

4. Redução de dados – Modelo matemático

4.1. Coeficiente global de Troca de calor

Do balanço de resistências térmicas para um elemento no trocador, tem-se.

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{R_{F-1}} + \frac{e_{plac}}{k_{plac}} + \frac{1}{R_{F-2}} + \frac{1}{h_2} \quad (19)$$

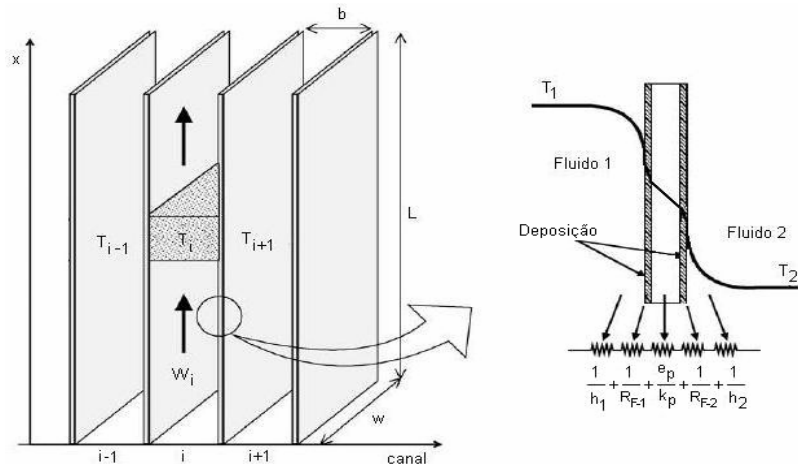


Figura 25 - Resistências térmicas num elemento do trocador de calor.

Logo, do modelo, pode-se obter o coeficiente global de troca de calor.

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{1}{R_{F-1}} + \frac{e_{plac}}{k_{plac}} + \frac{1}{R_{F-2}} + \frac{1}{h_2}} \quad (20)$$

Onde:

- U : Coeficiente global de troca de calor, [W / m².°C].
- h_i : Coeficiente convectivo de transf. de calor do lado i, [W / m².°C].
- R_{F-i} : Fator por efeito de deposição no lado i, [W / m².°C].
- e_{plac} : Espessura da placa, [m].
- k_{plac} : Condutividade térmica da placa, [W / m. °C].

Com os dados experimentais obtidos no laboratório, utilizando a definição da diferença média logarítmica de temperatura, o mesmo coeficiente global de troca de calor pode ser obtido com o auxílio das seguintes expressões:

$$U = \frac{\dot{Q}_{ag}}{A.F.\Delta T_{LM}} \quad (21)$$

$$\Delta T_{LM} = \frac{(\Delta T_{e-tr} - \Delta T_{s-tr})}{Ln \left[\frac{\Delta T_{e-tr}}{\Delta T_{s-tr}} \right]} \quad (22)$$

Onde:

U : Coeficiente global de transferência de calor, [W / m².°C].

\dot{Q}_{ag} : Capacidade de resfriamento da água, [W].

A : Área de troca de calor, [m²].

F : Fator de correção da temperatura média logarítmica, [-].

? T_{LM} : Temperatura média logarítmica, [°C].

? T_{e-tr} : Diferença de temperaturas nas entradas do trocador, [°C].

? T_{s-tr} : Diferença de temperaturas nas saídas do trocador, [°C].

4.2. Calor Trocado

4.2.1. Carga Térmica – Calor cedido

Dos dados experimentais, a partir das de temperatura e vazão da água, pode-se calcular o valor da carga térmica para cada teste.

$$\dot{Q}_{ag} = \dot{m}_{ag} \cdot C_{p_{m-ag}} \cdot \Delta T_{ag} \quad (23)$$

Onde:

\dot{Q}_{ag} : Carga térmica, [W].

\dot{m}_{ag} : Vazão mássica de água, [kg / s].

$C_{p_{m-ag}}$: Calor específico médio da água a pressão constante, [J / kg.°K].

ΔT_{ag} : Variação de temperatura na água, [°C].

4.2.2. Capacidade de Resfriamento da Pasta de Gelo – Calor recebido

A taxa de capacidade de resfriamento térmico, que representa a energia recebida pela pasta de gelo nas condições de cada teste, pode ser dividida em duas parcelas, sendo uma relativa ao calor latente, fortemente dependente da fração de gelo, e outra, associada ao calor sensível do fluido portador.

$$\dot{Q}_{pg} = \dot{m}_{pg} \cdot [C_{p_{m-fp}} (T_{fp-e} - T_{fp-s}) + L \cdot (X_{g-e} - X_{g-s})] \quad (24)$$

\dot{Q}_{pg} : Taxa de capacidade de resfriamento da pasta de gelo, [W].

\dot{m}_{pg} : Vazão mássica da pasta de gelo, [kg/s].

$C_{p_{m-fp}}$: Calor específico médio do fluido portador, [J / kg.°C].

T_{fp-e} : Temperatura do fluido portador na entrada do trocador, [°C].

T_{fp-s} : Temperatura do fluido portador na saída do trocador, [°C].

L : Calor latente de formação do gelo, [kJ / kg].

X_{g-e} : Fração de gelo na entrada do trocador, [°C].

X_{g-s} : Fração de gelo na saída do trocador, [°C].

4.3. Correlações adimensionais

4.3.1. Escoamentos sem mudança de fase

Testes iniciais foram realizados com o escoamento da solução aquosa, sem a presença de cristais de gelo, e água. Como neste caso não existe mudança de fase, o balanço de energia só contempla calor sensível e fica:

$$\dot{m}_{ag} \cdot C_{p_{m-ag}} \cdot \Delta T_{ag} = \dot{m}_{sol} \cdot C_{p_{m-sol}} \cdot \Delta T_{sol} \quad (25)$$

Da expressão para o coeficiente global de troca de calor, tem-se:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{R_{F-1}} + \frac{e_{plac}}{k_{plac}} + \frac{1}{R_{F-2}} + \frac{1}{h_2} \quad (26)$$

Da definição do número de Nusselt

$$Nu = \frac{h \cdot D_H}{k} \quad (27)$$

Tem-se:

$$h = \frac{Nu \cdot k}{D_H} \quad (28)$$

Escoamentos deste tipo são freqüentemente correlacionados por expressões de Nusselt do tipo:

$$Nu = a \cdot Re^b \cdot Pr^c \quad (29)$$

Tradicionalmente, também, utilizam-se 0,3 e 0,4 para o expoente c do número de Prandtl, para fluidos sendo resfriados ou aquecidos, respectivamente. Logo, para cada lado do trocador, no caso em estudo, tem-se:

$$h_{ag} = \frac{a \cdot \text{Re}_{ag}^b \cdot \text{Pr}_{ag}^{0,3} \cdot k_{ag}}{D_H} \quad (30)$$

$$h_{sol} = \frac{a \cdot \text{Re}_{sol}^b \cdot \text{Pr}_{sol}^{0,4} \cdot k_{sol}}{D_H} \quad (31)$$

A avaliação das propriedades se faz a partir de uma temperatura média.

Substituindo (30) e (31) na expressão inicial (26), chega-se a:

$$\frac{1}{U} = \frac{D_{H-1}}{a \cdot \text{Re}_{ag}^b \cdot \text{Pr}_{ag}^{0,3} \cdot k_{ag}} + \frac{1}{R_{F-ag}} + \frac{e_{plac}}{k_{plac}} + \frac{1}{R_{F-sol}} + \frac{D_{H-2}}{a \cdot \text{Re}_{sol}^b \cdot \text{Pr}_{sol}^{0,4} \cdot k_{sol}} \quad (32)$$

Como os testes foram realizados em um trocador novo e sob condições adequadas de limpeza, desprezaram-se os efeitos de deposição.

Como já mencionado, as propriedades dos fluidos são consideradas médias, avaliadas à temperatura média do escoamento. Com isto, definem-se os seguintes parâmetros:

$$p = \frac{D_H}{\text{Pr}_{ag}^{0,3} \cdot k_{ag}} \quad (33)$$

$$q = \frac{D_H}{\text{Pr}_{sol}^{0,4} \cdot k_{sol}} \quad (34)$$

Com isto, chega-se a:

$$\frac{1}{U} - \frac{e_{plac}}{k_{plac}} = \frac{p}{a \cdot \text{Re}_{ag}^b} + \frac{q}{a \cdot \text{Re}_{sol}^b} \quad (35)$$

Onde:

- p, q : Constantes adimensionais para cada fluido, [-].
 a, b : Constantes obtidas por mínimos quadrados, [-].

O número de Reynolds é calculado pela seguinte expressão:

$$\text{Re} = \frac{\rho u_c \cdot D_H}{\mu} = \frac{\rho u_c \cdot 4A_c}{\mu 2(b + w \cdot f)} = \frac{2 \cdot \dot{m}_c}{\mu (b + w \cdot f)} \quad (36)$$

Onde:

- Re : Número de Reynolds, [-].
 ρ : Massa específica, [kg / m³].
 u_c : Velocidade média do fluido no canal, [m / s].
 D_H : Diâmetro hidráulico, [m].
 μ : Viscosidade dinâmica (ou absoluta), [Pa - s].
 b : Espessura do canal, [m].
 w : Largura efetiva da placa para o trocador de calor, [m].
 ϕ : Fator de correção de área da placa, [-].
 A_c : Área do canal da vazão, [m²].
 \dot{m}_c : Vazão mássica por canal, [kg / s].

Os valores para as constantes **a** e **b**, da expressão (35), a determinar são obtidos pela aplicação do método de mínimos quadrados sobre uma massa de dados experimentais [Anexo F]. Obtém-se assim a expressão para os coeficientes de troca de calor, com escoamento sem mudança de fase, válida para ambos lados do trocador.

4.3.2. Testes com Pasta de Gelo

Dos resultados obtidos nos testes da seção anterior, com a solução aquosa sem cristais, obtêm-se os valores das constantes a_1 e b_1 , para a correlação proposta para o número de Nusselt para o lado da água. Na fase posterior, os testes são realizados com água e pasta de gelo. A partir dos dados experimentais desta nova fase, encontra-se o novo coeficiente global de troca de calor. Sendo conhecido o coeficiente de troca de calor do lado da água, determina-se o coeficiente de troca de calor para o lado da pasta de gelo. Da equação abaixo,

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_{ag}} + \frac{1}{R_{F-ag}} + \frac{e_{plac}}{k_{plac}} + \frac{1}{R_{F-pg}} + \frac{1}{h_{pg}} \quad (37)$$

Desprezando-se a resistência relativa a depósitos, e rearrumando os termos obtém-se:

$$h_{pg} = \frac{1}{\frac{1}{U} - \frac{e_{plac}}{k_{plac}} - \frac{1}{h_{ag}}} \quad (38)$$

Em seguida calculam-se os números de Nusselt para cada condição de escoamento.

$$Nu_{pg} = \frac{h_{pg} \cdot D_H}{k_{pg}} \quad (39)$$

O número de Reynolds é calculado pela mesma expressão do caso anterior, equação 36.

Finalmente, também pelo método dos mínimos quadrados, encontra-se o número de Nusselt para a pasta de gelo.

$$Nu_{pg} = a_2 \cdot Re^{b_2} \cdot Pr^{c_2} \quad (40)$$

Fator de Atrito

A queda de pressão no trocador de placas, tanto no lado quente como no lado frio, pode ser calculada com a relação utilizada por Gut e Pinto (2003), a qual se baseia num tratado sobre desenho e seleção de trocadores de calor, Kakaç (2002).

$$\Delta p = \left[\frac{2 \cdot f \cdot L_H \cdot N_p \cdot G_C^2}{r_m \cdot D_H} \right] + 1.4 \left[N_p \frac{G_P^2}{2 \cdot r_m} \right] + r_m \cdot g \cdot L_H \quad (41)$$

Na equação acima, o primeiro termo no lado direito avalia as perdas de pressão por atrito no interior dos canais, onde f é o fator de atrito. O segundo termo representa a queda de pressão do fluxo na tubulação de entrada e o último, a variação da pressão devido ao cambio de elevação por efeito da aceleração da gravidade.

$$G_C = \frac{W}{N \cdot b \cdot w} \quad (42)$$

$$G_P = \frac{4W}{p \cdot D_p^2} \quad (43)$$

$$D_H = \frac{4 \cdot b \cdot w}{2 \cdot (b + w \cdot f)} \quad (44)$$

Onde:

- Δp : Queda de pressão no trocador, [Pa].
- f : Fator de atrito, [-].
- L_H : Comprimento de um passo no trocador, [m].
- D_P : Diâmetro do passo de entrada nas placas, [m].
- N_P : Número de passos no trocador, [-].
- G_C : Velocidade do fluido num canal do trocador, [m / s].
- ρ_m : Peso específico médio do fluido, [kg / m³].
- D_H : Diâmetro hidráulico, [m].
- G_P : Velocidade do fluido na entrada do coletor do trocador, [m / s].
- g : Aceleração da gravidade, [m / s²].
- W : Vazão mássica do fluido, [m³ / s].
- N : Número de canais por passo, [-].
- b : Espessura do canal, [m].
- w : Largura efetiva da placa para o trocador de calor, [m].
- ϕ : Fator de correção de área da placa, [-].