

### 3

## **Apresentação e Análise dos Modelos de Dimensionamento à Força Cortante**

### **3.1. Considerações Iniciais**

Neste capítulo é desenvolvido o modelo para o cálculo do ângulo de inclinação da biela de compressão para a viga de concreto armado com reforço externo, para ser utilizado na implementação computacional.

Utilizando este modelo para o cálculo do ângulo de inclinação da biela de compressão, foi feita uma comparação entre os valores de  $V_f$  experimentais e teóricos, que foram calculados com os modelos apresentados no capítulo 2.4 com a área de reforço utilizada nos ensaios, esta comparação foi feita também adotando o ângulo de inclinação da biela constante e igual a  $45^\circ$ . Através destas comparações foi feita a escolha do modelo a ser usado nos algoritmos de dimensionamento da área de reforço a partir da força cortante.

Finalmente, as áreas calculadas através dos algoritmos são comparadas com as áreas utilizadas nos ensaios visando avaliar a eficiência do modelo.

### **3.2. Modelo para o Cálculo da Inclinação da Biela de Compressão em Viga com Reforço Externo**

Seguindo o modelo do campo de compressão diagonal apresentado por Collins e Mitchell (1987) e considerando as modificações apropriadas, para levar em conta a presença do reforço colado externamente, é possível determinar o ângulo de inclinação das fissuras  $\theta$ , aproximando o campo de tensões real para o caso da viga de concreto armado reforçada com FRP, utilizando as equações de equilíbrio e compatibilidade, as relações constitutivas e admitindo uma perfeita aderência entre o aço e o concreto e entre o reforço e o concreto.

Um elemento fissurado de viga de concreto armado com estribos verticais, reforço à força cortante e à flexão colados externamente é mostrado na Figura 3.1 (a).

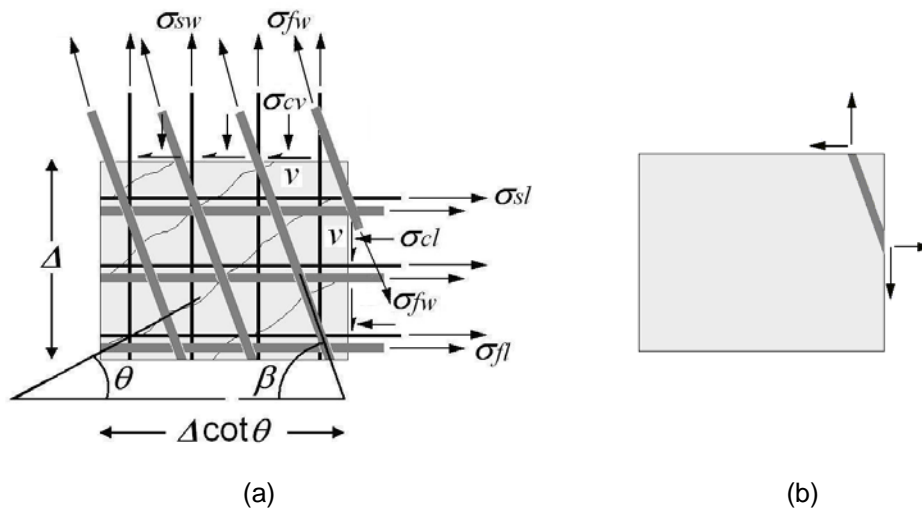


Figura 3.1 – Elemento fissurado de viga de concreto armado com reforço externo de FRP

A força no reforço externo à força cortante pode ser decomposta em uma parcela horizontal e outra vertical conforme mostrado na Figura 3.1(b).

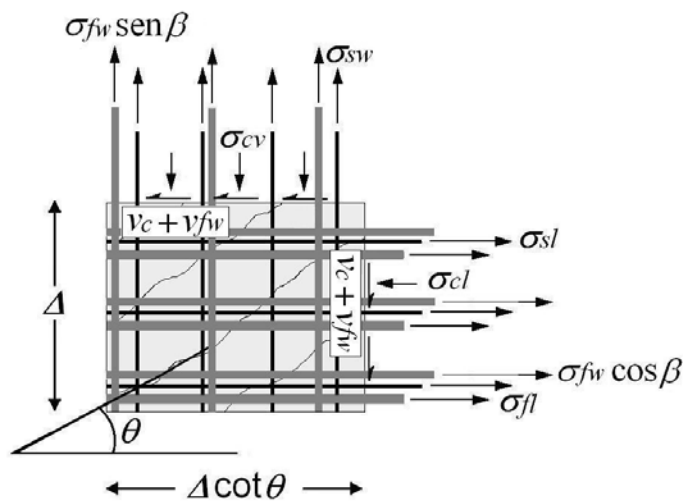


Figura 3.2 - Elemento fissurado de viga com reforço externo transversal decomposto.

As taxas geométricas de reforço externo transversal nas direções horizontal e vertical, respectivamente, são dadas por:

$$\rho'_{fw} = \frac{A_{fw}}{b_w s'_f} \quad (3.1)$$

$$s'_f = stg\beta \quad (3.2)$$

$$\rho_{fw} = \frac{A_{fw}}{b_w s_f} \quad (3.3)$$

A taxa geométrica de reforço externo longitudinal é dada por:

$$\rho_{fl} = \frac{A_{fl}}{b_w z} \quad (3.4)$$

Do capítulo 2, as taxas geométricas de armadura transversal e longitudinal são dadas por:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w s} \quad (2.20)$$

$$\rho_{sl} = \frac{A_{sl}}{b_w z} \quad (2.21)$$

A tensão cisalhante média adimensional é dada por:

$$v = \frac{V}{b_w z} \quad (3.5)$$

$$v = v_c + v_{fw} \quad (3.6)$$

Nas Figuras 3.3 e 3.4 é feito equilíbrio na direção da inclinação  $\theta$ .

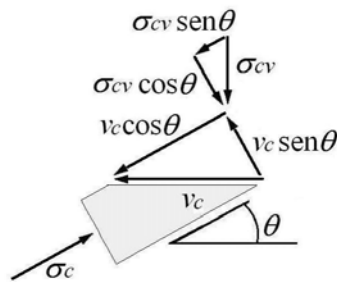


Figura 3.3 – Biela comprimida.

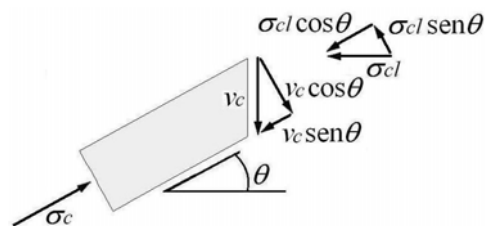


Figura 3.4 – Biela comprimida.

$$\sigma_{cv} = v_c \operatorname{tg} \theta \quad (3.7)$$

$$\sigma_{cl} = v_c \operatorname{cot} \theta \quad (3.8)$$

A tensão de compressão na biela, obtida do equilíbrio das forças na direção de  $\theta$  é:

$$\sigma_c = v_c (tg\theta + \cot\theta) \quad (3.9)$$

Equação de compatibilidade das forças normais na face horizontal da Figura 3.2:

$$\Sigma F_y = 0 \quad (3.10)$$

$$\sigma_{fw} \text{sen } \beta \frac{A_{fw}}{s_f} \Delta \cot\theta + \sigma_{sw} \frac{A_{sw}}{s_s} \Delta \cot\theta = \sigma_{cv} b_w \Delta \cot\theta \quad (3.11)$$

$$\sigma_{fw} \rho_{fw} \text{sen } \beta + \sigma_{sw} \rho_{sw} = \sigma_{cv} = v_c tg\theta \quad (3.12)$$

Equação de compatibilidade das forças normais na face vertical da Figura 3.2:

$$\Sigma F_x = 0 \quad (3.13)$$

$$\sigma_{fw} \cos \beta \frac{A_{fw}}{s_f} \Delta + \sigma_{fl} \frac{A_{fl}}{z} \Delta + \sigma_{sl} \frac{A_{sl}}{z} \Delta = \sigma_{cl} b_w \Delta \quad (3.14)$$

$$\sigma_{fw} \rho'_{fw} \cos \beta + \sigma_{fl} \rho_{fl} + \sigma_{sl} \rho_{sl} = \sigma_{cl} = v_c \cot\theta \quad (3.15)$$

$$\sigma_{cd} = \sigma_{cv} + \sigma_{cl} = v_c (tg\theta + \cot\theta) \quad (3.16)$$

De acordo com a NBR 6118 (2003), pode-se assumir para o aço um diagrama de tensão-deformação específica simplificado com patamar de escoamento. Antes do escoamento tem-se que:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (3.17)$$

O módulo  $E_s$  pode ser admitido igual a 210 GPa na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante.

A NBR 6118 (2003) permite admitir uma relação linear elástica entre tensões e deformações específicas para o concreto, para tensões de compressão menores do que  $0.5f_c$ . Adotando para o módulo de elasticidade o valor secante  $E_{cs}$ .

$$\sigma_c = E_{cs} \varepsilon_c \text{ para } \sigma_c \leq 0.5f_c \quad (3.18)$$

Onde

$$E_{cs} = 0.85E_{ci} \quad (3.19)$$

Com

$$E_{ci} = 5600 fck^{1/2} \quad (3.20)$$

Para o reforço de FRP é considerada uma relação linear elástica:

$$\sigma_f = E_f \varepsilon_f \quad (3.21)$$

Assumindo uma perfeita ancoragem entre o concreto, a armadura e o reforço, tem-se as expressões para as deformações específicas nas direções vertical e horizontal, respectivamente:

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_{fw} \rho_{fw} \operatorname{sen} \beta + \sigma_{sw} \rho_{sw}}{E_y} = \frac{\sigma_{cv}}{E_y} \quad (3.22)$$

$$E_y = \rho_{sw} E_s + \rho_{fw} E_f \operatorname{sen} \beta \quad (3.23)$$

$$\varepsilon_y = \frac{v_c \operatorname{tg} \theta}{E_{cs} (\rho_{sw} n_s + \rho_{fw} n_f \operatorname{sen} \beta)} \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_{fw} \rho'_{fw} \cos \beta + \sigma_{fl} \rho_{fl} + \sigma_{sl} \rho_{sl}}{E_x} = \frac{\sigma_{cl}}{E_x} \quad (3.25)$$

$$E_x = \rho_{sw} E_s + \rho_{fl} E_f + \rho'_{fw} E_f \cos \beta \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_x = \frac{v_c \cot \theta}{E_{cs} (\rho_{sl} n_s + \rho_{fl} n_f + \rho'_{fw} n_f \cos \beta)} \quad (3.27)$$

onde as razões entre os módulos de elasticidade  $n_s$  e  $n_f$  são dadas por:

$$n_s = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (3.28)$$

$$n_f = \frac{E_f}{E_{cs}} \quad (3.29)$$

A deformação específica principal mínima na direção das fissuras é dada por:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_{cd}}{E_{cs}} = -\frac{v_c (\operatorname{tg} \theta + \cot \theta)}{E_{cs}} \quad (3.30)$$

Substituindo as eq. (3.24), (3.27) e (3.30) na eq. (2.32) tem-se:

$$\operatorname{tg}^2 \theta = \frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_2)}{(\varepsilon_y - \varepsilon_2)} \quad (2.32)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \sqrt[4]{\frac{1 + \frac{1}{\rho_{sl} n_s + \rho_{fl} n_f + \rho'_{fw} n_f \cos \beta}}{1 + \frac{1}{\rho_{sw} n_s + \rho_{fw} n_f \operatorname{sen} \beta}}} \quad (3.31)$$

A NBR 6118 (2003), no modelo II de cálculo de elementos lineares sujeitos à força cortante no Estado Limite Último, admite diagonais de compressão inclinadas de  $\theta$  variável entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ .

### 3.3.

#### **Análise Comparativa entre Resultados dos Modelos Teóricos e Resultados Experimentais**

Para esta análise comparativa foram escolhidos os modelos de cálculo da resistência à força cortante, resumidos no capítulo 2.4: o modelo de Triantafillou e Antonopoulos (2000), que é usado pela *fib* Bulletin 14 (2001) e pelo manual ISIS (2001) para ruptura do compósito; o modelo de Khalifa et al. (1998), que é usado pelo ACI Committee 440 (2001) e pelo manual ISIS (2001) para descolamento do compósito; o modelo de Khalifa e Nanni (2000), que apresenta modificações feitas para melhorar o desempenho do modelo proposto por Khalifa et al. (1998); e o modelo de Chen e Teng (2003 a,b), encontrado na literatura, que parece apresentar um bom desempenho no cálculo da parcela da resistência à força cortante devida ao reforço externo. Para o modelo de Chen e Teng (2003 a,b) foram usadas também as equações para dimensionamento sugeridas pelos autores.

Na comparação entre os resultados calculados pelos modelos teóricos e os resultados experimentais todos os coeficientes de segurança foram adotados com valor igual a 1.0.

A maioria dos modelos encontrados na literatura considera que o ângulo de inclinação da fissura diagonal é constante e igual a  $45^\circ$ , porém, na realidade este ângulo assume valores menores do que este, resultando em um valor conservativo para a parcela da força cortante resistida pelo reforço calculada por esses modelos.

Para as vigas dos ensaios experimentais apresentados no capítulo 2, foram calculados os valores da parcela da força cortante resistida pelo reforço utilizando os modelos citados anteriormente, com o ângulo de inclinação das bielas comprimidas igual a  $45^\circ$  ou variável. O valor do ângulo foi calculado a partir da eq. (3.34). Os resultados de cada viga podem ser vistos no Anexo. Na Tabela 3.1 estão os valores das médias da relação  $V_{f,teo}/V_{f,exp}$  e os coeficientes de variação para cada modelo, com o resultado para cada esquema de reforço e o resultado geral (incluindo todos os esquemas).

Para a comparação com os modelos teóricos, foram utilizados apenas os resultados das vigas que falharam por ruptura do compósito ou por descolamento do compósito, excluindo-se as vigas que romperam por flexão ou por esmagamento do concreto.

Nas Tabelas o tipo de ancoragem é identificado de acordo com as siglas: *S* para reforço colado apenas nas laterais, *U* para reforço em “U” e *W* para envolvimento completo da seção pelo reforço.

Tabela 3.1 - Médias dos valores de  $V_{f\text{teo}}/V_{f\text{exp}}$  e coeficientes de variação.

Modelo	Tipo	Média de $V_{f\text{teo}}/V_{f\text{exp}}$	Coefficiente de Variação (%)
Chen e Teng - $\theta$ variável	S	1,3	22,5
	U	1,5	28,3
	W	1,5	25,1
	Geral	1,4	26,4
Chen e Teng - $\theta = 45^\circ$	S	0,8	22,6
	U	0,8	34,1
	W	0,9	45,5
	Geral	0,8	32,0
Chen e Teng (dimensionamento) - $\theta$ variável	S	1,0	22,5
	U	1,1	28,3
	W	1,2	25,1
	Geral	1,1	26,9
Chen e Teng (dimensionamento) - $\theta = 45^\circ$	S	0,6	22,6
	U	0,6	34,1
	W	0,7	45,5
	Geral	0,6	33,1
Triantafillou e Antonopoulos - $\theta$ variável	S	2,2	27,4
	U	2,0	30,0
	W	2,0	33,5
	Geral	2,1	29,0
Triantafillou e Antonopoulos - $\theta = 45^\circ$	S	1,45	37,8
	U	1,1	43,0
	W	1,2	57,2
	Geral	1,2	43,6
Khalifa et al. - $\theta$ variável	S	1,5	32,9
	U	1,7	36,1
	W	0,9	35,3
	Geral	1,4	39,9
Khalifa et al. - $\theta = 45^\circ$	S	1,0	52,7
	U	0,9	41,5
	W	0,5	59,7
	Geral	0,8	52,5
Khalifa e Nanni - $\theta$ variável	S	1,0	20,2
	U	1,6	30,7
	W	1,45	26,6
	Geral	1,45	33,7
Khalifa e Nanni - $\theta = 45^\circ$	S	0,5	29,6
	U	0,8	38,6
	W	0,8	49,1
	Geral	0,7	45,7

Os valores calculados foram colocados em gráficos  $V_{fexp} \times V_{fteo}$ , para cada modelo, onde  $V_{fexp}$  é o valor experimental para a parcela da força cortante resistida pelo reforço e  $V_{fteo}$  é o valor calculado pelos modelos.

A partir dos gráficos, das médias e dos coeficientes de variação apresentados nas Tabelas, é possível comparar os modelos.

A legenda dos gráficos das Figuras 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 e 3.10 está na Figura 3.5:

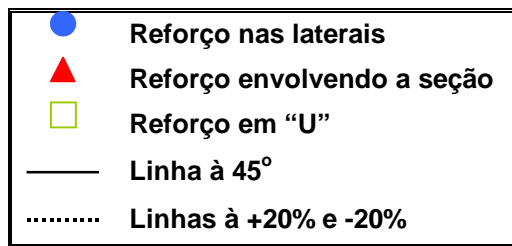


Figura 3.5 – Legenda dos gráficos

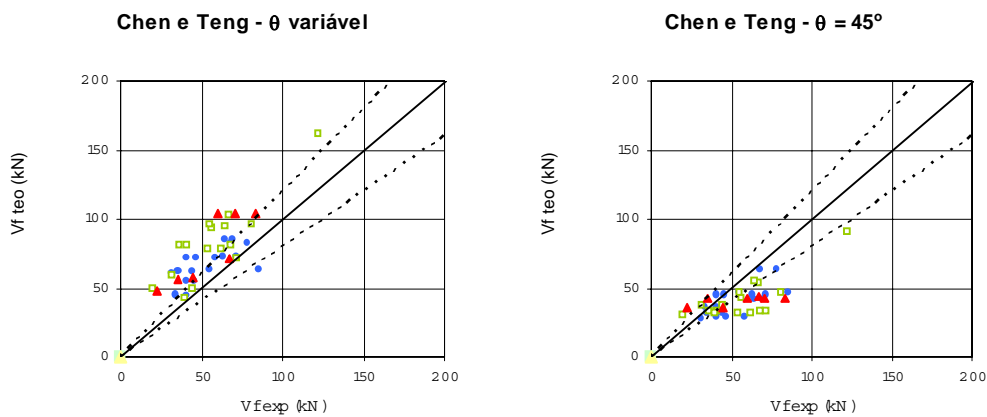


Figura 3.6 – Gráficos de  $V_{fexp} \times V_{fteo}$  para o modelo de Chen e Teng (2003 a, b).



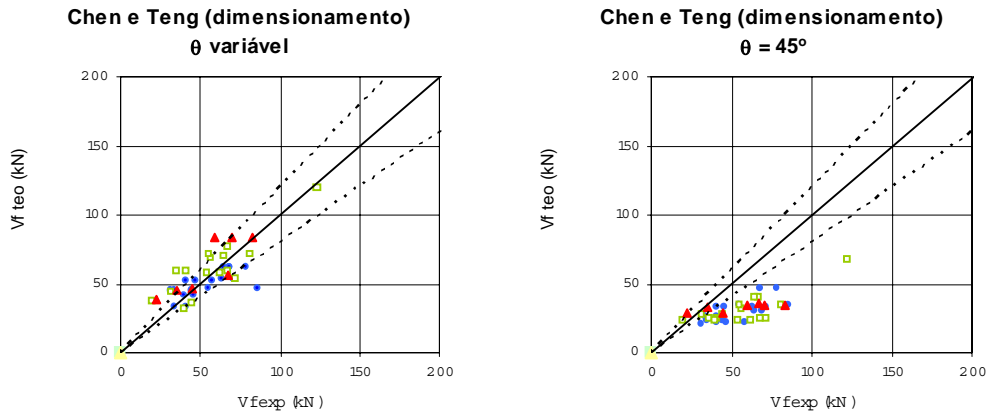


Figura 3.7 – Gráficos de  $V_{fexp}$  x  $V_{fteo}$  para o modelo de Chen e Teng (2003 a, b) de dimensionamento.

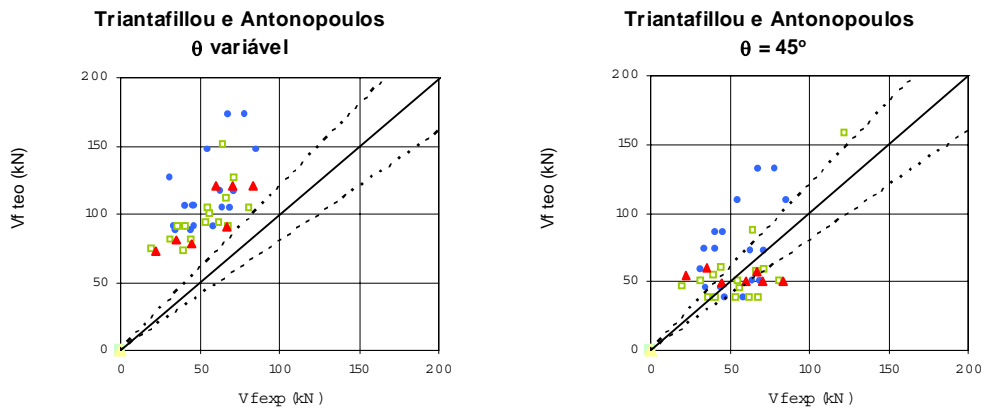


Figura 3.8 – Gráficos de  $V_{fexp}$  x  $V_{fteo}$  para o modelo de Triantafyllou e Antonopoulos (2000).

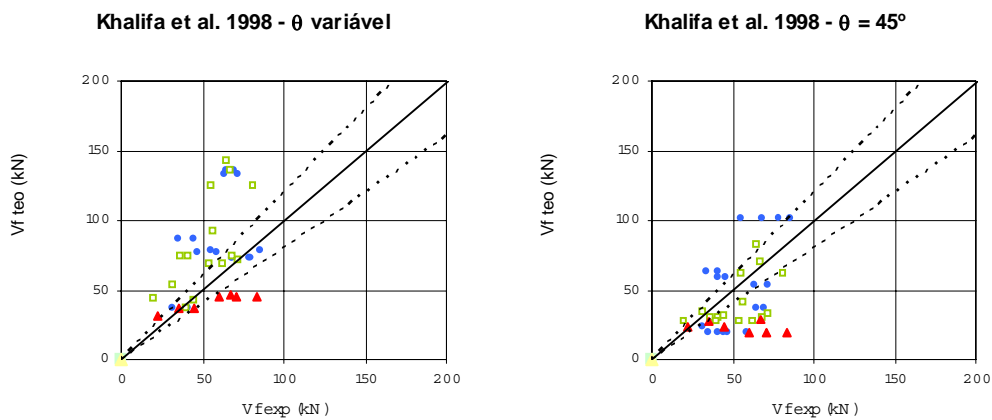


Figura 3.9 – Gráficos de  $V_{fexp}$  x  $V_{fteo}$  para o modelo de Khalifa et al. (1998)

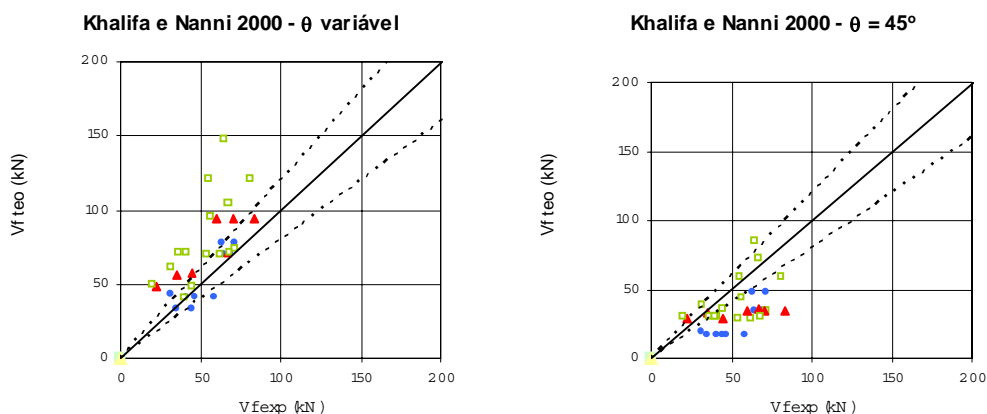


Figura 3.10 – Gráficos de  $V_{fexp}$  x  $V_{fteo}$  para o modelo de Khalifa e Nanni (2000).

O modelo de Chen e Teng (2003 a, b), é o mais elaborado entre todos os modelos analisados. Tanto para  $\theta = 45^\circ$  quanto para  $\theta$  variável foi o modelo que apresentou melhores resultados. O modelo de dimensionamento de Chen e Teng (2003 a, b) para ângulo de inclinação da biela variável apresenta a média da relação  $V_{fteo}/V_{fexp}$  mais próxima de 1.0. A partir do gráfico pode-se ver que a maioria dos valores está entre as faixas que limitam os valores de  $V_{fteo}$  20% maiores ou menores que  $V_{fexp}$ , apresentando o menor coeficiente de variação. Apesar do bom desempenho do modelo para o cálculo da parcela da força cortante resistida pelo reforço, as equações para descolamento foram deduzidas pelos autores supondo um ângulo de inclinação da fissura diagonal igual a  $45^\circ$ .

O modelo de Triantafyllou e Antonopoulos (2000) é o que apresenta resultados mais desfavoráveis à segurança da estrutura, com valores de  $V_{fteo}$  bem mais altos do que  $V_{fexp}$  tanto para  $\theta = 45^\circ$  quanto para  $\theta$  variável. Este modelo não diferencia reforço em “U” e reforço colado apenas nas laterais, embora, para falha por descolamento do reforço o tipo de ancoragem seja particularmente importante. O cálculo de  $V_f$ , por este modelo, não leva em conta casos em que a altura útil do reforço é diferente da altura útil da viga, como é o caso de vigas com seção transversal em “T”.

O modelo de Khalifa et al. (1998) apresenta os coeficientes de variação mais altos, é conservativo para o cálculo com  $\theta = 45^\circ$ , com a média da relação  $V_{fteo}/V_{fexp}$  igual a 0.8, e para  $\theta$  variável os valores calculados de  $V_{fteo}$  estão contra a segurança, com a média da relação  $V_{fteo}/V_{fexp}$  igual a 1.4. A equação da parcela  $V_f$  apresentada neste modelo sugere a aplicação do compósito em qualquer inclinação, porém, quando se aplica o ângulo  $\beta = 0^\circ$  ou  $\beta = 90^\circ$  obtém-se o

mesmo resultado para  $V_f$ . Entretanto, na realidade, a resistência obtida com reforço vertical é muito maior do que a resistência obtida com o reforço colado na horizontal, que praticamente não oferece ganho algum na resistência à força cortante. O modelo apresenta uma incoerência na determinação do comprimento de ancoragem,  $L_e$  (eq. 2.92), que diminui em função da rigidez do compósito,  $E_{ff}\rho_f$ , quando na realidade um aumento na rigidez deveria provocar um maior comprimento de ancoragem. Além disso, o modelo considera que todas as configurações de reforço estão sujeitas à falha por descolamento do compósito, enquanto que na prática isto não ocorre para a seção completamente envolvida pelo compósito. Por causa disto os valores de  $V_{fteo}$  calculados segundo o modelo de Khalifa et al. (1998) para vigas com esta configuração de reforço é geralmente bem mais baixo do que o valor obtido experimentalmente.

Khalifa e Nanni (2000), apresentaram um modelo baseado no modelo de Khalifa et al. (1998) com algumas modificações, considerando para o reforço com envolvimento completo da seção apenas a falha por ruptura do compósito, e não apresentaram uma expressão para o comprimento de ancoragem,  $L_e$ , que foi fixado em 75 mm, não levando em conta as características de ancoragem e de rigidez do compósito. Este modelo também é muito conservativo para o cálculo com  $\theta = 45^\circ$  e contra a segurança para  $\theta$  variável, com coeficientes de variação muito altos. Não foi considerado nesta análise o limite sugerido pelos autores para evitar a ruptura por compressão na biela.

Assim, verifica-se que os modelos de Triantafillou e Antonopoulos (2000) e Khalifa et al. (1998), apesar de utilizados em importantes normas internacionais, não apresentaram um bom desempenho no cálculo da parcela da força cortante resistida pelo reforço em comparação com os resultados experimentais.

### 3.4.

#### **Algoritmo de Cálculo da Área de Reforço à Força Cortante**

Através da análise feita no capítulo 3.3 foi escolhido o modelo mais adequado a ser utilizado na implementação computacional para o dimensionamento da área de reforço à força cortante. Para o algoritmo de cálculo adotando um ângulo de inclinação da biela de compressão constante foi escolhido o modelo de Chen e Teng (2003 a, b), apresentado no capítulo 2.4. Para o dimensionamento com  $\theta$  variável foi escolhido o mesmo modelo, porém, usando as equações para dimensionamento.

A seguir são apresentadas as equações para o cálculo da área de reforço por unidade de comprimento  $A_{fpm}$ .

Os dados de entrada do problema de dimensionamento do reforço são:

As características da viga existente:

$f_{ck}$  - resistência à compressão do concreto

$h$  - altura da viga

$h_w$  - altura da alma da viga

$c$  - cobrimento da armadura de flexão

$b_w$  - largura da alma

$A_{sw}$  - armadura transversal

$s$  - espaçamento dos estribos

$A_s$  - armadura longitudinal tracionada

$f_{yw}$  - tensão de escoamento do aço dos estribos

$f_y$  - tensão de escoamento do aço da armadura longitudinal

$V_{sd}$  - valor da força cortante a ser resistida pela viga reforçada

As características do reforço a ser adotado:

$E_f$  - módulo de elasticidade do reforço

$f_{fu}$  - tensão máxima de tração na ruptura no compósito

$\varepsilon_{max}$  - limite para a deformação específica máxima no compósito

$t_f$  - espessura do reforço

$\beta$  - ângulo das fibras

tipo de ancoragem

Os coeficientes de segurança adotados:

$\gamma_c$  - coeficiente de segurança para o concreto

$\gamma_s$  - coeficiente de segurança para o aço

$\gamma_b$  - coeficiente de segurança para o compósito

Outros símbolos utilizados:

$p$  - precisão adotada para a iteração.

$\theta_i$  - valor inicial para o ângulo de inclinação da biela comprimida (no caso do algoritmo com  $\theta$  variável).

ou

$\theta$  - valor para o ângulo de inclinação da biela comprimida (no caso do algoritmo com  $\theta$  constante).

O modelo foi criado para obter o valor da parcela da força cortante resistida pelo reforço externo, portanto, foi necessário adaptá-lo para o

dimensionamento, alterando a eq. (2.96) para o cálculo de  $\beta_w$ , pois os valores de  $w_f$  e de  $s_f$  não são conhecidos inicialmente.

A área de reforço por unidade de comprimento é dada por:

$$A_{fpm} = \frac{2t_f w_f}{s_f} \quad (3.32)$$

Assim:

$$\frac{w_f}{s_f} = \frac{A_{fpm}}{2t_f} \quad (3.33)$$

Substituindo a eq. (3.33) na eq. (2.73):

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2 - \frac{w_f}{s_f \text{sen}\beta}}{1 + \frac{w_f}{s_f \text{sen}\beta}}} \quad (2.73)$$

Tem-se:

$$\beta_w = \sqrt{\frac{4t_f \text{sen}\beta - A_{fpm}}{2t_f \text{sen}\beta + A_{fpm}}} \quad (3.34)$$

A saída do programa fornece:

a) A área de reforço à força cortante por unidade de comprimento (**Afpm**), que, além de um valor numérico, pode ter duas outras respostas como saída:

- **Afpm = "reforço desnecessário"**

No caso da viga de concreto armado suportar a carga sem a necessidade do reforço, isto é:  $V_c + V_s \geq V_{sd}$ .

- **Afpm = "usar outra camada"**

No caso do número de camadas fornecido inicialmente pelo usuário ser insuficiente. Neste caso deve-se voltar ao início do programa e aumentar o número de camadas, aumentando a espessura do reforço.

O Bulletin 14 da *fib* (2001) recomenda que não sejam aplicadas mais do que 3 camadas no caso de tiras ou 5 camadas de folhas curadas *in-situ*.

b) O ângulo de inclinação da biela de compressão em graus (**theta\_deg**) no caso do algoritmo para  $\theta$  variável.

c) O modo de ruptura (**modo**) que pode ter uma das três respostas abaixo como saída:

- modo = "descolamento"

No caso de falha por descolamento do compósito.

- modo = "ruptura"

No caso de falha por ruptura do compósito.

- modo = "esmagamento da biela"

No caso de falha por esmagamento da biela de compressão.

### 3.4.1.

#### Algoritmo de Cálculo da Área de Reforço à Força Cortante com Ângulo Variável de Inclinação da Biela de Compressão

1) Calcula-se:

$$d = h - c \quad (3.35)$$

O braço de alavanca  $z$  pode ser aproximado de acordo com a eq. (3.36):

$$z = 0.9d \quad (3.36)$$

$$h_{fe} = z - (h - h_w) \quad (3.37)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.38)$$

Substituindo a eq. (3.20) na eq. (3.19):

$$E_{cs} = 4760\sqrt{f_{ck}} \quad (3.39)$$

$n_s$  e  $n_f$  através das eq. (3.28) e (3.29) respectivamente.

$\rho_{sw}$ ,  $\rho_{sl}$ ,  $\rho_{fl}$  através das eq. (2.20), (2.21) e (3.2) respectivamente.

$\alpha_{v2}$  através da eq. (2.39).

Substituindo as equações (2.51), (2.52) e (2.53) na eq. (2.50):

$$V_{co} = \frac{0.126 f_{ck}^{2/3} b_w d}{\gamma_c} \quad (3.40)$$

2) Com o valor inicial de  $\theta_i$  calcula-se:

$$V_{swi} = \frac{A_{sw}}{s} 0.9 d f_{ywd} (\cot \theta_i) \quad (3.41)$$

$$V_{Rd2i} = 0.54 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d (\cot \theta_i) \text{sen}^2 \theta_i \quad (3.42)$$

$$V_{ci} = \min \left\{ \begin{array}{l} V_{co} \\ V_{co} \left( \frac{V_{Rd2i} - V_{sd}}{V_{Rd2i} - V_{co}} \right) \end{array} \right. \quad (3.43)$$

$$V_{fi} = V_{sd} - V_{swi} - V_{ci} \quad (3.44)$$

Se  $V_{fi} \leq 0$  a viga não necessita de reforço.

Se  $V_{fi} > 0$  calcula-se a área inicial de reforço:

$$A_{fpm} = \frac{V_{fi}}{(\cot \theta_i + \cot \beta) h_{fe} f_{fu}} \quad (3.45)$$

3) Calcula-se  $\rho_{fw}$  através da eq. (3.46):

$$\rho_{fw} = \frac{A_{fpm}}{b_w} \quad (3.46)$$

Calcula-se o novo ângulo  $\theta$  através da eq. (3.31).

Calcula-se:

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} 0,9 d f_{ywd} \cot \theta \quad (3.47)$$

$$V_{Rd2} = 0,54 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \cot \theta \operatorname{sen}^2 \theta \quad (3.48)$$

$$V_c = \min \left\{ V_{co} \left( \frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{co}} \right) \right\} \quad (3.49)$$

$$V_f = V_{sd} - V_{sw} - V_c \quad (3.50)$$

Se  $V_{fi} \leq 0$  a viga não necessita de reforço.

4) Calcula-se a tensão máxima de ruptura no compósito:

$$\sigma_{fvdR} = D_{fR} \sigma_{f \max R} \quad (3.51)$$

Onde:

$$D_{fR} = \frac{1 + \zeta}{2} \quad (3.52)$$

$$\zeta = \frac{h - h_w}{z} \quad (3.53)$$

$$\sigma_{f \max R} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{0,8 f_{fu}}{\gamma_f} \quad \text{se} \quad \frac{f_{fu}}{E_f} \leq \varepsilon_{\max} \\ \frac{0,8 \varepsilon_{\max} E_f}{\gamma_f} \quad \text{se} \quad \frac{f_{fu}}{E_f} > \varepsilon_{\max} \end{array} \right. \quad (3.54)$$

5) Se o tipo de ancoragem é envolvimento completo da seção há falha por ruptura do compósito:

$$\sigma_{fvd} = \sigma_{fvdR} \quad (3.55)$$

Vai direto ao item 8.

## 6) Cálculo da tensão máxima no descolamento do compósito

Calcula-se:

$L_e$  através da eq. (2.77).

$L_{max}$  através das equações (2.75) ou (2.76).

$\beta_w$  através da eq. (3.35).

$$\sigma_{fvdD} = D_{fD} \sigma_{fmaxD} \quad (3.56)$$

Onde:

$$\sigma_{fmaxD} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0.8 \frac{f_{fu}}{\gamma_b} \\ \frac{0.315}{\gamma_b} \beta_w \beta_L \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f_{cd}}}{t_f}} \end{array} \right. \quad (3.57)$$

$\lambda$  através da eq. (2.74).

$\beta_L$  através da eq. (2.72).

$$D_{fD} = \begin{cases} \frac{2}{\pi \lambda} \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right)}{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \lambda\right)} & \text{se } \lambda \leq 1 \\ 1 - \frac{\pi - 2}{\pi \lambda} & \text{se } \lambda > 1 \end{cases} \quad (3.58)$$

## 7) Verifica-se o modo de ruptura

$$\sigma_{fvd} = \min \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{fvdR} \\ \sigma_{fvdD} \end{array} \right. \quad (3.58)$$

Se  $\sigma_{fvd} = \sigma_{fvdD}$  haverá falha por descolamento do compósito.

Se  $\sigma_{fvd} = \sigma_{fvdR}$  haverá falha por ruptura do compósito.

8) Calcula-se uma nova área com o novo ângulo  $\theta$  e com o novo valor para a tensão no reforço:

$$A_{fpm1} = \frac{V_f}{(\cot \theta + \cot \beta) h_{fe} \sigma_{fvd}} \quad (3.60)$$

Calcula-se a diferença entre  $A_{fpm1}$  e  $A_{fpm}$ .

Se  $A_{fpm1} - A_{fpm} > p$ , adota-se  $A_{fpm} = A_{fpm1}$  e volta-se ao item 3



Se  $A_{fpm1} - A_{fpm} \leq p$ , adota-se  $A_{fpm} = A_{fpm1}$

9) São feitas duas verificações:

a) A necessidade de aumentar o número de camadas:

Para reforço contínuo, de acordo com a eq. (2.63):

$$s_f = \frac{w_f}{\text{sen}\beta} \quad (2.61)$$

Substituindo a eq. (3.60) na eq. (3.32) tem-se a área necessária para o reforço contínuo:

$$A_{fpm\ cont} = 2t_f \text{sen}\beta \quad (3.62)$$

Assim se  $A_{fpm1} \geq A_{fpm\ cont}$  é necessário adicionar mais uma camada de fibra ao reforço.

b) Se há esmagamento da biela comprimida:

Se  $V_{sd} > V_{Rd2}$  haverá ruptura por esmagamento da biela.

Na Figura 3.11 é apresentado o fluxograma de cálculo para a implementação computacional no programa MAPLE V.

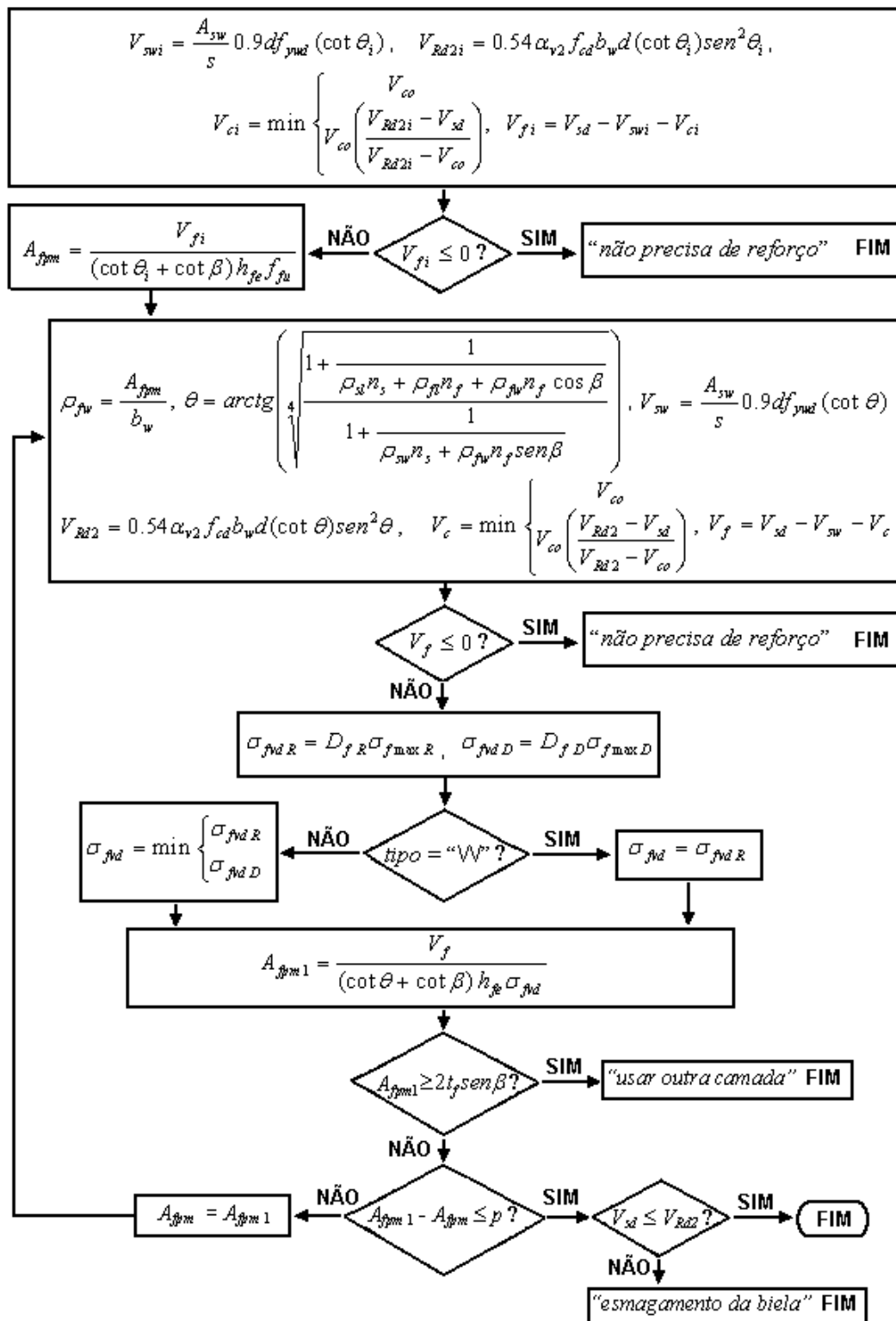


Figura 3.11 – Fluxograma de cálculo.

As Figuras 3.12, 3.13 e 3.14 mostram o ambiente de programação em MAPLE (1997) para uma viga qualquer em seção retangular ou em "T".

```
> restart;
```

### Dados

```
> gamma_b, gamma_f, gamma_c, gamma_s
> n, bw, h, hw, c, fck, Es, As, As', fy, fsu, Asw, s,
fyw, Ef, tf, ffu, tipo, beta, Vsd, epsilon_max, Afl,
theta_i, precisao
```

### Cálculo de Vf e Afpm iniciais

```
> d:=h-c:
> z:=0.9*d:
> hfe:=z-(h-hw):
> fcd:=fck/gamma_c:
> Ecs:=evalf(4760*sqrt(fck)):
> ns:=Es/Ecs:
> nf:=Ef/Ecs:
> rho_sl:=As/bw/z:
> rho_fl:=Afl/bw/z:
> rho_sw:=Asw/bw/s:
> alpha_v2:=evalf(1-fck/250):
> theta_i:=evalf(Pi/4):
> Vs_i:=evalf(Asw*fyw/gamma_s*z/s/tan(theta_i)):
> Vco:=evalf(.126*fck^(2/3)/gamma_c*bw*d):
> VRd2_i:=evalf(0.54*alpha_v2*fcd*bw*d*(cot(theta_i))*(
sin(theta_i))^2):
> if(Vsd<=Vco)
> then Vc_i:=Vco:
> else
> if(Vsd>=VRd2_i)
> then Vc_i:=0:
> else Vc_i:=evalf(Vco/(Vco-VRd2_i)*(Vsd-VRd2_i)):
> fi:
> fi:
> Vf_i:=evalf(Vsd-Vs_i-Vc_i):
> if(Vf_i<=0)
> then Afpm:="reforço desnecessário"
> else
Afpm:=evalf(Vf_i/(cot(theta_i)+cot(beta))/sin(beta)/h
fe/ffu):
> fi:
```

Figura 3.12 – Tela do programa Maple, 1ª parte.

### Cálculo da tensão máxima de ruptura no compósito

```
>zeta:=(h-hw)/z:
>Df_R:=(1+zeta)/2:
>sigma_fmax_R:=min(evalf(0.8*ffu/gamma_f),
evalf(0.8*epsilon_max*Ef/gamma_f)):
>sigma_fvd_R:=evalf(Df_R*sigma_fmax_R):
```

### Cálculo dos fatores para o descolamento

```
>Le:=evalf(sqrt(Ef*tf/sqrt(fcd))):
>if(tipo="U")
> then Lmax:=hfe/sin(beta):
> else Lmax:=hfe/sin(beta)/2:
>fi:
>lambda:=evalf(Lmax/Le);
>if(lambda>=1)
> then beta_L:=1:
> else beta_L:=evalf(sin(Pi*lambda/2)):
>fi:
>if(lambda<=1)
> then Df_D:=evalf((2/(Pi*lambda*sin(Pi*lambda/2)))*(1-
cos(Pi*lambda/2))):
> else Df_D:=evalf(1-(Pi-2)/(Pi*lambda)):
>fi:
```

### Iteração para o cálculo da área de reforço

```
>for k from 1 do
> rho_fw:=Afp/bw;
> theta :=
arctan(evalf(((1+1/(ns*rho_sl+nf*rho_fl+nf*rho_fw*cos(
beta)))/(1+1/(ns*rho_sw+nf*rho_fw*sin(beta))))^(1/4)))
:
> theta_deg:=convert(theta, units,radians,degrees):
> Vs:=evalf(Asw*fyw/gamma_s*z/s*cot(theta)):
>
VRd2:=evalf(0.54*alpha_v2*fcd*bw*d*cot(theta)*(sin(the
ta))^2):
> if(Vsd<=Vco)
> then Vc:=Vco:
> else
> if(Vsd>=VRd2)
> then Vc:=0:
> else Vc:=evalf(Vco/(Vco-VRd2)*(Vsd-VRd2)):
```

Figura 3.13 – Tela do programa Maple, 2ª parte.

```

> fi:
> fi:
> Vf:=Vsd-Vc-Vs:
> if(Vf<=0)
> then
>   theta:=
arctan(evalf(((1+1/(ns*rho_sl+nf*rho_fl))/(1+1/(ns*rho
_sw))))^(1/4))):
> theta_deg:=convert(theta, units,radians,degrees):
> Vs:=evalf(Asw*fyw/gamma_s*z/s*cot(theta)):
> Afpm:="reforço desnecessário": break:
> else
> beta_w := evalf(sqrt((4*tf*sin(beta)-
Afpm)/(2*tf*sin(beta)+Afpm))):
>
sigma_fmax_d:=evalf(0.315*beta_w*beta_L*sqrt(Ef*sqrt(f
cd)/tf)/gamma_b):
> sigma_fvd_d:=Df_d*sigma_fmax_d:
> if(tipo="W")
> then sigma_fvd:=sigma_fvd_r:
> else sigma_fvd:=min(sigma_fvd_d,sigma_fvd_r):
> fi:
> if(sigma_fvd=sigma_fvd_r)
> then modo:=ruptura:
> else modo:=descolamento:
> fi:
>
Afpm1:=evalf(Vf/(cot(theta)+cot(beta))/sin(beta)/hfe/s
igma_fvd):
> if(Afpm>=evalf(2*tf*sin(beta)))
> then Afpm:=usar_outra_camada: break:
> fi:
> p:=abs(Afpm-Afpm1):
> if(Vsd>VRd2)
> then modo:=esmagamento_biela: break:
> fi:
> if(p<=precisao)
> then Afpm:=Afpm1: break:
> else
> Afpm:=Afpm1:
> fi:
> fi:
>od:
>print(Afpm):
>print(theta_deg):

```

Figura 3.14 – Tela do programa Maple, 3ª parte.

**3.4.2.****Algoritmo de Cálculo da Área de Reforço à Força Cortante com Ângulo Constante de Inclinação da Biela de Compressão**

1) Calcula-se:

$d$  através da eq. (3.35),

$h_{fe}$  através da eq. (3.37),

$f_{cd}$  através da eq. (3.38),

$\alpha_{v2}$  através da eq. (2.39),

$V_c$  através da eq. (3.40),

$V_{sw}$  através da eq. (3.47),

$V_{Rd2}$  através da eq. (3.48) e

$V_f$  através da eq. (3.50).

Se  $V_f \leq 0$  a viga não necessita de reforço.

Se  $V_f > 0$  calcula-se a área inicial de reforço,  $A_{fpm}$ .

2) Calcula-se a tensão máxima de ruptura no compósito  $\sigma_{f \max R}$  através das eq. (3.51), (3.52), (3.53) e (3.63):

$$\sigma_{f \max R} = f_{fu} \quad (3.63)$$

3) Se o tipo de ancoragem é envolvimento completo da seção há falha por ruptura do compósito,  $\sigma_{fvd}$  é dado pela eq. (3.55):

Vai direto ao item 6.

4) Cálculo da tensão máxima no descolamento do compósito

Calcula-se:

$L_e$  através da eq. (2.77),

$L_{max}$  através das eq. (2.75) ou (2.76),

$\lambda$  através da eq. (2.74),

$\beta_L$  através da eq. (2.72),

$D_{fD}$  através da eq. (3.58),

$\beta_w$  através da eq. (3.34) e

$\sigma_{fvdD}$  através da eq. (3.56).

Onde:

$$\sigma_{f \max D} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{fu} \\ 0.427 \beta_w \beta_L \sqrt{\frac{E_f \sqrt{f_{cd}}}{t_f}} \end{array} \right. \quad (3.64)$$

5) Verifica-se o modo de ruptura pela eq. (3.58).

Se  $\sigma_{fvd} = \sigma_{fvd D}$  haverá falha por descolamento do compósito.

Se  $\sigma_{fvd} = \sigma_{fvd R}$  haverá falha por ruptura do compósito.

6) Calcula-se uma nova área com o novo valor para a tensão no reforço eq.

(3.61):

Calcula-se a diferença entre  $A_{fpm1}$  e  $A_{fpm}$ .

Se  $A_{fpm1} - A_{fpm} > p$ , adota-se  $A_{fpm} = A_{fpm1}$  e volta-se ao item 4.

Se  $A_{fpm1} - A_{fpm} \leq p$ , adota-se  $A_{fpm} = A_{fpm1}$

7) São feitas duas verificações:

a) A necessidade de aumentar o número de camadas:

Calcula-se  $A_{fpm \text{ cont}}$  pela eq. (3.62).

Assim se  $A_{fpm1} \geq A_{fpm \text{ cont}}$  é necessário adicionar mais uma camada de fibra ao reforço.

b) Se há esmagamento da biela comprimida:

Se  $V_{sd} > V_{Rd2}$  haverá ruptura por esmagamento da biela.

Na Figura 3.15 é apresentado o fluxograma de cálculo para a implementação computacional no programa MAPLE V (1997).

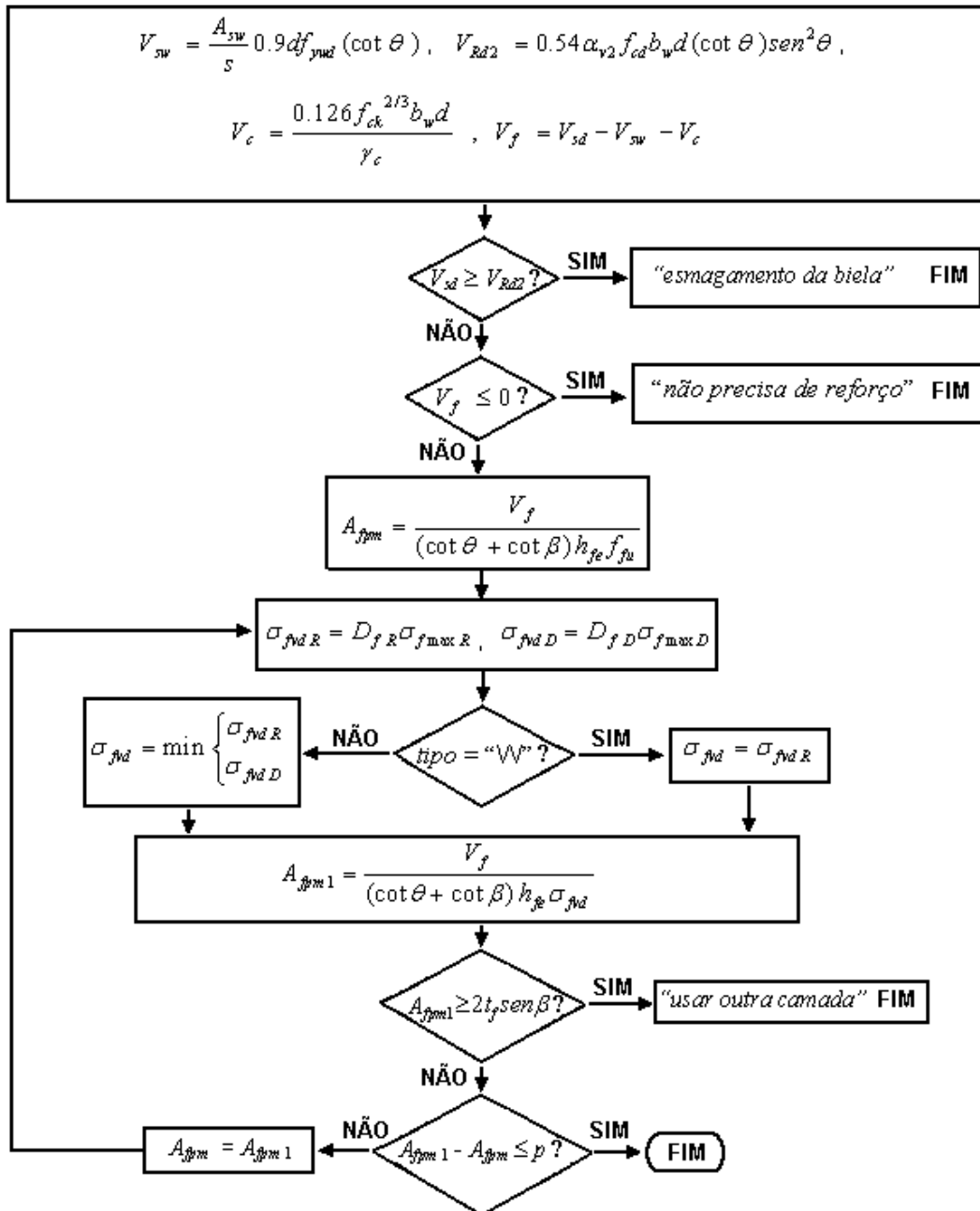


Figura 3.15 – Fluxograma de cálculo.

As Figuras 3.16 e 3.17 mostram o ambiente de programação em MAPLE (1997) para uma viga qualquer em seção retangular ou em “T”.



```
> restart;
```

### Dados

```
> gamma_b, gamma_f, gamma_c, gamma_s
> n, bw, h, hw, c, fck, Es, As, As', fy, fsu, Asw, s,
fyw, Ef, tf, ffu, tipo, beta, Vsd, epsilon_max, Afl,
theta, precisao
```

### Cálculo de Vf e Afpm iniciais

```
> d:=h-c:
> z:=0.9*d:
> hfe:=z-(h-hw):
> fcd:=fck/gamma_c:
> Vs:=evalf(Asw*fyw/gamma_s*z/s/tan(theta)):
> Vc:=evalf(.126*fck^(2/3)/gamma_c*bw*d):
> VRd2:=evalf(0.54*alpha_v2*fcd*bw*d*(cot(theta))*(sin
(theta))^2):
> Vf:=evalf(Vsd-Vs-Vc):
> if(Vf<=0)
> then Afpm:="reforço desnecessário"
> else
Afpm:=evalf(Vf/(cot(theta)+cot(beta))/sin(beta)/hfe/f
fu):
> fi:
```

### Cálculo da tensão máxima de ruptura no compósito

```
> zeta:=(h-hw)/z:
> Df_R:=(1+zeta)/2:
> sigma_fmax_R:= ffu:
> sigma_fvd_R:=evalf(Df_R*sigma_fmax_R):
```

### Cálculo dos fatores para o descolamento

```
> Le:=evalf(sqrt(Ef*tf/sqrt(fcd))):
> if(tipo="U")
> then Lmax:=hfe/sin(beta):
> else Lmax:=hfe/sin(beta)/2:
> fi:
> lambda:=evalf(Lmax/Le);
> if(lambda>=1)
> then beta_L:=1:
> else beta_L:=evalf(sin(Pi*lambda/2)):
> fi:
```

Figura 3.16 – Tela do programa Maple, 1ª parte.

```

> if (lambda <= 1)
> then
Df_D := evalf((2/(Pi*lambda*sin(Pi*lambda/2)))*(1-
cos(Pi*lambda/2))):
> else Df_D := evalf(1-(Pi-2)/(Pi*lambda)):
> fi:

Iteração para o cálculo da área de reforço

> for k from 1 do
> beta_w := evalf(sqrt((4*tf*sin(beta)-
Afpm)/(2*tf*sin(beta)+Afpm))):
>
sigma_fmax_d := evalf(0.427*beta_w*beta_L*sqrt(Ef*sqrt(
fcd)/tf)):
> sigma_fvd_d := Df_d*sigma_fmax_d:
> if (tipo="W")
> then sigma_fvd := sigma_fvd_r:
> else sigma_fvd := min(sigma_fvd_d, sigma_fvd_r):
> fi:
> if (sigma_fvd = sigma_fvd_r)
> then modo := ruptura:
> else modo := descolamento:
> fi:
>
Afpm1 := evalf(Vf/(cot(theta)+cot(beta))/sin(beta)/hfe/
sigma_fvd):
> if (Afpm >= evalf(2*tf*sin(beta)))
> then Afpm := usar_outra_camada: break:
> fi:
> p := abs(Afpm - Afpm1):
> if (Vsd > VRd2)
> then modo := esmagamento_biela: break:
> fi:
> if (p <= precisao)
> then Afpm := Afpm1: break:
> else
> Afpm := Afpm1:
> fi:
> fi:
> od:
> print(Afpm):

```

Figura 3.17 – Tela do programa Maple, 2ª parte.

### 3.5. Análise Comparativa entre Resultados do Modelo Teórico de Dimensionamento e Resultados Experimentais

A análise foi feita comparando-se os resultados numéricos, obtidos através dos algoritmos de cálculo apresentados no capítulo 3.4, com os resultados experimentais que estão resumidos no capítulo 2.4.

Na comparação entre os resultados calculados pelos modelos teóricos e os resultados experimentais todos os coeficientes de segurança foram adotados com valor igual a 1.0.

Para a comparação com os modelos teóricos, foram utilizados apenas os resultados das vigas que falharam por ruptura do compósito, por descolamento do compósito ou por esmagamento do concreto, excluindo-se as vigas que romperam por flexão.

Os resultados obtidos através do programa MAPLE (1997), estão apresentados nas Tabela 3.2 e (3.3).

Tabela 3.2 – Resultados de  $A_{fpm}$  calculado com o modelo de Chen e Teng (2003 a, b) de dimensionamento e  $\theta$  variável.

Autor / viga	Resultado Experimental		Resultado teórico			
	$A_{fpm}$ (mm <sup>2</sup> /mm)	Modo Ruptura	$\theta$ (°)	$A_{fpm}$ (mm <sup>2</sup> /mm)	$\frac{A_{fpm\ teo}}{A_{fpm\ exp}}$	Modo Ruptura
<b>Khalifa e Nanni (2002)</b>						
SO3-2	0,13	DE		X		
SO3-3	0,198	DE		X		
SO3-4	0,330	DE		X		
SO4-2	0,132	DE		X		
SO4-3	0,330	EB		X		
<b>Khalifa e Nanni (2000)</b>						
BT2	0,330	DE		X		
BT4	0,132	DE		X		
BT5	0,132	DE		X		
<b>Täljsten (2003)</b>						
RC1	0,156	EB	27,22	0,461	3,0	DE
C1	0,099	RU	20,47	0,122	1,2	DE
C2	0,156	EB	20,73	0,130	0,8	DE
C3	0,220	EB	25,85	0,241	1,1	DE
C5	0,240	EB	29,25	0,669	2,8	DE
<b>Beber (2003)</b>						
V9_A	0,111	DE	27,86	0,302	2,7	DE
V9_B	0,111	DE		X		
V21_A	0,111	DE		X		
V11_A	0,111	DE-RU	23,49	0,137	1,2	DE

Continuação da Tabela 3.2 – Resultados de  $A_{fpm}$  calculado com o modelo de Chen e Teng (2003 a, b) de dimensionamento e  $\theta$  variável.

Autor / viga	Resultado Experimental		Resultado teórico			
	$A_{fpm}$ (mm <sup>2</sup> /mm)	Modo Ruptura	$\theta$ (°)	$A_{fpm}$ (mm <sup>2</sup> /mm)	$\frac{A_{fpm\ teo}}{A_{fpm\ exp}}$	Modo Ruptura
V11_B	0,111	DE-RU		X		
V17_B	0,111	DE-RU	22,14	0,105	0,9	DE
V12_A	0,111	RU	22,81	0,120	1,1	RU
V18_A	0,111	RU	23,77	0,144	1,3	RU
V20_A	0,111	RU	24,78	0,175	1,6	RU
V12_B	0,079	DE	26,54	0,353	4,5	DE
V14_B	0,079	DE	22,11	0,150	1,9	DE
V13_A	0,222	DE		X		
V13_B	0,222	DE		X		
V15_B	0,222	DE		X		
V16_B	0,222	DE		X		
V14_A	0,157	DE		X		
V15_A	0,157	DE		X		
V20_B	1,400	DE		X		
V22_B	1,400	DE		X		
V21_B	0,990	DE		X		
V22_A	0,990	DE		X		
<b>Diagana (2003)</b>						
PU <sub>1</sub>	0,172	DE	32,81	0,234	1,4	DE
PU <sub>2</sub>	0,138	DE	31,86	0,150	1,1	DE
PU <sub>3</sub>	0,115	DE	32,07	0,272	2,4	DE
PU <sub>4</sub>	0,098	DE	31,85	0,240	2,4	DE
PC <sub>1</sub>	0,172	RU	33,63	0,317	1,8	RU
PC <sub>2</sub>	0,138	RU	32,64	0,218	1,6	RU
PC <sub>3</sub>	0,115	RU	31,15	0,149	1,3	RU
PC <sub>4</sub>	0,098	RU	30,77	0,104	1,1	RU
<b>Chaallal et al. (1998)</b>						
RS90-1	1,000	RU	35,50	0,468	0,5	DE
RS90-2	1,000	DE	38,72	0,995	1,0	DE
RS135-1	0,667	DE	33,21	0,361	0,5	DE
RS135-2	0,667	DE	34,04	0,509	0,8	DE
<b>Média</b>					1,6	
<b>Coefficiente de variação</b>					54,14%	

Tabela 3.3 – Resultados de  $A_{fpm}$  calculado com o modelo de Chen e Teng (2003 a, b) e  $\theta = 45^\circ$ .

Autor / viga	Resultado Experimental		Resultados teóricos		
	$A_{fpm}$ (mm <sup>2</sup> /mm)	Modo Ruptura	$A_{fpm}$ (mm <sup>2</sup> /mm)	$\frac{A_{fpm\ teo}}{A_{fpm\ exp}}$	Modo Ruptura
<b><i>Khalifa e Nanni (2002)</i></b>					
SO3-2	0,13	DE	1,207	9,1	DE
SO3-3	0,198	DE	1,228	6,2	DE
SO3-4	0,330	DE	X		
SO4-2	0,132	DE	1,085	8,2	DE
SO4-3	0,330	EB	X		
<b><i>Khalifa e Nanni (2000)</i></b>					
BT2	0,330	DE	0,986	3,0	DE
BT4	0,132	DE	1,243	9,4	DE
BT5	0,132	DE	0,500	3,8	DE
<b><i>Täljsten (2003)</i></b>					
RC1	0,156	EB	0,346	2,2	DE
C1	0,099	RU	0,129	1,3	DE
C2	0,156	EB	0,139	0,9	DE
C3	0,220	EB	0,188	0,9	DE
C5	0,240	EB	0,462	1,9	DE
<b><i>Beber (2003)</i></b>					
V9_A	0,111	DE	0,378	3,4	DE
V9_B	0,111	DE	0,594	5,3	DE
V21_A	0,111	DE	X		
V11_A	0,111	DE-RU	0,261	2,4	DE
V11_B	0,111	DE-RU	0,701	6,3	DE
V17_B	0,111	DE-RU	0,184	1,7	DE
V12_A	0,111	RU	0,218	2,0	RU
V18_A	0,111	RU	0,253	2,3	RU
V20_A	0,111	RU	0,295	2,7	RU
V12_B	0,079	DE	0,239	3,0	DE
V14_B	0,079	DE	0,137	1,7	DE
V13_A	0,222	DE	0,632	2,8	DE
V13_B	0,222	DE	0,721	3,2	DE
V15_B	0,222	DE	0,289	1,3	RU
V16_B	0,222	DE	0,205	0,9	RU
V14_A	0,157	DE	X		
V15_A	0,157	DE	0,579	3,7	DE
V20_B	1,400	DE	X		
V22_B	1,400	DE	2,423	1,7	DE
V21_B	0,990	DE	1,802	1,8	DE
V22_A	0,990	DE	1,366	1,4	DE
<b><i>Diagana (2003)</i></b>					
PU <sub>1</sub>	0,172	DE	0,244	1,4	DE
PU <sub>2</sub>	0,138	DE	0,181	1,3	RU

Continuação da Tabela 3.3 – Resultados de  $A_{fpm}$  calculado com o modelo de Chen e Teng (2003 a, b) e  $\theta = 45^\circ$ .

Autor / viga	Resultado Experimental		Resultados teóricos		
	$A_{fpm}$ (mm <sup>2</sup> /mm)	Modo Ruptura	$A_{fpm}$ (mm <sup>2</sup> /mm)	$\frac{A_{fpm\ teo}}{A_{fpm\ exp}}$	Modo Ruptura
PU <sub>3</sub>	0,115	DE	0,219	1,9	DE
PU <sub>4</sub>	0,098	DE	0,199	2,0	DE
PC <sub>1</sub>	0,172	RU	0,411	2,4	RU
PC <sub>2</sub>	0,138	RU	0,302	2,2	RU
PC <sub>3</sub>	0,115	RU	0,181	1,6	RU
PC <sub>4</sub>	0,098	RU	0,135	1,4	RU
<b>Chaallal et al.(1998)</b>					
RS90-1	1,000	RU	0,483	0,5	DE
RS90-2	1,000	DE	0,712	0,7	DE
RS135-1	0,667	DE	0,345	0,5	DE
RS135-2	0,667	DE	0,433	0,6	DE
<b>Média</b>				2,7	
<b>Coefficiente de Variação</b>				46,59%	

As vigas do estudo de Chaallal et al. (1998) foram as que apresentaram resultados mais desfavoráveis à segurança. Uma das diferenças destas vigas, em comparação com as outras vigas estudadas, é a sua geometria, com comprimento pequeno (1300 mm) em relação à altura útil (220 mm). Além disso, apesar de todas as vigas terem recebido reforço apenas nas laterais, foi observado pelos autores a ruptura do compósito em uma delas, quando seria esperado descolamento em todas devido ao tipo de reforço.

A porcentagem de acertos dos modos de ruptura teóricos em relação aos experimentais foi de 80% para o cálculo com o algoritmo usando  $\theta$  variável e 78% para o cálculo com o algoritmo usando  $\theta$  constante.

Os ângulos  $\theta$  calculados e apresentados na Tabela 3.2 estão entre a faixa de  $20,47^\circ$  a  $38,72^\circ$ , o que não está de acordo com a NBR 6118 (2003) que considera que o ângulo pode variar entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ .

Um dos motivos para estes baixos valores de  $\theta$  pode ser a alta taxa de armadura longitudinal, já que estas vigas foram dimensionadas para não romper por flexão e sim ao cortante. O gráfico da Figura 3.18 mostra a variação do ângulo  $\theta$  em função das taxas de armadura longitudinal (3.18-a) e transversal (3.18-b).

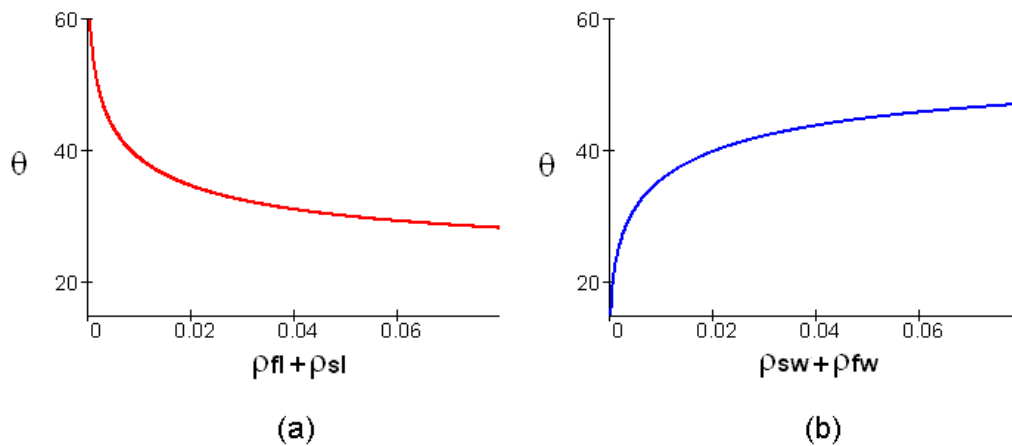


Figura 3.18 – Gráfico de  $\theta$  em função das taxas de armadura.

Entre os ensaios experimentais estudados o único que apresentou resultados para o ângulo da fissura diagonal foi o de Täljsten (2003). Os valores dos ângulos calculados pelo modelo apresentado foram menores do que os valores obtidos para  $\theta$  no ensaio, para todas as vigas. Esta comparação mostra que o ângulo calculado através da eq. (3.31) pode assumir valores desfavoráveis à segurança. Porém a carência de resultados experimentais para o valor deste ângulo não permite maiores conclusões.

Com exceção das vigas do estudo de Chaallal et al. (1998), a maioria das vigas teve uma área de reforço calculada bem maior do que a área utilizada nos ensaios. Além disso, para algumas vigas não foi possível calcular uma área de reforço, pois a área necessária seria muito grande, ultrapassando cinco camadas de reforço. Esses casos foram marcados com “X”.

Este erro pode estar no modelo usado, como uma falha na consideração da geometria da viga ou da configuração do reforço, que não forneceria ancoragem suficiente para alcançar a resistência necessária. Outra possível fonte de erros é a avaliação da força cortante resistida pela viga sem o reforço.

Para avaliar a parcela da força cortante resistida por mecanismos complementares ao da treliça, foi feita uma comparação entre o valor da força cortante resistido pelas vigas de referência e os valores calculados pelas normas NBR-6118 (2003), ACI 318 (1995), Eurocode 2 (2001) e CSA (1995).

As vigas utilizadas na comparação são as vigas de referência dos estudos apresentados no capítulo 2.4 e outras encontradas na literatura: Deniad e Chang, 2000; Täljsten e Elfgrén, 2000; Galvez e Moreno, 2000; Neto et al., 2001, sendo que as vigas reforçadas destes estudos não foram utilizadas nas outras análises pois faltavam alguns dados sobre o reforço. Todos os coeficientes de

segurança foram adotados com valor igual a 1,0 e o ângulo de inclinação da biela de compressão foi considerado constante e igual a 45°.

Os resultados da comparação entre as resistências calculadas e as obtidas no ensaio estão apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Resultados de  $V_{sd}$ .

Autor / Viga	Viga Ref.	NBR 6118		ACI		Eurocode 2		CSA	
	$V_{sd}$ (kN)	$V_{sd}$ (kN)	$\frac{V_{sdteo}}{V_{sdexp}}$	$V_{sd}$ (kN)	$\frac{V_{sdteo}}{V_{sdexp}}$	$V_{sd}$ (kN)	$\frac{V_{sdteo}}{V_{sdexp}}$	$V_{sd}$ (kN)	$\frac{V_{sdteo}}{V_{sdexp}}$
Khalifa e Nanni (2002)									
SO3-1	77,00	43,74	0,57	33,18	0,43	49,22	0,64	39,96	0,52
SO4-1	65,00	43,74	0,67	33,18	0,51	49,22	0,76	39,96	0,61
Khalifa e Nanni (2000)									
BT1	90,00	71,71	0,80	52,26	0,58	69,09	0,77	62,94	0,70
Täljsten (2003)									
C1	124,10	148,90	1,20	100,97	0,81	117,72	0,95	121,60	0,98
Beber (2003)									
V18_A	57,35	48,94	0,85	36,05	0,63	52,00	0,91	43,42	0,76
V18_B	56,49	48,94	0,87	36,05	0,64	52,00	0,92	43,42	0,77
Diagana (2003)									
PU4	110,00	92,60	0,84	73,11	0,66	76,97	0,70	84,26	0,77
Chaallal et al. (1998)									
RS90-1	53,25	66,88	1,26	57,30	1,08	53,41	1,00	63,93	1,20
Deniaud e Chang (2000)									
T6NS	110,10	123,30	1,12	86,46	0,79	110,93	1,01	104,13	0,95
T6S4	187,55	160,36	0,86	127,63	0,68	110,93	0,59	145,30	0,77
T6S2	356,85	197,41	0,55	168,80	0,47	110,93	0,31	186,46	0,52
Täljsten e Elfgren (2000)									
R1	106,00	128,13	1,21	90,21	0,85	126,87	1,20	108,64	1,02
R2	120,50	126,38	1,05	89,28	0,74	126,13	1,05	107,53	0,89
R3	113,00	139,02	1,23	95,90	0,85	131,37	1,16	115,49	1,02
Galvez e Moreno (2000)									
VTG1	47,50	49,69	1,05	75,34	1,59	41,57	0,88	57,03	1,20
VTG2	47,50	67,49	0,90	57,74	0,77	53,86	0,72	61,09	0,81
Neto et al. (2001)									
1	125,50	66,30	0,53	49,31	0,39	80,96	0,65	59,38	0,47
4	184,20	108,66	0,59	96,37	0,52	80,96	0,44	106,44	0,58
<b>Média</b>			0,9		0,7		0,8		0,8
<b>Coefficiente de Variação (%)</b>			28,5		39,1		30,3		28,3

Através dos resultados da Tabela 3.4 pode-se concluir que a soma das parcelas da força cortante resistidas pela armadura transversal de aço ( $V_s$ ) e por mecanismos complementares ao da treliça ( $V_c$ ) calculadas de acordo com a NBR 6118 (2003), para a maioria das vigas de referência dos ensaios considerados, é



conservativa. No caso do dimensionamento considerando o ângulo variável esta diferença é ainda maior, pois a parcela  $V_c$  ainda sofre uma redução com a diminuição de  $\theta$ .

A área de reforço sofre grande influência da parcela da força cortante resistida pela viga sem o reforço ( $V_s + V_c$ ), pois uma pequena diferença na avaliação desta parcela vai influenciar diretamente o valor de  $V_f$ .

Na Figura 3.19 é apresentado um gráfico de  $V_f$ , calculado pelo modelo de Chen e Teng (2003 a, b) para ruptura por descolamento, em função de  $t_f$ , considerando reforço contínuo e com dois tipos de ancoragem, apenas nas laterais ou em "U". Para o valor de  $f_{ck}$  e para as características da seção foram utilizados os dados das vigas de Khalifa e Nanni (2002).

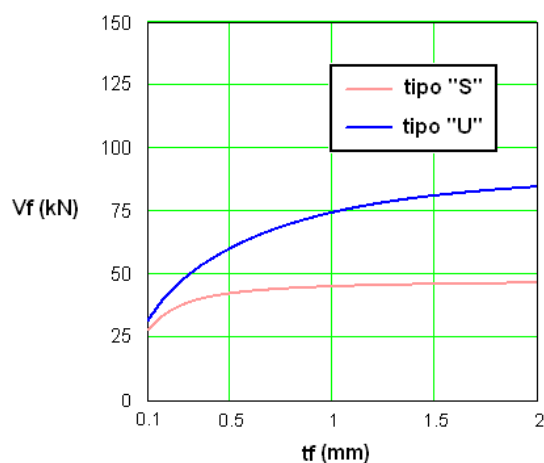


Figura 3.19 – Gráfico de  $V_f$  em função de  $t_f$ .

A Figura 3.19 mostra que a partir de um certo limite, para um pequeno aumento em  $V_f$  é necessário um grande aumento na área de reforço (que é proporcional a  $t_f$ ). Quando a espessura do reforço se torna muito grande  $V_f$  praticamente não se altera para incrementos de  $t_f$ , pois o reforço irá descolar facilmente. Além disso, este aumento na área de reforço nem sempre é possível pois irá ultrapassar o número limite de 5 camadas.

Tomando o valor de  $t_f$  igual a 0,165 mm, como no ensaio de Khalifa e Nanni (2002), foram marcados no gráfico da Figura 3.20 os valores de  $t_f$  de uma a cinco camadas de reforço.

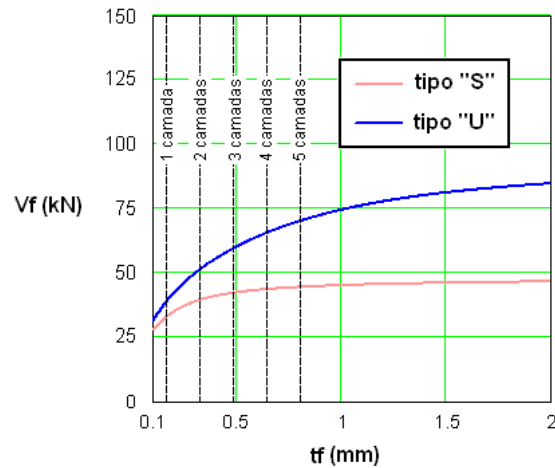


Figura 3.20 – Gráfico de  $V_f$  em função de  $t_f$  com limite de camadas.

Através do gráfico da Figura 3.20 é possível verificar que para o reforço colado apenas nas laterais a partir de duas camadas o valor de  $V_f$  praticamente não se altera, enquanto que a variação de  $V_f$  para o reforço em “U” é um pouco maior.

Baseando-se nos resultados da Tabela 3.4, verifica-se que a NBR 6118 (2003), apesar de fornecer valores conservativos, é a que apresentou melhores resultados no cálculo da resistência à força cortante de vigas sem o reforço externo, em relação às outras normas estudadas.

O modelo que apresentou os melhores resultados para o cálculo da área de reforço à força cortante foi o que considera o ângulo de inclinação da biela de compressão constante e igual a  $45^\circ$ .