



Marianna Iemini Lamosa

**Desempenho dos Fatores de Risco no Brasil:
Uma Investigação sobre Valor, Tamanho e Momento**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Administração de Empresas do Departamento de Administração da PUC-Rio

Orientador: Marcelo Cabús Klötzle

Rio de Janeiro,

Março de 2025



Marianna Iemini Lamosa

**Desempenho dos Fatores de Risco no Brasil:
Uma Investigação sobre Valor, Tamanho e Momento**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Administração de Empresas da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Marcelo Cabús Klötzle

Orientador

Departamento de Administração – PUC-Rio

Prof. Carlos Bastian

Departamento de Administração – PUC-Rio

Prof. Henrique Castro Martins

EAESP FGV

Rio de Janeiro, 14 de março de 2025

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial do trabalho, é proibida sem a autorização da universidade, da autora e do orientador.

Marianna lemini Lamosa

Graduou-se em Engenharia de Produção na PUC-Rio (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro) em 2021. Participou de um programa de dupla diplomação com a École Centrale de Lille, obtendo o diploma de engenheira (grade master) no mesmo ano. Em 2022, também se graduou em Ciências Econômicas pela UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro). Concluiu, em janeiro de 2025, a pós graduação Curso de Formação para Ênfase – Engenharia de Produção fornecido pela Universidade Petrobras.

Ficha Catalográfica

Lamosa, Marianna lemini

Desempenho dos fatores de risco no Brasil : uma investigação sobre valor, tamanho e momento / Marianna lemini Lamosa ; orientador: Marcelo Cabús Klötzle. – 2025.

93 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Administração, 2025.

Inclui bibliografia

1. Administração – Teses. 2. Investimentos em fatores. 3. Mercado brasileiro. 4. Renda variável. 5. Fama e French. 6. Carhart. I. Klötzle, Marcelo Cabús. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Administração. III. Título.

CDD: 658

Agradecimentos

Ao meu orientador Marcelo Cabús Klötzle, pela confiança, conhecimento, orientação e estímulo para que este trabalho se tornasse uma realidade.

À minha mãe, que sugeriu o início desta jornada, e ao meu pai por todo incentivo, suporte, amor e carinho ao longo da minha vida tanto pessoal quanto profissional.

A toda a minha família, pela torcida, carinho e convicção.

Ao meu namorado, amigos e colegas de trabalho, pelo apoio, sugestões e companheirismo.

Aos colegas da PUC-Rio, pelas ideias e aulas compartilhadas, bem como pela oportunidade de conviver com pessoas de experiências e afinidades tão distintas.

A todos os professores do IAG / PUC-Rio, que contribuíram para minha formação, pelos ensinamentos e discussões enriquecedoras. Também, a todos os funcionários, que estiveram sempre dispostos a ajudar.

E a todos aqueles que de uma forma ou de outra, direta ou indiretamente, contribuíram ou me ajudaram durante a realização deste trabalho.

Resumo

Lamosa, Marianna Iemini; Klötzle, Marcelo Cabús. **Desempenho dos Fatores de Risco no Brasil: Uma Investigação sobre Valor, Tamanho e Momento**. Rio de Janeiro, 2025. 93 p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A precificação de ativos é um tema amplamente discutido na literatura financeira devido à dificuldade de representar a complexidade do mercado por meio de um modelo teórico. Ao longo dos anos, a teoria foi evoluindo para modelos multifatoriais, que incorporam diversas variáveis para melhor explicar as diferenças de retornos. Entre eles, os modelos de Fama e French (1992) e de Carhart (1997) ganharam popularidade, especialmente entre investidores institucionais, impulsionando estratégias como o *Smart Beta*, que otimiza portfólios sem a necessidade de seleção ativa de ativos. Nesse contexto, este estudo investiga a aplicabilidade do modelo de quatro fatores no mercado acionário brasileiro e avalia o desempenho de carteiras construídas com base nos mesmos. A análise, realizada no período de 2001 a 2024, evidenciou a influência do ciclo econômico na dinâmica de performance dessas carteiras. O fator HML apresentou reversão de desempenho ao longo do tempo, enquanto o SMB indicou um prêmio positivo para empresas menores. Por fim, o fator WML foi o que gerou um dos melhores retornos no longo prazo com as ações vencedoras. Assim, os resultados reforçam a relevância dos modelos multifatoriais na precificação de ativos, embora ainda haja divergências na interpretação dos prêmios de risco no mercado brasileiro.

Palavras-chave

Investimentos em fatores; mercado brasileiro; renda variável; Fama e French; Carhart

Abstract

Lamosa, Marianna Iemini; Klötzle, Marcelo Cabús (Advisor). **Performance of Risk Factors in Brazil: An Investigation of Value, Size, and Momentum**. Rio de Janeiro, 2025. 93 p. Master's Dissertation - Departamento de Administração, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Asset pricing has been widely discussed in financial literature due to the complexity of accurately representing the market dynamics through theoretical models. Over the years, the financial theory has evolved into multifactor models that incorporate several variables to better explain the return differences. Among them, the models by Fama and French (1992) and Carhart (1997) have gained popularity, especially among institutional investors, driving strategies such as Smart Beta, which optimizes portfolios without the need for stock picking. With this in mind, this study investigates the applicability of the four-factor model in the Brazilian stock market and evaluates the performance of portfolios constructed based on those factors. This analysis, covering the period from 2001 to 2024, highlighted the influence of economic cycles on the performance dynamics of the portfolios. The HML factor showed a reversal in the performance trend over time, while SMB indicated a positive premium for smaller companies. Last but not least, the WML factor generated one of the best long-term returns with winners' stocks. Those results reinforce the relevance of multifactor models in asset pricing, although divergences in the interpretation of risk premiums in the Brazilian market persist.

Keywords

Factor investing; Brazilian market; equities; Fama and French; Carhart

Sumário

1.	Introdução	1
1.1.	Objetivos	4
1.1.1.	Objetivo do Estudo	4
1.1.2.	Objetivos intermediários	4
1.2.	Relevância do estudo	5
1.3.	Delimitação do estudo	6
2.	Referencial Teórico	8
2.1.	Gestão ativa versus Gestão passiva	8
2.2.	Medida de risco para um ativo financeiro	11
2.2.1.	Abordagem de Sharpe e o CAPM	11
2.2.2.	Abordagem Intertemporal de Merton	13
2.2.3.	Os fatores de Fama e French	14
2.2.4.	O fator Momentum	19
2.2.5.	O surgimento desenfreado de Fatores	23
2.2.6.	A nova Fronteira Eficiente	25
2.3.	Aplicações no Mercado Brasileiro	26
2.3.1.	O modelo de três fatores	27
2.3.2.	O modelo de quatro fatores	29
2.3.3.	O modelo de cinco fatores	31
2.3.4.	Modelos Alternativos	36
3.	Metodologia	38
3.1.	Métodos de Regressão Penalizada	38
3.2.	Fonte dos Dados	44
3.3.	Análise dos Dados	44

3.4. Limitações	45
4. Discussão dos Resultados	47
4.1. Tratamento dos dados	48
4.2. Variação dos Betas	48
4.3. Definição dos Parâmetros	50
4.3.1. Número de meses na regressão	50
4.3.2. Frequência de rebalanceamentos	51
4.4. Análise dos Resultados	53
4.4.1. Análise dos Fatores de Risco	53
4.4.2. Análise de Consistência	62
4.4.3. Análise das Carteiras	65
5. Conclusão	69
6. Referências Bibliográficas	72
APÊNDICES	78
APÊNDICE A – EMPRESAS UTILIZADAS	79

Lista de Figuras

Figura 1 – Motivações do uso de estratégias de <i>Smart Beta</i> e Fatores	3
Figura 2 – Explicação da performance de Fundos de Ações	22
Figura 3 – Surgimento de novos fatores de risco	24
Figura 4 – Fronteira Eficiente Multifatorial: modelo de dois fatores	25
Figura 5 – Exibição esquemática da validação cruzada <i>k-fold</i>	40
Figura 6 – Frequência de seleção de fatores pelo método Lasso	43
Figura 7 – Distribuição setorial das ações utilizadas	47
Figura 8 – Evidência de erro na Base de Dados	48
Figura 9 – Variação dos Betas	49
Figura 10 – Análise do Fator de Risco HML	54
Figura 11 – Análise do <i>Drawdown</i> das carteiras <i>high value</i> e <i>low value</i>	55
Figura 12 – Rentabilidade dividida em dois subperíodos	56
Figura 13 – Análise do Fator de Risco SMB	58
Figura 14 – Análise do <i>Drawdown</i> das carteiras <i>small</i> e <i>big</i>	59
Figura 15 – Análise do Fator de Risco WML	60
Figura 16 – Análise do <i>Drawdown</i> das carteiras <i>winner</i> s e <i>loser</i> s	61
Figura 17 – Análise de Consistência de 2003 a 2013	63
Figura 18 – Análise de Consistência de 2014 a 2023	64
Figura 19 – Risco-retorno de carteiras simuladas expostas a 2 fatores	65
Figura 20 – Histograma de seleção de ações para cada carteira	66
Figura 21 – Dispersão setorial das carteiras atreladas ao fator HML	67
Figura 22 – Dispersão setorial das carteiras atreladas ao fator SMB	67
Figura 23 – Dispersão setorial das carteiras atreladas ao fator WML	68

Lista de Tabelas

Tabela 1 – P-valor das regressões setoriais	34
Tabela 2 – Resultados dos métodos de regressão penalizada	42
Tabela 3 – Exposição aos fatores de risco em função do número de meses na regressão penalizada	51
Tabela 4 – Exposição aos fatores em função da frequência de rebalanceamento	52
Tabela 5 – Exposição das carteiras <i>high value</i> e <i>low value</i> aos fatores de risco	57
Tabela 6 – Exposição das carteiras <i>small</i> e <i>big</i> aos fatores de risco	60
Tabela 7 – Exposição das carteiras de <i>winner</i> s e <i>loser</i> s aos fatores de risco	62

Lista de Equações

Modelo de Sharpe (CAPM)	12
Equação de Merton (ICAPM)	14
Modelo de Três Fatores	15
Modelo de Dividendos Descontado	16
Modelo de Cinco Fatores	17
Modelo de Quatro Fatores	20
Regressão de Ridge	39
Validação cruzada K-fold	40
Regressão de Lasso	41
Rede Elástica	41
Retorno Logarítmico	45
Teste de Hipótese dos Betas	49

1. Introdução

A busca pela compreensão de estratégias de investimento e formação ideal de carteiras não é um problema de pesquisa recente. Na academia, essa questão vem sendo discutida desde a década 1950 com Markowitz, que introduziu o conceito de fronteira eficiente, atingida através da diversificação de ativos (FARIA et al., 2011; MARKOWITZ, 1952).

Modelos tradicionais de alocação são geralmente centrados na captura de prêmios de risco oferecidos pelas diferentes classes de ativos. O primeiro modelo de precificação de ativos surgiu com Sharpe (1964) e Lintner (1965), conhecido como CAPM (*Capital Asset Pricing Model*, em inglês). Entretanto, diversos estudos foram desenvolvidos para testar a aplicabilidade do modelo. Nesse sentido, outras características específicas dos ativos foram testadas para explicar a diferença de retornos, o que originou posteriormente os modelos multifatoriais (MCGRATTAN; JAGANNATHAN, 1995; FARIA et al., 2011). Nesse contexto, nas décadas de 1980 e 1990, fatores como tamanho, valor e *momentum* se mostraram capazes de gerar retornos não explicados pelo modelo de precificação de ativos existente até então (BLITZ; HANAUER, 2020).

Por muitas décadas, a estratégia preferida dos gestores envolvia uma escolha setorial ou até geográfica, isto é, focada em determinados países. Contudo, nos últimos anos, o investimento baseado em fatores de risco ganhou bastante popularidade, em especial entre os investidores institucionais. Tal já que é considerado um método mais estável para se projetar um portfólio (BLITZ; VIDOJEVIC, 2019; BESSLER; TAUSHANOV; WOLFF, 2021; LEE; SALERNO, 2023).

Ao longo dos anos, pesquisadores identificaram empiricamente uma série de variáveis determinantes para o esperado retornos de ativos de forma sistemática. Assim, uma nova maneira de diversificação de portfólio atrai a atenção dos investidores, baseada nessas variáveis identificadas. Eis que surge uma nova estratégia de investimento conhecida como “*Smart Beta*” prometendo melhorar o desempenho do portfólio sem que seja incorrido algum risco adicional. Em outras palavras, seria possível obter

retornos superiores aos do mercado de forma sistemática, com $\beta=1$, menor custo e sem a necessidade de selecionar os ativos individualmente (*stock picking*, em inglês), como é o caso da maioria dos gestores ativos do mercado (BLITZ; VIDOJEVIC, 2019; BESSLER; TAUSHANOV; WOLFF, 2021; MALKIEL, 2014; The Economist, 2018).

Esses fundos podem estar expostos a um ou mais fatores de risco. Com a evolução do mercado, atualmente é mais comum encontrar estratégias multifatoriais uma vez que um fator isolado pode enfrentar períodos prolongados abaixo do *benchmark*. Atualmente, existem cinco já bem estabelecidos que influenciam o comportamento das ações: (i) tamanho; (ii) valor; (iii) dividendos; (iv) baixa volatilidade e (v) *momentum*. Não obstante, salienta-se que não são apenas os fundos *Smart Beta* que se expõem a tais fatores. Um estudo realizado pelo MSCI revelou que mais da metade da performance de fundos de gestão ativa podem ser explicadas por eles, mesmo que processo de seleção dos ativos varie consideravelmente. Nesses casos, os gestores ativos usam diversos tipos de dados, análises, experiência e até sentimentos para determinar em qual ação investir, o que eleva a complexidade do processo (Revista Indexology, 2017; The Economist, 2018; FRANCO, 2020).

É importante ressaltar que a indústria de fundos de investimento, tanto no Brasil quanto no exterior, vem se desenvolvendo, aumentando o grau de especialização de seus participantes e intensificando a competição entre os agentes (FARIA et al., 2011). Isso, por sua vez, aumenta a pressão para em cima das estratégias de seleção ativa de ações, que necessita cada vez mais elevar sua própria taxa de sucesso, o que não é uma tarefa trivial (FRANCO, 2020).

Nesse contexto, uma das principais motivações para o crescimento das estratégias de *Smart Beta* foi a demanda dos investidores por estratégias lucrativas, visando alcançar seus objetivos em um período no qual as expectativas de retorno de longo prazo estavam mais baixas do que se era visto historicamente. Em tal contexto, identificar as características

adequadas de risco-retorno é fundamental para atender às obrigações de longo prazo (Revista Indexology, 2017).

A estratégia ganhou bastante tração nos últimos anos, chegando a um AUM (*Assets Under Management*, em inglês) de US\$ 500 bilhões em 2017 e US\$ 658 bilhões em 2018 (Revista Indexology, 2017; The Economist, 2018). Segundo a *survey* realizada por Le Sourd e Martellini (2021), 37% dos entrevistados já utilizam essas soluções, enquanto 23% estão considerando investir num futuro próximo. A motivação mais importante por trás da adoção de estratégias de fatores é a melhora do desempenho, seguida pelo gerenciamento de risco. A figura 01 mostra em uma escala de 0 a 5 as motivações chaves ao longo dos anos.

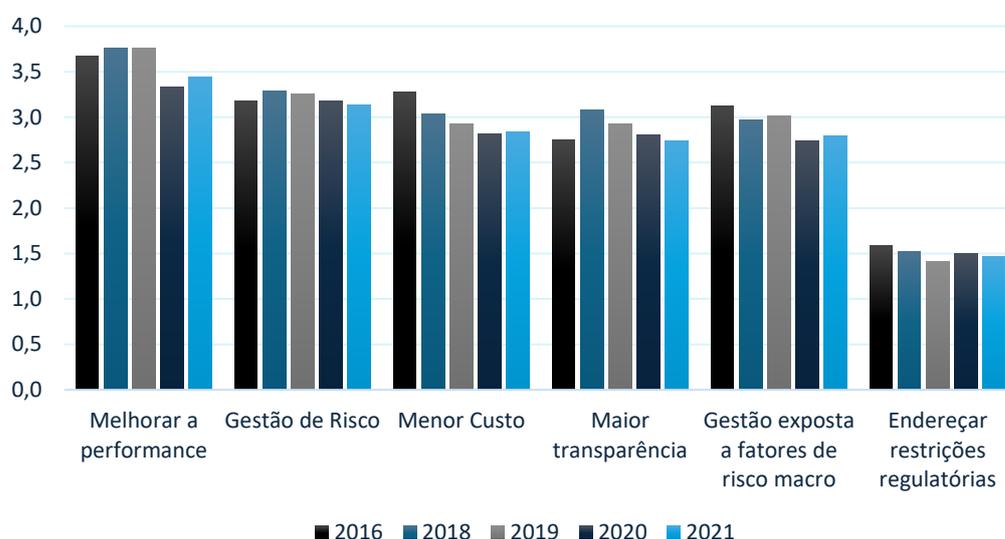


Figura 1 – Motivações do uso de estratégias de *Smart Beta* e Fatores

Fonte: Le Sourd e Martellini (2021)

Além disso, a pesquisa em questão também expõe que o uso mais frequente de fatores pelos investidores é objetivando, de forma estratégica, capturar prêmios de longo prazo. Demais usos como: (i) uso dinâmico baseado em variações no risco do fator; (ii) uso tático baseado nos regimes macroeconômicos; e (iii) uso tático baseado em expectativas de retorno de curto prazo são menos frequentes (LE SOURD; MARTELLINI, 2021).

No entanto, cabe ressaltar que a análise de fatores pode ser aplicada em diversos mercados. Os resultados obtidos por Lee e Salerno (2023)

revelaram, por exemplo, que portfólios "direcionados a fatores" têm índices de Sharpe mais altos e mais estáveis do que metodologias de alocação tradicionais, que em geral envolvem suposições sobre retornos esperados e erros de precificação. Le Sourd e Martellini (2021) também dedicaram uma seção de seu estudo para investimento em fatores ou *Smart Beta* voltados para renda fixa, algo que já utilizado por 15% de sua amostra total. Não obstante, esse tipo de investimento ainda está em fase de análise, com pouca familiaridade por parte dos investidores, baixa convicção e falta de produtos que atendam às necessidades.

Apesar dos esforços da academia em responder se o investimento em fatores de fato agrega valor de forma consistente ao longo do tempo, ainda existem diversas questões que ainda não foram totalmente esclarecidas. Lee e Salerno (2023) ressaltam algumas delas: (i) portfólios baseados em fatores superam a abordagem tradicional de construção de portfólios? (ii) como determinar a exposição ideal aos vários riscos? e (iii) como fatorar exposições a carteiras de ativos de forma simples e robusta?

Nesse contexto, embora seja um assunto já bastante abordado na literatura, novos estudos se fazem necessários para uma melhor compreensão. Deste modo, o estudo pretende contribuir para a primeira questão levantada acima: portfólios baseados em fatores superam a abordagem tradicional de construção de portfólios?

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo do Estudo

O objetivo principal deste trabalho é identificar carteiras de ações brasileiras que repliquem adequadamente os fatores de risco do modelo de Fama e French (1992) e de Carhart (1997) para comparar sua performance ao longo do tempo com o mercado.

1.1.2. Objetivos intermediários

Para que o objetivo central seja atingido, alguns objetivos específicos: (i) identificar quais ações são mais expostas a cada fator de risco; (ii) definir carteiras que representem adequadamente cada fator; e (iii) analisar o desempenho dessas carteiras.

1.2. Relevância do estudo

Todo investidor que investe de maneira ativa na bolsa de valores acredita ser capaz de obter retornos superiores ao *benchmark*. Contudo, esta não é uma tarefa fácil, uma vez que o único conselho que pode ser aplicado a todos em relação a construção de portfólio é "manter o mercado". Isso pois, não é possível que todos consigam retornos superiores ao mercado e sejam mais inteligentes que a média (COCHRANE, 2011).

Nesse contexto, a existência de diferentes fatores a serem considerados é que dá razão para a indústria de fundos personalizados existir. As oportunidades variam ao longo do tempo, criando mais fatores à medida que os hábitos deslocam a aversão ao risco de alguns investidores ao longo do tempo mais ou menos do que outros. Nesse sentido, encontrar fatores não precificados adequadamente é relevante para a busca de retornos anormais. A academia deve compreender a variação nos riscos que podem ser protegidos por fatores sistemáticos e encontrar portfólios de baixo custo que abranjam tal variação (COCHRANE, 2011).

Além disso, cabe salientar que mesmo um investidor que não adota essa abordagem em sua tomada de decisão também está exposto aos mesmos fatores, mesmo que inconscientemente (The Economist, 2018). Decisões em relação tanto à exposição aos fatores quanto à composição de portfólio influenciam o perfil de risco-retorno de um investimento. Logo, é necessário examinar ambas as esferas detalhadamente para determinar qual abordagem se adequa melhor necessidade do investidor (Revista Indexology, 2017).

Na prática, os gestores criam suas carteiras conforme suas preferências e restrições. Desse modo, eventualmente são gerados portfólios com exposição elevada a certos fatores e que, nem sempre, são recompensados adequadamente visto o risco assumido (BLITZ; VIDOJEVIC, 2019).

Nesse sentido, este estudo também contribui para o debate acadêmico entre gestão ativa e passiva, bem como a eficiência do

investimento em fatores aplicado ao mercado brasileiro, visto que grande maioria dos estudos está voltada para o mercado norte americano ou europeu.

1.3. Delimitação do estudo

O escopo deste trabalho está voltado para o mercado acionário, mesmo que haja diversos estudos e abordagem de fatores em outras classes de ativos, como no mercado de dívida. Além disso, a abordagem também poderia ser aplicada para alocação de ativos e gestão de portfólios diversificados como foi o caso avaliado por Lee e Salerno (2023).

A busca por fatores que explicassem os retornos das ações proliferou significativamente nos últimos 30 anos, culminando numa gama extensa de mais de 300 fatores propostos pela comunidade acadêmica. Fatores que, inclusive, podem ser dependentes, representando, assim, o mesmo risco (HARVEY; LIU; ZHU, 2016). Nesse sentido, é necessário ter disciplina para identificar se de fato um determinado fator adiciona poder explicativo para a precificação de ativos (FENG et al., 2020).

Em seus estudos, Feng et al. (2020) aplicam sua metodologia de maneira recursiva para distinguir quais fatores se mostram úteis e não redundantes à medida que são introduzidos na literatura. Seus resultados empíricos mostram que, dentre 125 candidatos mapeados desde 1994, apenas 17 fatores se destacam.

Há ainda quem argumente que os investidores deveriam considerar apenas os fatores amplamente aceitos de Fama-French, e que os demais são essencialmente oriundos da mineração de dados e não baseado em evidências. Além disso, grande parte desses fatores adicionais são redundantes, sem robustez e, em certos casos, não conseguem nem ser replicados adequadamente (BLITZ; HANAUER, 2020; SWADE et al., 2023). Por esse motivo, o trabalho irá se concentrar apenas no modelo de 4 fatores, que serão mais aprofundados posteriormente.

Por fim, vale mencionar a crítica de Cochrane (2011) em relação à importância que se dá ao retorno esperado de ativos. Muitos esforços da academia foram se dedicados a compreender tal retorno esperado via

covariâncias estatísticas, enquanto grande parte da variação de preços vem das notícias sobre o fator de desconto. Focar em retornos esperados e betas ao invés de preços e fluxos de caixa descontados só faz sentido em um mundo de dois períodos ou de variáveis independentes e identicamente distribuídas. No entanto, em um mundo com taxas de desconto variáveis ao longo do tempo, essa análise faz menos sentido.

Nesse contexto, o autor sugere que o investidor de longo prazo deve se concentrar no fluxo de dividendos ao invés de focar nos retornos de um único período. Isso pois, pensar diretamente nos dividendos proporciona uma noção de quão arriscado é investir no mercado de ações para um investidor de longo prazo. Se o foco é apenas nos dividendos, não há necessidade de se preocupar com quando os preços das ações subirão ou cairão em relação aos dividendos, mas sim com os eventos econômicos que podem levar à queda dos dividendos (COCHRANE, 2021).

2. Referencial Teórico

O processo de seleção de um portfólio é dividido em duas fases. Primeiramente, a observação e a experiência levam à escolha de uma combinação de ativos. Posteriormente, baseado na crença sobre o desempenho futuro desses ativos, culmina-se na escolha de alocação em si, que leva em consideração não somente o retorno esperado, mas também sua variância. Nesse sentido, o investidor para maximizar seu retorno deveria diversificar seus investimentos entre diversos ativos para minimizar sua variância. Assim, institui-se um trade off entre risco e o retorno esperado (MARKOWITZ, 1952). Contudo, a busca pela compreensão de como os riscos influenciam a precificação dos ativos e, conseqüentemente, o equilíbrio de mercado vem apenas com o trabalho de Sharpe em 1964. Até então, não havia uma teoria que descrevesse a maneira pela qual o preço do risco resulta das preferências dos investidores e dos atributos dos ativos (SHARPE, 1964).

2.1. Gestão ativa versus Gestão passiva

Nos EUA, o desempenho dos gestores de fundos de renda variável ativos como classe desvia substancialmente do S&P 500 de forma sistemática. No final do século passado, muitos fundos ficaram aquém do S&P 500, o que levou muitos investidores a buscarem fundos de índice (passivos) (IKENBERRY; SHOCKLEY; WOMACK, 1998). Essa migração de recursos continuou pelas décadas seguintes, culminando em 2019 em que, pela primeira vez, os fundos passivos no EUA alcançaram os ativos, segundo a Morningstar (FRANCO, 2020).

Ressalta-se ainda que esse debate entre abordagens ativas e passivas continua em alta dentro da comunidade financeira até os dias atuais. Nesse sentido, muitos estudos buscaram compreender as causas dessa distorção de performance, que varia substancialmente ao longo do tempo. Embora os custos atrelados a uma gestão ativa atrapalhem a rentabilidade, não existem evidências que seja o fator predominante visto à inconsistência na geração de alfa. Além disso, também não encontradas evidências de que haveria alguma mudança estrutural no mercado americano responsável por reduzir a performance potencial das estratégias

de seleção de ativos (*stock picking*, em inglês) (FRANCO, 2020; IKENBERRY; SHOCKLEY; WOMACK, 1998).

No artigo de Ikenberry, Shockley e Womack (1998), os autores examinam duas características dos retornos de ações a longo prazo que, juntas, têm algum poder explicativo sobre o desempenho relativo dos gestores ativos como um todo. A primeira é conhecida como prêmio de tamanho, isto é, ações de pequeno porte apresentam desempenho superior no longo prazo. Tal relação é amplamente discutida na literatura, inclusive nos estudos de Fama e French (1992). A segunda refere-se à assimetria nos retornos de ações no longo prazo, em outras palavras, sua distribuição de retornos não é simétrica quando se analisa prazos mais longos. Cabe ressaltar que, quando se avalia horizontes menores, como janelas diárias ou semanais, a distribuição dos retornos de ações, sob a ótica *cross section*, se assemelha a uma normal Gaussiana, isto é, em formato de sino e simétrica. No entanto, ao analisar horizontes mais longos – como um ano – a simetria desaparece. Como consequência, uma assimetria positiva faz com que a ação mediana apresente um desempenho inferior à média de todas as ações conjuntas. Em contrapartida, esse viés tende a diminuir à medida que o número de ativos mantidos em um portfólio aumenta, se aproximando cada vez mais a performance de mercado conforme já previsto por Markowitz através de sua fronteira eficiente (IKENBERRY; SHOCKLEY; WOMACK, 1998).

Essa dificuldade enfrentada por gestores ativos acabou impulsionando também o uso de ETFs (*Exchange-traded fund*, em inglês), com destaque para 65% dos investidores europeus consultados pela EDHEC (2021), que planejam um aumento na alocação de ETFs para substituir a gestão ativa. Os investidores veem o uso de ETFs como mais lucrativo e menos custoso, permitindo imitar o desempenho de todos os tipos de classes de ativos, incluindo produtos *Smart Beta* com baixo custo (LE SOURD; MARTELLINI, 2021).

Um outro ponto que chama atenção é que, embora a atratividade de se investir em fatores, 73% dos entrevistados por Le Sourd e Martellini

(2021) destinam menos de 20% de seus investimentos à estratégia. Além disso, apenas 37% planejam aumentar ativamente mais de 10%. Isso pode evidenciar uma desaceleração no uso de investimento em fatores. Por fim, os participantes da pesquisa também gostariam que soluções mais personalizadas fossem desenvolvidas, o que evidencia a importância da temática para o mercado financeiro.

Em contrapartida, Malkiel (2014) traz uma crítica que pode justificar tal desaceleração: embora haja contraexemplos, muitos ETFs de *Smart Beta* não replicam os resultados sugeridos por estudos acadêmicos. Em outras palavras, não conseguiram gerar retornos excessivos confiáveis. Em uma análise realizada no mercado norte-americano:

- (i) Fundos de crescimento tiveram boa performance até meados da década de 1960, a partir desse momento fundos de valor passaram a produzir retornos mais elevados até 2005;
- (ii) O retorno relativo de portfólios *small cap* e *large cap* apresentam grande volatilidade. Os retornos de 30 anos são quase idênticos para os índices Russell 1000 e 2000. Nos 10 anos de 2004 a 2013, embora pequenas empresas tenham gerado retornos melhores, pode ser observado uma tendência de reversão a média;
- (iii) Estratégias *momentum* e de baixo beta não demonstraram desempenho superior desde os primeiros ETFs dessas estratégias que surgiram por volta dos anos de 2009 e 2011, respectivamente;
- (iv) Estratégias mistas têm produzido resultados um pouco melhores, contudo seus retornos acima do *benchmark* vêm atrelados a uma adoção de risco superior.

Por fim, Malkiel (2014) argumenta que o desempenho futuro desse tipo estratégia depende crucialmente do *valuation* de mercado existente no momento de sua implementação. Estes questionamentos evidenciam, portanto, a importância de se aprofundar ainda mais no tema, buscando

encontrar dados mais consistentes que suportem, ou não, a geração de valor através do investimento em fatores.

Swade et al. (2023) ainda destaca a relevância da inovação contínua de fatores. A partir de novos *insights* e dados recém-disponíveis é possível que fatores recém-publicados sobreponham definições mais antigas. Assim, este estudo corrobora para o entendimento de como os diferentes fatores se comportam ao longo do tempo no mercado brasileiro. Além disso, o estudo também contribui para o debate acadêmico entre gestão ativa e passiva, bem como para a compreensão da robustez desta abordagem multifatorial.

2.2. Medida de risco para um ativo financeiro

Através da diversificação, alguns dos riscos inerentes a um ativo podem ser evitados. Não obstante, esta abordagem não ajuda a compreender a relação entre o preço de um único ativo e seu risco específico. Portanto, um modelo que explicasse corretamente a diferença entre o prêmio de risco de cada ativo se fazia necessário.

2.2.1. Abordagem de Sharpe e o CAPM

Para Sharpe (1964), os preços se ajustam de modo a contabilizar as diferenças de risco de cada ativo, havendo uma relação consistente entre seus retornos esperados e seu risco.

Contudo, é importante destacar que, ao considerar uma combinação de ativos, existe uma relação linear entre o retorno esperado e o desvio padrão desse retorno. Uma explicação plausível para a perfeita correlação nas taxas de retorno de combinações eficientes é a sua dependência comum ao nível geral de atividade econômica. Nesse contexto, a diversificação proporciona ao investidor a capacidade de mitigar todos os riscos, exceto aqueles decorrentes das oscilações econômicas, que persistem mesmo em portfólios eficientes. Dado que os demais riscos podem ser evitados, destaca-se apenas a sensibilidade do ativo ao nível econômico é relevante na avaliação de risco, denominado risco sistemático (SHARPE, 1964).

Tendo em vista relação, dado o risco esperado de um ativo, sua porção sistemática pode ser prevista *ex-ante*, denominado de beta, visto que o prêmio de risco de mercado também é determinado previamente. Eis então que surge o modelo do CAPM (*Capital Asset Pricing Model*, em inglês), que prevê o prêmio de risco esperado para um ativo, com base na taxa livre de risco e no seu beta. Isso implica que é possível obter uma taxa de retorno esperada mais elevada apenas incorrendo em risco adicional (SHARPE, 1964).

Verifica-se, portanto, que o modelo considera um único fator de risco, conhecido como risco de mercado, conforme apresentado abaixo (SHARPE, 1964).

$$K = R_f + \beta [E(R_m) - R_f] \quad (1)$$

Vale salientar que, na literatura acadêmica, existe um extenso debate em relação a aplicabilidade do CAPM. Ele foi a primeira tentativa aparentemente bem-sucedida de mostrar como avaliar o risco do fluxo de caixa de um projeto de investimento, permitindo estimar o custo de capital de um projeto. Embora muitos testes empíricos tenham apoiado CAPM, pesquisas foram surgindo utilizando outras variáveis financeiras. Em 1992, os testes de Fama e French foram capazes de afirmar que, de fato, o CAPM não era apropriado (MCGRATTAN; JAGANNATHAN, 1995). Isso ocorreu, pois, segundo o modelo de Sharpe, os β 's de mercado seriam suficientes para explicar o retorno esperado em análises de dados transversais, isto é, em um dado ponto no tempo. Não obstante, na prática isso não era observado e outras variáveis, empiricamente testadas, tinham maior poder explicativo. Dentre elas, destaca-se o tamanho (valor de mercado), alavancagem, razão valor contábil sobre valor de mercado (B/M) e relação preço/lucro (P/L). Isso pois, assumindo que os ativos são precificados racionalmente, variáveis relacionadas aos retornos médios deveriam servir como *proxies* para a sensibilidade a fatores de risco comuns, isto é, não diversificáveis (FAMA; FRENCH, 1992; FAMA; FRENCH, 1993).

Em seus estudos, Fama e French (1992) analisam o poder explicativo de cada uma das variáveis mencionadas acima. Dentre os principais

resultados, destaca-se (i) a combinação das variáveis tamanho e B/M absorvem o papel da alavancagem e L/P nos retornos médios das ações no período de 1963-1990; (ii) o tamanho traz um prêmio negativo nos retornos das ações, enquanto o B/M tem um prêmio positivo e o β de mercado foi essencialmente 0 – o que nem sempre ocorre –; e (iii) dentre as variáveis consideradas, o B/M é a mais consistente após avaliar diversos subperíodos.

2.2.2. Abordagem Intertemporal de Merton

Embora o modelo do CAPM seja muito utilizado no mercado, trata-se de um modelo estático, que, por definição, não considera eventos além do presente. Contudo, essa premissa em geral não pode ser verificada na prática. Isso pois, o investidor sempre está exposto a um conjunto de oportunidades de investimento que varia ao longo do tempo. Assim, o problema de otimização deveria considerar uma maximização intertemporal, levando em conta a relação entre os retornos atuais e os que estarão disponíveis no futuro. Tal fato explica o porquê retornos esperados sobre ativos de risco podem diferir da taxa sem risco, mesmo quando não apresentam risco sistemático ou de mercado (MERTON, 1973).

Nesse contexto, Merton (1973) propõe um modelo intertemporal conhecido como ICAPM (*Intertemporal Capital Asset Pricing Model*, em inglês). Tal modelo foi baseado no comportamento do consumidor-investidor e consistente com a maximização da utilidade esperada. Merton estende o mundo de um período para um mundo dinâmico por meio de programação dinâmica, adicionando variáveis de estado que capturam distribuições mudanças condicionais na utilidade. Para isso, assumiu-se como premissa que a negociação de ativos ocorre continuamente no tempo (MERTON, 1973; COCHRANE, 2021).

Resolvendo o problema dinâmico proposto, é possível encontrar a função de demanda por ativos e a equação de precificação no equilíbrio para cada ativo i , onde $i = 1, 2, \dots, n - 1$. Cabe salientar que, o esperado é que as mudanças nos retornos esperados necessários estejam

estocasticamente relacionadas às mudanças nos valores de mercado (MERTON, 1973).

$$\alpha_i - r = \frac{\sigma_i[\rho_{iM} - \rho_{in}\rho_{nM}]}{\sigma_M(1 - \rho_{nM}^2)}(\alpha_M - r) + \frac{\sigma_i[\rho_{in} - \rho_{iM}\rho_{nM}]}{\sigma_n(1 - \rho_{Mn}^2)}(\alpha_n - r) \quad (2)$$

- (i) $\alpha_M = E(R_m)$ é a expectativa de retorno instantâneo do portfólio de mercado.
- (ii) σ_M desvio padrão do portfólio de mercado.
- (iii) r é a taxa de juros de curto prazo, considerada como uma variável de estado capaz de alterar o conjunto de oportunidades de investimento.
- (iv) $\{\alpha_i, \sigma_i, \rho_{ij}\}$ trata-se do conjunto de oportunidades de investimento, onde ρ_{ij} é o coeficiente de correlação instantâneo entre os processos estocástico de tempo contínuo (processos de Wiener) de dois ativos.
- (v) n trata-se do n -ésimo ativo – estabelecido por convenção – cujo retorno é perfeitamente correlacionado negativamente com mudanças em r , isto é, $\rho_{nr} = -1$.

A partir da equação, verifica-se que, em equilíbrio, os investidores são remunerados em relação a dois riscos distintos. São eles: (i) o risco sistemático de mercado, correspondente à primeira parcela da equação; e (ii) o risco de mudanças desfavoráveis no conjunto de oportunidades de investimento, que é sintetizado pelo ativo n (MERTON, 1973).

Ressalta-se ainda que o modelo de Merton (1973) é robusto no sentido de que pode ser estendido para incluir outros efeitos além das mudanças no conjunto de oportunidades de investimento (MERTON, 1973). No entanto, a teoria em questão não teve quase nenhum impacto na prática de portfólios por ser extremamente difícil de implementar, bem como pela dificuldade de se medir os retornos esperados, as variáveis de estado e os betas ou correlações (COCHRANE, 2021).

2.2.3. Os fatores de Fama e French

Fama e French (1993) buscaram, através de regressões de séries temporais, explicar a seção transversal dos retornos médios dos ativos

através dos prêmios de risco dos fatores encontrados. Assim, com base nos seus estudos de 1992, um novo modelo foi formulado para solucionar as insuficiências do CAPM.

Eis que surge o modelo de três fatores, respeitando a linearidade entre retorno esperado e o fator de risco introduzida por Sharpe. Além disso, regressões de prêmio de risco impõe um padrão rigoroso, e almejado, nos modelos de precificação de ativos. Sendo assim, o modelo em questão pode ser sintetizado conforme segue (FAMA; FRENCH, 1993):

$$R = \alpha + \beta_1 (R_m - R_f) + \beta_2 * R_{SMB} + \beta_3 * R_{HML} \quad (3)$$

- (i) SMB (*Small minus Big*, em inglês): trata-se da diferença entre os retornos de carteiras de ações de pequenas e grandes empresas com mesmo B/M. Essa diferença deve ser em grande parte livre da influência dos demais fatores.
- (ii) HML (*High minus Low*, em inglês): trata-se da diferença de retornos nas carteiras com alto e baixo B/M, mas com aproximadamente o mesmo patrimônio líquido contábil médio ponderado, isto é, de mesmo tamanho.
- (iii) Mercado: trata-se do fator do CAPM, calculado pelo prêmio de mercado $R_m - R_f$.

Constata-se, portanto, que o modelo de Fama e French (1993) veio para complementar o proposto por Sharpe. As regressões em séries temporais indicam que os dois primeiros fatores podem explicar as diferenças nos retornos médios entre as ações. Contudo, esses fatores sozinhos não conseguem explicar a grande diferença entre os retornos médios de ações e títulos de renda fixa (*bonds*, em inglês) de um mês. Essa função fica a cargo do fator de mercado (FAMA; FRENCH, 1993).

Os autores também chamam atenção para o efeito que a adição dos desses novos fatores tem nos β 's de mercado. De maneira geral, adicionar SMB e HML às regressões aproxima os β 's para 1,0. Esse comportamento pode ser explicado pela correlação entre o mercado e esses fatores. Embora SMB e HML sejam bem descorrelacionados (-0,08), as correlações entre os retornos de $R_m - R_f$ e os de SMB e HML são de 0,32 e -0,38,

respectivamente. Consequentemente, o prêmio de risco para o fator de mercado, vincula os retornos médios de ações e títulos (FAMA; FRENCH, 1993).

Cabe salientar ainda que em regressões de séries temporais, considera-se que o modelo de precificação de ativos está bem especificado caso produza intercepções indistinguíveis de 0 (MERTON, 1973). Isso pois, as intercepções estimadas fornecem uma métrica de retorno simples e um teste formal de quão bem diferentes combinações de fatores comuns capturam a seção transversal de retornos médios (FAMA; FRENCH, 1993). No caso avaliado por Fama e French (1993), os interceptos das regressões de três fatores estão próximos de 0, cancelando a eficácia do modelo em explicar o retorno médio das ações.

Não obstante, ao longo do tempo, muitas anomalias de retorno de ações foram apontadas pela academia. O modelo original de três fatores, embora superior ao CAPM, não explicava variações de retorno decorrentes de *accruals* – quando o lucro contábil difere do lucro caixa –, emissão líquida de ações, *momentum*, lucratividade, investimentos e volatilidade (FAMA; FRENCH, 2015b).

Por esse motivo, anos mais tarde, os autores ampliaram ser modelo de três fatores para cinco em resposta a algumas dessas críticas. Assim, adicionou-se dois novos fatores derivados do modelo de dividendos – futuros – descontados, conforme equação a seguir esperado (FAMA; FRENCH, 2015a).

$$\text{Valor de mercado}_t = \sum_{\tau=1}^{\infty} \frac{E(d_{t+\tau})}{(1+r)^\tau} \quad (4)$$

Tendo em vista que os dividendos não passam de rendimentos repassados pela empresa ao acionista, estes podem ser facilmente atrelados à rentabilidade e ao patamar de investimentos da mesma. Assim, é possível concluir-se que capitalização de mercado vai responder às previsões de lucros e investimentos. Isso pois, uma maior lucratividade implica em uma expectativa futura de fluxo de caixa livre para os acionistas maior e, conseqüentemente, um retorno esperado mais alto das ações. Os

estudos de Novy-Marx (2013) já vinham nessa linha, constatando que empresas mais rentáveis apresentam um retorno significativamente maiores, visto que esta rentabilidade, em geral, se apresenta associada ao crescimento de receita de longo prazo, lucro, fluxo de caixa e dividendos. Em contrapartida, um maior investimento esperado implica menores fluxos de caixa – visto que parte do caixa foi consumido – e, conseqüentemente, um retorno esperado mais baixo. Isso pode ser observado especialmente para pequenas ações. (FAMA; FRENCH, 2015a; FAMA; FRENCH, 2015b; MOREIRA; PENEDO; PEREIRA; AMBROZINI, 2021; NOVY-MARX, 2013).

Nesse contexto, o indicador B/M sozinho efetivamente se mostrava impreciso para medir o retorno esperado. Assim, Fama e French (2015a) introduziram o seguinte modelo:

$$R = \alpha + \beta_1 (R_m - R_f) + \beta_2 * R_{SMB} + \beta_3 * R_{HML} + \beta_4 * R_{RMW} + \beta_5 * R_{CMA} \quad (5)$$

- (i) *RMW (Robust minus Weak* em inglês): trata-se da diferença entre os retornos de carteiras diversificadas de rentabilidade robusta e fraca.
- (ii) *CMA (Conservative minus Aggressive* em inglês): trata-se da diferença entre os retornos de portfólios de ações com empresas de baixo investimento – consideradas conservadoras – e de alto – consideradas agressivas.

No entanto, cabe ressaltar que as inclinações de regressão multivariada estimam efeitos marginais, isto é, as inclinações indicam a direção ao se manter as demais variáveis explicativas constantes. Contudo, como nem sempre isso é verdade, muitas vezes os efeitos entre cada característica e o retorno não são tão diretos (FAMA; FRENCH, 2015b).

Os autores ainda argumentam que outras variáveis não explicitamente relacionadas a equação acima ajudam a prever retornos ao influenciarem as previsões de rentabilidade e investimento (FAMA; FRENCH, 2015a). Tal premissa – de que a lista de anomalias diminui quando se utiliza o modelo de cinco fatores – foi testada e verificada pelos autores. Isso pode ser explicado pois (i) os retornos das anomalias se tornam “menos anômalos”; e (ii) os retornos de diferentes anomalias têm exposições semelhantes aos

cinco fatores, sugerindo que são fenômenos relacionados. Em outras palavras, a explicação dos altos retornos associados a um baixo β , à recompra de ações e à baixa volatilidade, é atrelada a exposições positivas nos fatores de RMW e CMA, típicos de empresas lucrativas que investem de forma conservadora. Em contrapartida, baixos retornos associados a β elevado, emissões de ações e volatilidade são capturados por exposições negativas aos novos fatores, típicos de empresas menos lucrativas que investem de forma agressiva (FAMA; FRENCH, 2015b).

As exceções foram as anomalias de *accruals* e *momentum*. Na primeira, o modelo de cinco fatores apresentou um desempenho pior, devido principalmente à adição do fator RMW. Nesses casos, a melhor análise seria utilizar apenas o modelo de quatro fatores – com adição do CMA ao modelo original. Já em relação à segunda, o modelo não ajuda muito a explicar o retorno de grandes “vencedoras” ou “perdedoras”. Os autores levantam como potencial explicação o fato de o *momentum* ser de um fenômeno de curto prazo e, assim, usar um modelo de longo prazo não parece ser o mais adequado (FAMA; FRENCH, 2015b).

Além disso, vale salientar que adicionar um fator de momento ao modelo de cinco fatores é crucial para a explicação de “vencedoras” e “perdedoras”. Contudo tem pouco efeito na explicação das demais anomalias, visto que estas não produzem carteiras com grandes inclinações de *momentum*. (FAMA; FRENCH, 2015b).

Embora os resultados de Fama e French (2015) ainda indiquem que os modelos testados não descrevem completamente os retornos esperados, o modelo de cinco fatores é melhor do que o de três. Exceto para carteiras formadas com base em *momentum*, onde o modelo de cinco fatores tem um desempenho ruim, com interceptos de regressão tão dispersos quanto os retornos médios das carteiras. (FAMA; FRENCH, 2015a; FAMA; FRENCH, 2015b).

Além disso, constatou-se que o modelo de três fatores possui um desempenho ruim quando aplicado a carteiras com fortes inclinações para lucratividade e investimento (FAMA; FRENCH, 2015a). Por fim, Moreira,

Penedo, Pereira e Ambrozini (2021) atribuem o motivo para o modelo ser incompleto ao fato de se usar apenas uma *proxy* de rentabilidade e de nível de investimento nos fatores.

Outro resultado importante foi que ao se adicionar os fatores de lucratividade e investimento ao modelo original, o fator de valor, HML, parece se tornar redundante para descrever os retornos médios. Além de também reduzir a diferença entre os prêmios de valor para ações pequenas e grandes. Em outras palavras, o adicionar o HML não melhora o portfólio eficiente em termos de média-variância produzido pela combinação dos fatores. Em seus estudos, os modelos de cinco e quatro – mercado, SMB, RMW e CMA – fatores performaram praticamente de maneira idêntica em todas as métricas analisadas. Os autores também buscaram substituir o fator HML por um HMLO (HML ortogonal), que se mostrou equivalente ao modelo de cinco fatores original (FAMA; FRENCH, 2015a; FAMA; FRENCH, 2015b).

Salienta-se ainda que, ao reduzir a lista de fatores excluindo o HML, deve-se reconstruir os fatores, pois controlar uma característica não utilizada pode ser prejudicial. Além disso, se o interesse de análise for verificar se também a exposição dos portfólios aos demais fatores e os prêmios de investimento, o modelo de cinco fatores ainda é a melhor escolha (FAMA; FRENCH, 2015a).

Por fim, destaca-se que uma das principais dificuldades de precificação dos modelos apresentados nessa seção ocorrem com as ações de pequenas empresas. Isso pois, com exceção dos portfólios do fator SMB, os demais são dominados pelas grandes empresas (FAMA; FRENCH, 1993; FAMA; FRENCH, 2015a).

2.2.4. O fator Momentum

A necessidade de quantificar o fator *momentum* surge em cima do fato que estratégias que comprem ações que tiveram bom desempenho no passado e vendem as de pior desempenho geram retornos positivos significativos em períodos de 3 a 12 meses. Contudo, parte desse ganho

não costuma ser permanente, podendo cair à metade se o gestor mantiver a mesma carteira por mais 12 meses (JEGADEESH; TITMAN, 1993).

Em seus estudos, Jegadeesh e Titman (1993) testaram 16 estratégias com sobreposição dos períodos de carregamento. A estratégia mais bem-sucedida, com retornos de 1,3% – 1,5% ao mês, selecionou ações com base em seus retornos nos 12 meses anteriores e, em seguida, manteve-as em portfólio por 3 meses. O período de formação de 6 meses gerou retornos de cerca de 1% ao mês, independentemente do período de manutenção.

As evidências indicam que a lucratividade dessas estratégias não se deve ao seu risco sistemático nem ao atraso na reação atrasadas dos preços das ações a fatores comuns. Sendo assim, para a total compreensão deste fenômeno, se faz necessário modelos mais sofisticados sobre o comportamento do investidor. Dentre as possíveis justificativas para tal anomalia estão: (i) as transações por investidores que compram vencedores passados e vendem perdedores passados movem os preços temporariamente para longe de seus valores de longo prazo e, assim, influenciam os preços; e (ii) é possível que o mercado sub reaja a informações de curto prazo, mas super reaja a perspectivas de longo prazo. Nesse sentido, há um atraso na reação do mercado frente às informações específicas das empresas (JEGADEESH; TITMAN, 1993).

Nesse contexto, Carhart (1997), na busca de compreender o que leva a persistência de performance de fundos de investimentos em ações, construiu seu próprio modelo de fatores. Para isso, Carhart (1997) utilizou como base o modelo de três fatores de Fama e French (1993), adicionando um fator extra que captura a anomalia de *momentum* de um ano, identificada por Jegadeesh e Titman (1993). Originando, assim, o modelo de quatro fatores.

$$R = \alpha + \beta_1 (R_m - R_f) + \beta_2 * R_{SMB} + \beta_3 * R_{HML} + \beta_4 * R_{PR1YR} \quad (6)$$

- (i) PR1YR (*portifólio return 1 year* em inglês): refere à estratégia *momentum* de retorno de um ano em comparação com uma

estratégia *contrarian*. Isto é, trata-se da diferença do retorno entre as carteiras vencedoras e as perdedoras.

Em seu estudo, Carhart (1997) baseou-se em dados mensais de fundos de ações de 1963 a 1993. Assim, constatou-se que o modelo de quatro fatores melhora substancialmente os erros médios de precificação tanto do CAPM quanto do modelo de três fatores de Fama e French (1993). Além disso, os fatores de tamanho e momento foram os responsáveis pela maior parte da explicação dos retornos. O modelo em questão também elimina quase todos os padrões de erros de precificação na análise *cross section*.

Vale também destacar a variância relativamente elevada aos portfólios que representavam os fatores SMB, HML e PR1YR, bem como suas baixas correlações entre si e com os proxies de mercado. Isso sugere que o modelo de quatro fatores pode explicar uma variação significativa nas séries temporais (CARHART, 1997).

Ao separar os fundos em decis, Carhart (1997) verificou que os retornos dos fundos no decil superior estão fortemente e positivamente correlacionados com o fator de momento de um ano, enquanto os retornos no decil inferior estão fortemente e negativamente correlacionados com o fator. No entanto, os fundos no decil superior mudam substancialmente a cada ano, verificando-se mais de 80% de rotatividade. Além disso, os vencedores do ano anterior frequentemente se tornam os perdedores do ano seguinte e vice-versa.

Não obstante, apesar da diferença de retorno entre as ações vencedoras e perdedoras ter um excelente poder explicativo, não se trata de uma estratégia de investimento no nível do ativo individual. Os fundos, em geral, não seguem a estratégia de momento, mas carregam por acaso as ações vencedoras do ano e as mantêm em carteira no ano seguinte. Assim, garantem um retorno acima da média, em linha com o efeito de Jegadeesh e Titman (1993), sem incorrer em custos adicionais de transação para esse portfólio. Contudo, essa performance não costuma se repetir nos anos seguintes (CARHART, 1997).

Ainda sobre a eficiência da estratégia, o estudo de Novy-Marx (2012) critica que estratégias baseadas no desempenho passado recente foram excepcionalmente lucrativas nas décadas de 1950 e 1960, contudo, não têm se saído tão bem desde então. Em contrapartida, estratégias de *momentum* baseadas no desempenho em um passado intermediário geram retornos maiores e mais significativos em comparação tanto com as baseadas no passado recente quanto no modelo de quatro fatores.

Assim, medido ao longo do período de 12 a 7 meses anteriores, parece prever melhor os retornos médios, especialmente entre as ações mais líquidas, o que vai contra a visão tradicional de *momentum*. Além disso, em termos de rentabilidade, essa estratégia possui índice de Sharpe mais de duas vezes superior ao índice das estratégias baseadas no passado recente. Tal diferença não é explicada pelo efeito de 12 meses de Jegadeesh (1993), abordado anteriormente (NOVY-MARX, 2012).

Carhart (1997) também analisou o poder explicativo de seu modelo e dos custos inerentes aos fundos em diversos horizontes:

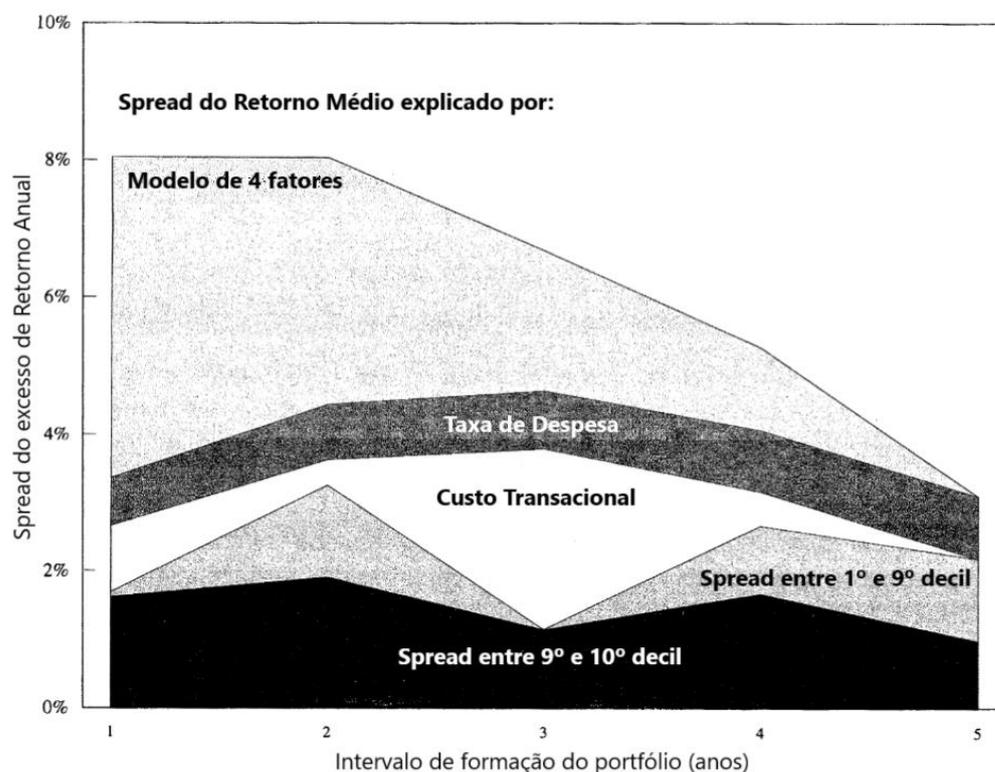


Figura 2 – Explicação da performance de Fundos de Ações

Fonte: Carhart (1997)

A partir do gráfico, é possível concluir que (i) o modelo de 4 fatores, principalmente olhando o horizonte de 1 ano, explica a maior parcela do spread de performance; e (ii) os custos e taxas têm um impacto direto e negativo no desempenho. Porém, é válido destacar que as taxas de despesas e o giro de portfólio sozinhos não são capazes de explicar o desempenho anômalo negativo do decil de fundos com os piores retornos (CARHART, 1997).

Em horizontes mais longos de retornos passados, há uma menor diferença nos retornos médios, dos quais cerca de 1% é atribuível a fatores comuns, taxas de despesas e custos de transação. Ressalta-se que a contribuição para o modelo de quatro fatores é declinante conforme alonga-se o horizonte analisado. Isso ocorre, pois, observa-se um padrão mais pronunciado nos β 's de HML em detrimento de um menos pronunciado nos β 's de PR1YR. Por fim, salienta-se que a diferença de performance entre os fundos do 10º decil relativo ao 9º é estatisticamente significativa em todos os portfólios.

Vale ainda salientar que, quando o fator de *momentum* é adicionado, as correlações entre as cinco variáveis tendem a resultar em uma diversificação pior de alguns portfólios usados para construir os próprios fatores. Ao incluir tal fator no modelo de cinco fatores de Fama e French (2015), o poder explicativo do modelo melhora, contudo, não o suficiente para eliminar o intercepto (FAMA; FRENCH, 2015a; FAMA; FRENCH, 2015b).

2.2.5. O surgimento desenfreado de Fatores

A partir dos estudos abordados anteriormente, diversos outros surgiram na academia em busca de novos fatores que oferecessem uma fonte de retorno única e nova. Nesse contexto, a partir da mineração de dados (*data mining*, em inglês), centenas de fatores foram encontrados. Entretanto, essa estratégia é bastante criticada pois permite inúmeros “falsos positivos” visto que uma estratégia, mesmo sem sentido econômico, pode parecer atrativa do ponto de vista estatístico (BLITZ; HANAUER, 2020). Nesse contexto, Harvey, Liu e Zhu (2016) argumentam que seria um

grave erro utilizar os limites usuais de significância estatística para a validação desses fatores visto que cada vez mais fatores estão sendo extraídos da mineração de dados.

Feng et al. (2020) mapeou 150 fatores introduzidos ao longo do tempo, conforme pode ser observado na figura 03. Contudo, tal número pode ser bem maior, uma vez que Harvey, Liu e Zhu (2016) já falavam em 316 fatores. De todo modo, ambos os autores verificaram que a grande maioria desses novos fatores foram introduzidos entre 1990 e 2016.

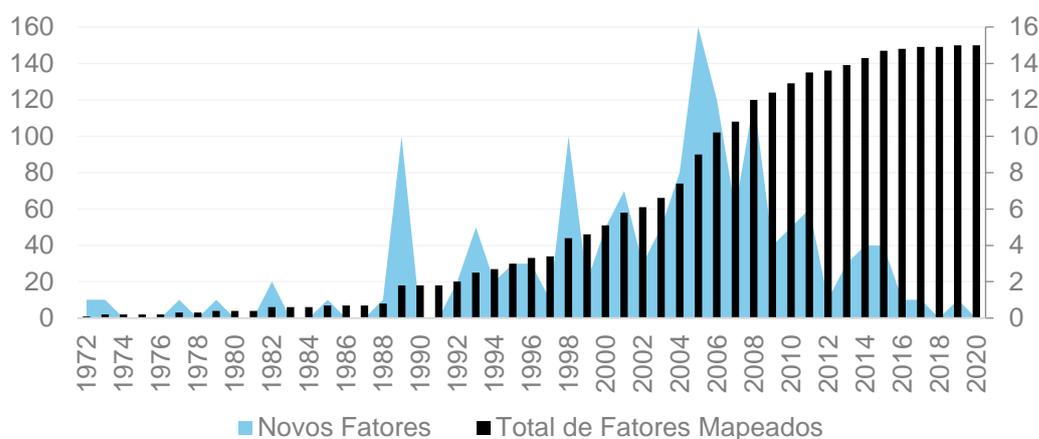


Figura 3 – Surgimento de novos fatores de risco

Fonte: Feng et al. (2020)

Como consequência da vasta gama de fatores de risco, Cochrane (2011) introduziu o termo “zoológico de fatores” (*factor zoo*, em inglês), instigando a partir disso um debate acalorado dentro da academia sobre o número real de fatores distintos que existem. Nesse sentido, muitos estudos foram posteriormente desenvolvidos, como o de Swade et al., (2023), buscando selecionar o menor número de fatores, que possuam o maior poder explicativo. Em suas descobertas, 15 fatores foram suficientes para abranger todo o “zoológico” de fatores (BLITZ; HANAUER, 2020; SWADE et al., 2023).

Contudo, ambos os estudos de Blitz e Hanauer (2020) e Swade et al. (2023) argumentam que, embora os modelos de 3-6 fatores sejam um excelente ponto de partida, não são suficientes para explicar toda e qualquer fonte de retornos anormais. Para os primeiros autores, a existência de mais fatores pode ser explicada principalmente pois (i)

múltiplos fatores são frequentemente necessários para capturar um fenômeno mais amplo e (ii) existem diferentes dimensões dentro de um único “fator”.

2.2.6. A nova Fronteira Eficiente

Com a adição de fatores de risco, o problema de otimização fica mais complexo do que inicialmente proposto por Markovitz em 1952. Um modelo de dois fatores, por exemplo, implica um “teorema dos três fundos” onde, dado um conjunto de n ativos de risco e um ativo livre de risco, é possível construir três carteiras de forma que (COCHRANE, 2011; MERTON, 1973):

- (i) Todos os investidores avessos ao risco serão indiferentes entre escolher suas carteiras a partir dos $n + 1$ ativos originais ou a partir desses três portfólios;
- (ii) As proporções investidas em cada ativo dentro de cada portfólio dependem apenas dos fatores técnicos e não das preferências dos investidores; e
- (iii) A demanda por essas carteiras não requer conhecimento das oportunidades de investimento nem da composição dessas carteiras.

Isso implica em uma fronteira eficiente multifatorial tridimensional, como mostrado na figura 04.

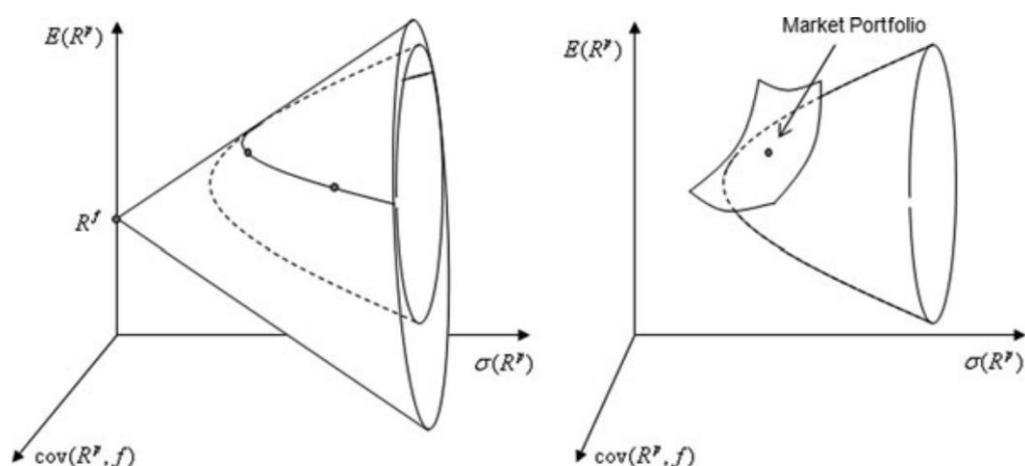


Figura 4 – Fronteira Eficiente Multifatorial: modelo de dois fatores

Fonte: Cochrane (2011)

Nesse caso, a carteira de mercado é eficiente em termos multifatoriais (lado esquerdo), mas não é eficiente em termos de média-variância (lado direito). Isso dificulta a tomada de decisão em relação a quais dos “três fundos” carregar. Salienta-se ainda que o problema fica ainda mais complexo ao se adicionar mais e mais fatores (COCHRANE, 2011).

2.3. Aplicações no Mercado Brasileiro

As economias de mercado emergentes são segmentadas da economia estadunidense e até mesmo da global. A vulnerabilidade econômica, a instabilidade política são alguns dos problemas que perturbam o funcionamento regular dos mercados de capitais. Esse contexto faz com que os investidores tenham mais cautela ao investir, independentemente do racional financeiro por trás das ações. Assim, há muitos desafios para digerir as particularidades desse ambiente e compreender as verdadeiras forças por trás dos retornos das ações (LEITE et al., 2018). De todo modo, os fatores que explicam os retornos de ações nos

mercados emergentes, na análise transversal, são qualitativamente semelhantes aos que foram encontrados nos mercados desenvolvidos (ROUWENHORST, 1998).

Assim, a presente seção visa analisar diferentes estudos publicados na academia que analisam a performance dos modelos de fatores de risco no mercado acionário brasileiro. Dentre as principais análises, destaca-se (i) testar a aplicabilidade do modelo em economias emergentes; (ii) comparar o desempenho da metodologia de fatores, seja três, quatro ou cinco, na explicação dos retornos das ações; e (iii) testar a hipótese de existência de prêmios de risco associados a esses fatores.

Segundo Leite et al. (2018), a proporção de retornos não explicadas pelos modelos de fatores nos mercados emergentes, bem como sua dispersão, é maior, embora siga o mesmo padrão observado no mercado norte americano. De todo modo, o modelo de cinco fatores apresentou um excesso de retorno não explicado menos disperso em comparação com o modelo de três fatores e o próprio CAPM. Não obstante, é válido ressaltar

que os padrões nos retornos médios dos fatores de risco não são exatamente os mesmos para países emergentes e desenvolvidos.

Por fim, cabe salientar que buscou-se trazer nessa seção desde os estudos mais antigos até os mais recentes. Isso pois, embora a janela de análise seja distinta, os resultados deveriam convergir. De todo modo, é importante levar em consideração que estudos com janelas anteriores a 2006 podem apresentar certa divergência de resultados devido à liquidez reduzida da bolsa brasileira e a quantidade restrita de ativos listados (BORTOLUZZO; PORTO; BORTOLUZZO, 2023).

2.3.1. O modelo de três fatores

Málaga (2003) buscou avaliar somente o poder explicativo do fator de mercado, conforme proposto por Sharpe (1964). Suas regressões revelam que, embora adequado para explicar o mercado – com alfa estatisticamente nulo –, havia um baixo poder explicativo – R^2 abaixo dos 80% –, o que sugere que outros fatores não captados também influenciam as variações nos retornos. Ao migrar para o modelo de três fatores, todas as carteiras apresentaram um aumento significativo do R^2 . O autor salienta ainda que com a inclusão dos fatores SMB e HML, manteve-se o β de mercado significativo, enquanto o intercepto não significativo.

Não obstante, nos estudos de Machado (2022), o modelo de três fatores não foi capaz de precificar os retornos das ações. Na grande maioria da amostra (98%), os retornos estimados foram superiores aos retornos efetivos. Em compensação, ao refazer a análise com apenas os fatores de risco de mercado e de tamanho, os resultados esperados foram mais próximos aos realizados.

No que tange os fatores individualmente, tem-se que, no que diz respeito ao fator SMB, o retorno de carteiras formadas por pequenas empresas é menor que o das grandes empresas, contrastando com os resultados de Fama e French (2015). Isso pode ser explicado por dois motivos: (i) baixa liquidez das empresas menores, o que acaba elevando a preferência dos investidores por empresas de maior tamanho; e (ii) instabilidade econômica, visto que empresas de menor porte tendem a ser

mais penalizadas por fatores econômicos em momentos de recessão (BITTENCOURT; JÚNIOR, 2018; JÚNIOR; MACHADO, 2016; MUSSA; FAMÁ; SANTOS, 2012; MÁLAGA, 2003).

Em outras palavras, empresas menores, apesar de serem mais flexíveis, possuem uma estrutura de capital mais frágil, o que as torna mais vulneráveis ao risco macroeconômico. Assim, qualquer mudança na percepção do mercado em relação aos seus produtos ou à escassez de insumos pode ocasionar um endividamento desproporcional. Além disso, em períodos de crise, devido à baixa liquidez, essas empresas podem ter seus valores de mercado drasticamente alterados por fundos de investimento tentando liquidar suas posições, independentemente do fundamento da empresa. Isso ocorre, pois, nesses períodos os títulos como um todo tornam-se mais arriscados, visto a maior dificuldade de se prever os resultados das organizações, tornando-se assim mais viável a venda de títulos de empresas não muito consolidadas (MOREIRA; PENEDO; PEREIRA; AMBROZINI, 2021).

Nesse contexto, Bortoluzzo et al. (2016) e Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021) destacaram a inversão de sinal para o fator SMB, saindo do que era previsto pela teoria para uma relação positiva entre tamanho e desempenho no período de crise. Além disso, Garcia e Santos (2018) também contribuem ao constatarem que certas firmas menores são mais agressivas em termos de investimento e menos rentáveis, o que também pode explicar o prêmio negativo mencionado.

Em contrapartida, alguns estudos obtiveram resultados conforme previsto por Fama e French (1993). Dois dos três portfólios de pequenas empresas avaliados por Martins e Junior (2015) apresentaram retornos médios mais elevados do que os portfólios de grandes empresas, com nível de significância de 0,01%. Ribeiro et al. (2023), Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021) e Carvalho et al. (2021) também corroboram a existência desse prêmio positivo em linha com a teoria. Ruiz (2015) ainda adiciona que tal comportamento só é verificado dentro do grupo de empresas já classificadas como pequenas.

Destaca-se, também, que empresas pequenas e com alto beta possuem características de *value stocks*. Em termos de performance, estas apresentam um retorno médio quase 30% superior ao das empresas grandes e com alto beta. Além disso, essas empresas se comportam como firmas de crescimento, sendo mais agressivas em termos de investimento e menos rentáveis (GARCIA; SANTOS, 2018).

Enquanto isso, na maioria dos estudos aplicados ao mercado brasileiro, encontrou-se um prêmio positivo em relação ao fator HML, em linha com os resultados de Fama e French (1993) no mercado norte-americano (MÁLAGA, 2003; JÚNIOR; MACHADO, 2016; MUSSA; FAMÁ; SANTOS, 2012; RIBEIRO et al, 2023; BORTOLUZZO; PORTO; BORTOLUZZO, 2023). Não obstante, Bortoluzzo et al. (2016), Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021), Martins e Junior (2015) foram as exceções ao se depararem com o retorno diminuindo com o aumento do B/M das empresas, independentemente de seu tamanho. Para Bortoluzzo et al. (2016) isso pode ter ocorrido por não existir, no mercado brasileiro, as clássicas empresas de crescimento em que seu valor contábil supera em muito seu valor de mercado – como o caso das empresas de tecnologias. Neste estudo de Bortoluzzo et al. (2016), constatou-se que, no Brasil, muitas vezes as empresas consideradas como de crescimento eram aquelas que apresentavam grande valorização no período do estudo, como o caso de grandes grupos consolidados.

Ressalta-se ainda que ao desconsiderar qualquer um dos fatores adicionados, o poder explicativo do modelo piora em relação ao de três fatores original, em especial ao excluir o fator SMB. Conclui-se, portanto, que os três fatores são necessários e se complementam (MÁLAGA, 2003).

2.3.2. O modelo de quatro fatores

Além dos estudos que buscam validar os modelos de Fama e French (1993; 2015), destaca-se, também, aqueles que estudam o fator *momentum*, replicando a metodologia proposta por Jegadeesh e Titman (1993), avaliando a aplicação do modelo de Carhart (1997) no mercado brasileiro. Dentre eles, Mussa et al. (2007) testou 16 estratégias das quais

apenas 3 trouxeram retornos anormais positivos durante o período de 1995 a 2006, um número consideravelmente menor dos 15 de 16 encontrados por Jegadeesh e Titman (1993). Supõe-se, portanto, que as chances de obtenção de retornos anormais via a estratégia *momentum* no mercado brasileiro é menor do que no mercado norte-americano.

Não obstante, em termos de poder explicativo, os resultados verificados no estudo de Mussa, Famá e Santos (2012) apresentaram evidências de que o modelo dos quatro fatores é válido para o mercado acionário brasileiro, evidenciando que, não somente o R^2 aumentava, mas o coeficiente WML era estatisticamente significativo para quase todas as carteiras testadas. Além disso, o modelo foi considerado superior ao de três fatores na explicação das variações dos retornos das ações da amostra. Por fim, a exclusão de qualquer um dos fatores causou uma diminuição de poder explicativo.

Embora haja evidências de performance superior desse modelo, não há evidências consistentes em relação aos prêmios de risco associados (MACIEL et al., 2021). Nos estudos de Civiletti, Campani e Roquete (2020), todos os portfólios compostos por ações “vencedoras” apresentaram retornos medianos superiores aos de “perdedoras” independentemente do critério de seleção, seja via retornos ou alfas passados. Não obstante, ao serem adicionados os custos transacionais, a significância estatística dessa superioridade foi concentrada nas carteiras revisadas quadrimestre com 12 meses de dados. Vale ressaltar que essas carteiras foram as únicas a apresentarem retornos estatisticamente superiores, ao nível de significância de 10%. Os resultados de Garcia e Santos (2018) também apontam nesta direção, evidenciando que as empresas “vencedoras” apresentam retornos diários maiores com menor desvio-padrão. Bortoluzzo, Porto e Bortoluzzo (2023) encontraram resultados similares, em especial dentre empresas com baixo valor de mercado.

Por outro lado, tal resultado divergiu das análises de Mussa, Famá e Santos (2012), visto que, em alguns casos, as carteiras de “perdedoras” apresentam retorno médio superior ao de carteiras de “vencedoras”. Já na

pesquisa de Rouwenhorst (1998), embora tenha-se obtido um prêmio ao analisar a média dos países emergentes, o valor encontrado para o Brasil foi praticamente nulo (0,01%). Em contra partida, o autor destaca que, enquanto nos mercados desenvolvidos se contabiliza apenas o primeiro e o último decil, nos mercados emergentes considerou-se um pouco mais do que primeiro e o último quartil.

Os achados de Piccoli et al. (2015) indicam que a falta de evidências quanto sua lucratividade no mercado brasileiro pode ser explicada pela quebra das carteiras durante as crises, que anula rapidamente parte dos retornos positivos obtidos por ela em outros períodos. No entanto, ao se excluir os períodos de crise, a carteira apresenta um alfa positivo tanto para o modelo do CAPM quanto para o de três fatores.

Piccoli et al. (2015) analisou 16 estratégias em conformidade com o trabalho de Jegadeesh e Titman (1993) e todas apresentaram retornos e alfas positivos e significativos quando controladas para períodos de crise. Entretanto, para a amostra como um todo, isso só é visto em 2 estratégias.

2.3.3. O modelo de cinco fatores

Os estudos aplicados ao mercado acionário brasileiro, em geral, encontram suporte para a hipótese de que o modelo de cinco fatores tem uma performance superior aos de três e quatro fatores. Tal afirmação pode ser suportada por Martins e Junior (2015), Ruiz (2015), Bittencourt e Júnior (2018), Garcia e Santos (2018), Maciel et al. (2021) e Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021). Ribeiro et al. (2023) ainda vão além e, ao testar diferentes combinações de fatores, concluem que estes não foram capazes de apresentar um desempenho superior ao modelo estimado em sua estrutura original.

Em relação a existência de prêmios de risco associados, a literatura diverge consideravelmente. Isso pode ser explicada pelo fato de que os retornos dos portfólios podem ser influenciados por outros eventos que não foram considerados no estudo. Tais como eventos macroeconômicos, setoriais, crises financeiras e fatores idiossincráticos de cada empresa (MACIEL et al., 2021). Bittencourt e Júnior (2018), bem como Vieira et al.

(2017), Garcia e Santos (2018) e Ribeiro et al. (2023) também corroboram a noção de que existem influências nos retornos dos prêmios das carteiras que não captadas pelo modelo de 5 fatores, visto que grande parcela das regressões apresentou intercepto estatisticamente significativo.

Embora o modelo de 5 fatores seja capaz de explicar melhor os retornos, cabe salientar que os três fatores originais – de mercado, SMB e HML – ainda parecem capturar a maior parte da variação nos retornos. Além disso, mesmo com a adição de outros fatores, há fortes evidências que o poder preditivo dos 3 originais continuou em conformidade com estudos anteriores (MARTINS; JUNIOR, 2015; RUIZ, 2015).

No que tange o fator de rentabilidade (RMW) apresentou resultados divergentes. Martins e Junior (2015), ao observarem os padrões de retorno dos grupos de menor para maior rentabilidade, verificaram um padrão claramente crescente – e compatível com os estudos de Fama e French (2015), chegando inclusive a sobrepor-se ao efeito de tamanho. Bittencourt e Júnior (2018) e Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021) também encontraram resultados em linha com Martins e Junior (2015). No entanto, nos estudos de Garcia e Santos (2018) o portfólio com maior retorno médio apresenta o menor coeficiente RMW, indicando que são firmas menos rentáveis. Já Maciel et al. (2021) não verificaram prêmios de risco e Martins e Junior (2015), Ruiz (2015), Ribeiro et al. (2023) e Bortoluzzo, Porto e Bortoluzzo (2023) encontraram uma relação negativa, o que sugere que, no mercado brasileiro, empresas com lucratividade robusta não oferecem retornos superiores.

Por fim, em relação ao investimento (CMA), os estudos de Bittencourt e Júnior (2018) indicaram que os retornos das carteiras de empresas de menor investimento foram superiores as de maior investimento, o oposto do preconizado por Fama e French (2015). Não obstante, Vieira et al. (2017) revelam que tal relação depende do setor de atuação daquela empresa. Nesse sentido, enquanto o setor de consumo cíclico apresentava tal comportamento contrário, os setores Industrial e de Utilidade Pública possuíam coeficientes positivos. Isso poderia possivelmente explicar a

inexistência de um padrão claro em relação a tal fator nos estudos de Martins e Junior (2015), a insignificância estatística encontrada por Martins e Junior (2015) e Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021), onde a estratégia mais agressiva de investimento beneficiou o retorno das ações. Chama atenção também que a depender do valor de mercado da empresa, essa relação pode se alterar, bem como visto nos resultados de Ruiz (2015) e Bortoluzzo, Porto e Bortoluzzo (2023), onde verificou-se prêmio adicional para empresas de menor valor de mercado que investem de maneira agressiva.

Vale salientar ainda que, ao contrário do que foi encontrado por Fama e French (2015), no mercado brasileiro, não foram encontradas evidências suficientes para afirmar que o fator HML é redundante ao adicionar os dois novos fatores ao modelo (RUIZ, 2015). Por outro lado, Leite et al. (2018), ao analisar a América Latina como um todo, obteve resultados que sinalizavam tal redundância.

Conclui-se, portanto, que é difícil identificar um padrão definido para o comportamento do mercado brasileiro em relação a cada um dos fatores propostos por Fama e French (2015).

Adicionalmente, Vieira et al. (2017) trazem uma análise setorial da significância de cada um desses fatores, conforme resumido na Tabela 01.

Setores	Prêmio de Mercado	HML	SMB	RMW	CMA
Materiais Básicos	0,000 ***	0,457	0,494	0,004 ***	0,206
Consumo Cíclico	0,000 ***	0,251	0,103	0,030 **	0,021 **
Consumo não cíclico	0,000 ***	0,001 ***	0,047 **	0,296	0,204
Industrial	0,000 ***	0,556	0,369	0,280	0,024 **
Utilidade Pública	0,000 ***	0,172	0,000 ***	0,153	0,017 **

Significância: ***, ** e * correspondem a 0,01; 0,05 e 0,1; respectivamente.

Tabela 1 – P-valor das regressões setoriais

Fonte: Vieira et al. (2017)

Salienta-se ainda que o prêmio de mercado é o único estatisticamente significativo em todos os setores acima, evidenciando o beta de mercado como o componente mais relevante do modelo de precificação (VIEIRA et al., 2017). Tal feito também pode ser observado nos estudos de Mussa, Famá e Santos (2012), Martins e Junior (2015), Ruiz (2015), Garcia e Santos (2018) e Bortoluzzo, Porto e Bortoluzzo (2023). No entanto, deve-se lembrar que o fator de mercado (CAPM) sozinho não é capaz de explicar os retornos das carteiras, necessitando, portanto, dos demais.

Por fim, vale aprofundar um pouco mais na influência que os momentos de instabilidade econômica – como crises internacionais e recessões nacionais – têm nos fatores. Além do impacto no fator tamanho já abordado, os momentos de instabilidade econômica também inferem uma relação positiva entre o fator investimento e o retorno das ações. Isso significa que, em cenários macroeconômicos desfavoráveis, é mais vantajoso o reinvestimento dos lucros auferidos em detrimento à distribuição de dividendos (MOREIRA; PENEDO; PEREIRA; AMBROZINI, 2021).

Em períodos pré-crise, destaca-se que o indicador B/M das empresas encontrava-se em patamares mais baixos no relativo a outros períodos, indicando que havia uma supervalorização dos títulos naquele momento. Isso ocorre devido ao grande volume de capital investido no mercado, levando os preços a patamares irracionais (MOREIRA; PENEDO; PEREIRA; AMBROZINI, 2021). Complementarmente, Bortoluzzo et al. (2016) verificaram que a principal diferença entre períodos de crise e os demais é em relação à redução da importância explicativa do fator HML no durante e no pós-crise, se comparado com o pré-crise. Neste, apenas as variáveis valor e investimento mantiveram seu poder explicativo, segundo os achados de Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021). Esta constatação pode ser explicada pelo ambiente favorável e de expansão de mercado, onde não havia a necessidade de análises fundamentalistas muito complexas para investir em títulos rentáveis (MOREIRA; PENEDO; PEREIRA; AMBROZINI, 2021).

Ressalta-se ainda que tais resultados também vão em linha com os estudos de Rayes, Araújo e Barbedo (2012). Os autores buscaram compreender a eficiência do modelo de três fatores em um contexto em que uma quebra estrutural no mercado acionário brasileiro havia sido identificada. Isso se deu em meados de 2006, com o súbito aumento de liquidez da Bovespa. Nesse período pré-crise de 2008, embora o fator prêmio de mercado tenha permanecido significativo, os fatores HML e SMB perderam significância.

Isso implica que o contexto de mercado é capaz de influenciar qual fator terá maior capacidade preditiva e até mesmo em sua performance. Desta maneira, pode-se entender que o modelo de cinco fatores de Fama e French (2015) apresentam comportamento condicional à situação econômica do país (MOREIRA; PENEDO; PEREIRA; AMBROZINI, 2021).

2.3.4. Modelos Alternativos

Cabe ressaltar que os modelos de Fama e French (1993; 2015) e Carhart (1997) não são os únicos investigados na academia. Os estudos de Júnior e Machado (2016), por exemplo, buscaram testar o modelo alternativo de Chen, Novy-Marx e Zhang (2010), no qual o retorno esperado da carteira é descrito pelos fatores de mercado, de investimento e de ROA (Retorno sobre o Ativo). Entretanto, tal modelo alternativo não se mostrou adequado na explicação dos retornos no mercado brasileiro e apresentou desempenho inferior ao modelo de três fatores de Fama e French (1993), bem como pior grau de ajuste às propriedades dos resíduos.

Além disso, tendo em vista que Fama e French não o incluiu em seu modelo ampliado o fator *Momentum*, existem estudos que testam o modelo de 6 fatores como foi o caso de Bortoluzzo, Porto e Bortoluzzo (2023). Os autores observaram que o impacto da inclusão de um sexto fator aumentou a relevância explicativa dos fatores SMB e HML, reduzindo, em contrapartida, há relevância dos fatores rentabilidade e investimento. Em termos de R^2 ajustado, os valores variaram pouco, havendo melhora do ponto de vista estatístico em apenas 7 das 22 regressões. No entanto, os resultados da regressão *cross-section* evidenciaram que o modelo de seis fatores foi superior ao modelo de cinco.

Há casos também em que se adiciona ao modelo original de Fama e French (1993) novas variáveis explicativas. Foi o caso de Confessor e Santos (2020) que testaram o modelo de três fatores com a inclusão do fator *Payout* incremental. Para este último, foi considerado o montante de dividendos distribuídos acima do estabelecido no estatuto social de cada empresa. Os resultados mostraram que em 8 das 12 carteiras testadas, o modelo foi mais eficiente para explicar os retornos. O estudo em questão corrobora com as discussões teóricas sobre a relevância dos dividendos uma vez que evidencia a existência de uma relação direta entre dividendos – mínimos e incrementais – e retorno das carteiras. Em contrapartida, o modelo de três fatores continuou se destacando para carteiras que pagam dividendos mínimo ou reduzidos. Por fim, embora a melhora do poder explicativo em relação ao modelo original, os autores reconhecem ainda a

necessidade de novos fatores de risco para incrementar o poder explicativo do modelo.

Outro exemplo foi o estudo de Carvalho et al. (2021), que avaliou o desempenho do modelo de cinco fatores de Fama e French (2015) acrescido do fator de liquidez. Para tal, foram utilizadas as *proxies* iliquidez ajustada e turnover padronizado, sendo este último o mais adequado para a composição do novo modelo de 6 fatores proposto pelos autores. Embora o modelo proposto tenha melhorado poder preditivo, considerado o R^2 ajustado, o modelo não foi capaz de explicar integralmente o excesso de retorno dos portfólios. Por fim, verificou-se que há uma demanda por um prêmio atrelado ao risco de liquidez no mercado brasileiro.

Swade et al. (2023) também trouxeram a ideia de que modelos de fatores iterativos superam modelos acadêmicos comuns quando contêm o mesmo número de fatores, selecionando fatores alternativos de valor, lucratividade, investimento ou *momentum*, ou incluindo clusters de fatores alternativos, como sazonalidade ou reversão a curto prazo.

Além disso, não se pode esquecer que os investidores nem sempre são 100% racionais e podem tomar decisões influenciadas por fatores psicológicos e sociais, como o efeito manada em tempos de crise, ignorando os resultados reais das empresas. Estudos mostram que, em várias situações, o comportamento dos agentes de mercado não segue a racionalidade ilimitada prevista pela teoria dos mercados eficientes, o que suportou os defensores da teoria comportamental a adotar a ideia de racionalidade limitada (MOREIRA; PENEDO; PEREIRA; AMBROZINI, 2021; MUSSA et al., 2007).

3. Metodologia

O presente estudo pretende desenvolver suas análises utilizando um método quantitativo de regressões lineares para conseguir caracterizar qual fator cada ação do mercado brasileiro está exposta. Ressalta-se que estratégias genéricas de fatores selecionam ações com as melhores pontuações em um fator específico, independentemente de suas outras características dos demais fatores (BLITZ; VIDOJEVIC, 2019). Assim, de modo a representar adequadamente cada fator, as carteiras serão construídas a partir dos coeficientes betas obtidos nas regressões. Para isso, cada fator originará duas carteiras, separando os betas positivos dos negativos, e o peso de cada ação será correspondente ao seu beta normalizado. Cabe salientar que, tal metodologia permite que uma mesma ação apareça simultaneamente em mais de um fator, a depender dos seus betas.

Além disso, cabe comentar que, na literatura, há pesquisas que realizam apenas regressões de séries temporais, enquanto outras utilizam uma combinação de regressões de séries temporais seguidas de regressões *cross-section*. Em termos metodológicos, ambas as abordagens são adequadas para testar a hipótese de que o modelo é capaz de explicar os retornos das carteiras (BORTOLUZZO; PORTO; BORTOLUZZO, 2023).

3.1. Métodos de Regressão Penalizada

A busca por fatores que expliquem os retornos esperados de ações pode produzir centenas de candidatos potenciais, visto que um único ativo geralmente está exposto a inúmeros fatores. Contudo, esses resultados podem apresentar certa redundância, isto é, incluir fatores, que dado a presença de outros, não adicionam poder explicativo algum. Outro problema potencial é o de *overfitting*. Isso acontece pois, ao se calcular os coeficientes de cada variável, é possível encontrar valores estatisticamente significativos e que, embora melhorem o poder explicativo da regressão, ocorrem por acaso (KELLY; DACHENG XIU, 2023; JAMES et al., 2021).

Tais questões levantaram um novo problema metodológico para os pesquisadores que, ao se deparar com um número exagerado de fatores, frequentemente se viam limitados por abordagens excessivamente custosas e à necessidade de maior poder computacional. Nesse sentido, houve um aumento, nos últimos anos, de métodos estatísticos alternativos, em especial de *machine learning*, voltados para lidar com problemas de dimensões elevadas (MORAES; DE-LOSSO, 2020; KELLY; DACHENG XIU, 2023).

Para reduzir a dimensão do problema, chama atenção algumas técnicas que restringem as estimativas dos coeficientes, ou seja, que as “encolhem” em direção a zero. Tais métodos são conhecidos na literatura como métodos regressores de *Shrinkage*, ou de encolhimento. Cabe salientar que os métodos de regressão penalizada são algumas das ferramentas de *machine learning* mais frequentemente utilizadas em finanças, graças em grande parte à sua praticidade conceitual e computacional. Dentre os principais, destaca-se a Regressão de Ridge, Método Lasso, Regressão de Rede Elástica e o Método *Forward* de Seleção (KELLY; DACHENG XIU, 2023; JAMES et al., 2021; MORAES; DE-LOSSO, 2020).

Os Métodos de regressão penalizada baseiam-se em regressões lineares. A primeira a ser abordada será o a Regressão de Ridge, representada pela equação abaixo (JAMES et al., 2021).

$$\widehat{\beta}_R = \min \sum_{i=1}^n \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p \beta_j^2 \quad (7)$$

Note que o termo de penalização $l_2 = \sum_{j=1}^p \beta_j^2 = (\|\beta\|_2)^2$ nada mais é que a norma L2, que mede a distância do β em relação ao zero, elevada ao quadrado. O parâmetro de ajuste $\lambda \geq 0$ serve para controlar o impacto relativo dos dois termos nas estimativas dos coeficientes de regressão. Assim, o modelo irá produzir diferentes estimativas de $\widehat{\beta}_R$ a depender do valor de λ (JAMES et al., 2021).

Para isso, uma grade de valores de λ é escolhida e calculada seu respectivo erro de validação cruzada. Para isso, a base de dados é dividida

de forma aleatória em k subconjuntos (*K-fold*) e o método de aprendizado estatístico é ajustado nas $k - 1$ observações de treinamento, e uma previsão é feita para cada grupo de observação excluída (JAMES et al., 2021).

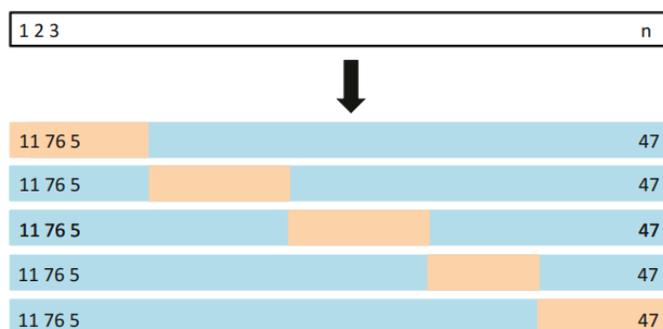


Figura 5 – Exibição esquemática da validação cruzada *k-fold*

Fonte: James et al. (2021)

O estimador é a média dos erros quadráticos médios (MSE) de todas as k estimativas, conforme a equação 04. No caso em que k é igual ao tamanho da base de dados (n), a validação cruzada *K-fold* também é conhecida como *Leave-One-Out Cross-Validation* (JAMES et al., 2021).

$$CV_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k MSE_i \quad (8)$$

Em seguida, seleciona-se o valor do parâmetro de ajuste para o qual o erro de validação cruzada é o menor. Finalmente, o modelo é reajustado usando todas as observações disponíveis e o valor selecionado do parâmetro de ajuste (JAMES et al., 2021).

A vantagem deste método sobre o método dos mínimos quadrados está enraizada no *trade off* entre viés e variância. Em geral, as estimativas de mínimos quadrados terão baixo viés, mas podem ter alta variância, ou seja, uma pequena alteração nos dados de treinamento pode causar uma grande mudança nas estimativas dos coeficientes. Já na regressão de Ridge, à medida que λ aumenta, a flexibilidade do ajuste da regressão diminui, resultando em uma diminuição da variância. Nesse sentido, a regressão ainda pode ter um bom desempenho ao compensar um pequeno aumento no viés por uma grande redução na variância (JAMES et al., 2021).

Enquanto isso, o Método Lasso utiliza um procedimento de ajuste alternativo para estimar os coeficientes. O modelo geral é representado por (JAMES et al., 2021):

$$\widehat{\beta}_L = \min \sum_{i=1}^n \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij} \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^p |\beta_j| \quad (9)$$

Salienta-se que a penalização $l_1 = \sum_{j=1}^p |\beta_j| = \|\beta\|_1$, conhecida como distância de Manhattan ou norma L1, tem o efeito de forçar que algumas estimativas para $\hat{\beta}$ sejam exatamente iguais a zero, quando o parâmetro de ajuste λ é suficientemente grande. É válido salientar ainda que quando $\lambda \rightarrow 0$, o modelo converge para o método dos mínimos quadrados. Consequentemente, a depender do valor escolhido de λ , o método pode gerar modelos com diferentes dimensões (JAMES et al., 2021).

Nesse contexto, a escolha do λ é de suma importância para a definição do modelo final. Contudo, não há uma representação geral de forma fechada para o estimador lasso, então ele deve ser calculado numericamente. Atualmente, algoritmos para calcular o lasso estão amplamente disponíveis em pacotes de software estatístico (KELLY; DACHENG XIU, 2023).

Por fim, o Método de Regressão de Rede Elástica combina linearmente as penalidades l_1 e l_2 dos métodos Lasso e Ridge a partir de dois parâmetros não negativos: λ e ρ (KELLY; DACHENG XIU, 2023).

$$\widehat{\beta}_{RE} = \min \sum_{i=1}^n \left(y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij} \right)^2 + \lambda(1 - \rho) \|\beta\|_1 + \frac{1}{2} \lambda \rho \left(\|\beta\|_2 \right)^2 \quad (10)$$

Apesar de terem uma formulação semelhante, os coeficientes oriundos do método de Ridge nunca se igualam a zero, diferentemente do que ocorre no Lasso. Isso pode gerar um desafio na interpretação do modelo, em especial em configurações em que o número de variáveis explicativas é bastante elevado (JAMES et al., 2021). Como o intuito deste trabalho é identificar as principais ações expostas a um determinado fator de risco,

optou-se por utilizar o Método de Lasso, capaz de identificar um conjunto parcimonioso de fatores (KELLY; DACHENG XIU, 2023).

Essa decisão pode ser apoiada pelos estudos de Moraes e De-Losso, (2020) que buscou aplicar uma ampla gama de métodos estatísticos, como bootstrap, lasso, testes múltiplos e análise de componentes principais, para obter estimadores robustos em um ambiente de alta dimensionalidade. Os autores comparam uma série de metodologias, inclusive proprietária. Dentre os métodos de regressão penalizada, embora o método *Forward* de seleção tenha obtido o melhor R^2 ajustado, este seleciona 14 fatores de risco, alcançando um resultado significativamente menos esparsos quando comparado aos demais modelos. Assim, o Lasso é o único procedimento dentre os métodos de regressão penalizada capaz de alcançar um resultado parcimonioso, uma vez que seleciona apenas três fatores de risco. Além disso, é interessante observar que o Lasso apresentou um R^2 ajustado mais próximo dos modelos de cluster de *Eigenvector*, *Degree* e *Closeness*.

Model	Lambda Intercept	# Significant Lambdas	Adjusted R^2
Global			
Eigenvector	0.010	0	0.155
Degree	0.010	0	0.155
Closeness	0.010	0	0.155
Betweenness	0.012	0	0.005
Cluster			
Eigenvector	0.008	1	0.532
Degree	0.008	1	0.594
Closeness	0.009	1	0.556
Betweenness	0.006	2	0.793
Lasso	0.010	3*	0.613
Elastic Net	0.011	15*	0.712
Forward Selection	0.009	14*	0.869

Tabela 2 – Resultados dos métodos de regressão penalizada

Fonte: Moraes e De-Losso (2020)

Todavia, cabe ressaltar que, mesmo com o Método Lasso, alguns erros de seleção são inevitáveis. Isto é, o modelo não consegue selecionar perfeitamente os “verdadeiros” fatores que explicam a performance dos ativos. Isso pode ser evidenciado por Feng et al. (2020), que dentre os 135 fatores observados na figura 06 apenas o SMB aparece em mais de 70%

dos casos. A maioria dos fatores é selecionada entre 1% e 20%. Caso o modelo tivesse maior robustez, um pequeno grupo de fatores seria selecionado 100% das vezes, enquanto os demais, 0%. Nesse contexto, os autores afirmam que nenhum modelo de *machine learning* consegue de maneira robusta determinar o fator verdadeiro (FENG et al.; 2020).

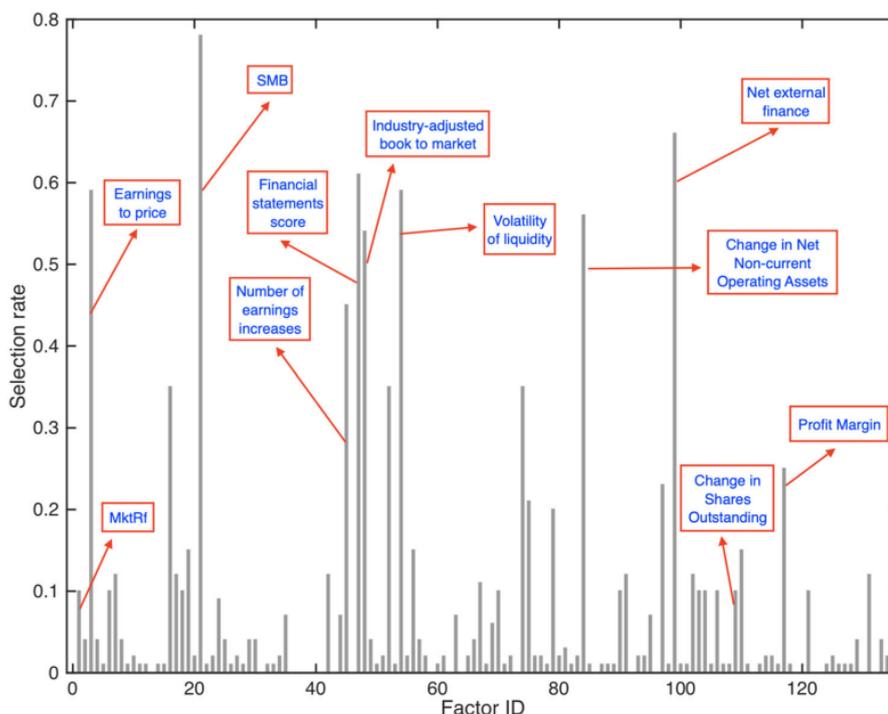


Figura 6 – Frequência de seleção de fatores pelo método Lasso

Fonte: Feng et al. (2020)

Nesse contexto, Feng et al. (2020) propõem uma metodologia recursiva, baseada nas regressões de Fama-MacBeth. Os autores estimam o fator de desconto estocástico para diversos fatores de modo a comprovar robustez na seleção de fatores. Ao realizar o procedimento em duas etapas é capaz de produzir inferências corretas ao superar os erros de seleção de modelo que inevitavelmente surgem ao aplicar métodos de seleção estatística.

Uma alternativa encontrada na literatura para a identificação de fatores são os métodos de Análise de Componentes Principais (PCA), capazes de identificar fatores latentes. Não obstante, tal análise descreve a estrutura de covariância, ao invés de fornecer informações sobre o nível de retorno dos fatores. Isso faz com que um fator pode não ser considerado relevante do ponto de vista do PCA, mas ser relevante do ponto de vista do prêmio

de risco. Tendo em vista que o presente trabalho busca aprender sobre os fatores mais relevantes sob a perspectiva de alfa, o método PCA não será utilizado (SWADE et al., 2023).

3.2. Fonte dos Dados

De maneira semelhante aos estudos realizados por Fama e French (1993), as variáveis explicativas nas regressões em séries temporais incluem os retornos de uma carteira de mercado de ações e carteiras que imitam os fatores a serem avaliados. Para isso, serão utilizados dados secundários públicos.

Esses dados podem ser acessados via Yahoo Finance, sendo um dos principais canais gratuitos que agrega os dados de mercado. No entanto, um certo tratamento de dados fez-se necessário, em especial referente a períodos antigos, devido a erros na base de dados. Já para o retorno dos fatores, será utilizado os dados fornecidos pelo NEFIN, Centro Brasileiro de Pesquisa em Economia Financeira da Universidade de São Paulo. O centro disponibilizamos para download gratuito conjuntos de dados e variáveis atualizados regularmente como fatores de risco brasileiros e carteiras de ações.

O estudo utilizou todas as ações listadas Bolsa de Valores de São Paulo que pertence – ou que já pertenceu no passado – à carteira teórica do IBX, índice que agrupa as 100 ações com maior volume negociado nos últimos meses. A janela de análise foi o período compreendido entre janeiro de 2001 a outubro de 2024.

3.3. Análise dos Dados

A implementação eficiente do investimento baseado em fatores requer uma compreensão de como os fatores se comportam independentemente e de como estão relacionados entre si (BLITZ; VIDOJEVIC, 2019).

Os dados públicos foram reunidos para fins de processamento estatístico e analisados utilizando-se a linguagem de programação R, através do software RStudio (versão 4.3.0).

Médias de retornos ao longo de horizontes temporais longos são boas estimativas de retornos esperados (MCGRATTAN; JAGANNATHAN, 1995). Nesse sentido, o retorno logarítmico diário dos ativos foi calculado de acordo com a equação abaixo, em função do preço de fechamento. Vale comentar que o preço ajustado às distribuições de proventos não foi utilizado devido à uma melhor resposta da regressão Lasso.

$$R_{i,t} = \ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1} \quad (11)$$

Cabe salientar que na literatura não foi verificado um consenso em termos de frequência ideal para esses retornos. Enquanto Civiletti, Campani e Roquete (2020) e Garcia e Santos (2018) utilizaram retornos diários, Vieira et al. (2017) utilizaram semanais, Júnior e Machado (2016) mensais e Bittencourt e Júnior (2018) utilizaram dados trimestrais.

Os dados de seis meses serão *inputs* das regressões de modo a fomentar a construção de carteiras expostas a cada fator. A carteira será rebalanceada mensalmente para que seja possível avaliar a performance específica do fator em questão. A validação e robustez das carteiras será avaliada a partir da mesma regressão, utilizando a janela completa de análise.

Posteriormente, sua performance será comparada longo do tempo com índices de mercado e métodos mais tradicionais de gestão de portfólio, objetivando comparar os resultados empíricos com os encontrados na literatura.

3.4. Limitações

Por se tratar de um mercado mais iniciante, o número de empresas listadas e o baixo volume de negociação do mercado de ações também se refletem na dificuldade de análise de períodos mais longos, em especial anteriores a 2008. Além disso, a limitação em relação a falta de um banco de dados amplo em termos temporais também pode ser apontada (VIEIRA et al., 2017; BITTENCOURT; JÚNIOR, 2018).

Cabe salientar ainda que, tanto no modelo dos três quanto no de quatro, não há nenhuma corrente teórica que defina uma fórmula exata para a

definição das variáveis explicativas, o que acaba sendo feito de forma arbitrária (MUSSA; FAMÁ; SANTOS, 2012, MÁLAGA, 2003). Assim, as conclusões do presente estudo estarão atreladas à metodologia de construção dos fatores no NEFIN.

Uma das limitações do estudo é o tamanho do mercado de ações brasileiro, em especial nos períodos anteriores a 2008, antes do boom de IPO's. A limitação do mercado dificulta a construção de carteiras diversificadas, o que certamente impacta em como o modelo performa (VIEIRA et al., 2017; LEITE et al., 2018).

Salienta-se ainda que o mercado passou entre 2006 e 2008 por uma grande quantidade de ofertas públicas. Um total de 94 ofertas autorizadas pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM) neste período, como reflexo do cenário macroeconômico favorável, melhorando em essa limitação (VIEIRA et al., 2017). Contudo, isso ainda é uma limitação em especial quando se compara com os resultados acadêmicos de outros mercados. Leite et al. (2018) evidenciou que a América Latina ainda tem a amostra mais pobre no sentido de diversificação de carteiras, com apenas metade das ações presentes no Leste Europeu e menos de 20% da Ásia.

Por fim, vale salientar que o método de construção dos fatores pode carregar um viés para a interpretação de desempenho de portfólios que reproduzem tais fatores (CARHART, 1997). Deste modo, deve ter-se em mente que os resultados obtidos no presente trabalho carregam relação com a metodologia no NEFIN para a construção de cada fator.

4. Discussão dos Resultados

Nessa seção serão apresentadas as análises realizadas sobre o modelo de quatro fatores aplicado ao mercado brasileiro.

Para a análise, foram utilizadas um total de 179 ações. Ressalta-se que nem todas as empresas que já compuseram o IBX ao longo dos anos ainda possuem seu histórico registrado no Yahoo Finance. Assim, o número total precisou ser reduzido consideravelmente, de 298 para 179 ações. Estas estão distribuídas em 20 macro setores distintos, conforme segue abaixo. A informação dos setores foi obtida via *web scrapping* do website Trading View. As informações detalhadas estão apresentadas no apêndice A para consulta.

Por fim, chama atenção a elevada concentração nos setores financeiro, serviços públicos, minerais não energéticos e comércio de varejos, que juntos compõem 52,4% da amostra.

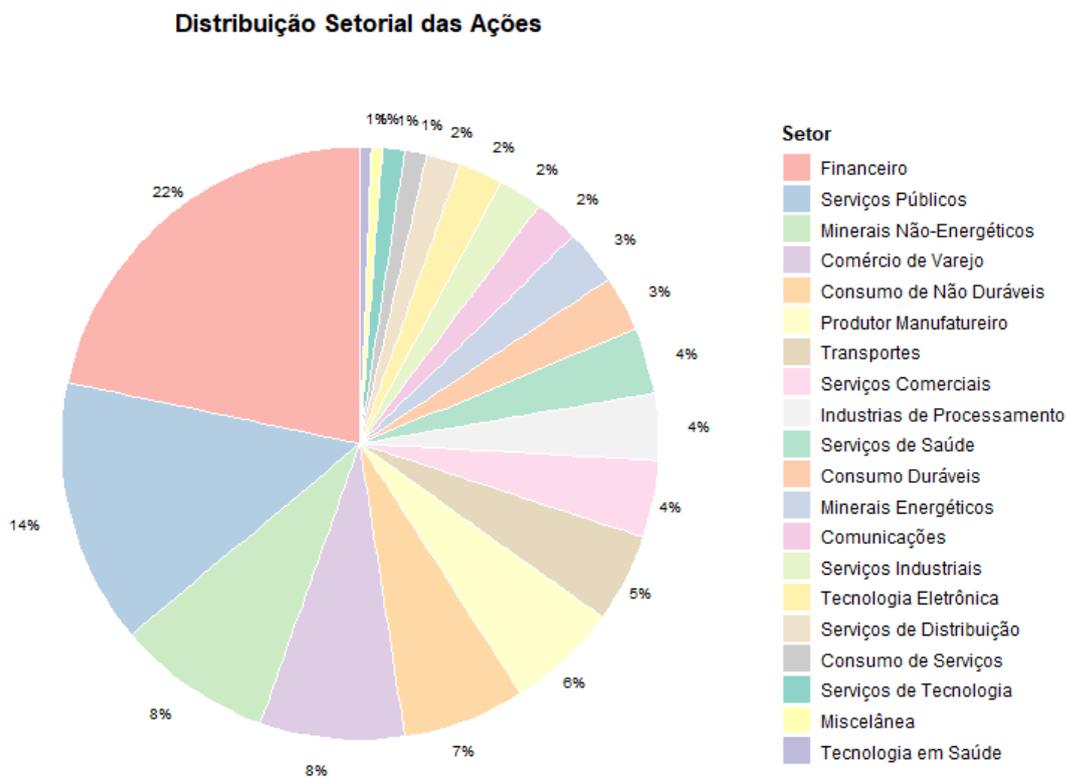


Figura 7 – Distribuição setorial das ações utilizadas

Fonte: Elaboração própria

4.1. Tratamento dos dados

Além de valores ausentes, observou-se que, em alguns casos, a base de dados trazia valores constantes ao longo de janelas específicas, conforme o exemplo abaixo. Nesses casos, a ação foi desconsiderada da análise durante esse período.



Figura 8 – Evidência de erro na Base de Dados

Fonte: Yahoo Finance

4.2. Variação dos Betas

Em virtude de se tratar de um método de *machine learning*, a cada execução do programa, os betas oriundos das regressões apresentavam certa variação, o que pode influenciar nas análises e conclusões obtidas deste trabalho. Por esse motivo, antes de se avaliar os resultados propriamente ditos, foi necessário compreender se a variação dos betas era suficientemente pequena para ser desprezada.

Para isso, foram realizados inúmeros testes de hipóteses. Nesta análise, foram definidos arbitrariamente os seguintes parâmetros: (i) 6 meses de dados dentro de cada regressão; (ii) rebalanceamento a cada 90

dias; e (iii) janela de análise iniciada em 03 de janeiro de 2001 com 95 iterações.

A figura a seguir apresenta, à esquerda, o histograma dos betas obtidos e, à direita, o histograma com a exclusão dos outliers pelo método IQR (Intervalo entre Quartis) para melhor visualização. Utilizou-se apenas o percentil de 5% devido a elevada concentração dos dados.

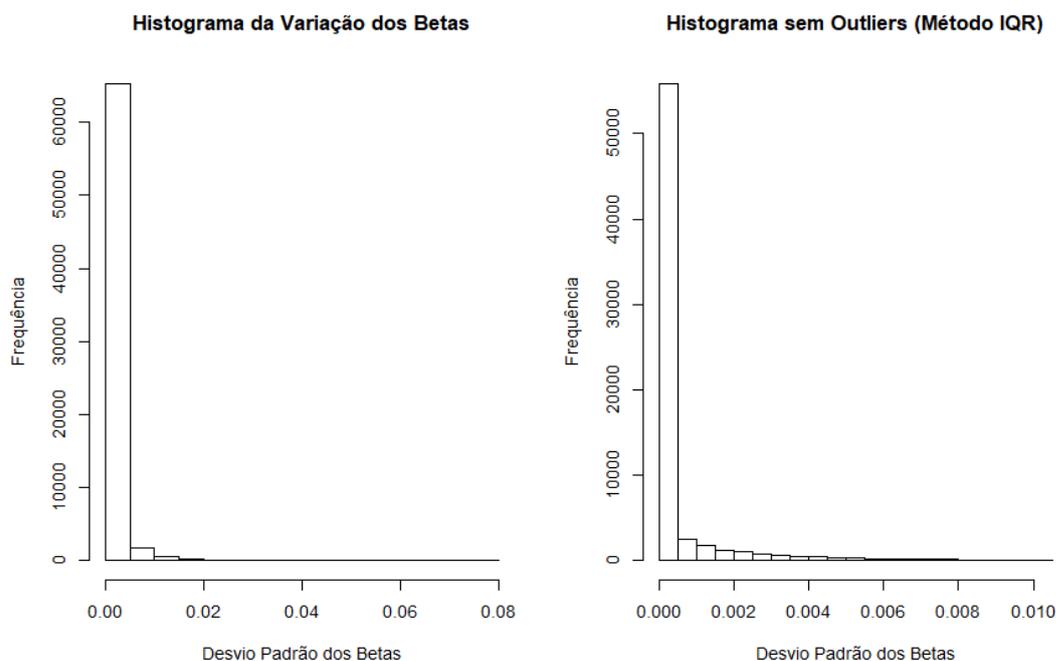


Figura 9 – Variação dos Betas

Fonte: Elaboração própria

O modelo foi executado 6 vezes e para cada um dos betas encontrados, testou-se se a variância da amostra possuía um valor pequeno o suficiente ($\sigma^2 \leq 0,0001$). Os testes de hipótese podem ser representados conforme descrito a seguir, onde i corresponde às ações e j aos fatores.

$$\begin{cases} H_0: \sigma_{\beta_{i,j}}^2 \leq 0,0001 \\ H_a: \sigma_{\beta_{i,j}}^2 > 0,0001 \end{cases}, \quad \forall i, j \quad (12)$$

Só se rejeitou a hipótese nula em 0,026% dos casos, isto é, em 18 de 68020 testes de hipóteses realizados. Sendo assim, será considerada que

a variação é pequena o suficiente para ignorá-la. Deste modo, foi usado um único conjunto de betas para o restante da análise.

4.3. Definição dos Parâmetros

Constata-se que o presente modelo apresenta dois parâmetros principais que necessitam ser calibrados previamente à análise de resultados. São eles: o número de meses utilizados para a regressão e a frequência para o rebalanceamento das carteiras. Deste modo, esta seção se dedicará à escolha dos parâmetros que maximizam a exposição de cada carteira ao seu respectivo fator.

Para isso, decidiu-se utilizar uma janela menor de modo a não incluir um período passado muito distante em que o mercado ainda não fosse tão desenvolvido e líquido. Sendo assim, escolheu-se trabalhar a partir de 2007, após o boom de IPOs ocorrido em 2006.

4.3.1. Número de meses na regressão

Nesta seção, a análise de fatores foi realizada alterando-se apenas a quantidade de meses dentro da regressão Lasso, de modo a maximizar a exposição de cada carteira ao seu fator específico. No presente trabalho, foram testados 3, 6, 12, 18, 24 e 36 meses. O tempo de rebalanceamento foi mantido em 90 dias para todas as simulações.

Sendo assim, a tabela abaixo apresenta a exposição de cada uma das seis carteiras – *high value*, *low value*, *small*, *big*, *winner*s e *loser*s – a cada fator ao se utilizar a janela completa. Cada simulação representa uma quantidade diferente de meses utilizada na regressão.

Para as carteiras criadas com base no fator HML, a melhor alternativa foi utilizar 12 meses na regressão, enquanto para as carteiras atreladas ao SMB, as melhores alternativas foram com 24 e 18 meses. Por fim, as carteiras relacionadas ao fator WML, como esperado, obtém resultados melhores ao utilizar janelas menores, de 3 e 6 meses.

Simulação		A	B	C	D	E	F
	# interações	69	69	69	69	69	69
	# meses na regressão	3	6	12	18	24	36
	tempo de rebalanceamento	90	90	90	90	90	90
High Value	HML	0,57	0,56	0,62	0,55	0,56	0,61
	SMB	-0,06	-0,07	-0,07	-0,06	-0,07	-0,10
	WML	-0,10	-0,09	-0,06	-0,07	-0,12	-0,12
	Rm-Rf	0,33	0,37	0,35	0,33	0,35	0,39
Low Value	HML	-0,54	-0,49	-0,60	-0,51	-0,49	-0,50
	SMB	-0,12	-0,12	-0,12	-0,11	0,00	0,04
	WML	0,06	0,06	0,00	0,00	-0,04	-0,05
	Rm-Rf	0,56	0,50	0,58	0,58	0,52	0,48
Small	HML	0,03	0,04	0,07	0,04	-0,07	-0,12
	SMB	0,53	0,63	0,68	0,72	0,73	0,72
	WML	-0,12	-0,15	-0,15	-0,12	-0,03	0,00
	Rm-Rf	0,18	0,17	0,19	0,17	0,16	0,17
Big	HML	0,07	0,06	0,06	0,11	0,32	0,42
	SMB	-0,61	-0,71	-0,72	-0,74	-0,72	-0,71
	WML	0,07	0,08	0,05	-0,01	-0,18	-0,20
	Rm-Rf	0,74	0,77	0,74	0,77	0,76	0,75
winners	HML	-0,07	-0,12	-0,12	-0,16	-0,15	-0,26
	SMB	-0,19	-0,23	-0,21	-0,23	-0,10	0,00
	WML	0,44	0,42	0,36	0,32	0,21	0,16
	Rm-Rf	0,52	0,55	0,55	0,57	0,55	0,59
Losers	HML	0,17	0,23	0,23	0,28	0,33	0,45
	SMB	0,03	0,05	0,04	0,08	0,04	0,00
	WML	-0,45	-0,47	-0,44	-0,41	-0,37	-0,32
	Rm-Rf	0,32	0,31	0,32	0,32	0,32	0,31
$\sum \beta_{ij} - \max \beta_j $		0,46	0,32	0,18	0,37	0,52	0,57

Tabela 3 – Exposição aos fatores de risco em função do número de meses na regressão penalizada

Fonte: Elaboração própria

Embora tenha-se verificado que cada carteira possui um valor ótimo, a simulação C, com 12 meses dentro da regressão, foi a alternativa que melhor atendeu conjuntamente todas as seis carteiras.

4.3.2. Frequência de rebalanceamentos

Utilizando-se o resultado da seção anterior, uma nova simulação foi realizada a fim de determinar a frequência ótima de rebalanceamentos. Foram testados rebalanceamentos a cada 30, 60, 90, 180, 360 e 540 dias.

A tabela 04 agrupa os resultados obtidos, utilizando-se sempre a janela completa para a análise dos fatores. Constata-se que, para a maioria

das carteiras, quanto menor o tempo de rebalanceamento, melhor são os resultados obtidos. Tal resultado vai em linha com o esperado tendo em vista que se utiliza a performance passada para a construção das carteiras futuras. Assim, quanto maior o tempo sem rebalancear, menor a aderência esperada. Destaca-se também que para a carteira *high value* e *small*, embora a simulação C tenha sido a melhor opção, a diferença entre as simulações A, B e C encontram-se apenas na terceira casa decimal.

	Simulação	A	B	C	D	E	F
	# interações	205	102	69	35	17	11
	# meses na regressão	12	12	12	12	12	12
	tempo de rebalanceamento	30	60	90	180	360	540
High Value	HML	0,62	0,62	0,62	0,53	0,51	0,56
	SMB	-0,07	-0,07	-0,07	-0,06	-0,05	-0,05
	WML	-0,06	-0,06	-0,06	-0,06	-0,06	-0,09
	Rm-Rf	0,33	0,34	0,35	0,33	0,33	0,33
Low Value	HML	-0,61	-0,59	-0,60	-0,50	-0,47	-0,53
	SMB	-0,12	-0,12	-0,12	-0,14	-0,13	-0,17
	WML	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06
	Rm-Rf	0,56	0,55	0,58	0,59	0,60	0,62
Small	HML	0,04	0,04	0,07	0,06	0,05	0,03
	SMB	0,68	0,68	0,68	0,67	0,67	0,63
	WML	-0,14	-0,08	-0,15	-0,10	-0,07	-0,02
	Rm-Rf	0,17	0,15	0,19	0,19	0,16	0,18
Big	HML	0,08	0,09	0,06	0,07	0,09	0,11
	SMB	-0,73	-0,74	-0,72	-0,72	-0,73	-0,69
	WML	0,05	0,00	0,05	0,00	-0,02	-0,05
	Rm-Rf	0,74	0,77	0,74	0,75	0,79	0,77
winners	HML	-0,12	-0,13	-0,12	-0,15	-0,22	-0,29
	SMB	-0,22	-0,20	-0,21	-0,22	-0,20	-0,14
	WML	0,42	0,40	0,36	0,31	0,23	0,07
	Rm-Rf	0,53	0,52	0,55	0,55	0,58	0,55
Losers	HML	0,22	0,23	0,23	0,27	0,33	0,42
	SMB	0,05	0,04	0,04	0,06	0,04	-0,04
	WML	-0,49	-0,49	-0,44	-0,41	-0,32	-0,17
	Rm-Rf	0,34	0,34	0,32	0,32	0,30	0,34
	$\sum \beta_{ij} - \max \beta_j $	0,01	0,05	0,14	0,42	0,64	0,91

Tabela 4 – Exposição aos fatores em função da frequência de rebalanceamento

Fonte: Elaboração própria

Conclui-se, portanto, que o rebalanceamento a cada 30 dias, simulação A, foi a alternativa que melhor atendeu conjuntamente todas as seis carteiras.

4.4. Análise dos Resultados

Nesta seção, as análises foram realizadas utilizando o período mais longo permitido pela disponibilidade de dados. Assim, a janela avaliada foi do dia 03 de janeiro de 2001 até 31 de outubro de 2024. Cabe também salientar que os parâmetros utilizados foram os mesmos definidos anteriormente, isto é, 12 meses de dados em cada regressão e rebalanceamento mensal.

Cabe destacar que, no presente estudo, optou-se por não considerar os custos de transação devido à frequência mensal de rebalanceamento das carteiras, o que reduz significativamente o impacto desses custos em comparação com estratégias de alta rotatividade, como as de rebalanceamento diário. Além disso, o *turnover* de ativos entre os períodos de rebalanceamento não foi suficientemente elevado para justificar uma inclusão detalhada desses custos, uma vez que as alterações nas carteiras não apresentaram mudanças bruscas ou excessivas. Vale também ressaltar que não foram consideradas as taxas de administração e despesas típicas de fundos de investimento, que, se aplicadas, poderiam impactar negativamente a rentabilidade final das carteiras analisadas. De todo modo, vale salientar que estratégias sistemáticas, como as baseadas em fatores de risco, tendem a ter menos despesas do que as estratégias de gestão ativa por exigirem menor intervenção humana e menos custos operacionais. Por fim, a exclusão desses fatores visou focar na análise teórica da performance dos fatores de risco, mantendo a comparabilidade com modelos clássicos de precificação de ativos.

4.4.1. Análise dos Fatores de Risco

A figura abaixo indica a evolução das cotas das carteiras construídas de *high value* e *low value* comparadas tanto com o mercado, representado pelo Ibovespa, quanto pelo próprio fator HML. Cabe lembrar que, por ter uma estrutura *long&short*, sua rentabilidade global será inferior às demais carteiras. Além disso, as linhas verticais indicam as datas de rebalanceamento das carteiras.



Figura 10 – Análise do Fator de Risco HML

Fonte: Elaboração própria

Chama atenção que a carteira *low value* foi destaque por muitos anos, contudo, é a que mais sofre em momentos de grandes crises internacionais. Isso vai em acordo com os argumentos de Moreira; Penedo; Pereira; Ambrozini (2021) de que, em períodos pré-crise, há uma supervalorização dos títulos, que ficam com baixo B/M. Assim, na crise, esses papéis *low value* tendem a sofrer uma correção acentuada. Isso explica a recuperação mais demorada dessa carteira, levando-se anos para retomar seus níveis anteriores. Tal aspecto pode ser verificado na figura 11, que apresenta o *drawdown* de ambas as carteiras,

Essa demora na recuperação é observada tanto na crise de 2008, cujo reestabelecimento de patamares mais próximos ao pré-crise só ocorreu em 2012, quanto na de 2020. Nesta última, embora os papéis tenham se recuperado rapidamente no início, a carteira vem sofrendo desde então, já chegando inclusive aos mesmos níveis observados no auge da pandemia. Tal característica pode ser explicada pois, em geral, empresas com baixo B/M são empresas de crescimento cuja valorização está baseada em um discurso bem agressivo. Não obstante, em momentos de crise, essa expectativa é quebrada e o crescimento desacelera, o que dificulta ainda mais a recuperação posterior do ativo.

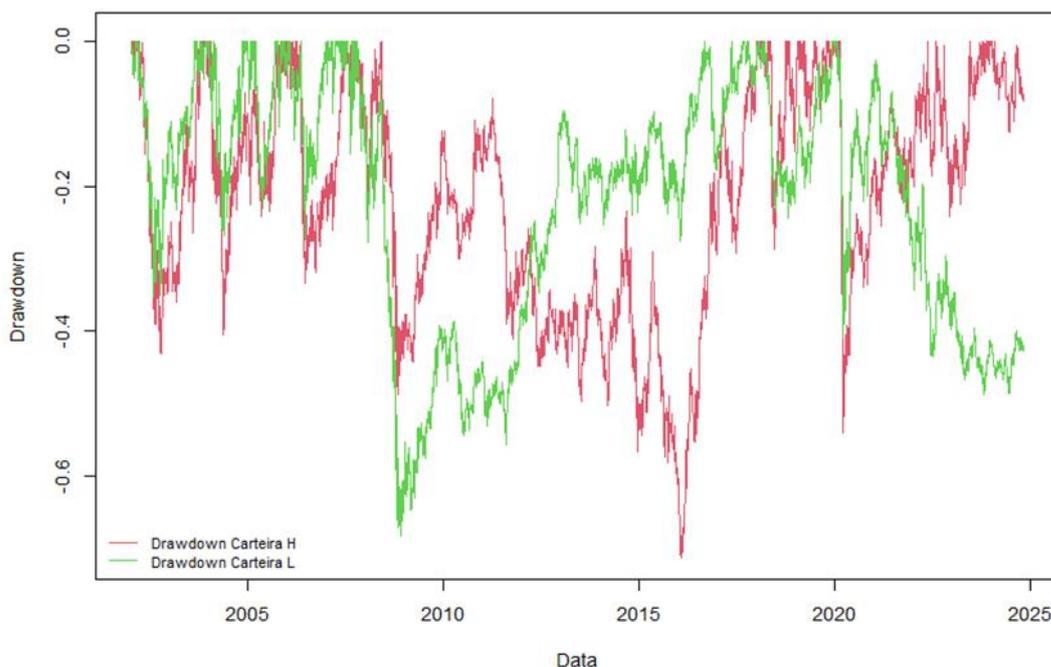


Figura 11 – Análise do *Drawdown* das carteiras *high value* e *low value*

Fonte: Elaboração própria

Já a carteira *high value* possui um comportamento bem diferente, sendo possível inclusive separar dois períodos distintos: (i) de 2002 a 2015; e (ii) de 2016 a 2024. Verifica-se no primeiro intervalo, a performance da carteira era muito aquém da do mercado, o que mudou no passado mais recente. Inclusive, dentre as seis carteiras construídas – *high value*, *low value*, *small*, *big*, *winner*s e *loser*s –, carteira *high value* é a única que já se recuperou da crise de 2020. A figura 12 apresenta o mesmo gráfico de evolução das cotas das carteiras subdividido nos dois subperíodos supracitados.

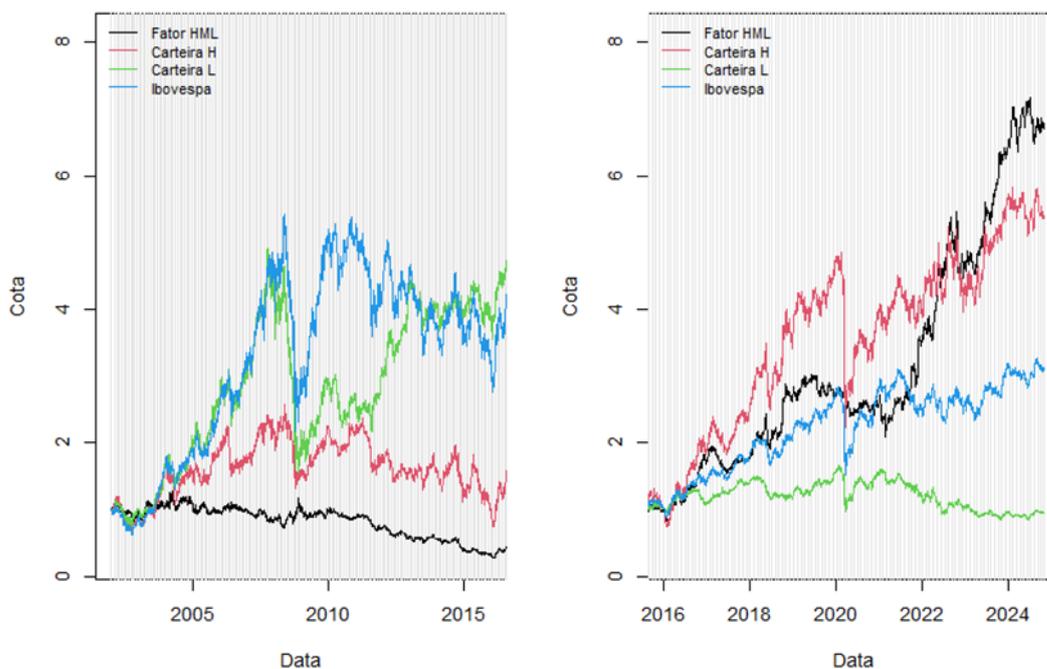


Figura 12 – Rentabilidade dividida em dois subperíodos

Fonte: Elaboração própria

Cabe salientar que a diferença da dinâmica entre esses dois períodos ajuda a compreender a falta de consenso na literatura brasileira quanto ao prêmio de risco do fator HML. Embora os resultados de Fama e French (1993) indicassem um prêmio positivo para o mercado americano, isso só pode ser observado a partir de 2016 para o Brasil. Note que Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021) analisaram o período compreendido entre 2006 e 2017 e Martins e Junior (2015) analisaram o período de janeiro de 2000 a dezembro de 2012. Ambos foram exceção ao encontrar um prêmio de risco negativo para o fator HML.

Além da crise de 2008, outros fatores podem ser levantados para a baixa performance no primeiro subperíodo. Dentre eles, destaca-se o enfraquecimento da demanda externa, ainda como resquício da crise do subprime, a desvalorização cambial e incertezas políticas, que contribuíram para a queda da bolsa entre 2012 e 2016. Neste mesmo período, como agravante, houve a deflagração da operação Lava Jato, que abalou a credibilidade de grandes empresas listadas em bolsa. Podendo isso ser, inclusive, um dos motivos pelos quais os ativos de *high value* foram mais afetados do que os de *low value*, causando a anomalia observada em

relação ao prêmio de risco. Instaurou-se, portanto, um período de recessão nacional e, logo, o aumento de risco do mercado brasileiro afugentou investidores estrangeiros, o que impactou diretamente o mercado de capitais (MOREIRA; PENEDO; PEREIRA; AMBROZINI, 2021).

Curiosamente, essa inversão de tendência também foi observada no mercado norte-americano, porém em outra época. Conforme evidenciado por Malkiel (2014), fundos de crescimento, que eram os destaques até a década de 1960, passaram a perder para os fundos de valor nas décadas subsequentes.

Em relação à rentabilidade de longo prazo, destaca-se que nenhuma das carteiras é capaz de vencer o mercado, embora haja janelas em que ambas consigam tal feito. As ideias de Piccoli et al. (2015) ajudam a compreender um pouco essa baixa performance: a quebra de rentabilidade sofrida em períodos de crise reverte o ganho apresentado em períodos anteriores, o que limita o ganho esperado para o longo prazo. Isso ocorreu pois enquanto a carteira *low value* sofreu mais com as crises internacionais, a carteira *high value* sofreu muito com a nacional.

Por fim, para verificação das carteiras, a mesma regressão Lasso foi realizada utilizando a janela completa de análise. Deste modo, pode-se afirmar que as carteiras criadas possuem, como esperado, elevada exposição ao fator HML, conforme exposto na tabela 05. Isso funciona como teste de robustez sobre a metodologia de criação dessas carteiras. Além disso, é possível também, a partir da tabela, afirmar que ambas as carteiras – mas em especial a *high value* – possuem baixa exposição aos fatores SMB e WML.

	Fatores			
	HML	SMB	WML	Rm-Rf
Carteira H	0,58	0,02	-0,09	0,36
Carteira L	-0,51	-0,17	0,05	0,48

Tabela 5 – Exposição das carteiras *high value* e *low value* aos fatores de risco

Fonte: Elaboração própria

Analisando agora o segundo fator de risco, o SMB, verifica-se uma dinâmica bem distinta do que já apresentado anteriormente. Ao longo de

praticamente todo o período, a carteira *small* conseguiu manter-se acima do Ibovespa e bem acima da carteira *big*, o que demonstra um prêmio positivo, em linha com o preconizado por Fama e French (2015) para o mercado americano.

Chama atenção que muitos dos estudos aplicados ao mercado brasileiro não encontraram tal relação. De todo modo, os estudos que avaliam períodos maiores e mais recentes – cujas análises se encerraram entre 2012 e 2017 – encontram relação positiva. São eles: Martins e Junior (2015), Ribeiro et al. (2023), Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021) e Carvalho et al. (2021).



Figura 13 – Análise do Fator de Risco SMB

Fonte: Elaboração própria

Em relação aos períodos de crise, salienta-se que a carteira *big* nunca conseguiu se recuperar da crise de 2008. Em contrapartida, a carteira *small* em geral se recuperou mais rapidamente, tanto das crises internacionais, quanto da crise de política pós lava jato em 2014. Essa observação vai contra aos argumentos de Bittencourt e Júnior (2018), Júnior e Machado (2016), Mussa, Famá e Santos (2012) e Málaga (2003) de que empresas de menor porte tendem a ser mais penalizadas em momentos de recessão.

Não obstante, vale comentar que nenhuma das carteiras se conseguiram se recuperar da crise de 2020, em contraste com o observado com o Ibovespa. Entretanto, no caso da carteira *small*, isso pode ser explicado pela alta performance logo antes do estouro da crise, o que levanta a hipótese de que os preços estariam em patamares irracionais neste período e, portanto, recuperar o *drawdown* se torna mais desafiador.

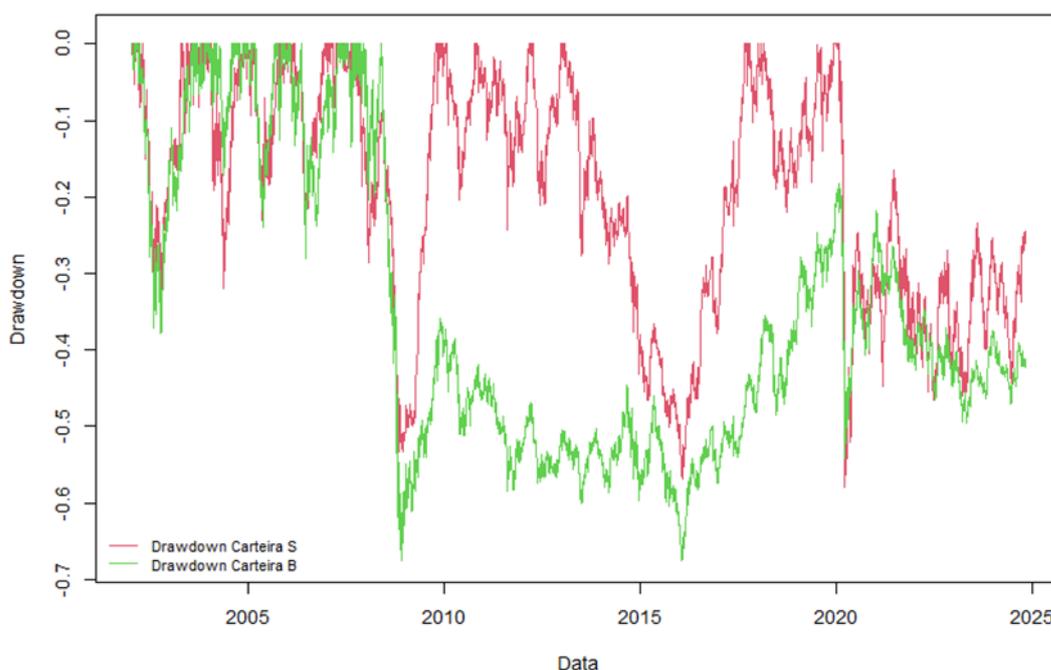


Figura 14 – Análise do *Drawdown* das carteiras *small* e *big*

Fonte: Elaboração própria

Finalmente, para verificação das carteiras, o mesmo processo foi realizado com a regressão – aplicado à janela completa de análise. Assim, conforme apresentado na tabela 06, verifica-se que ambas as carteiras possuem elevada exposição ao fator SMB, validando a robustez do método de construção da carteira. Além disso, é válido comentar que a carteira *big* possui baixíssima exposição aos fatores HML e WML – em linha com a ortogonalidade dos fatores – em contrapartida, uma elevada exposição ao fator mercado, enquanto a carteira *small* possui uma das menores exposições a este último fator.

	Fatores			
	HML	SMB	WML	Rm-Rf
Carteira S	0,17	0,63	-0,14	0,21
Carteira B	-0,03	-0,66	0,07	0,69

Tabela 6 – Exposição das carteiras *small* e *big* aos fatores de risco

Fonte: Elaboração própria

Por último, ao avaliar o fator WML, verifica-se que a carteira de ações vencedoras – *winner*s – teve a melhor performance no longo prazo, conseguindo manter seu alpha frente ao Ibovespa. Enquanto isso, a carteira *losers* teve a pior. Tal resultado vai em linha com o preconizado por Jegadeesh e Titman (1993), Carhart (1997) e com diversos dos estudos aplicados ao mercado brasileiro como os de Garcia e Santos (2018), Civiletti, Campani e Roquete (2020) e Bortoluzzo, Porto e Bortoluzzo (2023).



Figura 15 – Análise do Fator de Risco WML

Fonte: Elaboração própria

Ainda sobre a performance acima, é válido comentar que, embora a carteira de vencedoras tenha sido a melhor, esta ficou muito próxima da carteira de *small*. Logo, não se pode afirmar, apenas com base nesses dados, a superioridade de uma frente a outra.

Adicionalmente, a partir do gráfico de *drawdown* apresentado na próxima página, cabe ainda realizar algumas observações complementares:

- (i) Embora a carteira de *losers* tenha sido o destaque negativo, foi a carteira que mais rápido se recuperou da crise de 2008. No entanto, tal feito não se repetiu nas crises posteriores.
- (ii) Destaca-se a desconexão entre as performances das duas carteiras no período de 2011 a 2016, evidenciando que alguns papéis da bolsa conseguiram sair ilesos da crise nacional.
- (iii) Embora a carteira de *winner*s tenha recuperado rapidamente após a pandemia, os papéis deram uma corrigida no período subsequente e ainda não retomaram seu patamar prévio.
- (iv) Não há consistência na reação dessas carteiras ao longo das diferentes crises. Logo, pode-se levantar a hipótese de que cada crise econômica possui um impacto diferente no mercado de capitais e, conseqüentemente, na reação dessas carteiras.

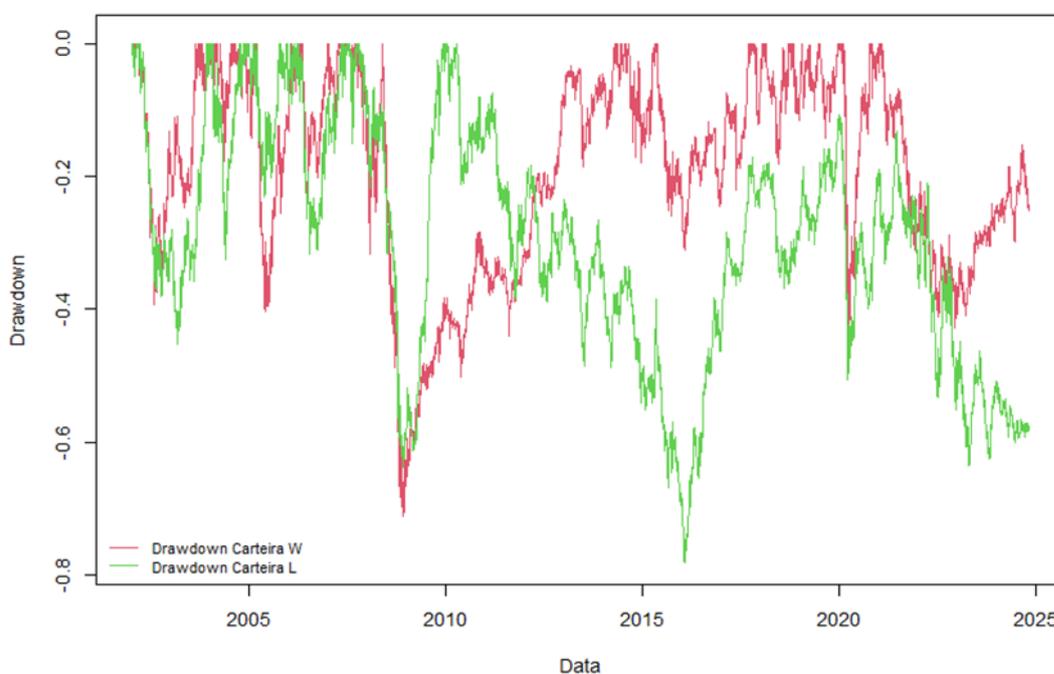


Figura 16 – Análise do *Drawdown* das carteiras *winner*s e *losers*

Fonte: Elaboração própria

Por fim, a tabela abaixo resume a exposição das carteiras aos quatro fatores de risco analisados. Constata-se, portanto, que a exposição ao fator WML não é tão forte ao se comparar com os casos anteriores. Embora tal situação não seja ideal, confere a maior exposição dentre os fatores HML, SMB e WML – em linha com o esperado. Deste modo, não há motivo para desconsiderar tal carteira. Em relação ao fator de mercado, a carteira de *winner*s se destaca com uma exposição elevada, enquanto a de *loser*s com uma exposição baixa.

	Fatores			
	HML	SMB	WML	Rm-Rf
Carteira w	-0,14	-0,22	0,38	0,50
Carteira L	0,24	0,09	-0,41	0,33

Tabela 7 – Exposição das carteiras de *winner*s e *loser*s aos fatores de risco

Fonte: Elaboração própria

Cabe destacar também que todas as seis carteiras discutidas acima apresentaram exposição ao fator de mercado. Salienta-se ainda que tal resultado vai em linha com a literatura brasileira, lembrando que a significância do beta de mercado foi o único resultado consensual entre os autores. Conseqüentemente, isso também ajuda a compreender e justificar a força do modelo do CAPM para a precificação dos mercados, mesmo que não seja o único fator com poder explicativo.

4.4.2. Análise de Consistência

As figuras a seguir apresentam a rentabilidade anual de cada uma das seis carteiras, bem como a do Ibovespa, ao longo de todo o período analisado. Cabe ressaltar que o ano de 2024 não foi incluído no gráfico por não ter os 12 meses completos.

Desde modo, é possível tirar algumas conclusões complementares ao que já foi trazido na seção anterior:

- (i) Evidencia-se mais uma vez a falta de consistência na rentabilidade das carteiras ao longo dos anos;
- (ii) Destaca-se o Ibovespa, que ficou no último quartil de rentabilidade apenas nos anos de 2004, 2011 e 2013;

- (iii) A carteira que mais apareceu no último quartil foi a de *losers*, conforme já esperado;
- (iv) Desde 2016, o destaque de performance geral foi a de *high value*, em contraste com o observado antes dessa data. Além disso, o inverso pode ser observado com a de *low value*, sugerindo uma eventual inversão nas preferências dos investidores.

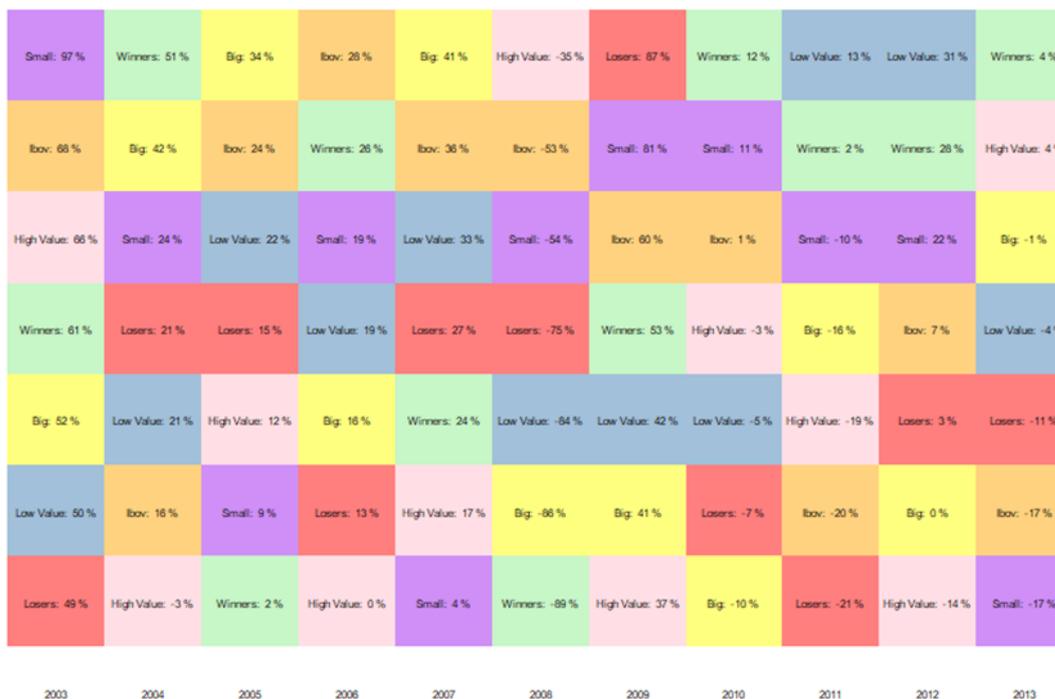


Figura 17 – Análise de Consistência de 2003 a 2013

Fonte: Elaboração própria

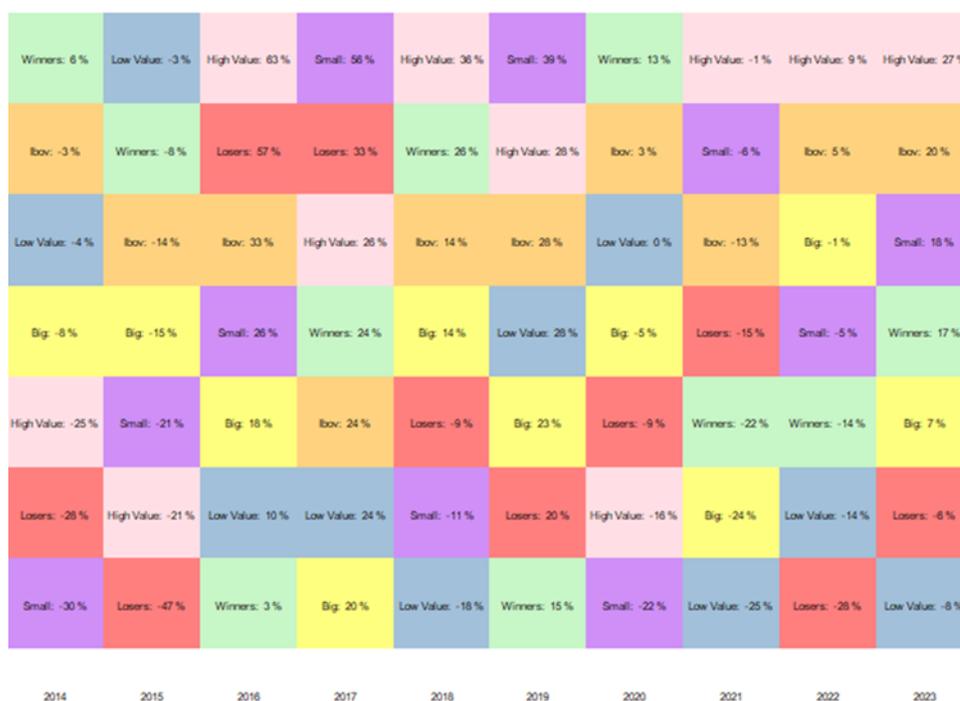


Figura 18 – Análise de Consistência de 2014 a 2023

Fonte: Elaboração própria

Tais resultados vão de acordo com a crítica de Malkiel (2014) em relação a estratégia de *Smart Beta*, evidenciando que tal estratégia não é capaz de gerar retornos excessivos confiáveis. De modo semelhante, ajuda a compreender o motivo do mercado ter evoluído para estratégias multifatoriais.

Nesse contexto, a simulação abaixo traz o vislumbre das fronteiras eficientes das combinações de duas das seis carteiras criadas. Assim, fica claro a vantagem de se combinar dois fatores distintos, principalmente para a redução de volatilidade da carteira.

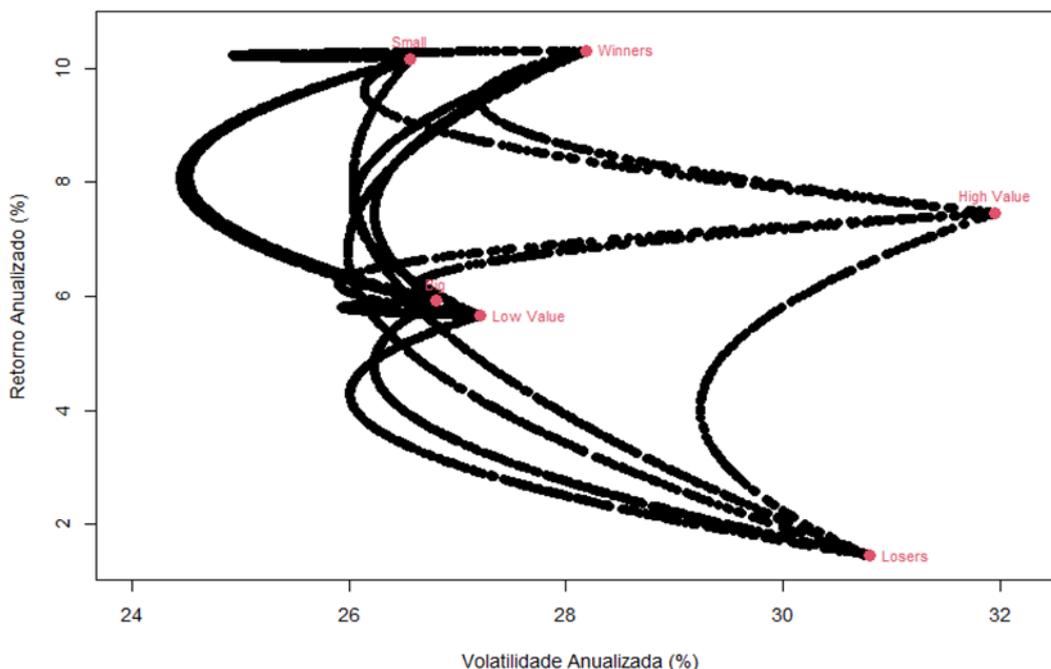


Figura 19 – Risco-retorno de carteiras simuladas expostas a 2 fatores

Fonte: Elaboração própria

Conclui-se, portanto, que a combinação de fatores é uma abordagem eficiente, o que justifica o fato de as estratégias multifatoriais terem se tornado cada vez mais comuns. Vale lembrar que os índices multifatoriais são as estratégias de *Smart Beta* mais utilizadas atualmente, consolidando-se como uma das principais abordagens na construção de portfólios (Revista Indexology, 2017).

4.4.3. Análise das Carteiras

Por fim, nesta última seção será avaliado os ativos que compuseram as carteiras ao longo do tempo, bem como a distribuição setorial dos mesmos. Primeiramente, será analisado o histograma exposto na figura 20, que sintetiza quantas vezes cada ação apareceu em cada uma das carteiras.

Como já era de se esperar as carteiras atreladas ao fator WML foram as que mais tiveram rotação de ativos, enquanto a carteira big chegou a ter ações que apareceram entre 250 e 300 vezes.

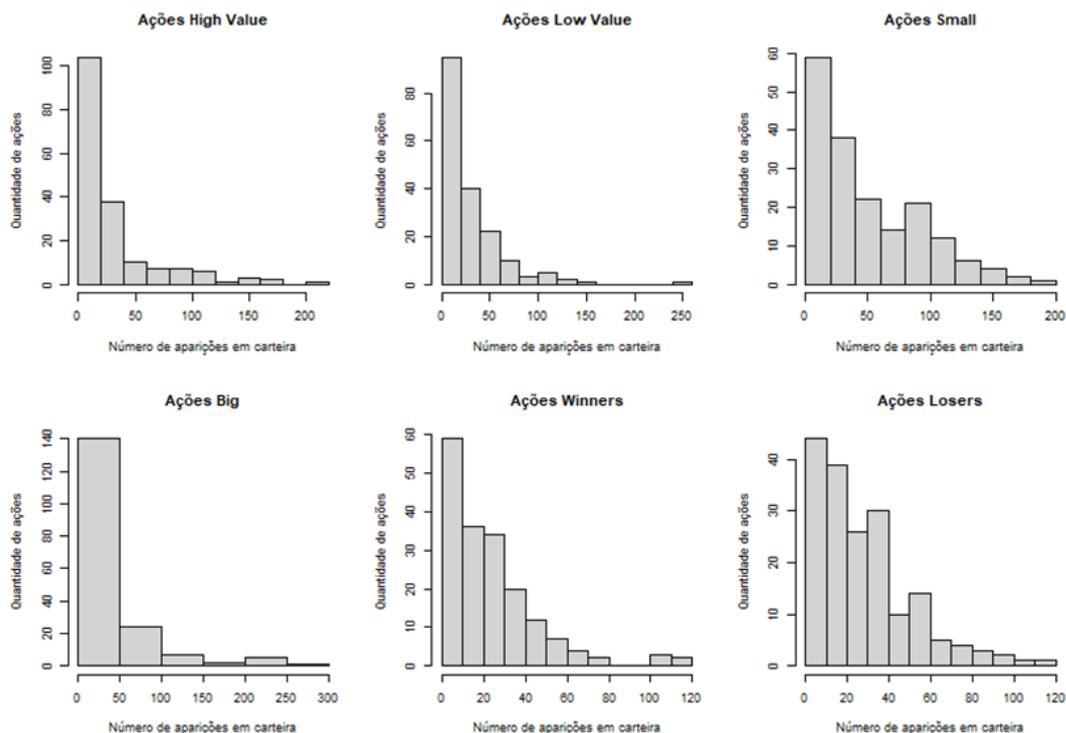


Figura 20 – Histograma de seleção de ações para cada carteira

Fonte: Elaboração própria

Por fim, as figuras a seguir trazem a dispersão setorial de cada uma das carteiras criadas. Vale salientar que foi necessário normalizar os dados em função do número de ativos de cada setor, tendo em vista a elevada concentração de papéis em poucos setores.

Analisando a carteira de *high value*, o setor que mais se destacou foi o de comunicações, o que vai em linha com o esperado por ser um setor extremamente maduro e pagador de dividendos. Logo atrás, destacou-se os setores de minerais não energéticos, serviços públicos e minerais energéticos, que também negociam a baixos múltiplos. Já na carteira *low value*, o destaque foi para consumo não durável, serviços de tecnologia e tecnologia em saúde. Tal resultado também não foge do esperado por serem, em geral, papéis negociados a múltiplos mais elevados e com elevada expectativa de crescimento.

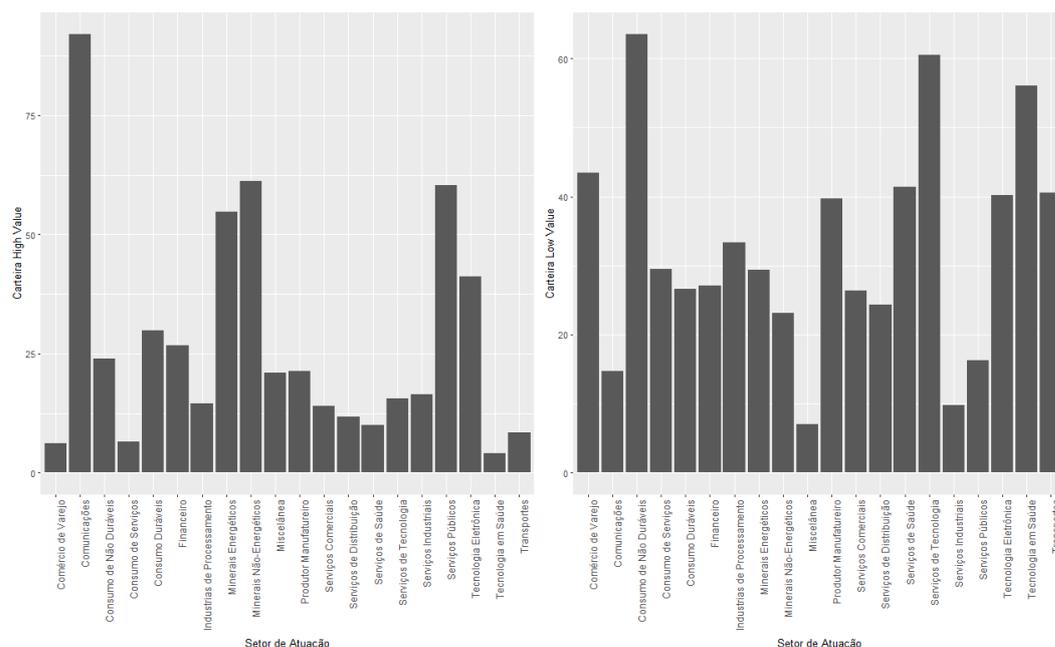


Figura 21 – Dispersão setorial das carteiras atreladas ao fator HML

Fonte: Elaboração própria

Ao olhar a carteira *small*, observa-se uma distribuição setorial mais uniforme entre os diversos setores, com destaque para miscelânea, produtor manufatureiro e consumo de serviços. Em contrapartida, a carteira *big* bem mais concentrada – como já mencionado – teve a predominância do setor de minerais energéticos, muito influenciado por Petrobrás.

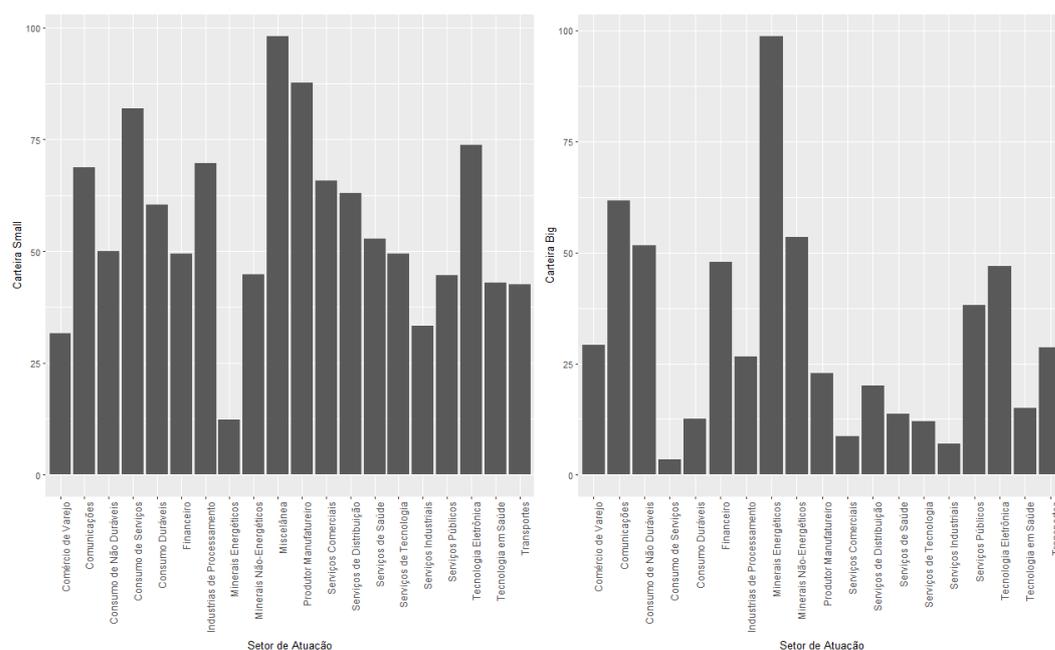


Figura 22 – Dispersão setorial das carteiras atreladas ao fator SMB

Fonte: Elaboração própria

Por último, as carteiras expostas ao fator WML apresentaram com alta frequência setores em comum: minerais não energéticos, consumo de não duráveis e tecnologia eletrônica. Isso se dá, pois, o mesmo ativo ora está no grupo de vencedores, ora no grupo de perdedores. Tal observação está em linha com os estudos de Carhart (1997), que já trazia a ideia de que a performance positiva das ações vencedoras no primeiro ano não se repetia nos anos seguintes. Além disso, na carteira de *winners*, o setor de minerais energéticos foi o que mais chamou atenção, enquanto na de *losers*, foi o setor de comunicação.

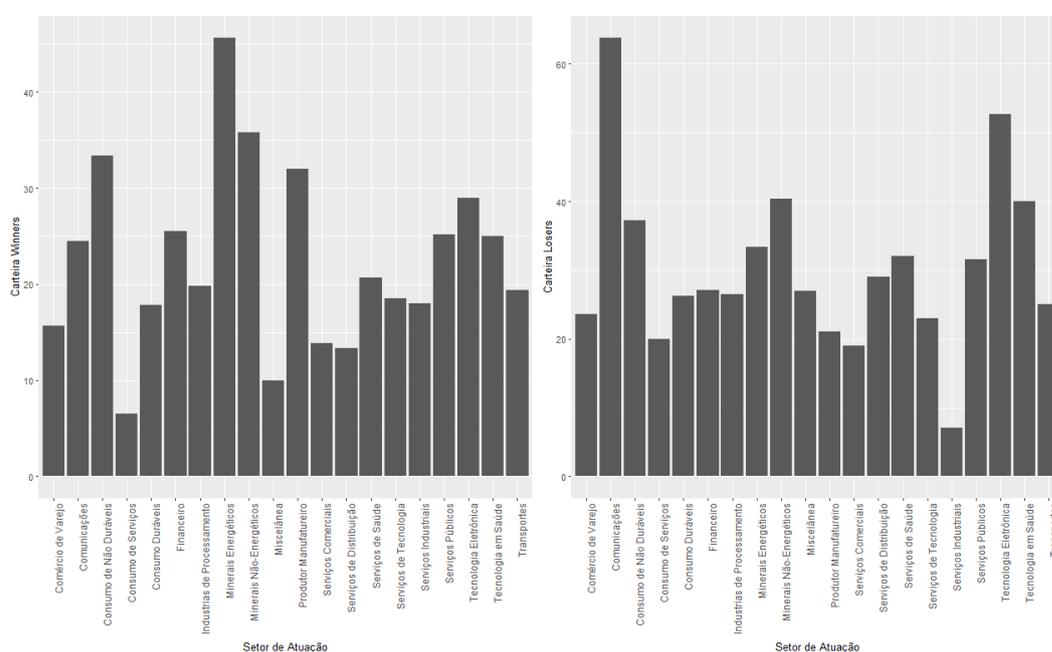


Figura 23 – Dispersão setorial das carteiras atreladas ao fator WML

Fonte: Elaboração própria

5. Conclusão

O presente trabalho analisou o modelo de quatro fatores, oriundos dos trabalhos de Fama e French (1992) e de Carhart (1997), aplicados ao mercado financeiro brasileiro. Para tanto, utilizou-se uma amostra composta por 179 ações negociadas na bolsa de valores com dados entre 2001 e 2024. Essa análise foi realizada por meio da construção de carteiras alinhadas aos principais fatores – HML, SMB e WML – cujos resultados demonstraram dinâmicas distintas sobre a relação de rentabilidade, consistência e impactos de crises econômicas.

Observou-se que as carteiras relacionadas ao fator HML apresentaram comportamentos divergentes ao longo do período estudado. A carteira de *high value* destacou-se no período mais recente, pós-2016, refletindo uma inversão nas preferências dos investidores e maior resiliência frente a crises. Já a carteira de *low value*, embora tenha se destacado antes de 2016, sofreu duramente em períodos de grandes crises.

Quanto ao fator SMB, os resultados confirmaram a existência de um prêmio positivo no mercado brasileiro, em linha com estudos mais recentes e com a teoria de Fama e French (1992). A carteira de empresas *small* foi um dos destaques de performance de longo prazo, enquanto a de empresas *big* apresentou dificuldades significativas de recuperação, especialmente após a crise de 2008.

Por último, em relação ao fator WML, verificou-se que a carteira de *winner*s também acumulou um dos melhores desempenhos no longo prazo, enquanto a de *loser*s obteve os piores resultados. No entanto, o comportamento dessas carteiras em períodos de crise evidenciou falta de consistência, reforçando a hipótese de que cada crise impacta o mercado de forma única.

A alteração dos padrões de performance dos fatores ao longo do tempo, verificada nesse estudo, ajuda a compreender o motivo pelo qual não há consenso sobre os prêmios de riscos na literatura brasileira. Isso, pois, cada autor, ao utilizar uma janela de análise distinta, chega a

conclusões também distintas. Nesse contexto, o presente trabalho contribui para este debate acadêmico, reforçando que, no mercado brasileiro, a análise dos prêmios de risco é influenciada pelos diversos momentos dos ciclos econômicos. Ressalta-se ainda que tal conceito já havia sido testado nos estudos de Bortoluzzo et al. (2016) e Moreira, Penedo, Pereira e Ambrozini (2021), verificando-se que as instabilidades econômicas de fato influenciam o comportamento dos fatores.

Adicionalmente, as análises setoriais revelaram padrões esperados. Setores maduros, como comunicações e serviços públicos, predominaram em carteiras *high value*, enquanto setores voltados ao crescimento, como tecnologia e consumo de não duráveis, foram predominantes nas carteiras *low value*.

Os resultados também evidenciaram que nenhuma das carteiras conseguiu, de maneira consistente, superar o mercado no longo prazo. Crises econômicas desempenharam um papel crucial na reversão de ganhos acumulados, evidenciando as limitações das estratégias baseadas em fatores isolados. Isso reforça a relevância de abordagens multifatoriais na busca por combinações eficientes de risco e retorno.

Para pesquisas futuras, recomenda-se avaliar a comparação de performance das carteiras de fatores com fundos de gestão ativa do mercado financeiro brasileiro, a fim de determinar se tais estratégias conseguem superar os resultados obtidos por gestores profissionais. Além disso, sugere-se o aprofundamento das estratégias multifatoriais, combinando dois ou mais fatores, para verificar se essas combinações oferecem maior robustez e estabilidade nos retornos, especialmente em diferentes ciclos econômicos. Por fim, é fundamental também estudar o impacto das principais taxas de despesas e custos de transação, imprescindíveis para operacionalização dessas carteiras, de modo a testar a viabilidade prática das estratégias propostas.

Por fim, as exposições aos fatores de risco corroboraram os resultados de estudos anteriores, reforçando a relevância do CAPM e dos modelos multifatoriais, como os de Fama e French (1992) e Carhart (1997),

para a precificação de ativos no mercado brasileiro. Além disso, o presente trabalho também ajudou a compreender o porquê de a literatura não encontrar um padrão definido para o comportamento dos fatores no mercado brasileiro. Contudo, a baixa consistência dos fatores e eventuais alterações dos prêmios de risco sugerem ainda a necessidade de mais estudos adaptados à realidade local.

6. Referências Bibliográficas

BESSLER, W.; TAUSHANOV, G.; WOLFF, D. Factor investing and asset allocation strategies: a comparison of factor versus sector optimization. **Journal of Asset Management**, v. 22, 29 mai. 2021.

BITTENCOURT, W. R.; JÚNIOR, J. B. A. Modelo de Avaliação de Rentabilidade de Ativos – Cinco Fatores. **Revista Universo Contábil**, v. 14, n. 3, p. 135-148, 2018.

BLITZ, D.; HANAUER, M. **How many factors are there? Or how to navigate the “factor zoo”**. mar. 2020.

BLITZ, D.; VIDOJEVIC, M. The Characteristics of Factor Investing. **The Journal of Portfolio Management**, 1 mar. 2019.

BORTOLUZZO, A.B.; VENEZUELA, M.K.; BORTOLUZZO, M.M.; NAKAMURA, W.T. Influência da crise financeira de 2008 na previsibilidade dos modelos de apreçamento de ativos de risco no Brasil. **Revista Contabilidade & Finanças**, São Paulo, v. 27, n. 72, p. 408-420, 2016.

BORTOLUZZO, A.B.; PORTO, G.I.; BORTOLUZZO, M.M. O modelo de cinco fatores de Fama e French e o fator momento: uma aplicação ao mercado brasileiro. **Revista de Contabilidade da UFBA**, v. 15, p. 1-21, 12 maio 2023.

CARHART, M. M. On Persistence in Mutual Fund Performance. **The Journal of Finance**, v. 52, n. 1, p. 57–82, mar. 1997.

CARVALHO, G. A. et al. Precificação do risco de liquidez no mercado acionário brasileiro. **Brazilian Review of Finance**, v. 19, n. 2, p. 60-90, 2021.

CIVILETTI, F.; CAMPANI, C.; ROQUETE, R. Carteiras igualmente ponderadas e “efeito momentum”: uma combinação interessante para investidores não sofisticados? **Brazilian Business Review**, v. 17, n. 5, p. 506–522, 2 set. 2020

COCHRANE, J. H. Presidential Address: Discount Rates. **The Journal of Finance**, v. 66, n. 4, p. 1047–1108, 19 jul. 2011.

COCHRANE, J. H. Portfolios for Long-Term Investors. **Review of Finance**, v. 26, n. 1, p. 1–42, 27 dez. 2021.

CONFESSOR, K. L. A.; SANTOS, J. F. D. 'Payout' Incremental e o Modelo de três Fatores de Fama e French. **Revista Catarinense da Ciência Contábil**, v. 19, n. 1, p. 1-18, 2020.

“FACTOR investing” gains popularity. **The Economist (London, England: 1843)**, 1 fev. 2018.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. The Cross-Section of Expected Stock Returns. **The Journal of Finance**, v. 47, n. 2, p. 427–465, jun. 1992.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. **Journal of Financial Economics**, v. 33, n. 1, p. 3–56, fev. 1993.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. A five-factor asset pricing model. **Journal of Financial Economics**, v. 116, n. 1, p. 1–22, abr. 2015a.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Dissecting Anomalies with a Five-Factor Model. **Review of Financial Studies**, v. 29, n. 1, p. 69–103, 2015b.

FARIA, L. E. C. T. DE et al. Análise da utilização de um modelo de quatro fatores como ferramenta auxiliar para gestão de carteiras baseadas no IBrX. **BBR - Brazilian Business Review**, v. 8, n. 4, p. 70–93, 2011.

FENG, G.; GIGLIO, S.; XIU, D. Taming the Factor Zoo: A Test of New Factors. **The Journal of Finance**, [s. l.], v. 75, n. 3, 2020.

FRANCO, C. D. Stock picking in the US market and the effect of passive investments. **Journal of Asset Management**, 3 nov. 2020.

GARCIA, A. S.; SANTOS, A. A. P. Dissecando Anomalias com o Modelo de Cinco Fatores para Mercado Acionário Brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 16, n. 1, p. 81-122, 2018.

HARVEY, C. R.; LIU, Y.; ZHU, H. ... and the Cross-Section of Expected Returns. **Review of Financial Studies**, v. 29, n. 1, p. 5–68, 9 out. 2015.

IKENBERRY, David; SHOCKLEY, Richard; WOMACK, Kent. Why active fund managers often underperform the S&P 500: The impact of size and skewness. **Journal of Private Portfolio Management**, v. 1, n. 1, p. 13-26, 1998.

JAMES, G. et al. **An Introduction to Statistical Learning with Applications in R**. Second ed. [s.l.] Springer, 2021.

JEGADEESH, N.; TITMAN, S. Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. **The Journal of Finance**, v. 48, n. 1, p. 65–91, mar. 1993.

JÚNIOR, C. P. S.; MACHADO, M. A. V. Aplicação do Modelo Alternativo de três Fatores na Estimação dos Retornos das Ações do Mercado Brasileiro. **Revista Universo Contábil**, v. 12, n. 3, p. 26-48, 2016.

KELLY, B. T.; DACHENG XIU. **Financial Machine Learning**. [S. l.]: Now Publishers, 2023.

LE SOURD, V.; MARTELLINI, L. **The EDHEC European ETF, Smart Beta and Factor Investing Survey**. [s.l.] EDHEC-Risk Institute, nov. 2021. Disponível em: <https://climateimpact.edhec.edu/sites/ercii/files/edhec-risk_publications_etf_survey_2021.pdf>.

LEE, J. S. H.; SALERNO, M. Factor-Targeted Asset Allocation: A Reverse Optimization Approach. **Financial Analysts Journal**, v. 79, n. 3, p. 75–94, 16 jun. 2023.

LEITE, A. L. et al. Size, value, profitability, and investment: Evidence from emerging markets. **Emerging Markets Review**, v. 36, p. 45-59, 2018.

LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13–37, fev. 1965.

MACHADO, K. Estudo do modelo de três fatores de Fama e French no mercado acionário brasileiro. **Revista Evidenciação Contábil & Finanças**, v. 10, n. 1, p. 105-116, 2022.

MACIEL, C. F. et al. Performance do modelo de cinco fatores de Fama e French na precificação de anomalias no mercado brasileiro. **Revista Contemporânea de Contabilidade**, v. 18, n. 49, 2021.

MÁLAGA, F. K. **Aplicação do modelo de três fatores de Fama e French no mercado acionário brasileiro – um estudo empírico do período de 1995-2003**. Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

MALKIEL, B. G. Is Smart Beta Really Smart? **The Journal of Portfolio Management**, v. 40, n. 5, p. 127–134, 30 set. 2014.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, mar. 1952.

MARTINS, C. C.; JUNIOR, W. E. Pricing Assets with Fama and French 5-Factor Model: a Brazilian market novelty. **XV Encontro Brasileiro De Finanças**, 2015.

MCGRATTAN, E. R.; JAGANNATHAN, R. The CAPM Debate. **Quarterly Review**, v. 19, n. 4, set. 1995.

MERTON, R. C. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. **Econometrica**, v. 41, n. 5, p. 867–887, 1973.

MORAES, F. T.; DE-LOSSO, R. Risk Factor Centrality and the Cross-Section of Expected Returns. **SSRN Electronic Journal**, 2020.

MOREIRA, K. D. S.; PENEDO, A. S. T.; PEREIRA, V. S.; AMBROZINI, M. A. Crises e Precificação de Ativos no Mercado de Capitais Brasileiro: Os Cinco Fatores de Fama & French. **Revista Gestão Organizacional**, v. 14, n. 2, p. 95-115, 2021.

MUSSA, A. et al. A estratégia de momento de Jegadeesh e Titman e suas implicações para a hipótese de eficiência do mercado acionário brasileiro. **Globalização e internacionalização de empresas**, 2007.

MUSSA, A.; FAMÁ, R.; SANTOS, J. O. D. A adição do fator de risco momento ao modelo de precificação de ativos dos três fatores de Fama &

French aplicado ao mercado acionário brasileiro. **Revista de Gestão**, v. 19, n. 3, p. 447-464, 2012.

NOVY-MARX, R. Is momentum really momentum?. **Journal of Financial Economics**, v. 103, n. 3, p. 429-453, 2012.

NOVY-MARX, R. The other side of value: The gross profitability premium. **Journal of Financial Economics**, v. 108, n. 1, p. 1–28, abr. 2013.

PERGUNTAS e respostas: Smart Beta é cada vez mais inteligente? **Revista Indexology**, dez. 2017.

PICCOLI, P. G. R. et al. Revisitando as estratégias de momento: o mercado brasileiro é realmente uma exceção? **Revista de Administração**, v. 50, n. 2, p. 183–195, 2015.

RAYES, A.C.; ARAÚJO, G.S.; BARBEDO, C.H. O modelo de 3 fatores de Fama e French ainda explica os retornos no mercado acionário brasileiro? **Revista Alcance**, v. 19, n. 1, p. 52–61, 2012.

RIBEIRO, J. E. et al. Modelo de cinco fatores: desempenho na precificação de anomalias no mercado de capitais brasileiro. **Revista Foco**, v. 16, n. 7, p. e2331–e2331, 12 jul. 2023.

ROUWENHORST, K. G. Local Return Factors and Turnover in Emerging Stock Markets. **SSRN Electronic Journal**, 1998.

RUIZ, R. H. **Modelo de cinco fatores de Fama e French: o caso do mercado brasileiro**. Dissertação de Mestrado - Insper Instituto de Ensino e Pesquisa. São Paulo, 2015.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425–442, set. 1964.

SWADE, A. et al. Factor Zoo (.zip). **Social Science Research Network**, 1 jan. 2023.

VIEIRA, M. D. V. et al. Modelo de Cinco Fatores de Risco: precificando carteiras setoriais no mercado acionário brasileiro. **Revista Catarinense da Ciência Contábil**, v. 16, n. 48, p. 86-104, 2017.

APÊNDICES

APÊNDICE A – EMPRESAS UTILIZADAS

Ticker	Setor	Indústria
PETR4	Minerais Energéticos	Óleo Integrado
PETR3	Minerais Energéticos	Óleo Integrado
VALE5	<NA>	<NA>
ABEV3	Consumo de Não Duráveis	Bebidas: Alcoólicas
VALE3	Minerais Não-Energéticos	Aço
ITUB4	Financeiro	Grandes Bancos
BBDC3	Financeiro	Grandes Bancos
CMIG4	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
ELET3	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
OIBR4	Comunicações	Principais Telecomunicações
GGBR4	Minerais Não-Energéticos	Aço
ELET6	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
CSNA3	Minerais Não-Energéticos	Aço
EMBR3	Tecnologia Eletrônica	Defesa e Tec. Aeroespaciais
CPLE6	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
GOAU4	Minerais Não-Energéticos	Aço
CMIG3	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
SBSP3	Serviços Públicos	Concessionárias de Água
CTNM4	Consumo Duráveis	Móveis Domésticos
USIM5	Minerais Não-Energéticos	Aço
BBAS3	Financeiro	Grandes Bancos
VIVT3	Comunicações	Telecomunicações Especializadas
KLBN4	Minerais Não-Energéticos	Produtos Naturais
BRAP4	Financeiro	Conglomerados Financeiros
EGIE3	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
UNIP6	Indústrias de Processamento	Produtos Químicos: Especialidade
BOBR4	Consumo de Não Duráveis	Cuidados Pessoais/Domésticos
CPLE3	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
COCE5	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
EMAE4	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
BRAP3	Financeiro	Conglomerados Financeiros
TIMS3	Comunicações	Telecomunicações Sem Fio
CGAS5	Serviços Públicos	Distribuidoras de Gás
TNCP4	<NA>	<NA>
ETER3	Minerais Não-Energéticos	Materiais de Construção
INEP4	Serviços Industriais	Construção de Engenharia
ITSA4	Financeiro	Conglomerados Financeiros
POM04	Produtor Manufatureiro	Caminhões/Construção/Máquinas Agrícolas
CLSC4	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
AELP3	<NA>	<NA>
RAPT4	Produtor Manufatureiro	Caminhões/Construção/Máquinas Agrícolas
OIBR3	Comunicações	Principais Telecomunicações
TASA4	Tecnologia Eletrônica	Defesa e Tec. Aeroespaciais
CCRO3	Transportes	Outros Transportes
FESA4	Minerais Não-Energéticos	Aço

SAPR4	Serviços Públicos	Concessionárias de Água
GOLL4	Transportes	Linhas Aéreas
USIM3	Minerais Não-Energéticos	Aço
CPFE3	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
GGBR3	Minerais Não-Energéticos	Aço
DASA3	Serviços de Saúde	Serviços Médicos/de Enfermagem
PSSA3	Financeiro	Seguro de Propriedade/Acidentes
GRND3	Consumo de Não Duráveis	Vestuário/Calçado
ATMP3	Serviços Comerciais	Serviços Comerciais Diversos
CYRE3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
LREN3	Comércio de Varejo	Varejo de Roupas/Calçados
CSAN3	Serviços Públicos	Distribuidoras de Gás
AMER3	Comércio de Varejo	Varejo de Internet
BRFS3	Consumo de Não Duráveis	Alimentos: Carne/Peixe/Laticínios
RENT3	Financeiro	Finanças/Locação/Leasing
RSID3	Consumo Duráveis	Construção Residencial
ELPL4	<NA>	<NA>
GUAR3	Serviços de Distribuição	Distribuidores por Atacado
SLED4	<NA>	<NA>
LIGT3	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
PDTC3	Tecnologia Eletrônica	Equipamentos de Telecomunicações
WEGE3	Produtor Manufatureiro	Produtos Elétricos
GFS3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
LUPA3	Produtor Manufatureiro	Maquinário Industrial
POSI3	Tecnologia Eletrônica	Hardware de Processamento de Computador
ODPV3	Serviços de Saúde	Serviços Médicos/de Enfermagem
TAE11	Serviços Industriais	Construção de Engenharia
SYNE3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
PMAM3	Minerais Não-Energéticos	Outros Metais/Minerais
BEES3	Financeiro	Bancos Regionais
CSUD3	Serviços Comerciais	Serviços Comerciais Diversos
B3SA3	Financeiro	Gerenciamento de Investimentos
RDCD3	<NA>	<NA>
JBSS3	Consumo de Não Duráveis	Alimentos: Carne/Peixe/Laticínios
PDGR3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
MRVE3	Consumo Duráveis	Construção Residencial
MRFG3	Consumo de Não Duráveis	Alimentos: Carne/Peixe/Laticínios
EQTL3	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
LOGN3	Transportes	Outros Transportes
TCSA3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
PRML3	<NA>	<NA>
TEND3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
KEPL3	Produtor Manufatureiro	Produtos para Construção
FHER3	Indústrias de Processamento	Produtos Químicos: Agrícolas
OGXP3	<NA>	<NA>
SANB11	Financeiro	Grandes Bancos
HYPE3	Tecnologia em Saúde	Farmacêutica: Principal
FIBR3	<NA>	<NA>

DXCO3	Produtor Manufatureiro	Produtos para Construção
BRSR6	Financeiro	Grandes Bancos
MULT3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
CSMG3	Serviços Públicos	Concessionárias de Água
EVEN3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
PRTX3	<NA>	<NA>
ENEV3	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
NEXP3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
VIVR3	Consumo Duráveis	Construção Residencial
JHSF3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
PLAS3	Produtor Manufatureiro	Peças de Automóvel: OEM
TERI3	<NA>	<NA>
UGPA3	Comércio de Varejo	Lojas Especializadas
ITUB3	Financeiro	Grandes Bancos
TOTS3	Serviços de Tecnologia	Softwares Prontos
BRPR3	<NA>	<NA>
PRI03	Minerais Energéticos	Óleo Integrado
ECOR3	Transportes	Outros Transportes
MYPK3	Produtor Manufatureiro	Peças de Automóvel: OEM
BPAN4	Financeiro	Grandes Bancos
RADL3	Comércio de Varejo	Rede de Farmácias
EZTC3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
MGLU3	Comércio de Varejo	Lojas de Departamentos
OSXB3	Serviços Industriais	Serviços/Equipamentos para Campos Petrolíferos
COGN3	Serviços Comerciais	Serviços Comerciais Diversos
YDUQ3	Serviços Comerciais	Serviços Comerciais Diversos
QUAL3	Serviços de Saúde	Plano de saúde
MILS3	Financeiro	Finanças/Locação/Leasing
BEEF3	Serviços de Distribuição	Atacados Alimentícios
BBSE3	Financeiro	Seguro de Várias Linhas
KLBN11	Minerais Não-Energéticos	Produtos Naturais
VVAR11	<NA>	<NA>
MDIA3	Consumo de Não Duráveis	Comida: Especialidade/Doces
VLID3	Serviços Comerciais	Impressão/Formulários Comerciais
SMT03	Indústrias de Processamento	Produtos Químicos: Especialidade
ANIM3	Miscelânea	Miscelânea
SEER3	Consumo de Serviços	Outros Serviços ao Consumidor
FLRY3	Serviços de Saúde	Serviços Médicos/de Enfermagem
CVCB3	Consumo de Serviços	Outros Serviços ao Consumidor
ALUP11	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
ALPA4	Consumo de Não Duráveis	Vestuário/Calçado
LEVE3	Produtor Manufatureiro	Peças de Automóvel: OEM
TUPY3	Produtor Manufatureiro	Maquinário Industrial
RAIL3	Transportes	Ferrovias
SUZB3	Indústrias de Processamento	Papel de Celulose
ENGI11	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
CRFB3	Serviços de Distribuição	Atacados Alimentícios
SAPR11	Serviços Públicos	Concessionárias de Água

WIZC3	Financeiro	Corretoras/Serviços de Seguros
MOVI3	Financeiro	Finanças/Locação/Leasing
AZUL4	Transportes	Linhas Aéreas
VBBR3	Comércio de Varejo	Lojas Especializadas
IRBR3	Financeiro	Seguro Especializado
SLCE3	Indústrias de Processamento	Commodities Agrícolas/Moagem
BHIA3	Comércio de Varejo	Lojas de Eletrônicos/Eletrodomésticos
LOGG3	Serviços Industriais	Construção de Engenharia
BPAC11	Financeiro	Bancos/Corretoras de Investimento
NTCO3	Consumo de Não Duráveis	Cuidados Pessoais/Domésticos
HAPV3	Serviços de Saúde	Gerenciamento Hospitalar/Enfermagem
PCAR3	Comércio de Varejo	Varejo e Distribuição de Alimentícios
LWSA3	Serviços de Tecnologia	Serviços de Processamento de Dados
NEOE3	Serviços Públicos	Utilidades Elétricas
ALOS3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
SBFG3	Comércio de Varejo	Lojas Especializadas
MEAL3	Consumo de Não Duráveis	Alimentos: Principais Diversificados
AMAR3	Comércio de Varejo	Lojas de Departamentos
RDOR3	Serviços de Saúde	Gerenciamento Hospitalar/Enfermagem
ASAI3	Comércio de Varejo	Varejo e Distribuição de Alimentícios
PETZ3	Indústrias de Processamento	Commodities Agrícolas/Moagem
IGTI11	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
CASH3	Serviços Comerciais	Serviços de Marketing/Propaganda
STBP3	Transportes	Outros Transportes
RAIZ4	Comércio de Varejo	Lojas Especializadas
CMIN3	Minerais Não-Energéticos	Aço
AURE3	Serviços Públicos	Geração de Energia Alternativa
VAMO3	Financeiro	Finanças/Locação/Leasing
CBAV3	Minerais Não-Energéticos	Outros Metais/Minerais
AMB3	Serviços Comerciais	Serviços Comerciais Diversos
RECV3	Minerais Energéticos	Óleo Integrado
VIVA3	Consumo Duráveis	Outras Especialidades de Consumo
GMAT3	Comércio de Varejo	Varejo e Distribuição de Alimentícios
DIRR3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
SIMH3	Transportes	Frete Aéreo/Correios
BRAV3	Minerais Energéticos	Produção de Petróleo e Gás
AZZA3	Consumo de Não Duráveis	Vestuário/Calçado
IGTI3	Financeiro	Desenvolvimento Imobiliário
