesquisadas, se destinem tão somente a ser uma introdução – no caso das sequências numéricas –, ou uma complementação – no caso dos demais tópicos - da abordagem do limite de funções reais.

Algumas das dissertações do PROFMAT relacionadas aos temas de Geometria Analítica, Teorema do Valor Intermediário (TVI), do método da bisseção e sequências numéricas sugerem atividades com material concreto e aplicações dos conceitos, no caso da Geometria Analítica, para que os alunos aprendam de forma prática e significativa.

O artigo de minha autoria e do co-orientador Luis Eduardo, com mesmo título desta dissertação, publicado no II Encontro Mineiro do PROFMAT, serviu de base para a consecução do segundo produto educacional que será apresentado.

Já os manuais de busca e resgate a vítimas do Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro e do Corpo de Bombeiros Militar do Estado de São Paulo destacam os métodos de delimitação de zonas e setores de buscas a pessoas perdidas em matas, sendo alguns métodos mais objetivos que outros por utilizarem conceitos geométricos para essas delimitações.

Esses métodos implicam no uso da Geometria Analítica, dada a necessidade de associar lugares geométricos como o círculo e rotas de busca a um sistema de coordenadas para que haja uma georreferência precisa das equipes de resgate.

Essas associações estão diretamente relacionadas aos conteúdos citados no Cálculo, uma vez que a escrita de expressões (equações) que representam formas geométricas, a prova da existência de raízes reais e a obtenção dos valores aproximados de raízes irracionais são, também, tópicos abordados por essa disciplina.

Também foram referenciados alguns textos e artigos relacionados ao ensino através da interdisciplinaridade. Tais textos ressaltam uma abordagem aos conteúdos de forma contextualizada e interligada com outras disciplinas promovendo um ensino integral (não fragmentado) dos conceitos.

1.4

Os produtos educacionais e o ensino da matemática

A interdisciplinaridade pode ser entendida como sendo a metodologia adotada por uma disciplina de forma a interligar um assunto com outras áreas do saber, proporcionando um ensino globalizante e social, despertando no aluno uma visão integral do mundo que o cerca e contrapondo-se ao ensino fragmentado.

Na matemática o uso da interdisciplinaridade é constante e diverso. Essa ciência, notoriamente, fornece uma base de conhecimentos que são utilizados por outras disciplinas tais como a Física, a Química, a Estatística, a Economia, etc.

A Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio, nos seus fundamentos pedagógicos,

propõe a superação da fragmentação radicalmente disciplinar do conhecimento, o estímulo à sua aplicação na vida real, a importância do contexto para dar sentido ao que se aprende e o protagonismo do estudante em sua aprendizagem e na construção de seu projeto de vida. (Ministério da Educação, 2017, p.13).

Desta forma, a educação através da interdisciplinaridade, da aplicação na vida real e da contextualização dos assuntos aprendidos formam, juntamente com outros aspectos não menos importantes, um alicerce para aquela etapa da educação básica.

O documento orientador da formação de policiais civis, policiais militares e de bombeiros militares, a Matriz Curricular Nacional da Secretaria Nacional de Segurança Pública, afirma que “a interdisciplinaridade questiona a segmentação dos diferentes campos do conhecimento, possibilitando uma relação epistemológica entre as disciplinas” (SENASP, 2014, p.56). Isso evidencia uma contribuição da interdisciplinaridade também na formação do aluno Bombeiro-Militar no sentido

de que ele relaciona o conteúdo aprendido com áreas distintas do saber, possibilitando que essas áreas dialoguem entre si na construção do conhecimento.

Ainda quanto à formação do Bombeiro-Militar, prevista pela Matriz Curricular Nacional, a interdisciplinaridade é essencial pois permite tratar o conhecimento de forma realista e integral, permitindo assim, um preparo atitudinal, de habilidades e cognitivo do cadete BM para que ele lide adequadamente com os desafios futuros inerentes à sua profissão. (SENASP, 2014, p. 60).

Pretende-se, portanto, que as atividades aqui propostas cumpram o papel de facilitar o aprendizado do aluno, em especial do cadete Bombeiro Militar da ABMDPII, na medida em que interliguem a vida profissional dele com os conhecimentos teóricos inerentes à Geometria Analítica e a alguns teoremas e métodos usados no Cálculo.

Focar na melhoria qualitativa (processos de ensino) através de atividades de aprendizado da matemática é investir, acima de tudo, no potencial do aluno que precisa de meios alternativos para construir o conhecimento e desenvolver as competências inerentes a essa ciência, tais como o raciocínio lógico, a resolução de problemas e a argumentação. Para tal, é imprescindível que o aluno desenvolva a visão múltipla do objeto de estudo a fim de adequá-lo às diferentes situações existentes.

1.5

Plano geral de trabalho

O itinerário traçado para a abordagem dos assuntos desse trabalho se dará na seguinte ordem: a relevância das propostas pedagógicas na matemática; equação do círculo, desigualdades lineares e regiões no plano, sequências numéricas, Teorema do Valor Intermediário; método da bisseção; métodos de busca a vítimas perdidas seguidos dos respectivos produtos educacionais; conclusão e referências bibliográficas.

No tópico que descreve a relevância das propostas pedagógicas haverá uma defesa da aprendizagem pelas atividades interdisciplinares, ou seja, especificamente pela abordagem aos conteúdos da matemática relacionados aos de

busca e salvamento, de forma a despertar a atenção do aluno produtivamente e privilegiando o papel ativo dele na sua aprendizagem.

Na explanação sobre o círculo, será deduzida a sua equação a partir da distância entre dois pontos no plano e será destacado o fato de o círculo ser o lugar geométrico dos pontos que distam r (raio do círculo) de um dado ponto fixo (centro desse mesmo círculo).

No tópico desigualdades lineares e regiões do plano, será descrita a relação entre uma desigualdade e uma região no plano, constatando-se se determinado ponto pertence, ou não, a essa região. Essa constatação é fundamental para que, dada uma possível localização de uma pessoa (ponto), saber se ela se encontra na região previamente delimitada como zona de busca.

Na apresentação das sequências numéricas, serão enfatizadas a identificação de sequências e de subsequências bem como as progressões aritméticas e geométricas.

Ainda quanto às sequências, será útil mencionar o método da indução, uma vez que este permite comprovar a validade da fórmula fechada para os termos de uma sequência definida por recorrência.

As abordagens ao TVI e ao método da bisseção serão complementares entre si pois o TVI permite, sob determinadas hipóteses, garantir a existência de um valor real para uma raiz de uma função real, e o método da bisseção possibilita a obtenção de um valor aproximado dessa raiz quando ela for irracional.

Os métodos de busca a vítimas perdidas que serão descritos foram selecionados mediante a realidade da logística das operações do CBMERJ, a possibilidade da aplicação dos conceitos matemáticos abordados na ABMDPII e a viabilidade desta aplicação na vida profissional do cadete. São métodos que têm por base o uso da Geometria Analítica e demandam contribuições do Cálculo, como as relativas ao TVI, ao método da bisseção e às sequências numéricas.

Os produtos educacionais relacionarão a matemática e os conhecimentos profissionais adquiridos na ABMDPII de maneira a propiciar um aprendizado integral, associado e significativo. Outro aspecto não menos importante é que tais atividades podem contribuir para as operações reais de busca a vítimas perdidas em matas quando realizadas por esses alunos, em um futuro próximo, salvaguardando a população do estado do Rio de Janeiro.

O trabalho encerra-se com um capítulo dedicado às considerações finais contendo conclusões e apontamentos sobre algumas possíveis lacunas do estudo feito e, a seguir, as referências utilizadas.

2

TÓPICOS DE MATEMÁTICA UTILIZADOS NESTE TRABALHO

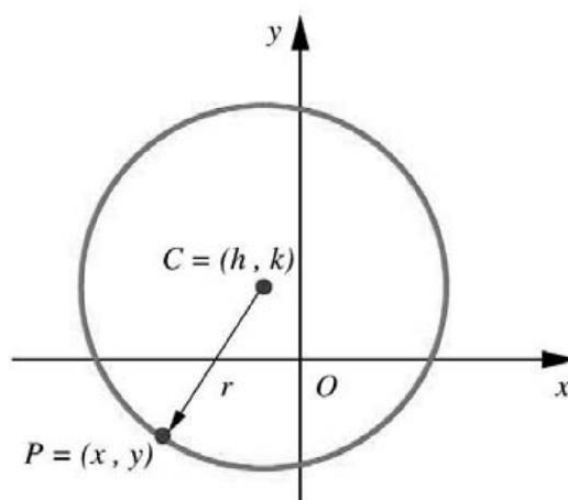
2.1

Equação do círculo

A equação do círculo provém da necessidade de se definir o lugar geométrico dos pontos do mesmo plano que distam r de um ponto conhecido.

Nesse sentido, tem-se que o círculo de centro C e raio $r > 0$ é o lugar geométrico dos pontos do plano cuja distância ao ponto C é r .

Gráfico 1 – Círculo de centro C e raio r .



Fonte: Delgado, 2010.

A equação do círculo pode ser deduzida diretamente a partir da expressão algébrica para o cálculo da distância entre dois pontos no plano. Assim, o círculo B de centro no ponto $C = (h, k) \in$ plano cartesiano e raio $r > 0$ é definido como o conjunto dos pontos do mesmo plano situados à distância r do ponto O , ou seja:

$$B = \{P = (x,y) \mid d(P, C) = r\}$$

Se $C = (h, k)$; h e k são as coordenadas do centro num sistema de eixos ortogonais OXY do plano cartesiano, então

$P = (x, y) \in B \Leftrightarrow d(P, C) = r \Leftrightarrow d^2(P, C) = r^2 \Leftrightarrow (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, denominada a equação do círculo de centro $C = (h, k)$ e raio r .

Daí, dado um ponto $A = (x_0, y_0)$ no plano, podemos verificar se ele pertence ou não a um círculo conhecido.

A verificação se dá pela substituição das variáveis x e y na equação encontrada:

$$(x_0 - h)^2 + (y_0 - k)^2 = r^2$$

Caso a igualdade seja comprovada, o ponto A pertence ao círculo representado no gráfico 1, caso contrário, o ponto A não pertence ao círculo.

Exemplos:

1) A equação $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 5$ representa o círculo de centro $C = (-3, 2)$ e raio $r = \sqrt{5}$.

2) A equação $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 11 = 0$ é de um círculo. De fato, reescrevemos esta equação como:

$$\begin{aligned} (x^2 + 4x) + (y^2 - 2y) - 11 &= 0 \Leftrightarrow (x^2 + 4x + 4 - 4) + (y^2 - 2y + 1 - 1) - 11 = 0 \Leftrightarrow \\ ((x + 2)^2 - 4) + ((y - 1)^2 - 1) - 11 &= 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 16 \Leftrightarrow \\ (x - (-2))^2 + (y - 1)^2 &= 4^2. \end{aligned}$$

Observe que a primeira equivalência foi obtida completando os quadrados dos polinômios nas variáveis x e y . Portanto, o centro do círculo é $C = (-2, 1)$ e o raio $r = 4$.

3) Fixemos o círculo C de centro $C = (1, 2)$ e raio 3, cuja equação é

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9.$$

Os pontos $P = (a, b)$ tais que $(a - 1)^2 + (b - 2)^2 \neq 9$ não pertencem ao círculo C . Por exemplo. Os pontos $A = (-1, 3)$ e $B = (2, 5)$ têm essa propriedade pois:

$$(a - 1)^2 + (b - 2)^2 = 5, \text{ se } (a, b) = (-1, 3)$$

$$(a - 1)^2 + (b - 2)^2 = 10, \text{ se } (a, b) = (2, 5).$$

A utilização da equação do círculo nas atividades de busca a vítimas perdidas se dá quando as equipes de resgate precisam delimitar precisamente as zonas de busca e, posteriormente, os setores a serem cobertos por elas. Ainda quanto a essa equação, verificar se um ponto onde possivelmente a vítima foi vista está dentro ou fora da região delimitada previamente pelo círculo poderá implicar em novas diretrizes para o trabalho das equipes empenhadas.

2.2

Desigualdades lineares e regiões no plano

Uma região no plano delimitada por curvas representadas por equações do primeiro ou do segundo grau a duas variáveis é um conjunto de pontos do plano cujas coordenadas satisfazem uma ou várias inequações algébricas.

Uma região do plano é dita conexa se ela não é a união de duas ou mais regiões disjuntas. Denominaremos então *região* uma região conexa.

Chamaremos também de π o plano e π^* o plano do qual retiramos o conjunto dos pontos da curva (cônicas ou retas) representada.

As retas e cônicas são lugares geométricos formados por conjuntos de pontos através dos quais obtêm-se determinadas equações. No caso das retas, a equação é

$$Ax + By + C = 0; A, B, C \in \mathbb{R}; A, \text{ ou } B \neq 0$$

e, no caso das cônicas, a equação é a equação geral do segundo grau:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0, \text{ com } A, B, C, D, E, F \in \mathbb{R} \text{ e } A, B \text{ ou } C \neq 0.$$

Assim, as regiões (conjuntos de pontos) de π^* determinadas por uma reta satisfazem a inequação

$$Ax + By + C > 0,$$

ou a inequação

$$Ax + By + C < 0,$$

e as regiões determinadas por uma cônica satisfazem a inequação

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F > 0,$$

ou a inequação

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F < 0.$$

No caso do círculo que tem equação $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$, a região interior R_1 é formada pelo conjunto de pontos tais que:

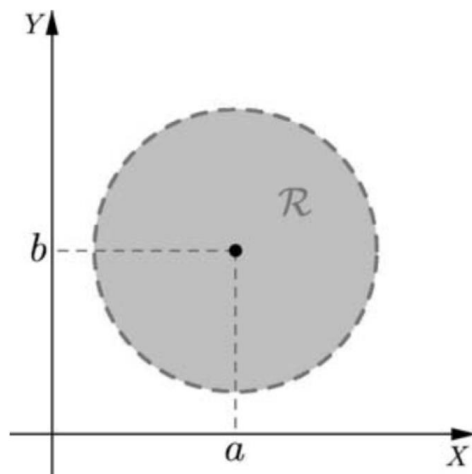
$$R_1 : (x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2.$$

Enquanto os pontos da região exterior R_2 satisfazem à inequação:

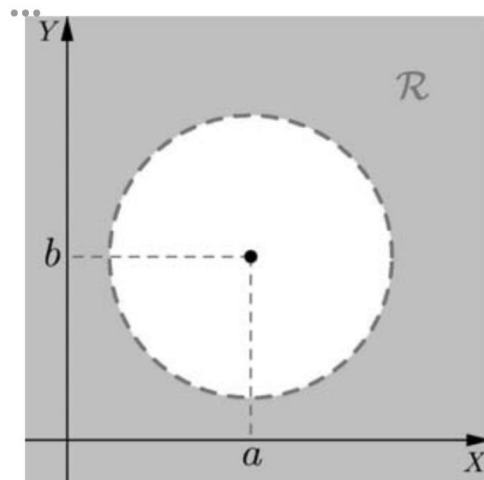
$$R_2 : (x - a)^2 + (y - b)^2 > r^2.$$

Já a região obtida da união da região interior R_1 com o próprio círculo, consiste dos pontos $P = (x, y)$ que satisfazem à inequação

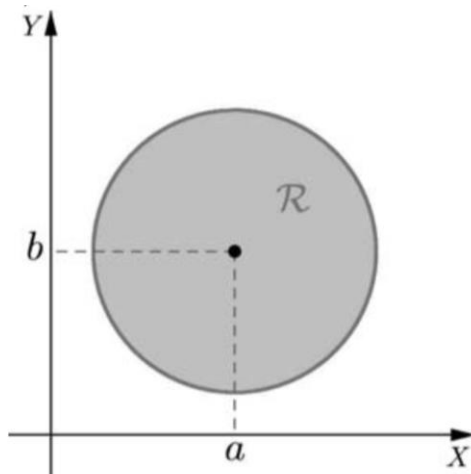
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 \leq r^2.$$

Gráfico 2- $R: (x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2$.

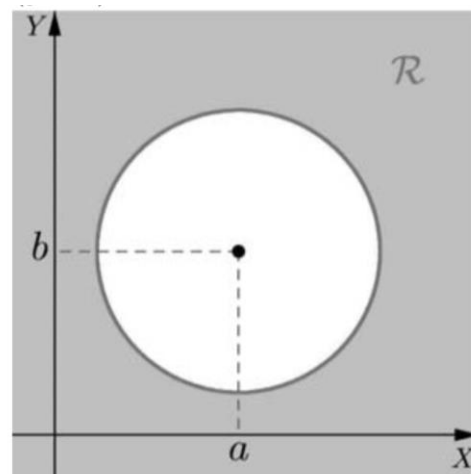
Fonte: Gómez, 2010.

Gráfico 3 - $R: (x - a)^2 + (y - b)^2 > r^2$.

Fonte: Gómez, 2010.

Gráfico 4 - $R: (x - a)^2 + (y - b)^2 \leq r^2$.

Fonte: Gómez, 2010.

Gráfico 5 - $R: (x - a)^2 + (y - b)^2 \geq r^2$.

Fonte: Gómez, 2010.

Assim, para descobrirmos o conjunto de pontos de uma região dada por uma inequação, basta testar a condição (inequação) apenas em um ponto dessa região, pois todos os outros pontos dessa região satisfazem a mesma inequação.

Exemplo:

Seja a região R do plano formada pelos pontos que satisfazem a inequação

$$y^2 + x + 3y > 0.$$

Escreveremos a inequação na forma

$$\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(x - \frac{9}{4}\right) > 0.$$

Daí, a curva que delimitará a região R é a parábola

$$\left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(x - \frac{9}{4}\right) = 0.$$

As coordenadas do vértice da parábola dada são $(9/4, -3/2)$ e a equação da sua reta focal é $y = -3/2$.

Podemos agora escolher, por inspeção visual, um ponto da reta focal em uma determinada região e testá-lo na inequação.

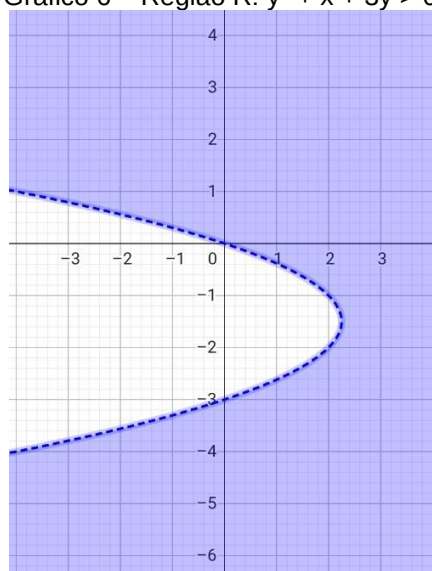
Substituindo as coordenadas do ponto $P_0 = (0, -3/2)$ no primeiro membro da inequação, isto é, $y^2 + x + 3y$, obtemos:

$$(-3/2)^2 + 0 + 3(-3/2) = 9/4 - 9/2 = -9/4 < 0$$

que não satisfaz a inequação.

Pelo fato de uma parábola dividir o plano π somente em duas regiões, vemos que a região R que satisfaz a desigualdade proposta é a região que não contém o ponto P_0 :

Gráfico 6 – Região R: $y^2 + x + 3y > 0$.



Fonte: o autor, 2025.

2.2.1

Sistemas de inequações

Um sistema de inequações no plano é um conjunto de duas ou mais inequações a duas variáveis. Sua solução é o conjunto de pontos (região) do plano que satisfazem a todas as inequações do sistema.

A solução do sistema é a interseção das regiões determinadas por cada inequação desse sistema.

Exemplo:

Iremos esboçar a região R do plano determinada pelo sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ x^2 + y - 3 > 0 \end{cases}$$

Solução: Encontramos o conjunto solução em três etapas:

Etapas 1: Identificamos as equações correspondentes a cada inequação do sistema.

No caso, as equações são:

$$(1) \ x^2 + y^2 = 9 \text{ e}$$

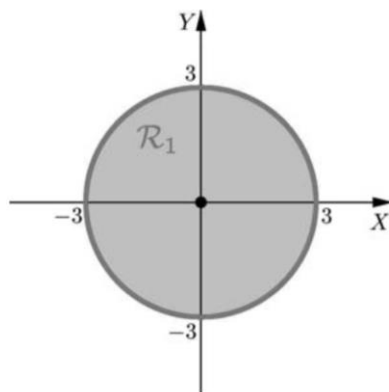
$$(2) \ x^2 + y - 3 = 0.$$

A primeira é a equação de um círculo centrado na origem e raio 3, e a segunda, a equação de uma parábola.

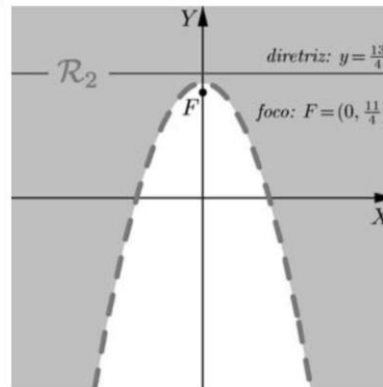
Etapas 2: Determinamos separadamente a solução de cada inequação. Já sabemos que a inequação (1) representa a região R_1 que é a união do círculo com o seu interior. Para identificar a região R_2 da inequação (2), testamos o ponto $P = (0, 1)$. Substituindo suas coordenadas no primeiro membro da inequação, obtemos -2 , logo $P = (0, 1)$ não satisfaz a inequação.

Como a parábola determina apenas duas regiões, então a região que satisfaz a inequação (2) é aquela que não contém o ponto $P = (0, 1)$.

A solução de cada inequação é representada a seguir:

Gráficos 7 – $R_1: x^2 + y^2 \leq 9$ 

Fonte: Gómez, 2010.

Gráfico 8 - $R_2: x^2 + y - 3 > 0$.

Fonte: Gómez, 2010.

Etapa 3: Esboçamos a interseção das regiões R_1 e R_2 em um só sistema de coordenadas, exibindo a região $R = R_1 \cap R_2$ definida pelo sistema.

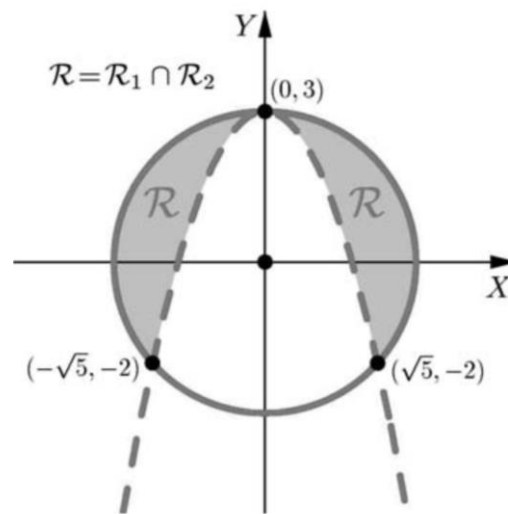
Para esboçar corretamente a região R procurada, determinemos antes os pontos de interseção das duas curvas que delimitam R_1 e R_2 .

Isto é, devemos resolver o sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y - 3 = 0 \end{cases}$$

Da primeira equação, temos $x^2 = 9 - y^2$. Substituindo na segunda equação, temos $9 - y^2 + y - 3 = 0 \Leftrightarrow y^2 - y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = 3$ ou $y = -2$. Logo, se $y = 3 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$, obtemos então o ponto $(0,3)$ e se $y = -2 \Rightarrow x^2 = 9 - (-2)^2 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5}$ ou $x = -\sqrt{5}$, de onde obtemos então os pontos $(-\sqrt{5}, -2)$ e $(\sqrt{5}, -2)$.

A solução do sistema, ou seja, a região $R = R_1 \cap R_2$, é representada a seguir:

Gráfico 9 - Região R: $R_1 \cap R_2$.

Fonte: Gómez, 2010.

2.3

As sequências numéricas

Uma sequência numérica (real) é uma função que tem por domínio o conjunto $\mathbb{N}$ e por contradomínio o conjunto $\mathbb{R}$ e pode ser representada da seguinte forma:

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \rightarrow f(n),$$

onde se usa $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ e sendo habitual substituir $f(n)$ por a_n , b_n , etc.

Exemplos:

$$a_n = \frac{1}{n}. \text{ Daí, segue que } a_1 = 1, a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = \frac{1}{3}, \dots$$

Outros exemplos significativos que podem ser usados com alunos da disciplina de Cálculo são as próprias progressões numéricas apresentadas durante o Ensino Médio, a Aritmética (PA) e a Geométrica (PG):

$$\text{Termo Geral da PA: } a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r;$$

$$\text{Termo Geral da PG: } a_n = a_1 \cdot q^{n-1}.$$

Cabe ressaltar que as somas dos n primeiros termos da PA e da PG também constituem sequências numéricas pois, a cada número natural n , é associado um número real:

$$\text{Soma dos } n \text{ primeiros termos da PA: } S_n = (a_1 + a_n) \cdot n/2$$

Soma dos n primeiros termos da PG: $S_n = a_1 \cdot (q^n - 1) / (q - 1)$

Uma sequência possui infinitas subsequências.

Exemplo:

A sequência 1, 2, 1, 4, 1, 8, ... possui, dentre outras, duas subsequências que podem ser chamadas de a_{2k-1} e a_{2k} :

$$a_{2k-1} = 1; \text{ e } a_{2k} = 2^k; n = 2k \text{ e } k \in \mathbb{N}.$$

Os critérios para que as sequências sejam convergentes/divergentes não serão abordados aqui.

2.4

O método da indução

O método da indução constitui uma ferramenta importante por ter o propósito de verificar a veracidade de generalizações, especialmente de sequências numéricas.

Uma aplicação desse método é provar que se o termo geral de uma sequência definida recursivamente, ou seja, a partir de termos anteriores, vale para um termo de ordem $n \in \mathbb{N}$, vale também para um termo de ordem $n + 1$ e, conseqüentemente, para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

Exemplo:

Seja a sequência dos termos de uma P.A. cujo primeiro termo é 100 e cuja razão é igual a 100. Essa sequência é composta dos números 100, 200, 300, ... daí, tem-se que $a_{n+1} = a_n + 100$. Segue que

$$a_1 = 100$$

$$a_2 = a_1 + 100$$

$$a_3 = a_2 + 100$$

...

$$a_n = a_{n-1} + 100$$

+ _____

$$a_n = 100n$$

Provaremos agora que $a_n = 100n$ para qualquer $n \in \mathbb{N}$. Aplicando-se o método da indução, tem-se:

i. O caso base:

$$n = 1: a_1 = 100.1$$

$a_1 = 100$, o que é verdade.

ii. Passo indutivo:

Hipótese: $a_n = 100n$ para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

Tese (a provar): $a_{n+1} = 100. (n + 1)$.

Como $a_{n+1} = a_n + 100$ e $a_n = 100n$, por hipótese, tem-se que

$$a_{n+1} = 100n + 100$$

$a_{n+1} = 100. (n + 1)$, como queria se provar.

Dáí, conclui-se que para uma sequência de 1º termo igual a 100 e de razão aritmética também igual a 100, vale que $a_n = 100 + (n - 1).100$ para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

2.5

O teorema do valor intermediário (TVI)

O teorema do valor intermediário é um importante teorema aplicado às funções contínuas. A noção de função contínua é indispensável para a compreensão desse teorema.

Seja $X \subseteq \mathbb{R}$. Uma função $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua em $x_0 \in X$ se, para todo $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que se $x \in X$ e $|x - x_0| < \delta$, então $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$.

Exemplo:

A função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{x}{5} + 3$ é contínua em qualquer $x_0 \in \mathbb{R}$, pois dado $\varepsilon > 0$, basta tomar $\delta = 5\varepsilon$.

Supondo $x \in \mathbb{R}$ e $|x - x_0| < \delta$, temos que $|x - x_0| < 5\varepsilon$, isto é, $|\frac{x}{5} - \frac{x_0}{5}| < \varepsilon$, ou seja $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$, o que satisfaz a definição de continuidade de uma função no ponto x_0 .

Uma função $f : X \rightarrow \mathbb{R}$; $X \subseteq \mathbb{R}$ é dita contínua em X se é contínua em todo $x_0 \in X$.

Tal noção é amplamente trabalhada na disciplina Cálculo I, quando o discente tem contato com limites de funções reais de variáveis reais. Mais adiante,

ele compreenderá que a função é contínua em x_0 por serem os limites laterais iguais entre si e iguais ao valor de $f(x_0)$, para qualquer ponto x_0 do domínio de f , sendo f uma função definida em $\mathbb{R}$.

O fato de que as funções polinomiais são um caso particular de funções contínuas para qualquer $x_0 \in \mathbb{R}$, dentre elas as funções quadráticas, será sobremaneira auxiliadora para o entendimento do assunto.

O TVI é enunciado da seguinte maneira: se f é uma função contínua num intervalo $[a, b]$ e $f(a) < c < f(b)$ (ou $f(b) < c < f(a)$), então existe um número $x_0 \in (a, b)$ tal que $f(x_0) = c$.

O TVI nos diz, portanto, que se f é uma função contínua num intervalo $[a, b]$, então qualquer número entre os valores $f(a)$ e $f(b)$ pertence à imagem do intervalo $[a, b]$ por f , ou seja, se c é um número tal que $f(a) < c < f(b)$, ou $f(b) < c < f(a)$, então $f(x) = c$ possui pelo menos uma solução no intervalo $[a, b]$, no caso, ao menos, o número $x_0 \in (a, b)$.

Como decorrência do TVI, podemos garantir a existência de raízes reais, sendo racionais ou não, para determinadas funções polinomiais.

Exemplo:

Seja a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = x^3 - x - 1$$

Para sabermos se a função possui raízes reais, fazemos

$$x^3 - x - 1 = 0.$$

Daí, segue que se fizermos $f(1)$, temos:

$$1 - 1 - 1 = -1 < 0.$$

Se fizermos $f(2)$, temos:

$$8 - 2 - 1 = 5 > 0.$$

Como $f(1) < 0 < f(2)$ e f é contínua no intervalo $[1, 2]$, pois é função polinomial em $\mathbb{R}$, o TVI nos garante que existe um $x_0 \in (1, 2)$ tal que $f(x_0) = 0$, isto é, $f(x) = x^3 - x - 1$ tem, pelo menos, uma raiz real no intervalo $(1, 2)$.

O teorema do valor intermediário permite, portanto, garantir, em alguns casos, a existência de soluções reais de determinadas equações de variáveis reais.

2.6

O método da bisseção

O método da bisseção é especialmente útil para encontrar soluções irracionais de equações do tipo $f(x) = 0$.

A explicação para alunos do Ensino Superior ocorre por consequência da abordagem da continuidade e limites de funções. Para alunos do 3º ano do ensino médio, é possível fazer uma abordagem simples, direcionada para o cálculo do valor numérico de raízes irracionais de polinômios.

Os números reais irracionais só podem ser acessados por meio de aproximações como, por exemplo, as soluções da equação $x^2 - 3 = 0$ são $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$ que, notoriamente, são representações de números irracionais. Para encontrar esses números, o melhor que se pode fazer é encontrar aproximações tão boas quanto necessário, a fim de resolver a equação numericamente.

Dessa forma, o método da bisseção é um método utilizado para resolver equações do tipo $f(x) = 0$, ou seja, as aproximações de raízes da função cujas existências são garantidas pelo TVI.

Seguindo o exemplo anterior, onde obtemos a desigualdade $f(1) < 0 < f(2)$, como $x_0 \in (1, 2)$ e $\frac{3}{2}$ é o ponto médio do intervalo $(1, 2)$, temos que $\left| \frac{3}{2} - x_0 \right| < \frac{1}{2}$.

Assim, $x_1 = \frac{3}{2}$ é uma aproximação de x_0 com erro inferior a $\frac{1}{2}$.

Para uma aproximação melhor, precisamos observar que como $x_0 \in (1, 2)$, então $x_0 \in \left(1, \frac{3}{2}\right]$, ou $x_0 \in \left[\frac{3}{2}, 2\right)$. Usando novamente o TVI descobrimos que $x_0 \in \left(1, \frac{3}{2}\right]$. De fato, temos que $f(1) < 0 < f\left(\frac{3}{2}\right)$.

Seguindo, temos que $x_2 = \frac{5}{4}$ é uma aproximação de x_0 com erro menor do que $\frac{1}{2} \left| \frac{1}{2} - 1 \right| = \frac{1}{4}$.

Como a cada etapa para aproximação, decorre da divisão do erro da etapa anterior dividido por 2, seja o intervalo (a, b) o intervalo inicial que tem comprimento $|a - b|$, vemos que as n etapas de aproximações produzem um valor x_n tal que $|x_n - x_0| < \left| \frac{a-b}{2^n} \right|$.

MÉTODOS DE BUSCA E RESGATE DE VÍTIMAS PERDIDAS EM MATAS

O Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro (CBMERJ) é uma instituição militar centenária, cuja origem se deu no dia 02 de julho de 1856, por decreto do Imperador do Brasil, D. Pedro II, sendo o primeiro Corpo de Bombeiros criado no Brasil.

Dentre as atribuições previstas na Lei 250, que dispõe sobre Organização Básica do CBMERJ (1979), o item II, do art. 2, descreve que é competência, não única, do CBMERJ realizar serviços de busca e salvamento. Tais serviços são detalhados especialmente através dos manuais adotados pela instituição e dos Procedimentos Operacionais Padrão (POPs), todos disponíveis na intranet do site www.cbmerj.ri.gov.br.

Quanto aos manuais do CBMERJ relativos ao tema de busca de vítimas perdidas em matas, destacam-se o Manual de Socorro Florestal (2019), o Manual de Salvamento em Montanha (2019) e o Manual de Operações com Cães (2019). Já no Corpo de Bombeiros Militar do Estado de São Paulo (CBMESP), Manual de Busca e Salvamento em Cobertura Vegetal (2006) que, inclusive, é citado pelos manuais do CBMERJ.

Segundo o Manual de Salvamento em Montanha do CBMERJ,

busca é o conjunto de ações desenvolvidas para encontrar alguém ou algo que desapareceu, ou que não consegue se localizar. Para a busca de perdido devemos ter algum indício de que a pessoa se perdeu ou está com dificuldades para retornar para fora do ambiente natural. (CBMERJ, 2019, p.110).

O conceito de busca envolve, portanto, a definição de quem será objeto dessa busca, no caso, a pessoa perdida em mata. Tal relação apesar de parecer óbvia, implica no emprego de recursos humanos, materiais e do tempo somente nas ações em que realmente se fazem necessárias as buscas. O início de uma busca sem um levantamento prévio e a constatação de que realmente existe(m) pessoa(s) perdida(s), será dispendioso e infrutífero. Cabe ressaltar também que a averiguação

das informações evita que as equipes de busca sejam empenhadas nos casos de falsos avisos de ocorrências (trotes) que, infelizmente, fazem parte de um número considerável de chamadas dos órgãos públicos de segurança.

Outro conceito relevante é o de resgate. Ainda segundo o CBMERJ (2019, p. 110), resgate “é o conjunto de ações desenvolvidas para retirar alguém de uma situação ou local, da qual não consiga sair por si só”. Essa ação implica em uma segunda etapa nas operações para encontrar pessoas desaparecidas que é o transporte daquele que não tem condições de retornar ao seu local de convívio. Os motivos para essa impossibilidade vão desde um acidente sofrido, até uma debilidade provocada por falta de alimentos/água.

Quanto aos meios empregados para se realizar uma busca a desaparecidos, o CBMERJ (2019, p.110) define que a busca terrestre “é a operação realizada com tropa motorizada ou em marcha a pé, diurna ou noturna, com ou sem o emprego de animais.” Trata-se, portanto, de uma operação que pode envolver desde uma guarnição de militares a pé, até o emprego de aeronaves.

Para o emprego exclusivo de aeronaves, o CBMERJ (2019, p.111) define a busca como sendo busca aérea, destacando que, nesse caso, “o helicóptero se enquadra como equipamento ideal”. Quando ocorre o emprego de pelo menos dois tipos de buscas como, por exemplo, a busca terrestre e a aérea, o CBMERJ (2019, p. 111) define essa operação como busca combinada, ocasião em que é necessário que os tipos de busca sejam compatíveis entre si.

Quanto aos principais motivos das buscas, destacam-se:

- A) a crescente busca pelo ecoturismo;
- B) práticas de esportes radicais ou aventura;
- C) quedas em escaladas;
- D) quedas em cachoeiras;
- E) quedas de asas-deltas, parapentes ou similares;
- F) quedas de aeronaves (múltiplas vítimas);
- G) turismo e excursões;
- H) acampamentos;
- I) crianças, idosos, ou pessoas especiais que se perderam;
- J) tempestades e nevoeiros;
- K) busca de balões e pipas;
- L) seguir por cursos d’água ou por picadas de caçadores;
- M) caça e pesca;
- N) sequestro e
- O) desejo por suicídio. (CBMERJ, 2019, p.111).

O último anuário do CBMERJ, relativo ao ano de 2023, revela que o número de Salvamentos e de Buscas de Pessoas no estado do Rio de Janeiro, naquele ano, foi igual a 8.353. Esse número representou 14,5% do total de ocorrências atendidas no período, que foram desde acidentes com motos até grandes catástrofes.

Para o atendimento a essa vasta gama de eventos o CBMERJ ainda enfrenta uma dificuldade infelizmente recorrente. Segundo Seabra (2023) com relação ao ano de 2022, 50% das ligações recebidas pelo CBMERJ foram trote.

Essas informações são sobremaneira relevantes para que a população se conscientize do número de atendimentos prestados pelo Corpo de Bombeiros e dos prejuízos potenciais causados por uma “brincadeira” tal como o trote.

3.1

Métodos de busca a vítimas perdidas em matas utilizados pelo CBMERJ

Segundo o CBMERJ (2019, p. 122), a busca pela(s) pessoa(s) perdida(s) é precedida pela coleta de informações sobre o seu perfil de comportamento e sobre o seu deslocamento. Daí, segue-se para a decisão sobre em quais zonas procurar. Para tanto, existem três métodos que podem ser empregados: o Teórico, o Estatístico e o Subjetivo.

Por ser o método Teórico aquele em que o emprego da Geometria Analítica é essencial para a delimitação das zonas de busca, torna-se oportuno abordá-lo como conteúdo interdisciplinar, ou seja, que é comum a duas ou mais disciplinas, no Curso de Formação de Oficiais da ABMDPII.

3.1.1

Método Teórico

Quanto ao método Teórico, tem-se que:

A provável zona de busca é traçada mediante o uso de tabelas, com as quais se estabelece a área em função da distância percorrida pelo perdido. Para isso, é

preciso determinar com segurança o lugar onde ele foi visto pela última vez. **O limite da zona é estabelecido por um círculo marcado sobre um mapa cujo centro é o local onde foi vista a vítima pela última vez.** O comprimento do raio representa a máxima distância que ela pode ter percorrido. As interpretações incluem considerações sobre fatores como altitude, experiência da vítima em ambiente natural, sua condição física e as condições do terreno e do clima. Na continuação se avaliam as características topográficas como rios, picadas, pequenas elevações, cristas e assim a área de busca começa a se configurar chegando a uma subdivisão de segmentos de buscas mais manejáveis ou prováveis, limitados pelas características do terreno. (CBMESP apud CBMERJ, 2019, p.122, grifo do autor).

Desta forma, tendo por base as tabelas 1, 2 e 3 com as prováveis distâncias percorridas pela(s) pessoa(s) perdida(s), e levando-se em conta algumas características pessoais dela(s) tais como idade, condição emocional, estado de saúde e atividade que realizava(m) quando se perdeu(ram), tais como ciclismo, montanhismo etc., é possível estabelecer um método prático através do desenho de círculos que são denominados zonas de busca.

Tabela 1 – Perfil em terreno plano.

TERRENO PLANO				
PERFIL DO PERDIDO	SEM MOCHILA		COM MOCHILA	
	POR HORA	POR DIA	POR HORA	POR DIA
INICIANTE	2,4 A 3,2 KM	12 A 20 KM	1,6 A 2,4 KM	11 A 15 KM
INTERMEDIÁRIO	3,2 A 4,0 KM	20 A 24 KM	2,4 A 3,2 KM	16 A 19 KM
EXPERIENTE	4,8 A 6,4 KM	25 A 38 KM	ATÉ 4,8 KM	20 A 29 KM

Fonte: CBMERJ, 2019.

Tabela 2 – Perfis em terreno com aclive.

TERRENO COM ACLIVE				
PERFIL DO PERDIDO	SEM MOCHILA		COM MOCHILA	
	POR HORA	POR DIA	POR HORA	POR DIA
INICIANTE	ATÉ 1,2 KM	8 A 9 KM	ATÉ 0,8 KM	ATÉ 4,8 KM
INTERMEDIÁRIO	ATÉ 1,6 KM	10 A 13 KM	ATÉ 1,2 KM	5 A 10 KM
EXPERIENTE	2,0 A 3,2KM	13 A 20 KM	1,6 A 2,4 KM	10 A 16 KM

Fonte: CBMERJ, 2019.

Tabela 3 – Perfis em terreno com declive.

TERRENO COM DECLIVE				
PERFIL DO PERDIDO	SEM MOCHILA		COM MOCHILA	
	POR HORA	POR DIA	POR HORA	POR DIA
INICIANTE	3,2 KM	11 A 14 KM	2,4 KM	8 KM
INTERMEDIÁRIO	3,2 A 4,8 KM	15 A 16 KM	3,2 KM	11 KM
EXPERIENTE	4 A 5,6 KM	16 A 22 KM	3,2 A 4 KM	16 KM

Fonte: CBMERJ, 2019.

3.2

Métodos de busca utilizados pelo CBMESP

Segundo o CBMESP,

Uma vez sabendo orientar-se e navegar em áreas de cobertura vegetal, necessita ainda o grupo de busca ter conhecimento dos diversos métodos para se localizar as vítimas. Os métodos de busca visam principalmente a minimização dos recursos, economia de tempo e energia por meio de uma maneira mais racional de procura. (CBMESP, 2006, p. 82).

Dessa forma, a seleção do método de busca para, no caso, executar a busca de forma otimizada e segura para as equipes de resgate, depende, assim como no emprego dos métodos pelo CBMERJ, de fatores que devem ser previamente

levantados e levados em conta pela coordenação do evento, tais como preparo técnico da equipe e informações sobre a(s) pessoa(s) perdida(s).

Cabe ressaltar que o Manual de Busca e Salvamento em Cobertura Vegetal de Risco, adotado pelo CBMESP, cita o método de Mattson para delimitar setores de busca e outros métodos para execução da varredura desses mesmos setores.

Os métodos para varredura apresentados pelo citado Manual são: Pente Fino, Retangular, Quadrado Crescente, Leque e Off-Set.

3.2.1

Método de Mattson

O método de Mattson, elaborado pelo Tenente Coronel Robert Mattson, da Força Aérea dos Estados Unidos, é um método utilizado para delimitação de setores dentro das zonas de busca estabelecidas pelo método Teórico, por exemplo. A ideia é diminuir consideravelmente a região a ser percorrida pela equipe de resgate, através de informações colhidas e da experiência dessa equipe.

Consiste na delimitação da possível região onde a vítima se encontra, de acordo com informações previamente colhidas e, a seguir,

o chefe de busca divide as diferentes opções de áreas de busca e lhe dá um nome chave. Cada um dos membros do grupo atribui determinada porcentagem a cada uma das possibilidades baseando-se na intuição, na experiência e na educação, elegendo assim as áreas mais prováveis. (CBMESP, 2006, p. 79).

O somatório das porcentagens dadas por cada integrante da equipe deve ser 100%. A seguir, obtém-se a média ponderada para cada região, de acordo com as porcentagens atribuídas, e classifica-se cada área (setor) pelo resultado obtido, sendo a área prioritária, aquela que obteve maior percentual.

3.2.2

Método Quadrado Crescente

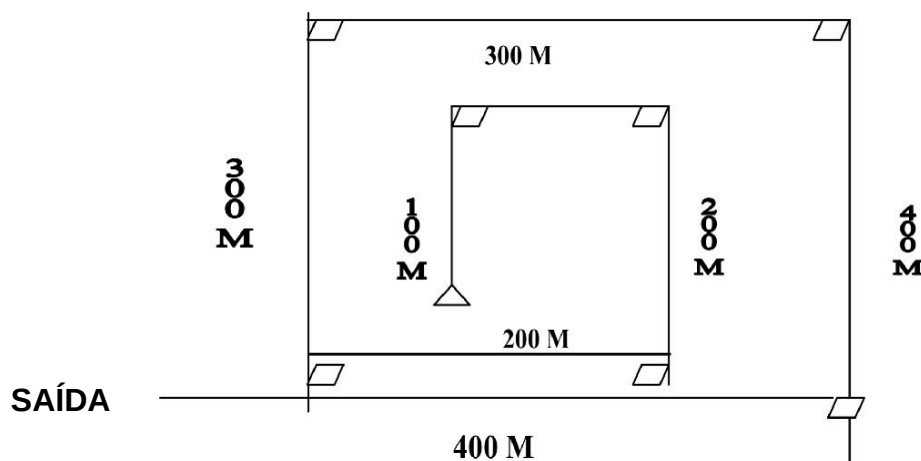
O método Quadrado Crescente é um método eficaz quando há somente uma equipe de busca para efetuar a procura pela vítima. Essa situação é recorrente especialmente em quartéis do interior do estado do Rio de Janeiro, onde há uma área de floresta e onde as guarnições de serviço normalmente não contam com o apoio imediato de outros Grupamentos, em virtude das grandes distâncias que os separam.

Segundo o CBMESP (2006, p. 84) “o método consiste em formar quadrados cada vez maiores crescendo de 100 em 100 metros ou conforme a situação do terreno e tipo de vegetação permitir.”

Assim, a dinâmica da equipe de busca descrita deve seguir o seguinte passo a passo:

- 1) Sair do ponto onde a vítima foi vista pela última vez ou se tem a presunção de que ela esteve naquele local;
- 2) Seguir um azimuth (coordenada) qualquer e caminhar 100m;
- 3) Escolher um padrão de rota (virar à esquerda, ou à direita);
- 4) Virar de acordo com o padrão de rota estabelecido, a 90° e caminhar mais 100m;
- 5) Se virou à direita, por exemplo, depois do 100m virar à direita novamente e caminhar por 200m;
- 6) Virar à direita e caminha-se 200m;
- 7) Na próxima virada caminha-se 300m, ou seja, 100m a mais e assim sucessivamente. (CBMESP, 2006, p.84)

Fig. 1 – Método de Busca Quadrado Crescente.



Fonte: CBMESP, 2006.

4

PRODUTOS EDUCACIONAIS PROPOSTOS

Os produtos educacionais são destinados especialmente aos cadetes do primeiro ano da ABMDPII, após a aprendizagem dos seguintes conceitos: círculo, equação do círculo, desigualdades lineares e regiões no plano, sequências numéricas, Teorema do Valor Intermediário (TVI) e método da bisseção para a obtenção de aproximações de raízes de polinômios.

A turma será dividida em grupos de trabalho (GTs). Inicialmente, será passado um texto sobre os métodos de busca a vítimas correspondentes e, a seguir, será aplicada uma das atividades, ou as duas atividades em momentos distintos.

O grupo que primeiro apresentar as respostas corretas com os cálculos necessários será considerado o grupo vencedor, ou seja, o que encontrou a vítima primeiro.

4.1

Produto educacional baseado nos métodos Teórico e de Mattson

A ideia principal da atividade é que os cadetes trabalhem produzindo informações tais como um GPS (Global Position System), para otimizar a busca por pessoas perdidas na mata através dos métodos Teórico e de Mattson de busca a vítimas, adotados pelo Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro (CBMERJ).

A turma poderá ser dividida em até dezoito grupos de trabalho (GTs).

Cada GT deverá obter os dados baseando-se nas tabelas 1, 2 e 3, seguindo a ordem das linhas. Exemplo: GTA – perdido iniciante, sem mochila e em terreno plano; GTB – perdido iniciante, com mochila e em terreno plano e, assim, sucessivamente.

Atividade:

COM BASE NO TEXTO QUE VOCÊ LEU SOBRE OS MÉTODOS DE BUSCA TEÓRICO E DE MATTSON, EMPREGADOS PELO CBMERJ, DÊ O QUE SE PEDE.

Um avião indo do sul de Minas Gerais para o Município de Angra dos Reis, com 8 pessoas (2 tripulantes e 6 estudantes competidores da OBMEP/2024) desapareceu numa floresta no litoral sul do estado do Rio de Janeiro, há cerca de 24 h. Através do sistema de localização de vítimas por sinais emitidos por aparelhos celulares verificou-se que, pela última vez, um sinal foi emitido no ponto A de coordenadas (15,10), expressas em km, de um plano cartesiano cuja origem é a Cachoeira do Escorrega, em Itatiaia, e cujas orientações são: eixo $Oy+$ para o norte, $Oy-$ para o sul, $Ox+$ para o leste e $Ox-$ para o oeste. Seu grupo faz parte da coordenação das equipes de busca e de resgate e precisa encontrar esses perdidos o quanto antes!

OBS.: Considere que as distâncias percorridas pelas vítimas são as menores das tabelas fornecidas e a condição da vítima segue a mesma ordem do seu grupo de trabalho assim, para o Grupo C, por exemplo, será a 3ª condição da tabela 1: vítimas intermediárias, sem mochila, em terreno plano, distância 20 km.

QUESTÃO 1 - A fim de otimizar as buscas, é necessário que a primeira zona de busca seja esboçada por vocês em um plano cartesiano. Para isso, obtenham:

- A) a equação do círculo que dará origem à zona de busca, de acordo com os dados da tabela relativos ao seu grupo;
- B) a inequação da região interna ao círculo da letra A).

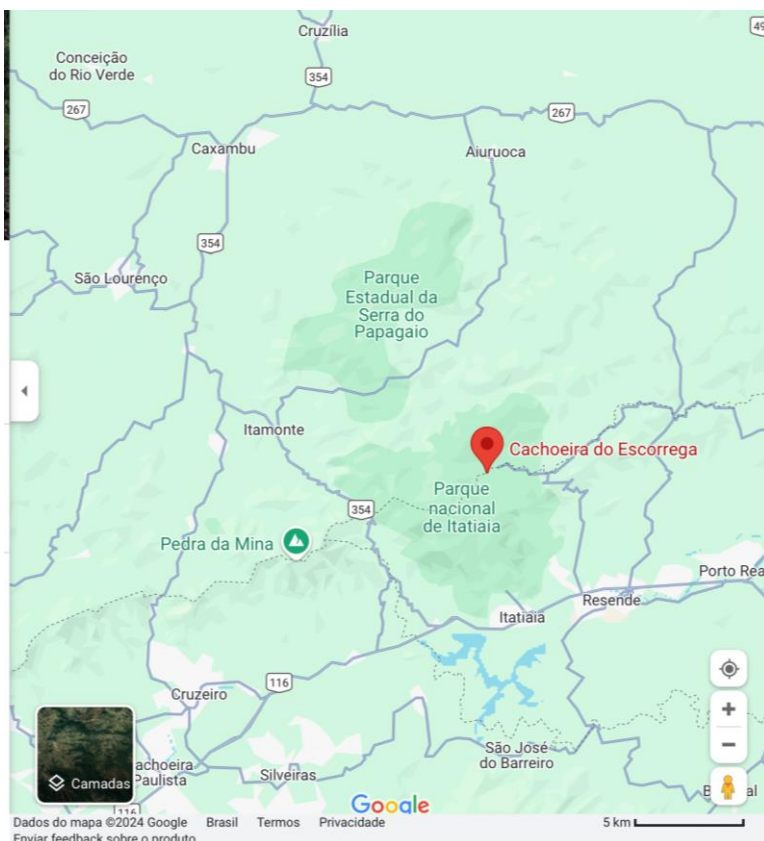
QUESTÃO 2 - Considerem que, em um segundo momento, informações adicionais colhidas pelo posto de comando indicam que os perdidos foram vistos no ponto B de coordenadas (0, -5). Considerando essas novas informações,

- A) verifiquem se o ponto B pertence à região delimitada na questão 1;
- B) obtenham a equação do círculo que dará origem à segunda zona de busca, de acordo com os dados da tabela;
- C) calculem as coordenadas dos pontos de interseção entre os círculos de centro A e de centro B com aproximação menor do que 125 m.
- D) façam o esboço dos círculos de centro A e de centro B.

QUESTÃO 3 – Com base na QUESTÃO 2 e a fim de otimizar as buscas pelos perdidos

- A) escrevam as inequações das três zonas de busca geradas pelos círculos de centro A e de centro B;
- B) esboquem o gráfico dessas três zonas de busca encontradas; e
- C) apliquem o método de Mattson para elegerem uma zona de busca, dentre as três obtidas, na qual as buscas deverão se concentrar. Considerem as informações do enunciado da questão e do mapa abaixo para a seleção da zona de busca e consolidem as informações da aplicação do método de Mattson em uma tabela.

Fig. 2 - Mapa da Cachoeira do Escorrega, Maromba, RJ.



Fonte: Google, 2024.

GABARITO (para o GTA)**QUESTÃO 1**

A) Equação do círculo de centro $A = (15,10)$ e raio $r = 12$ km:

$$(x - 15)^2 + (y - 10)^2 = 144$$

B) Inequação da região interna ao círculo de centro $A = (15,10)$ e raio $r = 12$ km:

$$(x - 15)^2 + (y - 10)^2 < 144$$

QUESTÃO 2

A) $(0 - 15)^2 + (-5 - 10)^2 = 225 + 225 = 450 > 144$, logo, o ponto $B = (0, -5)$ não pertence ao interior do círculo de centro $A = (15, 10)$ e raio $r = 12$ km.

B) Equação do círculo de centro $B = (0, -5)$ e raio $r = 12$ km:

$$x^2 + (y + 5)^2 = 144$$

C) as coordenadas dos pontos de interseção entre os dois círculos, com aproximação menor de 125 m:

Para tal, teremos o sistema formado pelas equações dos dois círculos.

$$\begin{cases} (x - 15)^2 + (y - 10)^2 = 144 \\ x^2 + (y + 5)^2 = 144 \end{cases}$$

Daí, temos que

$$x^2 + y^2 - 30x + 225 - 20y + 100 = 144 \quad (\text{I})$$

$$x^2 + y^2 + 10y + 25 = 144 \quad (\text{II})$$

Fazendo $(\text{I}) - (\text{II})$, temos que

$$-30x - 30y + 300 = 0, \text{ então } x + y - 10 = 0, \text{ então } y = -x + 10 \quad (\text{III}).$$

Substituindo (III) em (II), temos

$$x^2 + (-x + 10)^2 + 10(-x + 10) + 25 = 144$$

$$x^2 + x^2 - 20x + 100 - 10x + 100 + 25 - 144 = 0$$

$$2x^2 - 30x + 81 = 0$$

$$\Delta = 900 - 648 = 252$$

$$\text{Logo, } x_1 = \frac{30 + 6\sqrt{7}}{4} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{30 - 6\sqrt{7}}{4}$$

Para encontrarmos o valor aproximado de $\sqrt{7}$, faremos $g(z) = z^2 - 7$.

Daí, segue que se $z = 2$, temos que $g(2) = z^2 - 7 = 4 - 7 < 0$.

Se $z = 3$, temos que $g(3) = z^2 - 7 = 9 - 7 > 0$.

Logo, como g é uma função contínua em $[2,3]$ e $g(2) < 0 < g(3)$, o Teorema do Valor Intermediário (TVI) nos garante que existe um $z_0 \in (2,3)$ tal que $g(z_0) = 0$.

Para uma aproximação menor do que 500 m, pelo método da Bissecção, temos que $z_0 = \frac{2+3}{2} = 2,5$.

Segue que $g(2,5) = 6,25 - 7 = -3,75 < 0$. Como $g(2,5) < 0 < g(3)$, temos que o TVI, sob a condição anterior para o intervalo $[2,3]$, nos garante que existe um $z_1 \in (2,5 ; 3)$ tal que $g(z_1) = 0$.

Para uma aproximação menor do que 250m, pelo método da Bissecção, temos que $z_1 = \frac{2,5+3}{2} = 2,75$.

Segue que $g(2,75) \cong 7,56 - 7 \cong 0,56 > 0$. Como $g(2,5) < 0 < g(2,75)$, temos que o TVI, sob a condição anterior para o intervalo $[2,3]$, nos garante que existe um $z_2 \in (2,5 ; 2,75)$ tal que $g(z_2) = 0$.

Para uma aproximação menor do que 125m, pelo método da Bissecção, temos que $z_2 = \frac{2,5+2,75}{2} \cong 2,63$.

Daí,

$$x_1 \cong \frac{30 + 6 \times 2,63}{4} = 11,45 \quad \text{e} \quad x_2 \cong \frac{30 - 6 \times 2,63}{4} = 3,56$$

Substituindo em (III), temos

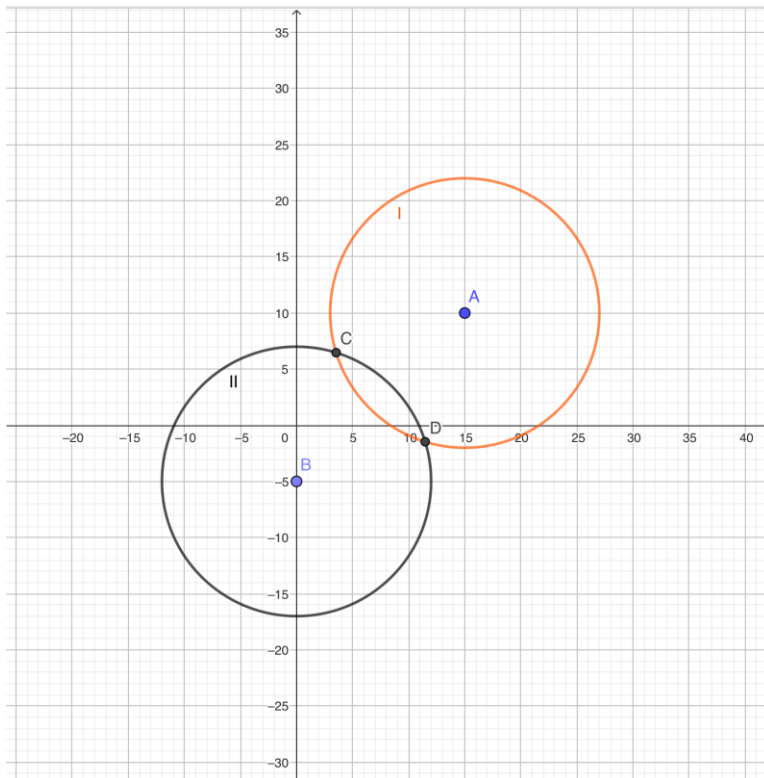
$$y_1 \cong - (11,45) + 10, \text{ então } y_1 \cong -1,45 \text{ e}$$

$$y_2 \cong - (3,56) + 10, \text{ então } y_2 \cong 6,44.$$

Assim, os pontos de interseção são, aproximadamente, $C = (3,56; 6,44)$ e $D = (11,45; -1,45)$.

D) Esboço dos círculos de centro A e B:

Gráfico 10 – Esboço dos círculos de centro A e B e pontos de interseção C e D.



Fonte: o autor, 2024.

QUESTÃO 3

A) Designaremos por

Z_1 : a zona de busca compreendida na região interna ao círculo de centro A e externa ao círculo de centro B.

Z_2 : a zona de busca compreendida na região interna ao círculo de centro B e externa ao círculo de centro A.

Z_3 : a zona de busca compreendida na região interna ao círculo de centro A e ao círculo de centro B.

Daí, temos que:

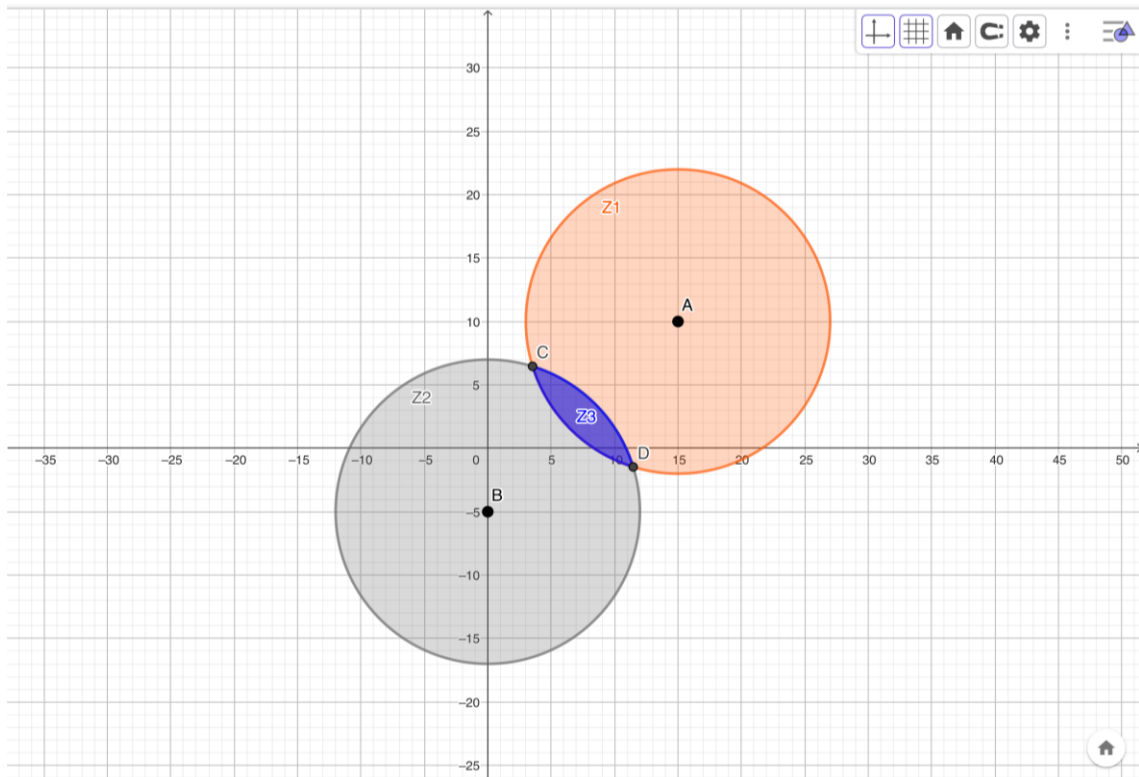
$$Z_1: \begin{cases} (x - 15)^2 + (y - 10)^2 < 144 \\ (x)^2 + (y + 5)^2 > 144 \end{cases}$$

$$Z_2: \begin{cases} (x - 15)^2 + (y - 10)^2 > 144 \\ (x)^2 + (y + 5)^2 < 144 \end{cases}$$

$$Z_3: \begin{cases} (x - 15)^2 + (y - 10)^2 < 144 \\ (x)^2 + (y + 5)^2 < 144 \end{cases}$$

B) Esboço das três zonas de busca obtidas pelos círculos de centro A e de centro B:

Gráfico 11 – Esboço das Zonas de Busca obtidas pelos círculos de centro A e B.



Fonte: o autor, 2024.

C) Exemplo de consolidação dos dados após aplicação do método Mattson entre os integrantes do grupo de trabalho (GT):

Tabela 4 – Exemplo de dados obtidos durante a aplicação do método de Mattson para a seleção da zona de busca.

ZONAS DE BUSCA	% DO INTEGRANTE 1	% DO INTEGRANTE 2	% DO INTEGRANTE 3	MÉDIA (%)
Z₁	30	25	10	21,7
Z₂	30	40	20	30
Z₃	40	35	70	48,3
TOTAL	100	100	100	-

Fonte: o autor, 2024.

No caso acima, a zona de busca selecionada pelo grupo através do método de Mattson foi a Z₃.

4.2

Produto educacional baseado nos métodos de Mattson e Quadrado Crescente

A ideia principal da atividade é que esses alunos trabalhem produzindo informações para otimizar a busca por pessoas perdidas na mata através dos métodos de Mattson na delimitação do setor e Quadrado Crescente na varredura daquele setor. Ao final, também será solicitado que os grupos comparem os resultados obtidos por eles através da aplicação do método Teórico para buscas com e sem o método de Mattson.

Atividade:

COM BASE NO TEXTO QUE VOCÊS LERAM SOBRE O MÉTODO TEÓRICO DE BUSCA, SOBRE O MÉTODO DE MATTSON E SOBRE O MÉTODO DO QUADRADO CRESCENTE, DÊEM O QUE SE PEDE.

Um parapente com 1 pessoa desapareceu numa região de floresta, no município de Paracambi, estado do Rio de Janeiro, há cerca de 10 minutos. Outros praticantes de vôo livre que estavam nas proximidades avistaram o referido parapente, pela última vez, em determinada região plana. Seu grupo é a guarnição de salvamento que está de serviço no Grupamento do município e precisa dar a primeira resposta (busca). Após o recebimento do aviso, vocês aplicaram o método Mattson e elegeram como o setor mais provável para localizar a vítima, o delimitado pelo círculo de centro A, de coordenadas (200, 200), e raio de 300m, de um plano cartesiano cuja origem é o Mirante da Costa Verde, de Paracambi, e cujas orientações são: eixo Oy+ para o norte, Oy- para o sul, Ox+ para o leste e Ox- para o oeste.

QUESTÃO 1 - A fim de iniciar as buscas, é necessário que as rotas a serem seguidas pela sua equipe sejam definidas corretamente por vocês no plano cartesiano, para que todo o setor delimitado pelo método Mattson seja varrido através do método Quadrado Crescente (QC). Para isso, obtenham:

A) a equação do círculo que dará origem ao setor de busca, de acordo com os dados fornecidos;

B) o esboço do círculo da letra A) e dos trechos (segmentos de reta orientados) que serão seguidos pela sua equipe, através do método Quadrado Crescente (*).

OBS.: (*) Para a letra B, tome o sentido de deslocamento, a partir do ponto A, de baixo para cima e da esquerda para a direita e esbocem as rotas de forma que o setor de busca (círculo) esteja totalmente contido na região delimitada pelas rotas do método Quadrado Crescente e que a distância total percorrida seja a menor possível sem alterar as medidas previstas para essas rotas.

QUESTÃO 2 – Para que as buscas ocorram dentro do prazo previsto com base nas tabelas utilizadas no método Teórico, ou seja, de 1 hora, vocês devem

A) identificar a sequência e as subsequências descritas pelas extensões das

rotas do QC, de acordo com as ordens dos segmentos orientados que compõem esse mesmo QC;

B) escrever a função f que relaciona qualquer número $n \in \mathbb{N}$, da ordem de cada rota traçada, com o comprimento dela em metros. Provem que a expressão encontrada se aplica para qualquer $n \in \mathbb{N}$.

C) calcular a velocidade com a qual sua equipe deverá percorrer o Quadrado Crescente até cobrir o círculo do setor de busca no tempo de 1 hora.

QUESTÃO 3 - Com base nas questões anteriores e tomando um QC que cobrirá todo o setor de busca delimitado por um círculo de raio r , cujo comprimento seja um múltiplo de 100, respondam

A) qual é a dimensão da última rota do QC em função de r ;

B) qual é o tempo gasto por uma equipe de resgate, cuja velocidade média de deslocamento em diversos tipos de terreno é de 2,5 km/h, para percorrer as rotas do referido QC.

QUESTÃO 4 – Com base na QUESTÃO 3 e nas tabelas do método Teórico, verifiquem se o uso do método Quadrado Crescente é viável adotando-se somente o método Teórico, ou seja, sem o método Mattson, para delimitação da zona de busca. Utilizem o valor da velocidade de deslocamento da vítima de 2,4km/h.

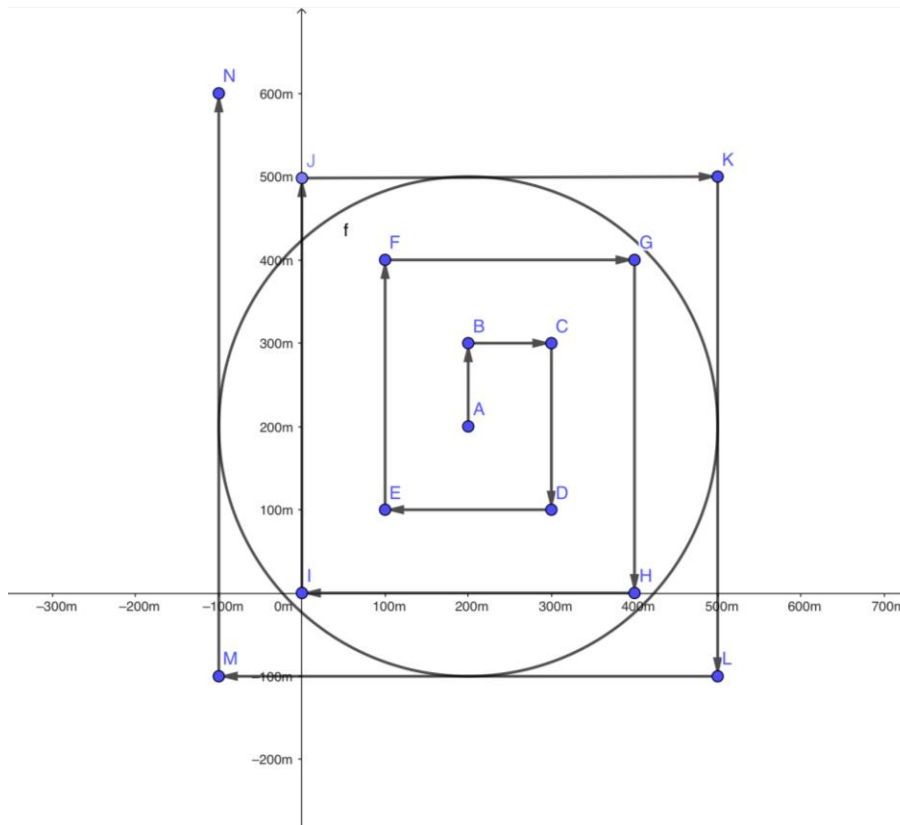
GABARITO

QUESTÃO 1

A) O círculo que delimitará o setor de busca terá como centro o ponto $A = (200,200)$ e raio $r = 300\text{m}$ (para o grupo A). Assim a equação será $(x - 200)^2 + (y - 200)^2 = 90.000$.

B) Esboço do círculo de centro A e dos trechos (segmentos de reta orientados) que serão seguidos pela sua equipe, através do método Quadrado Crescente:

Gráfico 12 – Setor de Busca e rotas do Quadrado Crescente.



Fonte: O autor, 2024.

QUESTÃO 2

A) No método Quadrado Crescente (MQC) a sequência das rotas é dada em metros por 100, 100, 200, 200, 300, 300, ... p. Daí, segue que existem duas subsequências, na forma de PA, uma para os termos de ordem ímpar, outra para os termos de ordem par. As duas subsequências têm os primeiros termos iguais a 100m e as razões também iguais a 100m.

B) Conforme a letra A), temos:

$$a_n = 100 + (k - 1)100 = 100k, \text{ se } n = 2k - 1 \text{ e } k \in \mathbb{N}.$$

$$a_n = 100 + (k - 1)100 = 100k, \text{ se } n = 2k \text{ e } k \in \mathbb{N}.$$

Logo, $a_n = 100k$, se $n = 2k - 1$ ou se $n = 2k$.

Daí, a função f que associa a ordem n da rota do MQC à dimensão dessa rota é dada por

$$\begin{array}{ccc} f: \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ n & \longrightarrow & f(n) \end{array}$$

Com $f(n) = a_n = 100k$, se $n = 2k - 1$, ou $n = 2k$ e $k \in \mathbb{N}$.

PROVA POR INDUÇÃO:

I) Para n ímpar:

Tem-se que $a_n = 100k$, se $n = 2k - 1$ e $k \in \mathbb{N}$.

- Caso base:

$k = 1$, então $n = 1$ e, assim, $a_1 = 100$ m, o que é verdadeiro.

- Passo indutivo:

Hipótese: $a_n = 100k$, se $n = 2k - 1$ e $k \in \mathbb{N}$.

Tese: $a_{n+2} = 100(k+1)$, se $n = 2(k+1) - 1$ e $k \in \mathbb{N}$.

Para obter o próximo termo de ordem ímpar $(n+2)$ na sequência 100, 100, 200, 200, ..., é necessário somar 100 ao último termo de ordem ímpar. Daí, segue que

$a_{n+2} = a_n + 100$. Mas $a_n = 100k$, por hipótese. Logo,

$$a_{n+2} = 100k + 100 = 100(k+1).$$

Assim, $a_n = 100k$, para qualquer $n = 2k - 1$; $k \in \mathbb{N}$.

II) Para n par procede-se de forma análoga a n ímpar. Assim, $a_n = 100k$, para qualquer n par ($n = 2k$; $k \in \mathbb{N}$).

C) Para o cálculo da velocidade para a equipe percorrer todas as rotas do QC, é necessário calcular a distância total a ser percorrida e dividir pelo tempo de 1h.

Podemos calcular a distância total simplesmente somando o módulo dos seguintes segmentos orientados:

$$100 + 100 + 200 + 200 + 300 + 300 + 400 + 400 + 500 + 500 + 600 + 600 + 700 = 4.900\text{m} = 4,9 \text{ km}$$

Daí, para o tempo de 1 hora, tem-se

$$v = \frac{4,9}{1}$$

$$v = 4,9 \text{ km/h}$$

QUESTÃO 3

A) Note pela letra A) da QUESTÃO 1 que para que um círculo de raio r as rotas devem alcançar, minimamente, as dimensões de uma região que contenha esse círculo. Tomando por base que um quadrado circunscrito a um círculo tem lado igual a duas vezes o raio r desse mesmo círculo, e que no QC não existem quatro rotas de mesmo tamanho, a cobertura do setor de busca então ocorrerá quando as dimensões das rotas forem, respectivamente, $2r$, $2r$, $2r + 100$, sendo essas rotas as últimas três do QC (ver QUESTÃO 1). Assim, a última rota do QC que cobre um círculo de raio r , tem dimensão igual a $2r + 100$, tal que $r = 100q$ e $q \in \mathbb{N}$.

B) Tem-se, pela letra A) da QUESTÃO 2 que existem duas PA, uma para os termos de ordem par, outra para os termos de ordem ímpar, com os primeiros termos iguais a 100m e com as razões iguais a 100m.

É necessário calcular, então, a soma da P.A. de termos de ordem ímpar até o valor de $2r + 100$, e a soma da PA de termos de ordem par, até o valor de $2r$, conforme dados obtidos na letra A), tal que $r = 100q$ e $q \in \mathbb{N}$.

Calculando o valor de n ímpar:

$$2r + 100 = 100 + (n_i - 1) \cdot 100$$

$$n_i = \frac{2r + 100 - 100}{100} + 1 \Rightarrow n_i = \frac{(r + 50)}{50},$$

Calculando o valor de n par:

$$2r = 100 + (n_p - 1) \cdot 100 \Rightarrow n_p = \frac{2r - 100}{100} + 1 \Rightarrow n_p = \frac{r}{50}$$

Daí, temos as somas dos n primeiros termos das PA:

I) De termos de ordem ímpar:

$$S_{ni} = (100 + 2r + 100) \cdot \frac{(r + 50)}{2 \times 50} \Rightarrow S_{ni} = \frac{(100 + r)(r + 50)}{50}$$

II) De termos de ordem par:

$$S_{np} = (100 + 2r) \cdot \frac{r}{2 \times 50} \Rightarrow S_{np} = \frac{(r + 50)r}{50}$$

Assim, distância total a ser percorrida pela equipe de resgate, é de

$$S_{\text{total}} = \frac{(50 + r)(100 + r + r)}{50} \Rightarrow S_{\text{total}} = \frac{(50 + r)(100 + 2r)}{50} \text{ m} \Rightarrow$$

$$S_{\text{total}} = \frac{(50 + r)^2}{25}, \text{ com } r \text{ em metros} \Rightarrow$$

$$S_{\text{total}} = \frac{(50+r)^2}{25000}, \text{ com } r \text{ em km}$$

Daí, para achar o tempo que a equipe levará para percorrer o QC, em horas, tem-se que

$$2,5 = \frac{(50+r)^2}{25.000t} \Rightarrow t = \frac{(50+r)^2}{62.500} \text{ h, com } r \text{ em metros e } r = 100q; q \in \mathbb{N}.$$

QUESTÃO 4

Adotando diretamente pelo método Teórico um raio $r = 2,4 \text{ km} = 2400\text{m}$, a equipe de resgate levaria o tempo de

$$t = \frac{(50+2.400)^2}{62.500} \Rightarrow t = \frac{(2.450)^2}{62.500} \Rightarrow t \cong 96\text{h}$$

Assim, de acordo com o tempo obtido, a busca pelo método Quadrado Crescente sem o método Mattson é inviável para a guarnição de serviço pois em 96h (4 dias) de busca o raio do círculo delimitado pelo método Teórico já passaria, de acordo com a tabela 1 do mesmo método, para o valor de $12 \text{ km} \times 4 = 48 \text{ km}$.

CONCLUSÃO

Os produtos educacionais apresentados podem trazer contribuições tanto para o aprendizado do aluno, quanto para os métodos de busca a vítimas perdidas em matas, no sentido de fornecer fundamentos matemáticos que podem ser aplicados nas diversas fases do socorro real.

Como sugestão complementar, uma atividade prática (em campo) em um ambiente de risco controlado com as equipes de alunos previamente divididas e a missão de encontrar uma vítima (um boneco), poderia reforçar a aprendizagem com relação aos produtos educacionais apresentados.

Uma oportunidade trazida pelo tema é a criação de um aplicativo de busca e resgate de vítimas perdidas em matas onde os dados colhidos pelas equipes de resgate seriam lançados e as informações obtidas pelos produtos educacionais seriam geradas automaticamente.

Outras oportunidades podem ser também objetos de outros temas tais como, por exemplo, a criação de um novo método de busca a vítimas perdidas em matas baseado no método da bisseção.

Finalmente, cabe ressaltar que os produtos educacionais criados não esgotam as possibilidades para se trabalhar os métodos de busca aqui abordados. Deve ser levado em conta que as diferentes situações reais da atividade de bombeiro impõem outros tipos de variáveis não mencionadas aqui, como a existência, por exemplo, de obstáculos naturais no terreno que dificultam o trabalho das equipes de resgate.

REFERÊNCIAS

BOMBEIROS.COM.BR. Manual de Busca e Salvamento em Cobertura Vegetal de Risco. Disponível em: <<https://www.bombeiros.com.br/imagens/manuais/manual-33.pdf>>. Acesso em: 03 set. 2024.

BRASIL. Ministério da Justiça. Secretaria Nacional de Segurança Pública. Matriz Curricular Nacional. Disponível em: <https://www.gov.br/mj/pt-br/assuntos/sua-seguranca/seguranca-publica/ensino-e-pesquisa/sitenovo/matrizcurricularnacionalversaofinal_2014.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2024.

_____. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: ensino médio. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file>> . Acesso em: 16 dez. 2024.

DELGADO, J. ; FRENSEL, K. ; CRISSAF, L. **Geometria analítica**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2017. 380 p.

ELIAS, R. ; ROCHA, S. Seca no Amazonas: pescador idoso é resgatado após ficar 3 dias encalhado em buraco de lama no rio Solimões. **G1 AM**, ago. 2024. Disponível em: <<https://g1.globo.com/am/amazonas/noticia/2024/08/01/seca-no-amazonas-pescador-idoso-e-resgatado-apos-ficar-3-dias-encalhado-em-buraco-de-lama-no-rio-solimoes.ghtml>>. Acesso em: 15 set. 2024.

FREITAS, R. P. ; MOREIRA, L. E. F. B. Aplicações da matemática nos métodos de busca a vítimas perdidas em matas. **Anais do Encontro Mineiro do PROFMAT**, Minas Gerais, nov. 2024. Disponível em: <<https://www.even3.com.br/anais/ii-encontro-mineiro-do-profmat-309572/968621-APLICACOES-DA-MATEMATICA-NO-S-METODOS-DE-BUSCA-A-VITIMAS-PERDIDAS-EM-MATAS>>. Acesso em: 31 jan. 2025.

GOMÉZ, J. D. **Geometria analítica I**. 3. ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. 284 p.

_____. **Pré-cálculo**. 4. ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2007. v.2. 230 p.

IEZZI, G.; et al . **Fundamentos de matemática elementar**. São Paulo: Atual, 1978. v.7. 229 p.

MALTA, I. ; LOPES, H. ; PESCO, S. **Cálculo a uma variável** : uma introdução ao cálculo. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier: PUC - Rio, 2015. v.1. 470 p.

MELLO, N.F.D. **Sequências numéricas recursivas nos anos finais do ensino fundamental**: introdução à álgebra através de generalizações. 2024. 90 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Instituto Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2024.

MORGADO, A. C. ; CARVALHO, P. C. P. **Matemática discreta**. 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2023. 324 p.

POMBO JUNIOR, D. P. P. **Cálculo I**. 3. ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. v.1. 146 p.

_____. **Cálculo I**. 2. ed. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010. v.2. 130 p.

RIO DE JANEIRO (Estado). Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro. Anuário 2023. Ed. 2024. Disponível em: <<https://www.cbmerj.rj.gov.br/cbmerj-apresenta-a-8a-edicao-do-anuario%E2%81%A3/>>. Acesso em: 02 set. 2024.

_____. Lei nº 250, de 02 de julho de 1979. Dispõe sobre a organização básica do Corpo de Bombeiros do Estado do Rio de Janeiro. Disponível em: <http://dgf.rj.gov.br/legislacoes/Leis_Estaduais/Lei_Estadual_N____0250.pdf>. Acesso em: 06 jun. 2024.

_____. Corpo de Bombeiros Militar do Estado do Rio de Janeiro. Manual 07 salvamento em montanhas. Disponível em: <https://intranet.cbmerj.rj.gov.br/sistemas/manuaisOperacionais//manuaisoperacionais/Manual_07_Salvamento_em_Montanha_Final.pdf#page122>. Acesso em: 10 set. 2024.

SEARA, B. Quase 50% dos chamados recebidos pelos bombeiros do Rio em 2022 eram trotes. **O Extra**, Rio de Janeiro, jul. 2023. Disponível em: <<https://extra.globo.com/blogs/extraextra/post/2023/07/quase-50percent-dos-chamados-recebidos-pelos-bombeiros-do-rio-em-2022-eram-trotes.ghlml>>. Acesso em: 15 set. 2024.

SANTOS, A. De P. Do N. **Sistema de posicionamento global, GPS**: uma alternativa para o ensino de geometria analítica para o ensino médio. 56 f. 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT). Universidade Federal do Ceará, Ceará, 2023.