Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Bismarck Gomes Souza Júnior

Acoplamento Hidromecânico Adaptativo em Simulações Numéricas de Reservatórios de Petróleo

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós–graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Sergio Augusto Barreto da Fontoura
Coorientador: Prof. Nelson Inoue

Rio de Janeiro
Dezembro de 2020

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Bismarck Gomes Souza Júnior

Acoplamento Hidromecânico Adaptativo em Simulações Numéricas de Reservatórios de Petróleo

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós–graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Sergio Augusto Barreto da Fontoura
Orientador
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Nelson Inoue
Coorientador
Grupo de Tecnologia e Engenharia de Petróleo – PUC-Rio

Prof. Celso Romanel
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Euripedes do Amaral Vargas Júnior
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Philippe Remy Bernard Devloo
Departamento de Construção Civil – UNICAMP

Dr. Erick Slis Raggio Santos
CENPES – PETROBRAS

Rio de Janeiro, 03 de Dezembro de 2020

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Bismarck Gomes Souza Júnior

Graduado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF) no ano de 2013, desenvolvendo um trabalho científico na área de simulação numérica de reservatórios, e licenciado em Matemática pela Universidade Federal Fluminense (UFF) no ano de 2014. Em 2015, obteve título de Mestre em Engenharia de Reservatório e Exploração pela UENF, com uma dissertação na área de simulação numérica multifásica e composicional de poços de petróleo. Durante o período de doutorado, trabalhou junto ao Grupo de Tecnologia e Engenharia de Petróleo da PUC-Rio, onde atualmente se enquadra como pesquisador na área de simulação numérica aplicada à geomecânica de reservatórios.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Ficha Catalográfica

Souza Júnior, Bismarck Gomes

Acoplamento Hidromecânico Adaptativo em Simulações Numéricas de Reservatórios de Petróleo / Bismarck Gomes Souza Júnior; orientador: Sergio Augusto Barreto da Fontoura; coorientador: Nelson Inoue. – Rio de janeiro: PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2020.

v., 150 f: il. color. ; 30 cm

Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Simulação de reservatórios. 3. Geomecânica de reservatórios. 4. Acoplamento hidromecânico. 5. Acoplamento iterativo. I. Fontoura, Sergio A. B.. II. Inoue, Nelson. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, por todas as graças alcançadas em minha vida e principalmente pela força, coragem, saúde e sabedoria que me dá a fim de alcançar meus objetivos.

Aos meus pais, Ana Maria Martins Souza e Bismarck Gomes Souza, e à minha irmã, Bruna Gomes Souza, que contribuíram de todas as formas para o meu êxito, compreendendo minhas ausências, compartilhando meus ideais e incentivando-me a prosseguir, com um sorriso amigo, uma palavra de carinho, amor e dedicação.

À minha esposa, Walquiria Mazorque Matos, pela companhia, conversas, brincadeiras, risadas, carinho, dedicação e apoio incondicional para a realização deste trabalho.

Aos amigos que mesmo distantes torceram pelo meu sucesso e em especial ao Guilherme Lima Righetto, que sempre me direcionou no caminho ao conhecimento, principalmente nos conceitos ligados a engenharia civil e pela confiança depositada em mim durante a organização científica do ISRM 2019.

A toda equipe do GTEP e em especial ao grupo de simulação numérica de poços que me adotaram como se eu fizesse parte da equipe. Também, ao corpo técnico-administrativo do GTEP por proporcionar condições favoráveis para o desenvolvimento de pesquisas.

Ao meu orientador, Sergio A. B. da Fontoura, pela confiança e oportunidade de trabalhar no GTEP. Os desafios propostos, os direcionamentos, as discussões técnicas e as reuniões contribuíram para o meu amadurecimento profissional.

Ao meu coorientador, Nelson Inoue, que mais do que um educador foi um amigo que sempre esteve presente no meu dia a dia. As diversas discussões técnicas, conselhos e dicas foram fundamentais para a motivação alcançada durante esses anos de trabalho.

À PUC-Rio pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Aos membros da banca, professores e funcionários da PUC-Rio e em especial à Luana, responsável pelas questões administrativas na universidade. Um exemplo de profissional, sempre disposta a ajudar.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Resumo

Souza Júnior, Bismarck Gomes; Fontoura, Sergio A. B.; Inoue, Nelson. **Acoplamento Hidromecânico Adaptativo em Simulações Numéricas de Reservatórios de Petróleo**. Rio de Janeiro, 2020. 150p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Dado o cenário cada vez mais complexo de extração de energia, o estudo de fenômenos acoplados em meios porosos tem tornado-se essencial na previsão do comportamento de meios geológicos. Diversas formas de acoplamento hidromecânico têm sido apresentadas nas últimas décadas visando, também, diminuir o tempo de execução das simulações numéricas sem impactar na representação do comportamento geomecânico do escoamento no meio poroso. Este trabalho deduz os parâmetros de acoplamento necessários para a troca de informações entre um simulador de fluxo e um geomecânico, considerando os efeitos térmicos, a anisotropia das propriedades elásticas e a compressibilidade dos grãos. Além disso, é proposta uma nova metodologia de acoplamento capaz de alternar dinamicamente entre dois métodos já existentes: o iterativo implícito e o iterativo sequencial. Foi chamada de acoplamento adaptativo e é baseada no comportamento dos parâmetros de acoplamento durante o processo iterativo. Essa metodologia foi verificada variando-se a discretização espacial, as condições de contorno e a relação permeabilidade-porosidade utilizando tanto um fluido monofásico quanto multifásico desprezando-se os efeitos térmicos e a anisotropia das rochas. Avaliou-se também o impacto da consideração das rochas adjacentes ao reservatório, da compressibilidade dos grãos e da utilização dessa metodologia para um caso real: o campo de Pituba. Com resultados próximos ao acoplamento iterativo implícito, o acoplamento adaptativo obteve uma redução média de 35% no tempo de execução com diferenças relativas inferiores a 5% para as variáveis analisadas. Já o acoplamento sequencial, que também foi utilizado em todos os casos apresentados, obteve uma redução de 50% porém com diferenças superiores.

Palavras-chave

Simulação de reservatórios; geomecânica de reservatórios; acoplamento hidromecânico; acoplamento iterativo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Abstract

Souza Júnior, Bismarck Gomes; Fontoura, Sergio A. B. (Advisor); Inoue, Nelson (Co-Advisor). **Adaptive Hydromechanical Coupling in Petroleum Reservoir Simulation**. Rio de Janeiro, 2020. 150p. Tese de doutorado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The study of coupled phenomena in porous media has become essential in predicting the behavior of geological media considering the increasingly complex scenario of energy extraction. Several ways of hydromechanical coupling have been presented in recent decades, also aiming to reduce the execution time of numerical simulations without impacting on the representation of geomechanical behavior in the flow in the porous medium. This work deduces the coupling parameters necessary for the exchange of information between a flow simulator and a geomechanical simulator, considering the thermal effects, anisotropy of elastic properties and compressibility of grains. In addition, a new coupling methodology is proposed and it capable of dynamically switch between two existing methods: iterative and sequential. It is called adaptive coupling and is based on the behavior of coupling parameters during the iterative process. This methodology was verified by varying spatial discretization, boundary conditions and permeability-porosity ratio using both a single-phase and multiphase fluid neglecting thermal effects and anisotropy of rocks. It was also evaluated the impact of the consideration of the surroundings rocks to the reservoir, grain compressibility and the use of this methodology for a real case: Pituba field. Adaptive coupling achieved an average reduction of 35% in execution time with results close to iterative coupling and relative differences less than 5%. On the other hand, the sequential coupling which was also used in all cases presented obtained a reduction of 50%, but with a higher differences.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Keywords

Reservoir simulation; reservoir geomechanics; hydro-mechanical coupling; iterative coupling.

Sumário

1 Introdução **17**
1.1 Escopo do Problema 17
1.2 Objetivos 18
1.3 Organização do Documento 20

2 Simulação Hidromecânica de Reservatórios de Petróleo **21**
2.1 Simulações de Fluxo em Reservatórios de Petróleo 21
2.1.1 Simulação Monofásica 21
2.1.2 Simulação Multifásica *Black-Oil* 22
2.1.3 Simulação Composicional 24
2.1.4 Simulação Térmica 25
2.1.5 Compressibilidades 27
2.1.6 Comportamento da Porosidade 29
2.2 Geomecânica de Reservatório 29
2.2.1 Princípio da Tensão Efetiva 30
2.2.2 Coeficiente de Biot 31
2.2.3 Poropressão no Escoamento Multifásico 32
2.2.4 Relações Tensão-Deformação para o Meio Poroso 33
2.2.5 Princípio do Trabalho Virtual 34
2.2.6 Método dos Elementos Finitos 34
2.2.7 Comportamento da Fase Sólida 36
2.2.8 Comportamento do Volume Poroso 38
2.2.9 Comportamento da Permeabilidade 39
2.3 Acoplamento Hidromecânico de Reservatórios 41
2.3.1 Métodos de Acoplamento 42
2.3.2 Simulador HERMES 47

3 Acoplamento Hidromecânico Iterativo Adaptativo **49**
3.1 Acoplamento Hidromecânico Iterativo 49
3.1.1 Dedução dos Parâmetros de Acoplamento 49
3.1.2 Discretização dos Parâmetros de Acoplamento 52
3.1.3 Processo Iterativo 54
3.2 Acoplamento Iterativo Adaptativo 56
3.2.1 Análise dos Parâmetros de Acoplamento 57
3.2.2 Convergência dos Parâmetros de Acoplamento 58
3.2.3 Processo Iterativo 59

4 Simulações Numéricas com o Acoplamento Hidromecânico Adaptativo **63**
4.1 Caso A - Compressibilidade volumétrica 63
4.2 Caso B - Condições de Contorno 70
4.3 Caso C - Rochas adjacentes 74
4.4 Caso D - Escoamento multifásico 80
4.5 Caso E - Variação da Permeabilidade 86
4.6 Caso F - Campo de Pituba 92

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

4.7 Consideração da Compressibilidade dos Grãos 101
4.8 Análise do Tempo de Simulação 103

5 Considerações Finais **107**
5.1 Conclusões 107
5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros 109

6 Referências Bibliográficas **110**

A Comportamento Elástico de Materiais Rígidos **121**
A.1 Relações Constitutivas 121
A.2 Transformação Ortogonal 122
A.3 Simetria Elástica 123
A.3.1 Ponto de Simetria 124
A.3.2 Material Monoclínico 124
A.3.3 Material Ortotrópico 126
A.3.4 Material Transversalmente Isotrópico 128
A.3.5 Material Isotrópico 130
A.4 Módulo Volumétrico 132
A.5 Relação Entre as Constantes Elásticas 133

B Aproximações Numéricas do Método dos Elementos Finitos **134**
B.1 Interpolação Escalar 134
B.2 Interpolação Vetorial 136
B.3 Gradiente de Uma Propriedade 137
B.4 Formulação Isoparamétrica 138
B.5 Variáveis da Simulação Geomecânica 139
B.5.1 Deslocamentos 139
B.5.2 Deformações 140
B.5.3 Tensões 141

C Artigo Publicado **142**

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Lista de Figuras

Figura 1 – Tensão efetiva num meio poroso segundo Terzaghi 30

Figura 2 – Coeficiente de Biot em função da poropressão para dois tipos de materiais. Adaptado de Zoback (2010) 32

Figura 3 – Expoente da porosidade em função do tipo de rocha 40

Figura 4 – Esquema de interação entre a geomecânica e o fluxo em um reservatório deformável. Modificado de Gutierrez & Lewis (1998) 41

Figura 5 – Esquema do acoplamento total: fluxo e geomecânica resolvidos simultaneamente em todos os passos de tempo 42

Figura 6 – Esquema do acoplamento iterativo: fluxo e geomecânica resolvidos iterativamente para cada passo de tempo 44

Figura 7 – Esquema do acoplamento iterativo explícito: uma iteração fluxo-geomecânica ou nenhuma (apenas fluxo) para cada passo de tempo 44

Figura 8 – Esquema do acoplamento sequencial: uma iteração fluxo-geomecânica em todos os passos de tempo 45

Figura 9 – Esquema do acoplamento explícito: simulador geomecânico como uma etapa de pós-processamento 46

Figura 10 – Esquema do pseudo acoplamento: correlações empíricas são utilizadas para representar o efeito geomecânico no fluxo 47

Figura 11 – Fluxograma completo da simulação numérica 54

Figura 12 – Fluxograma do acoplamento iterativo entre o simulador de fluxo e o simulador geomecânico 55

Figura 13 – Fluxograma do acoplamento iterativo adaptativo entre o simulador de fluxo e o simulador geomecânico 60

Figura 14 – Fluxograma do acoplamento iterativo adaptativo entre o simulador de fluxo e o simulador geomecânico 61

Figura 15 – Vista superior, lateral e frontal do reservatório do caso A com discretização: (a) $3 \times 3 \times 3$ e (b) $9 \times 9 \times 9$ 64

Figura 16 – Vista tridimensional do caso A com ampliação vertical tripla com discretização: (a) $3 \times 3 \times 3$ e (b) $9 \times 9 \times 9$ 64

Figura 17 – Pressão de fundo e vazão de produção para o poço produtor do caso A utilizando o acoplamento iterativo e discretização $9 \times 9 \times 9$ 66

Figura 18 – Compressibilidades volumétricas de todas as células do reservatório para as quatro discretizações utilizadas no caso A 66

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Figura 19 – Compressibilidades volumétricas das células da camada horizontal do meio do reservatório para as quatro discretizações utilizadas no caso A 67
Figura 20 – Pressão de fundo e vazão de produção para as quatro discretizações utilizando os quatro acoplamentos 68
Figura 21 – Pressão média e subsidência do reservatório para as quatro discretizações utilizando os quatro acoplamentos 68
Figura 22 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para o caso A com discretização $9 \times 9 \times 9$ 69
Figura 23 – Número de iterações fluxo-geomecânica para as quatro discretizações do caso A utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial 69
Figura 24 – Reservatório do caso B: (a) vista superior, lateral e frontal e (b) vista tridimensional com ampliação vertical tripla 70
Figura 25 – Pressão média do reservatório para os casos B-1 e B-2 72
Figura 26 – Deslocamento vertical do topo do reservatório para os casos B-1 e B-2 72
Figura 27 – Pressão de fundo de poço para os casos B-1 e B-2 73
Figura 28 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para os casos B-1 e B-2 74
Figura 29 – Número de iterações (fluxo-geomecânica) para os casos B-1 e B-2 utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial 74
Figura 30 – Vista superior, lateral e frontal do modelo numérico do caso C 75
Figura 31 – Vista tridimensional do modelo numérico do caso C 76
Figura 32 – Pressão média do reservatório para o caso C comparando os acoplamentos apresentado por Dean et al. (2006) 77
Figura 33 – Deslocamentos verticais para o topo do reservatório e o topo do modelo no caso C 78
Figura 34 – Pressão de fundo de poço em função do tempo comparando os três acoplamentos utilizados no caso C 79
Figura 35 – Número de iterações (fluxo-geomecânica) para o caso C utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial 79
Figura 36 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos sequencial e adaptativo para o caso C 80
Figura 37 – Reservatório do caso D: (a) vista superior, lateral e frontal e (b) vista tridimensional 81
Figura 38 – Pressão média e subsidência do reservatório para o caso D 84
Figura 39 – Razão água-óleo e gás-óleo no poço produtor para o caso D 84
Figura 40 – Pressão de fundo e vazão de óleo no poço produtor para o caso D 85

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Figura 41 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para o caso D 86
Figura 42 – Número de iterações fluxo-geomecânica para o caso D utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial 86
Figura 43 – Vista superior, lateral e frontal do modelo numérico do caso E 87
Figura 44 – Vista tridimensional do modelo numérico do caso E 87
Figura 45 – Pressão média do reservatório e deslocamentos verticais utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo, sequencial com três valores para o expoente N (3, 10 e 30) e o explícito com $N = 0$ 89
Figura 46 – Pressão de fundo de poço, vazão de óleo, razão água-óleo e razão gás-óleo para o poço produtor do caso E utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial com três valores para o expoente N (3, 10 e 30) e o explícito com $N = 0$ 90
Figura 47 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos sequencial e adaptativo no caso E em função do expoente da permeabilidade 91
Figura 48 – Número de iterações fluxo-geomecânica para os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial em função do expoente de permeabilidade N 92
Figura 49 – Reservatório do caso F com poços injetores (azul) e produtores (vermelho): (a) vista superior e (b) vista tridimensional 93
Figura 50 – Distribuição das propriedades elásticas no reservatório do caso F para quatro regiões criadas em função da distribuição de porosidade 94
Figura 51 – Geometria do modelo de simulação utilizado para o caso F com 85.905 células para o reservatório e 503.685 células no total 94
Figura 52 – Pressão média e subsidência do topo do reservatório utilizando os acoplamento iterativo, adaptativo, sequencial e explícito para o caso F 95
Figura 53 – Corte de água e vazão de produção de óleo para os poços P1, P3 e P6 utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo, sequencial e explícito no caso F 96
Figura 54 – Número de iterações fluxo-geomecânica para os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial no caso F 97
Figura 55 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para o caso F 97
Figura 56 – Pressão média e subsidência do topo do reservatório utilizando os acoplamento iterativo, adaptativo, sequencial e explícito para o caso F modificado 99
Figura 57 – Corte de água e vazão de produção de óleo para o poços P1 utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo, sequencial e explícito no caso F modificado 100

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Figura 58 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para o caso F modificado 100
Figura 59 – Diferenças relativas máxima comparando-se os acoplamentos iterativos devido a consideração da compressibilidade dos grãos 102
Figura 60 – Impacto da consideração da compressibilidade dos grãos na curva de pressão média do reservatório para o caso F 103
Figura 61 – Tempo de simulação para os casos A, B, C, D, E e F para os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial 105

Figura 62 – Tetraedro no espaço transformado 135
Figura 63 – Hexaedro no espaço transformado 135

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Valores de Γ em função do escoamento adotado 50
Tabela 2 – Conjunto de variáveis das simulações de fluxo em reservatório 54
Tabela 3 – Propriedades geométricas para o caso A 63
Tabela 4 – Propriedades do fluido e da rocha para o caso A 65
Tabela 5 – Propriedades geométricas para o caso B 70
Tabela 6 – Propriedades do fluido e da rocha para o caso B 71
Tabela 7 – Condição inicial para o caso B 71
Tabela 8 – Propriedades geométricas para o caso C 75
Tabela 9 – Propriedades do fluido e da rocha para o caso C 76
Tabela 10 – Condição inicial para o caso C 77
Tabela 11 – Propriedades geométricas para o caso D 81
Tabela 12 – Especificação dos poços para o caso D 82
Tabela 13 – Propriedades do fluido e da rocha para o caso D 82
Tabela 14 – Propriedades do fluido em função da pressão para o caso D 83
Tabela 15 – Permeabilidades relativas e pressões capilares para o caso D 83
Tabela 16 – Propriedades geométricas para o caso E 88
Tabela 17 – Especificações técnicas da máquina utilizada 104
Tabela 18 – Resumo dos casos simulados 104
Tabela 19 – Relação entre as constantes elásticas 133

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Nomenclatura

A nomenclatura está dividida em: alfabeto latino, alfabeto grego, subscrito e sobrescrito, sendo apresentada em ordem alfabética.

Alfabeto Latino

$\mathbf{a}$	Vetor aceleração [m/s^2]
A	Área [m^2]
$\mathbb{A}$	Conjunto de parâmetros de acoplamento
$\mathbf{b}$	Força de corpo [N]
B	Fator volume-formação [-]
$\mathbf{B}_e$	Matriz auxiliar, eq. (B-37)
c	Compressibilidade [1/Pa]
C	Calor específico [J/(Kg.K)]
$\mathbf{D}_T$	Matriz tangente, eq. (A-4)
E	Módulo de Young [Pa]
$\mathbb{F}$	Conjunto de variáveis de fluxo
G	Segundo parâmetro de Lamé, eq. (A-44) [1/Pa]
$\mathbb{G}$	Conjunto de variáveis geomecânicas
H	Coeficiente de expansão poroelástica [Pa]
k	Permeabilidade [m^2]
k_r	Permeabilidade relativa [-]
K	Módulo volumétrico [Pa]
$\mathbf{K}$	Tensor permeabilidade [m^2]
$\mathbf{m}$	Vetor auxiliar, eq. (2-40)
$\mathbf{n}$	Vetor normal
N	Expoente da relação permeabilidade-porosidade, eq. (2-89) [-]
$\mathbf{N}_e$	Matriz auxiliar, eq. (B-2)
$\tilde{\mathbf{N}}_e$	Matriz auxiliar, eq. (B-10b)
P	Pressão [Pa]
$\bar{P}$	Pressão média, eq. (2-48) [Pa]
q	Termo fonte nas equações de conservação [*]
R_s	Razão de solubilidade [-]
S	Saturação [-]
t	Tempo [s]
T	Temperatura [K]
$\mathbf{u}$	Vetor deslocamento [m]
V	Volume [m^3]

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Alfabeto Grego

α	Coeficiente de Biot, eq. (2-45) [-]
$\bar{\alpha}$	Coeficiente de Biot médio, eq. (2-80) [-]
$\boldsymbol{\alpha}$	Coeficiente de Biot anisotrópico, eq. (2-46) [-]
β	Coeficiente de expansão térmica [1/K]
γ	Deformação cisalhante, eq. (B-36) [-]
ε	Deformação normal, eq. (B-36) [-]
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Vetor de deformações, eq. (A-2) [-]
λ	Primeiro parâmetro de Lamé, eq. (A-44) [Pa]
μ	Viscosidade [Pa.s]
ν	Coeficiente de Poisson [-]
ρ	Massa específica [kg/m^3]
σ	Tensão normal [Pa]
$\boldsymbol{\sigma}$	Vetor de tensão, eq. (2-41) [Pa]
$\boldsymbol{\sigma}'$	Vetor de tensão efetiva [Pa]
τ	Tensão cisalhante [Pa]
$\boldsymbol{\tau}$	Vetor de tensão cisalhante [Pa]
ϕ	Porosidade [-]
Ω	Volume de controle

Subscrito

b	Rocha
c	Fluência
e	Avaliada no interior do elemento e
g	Fase gás
o	Fase óleo
p	Fase genérica p
P	Meio poroso
r	Rocha
ref	Referência
s	Fase sólida
T	Matriz ou vetor transposto
v	Volumétrico
w	Fase água

Sobrescrito

(n)	Avaliado no tempo t_n
$(n+1)$	Avaliado no tempo $t_{(n+1)}$
(ν)	Iteração ν avaliado no tempo $t_{(n+1)}$
$(\nu+1)$	Iteração $\nu+1$ avaliado no tempo $t_{(n+1)}$
$*$	Hipóteses da simulação de fluxo
0	Condição inicial
e	Vetor relativo aos nós do elemento e

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

A verdadeira viagem de descobrimento não consiste em procurar novas paisagens, e sim em ter novos olhos.

Marcel Proust

1
Introdução

1.1
Escopo do Problema

A simulação numérica de reservatórios de petróleo combina física, matemática, engenharia de reservatórios e programação computacional para desenvolver ferramentas para determinar o comportamento dos hidrocarbonetos sob diferentes condições de operação. Dentre os principais tipos de simulações destacam-se as simulações multifásicas, composicionais e a térmicas (Ertekin, 2001).

Existem alguns simuladores comerciais que consideram não só o escoamento multifásico no meio poroso com variação de temperatura, como também o comportamento da tensão e deformação da rocha-reservatório. Porém, devido à complexidade envolvida, historicamente, essa modelagem numérica tem sido dividida em três áreas: modelagem geomecânica (priorizando o comportamento tensão-deformação), simulação de reservatório (focado no escoamento do fluido) e mecânica da fratura (lidando com propagação de fissuras e geometria) (Settari & Mourits, 1998).

A principal diferença entre essas três áreas é o cálculo do volume poroso. Na indústria do petróleo, tradicionalmente, é assumido que a variação do volume poroso está relacionada as variações de pressão e temperatura no reservatório, desconsiderando a influência da tensão e deformação (Settari & Mourits, 1994). A modelagem geomecânica, por outro lado, considera o impacto da tensão e deformação do reservatório no volume poroso. Desse modo, é possível explicar diversos fenômenos como compactação, subsidência, estabilidade de poços e colapso de poros devido à perda ou ganho de produção. Para que esse efeito seja admitido é necessário resolver a equação de equilíbrio (Tran et al., 2005b).

A equação de equilíbrio é a principal equação que governa os simuladores geomecânicos, cuja principal variável são os deslocamentos dos pontos de interesse. Tradicionalmente, essa equação é discretizada pelo método dos elementos finitos, no qual as informações são armazenadas nos vértices das células e interpoladas para qualquer posição no domínio através de funções de

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

forma. Dessa maneira, é possível determinar não só os deslocamentos como também as deformações e tensões através de aproximações matemáticas e das relações constitutivas.

Para que os simuladores de fluxo tradicionais considerem as deformações no reservatório respeitando a equação de equilíbrio, é necessário modificar as suas equações de fluxo, incluindo-a no sistema de equações. A esse procedimento dá-se o nome de acoplamento hidromecânico, que pode ser classificado em quatro tipos: total, iterativo, explícito e pseudoacoplado (Tran et al., 2004).

A inclusão da equação de equilíbrio aumenta significativamente o número de variáveis no sistema de equações a ser resolvido a cada passo de tempo. No acoplamento total, todas as equações são resolvidas simultaneamente, o que aumenta a confiabilidade da solução, mas também aumenta o tamanho da matriz de coeficientes e, consequentemente, o tempo necessário para obter as variáveis do problema.

Por outro lado, no acoplamento iterativo, é utilizado um módulo geomecânico no qual as equações de equilíbrio são resolvidas separadamente das equações de fluxo. Desse modo, o grande sistema de equações é dividido em dois menores que são resolvidos sequencialmente até a convergência. Assim, nesse acoplamento, é possível integrar dois simuladores distintos para resolver um problema poroelástico através dos parâmetros de acoplamento: um simulador específico para o escoamento no meio poroso e outro para o cálculo da tensão-deformação da rocha-reservatório.

Nesta tese, são discutidas as equações que governam o escoamento de hidrocarbonetos em um meio poroso deformável, as relações tensão-deformação e os tipos de acoplamento existentes. Além disso, será proposto uma modificação no acoplamento iterativo, detalhando-se os parâmetros de acoplamento e o processo iterativo utilizado.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

1.2 Objetivos

O acoplamento entre simuladores de reservatório e módulos geomecânicos tem um grande impacto na produção de petróleo. Dada a relevância desse processo, o principal objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia de acoplamento hidromecânico iterativo que diminua as chamadas do simulador geomecânico, visto que esse possui um elevado tempo de execução.

Os parâmetros de acoplamento utilizados são similares ao apresentado por Inoue & Fontoura (2009): pseudocompressibilidade e, consequentemente, a porosidade. Esses parâmetros são obtidos algebricamente de forma alternativa a dedução proposta pelos referidos autores. A principal diferença é a

consideração da anisotropia das propriedades elásticas e a compressibilidade da fase sólida da rocha no desenvolvimento algébrico. Além disso, também serão considerados os efeitos térmicos na dedução dos parâmetros de acoplamento.

Uma análise na compressibilidade volumétrica permitirá verificar em quais hipóteses esse parâmetro se torna uma constante, por célula, na simulação numérica. Neste momento, a influência da geomecânica sobre a simulação de fluxo, representada pela pseudocompressibilidade, é simplificada. Com isso, a simulação de fluxo pode prosseguir utilizando uma aproximação explícita para a representação do efeito geomecânico e, assim, diminuir o número chamadas do módulo geomecânico.

A essa mudança do tipo de acoplamento durante a simulação numérica deu-se o nome de acoplamento iterativo adaptativo e será descrito no presente trabalho. Essa metodologia será introduzida no simulador HERMES, desenvolvido pelo Grupo de Geomecânica Computacional do GTEP/PUC-Rio. Esse programa acopla o simulador geomecânico CHRONOS (também desenvolvido pelo GTEP/PUC-Rio) aos simuladores de fluxo comerciais IMEX e GEM da CMG.

Esse novo acoplamento iterativo será comparado com os acoplamentos explícito e iterativo implícito, variando-se tanto a discretização espacial do domínio quanto as condições de contorno e a relação permeabilidade-porosidade em função do tipo de rocha sedimentar presente no reservatório. A complexidade do problema é incrementada aos poucos, iniciando-se com um caso monofásico, seguido de um multifásico e, posteriormente, considerando-se as rochas adjacentes ao reservatório. O caso mais complexo é a simulação numérica do campo de Pituba com vários poços verticais e horizontais numa extensão de aproximadamente 24 km^2 que são controlados por especificações nos esquemas de produção.

Outro esquema de acoplamento também implementado e utilizado é o acoplamento sequencial que utiliza apenas uma iteração entre os simuladores por passo de tempo. Esses dois acoplamentos serão verificados em diversos cenários a fim de serem uma alternativa ao acoplamento iterativo implícito. Busca-se obter resultados muito próximos, porém com um menor tempo total de execução.

Também será avaliado o impacto da consideração da compressibilidade dos grãos na simulação hidromecânica em seis cenários distintos. Todas as simulações numéricas executadas serão avaliadas e comparadas com relação a eficiência computacional a fim de verificar o ganho de performance tanto com o uso desse acoplamento quanto da nova metodologia apresentada: o acoplamento adaptativo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

1.3
Organização do Documento

O presente documento está dividido em seis capítulos e três apêndices que estão resumidos abaixo. No primeiro capítulo apresenta-se o escopo do problema e a motivação do trabalho bem como o objetivo principal e uma breve descrição das simulações numéricas realizadas.

No capítulo 2, "Simulação Hidromecânica de Reservatórios de Petróleo", são introduzidos os conceitos básicos da simulação hidromecânica através das equações de fluxo em meios porosos e da equação de equilíbrio de forças. Também são descritos quatro métodos de acoplamento: total, iterativo, explícito e o pseudoacoplamento.

Em seguida, no capítulo 3, "Acoplamento Hidromecânico Iterativo Adaptativo", é descrito o acoplamento iterativo proposto por Inoue & Fontoura (2009), porém de uma forma mais abrangente considerando os efeitos térmicos, a compressibilidade da fase sólida e a anisotropia das propriedades elásticas através de dois parâmetros de acoplamento. Além do acoplamento iterativo, é proposto o acoplamento adaptativo que visa diminuir o número de iterações no acoplamento sempre que os parâmetros de acoplamento pararem de mudar significativamente.

Posteriormente, no capítulo 4, "Simulações Numéricas com o Acoplamento Hidromecânico Adaptativo", são apresentados os resultados obtidos na comparação entre os acoplamentos: iterativo, adaptativo, sequencial e explícito distribuídos em 6 casos de estudo. Nesses casos, são verificados os impactos da discretização espacial, das condições de contorno, da inclusão das rochas adjacentes, da permeabilidade, do aumento do número de fases no escoamento e da compressibilidade dos grãos. No final, é realizada uma comparação da eficiência computacional dos métodos de acoplamento utilizados.

No capítulo 5, "Considerações Finais", apresenta-se as conclusões obtidas no presente trabalho, de acordo com os objetivos estabelecidos. Também são reafirmadas as vantagens e desvantagens da metodologia do acoplamento adaptativo. Por fim, algumas sugestões para a continuação do trabalho são expostas.

Finalmente, após as referências bibliográficas, encontram-se os apêndices: o apêndice A resume a relação do comportamento elástico de materiais sólidos em função do estado de tensões; o apêndice B apresenta algumas aproximações numéricas do método dos elementos finitos; e o apêndice C inclui o artigo publicado no congresso internacional de mecânica de rochas (ISRM 2019) sobre o impacto da variação da permeabilidade na simulação de fluxo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2
Simulação Hidromecânica de Reservatórios de Petróleo

A simulação hidromecânica é uma simulação numérica que visa obter tanto propriedades do escoamento, como pressão e saturação do fluido, quanto propriedades geomecânicas, como tensão, deformação e deslocamento. Quando a temperatura também é uma variável do sistema, então a simulação é denominada termo-hidromecânica. Neste capítulo, são abordadas as equações que governam essas simulações numéricas e os principais métodos de acoplamento.

2.1
Simulações de Fluxo em Reservatórios de Petróleo

A seguir serão discutidas as principais abordagens utilizadas para representar o escoamento de fluido em um meio poroso a depender das considerações adotadas. Os quatro tipos de simulação apresentados são: monofásica, multifásica, composicional e térmica.

2.1.1
Simulação Monofásica

O escoamento é dito monofásico quando macroscopicamente existe apenas uma fase no domínio, ou seja, não é possível identificar uma interface na qual ocorra uma variação brusca de propriedades físicas. Essa consideração é muito utilizada no meio acadêmico para obter soluções analíticas devido a sua simplicidade. Porém, na indústria do petróleo, o contraste entre as propriedades do óleo, gás e água no meio poroso torna o uso desse escoamento mais restrito.

A partir do balanço de massa em um dado volume de controle é possível obter a equação diferencial que descreve o escoamento monofásico no meio poroso. De acordo com Ertekin (2001), esta equação é dada, em coordenadas cartesianas, por:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k_x A_x}{\mu B}\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)\Delta x + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{k_y A_y}{\mu B}\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)\Delta y + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k_z A_z}{\mu B}\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)\Delta z + q_{SC} = V_b \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi}{B}\right), \quad (2\text{-}1)$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

onde μ e B são, respectivamente, a viscosidade e o fator volume-formação do fluido; k_π e ϕ são, respectivamente, a permeabilidade efetiva na direção π e a porosidade da rocha; q_{SC} é a vazão volumétrica, medida em condições padrões, de fluido que entra/sai no volume de controle (V_b) devido a injeção/produção; e Φ é o potencial do fluido que pode ser expresso em função da pressão, P, e da massa específica, ρ, do fluido, tal que:

$$\Phi = P - \rho G, \tag{2-2}$$

onde $G = g_x x + g_y y + g_z z$ é o potencial escalar definido em função das componentes cartesianas (g_x, g_y e g_z) do vetor gravidade.

A fim de simplificar a notação, será utilizada a equação do escoamento monofásico em meios porosos apresentada por Aziz et al. (1979), na qual a área da seção transversal as direções principais é constante, tal que a eq. (2-1) pode ser reescrita, vetorialmente, como:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu B} \mathbf{K} \nabla \Phi \right) + \dot{q}_{SC} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{B} \right), \tag{2-3}$$

onde $\mathbf{K}$ é o tensor de permeabilidade efetiva e $\dot{q}_{SC}$ é a vazão volumétrica, medida em condições padrões, por unidade de volume.

Na simulação monofásica, a incógnita é a pressão do fluido. O domínio de interesse onde essa equação será aplicada é discretizado em volumes de controle menores nos quais a pressão é distribuída homogeneamente, assim como o período de interesse que também é discretizado em intervalos de tempo. Após a discretização espacial e temporal, utilizando a eq. (2-3) e especificando-se as condições de contorno e a condição inicial, obtém-se um sistema de equações algébricas não lineares. Essas equações são linearizadas e transformadas em um sistema linear de equações que após solucionado obtém o campo de pressão para o domínio e período especificados na discretização utilizada.

2.1.2
Simulação Multifásica *Black-Oil*

O escoamento multifásico em reservatórios de petróleo envolve simultaneamente o escoamento de diversas fases que transportam componentes. Para o modelo *black-oil*, são assumidos três fases e três componentes: óleo, água e gás, todos em condições padrões. Os componentes óleo e água são imiscíveis e estão presentes apenas em suas respectivas fases. Já o componente gás é solúvel tanto na fase gás quanto na fase óleo e, geralmente, não é solúvel em água. Existem extensões dessa metodologia que consideram que o componente óleo pode estar dissolvido na fase gás e, atém mesmo, a miscibilidade da água (Ertekin, 2001).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Conforme Aziz et al. (1979), as três equações principais que governam o escoamento trifásico no meio poroso são obtidas a partir do balanço de massa para os componentes óleo, água e gás, sendo dadas, respectivamente, por:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi S_o}{B_o}\right) = \nabla \cdot \left(\frac{\lambda_o}{B_o}\mathbf{K}\nabla\Phi_o\right) + (q_o)_{SC}\,, \tag{2-4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi S_w}{B_w}\right) = \nabla \cdot \left(\frac{\lambda_w}{B_w}\mathbf{K}\nabla\Phi_w\right) + (q_w)_{SC} \tag{2-5}$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi S_g}{B_g} + R_s\frac{\phi S_o}{B_o}\right) = \nabla \cdot \left(\frac{\lambda_g}{B_g}\mathbf{K}\nabla\Phi_g\right) + \nabla \cdot \left(R_s\frac{\lambda_o}{B_o}\mathbf{K}\nabla\Phi_o\right) + R_s\,(q_o)_{SC} + (q_g)_{SC}\,, \tag{2-6}$$

onde R_s é a razão de solubilidade do componente gás na fase óleo e, denotando por p uma fase qualquer (óleo, água ou gás), S_p, B_p, λ_p, Φ_p e $(q_p)_{SC}$ são, respectivamente, a saturação, o fator volume-formação, a mobilidade relativa, o potencial do fluido e o termo fonte medido nas condições padrões relativos à fase p. A mobilidade relativa à fase p é definida por:

$$\lambda_p = \frac{k_{rp}}{\mu_p}, \tag{2-7}$$

onde k_{rp} é a permeabilidade relativa à fase p. Essa permeabilidade pode ser obtida por ensaios em laboratório em função da saturação de fluido; e o fator volume-formação, em função da pressão.

O potencial da fase p pode ser escrito de forma similar à eq. (2-2), tal que:

$$\Phi_p = P_p - \rho_p G. \tag{2-8}$$

Além dessas três equações de balanço de massa, ainda há a restrição das saturações dada por:

$$S_o + S_g + S_w = 1 \tag{2-9}$$

e as definições das pressões capilares óleo-água, P_{cow}, e gás-óleo, P_{cgo}, que são obtidas por correlações empíricas em função da saturação de água e saturação de gás, respectivamente, tal que:

$$P_{cow}(S_w) = P_o - P_w \tag{2-10}$$

e

$$P_{cgo}(S_g) = P_g - P_o. \tag{2-11}$$

Portanto, na simulação multifásica *black-oil* existem 6 incógnitas (P_o, P_w, P_g, S_o, S_w e S_g) e 6 equações: eqs. (2-4)-(2-6) e (2-9)-(2-11). Ou seja, o sistema de equações terá 6 incógnitas por volume discretizado.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Através de uma manipulação algébrica é possível dividir a solução do sistema de equações em duas partes se substituirmos as equações de restrição eqs. (2-9)-(2-11), nas equações de balanço de massa, eqs. (2-4)-(2-6). Dessa forma, temos 3 equações e 3 incógnitas (P_o, S_w e S_g). Após uma discretização e uma linearização, essas equações são transformadas em um sistema de equações, especificando-se as condições de contorno e uma condição inicial. Resolvendo esse sistema é possível obter 3 variáveis da simulação multifásica *black-oil* (P_o, S_w e S_g) em todo domínio e período especificado na discretização utilizada. As outras 3 incógnitas (P_g, P_w e S_o) podem ser obtidas facilmente utilizando-se as restrições em cada célula.

2.1.3
Simulação Composicional

A simulação composicional é uma importante ferramenta para predizer o desempenho de métodos de recuperação quando as fases óleo e gás sofrem uma forte transferência de massa durante o processo de recuperação (Chien et al., 1985).

Na simulação composicional aplicada a indústria do petróleo, é possível descrever três fases: fase óleo (o), fase gás (g) e fase água (w). Diferente da simulação *black-oil,* o fluido é composto por N_c componentes que são solúveis nas fases óleo e gás e por um componente água que é solúvel apenas na fase água, considerando a imiscibilidade da água.

Na formulação composicional, existem N_c+1 balanços de massa: um para o componente água,

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\phi \rho_w S_w\right) = \nabla \cdot \left(\rho_w \lambda_w \mathbf{K} \nabla \Phi_w\right) + q_w, \tag{2-12}$$

e N_c balanços de massa para cada componente i que é solúvel nas fases óleo, com fração molar x_i, e na fase gás, com fração molar y_i, tal que:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\phi\left(\rho_o S_o x_i + \rho_g S_g y_i\right)\right] = \nabla \cdot \left(x_i \rho_o \lambda_o \mathbf{K} \nabla \Phi_o\right) + \nabla \cdot \left(y_i \rho_g \lambda_g \mathbf{K} \nabla \Phi_g\right) + q_i, \tag{2-13}$$

onde q_i é o termo fonte de massa do componente i.

Além da restrição das saturações e das definições de pressões capilares, eqs. (2-9)-(2-11), existem duas restrições das frações molares:

$$\sum_{i=1}^{N_c} x_i = 1 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^{N_c} y_i = 1. \tag{2-14}$$

Para o equilíbrio entre as fases, Coats (1980) apresenta o equilíbrio das fugacidades para cada um dos N_c componentes, ou seja:

$$f_i^L - f_i^V = 0, \tag{2-15}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

onde o cálculo da fugacidade é realizado em função de uma equação de estado. Coats (1980) utilizou a equação de estado modificada de Redlich & Kwong (1949). Uma introdução a fugacidade e a diversas equações de estado pode ser encontrada no trabalho de Souza Jr (2015); e um aprofundamento no tema, no trabalho de Sandler (2017).

Assim, na simulação composicional, além das 6 incógnitas do escoamento trifásico (P_o, P_w, P_g, S_o, S_w e S_g), há mais $2N_c$ incógnitas referentes as frações molares dos N_c componentes na fase óleo, x_i, e na fase gás, y_i, totalizando $2N_c + 6$ incógnitas. As $2N_c + 6$ equações dessa formulação são: N_c balanços de massa, eq. (2-13); N_c equações de equilíbrio, eq. (2-15); um balanço de massa para fase água, eq. (2-12); duas equações de restrição para as frações molares, eq. (2-14); e as três equações de fechamento do escoamento multifásico, eqs. (2-9)-(2-11).

A simulação composicional é capaz de representar o escoamento trifásico com múltiplo componentes e pode modelar processos de recuperação primário, secundário e terciário, envolvendo, por exemplo, a presença de CO_2 que é capaz de mudar significativamente as propriedades do fluido produzido.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.1.4
Simulação Térmica

Quando os processos de recuperação envolvem fluidos a diferentes temperaturas é fundamental a consideração dos efeitos térmicos no escoamento, ou seja, o uso de simuladores térmicos. A principal equação da simulação térmica é a conservação ou balanço de energia. Porém, por simplificação, é possível utilizar equação de mudança de energia interna que, conforme Bird et al. (2007), pode ser decomposta da seguinte forma:

$$\left\{\begin{array}{c}\text{Taxa de}\\ \text{acúmulo de}\\ \text{energia}\\ \text{interna}\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\text{Taxa de aumento}\\ \text{de energia interna}\\ \text{devido ao transporte}\\ \text{convectivo}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c}\text{Taxa de aumento}\\ \text{de energia interna}\\ \text{devido à condução}\\ \text{de calor}\end{array}\right\}$$
$$+ \left\{\begin{array}{c}\text{Taxa de aumento}\\ \text{de energia interna}\\ \text{devido à}\\ \text{compressão}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c}\text{Taxa de aumento}\\ \text{de energia interna}\\ \text{devido à dissipação}\\ \text{viscosa}\end{array}\right\}$$
$$+ \left\{\begin{array}{c}\text{Taxa de aumento}\\ \text{de energia interna}\\ \text{devido à geração}\\ \text{interna}\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c}\text{Taxa de aumento}\\ \text{de energia interna}\\ \text{devido à fontes}\\ \text{externas}\end{array}\right\}. \quad (2\text{-}16)$$

Como o volume de controle é um meio poroso de porosidade ϕ e existem até três fases escoando (óleo, água e gás), além da fase sólida (rocha), a equação de mudança de energia interna da mistura é dada pelo somatório de cada uma dessas fases e pode ser escrita, matematicamente, desconsiderando a dissipação viscosa, por:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\phi\sum_p \rho_p S_p U_p + (1-\phi)\,\rho_s U_s\right] = -\sum_p \nabla\cdot(\rho_p U_p \mathbf{v}_p) + \left(\nabla\cdot\mathbf{Q}_r - \sum_p \nabla\cdot\mathbf{Q}_p\right) - \sum_p P_p \nabla\cdot\mathbf{v}_p + \sum_p \hat{q}_p + Q_l, \quad (2\text{-}17)$$

onde o subscrito s representa a fase sólida; o subscrito p, uma das fases que escoam no meio poroso (óleo, água ou gás); e o somatório com subscrito p, o somatório de todas essas fases; U é a energia interna específica; $\mathbf{v}$ é a velocidade de escoamento no meio poroso; $\mathbf{Q}$ é o fluxo de condução de calor; $\hat{q}$ é o termo fonte de energia interna devido a injeção/produção de fluido; e Q_l é a energia interna perdida para a formação geológica adjacente ao reservatório.

A energia interna específica, U_p, pode ser escrita em função da entalpia específica, h_p, da pressão, P_p, e da massa específica, ρ_p, por:

$$U_p = h_p + \frac{P_p}{\rho_p}. \quad (2\text{-}18)$$

De acordo com Anderson (1989), a variação da energia interna para a fase sólida, pode ser escrita em função do calor específico da rocha, C_s, e da variação da temperatura. Assim, se admitirmos que a energia interna da rocha é nula à temperatura T_o, então a energia interna específica da rocha pode ser escrita por:

$$U_s = C_s\,(T - T_o)\,. \quad (2\text{-}19)$$

Conforme Bird et al. (2007), o fluxo de condução de calor pode ser escrito em função da condutividade térmica do meio, κ, e do gradiente de temperatura, tal que:

$$\mathbf{Q} = \kappa\nabla T. \quad (2\text{-}20)$$

Utilizando a lei de Darcy para o escoamento multifásico de acordo com Aziz et al. (1979),

$$\mathbf{v}_p = -\lambda_p \mathbf{K}\nabla\Phi_p, \quad (2\text{-}21)$$

e substituindo as eqs. (2-18), (2-19) e (2-20) na equação de variação da energia interna, eq. (2-17), obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\phi\sum_p \rho_p S_p U_p + (1-\phi)\,\rho_s C_s\,(T - T_0)\right] = -\sum_p \nabla\cdot(\rho_p \lambda_p h_p \mathbf{K}\nabla\Phi_p) - \kappa_T \nabla T + \sum_p \hat{q}_p, \quad (2\text{-}22)$$

onde κ_T é a condutividade térmica considerando tanto o fluido quanto rocha.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

A variação da temperatura é uma consideração que pode ser realizada de forma adicional a outras simulações já mencionadas: monofásica, multifásica e composicional. Dessa forma, essas simulações recebem uma incógnita a mais e a equação da energia deve ser introduzida no sistema de equações.

Uma das aplicações que a simulação térmica pode ser utilizada na indústria do petróleo é quando há uma injeção de fluido com temperatura significativamente diferente da do reservatório, por exemplo, a injeção cíclica de vapor como forma de aumentar a recuperação de um campo com presença de óleo pesado e muito viscoso (Stone et al., 2001).

2.1.5 Compressibilidades

A compressibilidade é um propriedade que quantifica a relação entre a pressão exercida em um corpo e a mudança de volume devido a sua atuação, sendo a forma mais utilizada nas simulações de fluxo para determinar a variação do volume poroso. Para um material sem porosidade, existe uma única compressibilidade que, conforme Zimmerman (1990), é dada por:

$$c = -\frac{1}{V^i}\frac{dV}{dP}, \tag{2-23}$$

onde V é o volume do corpo, P é a pressão hidrostática exercida sobre sua superfície e o sobrescrito i denota a condição inicial. Sendo a pressão compressiva, a variação de volume será negativa, obtendo, assim, uma compressibilidade sempre positiva.

Para um material poroso, existe a variação de volume da rocha (V_b), dos poros (V_P) e da parte sólida da rocha (V_s). Embora existam a pressão confinante e a poropressão atuantes num corpo poroso, o presente trabalho irá abordar apenas as compressibilidade com relação a poropressão. Assim, conforme Zimmerman (2017), considerando uma pressão confinante constante, a compressibilidade volumétrica (c_b), compressibilidade da fase sólida (c_s) e a compressibilidade de poros (c_p) são, respectivamente:

$$c_b = \frac{1}{V_b^i}\frac{\partial V_b}{\partial P} = \frac{\partial \varepsilon_{\mathrm{v}}}{\partial P} \tag{2-24}$$

$$c_s = -\frac{1}{V_s^i}\frac{\partial V_s}{\partial P} \tag{2-25}$$

$$c_p = \frac{1}{V_P^i}\frac{\partial V_P}{\partial P}. \tag{2-26}$$

A compressibilidade volumétrica também é igual ao inverso do módulo volumétrico, ou seja, também são válidas as equações:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

$$\frac{1}{K_b} = \frac{1}{V_b^i}\frac{\partial V_b}{\partial P} \tag{2-27}$$

$$\frac{1}{K_s} = -\frac{1}{V_s^i}\frac{\partial V_s}{\partial P}. \tag{2-28}$$

A partir da relação entre volumes ($V_b = V_P + V_s$) é possível escrever a equação:

$$\frac{V_b}{V_b}\frac{dV_b}{dP} = \frac{V_P}{V_P}\frac{dV_P}{dP} + \frac{V_s}{V_s}\frac{dV_s}{dP}. \tag{2-29}$$

Utilizando-se as definições de compressibilidade e o conceito de porosidade ($\phi = V_P/V_s$), obtemos a seguinte relação entre as compressibilidades:

$$c_b = \phi c_p - (1-\phi)c_s. \tag{2-30}$$

É possível obter a compressibilidade volumétrica em função de algumas propriedades elásticas, admitindo certas hipóteses e utilizando as relações constitutivas abordadas na seção A.1. Para um material isotrópico sujeito a uma compressão uniaxial na direção z, segundo as eqs. (2-43) e (A-41), é válida a relação:

$$\sigma_z' = \sigma_z + \alpha P = (2G+\lambda)\varepsilon_z + \lambda(\varepsilon_x + \varepsilon_y). \tag{2-31}$$

Considerando que essa compressão ocorre com um confinamento lateral ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$), analogamente a um ensaio edométrico, a deformação volumétrica ε_v será igual à deformação axial ε_z e compressibilidade volumétrica, utilizando a definição da eq. (2-24), será dada por:

$$c_b = \frac{\partial \varepsilon_\mathrm{v}}{\partial P} = \frac{\alpha}{2G+\lambda} = \frac{\alpha(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E}. \tag{2-32}$$

Por outro lado, considerando uma compressão uniforme triaxial, análoga ao ensaio hidrostático, a eq. (2-31) é válida para as três direções que somadas obedecem a relação:

$$3\sigma' = 3\sigma + 3\alpha P = (2G+\lambda)\varepsilon_\mathrm{v} + 2\lambda\varepsilon_\mathrm{v}. \tag{2-33}$$

Assim, a compressibilidade volumétrica para uma compressão hidrostática, utilizando a definição da eq. (2-24), pode ser escrita como:

$$c_b = \frac{\partial \varepsilon_\mathrm{v}}{\partial P} = \frac{3\alpha}{2G+3\lambda} = \frac{3\alpha(1-2\nu)}{E}. \tag{2-34}$$

Além disso, se assumirmos a incompressibilidade da parte sólida do meio poroso ($c_s = 0$), as compressibilidades volumétrica e de poros para a compressão uniaxial lateralmente confinada, utilizando-se as eqs. (2-30) e eq. (2-32), serão dadas por:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

$$c_b = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E} \quad \text{e} \quad c_p = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)\phi E}. \tag{2-35}$$

No mesmo sentido, as compressibilidade volumétrica e de poros para uma compressão hidrostática, utilizando-se as eqs. (2-30) e eq. (2-32), serão dadas por:

$$c_b = \frac{3(1-2\nu)}{E} \quad \text{e} \quad c_p = \frac{3(1-2\nu)}{\phi E}. \tag{2-36}$$

2.1.6
Comportamento da Porosidade

De acordo com Settari & Mourits (1998), a definição de porosidade na simulação de reservatório considera que o volume da rocha é igual ao volume de controle da simulação, V_b^*. Usualmente adota-se um volume fixo, V_b^0, para a simulação de fluxo, ou seja $V_b^* = V_b^0$, e por isso é válida a definição de porosidade de reservatório (ϕ^*):

$$\phi^* = \frac{V_P^*}{V_b^0} = \phi_{ref}^* \left[1 + c_p \left(P - P_{ref}\right) - \beta_r \left(T - T_{ref}\right)\right], \tag{2-37}$$

onde ϕ_{ref}^* é a porosidade de referência avaliada na pressão P_{ref} e temperatura T_{ref}; c_p é a compressibilidade de poros; β_r é o coeficiente de expansão térmica da rocha; e V_P^* é o volume poroso do volume de controle. O sobrescrito $*$ denota as propriedades avaliadas na simulação de fluxo e sujeitas as hipóteses ali existentes. Assim, na simulação de reservatórios, a variação temporal do volume poroso pode ser escrita como:

$$\frac{dV_P^*}{dt} = V_b^0 \phi_{ref}^* \left(c_p \frac{dP}{dt} - \beta_r \frac{dT}{dt}\right). \tag{2-38}$$

2.2
Geomecânica de Reservatório

Para determinar o comportamento geomecânico do reservatório é necessário compreender não só princípios básicos, como também a principal equação que rege esse efeito: a equação de equilíbrio. Assim, a seguir, serão discutidos os conceitos iniciais necessários como o princípio da tensão efetiva e algumas relações constitutivas. Posteriormente, será apresentada a equação de equilíbrio em função da deformação da rocha e o seu principal método de discretização: o método dos elementos finitos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.2.1
Princípio da Tensão Efetiva

O princípio da tensão efetiva foi inicialmente proposto por Terzaghi (1936) no qual considerava que uma tensão aplicada em um meio poroso saturado era parcialmente distribuída entre o fluido e a parte sólida da rocha. A tensão efetiva aplicada na parte sólida é denominada tensão efetiva. Esse princípio está exemplificado na Figura 1, com uma análise microscópica de uma região do meio poroso no qual a compressão tem sinal negativo.

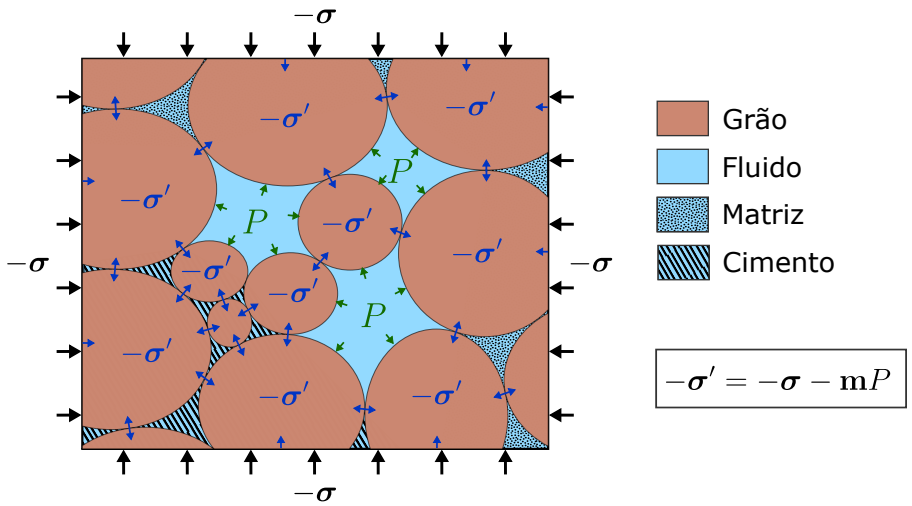


Figura 1 – Tensão efetiva num meio poroso segundo Terzaghi

De acordo com esse princípio, definindo a tração com sinal positivo, a tensão efetiva, $\boldsymbol{\sigma}'$, é escrita em função da tensão total, $\boldsymbol{\sigma}$, e da componente hidrostática, $\mathbf{m}P$, tal que:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{m}P, \tag{2-39}$$

onde P é a poropressão (compressão positiva), $\mathbf{m}$ é definido por:

$$\mathbf{m} = [1,\ 1,\ 1,\ 0,\ 0,\ 0]^T \tag{2-40}$$

e as tensões total e efetiva serão representadas pela notação vetorial de Voigt (1910), tal que:

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T \tag{2-41}$$

$$\boldsymbol{\sigma}' = \left[\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}\right]^T, \tag{2-42}$$

onde σ é a tensão normal e τ é a tensão cisalhante, conforme a notação utilizada por Chou & Pagano (1992) para um sistema ortogonal de coordenadas xyz.

Posteriormente, Biot (1941) definiu a tensão efetiva considerando a expansão poroelástica da rocha, tal que:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} + \alpha\mathbf{m}P, \tag{2-43}$$

onde α é chamado de coeficiente de Biot e será discutido a seguir.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.2.2
Coeficiente de Biot

O coeficiente de Biot, inicialmente proposto por Biot (1941) para considerar a expansão poroelástica da rocha na tensão efetiva, foi definido por:

$$\alpha = \frac{K_b}{H}, \tag{2-44}$$

onde K_b é o módulo volumétrico da rocha e H é o coeficiente de expansão poroelástica. Mais tarde, Biot & Willis (1957) definiram esse parâmetro em função de dois coeficientes de compressibilidade ou, de forma análoga, em função de dois módulos volumétricos: da rocha, K_b, e da parte sólida da rocha ou dos grãos que a compõem, K_s, tal que:

$$\alpha = 1 - \frac{K_b}{K_s}. \tag{2-45}$$

Essa definição assume um material isotrópico e é análoga as propostas de Geertsma (1957) e Skempton (1961). Uma discussão mais profunda pode ser encontrada no trabalho de Nur & Byerlee (1971), Bishop (1973) e Detournay & Cheng (1993).

Para um material anisotrópico, Cheng (1997) expressa um coeficiente de Biot para cada direção principal, ou vetorialmente, como:

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{m} - \frac{\mathbf{D}_T\mathbf{m}}{3K_s}. \tag{2-46}$$

onde $\mathbf{D}_T$ é a matriz tangente e é discutida em detalhes no apêndice A. Para um meio isotrópico, cuja matriz tangente é dada pela eq. (A-41), o coeficiente de Biot pode ser expresso em função do módulo de Young, do coeficiente de Poisson e do módulo volumétrico dos grãos, utilizando-se a eq. (A-44), tal que:

$$\alpha = 1 - \frac{E}{3\left(1-2\nu\right)}\frac{1}{K_s}. \tag{2-47}$$

Segundo Zoback (2010), o coeficiente de Biot é tal que $0 \leq \alpha \leq 1$, sendo próximo de zero para rochas com poros não conectados e próximo da unidade para materiais muito porosos. A Figura 2, apresenta o valor de α obtido em laboratório para uma areia porosa não consolidada e um arenito bem cimentado em função da poropressão, conforme o trabalho de Zoback (2010).

Embora existam simplificações para o uso do coeficiente de Biot, existem ensaios de laboratório capazes de determinar o seu valor, conforme o trabalho de Zhou et al. (2015). Nesse trabalho, os autores determinam o coeficiente de Biot para alguns tipos de rochas: arenito Berea (0,89); carbonato Indiana (0,73); carbonato Asmari (0,73); e granito Westerly (0,44). Nesses experimentos o módulo volumétrico da rocha e dos grãos variam entre 3,18-25,2 GPa e 27,9-75,2 GPa, respectivamente.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

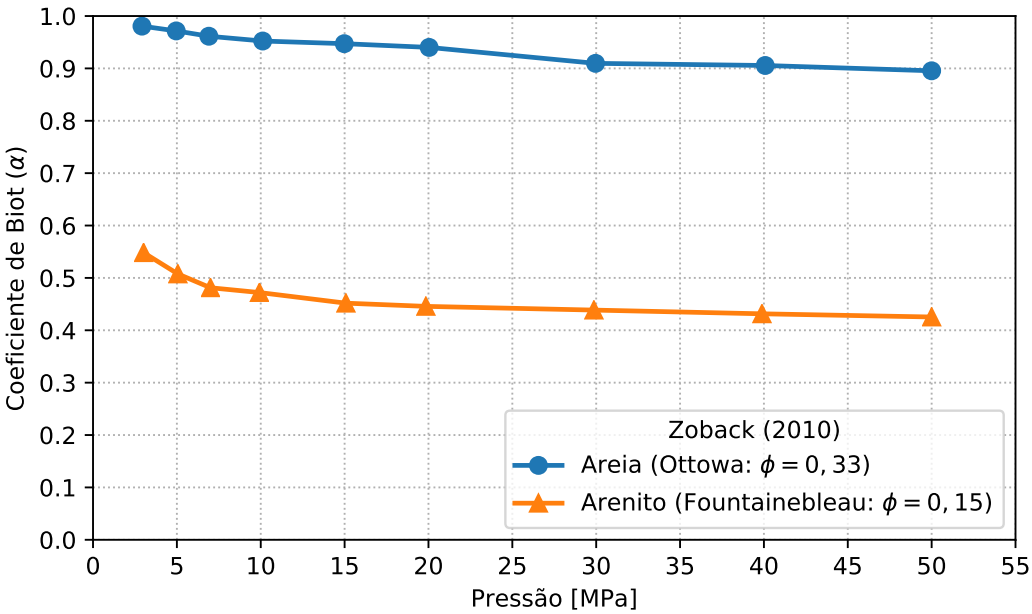


Figura 2 – Coeficiente de Biot em função da poropressão para dois tipos de materiais. Adaptado de Zoback (2010)

2.2.3
Poropressão no Escoamento Multifásico

Para um escoamento multifásico no meio poroso, cada fase terá uma área de contato diferente com a parte sólida da rocha e, por isso, cada fase contribui de uma forma diferente para a pressão média. Segundo Bishop (1959), a pressão média pode ser expressa como:

$$\bar{P} = \sum_p \chi_p P_p, \tag{2-48}$$

onde χ_p é a fração que a pressão relativa a fase p, P_p, contribui para a pressão média, tal que:

$$\sum_p \chi_p = 1. \tag{2-49}$$

Os coeficientes χ_p são determinados em função da saturação de cada fase, S_p. Bishop & Blight (1963) apresentam formas para obter esse coeficiente em ensaios de laboratório. Existem estudos que relacionam χ_p em função da saturação do fluido, como o trabalho de Bishop & Blight (1963) e Li et al. (2016).

Porém, na falta do coeficiente χ_p será utilizado a saturação do fluido, conforme a simplificação utilizada por Schrefler (1984), tal que:

$$\bar{P} = \sum_p S_p P_p. \tag{2-50}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.2.4
Relações Tensão-Deformação para o Meio Poroso

Para um material sólido, são válidas as relações tensão-deformação apresentadas no Apêndice A. Porém, para um meio poroso, nem todo o carregamento fornecido ao material é aplicado na parte sólida rocha, visto que o fluido presente nos poros também recebe esse carregamento.

Por isso, para um meio poroso, deve-se utilizar o conceito de tensão efetiva para determinar uma relação tensão-deformação, conforme a eq. (2-43). Assim, para um material anisotrópico, utilizando o coeficiente de Biot da eq. (2-46), a relação tensão-deformação será dada por:

$$d\boldsymbol{\sigma}' = d\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\alpha}\, dP = \mathbf{D}_T \left(d\boldsymbol{\varepsilon} - d\boldsymbol{\varepsilon}_T - d\boldsymbol{\varepsilon}_0\right), \tag{2-51}$$

onde $d\boldsymbol{\varepsilon}$ é a deformação total da parte sólida da rocha; $d\boldsymbol{\varepsilon}_T$ é a deformação devido a variação de temperatura; e $d\boldsymbol{\varepsilon}_0$, devido a qualquer outro efeito como por exemplo à fluência do material. Porém, por simplificação, esta deformação será desprezada.

De forma genérica, podemos escrever a deformação devido a temperatura em função de um coeficiente de expansão térmico anisotrópico definido por $\boldsymbol{\beta_s}$, tal que:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_T = \boldsymbol{\beta_s}\, dT \tag{2-52}$$

De acordo com as eqs. (2-51) e (2-52), a variação da tensão efetiva pode ser escrita como:

$$d\boldsymbol{\sigma}' = d\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\alpha}\, dP = \mathbf{D}_T \left(d\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\beta_s}\, dT\right). \tag{2-53}$$

Assim, a variação da tensão total, considerando os efeitos térmicos e a existência de uma poro pressão, pode ser escrita como:

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_T \left(d\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\beta_s}\, dT\right) - \boldsymbol{\alpha} dP. \tag{2-54}$$

Para um material isotrópico, denotando o coeficiente de expansão térmico volumétrico por β_s, então:

$$\boldsymbol{\beta_s} = [\beta_s/3, \beta_s/3, \beta_s/3, 0, 0, 0]^T = \frac{\beta_s}{3}\mathbf{m}. \tag{2-55}$$

Assim, a variação da tensão total para este material pode ser expressa em função do módulo volumétrico (K_b), utilizando-se as eqs. (A-43) e (A-51), tal que:

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_T d\boldsymbol{\varepsilon} - \alpha\mathbf{m}\, dP - \beta_s K_b\, dT. \tag{2-56}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.2.5
Princípio do Trabalho Virtual

As forças internas e externas que atuam sobre um corpo são conservativas e o trabalho realizado pelas foças internas é igual às mudanças da energia de deformação. O princípio do trabalho virtual assume que o trabalho realizado pelas forças internas deve ser igual ao trabalho realizado pelas forças externas, independente do caminho realizado e, conforme Schrefler (1984), é dado por:

$$\int_{\Omega} \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma}\, d\Omega = \int_{\Omega} \delta\mathbf{u}^T \boldsymbol{b}\, d\Omega + \int_{\delta\Omega} \delta\mathbf{u}^T \bar{\boldsymbol{t}}\, dS, \tag{2-57}$$

para um deslocamento virtual $\delta\mathbf{u}^T$ e deformação virtual $\delta\boldsymbol{\varepsilon}^T$ de um corpo sujeito a um estado de tensões $\boldsymbol{\sigma}$ e forças de corpo $\boldsymbol{b}$ aplicado em todo o volume Ω, e forças de superfície $\bar{\boldsymbol{t}}$ que atuam na sua superfície $\delta\Omega$.

Ainda conforme Schrefler (1984), o mesmo princípio também é válido na sua forma incremental, ou seja:

$$\int_{\Omega} \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T d\boldsymbol{\sigma}\, d\Omega = \int_{\Omega} \delta\mathbf{u}^T d\boldsymbol{b}\, d\Omega + \int_{\delta\Omega} \delta\mathbf{u}^T d\bar{\boldsymbol{t}}\, dS. \tag{2-58}$$

Substituindo a variação da tensão total, eq. (2-54) na eq. (2-58), é possível obter a mesma equação apresentada por Lewis et al. (1986):

$$\int_{\Omega} \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \left[\mathbf{D}_T \left(d\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\beta}_s dT\right) - \boldsymbol{\alpha}\, dP\right] d\Omega = d\mathbf{f}. \tag{2-59}$$

onde o termo da direita representa a mudança no trabalho virtual das forças externas devido a força gravitacional no domínio Ω e devido as forças de superfície atuantes em $\delta\Omega$, respectivamente, sendo dado por:

$$d\mathbf{f} = \int_{\Omega} \delta\mathbf{u}^T d\boldsymbol{b}\, d\Omega + \int_{\delta\Omega} \delta\mathbf{u}^T d\bar{\boldsymbol{t}}\, dS. \tag{2-60}$$

2.2.6
Método dos Elementos Finitos

Uma das formas de discretizar tanto as equações de equilíbrio quanto a equação do princípio do trabalho virtual, apresentada na seção anterior, é através do método dos elementos finitos. As aproximações numéricas utilizadas pelo método estão descritas no apêndice B e através delas é possível escrever a poropressão, P_e, a temperatura, T_e, e o vetor deslocamento, $\mathbf{u}_e$, no interior de um elemento e em função das propriedades avaliadas nos nós que o delimitam, conforme a interpolação de uma variável escalar, eqs. (B-1), e do vetor de deslocamentos, eq. (B-27), tal que:

$$P_e = \mathbf{N}_e P^e, \quad T_e = \mathbf{N}_e T^e \quad \text{e} \quad \mathbf{u}_e = \tilde{\mathbf{N}}_e \mathbf{u}^e. \tag{2-61}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Assim, substituindo-se essas aproximações na equação de equilíbrio escrita na forma variacional, eq. (2-59) e utilizando-se a eq. (B-36) para expressar o vetor deformação em função do vetor deslocamento, tem-se para cada elemento e de volume, Ω_e, e superfície, $\delta\Omega_e$, a equação:

$$(\delta\mathbf{u}^e)^T \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \left[(\mathbf{D}_T)_e \left(\mathbf{B}_e d\mathbf{u}^e - (\boldsymbol{\beta_s})_e \mathbf{N}_e dT^e \right) - \boldsymbol{\alpha}_e \mathbf{N}_e dP^e \right] d\Omega = d\mathbf{f}^e \quad (2\text{-}62)$$

com:

$$d\mathbf{f}^e = (\delta\mathbf{u}^e)^T \int_{\Omega_e} \tilde{\mathbf{N}}_e^T d\boldsymbol{b}_e \, d\Omega + (\delta\mathbf{u}^e)^T \int_{\delta\Omega_e} \tilde{\mathbf{N}}_e^T d\bar{\boldsymbol{t}}_e \, dS. \quad (2\text{-}63)$$

Dessa maneira, a equação referente ao elemento e, considerando válida a igualdade da eq. (2-62) para qualquer vetor de deslocamentos nodais $\delta\mathbf{u}^e$, pode ser escrita como:

$$\mathbb{K}_e \, d\mathbf{u}^e + \mathbb{L}_e \, dP^e + \mathbb{U}_e \, dT^e = \mathbb{f}_e, \quad (2\text{-}64)$$

onde:

$$\mathbb{K}_e = \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \left(\mathbf{D}_T \right)_e \mathbf{B}_e \, d\Omega, \quad (2\text{-}65a)$$

$$\mathbb{L}_e = -\int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \boldsymbol{\alpha_e} \mathbf{N}_e \, d\Omega, \quad (2\text{-}65b)$$

$$\mathbb{U}_e = -\int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \left(\mathbf{D}_T \right)_e \left(\boldsymbol{\beta_s} \right)_e \mathbf{N}_e \, d\Omega, \quad (2\text{-}65c)$$

$$\mathbb{f}_e = \int_{\Omega_e} \tilde{\mathbf{N}}_e^T d\boldsymbol{b}_e \, d\Omega + \int_{\delta\Omega_e} \tilde{\mathbf{N}}_e^T d\bar{\boldsymbol{t}}_e \, dS. \quad (2\text{-}65d)$$

A eq. (2-64) representa a discretização clássica do método dos elementos finitos no qual todas as propriedades são avaliadas nos nós do elemento. Porém, se a pressão e a temperatura forem avaliadas no centro do elemento, não é necessário utilizar uma interpolação para essas propriedades e a eq. (2-64) pode ser reescrita, a partir da eq. (2-59), por:

$$\mathbb{K}_e \, d\mathbf{u}^e + \bar{\mathbb{L}}_e \, dP_e + \bar{\mathbb{U}}_e \, dT_e = \mathbb{f}_e, \quad (2\text{-}66)$$

onde:

$$\bar{\mathbb{L}}_e = -\int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \boldsymbol{\alpha_e} \, d\Omega \quad (2\text{-}67)$$

$$\bar{\mathbb{U}}_e = -\int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \left(\mathbf{D}_T \right)_e \left(\boldsymbol{\beta_s} \right)_e \, d\Omega. \quad (2\text{-}68)$$

Se assumirmos ainda a hipótese de um meio isotrópico, e utilizarmos o conceito de módulo volumétrico da rocha (K_b), conforme a eq. (A-51), são válidas as simplificações:

$$\bar{\mathbb{L}}_e = -\alpha_e \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \mathbf{m} \, d\Omega \quad (2\text{-}69)$$

$$\bar{\mathbb{U}}_e = -\left(\beta_s \right)_e \left(K_b \right)_e \int_{\Omega_e} \mathbf{B}_e^T \mathbf{m} \, d\Omega. \quad (2\text{-}70)$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

As discretizações espaciais realizadas no presente trabalho utilizam apenas elementos hexaédricos cujas funções de forma estão definidas na eq. (B-4). Como aproximações numéricas será adotada a formulação isoparamétrica, conforme discutido na seção B.4, e para a solução numérica das integrais apresentadas será utilizada a quadratura de Gauss-Legendre com oito pontos de integração.

Tanto a eq. (2-64) quando a eq. (2-66) representam um sistema linear para cada elemento e, com $3 \times N_e$ equações, onde N_e é o número de elementos do domínio. Agrupando-se todos esses sistemas em um único sistema de equações em função do vetor $d\hat{\mathbf{u}}$, que representa o deslocamento de todos os nós nas direções x, y e z, do vetor de poropressões ($d\check{P}$) e temperatura ($d\check{T}$) avaliados nos centro de todos os elementos, temos:

$$\mathbb{K}\, d\hat{\mathbf{u}} + \mathbb{L}\, d\check{P} + \mathbb{U}\, d\check{T} = \mathbb{f}. \tag{2-71}$$

Para o acoplamento total, essa equação é adicionada ao sistema principal de equações, junto com as discretizações das equações de conservação da massa e energia. Nesse caso, o vetor de deslocamento é determinado simultaneamente com os vetores de pressão e temperatura.

Por outro lado, no acoplamento iterativo, os campos de pressão e temperatura já são conhecidos previamente. Nesse caso, o vetor deslocamento será determinado solucionando o sistema de equações da eq. (2-71) ou, matematicamente, se assumirmos o regime elástico da rocha, pela equação:

$$d\hat{\mathbf{u}} = \mathbb{K}^{-1}\left(\mathbb{f} - \mathbb{L}\, d\check{P} - \mathbb{U}\, d\check{T}\right). \tag{2-72}$$

Determinado o vetor de deslocamentos, é possível obter tanto o vetor de deformações quanto o de tensões, conforme discutido na seção B.5.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.2.7
Comportamento da Fase Sólida

Para as rochas, a fase sólida do meio poroso refere-se as partes sólidas da rocha: grãos, matriz e cimento, conforme a Figura 1. Dentre eles, os grãos possuem maior rigidez e, por simplificação, a compressibilidade da fase sólida pode ser dada exclusivamente pela compressibilidade dos grãos.

Considerando um comportamento elástico para os grãos, analogamente ao trabalho de Frydman (1996), um meio poroso sujeito a um carregamento $\boldsymbol{\sigma}$ pode ser decomposto em dois carregamentos: (I) confinamento hidrostático dos grãos devido a poropressão: $\boldsymbol{\sigma}_I = -\mathbf{m}P$ e (II) ao carregamento aplicado à todo material: $\boldsymbol{\sigma}_{II} = \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{m}P$.

Assim, a variação volumétrica dos grãos, considerando os carregamentos I e II e a variação da temperatura, é dada por:

$$dV_s = \left(\frac{\partial V_s}{\partial \sigma_I}\right) d\sigma_I + \left(\frac{\partial V_s}{\partial \sigma_{II}}\right) d\sigma_{II} + \left(\frac{\partial V_s}{\partial T}\right) dT, \tag{2-73}$$

onde as tensões σ_I e σ_{II} são valores médios representativos dos carregamentos I e II, tais que:

$$\sigma_I = \frac{1}{3}\mathbf{m}^T \boldsymbol{\sigma}_I = -P \tag{2-74}$$

$$\sigma_{II} = \frac{1}{3}\mathbf{m}^T \boldsymbol{\sigma}_{II} = \frac{1}{3}\mathbf{m}^T \left(\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{m}P\right). \tag{2-75}$$

Utilizando-se as definições de módulo volumétrico para a fase sólida, conforme Detournay & Cheng (1993), e de coeficiente de expansão térmica volumétrico (β_s), além de assumir a hipótese do meio poroso ideal, tem-se:

$$\left(\frac{\partial V_s}{\partial \sigma_I}\right) d\sigma_I = V_s \left(\frac{1}{V_s}\frac{\partial V_s}{\partial P}\right) dP = -\frac{V_s}{K_s} dP \tag{2-76a}$$

$$\left(\frac{\partial V_s}{\partial \sigma_{II}}\right) d\sigma_{II} = V_b \left(\frac{1}{V_b}\frac{\partial V_s}{\partial \sigma_{II}}\right) d\sigma_{II} = \frac{V_b}{3K_s}\mathbf{m}^T \left(d\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{m}dP\right) \tag{2-76b}$$

$$\left(\frac{\partial V_s}{\partial T}\right) dT = V_s \left(\frac{1}{V_s}\frac{\partial V_s}{\partial T}\right) dT = V_s \beta_s \, dT \tag{2-76c}$$

Assim, substituindo-se as eqs. (2-54) e (2-76) na eq. (2-73), a variação volumétrica dos grãos por unidade de volume de rocha (V_b) pode ser escrita como:

$$\frac{dV_s}{V_b} = -\frac{V_s}{V_b}\frac{dP}{K_s} + \frac{\mathbf{m}^T}{3K_s}\left[\mathbf{D}_T \left(d\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\beta_s}\, dT\right) + \left(\mathbf{m} - \boldsymbol{\alpha}\right) dP\right] + \frac{V_s}{V_b}\beta_s \, dT. \tag{2-77}$$

Utilizando-se a definição da porosidade, do coeficiente de Biot anisotrópico, eq. (2-46), e a igualdade $\mathbf{m}^T\mathbf{m} = 3$, tem-se:

$$\frac{dV_s}{V_b} = \frac{(\phi - 1)}{K_s} dP + \left(\mathbf{m}^T - \boldsymbol{\alpha}^T\right)\left(d\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\beta_s}\, dT\right) + \frac{dP}{K_s} - \frac{\mathbf{m}^T\boldsymbol{\alpha}}{3K_s} dP + (1 - \phi)\beta_s \, dT. \tag{2-78}$$

Rearranjando os termos da eq. (2-78), a variação volumétrica dos grãos por unidade de volume de rocha é dada por:

$$\frac{dV_s}{V_b} = (\mathbf{m}^T - \boldsymbol{\alpha}^T) d\boldsymbol{\varepsilon} + \left(\phi - \frac{\mathbf{m}^T\boldsymbol{\alpha}}{3}\right)\frac{dP}{K_s} - \left(\phi\beta_s - \frac{\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\beta}_s}{3}\right) dT. \tag{2-79}$$

Ou ainda, definindo-se $\bar{\alpha}$ como a média dos coeficientes de Biot nas direções principais, tal que:

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_x + \alpha_y + \alpha_z}{3} = \frac{\mathbf{m}^T\boldsymbol{\alpha}}{3} = 1 - \frac{\mathbf{m}^T\mathbf{D}_T\mathbf{m}}{3K_s} \tag{2-80}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

e utilizando a definição para a deformação volumétrica $d\varepsilon_{\mathrm{v}}$, dada por:

$$d\varepsilon_{\mathrm{v}} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \mathbf{m}^T \boldsymbol{d\varepsilon}, \tag{2-81}$$

a variação volumétrica dos grãos por unidade de volume de rocha, para um meio anisotrópico, será:

$$\frac{dV_s}{V_b} = d\varepsilon_{\mathrm{v}} - \boldsymbol{\alpha}^T d\boldsymbol{\varepsilon} + (\phi - \bar{\alpha})\frac{dP}{K_s} - \left(\phi\beta_s - \frac{\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\beta}_s}{3}\right) dT. \tag{2-82}$$

Para um meio isotrópico, com $\boldsymbol{\alpha} = \alpha\mathbf{m}$ e $\boldsymbol{\beta}_s = \beta_s\mathbf{m}$, a variação volumétrica dos grãos por unidade de volume de rocha, analogamente ao trabalho de Lewis & Schrefler (1998), será:

$$\frac{dV_s}{V_b} = (1-\alpha)d\varepsilon_{\mathrm{v}} + (\phi - \alpha)\frac{dP}{K_s} - (\phi - \alpha)\beta_s\, dT. \tag{2-83}$$

2.2.8
Comportamento do Volume Poroso

Na teoria da poroelasticidade, a variação volumétrica da parte sólida da rocha tem grande influência no cálculo do volume poroso. A partir da relação entre volumes ($V_P = V_b - V_s$), tem-se:

$$\frac{1}{V_b}\frac{dV_P}{dt} = \frac{1}{V_b}\frac{dV_b}{dt} - \frac{1}{V_b}\frac{dV_s}{dt}. \tag{2-84}$$

O primeiro termo do lado direito da eq. (2-84) é, por definição, igual à variação da deformação volumétrica com o tempo. Utilizando-se a equação da variação do volume dos grãos, eq. (2-82), a variação temporal do volume poroso para um meio anisotrópico pode ser expressa como:

$$\frac{dV_P}{dt} = V_b\left[\boldsymbol{\alpha}^T\frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} + \frac{(\bar{\alpha} - \phi)}{K_s}\frac{dP}{dt} - \left(\frac{\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\beta}_s}{3} - \phi\beta_s\right)\frac{dT}{dt}\right]. \tag{2-85}$$

Para um material isotrópico, conforme o trabalho de Pao et al. (2001), a variação temporal do volume poroso será dada por:

$$\frac{dV_P}{dt} = V_b\left[\alpha\frac{d\varepsilon_{\mathrm{v}}}{dt} + \frac{(\alpha - \phi)}{K_s}\frac{dP}{dt} - (\alpha - \phi)\,\beta_s\frac{dT}{dt}\right]. \tag{2-86}$$

Essas definições para a variação do volume poroso serão utilizadas no próximo capítulo para obter os parâmetros de acoplamento para a simulação hidromecânica iterativa.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.2.9
Comportamento da Permeabilidade

A permeabilidade, assim como a porosidade, varia em função das tensões no reservatório. Segundo Cheng (2016), a permeabilidade é o coeficiente que expressa a facilidade de um fluido escoar no meio poroso e, por isso, é razoável assumir que ela possa ser expressa em função da porosidade. A equação de Kozeny-Carman é uma delas e é dada por:

$$k = C_0 \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2 \eta^2 S_s^2} = C_0 \frac{\phi^3}{\eta^2 S_v^2}, \tag{2-87}$$

onde k é permeabilidade; ϕ é a porosidade; C_0 é o coeficiente de Carman cujo valor sugerido é de 0,2; η é tortuosidade; S_s é a superfície específica (superfície do sólido por unidade de volume da fase sólida); e $S_v = (1-\phi)S_s$ é a superfície específica normalizada pelo volume do material. Para materiais granulares, a superfície específica geralmente é expressa pelo inverso do tamanho médio do grão (d), ou seja, $S_s = 1/d$. Se assumirmos que tanto a tortuosidade quanto a superfície específica S_s para pequenas deformações e que dado um estado de tensão de referência onde a permeabilidade (k_0) e porosidade (ϕ_0) são conhecidas, então é válida a relação:

$$\frac{k}{k_0} = \frac{\phi^3}{\phi_0^3} \frac{(1-\phi_0)^2}{(1-\phi)^2}. \tag{2-88}$$

Motivados por evidências de laboratório, Walder & Nur (1984) expandiram essa relação considerando a lei da potência para a permeabilidade:

$$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^N, \tag{2-89}$$

onde N é o expoente da porosidade que depende do tipo do material. Segundo Brace (1977), essa equação pode representar a relação de Kozeny-Carman, eq. (2-88), utilizando $N = 3$ se assumirmos pequenos valores para a porosidade.

Na simulação de reservatórios, geralmente, as condições iniciais do problema são utilizadas como referência e o meio poroso é dado por rochas sedimentares como arenito, folhelho e carbonato. A Figura 3 ilustra a sensibilidade do expoente N em função dos principais tipos de rochas sedimentares utilizados na indústria do petróleo. Essa figura resume os valores do coeficiente N encontrados em três diferentes trabalhos: 7 para arenitos (Dong et al., 2010; Doyen, 1988; Petunin et al., 2011); 5 para folhelhos (Dong et al., 2010); 25 para carbonatos, 6 para carbonatos naturalmente fraturados e 3 para arenitos fraturado artificialmente (Petunin et al., 2011). Nesse gráfico, o valor de $N = 127,88$ foi desprezado, pois além de ser um ponto espúrio, dificultaria a visualização da região mais representativa: $N < 60$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

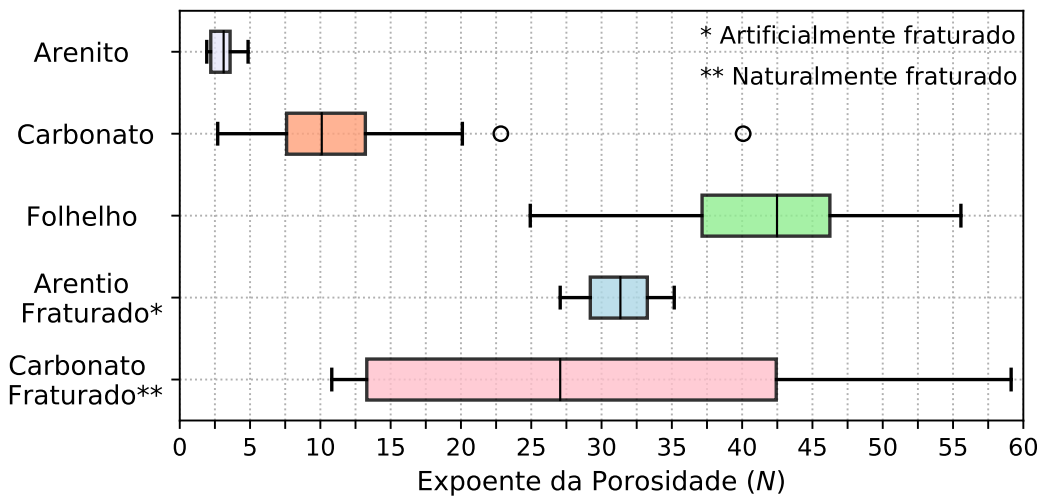


Figura 3 – Expoente da porosidade em função do tipo de rocha

A Figura 3 é um diagrama de caixas (*boxplot*), onde o valor do coeficiente N varia horizontalmente para cada tipo de rocha distribuída verticalmente. Se ordenarmos os dados e dividi-los em quatro partes iguais obtemos 3 quartis delimitando 25%, 50% e 75% do dados. Os retângulos coloridos contém 50% dos dados coletados, sendo limitados pelos quartis inferior e superior. Os valores máximos e mínimos são obtidos estatisticamente em função dos quartis e qualquer valor fora desses limites é considerado um ponto espúrio, sendo denotado por um círculo na figura. As barras verticais dentro das caixas denotam as medianas dos dados, ou seja, os valores localizado nos centros de cada distribuição.

Outra possível equação para a variação da permeabilidade pode ser obtida a partir da equação proposta por Bai & Elsworth (1994) para a variação da condutividade hidráulica. Desse modo, considerando um empacotamento cúbico dos grãos sob uma compressão hidrostática e que é válida a Lei de Hooke, então a permeabilidade pode ser obtida em função do coeficiente de Poisson (ν) e da deformação volumétrica (ε_{v}), tal que:

$$\frac{k}{k_0} = \left[1 \pm \frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{9(1-\nu^2)}{2}(\pi\varepsilon_{\mathrm{v}})^2}\right]^2, \tag{2-90}$$

onde o sinal positivo representa um ensaio de tração; e o negativo, de compressão.

Bai & Elsworth (1994) também propõem uma equação para a variação da condutividade hidráulica para um meio fraturado com espaçamento s, abertura b, rigidez normal da fratura K_f e módulo de Young E. A equação para a variação da permeabilidade num meio fraturado pode ser estendida como:

$$\frac{k}{k_0} = \left[1 \pm \varepsilon_{\mathrm{v}}\left(\frac{K_f b}{E} + \frac{b}{s}\right)^{-1}\right]^3. \tag{2-91}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Enquanto Du & Wong (2005) utilizam um modelo de permeabilidade induzida pela deformação proposta por Wong (2003) considerando a anisotropia, Minkoff et al. (1999a) utilizam uma relação exponencial da permeabilidade com a deformação volumétrica, tal que:

$$\frac{k}{k_0} = e^{B(\varepsilon_{\mathrm{v}} - \varepsilon_{\mathrm{v}}^0)}. \tag{2-92}$$

Já o trabalho de Coombe et al. (2001) utiliza uma relação exponencial com relação a porosidade, dada por:

$$\frac{k}{k_0} = e^{A\frac{\phi-\phi_0}{1-\phi_0}}. \tag{2-93}$$

2.3 Acoplamento Hidromecânico de Reservatórios

Ao processo de unir as equações de fluxo com a equação de equilíbrio dá-se o nome de acoplamento hidromecânico. Se os efeitos térmicos forem considerados, o acoplamento é denominado termo-hidromecânico. Exitem diversas formas de realizar essa interação, podendo ser classificada como total, parcial, explícita ou pseudoacoplado e serão discutidas na próxima seção.

Durante o processo de produção ou injeção de um reservatório de petróleo a principal propriedade que governa o escoamento no meio poroso é a poropressão. Uma mudança no campo de pressão produz uma alteração nas tensões efetivas, segundo o princípio da tensão efetiva discutido na seção 2.2.1, que por sua vez impacta em uma deformação na rocha. Essas deformações afetam o fluxo no reservatório e dependendo do acoplamento utilizado podem modificar a permeabilidade das rochas. A Figura 4 resume essas interações entre propriedades, conforme apresentado por Gutierrez & Lewis (1998).

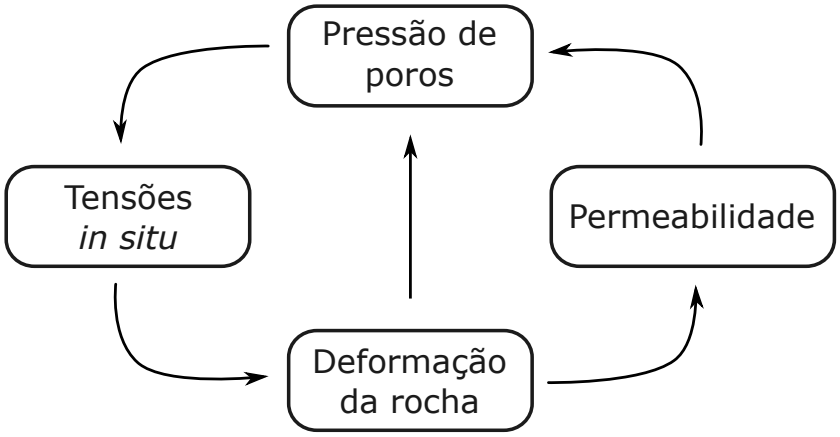


Figura 4 – Esquema de interação entre a geomecânica e o fluxo em um reservatório deformável. Modificado de Gutierrez & Lewis (1998)

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.3.1
Métodos de Acoplamento

De acordo com Tran (2002), os métodos de acoplamento hidromecânico podem ser classificados em quatro tipos: (i) acoplamento total; (ii) acoplamento parcial; (iii) acoplamento explícito; e (iv) pseudoacoplamento. Devido a diversas particularidades do acoplamento parcial, o mesmo será subdividido em três tipos: implícito, sequencial e explícito.

2.3.1.1
Acoplamento Total (Implícito)

No acoplamento total ou implícito, as equações de equilíbrio são incorporadas às equações de fluxo discutidas na seção 2.1, obtendo um único sistema de equações. Dessa forma, as variáveis da equação de fluxo (como pressão, saturação e temperatura) e da equação de equilíbrio (como deslocamento) serão solucionadas simultaneamente em cada passo de tempo, conforme a Figura 5 que ilustra o acoplamento implícito para três passos de tempo diferentes.

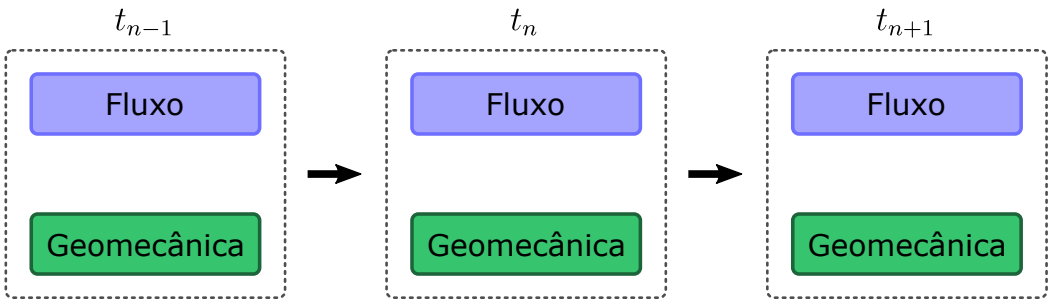


Figura 5 – Esquema do acoplamento total: fluxo e geomecânica resolvidos simultaneamente em todos os passos de tempo

Como todas as variáveis são obtidas simultaneamente, há uma confiabilidade maior na solução encontrada, desde que a convergência seja estabelecida visto que é necessário um processo iterativo para solução implícita do sistema de equações não lineares. Devido ao grande número de variáveis no sistema de equações, esse acoplamento possui um alto custo computacional, principalmente em análises de grande porte, o que torna o seu uso pouco atrativo. Por outro lado, segundo Dean et al. (2006), esse é o acoplamento mais estável dos quatro apresentados e preserva a convergência de segunda ordem das iterações não lineares.

Dentre os simuladores comerciais que usam o acoplamento total podemos citar: CODE_BRIGHT (Olivella et al., 1996; Vaunat & Olivella, 2002) e ABAQUS, que representam muito bem o escoamento monofásico no meio poroso, porém ambos não são capazes de representar o escoamento multifásico *black-oil* ou composicional.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Outros trabalhos que usam o acoplamento implícito são: Osorio et al. (1998, 1999), utilizando o método das diferenças finitas (MDF); Ribeiro (2016), utilizando o método de volumes finitos baseado em elementos (EbFVM); Lewis et al. (1986) , Tortike & Farouq Ali (1987) e Du & Wong (2005), utilizando o método dos elementos finitos (MEF) para escoamento multifásico considerando os efeitos térmicos; e Lewis & Sukirman (1993), utilizando o MEF para um meio poroelastoplástico.

2.3.1.2
Acoplamento Parcial (Iterativo)

Uma forma alternativa ao acoplamento total é o acoplamento parcial, também denominado como acoplamento iterativo, que utiliza dois sistemas de equações: um para solucionar as equações de fluxo e outro para solucionar a equação de equilíbrio. A comunicação entre eles é dada pelos parâmetros de acoplamento. O impacto da variação da pressão e da temperatura na deformação do meio poroso já é conhecida e está descrita na seção 2.2.6. Por outro lado, existem diversas metodologias para considerar o efeito geomecânico no fluxo. A maior parte delas modificam exclusivamente a porosidade e a permeabilidade é obtida em função da porosidade ou da deformação volumétrica, conforme discutido na seção 2.2.9.

Paralelamente, Inoue & Fontoura (2009) propõem o uso da compressibilidade de poros como parâmetro de acoplamento e apresentam uma expressão para a denominada pseudocompressibilidade em função da deformação volumétrica. O presente trabalho também utiliza esse parâmetro de acoplamento e a sua dedução matemática é apresentada no próximo capítulo.

Existem diversas formas de acoplarmos iterativamente dois simuladores numérico, então optou-se por definir 3 subdivisões para o acoplamento iterativo: implícito, explícito e sequencial. Cabe ressaltar que alguns autores, como Settari & Walters (2001), denominam o acoplamento iterativo explícito simplesmente por acoplamento explícito.

O acoplamento iterativo implícito, ou simplesmente acoplamento iterativo, conforme Settari & Walters (2001) e Tran et al. (2009), utiliza iterativamente os simuladores de fluxo e geomecânico até que haja uma convergência, para cada passo de tempo, conforme a Figura 6. Segundo Settari & Walters (2001) e Dean et al. (2006), esse acoplamento irá obter os mesmos resultados do acoplamento total se ambos os métodos usarem tolerâncias suficientemente baixas para a convergência de suas iterações numéricas. Segura & Carol (2008) denomina esse acoplamento como escalonado; e Li et al. (2019), como implícito sequencial.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

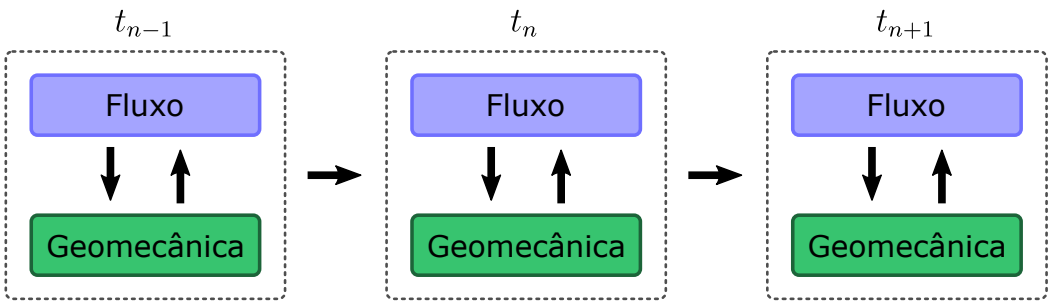


Figura 6 – Esquema do acoplamento iterativo: fluxo e geomecânica resolvidos iterativamente para cada passo de tempo

Tendo em vista que as variáveis de fluxo são mais sensíveis ao escoamento do que as variáveis mecânicas e que o custo computacional de um simulador geomecânico é muito elevado, a simplificação de executá-lo esporadicamente é bem-vinda. Dessa forma, segundo Samier & De Gennaro (2007), o uso de uma iteração fluxo-geomecânica ou nenhuma (apenas fluxo), para cada passo de tempo, é denominado acoplamento iterativo explícito, conforme a Figura 7. O uso do simulador geomecânico em um dado passo de tempo é opcional e o impacto no fluxo será considerado apenas no passo de tempo seguinte a sua utilização.

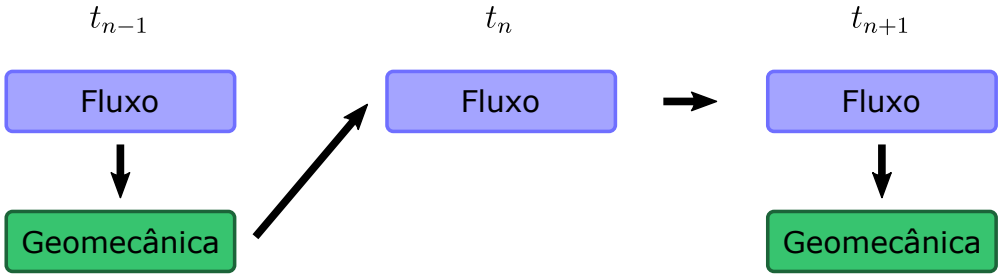


Figura 7 – Esquema do acoplamento iterativo explícito: uma iteração fluxo-geomecânica ou nenhuma (apenas fluxo) para cada passo de tempo

Segundo Dean et al. (2006), a natureza explícita desse acoplamento pode impor restrições no passo de tempo no intuito de satisfazer precisão e estabilidade na solução numérica. No entanto, em muitos problemas de subsidência, os passos de tempo requeridos pela simulação de fluxo são menores do que os impostos pelo acoplamento explícito.

Como a geomecânica é utilizada esporadicamente, Minkoff et al. (1999a) e Minkoff et al. (2003) denominam esta metodologia como acoplamento fraco; e, dada a sua utilização de forma explícita, Settari & Walters (2001), Mainguy & Longuemare (2002) e Dean et al. (2006) denominam como acoplamento explícito. Porém, o presente trabalho tem uma definição alternativa para acoplamento explícito, conforme Tran et al. (2004), e será discutido na seção seguinte.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

O acoplamento iterativo sequencial, ou simplesmente acoplamento sequencial, é uma nomenclatura utilizada no presente trabalho para representar um caso particular do acoplamento iterativo implícito no qual apenas uma iteração fluxo-geomecânica é realizada em todos os passos de tempo, conforme discutido no trabalho de Walters et al. (2002). Ou seja, em cada passo de tempo, utiliza-se o simulador de fluxo seguido do simulador geomecânico e, então, finaliza-se as iterações para esse passo de tempo. O impacto do simulador geomecânico no fluxo será considerado apenas no próximo passo de tempo, conforme ilustra a Figura 8. Fung et al. (1994), Prassetyo & Gutierrez (2017) e Prassetyo & Gutierrez (2018) utilizam esse acoplamento e o denominam como sequencialmente explícito.

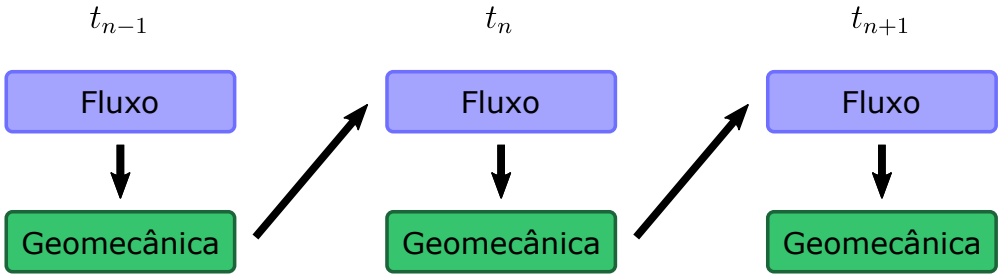


Figura 8 – Esquema do acoplamento sequencial: uma iteração fluxo-geomecânica em todos os passos de tempo

O acoplamento iterativo para fluxo multifásico em meio poroelástico pode ser encontrado nos trabalhos de Settari & Mourits (1994, 1998), Chin & Thomas (1999), Tran et al. (2005a), Inoue & Fontoura (2009) e Righetto (2016); e, para um meio poroelastoplástico, nos trabalhos de Fung et al. (1999) e Coombe et al. (2001).

Dentre os simuladores comerciais, podemos destacar os simuladores de fluxo IMEX, STARS e GEM da CMG, o TOUGH do LBNL (*Lawrence Berkeley Naitonal Laboratory*) e o ECLIPSE da Schlumberger. O TOUGH (*Transport Of Unsaturated Groundwater and Heat*) simula o transporte acoplado de água, vapor e gás não-condensado no meio poroso e o ECLIPSE é um simulador de fluxo voltado para indústria do petróleo.

Dentre os simuladores geomecânicos destacam-se o VISAGE da Schlumberger, o GEOSIM da CGG, o FLAC3D da ITASCA e o CHRONOS do GTEP/PUC-Rio. Esse último destaca-se pela sua eficiência computacional, está implementado no simulador hidromecânico HERMES e será discutido na seção 2.3.2. Alguns trabalhos utilizam o módulo geomecânico do simulador ABAQUS com o ECPLISE (Inoue et al., 2011; Inoue & Fontoura, 2009) e IMEX (Lautenschläger et al., 2013a,b). Outros, como Rutqvist et al. (2002, 2007, 2008), utilizam o acoplamento TOUGH-FLAC.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.3.1.3
Acoplamento Explícito (1 via)

No acoplamento explícito, ou acoplamento em uma via, as propriedades geomecânicas são determinadas a partir do campo de pressão previamente determinado no qual é admitido propriedades geomecânicas constantes. Ou seja, o simulador de fluxo funciona de forma independente e atualiza o simulador geomecânico com a modificação do campo de pressão, porém a recíproca não é verdadeira e nenhuma informação da geomecânica do problema é enviada de volta pra o fluxo. A Figura 9 ilustra essa metodologia.

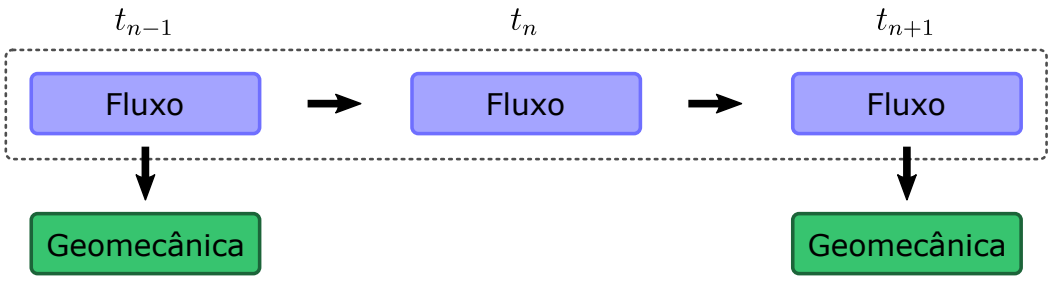


Figura 9 – Esquema do acoplamento explícito: simulador geomecânico como uma etapa de pós-processamento

Grande parte dos simuladores de fluxo utilizam a equação da porosidade, eq. (2-37), para representar os efeitos geomecânicos nas equações de fluxo. Dessa maneira, no acoplamento explícito, a modificação do volume poroso será dada exclusivamente pela variação da porosidade em função da compressibilidade ou, adicionalmente, da permeabilidade, conforme o trabalho de Settari et al. (2005). Nesse sentido, Samier & De Gennaro (2007) define esse acoplamento como compressibilidade constante.

Paralelamente, dada essa comunicação unidirecional entre os simuladores, Settari & Walters (2001) denominaram esse acoplamento como desacoplado ou, segundo Falcão (2002), modelo de duas etapas. Por outro lado, Minkoff et al. (1999b, 2003) definem esse acoplamento como 1 via; e Tran et al. (2005b), como acoplamento explícito. Segundo Tran et al. (2009), esse acoplamento é muito rápido, visto que o simulador geomecânico é executado inteiramente como uma etapa de pós-processamento. Porém, a acurácia dessa metodologia pode ser prejudicada dado que a geomecânica não afeta o fluxo.

A facilidade do acoplamento explícito permite acoplar quaisquer simuladores fluxo e geomecânico de forma independente. Mais detalhes desse acoplamento podem ser encontrado no trabalho de Koutsabeloulis & Hope (1998) e Minkoff et al. (1999a, 2003).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

2.3.1.4
Pseudoacoplamento

No pseudoacoplamento, apenas o simulador de fluxo é utilizado e o efeito geomecânico é considerado através de relações empíricas. As propriedades geomecânicas necessárias para simulação de fluxo (como porosidade e permeabilidade) são atualizadas através de modelos empíricos escritos em função, principalmente, da pressão de poro, conforme a Figura 10.

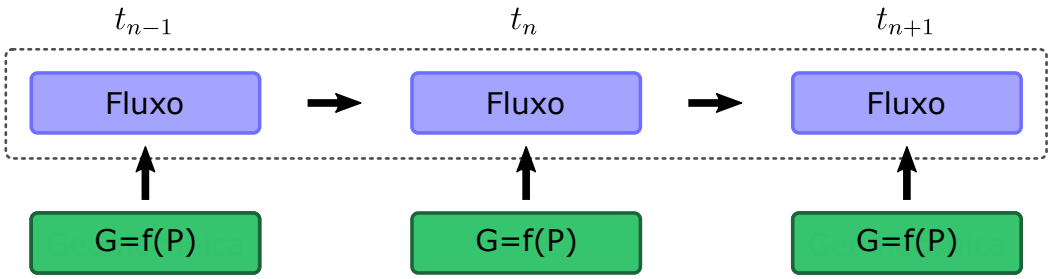


Figura 10 – Esquema do pseudo acoplamento: correlações empíricas são utilizadas para representar o efeito geomecânico no fluxo

De acordo com Samier & De Gennaro (2007), esses modelos empíricos podem ser introduzidos no simulador de fluxo como uma tabela de porosidade e permeabilidade em função da pressão de poro. Segundo Falcão (2014), a construção dessa tabela constitui em uma etapa de fundamental para o sucesso desse método e sugere a utilização de ensaios de laboratório para obtenção dessa tabela.

2.3.2
Simulador HERMES

Inoue & Fontoura (2009) apresentaram uma metodologia de acoplamento iterativo utilizando a compressibilidade de poros como parâmetro de acoplamento e foi, inicialmente, aplicada acoplando-se o simulador ABAQUS com os simuladores de fluxo ECPLISE e IMEX. Segundo Fontoura et al. (2013b), essa metodologia obtém resultados mais próximos do acoplamento total do que métodos alternativos empregados em alguns simuladores comerciais. Essa forma de acoplamento também já foi utilizada para análise de reativação de falhas (Fontoura et al., 2013a; Righetto et al., 2013), integridade de poços (Righetto et al., 2014; Lautenschläger et al., 2014; Lautenschläger et al., 2015) e da influência da permeabilidade (Seabra et al., 2017; Souza Jr et al., 2020).

Porém, com o aumento do número de elementos na malha de simulação, segundo Righetto et al. (2014), o uso do simulador ABAQUS no acoplamento iterativo torna-se pouco atrativo, devido ao seu elevado custo computacional. Nesse sentido, Inoue et al. (2014b) apresentam um software de elementos finitos

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

denominado CHRONOS que usufrui da velocidade da programação em placas de vídeo (GPUs) através da combinação da linguagem de programação C++ com a linguagem CUDA, desenvolvida pela NVIDIA, proporcionando uma melhor performance.

Dessa forma, o simulador geomecânico CHRONOS obteve uma performance 261 vezes mais rápida do que um simples código desenvolvido tradicionalmente em CPU, para um caso com 10.000 nós; e 1381 vezes mais rápida quando comparado com um simulador comercial, com uma malha de 1.193.472 nós (Inoue et al., 2014a; Inoue et al., 2014b).

Dada a grande eficiência computacional do CHRONOS, Inoue et al. (2014a) apresentam um simulador hidromecânico que acopla esse simulador com os simuladores de fluxo ECLIPSE e IMEX, utilizando o acoplamento iterativo, denominado HERMES. Albuquerque et al. (2014) apresentou uma interface gráfica para o HERMES através de um *plugin* para o modelador geológico GoCAD da Paradigm, baseando-se no trabalho de Albuquerque et al. (2013).

Posteriormente, Seabra et al. (2017) utilizam esse programa em um campo de petróleo real com 2 milhões de elementos, executando 234 iterações fluxo-geomecânica em 9 horas. Recentemente, novas implementações foram realizadas e esse tempo pode ser ainda menor com a realização de uma simulação de elementos finitos com 2 milhões de elementos em poucos segundos.

Paralelamente, Righetto (2016) obteve excelentes resultados na inclusão dos efeitos térmicos e químicos na metodologia de Inoue & Fontoura (2009) utilizando o HERMES. Dada a robustez da metodologia e a eficiência do programa, as implementações propostas no presente trabalho serão verificadas utilizando-se esse simulador.

O simulador HERMES permite optar entre 2 tipos de acoplamento hidromecânicos: o explícito e o iterativo implícito. O presente trabalho introduziu 2 novas metodologias: o sequencial e o adaptativo. Assim, atualmente, o simulador possui 4 metodologias de acoplamento que serão comparadas no capítulo 4. Além disso, foi adicionado também a possibilidade de considerar a compressibilidade dos grãos nessas metodologias.

Embora tenha sido apresentada uma formulação mais ampla para as equações governantes considerando a anisotropia das rochas, o simulador HERMES e os casos que serão discutidos no capítulo 4 consideram a isotropia das propriedades elásticas da rocha e, consequentemente, uma matriz tangente dada pela eq. A-41.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

3
Acoplamento Hidromecânico Iterativo Adaptativo

Neste capítulo, são apresentados o método de acoplamento hidromecânico iterativo proposto por Inoue & Fontoura (2009) e a dedução matemática dos parâmetros de acoplamento considerando, adicionalmente, os efeitos térmicos. Além disso, é proposta uma metodologia alternativa ao acoplamento iterativo tradicional podendo ser mais eficiente sem uma perda considerável na qualidade dos resultados: o acoplamento iterativo adaptativo.

3.1
Acoplamento Hidromecânico Iterativo

Antes de apresentar o acoplamento iterativo adaptativo é necessário introduzir os parâmetros de acoplamento que serão utilizados entre o simulador de fluxo e o geomecânico. De forma complementar ao trabalho de Inoue & Fontoura (2009), além da pseudocompressibilidade será necessária a introdução do conceito de pseudocoeficiente de expansão térmica para a consideração dos efeitos térmicos. A seguir, são discutidos a dedução desses parâmetros, a discretização e o processo iterativo para o acoplamento iterativo.

3.1.1
Dedução dos Parâmetros de Acoplamento

Os parâmetros de acoplamento da simulação hidromecânica são responsáveis por levar os efeitos de tensão-deformação na rocha para a simulação convencional de reservatórios de petróleo. Para determinarmos como esses parâmetros afetam a simulação de fluxo, é necessário analisarmos as equações de balanço, mais precisamente, na taxa de acúmulo.

Para o balanço de massa, a taxa de acúmulo dessa propriedade no meio poroso pode ser escrita, de forma genérica, como:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\Gamma V_P\right), \tag{3-1}$$

onde m é a massa do fluido; Γ, a massa do fluido por unidade de volume; e V_P, o volume poroso. Assim, dependendo do escoamento (monofásico, multifásico ou composicional) Γ assume diferentes valores, de acordo com as eqs. (2-3), (2-4) e (2-13), que foram resumidos na Tabela 1.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Tabela 1 – Valores de Γ em função do escoamento adotado

Escoamento	m	Γ
Monofásico	Massa da fase	ρ
Multifásico	Massa da fase p	$\rho_p S_p$
Composicional	Massa do componente i	$\rho_o S_o x_i + \rho_g S_g y_i$

De forma análoga, o termo do lado direito da eq. (3-1) pode representar a taxa de acúmulo de energia no meio poroso se Γ for dado pelo somatório de energia por unidade de volume para cada fase no escoamento. Portanto, a taxa de acúmulo de uma propriedade (massa ou energia) no meio poroelástico pode ser escrita, utilizando a regra da cadeia, como:

$$\frac{d}{dt}\left(\Gamma V_P\right) = V_P \frac{d\Gamma}{dt} + \frac{dV_P}{dt}\Gamma, \tag{3-2}$$

onde o primeiro termo do lado direito representa a variação da propriedade devido à alteração do estado termodinâmico do fluido (pressão e temperatura); e o segundo, devido à variação do volume poroso da rocha.

Na simulação numérica de reservatórios convencional, a variação do volume poroso, conforme a eq. (2-38), é dada por:

$$\frac{dV_P^*}{dt} = V_b^0 \phi_{ref}^* \left(c_p \frac{dP}{dt} - \beta_r \frac{dT}{dt} \right). \tag{3-3}$$

Por outro lado, a variação do volume poroso da rocha considerando a deformação infinitesimal de uma rocha anisotrópica, conforme a eq. (2-85), é dada por:

$$\frac{dV_P}{dt} = V_b \left[\boldsymbol{\alpha}^T \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} + \frac{(\bar{\alpha} - \phi)}{K_s} \frac{dP}{dt} - \left(\frac{\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\beta}_s}{3} - \phi \beta_s \right) \frac{dT}{dt} \right]. \tag{3-4}$$

Cabe ressaltar que, segundo a teoria da elasticidade linear, existe uma relação entre o volume de rocha (V_b) de um dado volume de controle e o volume inicial de rocha (V_b^0) que, conforme Settari & Mourits (1998), pode ser expresso em função da deformação volumétrica do material (ε_{v}) como:

$$V_b = V_b^0 \left(1 - \varepsilon_{\mathrm{v}}\right). \tag{3-5}$$

Para que os efeitos de tensão-deformação sejam incorporados na simulação de reservatórios convencional, é necessário que os volumes porosos nas duas abordagens sejam idênticos ($V_P = V_P^*$), assim como as variações temporais dos volumes porosos. Assim, conforme Settari & Mourits (1994), deve existir uma relação entre a porosidade verdadeira ($\phi = V_P/V_b$), utilizada na simulação geomecânica, e a porosidade do reservatório ($\phi^* = V_P/V_b^0$), aplicada na simulação de fluxo, tal que:

$$\phi^* = \phi \left(1 - \varepsilon_{\mathrm{v}}\right). \tag{3-6}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Para que a variação temporal do volume poroso utilizado na simulação de reservatórios seja idêntica ao utilizado na simulação geomecânica, as eqs. (3-3) e (3-4), devem ser iguais, ou seja:

$$\frac{V_b^0}{V_b}\phi_{ref}^*\left(c_p\frac{dP}{dt}-\beta_r\frac{dT}{dt}\right)=\boldsymbol{\alpha}^T\frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt}+\frac{(\bar{\alpha}-\phi)}{K_s}\frac{dP}{dt}-\left(\frac{\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\beta}_s}{3}-\phi\beta_s\right)\frac{dT}{dt}. \quad (3\text{-}7)$$

Substituindo-se as eqs. (3-5) e (3-6) na eq. (3-7), obtemos a igualdade:

$$c_p\frac{dP}{dt}-\beta_r\frac{dT}{dt}=\frac{1}{\phi_{ref}}\left[\boldsymbol{\alpha}^T\frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt}+\frac{(\bar{\alpha}-\phi)}{K_s}\frac{dP}{dt}-\left(\frac{\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\beta}_s}{3}-\phi\beta_s\right)\frac{dT}{dt}\right], \quad (3\text{-}8)$$

onde ϕ_{ref} é a porosidade verdadeira de referência medida a uma pressão P_{ref} e temperatura T_{ref}. Esse valor de referência pode ser tanto a condição inicial quanto a condição conhecida mais próxima da atual.

Considerando que o domínio encontra-se em equilíbrio estático e que apenas a variação de pressão e de temperatura no reservatório irão deformá-lo, então a variação temporal da deformação volumétrica em função das deformações devido à pressão, $\boldsymbol{\varepsilon}_P$, e à temperatura, $\boldsymbol{\varepsilon}_T$, segundo o princípio de sobreposição de efeitos, é dada por:

$$\frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt}=\frac{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_P}{\partial P}\frac{dP}{dt}+\frac{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_T}{\partial T}\frac{dT}{dt}. \quad (3\text{-}9)$$

Desse modo, utilizando as eqs. (3-8) e (3-9), tem-se a igualdade:

$$\begin{aligned}c_p\frac{dP}{dt}-\beta_r\frac{dT}{dt}=&\left[\frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi_{ref}}\frac{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_P}{\partial P}+\frac{(\bar{\alpha}-\phi)}{\phi_{ref}}\frac{1}{K_s}\right]\frac{dP}{dt}\\&+\left[\frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi_{ref}}\frac{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_T}{\partial T}-\frac{\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\beta}_s}{3\phi_{ref}}+\frac{\phi}{\phi_{ref}}\beta_s\right]\frac{dT}{dt}. \quad (3\text{-}10)\end{aligned}$$

Assim, os parâmetros de acoplamento c_p e β_r que satisfazem a eq. (3-10), para que a simulação de fluxo considere a deformação volumétrica da rocha independente da variação temporal de pressão e temperatura, são:

$$\begin{cases}c_p=\frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi_{ref}}\frac{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_P}{\partial P}+\frac{\bar{\alpha}-\phi}{\phi_{ref}}\frac{1}{K_s}\\ \beta_r=-\frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi_{ref}}\frac{\partial\boldsymbol{\varepsilon}_T}{\partial T}+\frac{\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\beta}_s}{3\phi_{ref}}-\frac{\phi}{\phi_{ref}}\beta_s\end{cases}. \quad (3\text{-}11)$$

Para uma rocha com propriedades elásticas distribuídas isotropicamente, é válida a simplificação:

$$\begin{cases}c_p=\frac{\alpha}{\phi_{ref}}\frac{\partial\varepsilon_{\mathrm{v},P}}{\partial P}+\frac{\alpha-\phi}{\phi_{ref}}\frac{1}{K_s}\\ \beta_r=-\frac{\alpha}{\phi_{ref}}\frac{\partial\varepsilon_{\mathrm{v},T}}{\partial T}+\frac{\alpha-\phi}{\phi_{ref}}\beta_s\end{cases}, \quad (3\text{-}12)$$

onde $\varepsilon_{\mathrm{v},P}$ e $\varepsilon_{\mathrm{v},T}$ são as deformações volumétricas devido a variação de pressão e temperatura, respectivamente.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

3.1.2
Discretização dos Parâmetros de Acoplamento

A partir de uma discretização espacial, o domínio é dividido em várias células. As variáveis de fluxo são armazenadas no centro geométrico de cada célula; e as mecânicas, nos vértices. A partir da pressão média, calculada conforme a eq. (2-50), e da temperatura de cada célula é possível construir os vetores $\check{P}$ e $\check{T}$ que representam, respectivamente, essas propriedades avaliadas no centro de cada célula.

Denotando por $\Delta_t\psi$ a variação temporal de uma propriedade ψ entre os instantes de tempo t_n e t_{n+1}, tal que $\Delta_t\psi = \psi^{(n+1)} - \psi^{(n)}$, e considerando que não há variação nas condições de contorno ($\mathbb{f} = \mathbf{0}$), então a variação do vetor de deslocamentos $d\hat{\mathbf{u}}$ pode ser determinado em função da variação de pressão e temperatura, conforme a eq. (2-72), pela expressão:

$$\Delta_t\hat{\mathbf{u}} = -\mathbb{K}^{-1}\left(\mathbb{L}\,\Delta_t\check{P} + \mathbb{U}\,\Delta_t\check{T}\right). \tag{3-13}$$

Dada a sobreposição de efeitos, podemos determinar o deslocamento devido à variação de pressão, $\Delta_t\hat{\mathbf{u}}_P$, e à temperatura, $\Delta_t\hat{\mathbf{u}}_T$, isoladamente, tal que:

$$\Delta_t\hat{\mathbf{u}}_P = -\mathbb{K}^{-1}\mathbb{L}\Delta_t\check{P} \tag{3-14}$$

$$\Delta_t\hat{\mathbf{u}}_T = -\mathbb{K}^{-1}\mathbb{U}\Delta_t\check{T}. \tag{3-15}$$

Para cada elemento e, a partir do seu vetor de deslocamentos $\hat{\mathbf{u}}^e$, é possível determinar o vetor deformações $\boldsymbol{\varepsilon}_e$, avaliado no interior do elemento e, conforme a eq. (B-37), ou seja:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e = \mathbf{B}_e\mathbf{u}^e. \tag{3-16}$$

Assim, a variação temporal do vetor de deformações, para cada elemento e, pode ser decomposto em duas parcelas: uma devido à variação de pressão, $\Delta_t(\boldsymbol{\varepsilon}_P)_e$, e outra devido à variação de temperatura, $\Delta_t(\boldsymbol{\varepsilon}_T)_e$, tal que:

$$\begin{cases} \Delta_t(\boldsymbol{\varepsilon}_P)_e = \mathbf{B}_e(\Delta_t\mathbf{u}_P^e) \\ \Delta_t(\boldsymbol{\varepsilon}_T)_e = \mathbf{B}_e(\Delta_t\mathbf{u}_T^e) \end{cases}. \tag{3-17}$$

Conhecendo-se as deformações volumétricas de cada elemento, conforme a eq. (3-17), os parâmetros de acoplamento poderão ser atualizados no simulador de fluxo, conforme a eq. (3-11). Assim, para o passo de tempo Δt_{n+1} que vai do instante t_n até o instante t_{n+1}, será realizado um processo iterativo denotado pelo sobrescrito $(\nu+1)$, que representa o instante t_{n+1} ainda não convergido, com:

$$\begin{cases} c_p^{(\nu+1)} = \frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi_{ref}}\frac{\Delta_t(\boldsymbol{\varepsilon}_P)_e}{P^{(\nu+1)}-P^{(n)}} + \left(\frac{\bar{\alpha}}{\phi_{ref}} - 1\right)\frac{1}{K_s} \\ \beta_r^{(\nu+1)} = -\frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi_{ref}}\frac{\Delta_t(\boldsymbol{\varepsilon}_T)_e}{T^{(\nu+1)}-T^{(n)}} + \frac{\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\beta}_s}{3\phi_{ref}} - \frac{\phi}{\phi_{ref}}\beta_s \end{cases}. \tag{3-18}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Utilizando-se como referência o instante de tempo anterior, ou seja, $\phi_{ref} = \phi^{(n)}$ e simplificando a notação do vetor de deformações, os parâmetros de acoplamento podem ser escritos, para cada elemento, como:

$$\begin{cases} c_p^{(\nu+1)} = \frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi^{(n)}} \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_P^{(\nu+1)} - \boldsymbol{\varepsilon}_P^{(n)}}{P^{(\nu+1)} - P^{(n)}} + \left(\frac{\bar{\alpha}}{\phi^{(n)}} - 1\right) \frac{1}{K_s} \\ \beta_r^{(\nu+1)} = -\frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi^{(n)}} \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_T^{(\nu+1)} - \boldsymbol{\varepsilon}_T^{(n)}}{T^{(\nu+1)} - T^{(n)}} + \frac{\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\beta}_s}{3\phi^{(n)}} - \beta_s, \end{cases} . \tag{3-19}$$

Embora, no instante t_n, haja uma deformação previamente calculada no passo de tempo Δt_n, utilizando a hipótese de pequenas deformações, será admitido que a deformação é desprezível no início de cada passo de tempo, ou seja, $V_b^{(n)} \approx V_b^0$, tal que: $\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)} = \boldsymbol{\varepsilon}_P^{(n)} = \boldsymbol{\varepsilon}_T^{(n)} = \mathbf{0}$.

Assim, o volume da célula não se altera e apenas o volume poroso da célula é modificado através dos efeitos geomecânicos. Ou seja, em cada passo de tempo, as deformações são calculadas sempre com relação ao volume inicial do modelo e o deslocamento final é dado como uma sobreposição de efeitos dos deslocamentos obtidos nos passos de tempo anteriores. Por isso, a porosidade de referência no reservatório é igual à porosidade verdadeira de referência, ou seja, $\phi_{ref}^* = \phi_{ref} = \phi^{(n)}$ e os parâmetros de acoplamento podem ser obtidos pela equação:

$$\begin{cases} c_p^{(\nu+1)} = \frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi^{(n)}} \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_P^{(\nu+1)}}{P^{(\nu+1)} - P^{(n)}} + \left(\frac{\bar{\alpha}}{\phi^{(n)}} - 1\right) \frac{1}{K_s} \\ \beta_r^{(\nu+1)} = -\frac{\boldsymbol{\alpha}^T}{\phi^{(n)}} \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_T^{(\nu+1)}}{T^{(\nu+1)} - T^{(n)}} + \frac{\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\beta}_s}{3\phi^{(n)}} - \beta_s, \end{cases} , \tag{3-20}$$

com a porosidade do reservatório sendo calculada pela equação:

$$\phi^{*(\nu+1)} = \phi^{(n)} \left[1 + c_p^{(\nu+1)} \left(P^{(\nu+1)} - P^{(n)}\right) - \beta_r^{(\nu+1)} \left(T^{(\nu+1)} - T^{(n)}\right)\right]. \tag{3-21}$$

Note que os parâmetros c_p e β_r obrigam que a porosidade calculada no reservatório represente o comportamento calculado pelo simulador geomecânico. Assim, no passo de tempo Δt_{n+1}, esses parâmetros serão atualizados, pelo processo iterativo denotado por ν, até que haja uma convergência no campo de pressão e temperatura.

Para uma rocha com propriedades elásticas distribuídas isotropicamente, é válida a simplificação para os parâmetros de acoplamento:

$$\begin{cases} c_p^{(\nu+1)} = \frac{\alpha}{\phi^{(n)}} \frac{\varepsilon_{\mathrm{v},P}^{(\nu+1)}}{P^{(\nu+1)} - P^{(n)}} + \left(\frac{\alpha}{\phi^{(n)}} - 1\right) \frac{1}{K_s} \\ \beta_r^{(\nu+1)} = -\frac{\alpha}{\phi^{(n)}} \frac{\varepsilon_{\mathrm{v},T}^{(\nu+1)}}{T^{(\nu+1)} - T^{(n)}} + \left(\frac{\alpha}{\phi^{(n)}} - 1\right) \beta_s, \end{cases} . \tag{3-22}$$

Ou ainda, se desprezarmos os efeitos térmicos e a compressibilidade dos grãos, o parâmetro de acoplamento, conforme Inoue & Fontoura (2009), se torna, exclusivamente, a pseudocompressibilidade que é dada por:

$$c_p^{(\nu+1)} = \frac{1}{\phi^{(n)}} \frac{\Delta_t \varepsilon_{\mathrm{v}}^{(\nu+1)}}{P^{(\nu+1)} - P^{(n)}}. \tag{3-23}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

3.1.3
Processo Iterativo

O conjunto de variáveis $\mathbb{F}$ de uma simulação de fluxo no meio poroso depende do tipo do escoamento (monofásico, multifásico ou composicional), conforme a Tabela 2. Já o conjunto de parâmetros de acoplamento $\mathbb{A}$ depende das hipóteses adotadas, conforme discutido na seção 3.1.1. Por outro lado, o conjunto das variáveis de interesse da simulação geomecânica $\mathbb{G}$ será sempre constituído pelos deslocamentos, deformações e tensões.

Tabela 2 – Conjunto de variáveis das simulações de fluxo em reservatório

Escoamento	Variáveis de fluxo ($\mathbb{F}$)
Monofásico	P, T
Modelo *black-oil*	$P_o, P_w, P_g, S_o, S_w, S_g, T$
Composicional	$P_o, P_w, P_g, S_o, S_w, S_g, \{x_i\}_{Nc}, \{y_i\}_{Nc}, T$

De forma geral, a simulação se inicia em $t_0 = 0$, cuja condição inicial para as variáveis de fluxo e geomecânica, e os parâmetros de acoplamento são conhecidos: $\mathbb{F}^{(0)}$, $\mathbb{G}^{(0)}$ e $\mathbb{A}^{(0)}$. Especificando-se os tempos nos quais se deseja conhecer as variáveis de fluxo e geomecânicas, determinam-se todos os intervalos de tempos da simulação numérica a serem executados. Assim, as variáveis de fluxo $\mathbb{F}^{(n)}$ e geomecânicas $\mathbb{G}^{(n)}$ serão determinadas para cada tempo t_n. Se denotarmos a iteração temporal e o número máximo de iterações por n e n_{max}, respectivamente, então a iteração no tempo não termina enquanto $n < n_{max}$, conforme a Figura 11. Observa-se que, para cada passo de tempo, é necessário realizar um acoplamento iterativo a fim de obter as variáveis $\mathbb{F}^{(n+1)}$ e $\mathbb{G}^{(n+1)}$ e os parâmetros de acoplamento $\mathbb{A}^{(n+1)}$ avaliados no tempo t_{n+1}.

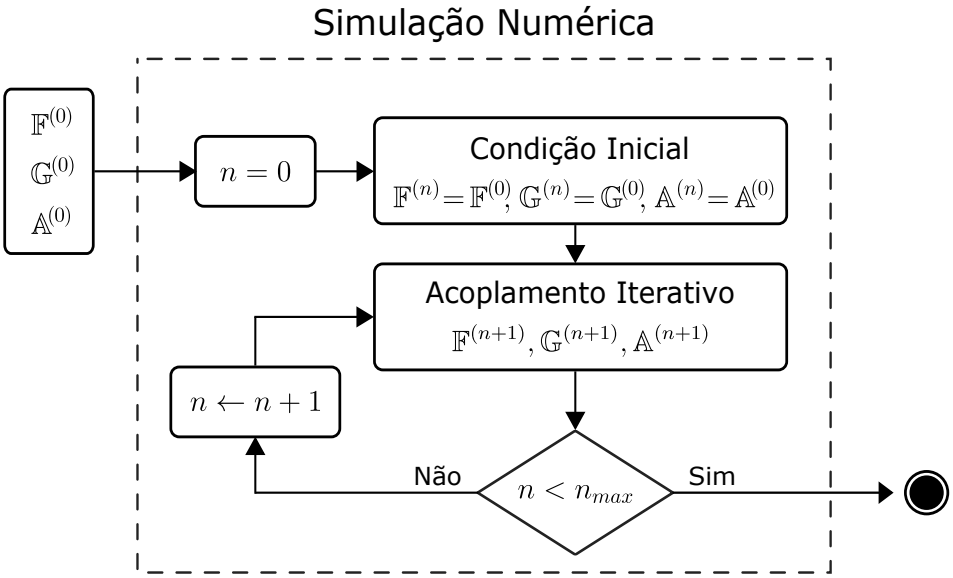


Figura 11 – Fluxograma completo da simulação numérica

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Cada acoplamento iterativo, cuja iteração é denotada por ν, inicia com o simulador de fluxo recebendo as informações do tempo anterior t_n ($\mathbb{F}^{(n)}$ e $\mathbb{A}^{(n)}$) , o passo de tempo Δt_{n+1} e atualizando os parâmetros de acoplamento ($\mathbb{A}^{(\nu)}$). Ele, então, retorna as variáveis de fluxo ($\mathbb{F}^{(\nu+1)}$) no tempo t_{n+1}, através da solução das equações de fluxo descrita na seção 2.1. Essas informações são introduzidas no simulador geomecânico que, por sua vez, retorna as variáveis geomecânicas ($\mathbb{G}^{(\nu+1)}$) no tempo t_{n+1}, através da solução do sistema de equações apresentado na seção 2.2.6. Com o vetor de deformações, os parâmetros de acoplamento ($\mathbb{A}^{(\nu+1)}$) são calculados conforme a eq. (3-20). Caso o critério de parada não seja atingido, esses parâmetros serão utilizados para inicializar uma nova iteração em ν, conforme a Figura 12.

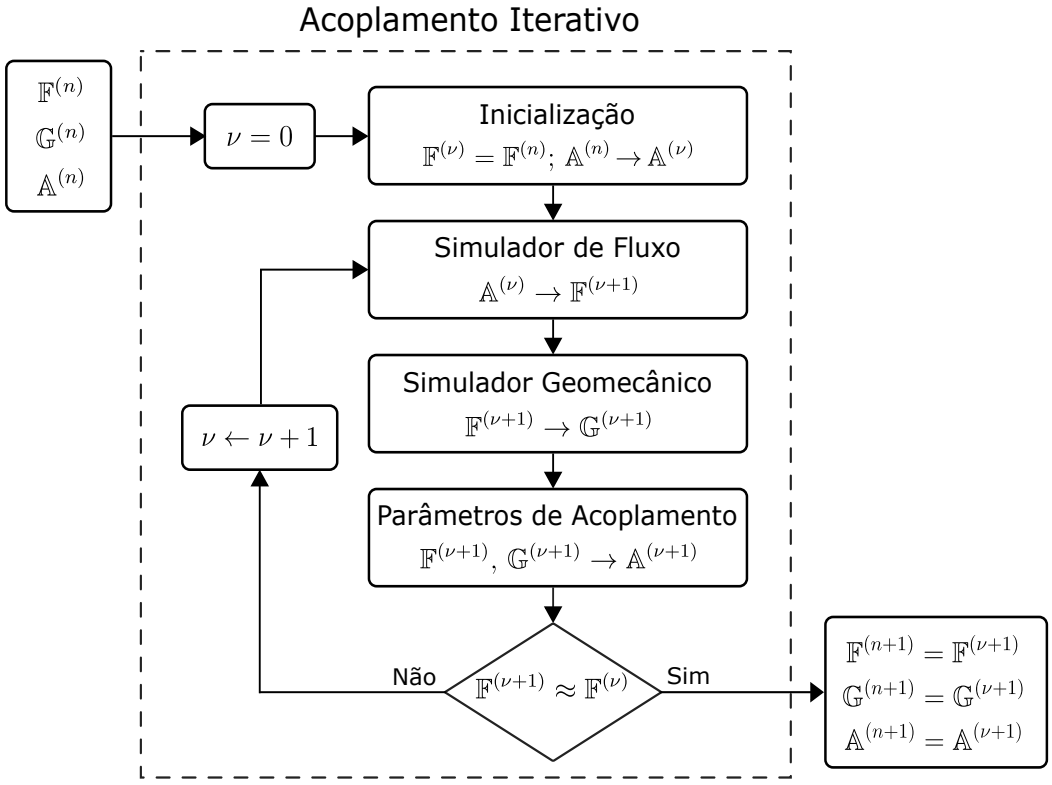


Figura 12 – Fluxograma do acoplamento iterativo entre o simulador de fluxo e o simulador geomecânico

Uma forma alternativa de criar o processo iterativo é realizar a verificação da convergência das variáveis de fluxo logo após a execução do simulador de fluxo. Dessa forma, será assumido que a tolerância utilizada é suficiente para garantir que não haverá uma variação significativa nas variáveis geomecânicas. Assim, esse acoplamento realizará uma execução a menos do simulador geomecânico, reduzindo o tempo de execução. Porém, o presente trabalho utiliza o fluxograma dado pela Figura 12 a fim contabilizar o número de iterações fluxo-geomecânica e realizar uma comparação entre os acoplamentos utilizados. Além disso, garante um resultado mais confiável para as variáveis geomecânicas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

No presente trabalho é utilizado o simulador de fluxo *black-oil* da CMG: IMEX. Esse simulador utiliza uma formulação híbrida (*Adaptative Implicit Method*) entre um método totalmente implícito e a IMPES (*Implicit Pressure Explicit Saturation*), na qual a pressão é calculada implicitamente; e a saturação, explicitamente, em cada passo de tempo. Caso o passo de tempo especificado cause mudanças significativas na pressão (6 MPa) ou na saturação (0,2), o mesmo será reduzido. Essa redução é intrínseca ao simulador de fluxo e não afeta as discretizações temporais estabelecidas inicialmente para o acoplamento hidromecânico.

O simulador de fluxo utiliza uma tolerância de 0,1 para a variação residual relativa máxima ao resolver o sistema não linear de equações utilizando o método de Newton. Já a solução dos sistemas lineares de equações utiliza uma tolerância de 0,0001 para a raiz do valor quadrático médio do resíduo relativo à estimativa inicial. Para o simulador geomecânico é utilizado uma tolerância de 0,001 para a norma L2 da diferença relativa ao resolver iterativamente o sistema linear de equações utilizando o método dos gradientes conjugados.

O critério de convergência utilizado para o acoplamento iterativo é a especificação de um valor máximo $\epsilon = 0,1\%$ para a média do erro relativo da pressão e da temperatura em todas as células em que elas variaram, ou seja:

$$\frac{1}{N_P}\sum_{i=0}^{N_P}\left|1-\frac{P_i^{(\nu)}}{P_i^{(\nu+1)}}\right| < \epsilon \quad \text{e} \quad \frac{1}{N_T}\sum_{i=0}^{N_T}\left|1-\frac{T_i^{(\nu)}}{T_i^{(\nu+1)}}\right| < \epsilon. \tag{3-24}$$

onde N_P e N_T são o número de células que tiveram variação de pressão e temperatura, respectivamente.

3.2
Acoplamento Iterativo Adaptativo

Dado o grande número de variáveis das simulações composicionais e, principalmente, das simulações geomecânicas, os acoplamentos termo-hidromecânicos podem ser computacionalmente custosos. Quanto maior for a discretização (espacial ou temporal), maior será o tempo necessário para obter os resultados da simulação.

Independente dos simuladores numéricos utilizados, quanto menor for a chamada desses, maior será a eficiência computacional das simulações. Por isso, nesta seção será proposta uma metodologia de um acoplamento iterativo adaptativo que visa diminuir essas chamadas através do monitoramento dos parâmetros de acoplamento. Como consequência, especificando-se um valor máximo para a variação desses parâmetros, é possível reduzir o número de iterações fluxo-geomecânica por passo de tempo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Assim, o acoplamento iterativo adaptativo irá realizar pelo menos uma iteração fluxo-geomecânica por passo de tempo e, no máximo, o mesmo número de iterações do acoplamento iterativo implícito definido na Figura 12.

3.2.1
Análise dos Parâmetros de Acoplamento

No acoplamento iterativo adaptativo, os parâmetros de acoplamento são os mesmos do acoplamento iterativo apresentado na seção 3.1.2, conforme a eq. (3-20), tal que:

$$\begin{cases} c_p^{(\nu+1)} = \frac{\bar{\alpha}}{\phi^{(n)}} c_b^{(\nu+1)} + \left(\frac{\bar{\alpha}}{\phi^{(n)}} - 1\right) \frac{1}{K_s} \\ \beta_r^{(\nu+1)} = -\frac{\bar{\alpha}}{\phi^{(n)}} \beta_v^{(\nu+1)} + \frac{\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\beta}_s}{3\phi^{(n)}} - \beta_s \end{cases}, \tag{3-25}$$

onde c_b e β_v são definidos por:

$$c_b^{(\nu+1)} = \frac{1}{\bar{\alpha}} \frac{\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\varepsilon}_P^{(\nu+1)}}{P^{(\nu+1)} - P^{(n)}} \quad \text{e} \quad \beta_v^{(\nu+1)} = \frac{1}{\bar{\alpha}} \frac{\boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\varepsilon}_T^{(\nu+1)}}{T^{(\nu+1)} - T^{(n)}}. \tag{3-26}$$

Considerando uma rocha com propriedades elásticas distribuídas isotropicamente, esses coeficientes são simplificados por:

$$c_b^{(\nu+1)} = \frac{\partial \varepsilon_{\mathrm{v},P}}{\partial P} \quad \text{e} \quad \beta_v^{(\nu+1)} = \frac{\partial \varepsilon_{\mathrm{v},T}}{\partial T}, \tag{3-27}$$

onde c_b, conforme Zimmerman (2017), é a compressibilidade volumétrica com respeito à poropressão e β_v, conforme Turcotte & Schubert (2002), é o coeficiente de expansão volumétrica devido a variação de temperatura.

Considerando que a deformação possa variar proporcionalmente tanto à variação de pressão quanto a de temperatura em algum instante durante o acoplamento termo-hidromecânico, então c_b e β_v serão constantes neste instante. Como consequência dessa hipótese, os parâmetros de acoplamento c_p e β_r não precisarão mais ser atualizados e não será mais necessário rodar o simulador geomecânico para incorporar seus efeitos na simulação de fluxo.

Como não sabemos em que instante da simulação c_b e β_v poderão ser constantes, pode-se assumir que a estimativa inicial para a iteração entre os simuladores de fluxo e geomecânico dentro de cada passo de tempo ($\nu = 0$) seja tal que c_b e β_v sejam idênticos ao do passo de tempo anterior. Assim, se c_b e β_v não variarem no passo de tempo atual, os simuladores terão sido executados apenas uma vez. Por outro lado, se esses parâmetros continuarem mudando o acoplamento iterativo continua normalmente até a convergência das variáveis de fluxo ou dos parâmetros de acoplamento.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

3.2.2
Convergência dos Parâmetros de Acoplamento

Durante o início da produção de um reservatório de petróleo, devido a abertura dos poços à produção, a diferença de pressão entre o reservatório e a superfície desloca os hidrocarbonetos em direção aos poços produtores e cria um gradiente de pressão em torno deles. Essa queda de pressão se propaga por todo o reservatório no regime denominado transiente até que suas fronteiras sejam atingidas e o fluxo passa a ser dominado por elas (Belyadi et al., 2019).

Se a pressão nas bordas do reservatório for constante (devido, por exemplo, a um aquífero de alto volume próximo à fronteira do reservatório) e a distribuição de pressão no reservatório permanecer constante após o período transiente com uma vazão de produção constante, o regime é dito permanente.

Por outro lado, se o reservatório for selado (sem fluxo nas fronteiras devido, por exemplo, a uma falha selante) e a queda de pressão cair a uma mesma velocidade para todos os pontos do reservatório, após o período transiente com uma vazão de produção constante, o regime é dito pseudopermanente. Diversos trabalhos assumem a hipótese desse regime. Satter & Iqbal (2016), por exemplo, assumem que é possível atingir o regime pseudopermanente com vários poços produtores; e Sun (2015), Guo et al. (2017) e Guo (2019) apresentam os tempos a partir do qual o regime pseudopermanente pode ser atingido considerando diferentes geometrias para o reservatório.

Dessa forma, é plausível considerar que, durante algum instante da simulação, a variação de pressão possa ser diretamente proporcional ao intervalo de tempo ou, de forma mais abrangente, admitir que para cada célula do reservatório essa proporção tenha um valor distinto, porém constante. Nessa hipótese, teremos:

$$\Delta_t P_e = P_e^{(n+1)} - P_e^{(n)} = C_e \Delta t_{n+1}, \tag{3-28}$$

onde $\Delta_t P_e$ e C_e são, respectivamente, os vetores de variação de pressão e de constantes para o elemento e. Na forma vetorial, a variação de pressão para todos os elementos será dada por:

$$\Delta_t \check{P} = \check{C}\, \Delta t_{n+1}. \tag{3-29}$$

Ao substituir essa equação na eq. (3-14), obtém-se o vetor de deslocamentos nodais devido a variação de pressão:

$$\Delta_t \hat{\mathbf{u}}_P = -\mathbb{K}^{-1}\mathbb{L}\, \Delta_t \check{P} = \underbrace{-\mathbb{K}^{-1}\mathbb{L}\check{C}}_{\bar{C}}\, \Delta t_{n+1} = \bar{C}\Delta t_{n+1}. \tag{3-30}$$

Como é admitido o regime elástico do material, a matriz de rigidez do sistema, $\mathbb{K}$ é constante e dependente apenas das propriedades elásticas do material e a matriz $\mathbb{L}$, conforme a eq. (2-71), também é constante e

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

dependente apenas da geometria do reservatório. Ou seja, os deslocamentos dos nós variam linearmente com o intervalo de tempo. Para um elemento e, o vetor de deslocamentos pode ser escrito como:

$$\Delta_t \mathbf{u}_P^e = \bar{C}^e \Delta t_{n+1} \tag{3-31}$$

e o vetor de deformações, conforme a eq. (3-17), como:

$$\boldsymbol{\alpha}_e^T \Delta_t(\boldsymbol{\varepsilon}_P)_e = \boldsymbol{\alpha}_e^T \mathbf{B}_e \, \Delta_t \mathbf{u}_P^e = \underbrace{\boldsymbol{\alpha}_e^T \mathbf{B}_e \bar{C}^e}_{\bar{\bar{C}}_e} \Delta t_{n+1} = \bar{\bar{C}}_e \, \Delta t_{n+1}. \tag{3-32}$$

Assim, o parâmetro c_b, utilizando-se as eqs. (3-26), (3-28) e (3-32) será constante por célula, tal que:

$$(c_b)_e = \frac{1}{\bar{\alpha}_e} \frac{\boldsymbol{\alpha}_e^T \Delta_t(\boldsymbol{\varepsilon}_P)_e}{\Delta_t P_e} = \frac{\bar{\bar{C}}_e}{\bar{\alpha}_e C_e} = C_e^*. \tag{3-33}$$

Analogamente, o coeficiente de expansão térmica volumétrica, β_v, também será constante por célula. Assim, quando a pressão e a temperatura variarem linearmente com o intervalo de tempo, por célula, c_b e β_v serão constantes, por célula, e, consequentemente, os parâmetros de acoplamento poderão ser utilizados de forma explícita.

3.2.3
Processo Iterativo

Conforme visto na seção anterior, existem situações em que os coeficientes c_b e β_v podem se tornar constantes durante o processo iterativo. Dessa maneira, o acoplamento iterativo foi modificado a fim de diminuir o número de iterações entre o simulador de fluxo e o geomecânico, conforme a Figura 13.

Primeiramente, no início de cada iteração ν no passo de tempo Δt_{n+1}, os parâmetros de acoplamento são calculados da mesma forma que no acoplamento iterativo da Figura 12, porém, desta vez, em função de $c_b^{(n)}$ e $\beta_v^{(n)}$, avaliados no tempo t_n, ou seja:

$$\mathbb{A}^{(n)} \rightarrow \mathbb{A}^{(\nu=0)} : \begin{cases} c_b^{(\nu=0)} = c_b^{(n)} \rightarrow c_p^{(\nu=0)} = \frac{\bar{\alpha}}{\phi^{(n)}} c_b^{(n)} + \left(\frac{\bar{\alpha}}{\phi^{(n)}} - 1\right) \frac{1}{K_s} \\ \beta_v^{(\nu=0)} = \beta_v^{(n)} \rightarrow \beta_r^{(\nu=0)} = -\frac{\bar{\alpha}}{\phi^{(n)}} \beta_v^{(n)} + \left(\frac{\bar{\alpha}}{\phi^{(n)}} - 1\right) \beta_s \end{cases} . \tag{3-34}$$

Em segundo lugar, além da convergência das variáveis de fluxo ($\mathbb{F}^{(\nu+1)} \approx \mathbb{F}^{(\nu)}$), é adicionada uma verificação da convergência dos parâmetros de acoplamento ($\mathbb{A}^{(\nu+1)} \approx \mathbb{A}^{(\nu)}$). Dessa maneira, para um mesmo intervalo de tempo, o simulador de fluxo só será executado mais de uma vez se não houver uma convergência da pressão e da temperatura, eq. (3-24), e se os parâmetros de acoplamento c_p e β_r continuarem sofrendo alterações.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

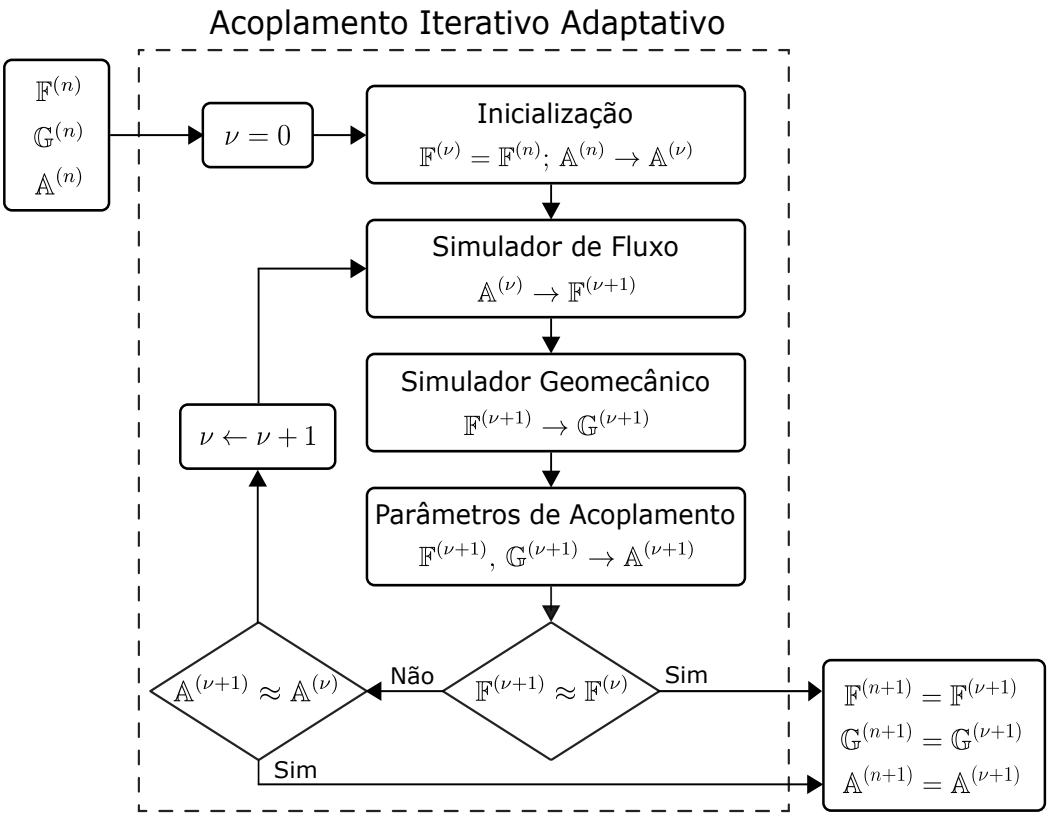


Figura 13 – Fluxograma do acoplamento iterativo adaptativo entre o simulador de fluxo e o simulador geomecânico

O novo critério de parada, baseado no monitoramento dos parâmetros c_p e β_r, é tal que a diferença relativa absoluta média de cada um deles, calculado para todos os elementos, deve ser inferior a um valor ϵ especificado, ou seja:

$$\frac{1}{N_e}\sum_{e=0}^{N_e}\left|1-\frac{(c_p)_e^{(\nu+1)}}{(c_p)_e^{(\nu)}}\right| < \epsilon \quad \text{e} \quad \frac{1}{N_e}\sum_{e=0}^{N_e}\left|1-\frac{(\beta_r)_e^{(\nu+1)}}{(\beta_r)_e^{(\nu)}}\right| < \epsilon. \tag{3-35}$$

Por padrão, será utilizado uma tolerância de $\epsilon = 5\%$ para os parâmetros de acoplamento. Nos casos em que não houver ganho significativo utilizando essa tolerância, a mesma será aumentada.

No acoplamento iterativo implícito (Figura 12), os simuladores de fluxo e geomecânico são executados pelo menos 2 vezes cada um. Isso porque o critério de parada é baseado nas variáveis de fluxo ($\mathbb{F}^{(\nu+1)} \approx \mathbb{F}^{(\nu)}$) e, na primeira iteração ($\nu = 0$), tanto a pressão quanto a temperatura são comparadas com as variáveis avaliadas no passo anterior ($\mathbb{F}^{(\nu+1)} \approx \mathbb{F}^{(n)}$). Tal comparação só será verdade se a variação de pressão e temperatura for inferior à tolerância especificada. Por isso, mais uma rodada no simulador de fluxo é necessária.

Por outro lado, o acoplamento iterativo adaptativo (Figura 13), compara os parâmetros de acoplamento antes de executar o simulador de fluxo novamente. Assim, caso não haja uma variação significativa nos parâmetros c_p e β_r, não será necessário rodar os simuladores de fluxo e geomecânico outra

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

vez. Caso, na primeira iteração ($\nu = 0$), seja detectado que a hipótese inicial para os parâmetros c_p e β_r, eq. (3-34), foi satisfatório, o simulador de fluxo e o geomecânico terão sido executados apenas uma vez, com a influência dos deslocamentos no fluxo dado explicitamente pela eq. (3-20).

Em síntese, podemos dizer que o acoplamento iterativo adaptativo prevê uma influência da tensão-deformação sobre a simulação de fluxo no início de cada iteração do acoplamento iterativo para cada passo de tempo. A previsão desse método supõe que a variação da pressão e da temperatura são proporcionais ao intervalo de tempo para cada célula do reservatório. Caso a estimativa esteja correto, a simulação irá para o próximo passo de tempo; caso contrário, irá executar o acoplamento iterativo normalmente. Assim, adicionalmente aos acoplamentos iterativos apresentado na seção 2.3.1.2, podemos introduzir o acoplamento adaptativo, ilustrado pela Figura 14.

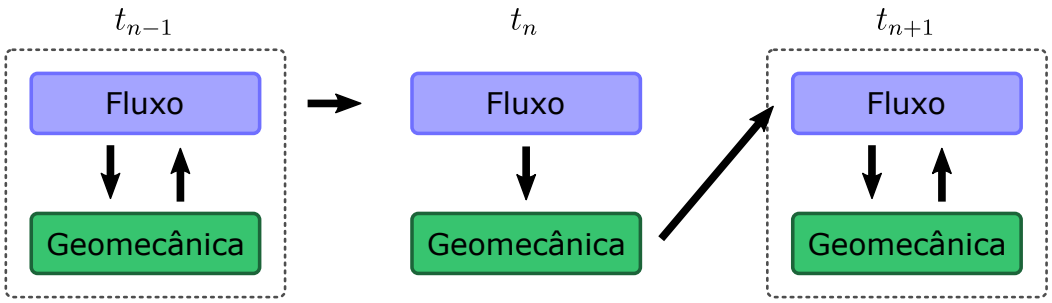


Figura 14 – Fluxograma do acoplamento iterativo adaptativo entre o simulador de fluxo e o simulador geomecânico

Dessa forma, o presente trabalho, utiliza três tipos de acoplamento iterativo: implícito, sequencial e adaptativo. O acoplamento iterativo implícito é aquele que mais se aproxima da solução totalmente acoplada e será utilizado como base de comparação para os resultados apresentados. Assim como Tran et al. (2009), esse acoplamento será denominado, simplesmente, de iterativo. Esse acoplamento realiza 2 ou mais iterações fluxo-geomecânica, por passo de tempo, até obter a convergência estabelecida para os campos de pressão e temperatura. Por outro lado, o acoplamento sequencial é uma simplificação onde apenas uma iteração fluxo-geomecânica é realizada. Essa simplificação não garante que a solução obtida seja próxima da solução totalmente acoplada.

Como alternativa a estas duas metodologias é proposto o acoplamento adaptativo que estabelece uma tolerância para a variação dos parâmetros de acoplamento. Com a redução dessa tolerância, mais iterações fluxo-geomecânica são realizadas obtendo-se uma solução similar do acoplamento iterativo implícito. De outro modo, com o aumento da tolerância será possível diminuir o número de iterações fluxo-geomecânica e o tempo computacional, porém perdendo-se confiança nas soluções obtidas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Independente da tolerância escolhida para o acoplamento adaptativo será sempre executada no mínimo uma iteração fluxo-geomecânica, conforme ilustrado no fluxograma da Figura 13. Neste caso, o acoplamento é denominado sequencial, se nenhuma redução na discretização temporal do simulador de fluxo for necessária. Caso contrário, será denominado acoplamento iterativo explícito, conforme discutido na seção 2.3.1. Em todos os resultados apresentados no próximo capítulo não há redução nos passos de tempo especificados pela simulação hidromecânica por parte do simulador de fluxo e, por isso, podemos denominar como acoplamento sequencial aqueles que realizarem apenas uma iteração fluxo-geomecânica.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

4
Simulações Numéricas com o Acoplamento Hidromecânico Adaptativo

Neste capítulo, são comparadas quatro metodologias de acoplamento hidromecânico: iterativo implícito (ou simplesmente iterativo), explícito, sequencial e adaptativo. As três primeiras já são conhecidas da literatura e a última é uma proposta do presente trabalho. Também é discutido o impacto da consideração da compressibilidade dos grãos no parâmetro de acoplamento e o tempo computacional necessário para obter todos os resultados obtidos.

4.1
Caso A - Compressibilidade volumétrica

Para avaliar o comportamento da compressibilidade volumétrica devido a variação da poropressão, serão simulados quatro casos com diferentes discretizações espaciais. O objetivo é analisar se em situações mais simples existe a possibilidade da compressibilidade volumétrica ser constante em algum instante da simulação de forma a tornar os acoplamentos adaptativo e sequencial uma alternativa ao acoplamento iterativo com menor tempo de execução. Cada caso terá um número diferente de células, com os seguintes número de divisões nas direções x, y e z: (i) $3 \times 3 \times 3$, com 27 células; (ii) $5 \times 5 \times 5$, com 125 células; (iii) $7 \times 7 \times 7$, com 343 células; e (iv) $9 \times 9 \times 9$, com 729 células.

Esses casos representam a produção de um fluido monofásico incompressível por depleção a partir de um poço vertical localizado no centro de um reservatório cujas dimensões e profundidade do topo estão expostas na Tabela 3, conforme as Figuras 15 e 16 que exemplificam os casos com maior e menor discretização espacial. A simulação da produção por 3.000 dias foi dividida em 70 passos de tempo: 11 passos até 50 dias de simulação e 59 passos de 50 dias até 3.000 dias.

Tabela 3 – Propriedades geométricas para o caso A

		Valores (Field)	Valores (SI)
Reservatório	Comprimento	2.700 ft	822,96 m
	Largura	2.700 ft	822,96 m
	Altura	81 ft	24,69 m
	Profundidade	8.100 ft	2.468,88 m

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

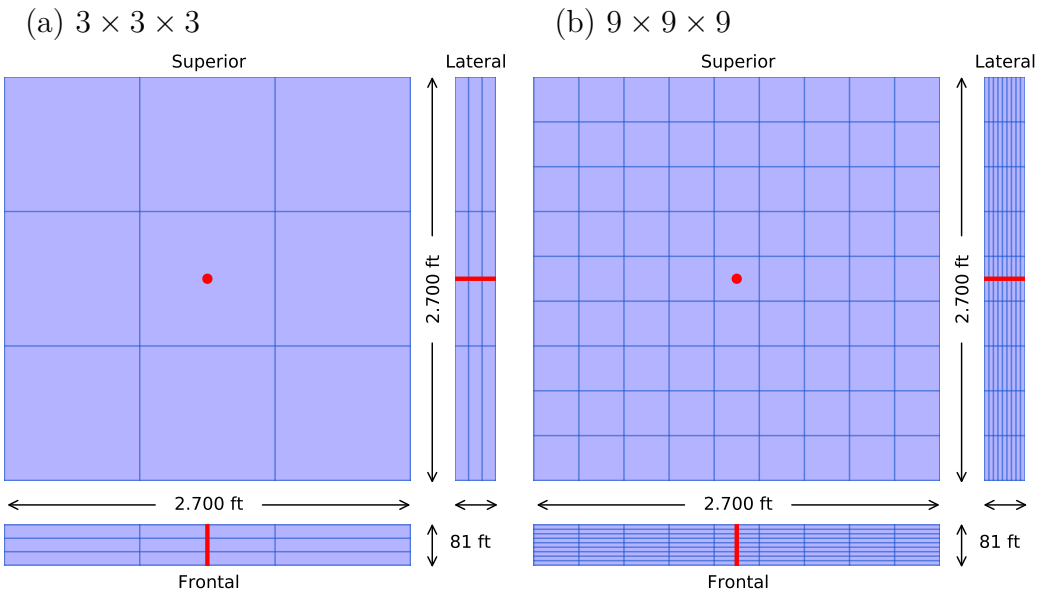


Figura 15 – Vista superior, lateral e frontal do reservatório do caso A com discretização: (a) $3 \times 3 \times 3$ e (b) $9 \times 9 \times 9$

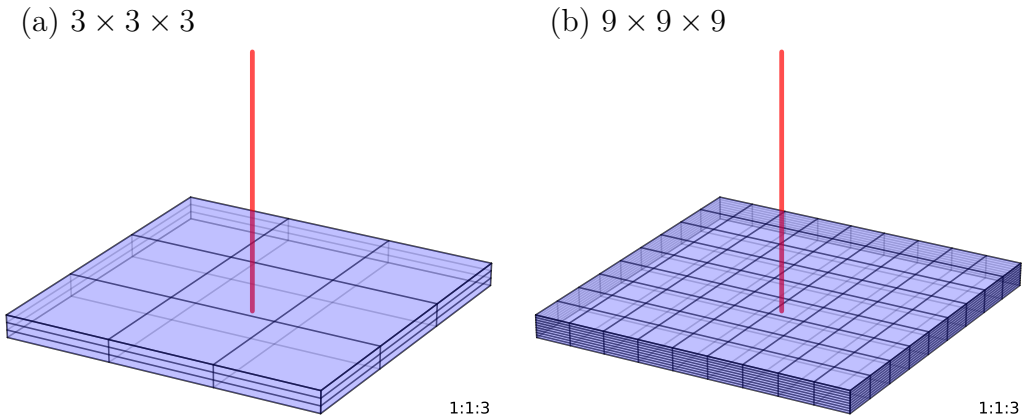


Figura 16 – Vista tridimensional do caso A com ampliação vertical tripla com discretização: (a) $3 \times 3 \times 3$ e (b) $9 \times 9 \times 9$

O poço produtor é um poço vertical de raio 0,25 ft localizado no centro do reservatório. A produção ocorre com uma vazão máxima de 6.000 stb/dia (1.033,44 m$\times 10^3$/dia) e uma pressão mínima de 2.000 psi. Ou seja, assim que o poço atingir essa pressão de fundo, a vazão de produção começará a cair e a produção se dará à pressão constante.

As propriedades do fluido e da rocha encontram-se na Tabela 4, sendo possível obter um gradiente de pressão e tensão vertical, respectivamente, igual a 0,433 psi/ft e 1,0231 psi/ft. Dessa forma, o campo inicial de pressão e tensão pode ser obtido considerando uma poropressão e uma tensão vertical no topo do reservatório, respectivamente, igual a 4.000 psi e 6.000 psi, e que as tensões horizontais são metade da tensão vertical. É admitido que não há fluxo nas fronteiras do reservatório; no topo, é aplicada uma tensão vertical de 6.000 psi; na base e nas fronteiras laterais, os deslocamentos normais são nulos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Tabela 4 – Propriedades do fluido e da rocha para o caso A

		Valores (Field)	Valores (SI)
Fluido	Fator volume de formação	1	1
	Viscosidade	1 cp	1×10^{-3} Pa.s
	Compressibilidade	0 psi^{-1}	0 Pa^{-1}
	Massa específica	62,4 lb/ft^3	999,6 kg/m^3
Rocha	Massa específica	168,55 lb/ft^3	2.700 kg/m^3
	Permeabilidade horizontal	100 mD	$9{,}87\times10^{-14}$ m^2
	Permeabilidade vertical	10 mD	$9{,}87\times10^{-15}$ m^2
	Porosidade	0,25	0,25
	Coeficiente de Poisson	0,30	0,30
	Módulo de Young	1×10^4 psi	68,95 MPa

O acoplamento iterativo será comparado com os acoplamentos adaptativo, sequencial e explícito. Esse último simplifica os efeitos geomecânicos pela equação da porosidade utilizando uma compressibilidade de poros representativa, conforme a eq. (2-37). O caso A, com a condição de contorno de deslocamento lateral nulo, se assemelha ao ensaio edométrico cujas compressibilidade de poros e a volumétrica, utilizando-se a eq. (2-35) são $2{,}97\times10^{-4}$ psi^{-1} e $7{,}43\times10^{-5}$ psi^{-1}, respectivamente. Assim, o acoplamento explícito utilizou esses valores de compressibilidade, enquanto que os outros utilizaram o simulador de elementos finitos CHRONOS para determinar as pseudocompressibilidades em cada passo de tempo.

Para entendermos como a produção ocorre nesse reservatório, podemos analisar os gráficos de pressão e vazão no poço produtor utilizando-se o acoplamento iterativo na discretização $9 \times 9 \times 9$, conforme a Figura 17. A produção inicia com uma vazão de produção constante de 6.000 stb/dia e queda de pressão no fundo do poço durante os primeiros 1.500 dias. Após esse período, a pressão no poço atinge o mínimo estabelecido de 2.000 psi e ocorre a troca do esquema de produção para pressão de fundo constante.

A compressibilidade volumétrica obtida pelo simulador geomecânico para cada passo de tempo está exposta na Figura 18 para as quatro discretizações utilizadas, onde cada curva representa uma célula do reservatório. Note que devido a simetria do problema observa-se um número reduzido de curvas. A fim de diminuir os ruídos numéricos intrínsecos ao cálculo optou-se por aplicar uma média móvel com uma amostragem de quatro pontos. Nessa figura, existem dois períodos com patamares de compressibilidades praticamente constantes. No primeiro período, com produção à vazão constante, todas as células do reservatório atingem o valor de $7{,}43\times10^{-5}$ psi^{-1}(linha preta tracejada), conforme a eq. (2-35). No segundo período, com produção à pressão constante, nem todas as células atingem o mesmo valor constante de compressibilidade.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

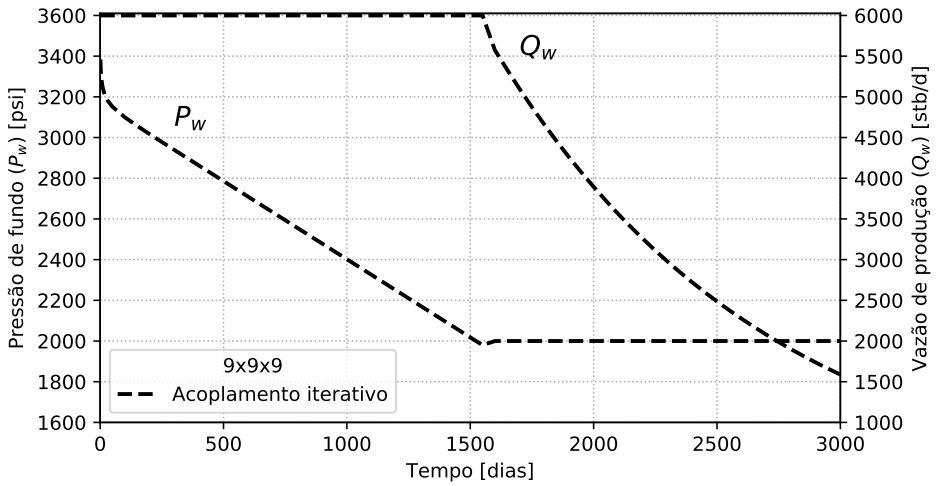


Figura 17 – Pressão de fundo e vazão de produção para o poço produtor do caso A utilizando o acoplamento iterativo e discretização $9 \times 9 \times 9$

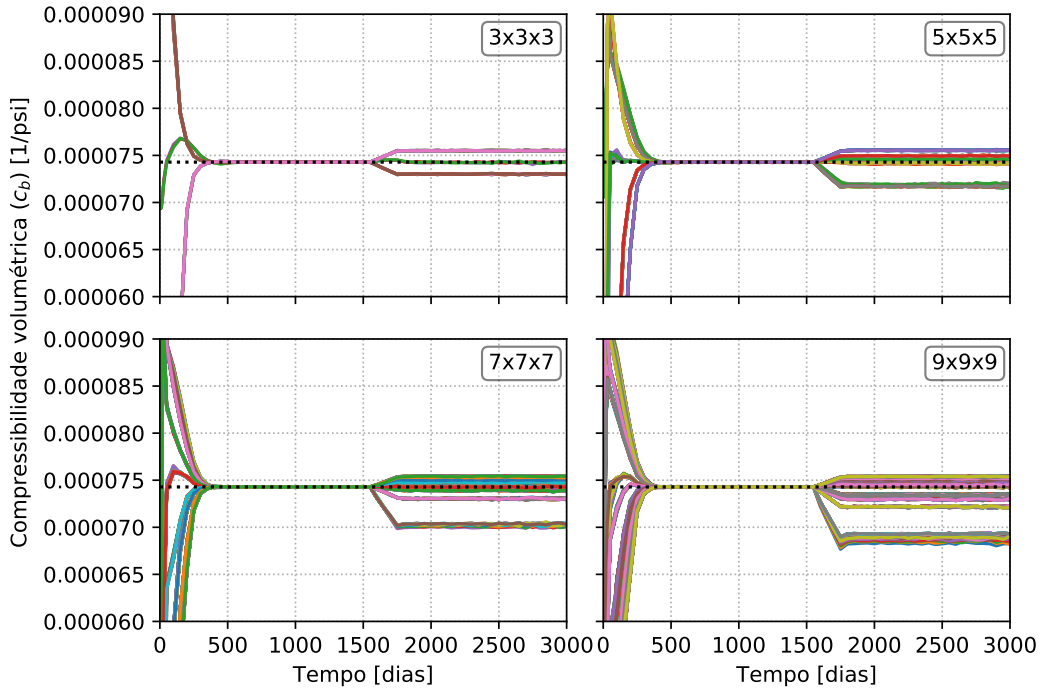


Figura 18 – Compressibilidades volumétricas de todas as células do reservatório para as quatro discretizações utilizadas no caso A

Conforme discutido na seção 3.2.2, a taxa da queda de pressão pelo tempo em cada célula está associada aos patamares de compressibilidades constantes. Após 1.500 dias de simulação, com a pressão fixa no fundo do poço, a taxa da queda de pressão aumenta com o distanciamento do poço produtor. Como o cálculo da compressibilidade depende da variação da pressão nas células próximas, conforme discutido na seção 3.2.2, então o seu valor será dependente da posição espacial de cada célula. Isto pode ser observado na Figura 19 que ilustra a distribuição das compressibilidades volumétricas para a camada horizontal do meio do reservatório para cada discretização após 3.000 dias de produção.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

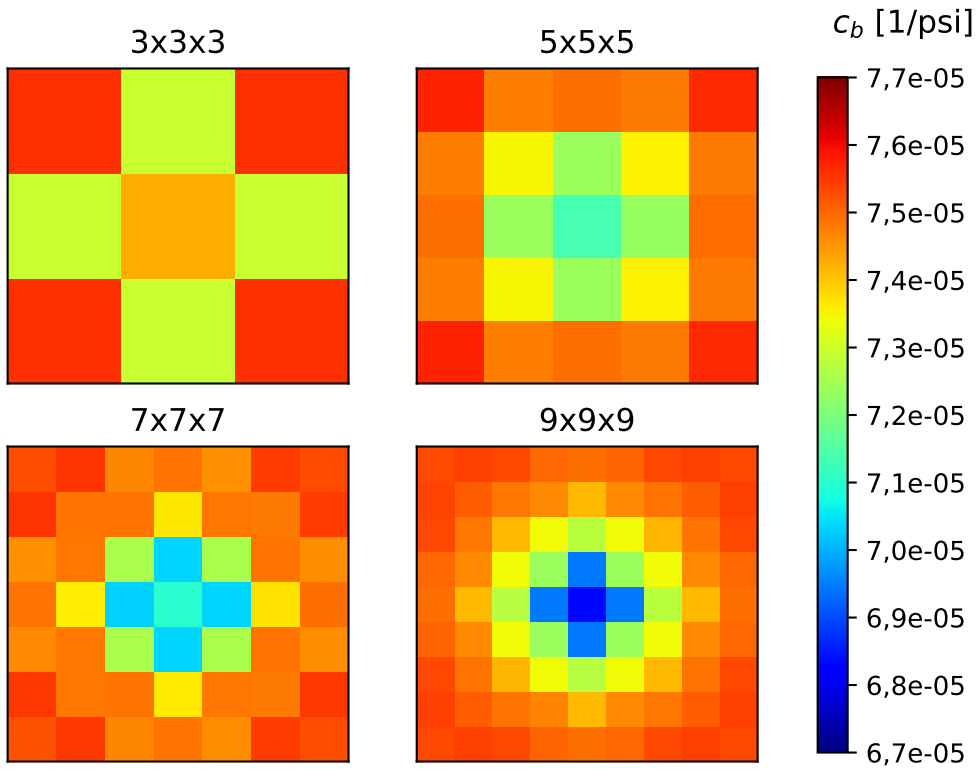


Figura 19 – Compressibilidades volumétricas das células da camada horizontal do meio do reservatório para as quatro discretizações utilizadas no caso A

Os resultados comparando-se as quatro metodologias de acoplamento para as quatro discretizações utilizadas estão expostos nas Figuras 20 e 21. A primeira ilustra o comportamento da pressão no fundo do poço e da vazão do poço produtor. Por outro lado, a última mostra os resultados da pressão média e da subsidência do topo do reservatório, aplicando-se uma média aritmética dos quatro nós mais próximo ao centro do mesmo. Em ambas figuras, todos os acoplamentos apresentam resultados praticamente idênticos.

Para quantificar as diferenças entre os acoplamentos, a Figura 22 ilustra as diferenças relativas máxima com relação ao acoplamento iterativo para a pressão no reservatório, a pressão de fundo de poço, a vazão de produção, a tensão máxima e a tensão mínima avaliadas em todos os passos de tempo para o caso com discretização $9 \times 9 \times 9$. É possível notar uma boa concordância nos resultados, com valores inferiores a 1% de diferença relativa máxima, com exceção da vazão de produção, com um valor superior a 3%. Os acoplamentos adaptativo e sequencial realizaram apenas uma iteração no momento da troca do esquema de produção o que pode ter acarretado nessa discrepância mais acentuada, principalmente próximo a 1.500 dias ficando em torno de 3,5%. Para o deslocamento vertical, a diferença absoluta máxima foi de: 1,5 cm para o acoplamento explícito; 3,24 cm, para o sequencial e 2,68 cm para o adaptativo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

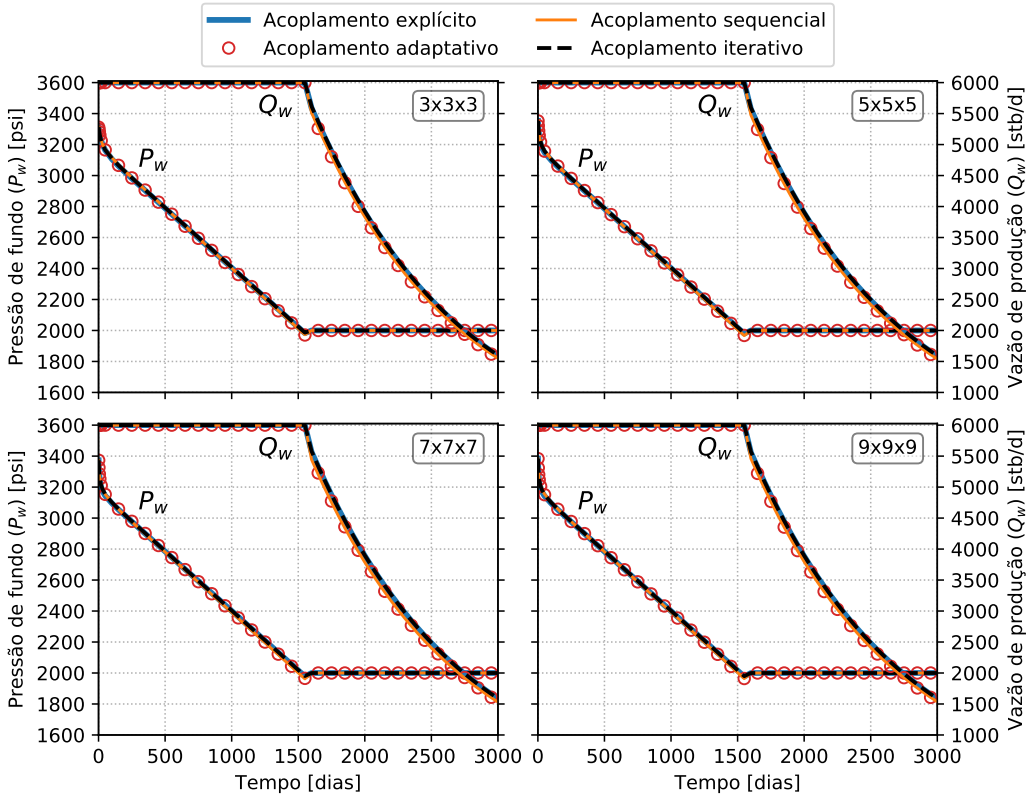


Figura 20 – Pressão de fundo e vazão de produção para as quatro discretizações utilizando os quatro acoplamentos

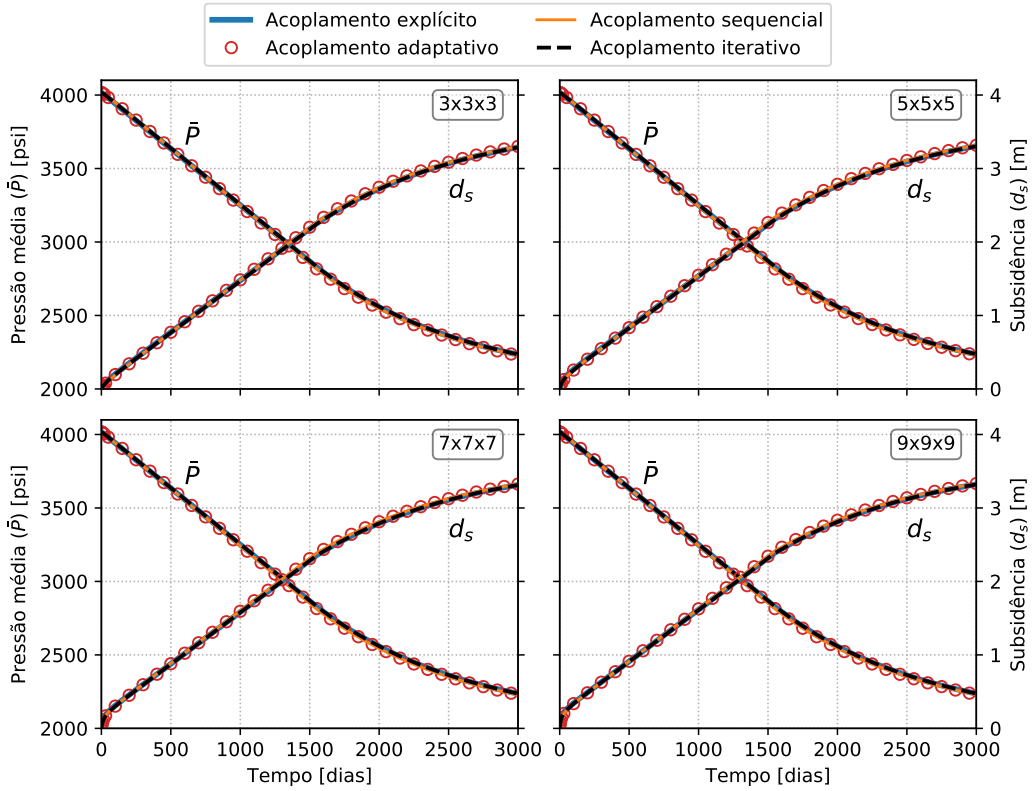


Figura 21 – Pressão média e subsidência do reservatório para as quatro discretizações utilizando os quatro acoplamentos

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

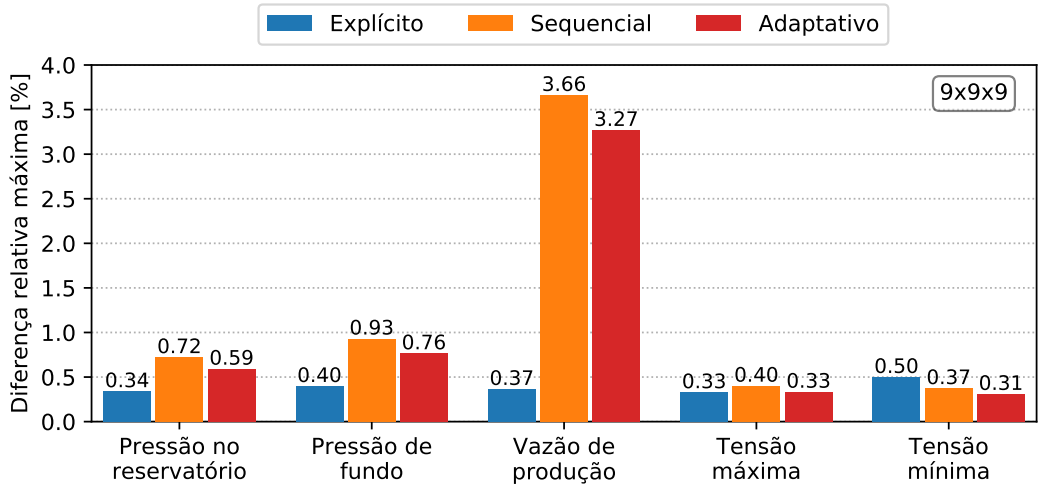


Figura 22 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para o caso A com discretização $9 \times 9 \times 9$

Com relação ao número de iterações, que está diretamente associada ao tempo de execução do simulador, enquanto os acoplamentos iterativos implícitos realizaram em torno de 140 iterações (2 por passo de tempo), os acoplamentos adaptativos realizaram próximo de 85 iterações; e os sequenciais, 70 iterações, conforme a Figura 23. Isso ocorre, porque nos períodos de patamares constantes de compressibilidade, o acoplamento adaptativo realiza apenas uma iteração (fluxo-geomecânica), enquanto que o iterativo realiza 2 iterações em todos os 70 passos de tempo, com exceção da discretização $3 \times 3 \times 3$ que realizou 3 iterações no momento em que ocorre o aumento do passo de tempo para 50 dias. Portanto, podemos afirmar que, no caso A, os acoplamentos adaptativo e sequencial reduziram o número de iterações em 40% e 50%, respectivamente, reproduzindo significativamente os resultados do acoplamento iterativo.

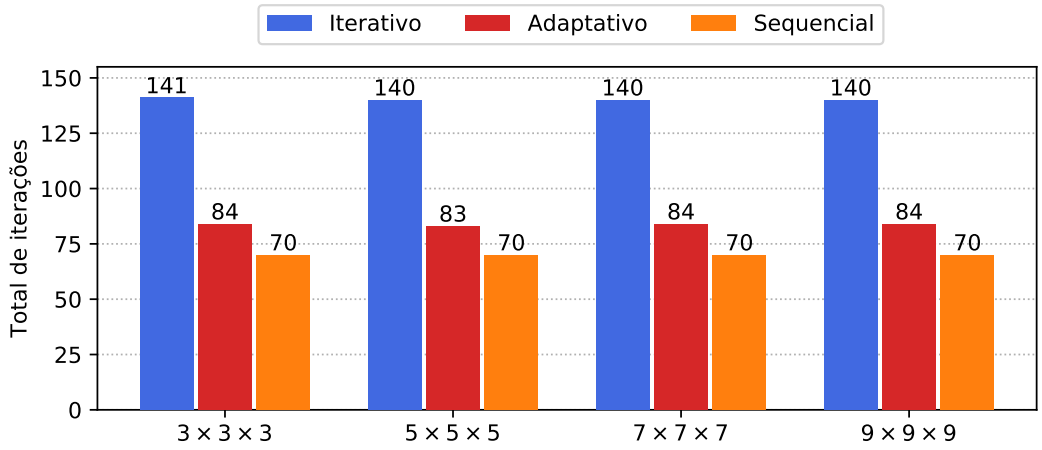


Figura 23 – Número de iterações fluxo-geomecânica para as quatro discretizações do caso A utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

4.2
Caso B - Condições de Contorno

Para avaliar as condições de contorno, foram utilizadas as duas primeiras simulações numéricas propostas por Dean et al. (2006), denotadas aqui como casos B-1 e B-2. As propriedades similares em ambos os casos serão representadas pelo caso denominado B. A diferença entre eles é exclusivamente na escolha das condições de contorno e, consequentemente, na compressibilidade da rocha. O caso B-1 e B-2 são análogos aos ensaios de adensamento lateralmente confinado e hidrostático, respectivamente.

Esses casos representam a produção de um fluido monofásico incompressível por depleção de um reservatório a partir de um poço vertical localizado no centro do mesmo. O reservatório, cujas dimensões e profundidade do topo estão expostas na Tabela 5, foi discretizado com 11, 11 e 10 divisões nas direções x, y e z, respectivamente, conforme a Figura 24, totalizando 1.210 células. Dessa forma, cada célula do reservatório possui 200 ft de comprimento e largura, e 20 ft de altura. A simulação numérica representa 500 dias de produção em 32 passos de tempo: 8 passos até 20 dias de simulação e 24 passos de 20 dias até 500 dias.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

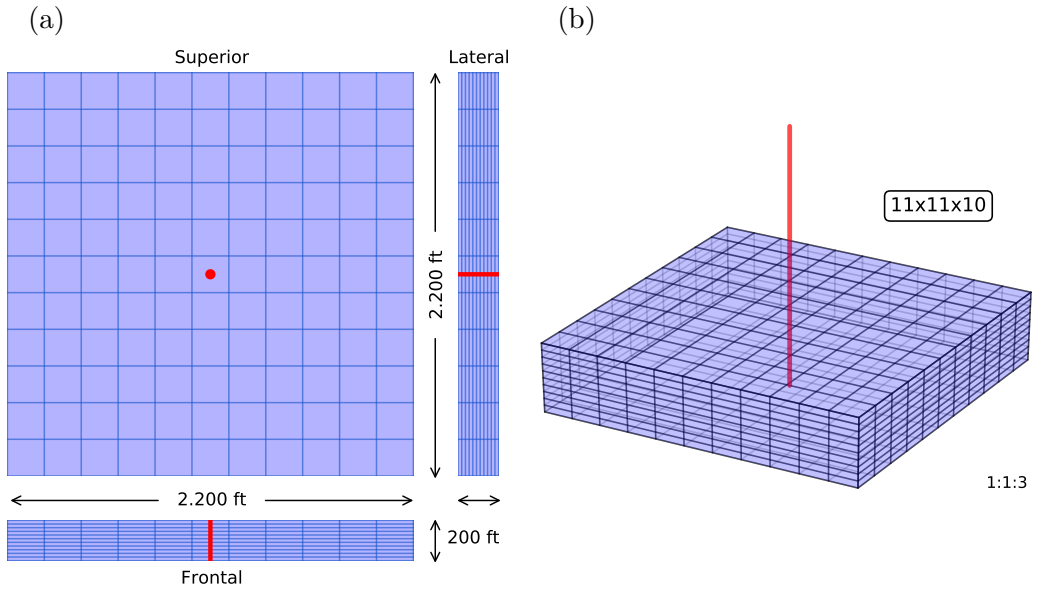


Figura 24 – Reservatório do caso B: (a) vista superior, lateral e frontal e (b) vista tridimensional com ampliação vertical tripla

Tabela 5 – Propriedades geométricas para o caso B

		Valores (Field)	Valores (SI)
Reservatório	Comprimento	2.200 ft	670,56 m
	Largura	2.200 ft	670,56 m
	Altura	200 ft	60,96 m
	Profundidade	6.000 ft	1.828,80 m

As propriedades da rocha e do fluido encontram-se na Tabela 6. A compressibilidade de poros nos casos B-1 e B-2 são, respectivamente, $3{,}71\times10^{-4}$ psi^{-1} e $6{,}00\times10^{-4}$ psi^{-1}. Esses valores foram obtidos assumindo a condição de compressão uniaxial para o caso B-1, através da eq. (2-35), e de compressão hidrostática para o caso B-2, utilizando-se a eq. (2-36).

Tabela 6 – Propriedades do fluido e da rocha para o caso B

		Valores (Field)	Valores (SI)
Fluido	Fator volume de formação	1	1
	Viscosidade	1 cp	1×10^{-3} Pa.s
	Compressibilidade	0 psi^{-1}	0 Pa^{-1}
	Massa específica	62,4 lb/ft^3	999,6 kg/m^3
Rocha	Massa específica	168,55 lb/ft^3	2.700 kg/m^3
	Permeabilidade horizontal	50 mD	$4{,}93\times10^{-14}$ m^2
	Permeabilidade vertical	5 mD	$4{,}93\times10^{-15}$ m^2
	Porosidade	0,20	0,20
	Coeficiente de Poisson	0,30	0,30
	Módulo de Young	1×10^4 psi	68,95 MPa

O poço produtor é um poço vertical de raio 0,25 ft localizado no centro do reservatório e está aberto a produção por todas as camadas pela qual ele atravessa. A produção ocorre durante 500 dias com uma vazão de 15.000 stb/dia (2.384,80 m^3/dia).

A condição inicial de pressão e tensão estão descritas na Tabela 7 em função da profundidade z. As condições de contorno para o caso B é de deslocamento vertical nulo para a base do reservatório e tensão vertical de 6000 psi no topo. Para o caso B-1, os deslocamentos normais são nulos nas fronteiras laterais e, para o caso B-2, a tensão normal nas fronteiras é de 4000 psi. Para o fluxo, é admitido fronteiras seladas para o reservatório.

Tabela 7 – Condição inicial para o caso B

	Valor [psi] e z [ft]	Valor [MPa] e z [m]
Pressão	3000 + 0,4333(z-6000)	20,684 + 9,8015(z-1828,8)$\times10^{-3}$
Tensão horizontal	4000	27,579
Tensão vertical	6000 + 1,0231(z-6000)	41,368 + 2,3143(z-1828,8)$\times10^{-2}$

Dean et al. (2006) apresentam como resultados para o caso B as curvas de pressão média do reservatório e de deslocamento vertical do topo do reservatório. A Figura 25 compara as curvas de pressão média do reservatório entre os quatro acoplamentos utilizados, obtendo resultados muito próximos. O caso B-1, sendo confinado lateralmente, possui uma compressibilidade volumétrica menor do que o caso B-2 e, consequentemente, uma queda de pressão maior durante a produção.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

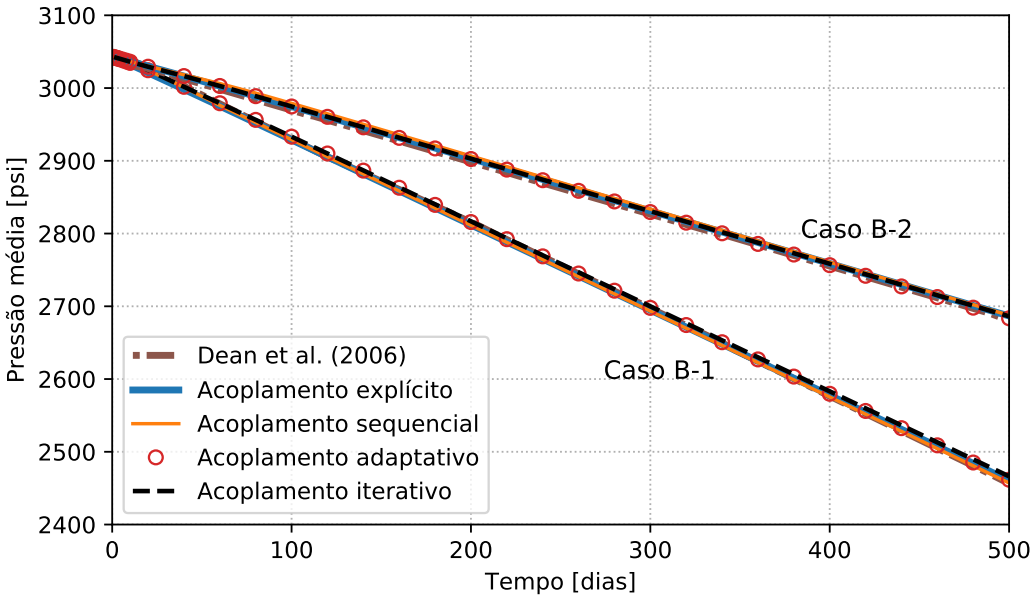


Figura 25 – Pressão média do reservatório para os casos B-1 e B-2

A subsidência do topo do reservatório está ilustrada na Figura 26, obtendo uma boa concordância entre os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial, e a curva apresentada pelos autores. Esses resultados estão associados à queda de pressão no reservatório: quanto maior a queda de pressão, maior será a contração do volume poroso e, por conseguinte, maior será o deslocamento vertical do mesmo. Embora não haja uma diferença significativa na curva de pressão média do reservatório para o acoplamento explícito, esse reproduz um resultado ligeiramente diferente para a subsidência no período inicial de produção.

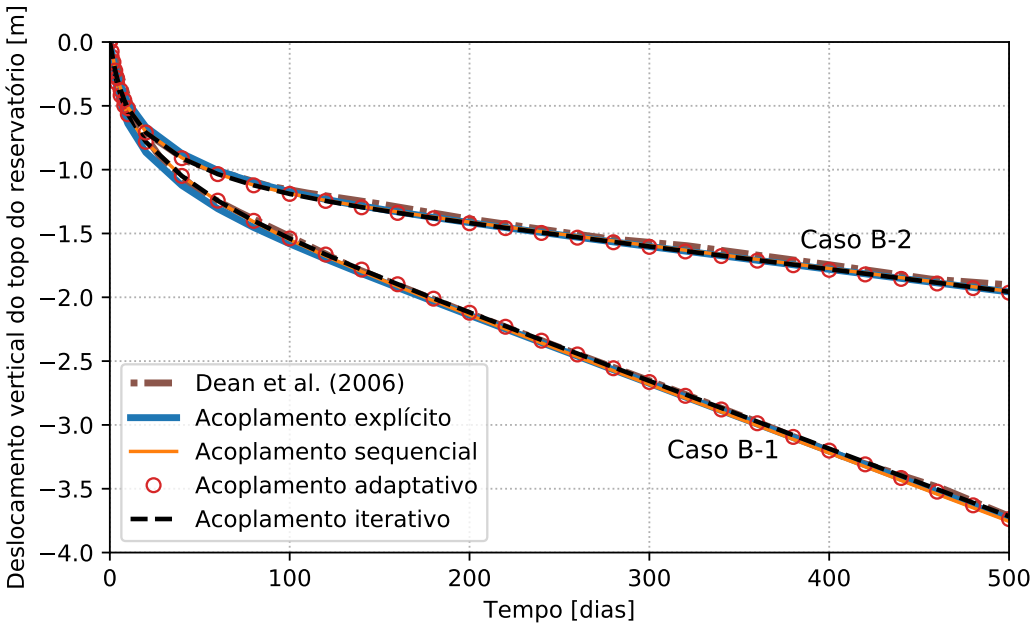


Figura 26 – Deslocamento vertical do topo do reservatório para os casos B-1 e B-2

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Uma informação complementar ao trabalho de Dean et al. (2006) que não foi apresentada pelos autores é a curva de pressão de fundo para o poço produtor. Segundo Rosa et al. (2006), com a produção à vazão constante, a queda de pressão no poço ocorre em função do tempo de forma logarítmica no regime transiente (início da produção) e linearmente no regime pseudo-permanente. Esse comportamento pode ser observado na Figura 27 para os quatro acoplamentos utilizados, apresentando boa concordância entre eles.

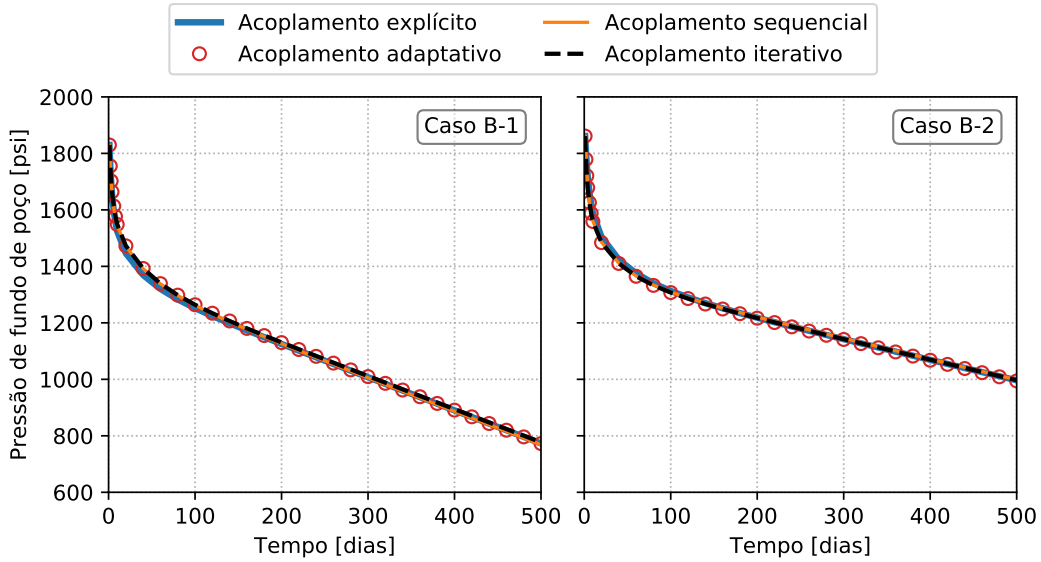


Figura 27 – Pressão de fundo de poço para os casos B-1 e B-2

As diferenças relativas máximas entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, adaptativo e sequencial para a pressão do reservatório, pressão de fundo de poço, tensão máxima e tensão mínima estão ilustrada na Figura 28. Em todos os casos, o acoplamento explícito foi o que mais se distanciou dos resultados do acoplamento iterativo, com um valor de 2,44% para a pressão de fundo. Por outro lado, o acoplamento adaptativo foi o que mais ser aproximou com diferenças inferiores a 1%. Para o deslocamento vertical, a diferença absoluta máxima foi de: 7,8 cm para o acoplamento explícito; 3,8 cm, para o sequencial e 2,0 cm para o adaptativo.

A Figura 29 exibe a comparação entre o número de iterações por passo de tempo utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial para os casos B-1 e B-2. Em ambos os casos, o acoplamento iterativo realizou 64 iterações (2 por passo de tempo); o adaptativo, 45; e o sequencial 32 (1 por passo de tempo). Portanto, podemos afirmar que, no caso B, os acoplamentos adaptativo e sequencial reduziram o número de iterações em 30% e 50%, respectivamente, reproduzindo significativamente os resultados do acoplamento iterativo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

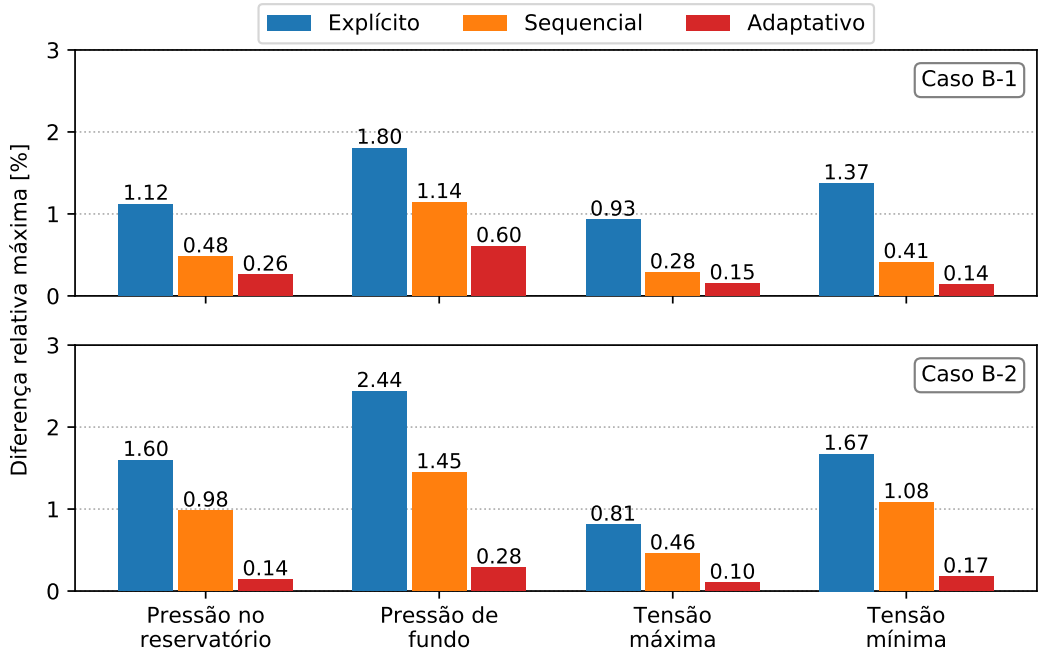


Figura 28 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para os casos B-1 e B-2

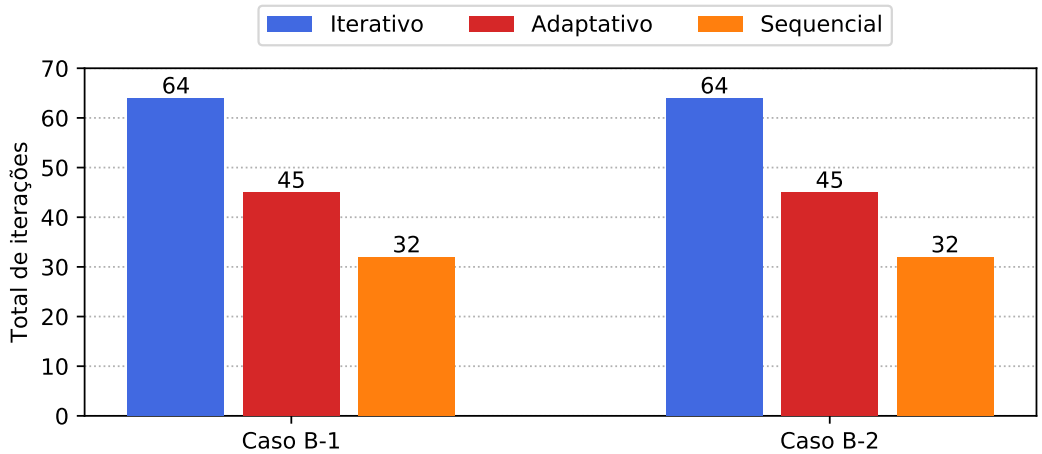


Figura 29 – Número de iterações (fluxo-geomecânica) para os casos B-1 e B-2 utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial

4.3
Caso C - Rochas adjacentes

Para avaliar a inclusão de rochas adjacentes ao reservatório será utilizada a simulação numérica proposta por Dean et al. (2006) e inicialmente apresentada por Gutierrez & Lewis (1998). Esse caso, denominado por caso C, representa a produção de um fluido monofásico com baixíssima compressibilidade por depleção de um reservatório cercado por rochas de maior rigidez, a partir de um poço vertical localizado no centro do modelo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Esse modelo foi discretizado em 21 × 21 × 12 células, com 5 células de 4.000 ft para a camada de rocha localizada lateralmente ao reservatório (*sideburden*) na direção x, seguido de 11 células de reservatório com 2.000 ft cada e finalizando com mais 5 células de 4.000 ft de *sideburden*. A direção y segue a mesma discretização, porém com metade do comprimento para cada célula. Verticalmente, de cima para baixo, são 5 camadas de rocha acima do reservatório (*overburden*: 4.000 ft, 3.000 ft, 2.000 ft, 800 ft e 200 ft), 5 camadas de reservatório (50 ft cada) e 2 camadas abaixo (*underburden*) de 100 ft cada.

A Tabela 8 e as Figuras 30 e 31 resumem a geometria desse problema que possui um total de 5.292 células, sendo 605 células representativas do reservatório. A Figura 30 exibe as vistas superior, lateral e frontal do modelo, enquanto a Figura 31 ilustra uma vista tridimensional com ampliação vertical tripla. Para simular 4.000 dias de produção, utilizou-se 45 passos de tempo: 8 passos até 20 dias de simulação; 19 passos de 20 dias até 400 dias; e 18 passos de 200 dias até 4.000 dias.

Tabela 8 – Propriedades geométricas para o caso C

		Valores (Field)	Valores (SI)
Reservatório	Comprimento	22.000 ft	6.705,6 m
	Largura	11.000 ft	3.352,8 m
	Altura	250 ft	76,2 m
Adjacências	*Sideburden x*	20.000 ft	6096 m
	Sideburden y	10.000 ft	3048 m
	Overburden	10.000 ft	3048 m
	Underburden	200 ft	60,96 m

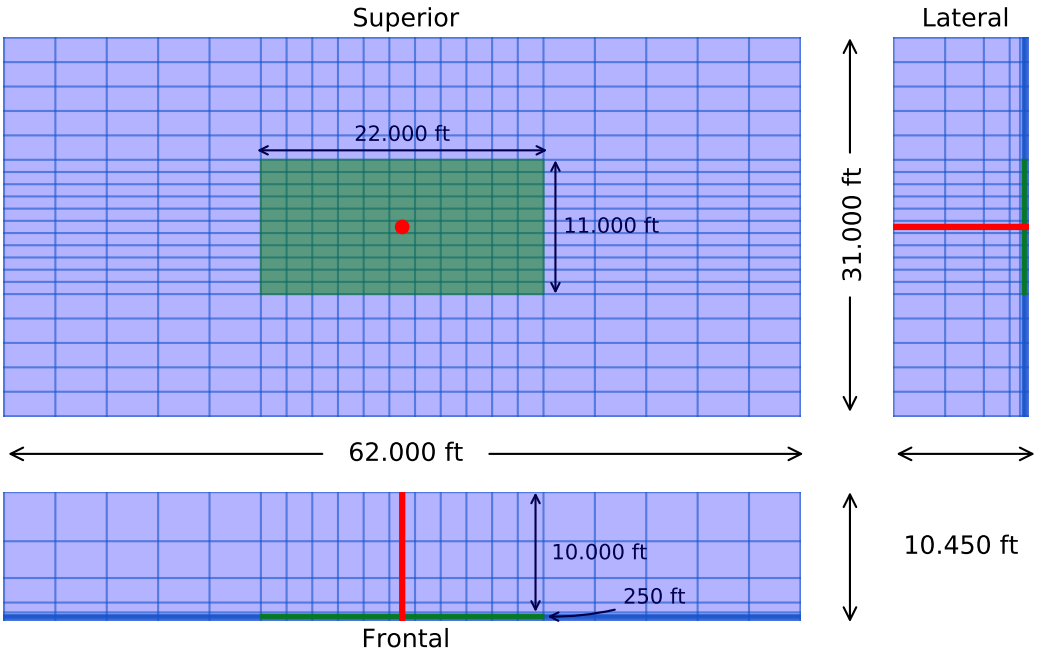


Figura 30 – Vista superior, lateral e frontal do modelo numérico do caso C

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

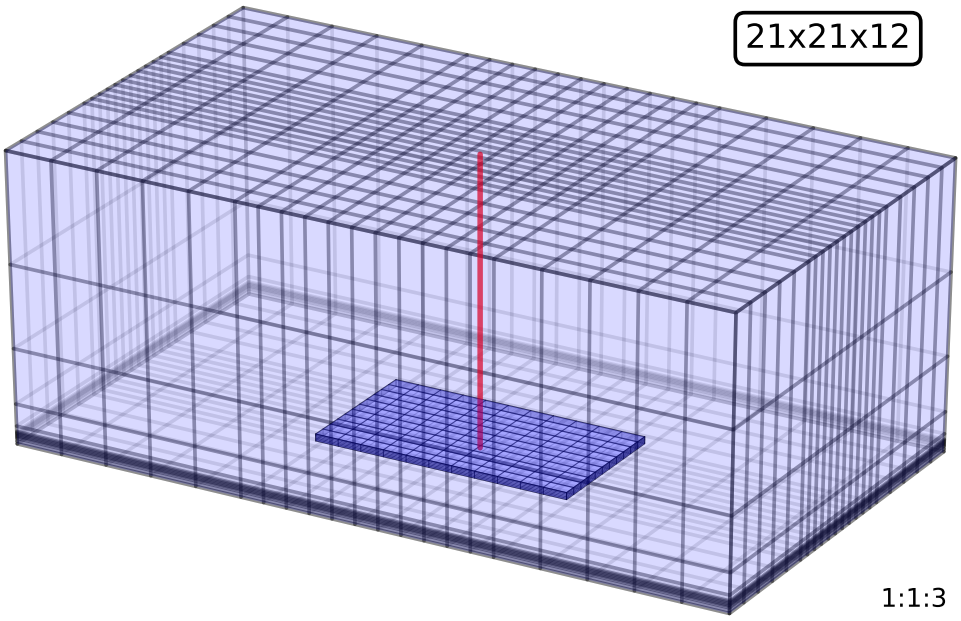


Figura 31 – Vista tridimensional do modelo numérico do caso C

As propriedades da rocha e do fluido encontram-se na Tabela 9. A compressibilidade de poros informada pelos autores foram calculadas utilizando a eq. (2-35), sendo $3{,}33\times10^{-4}$ psi^{-1} para o reservatório e $3{,}33\times10^{-6}$ psi^{-1} para as rochas adjacentes.

Tabela 9 – Propriedades do fluido e da rocha para o caso C

		Valores (Field)	Valores (SI)
Fluido	Fator volume de formação	1	1
	Viscosidade	1 cp	1×10^{-3} Pa.s
	Compressibilidade	3×10^{-6} psi^{-1}	$4{,}35\times10^{-10}$ Pa^{-1}
	Massa específica	62,4 lb/ft^3	999,6 kg/m^3
Rocha	Massa específica	168,55 lb/ft^3	2.700 kg/m^3
	Permeabilidade horizontal	100 mD	$9{,}86\times10^{-14}$ m^2
	Permeabilidade vertical	10 mD	$9{,}86\times10^{-15}$ m^2
	Porosidade	0,25	0,25
	Coeficiente de Poisson	0,25	0,25
	Módulo de Young (Reservatório)	1×10^4 psi	68,95 MPa
	Módulo de Young (Adjacências)	1×10^6 psi	6,90 GPa

O poço produtor é um poço vertical de raio 0,25 ft localizado no centro do reservatório, produzindo com uma vazão de 50.000 stb/dia (7.950 m^3/dia). A condição inicial de pressão e tensões estão descritas na Tabela 10 em função da profundidade z. As condições de contorno para o caso C é de deslocamento normais nulo para a base e laterais do modelo, tensão vertical nula no topo e de fluxo nulo nas fronteiras do reservatório.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Tabela 10 – Condição inicial para o caso C

	Valor [psi] e z [ft]	Valor [MPa] e z [m]
Pressão	14,7 + 0,4333 z	0,1013+0,0098 z
Tensão horizontal	0,4934 z	0,0112 z
Tensão vertical	0,9869 z	0,0224 z

Nesse caso, Dean et al. (2006) apresentaram a curva de pressão média do reservatório para três acoplamentos diferentes: iterativo, iterativo explícito e totalmente acoplado. Essas curvas são comparadas com os resultados obtidos para os acoplamentos iterativo, adaptativo, sequencial e explícito, conforme a Figura 32.

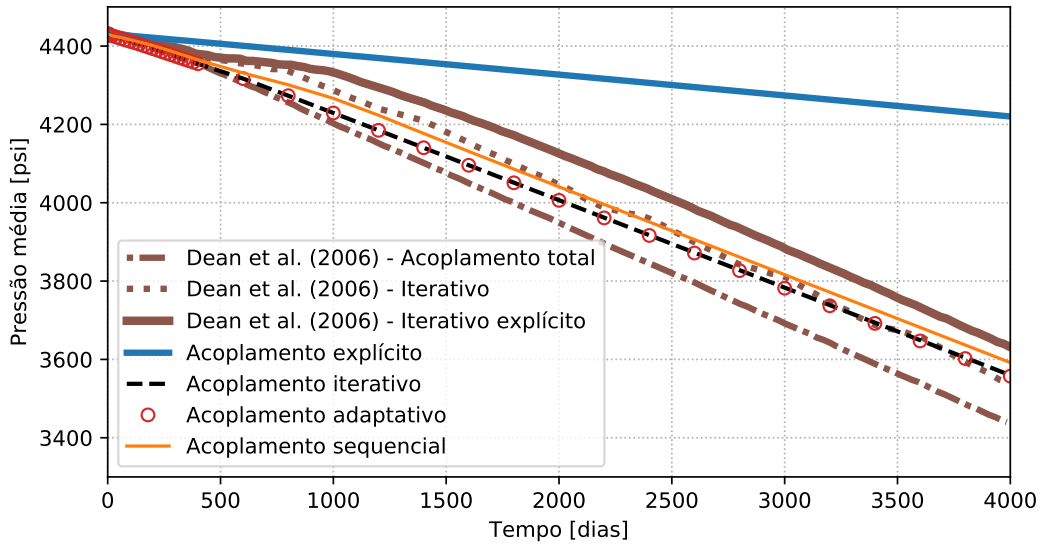


Figura 32 – Pressão média do reservatório para o caso C comparando os acoplamentos apresentado por Dean et al. (2006)

É possível observar uma discrepância significativa nos resultados do acoplamento explícito e os demais. Isso ocorre porque esse acoplamento simplifica os efeitos geomecânicos apenas pelo valor da compressibilidade de poros, calculada de forma independente às rochas adjacentes, utilizando-se a eq. (2-35) em função apenas das propriedades elásticas do reservatório. Ou seja, o acoplamento explícito apresentado assume que a rocha adjacente é rígida o suficiente para restringir o deslocamento horizontal nas bordas do reservatório, conforme as hipóteses simplificadoras para obtenção da eq. (2-35).

Por outro lado, o acoplamento iterativo explícito apresentado por Dean et al. (2006), eventualmente atualiza as informações do volume poroso considerando a poroelasticidade do modelo, enquanto o acoplamento iterativo atualiza em todos os passos de tempo até a convergência. É notável que após 400 dias de simulação, com o aumento do passo de tempo de 20 para 200 dias, ocorre uma discrepância entre os resultados apresentados pelos autores.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Já os resultados do acoplamento iterativo, adaptativo e sequencial apresentados pelo presente trabalho obtiveram um resultado intermediário entre a solução totalmente acoplada e a iterativa apresentada por Dean et al. (2006), com uma discrepância maior para o acoplamento sequencial.

Outro resultado disponível são as curvas de deslocamentos verticais tanto no topo do modelo, quanto do reservatório, conforme a Figura 33. As curvas do acoplamento explícito são as mais distantes das demais, com uma diferença superior a 60%. De acordo com Dean et al. (2006), as três metodologias utilizadas obtêm o mesmo resultado para os deslocamentos verticais apresentados. Porém, a diferença no gráfico de pressão média para o acoplamento sequencial também aparece nos deslocamentos verticais. A menor queda de pressão para essa metodologia provoca um menor deslocamento vertical, que acaba coincidindo com os resultados obtidos pelos autores. Acredita-se que essas diferenças estão relacionadas com as divergências nas curvas de pressão média do reservatório.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

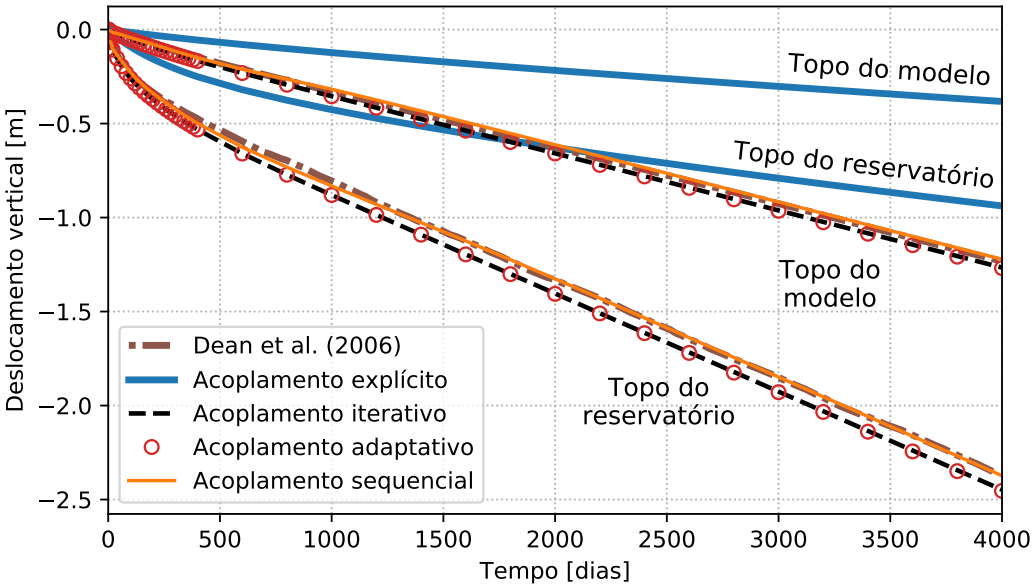


Figura 33 – Deslocamentos verticais para o topo do reservatório e o topo do modelo no caso C

Uma informação complementar ao trabalho de Dean et al. (2006) que não foi apresentada pelos autores é a pressão de fundo de poço, ilustrada na Figura 34. Nessa figura, é possível comparar os resultados para os quatro acoplamentos utilizados: iterativo, adaptativo, sequencial e explícito. A pressão cai drasticamente no início da produção e após 1.000 dias já é possível observar um regime pseudopermanente estabelecido. O acoplamento adaptativo obteve um resultado próximo ao iterativo, enquanto que o sequencial obteve um resultado ligeiramente diferente. Já o acoplamento explícito, conforme esperado, destoa dos demais com uma diferença superior a 80%.

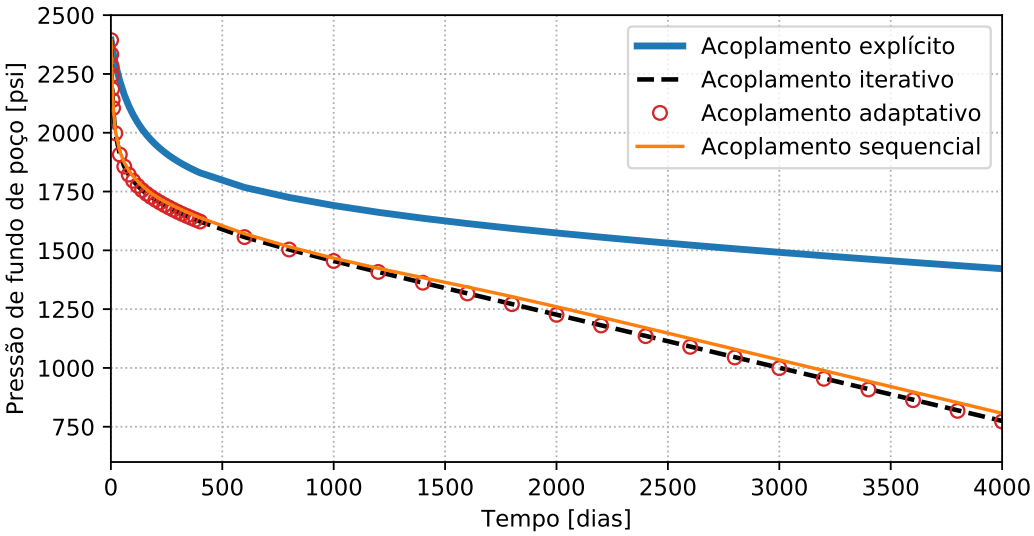


Figura 34 – Pressão de fundo de poço em função do tempo comparando os três acoplamentos utilizados no caso C

A Figura 35 ilustra o número de iterações fluxo-geomecânica realizadas para os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial. O iterativo realizou 91 iterações: 2 por passo de tempo, com exceção do momento em que o passo de tempo aumenta de 20 para 200, o que obriga a realizar 3 iterações fluxo-geomecânica. O sequencial realizou 45 iterações: 1 por passo de tempo. Já a metodologia adaptativa realizou 78 iterações, executando apenas 1 iteração por passo de tempo somente após os 1.400 dias.

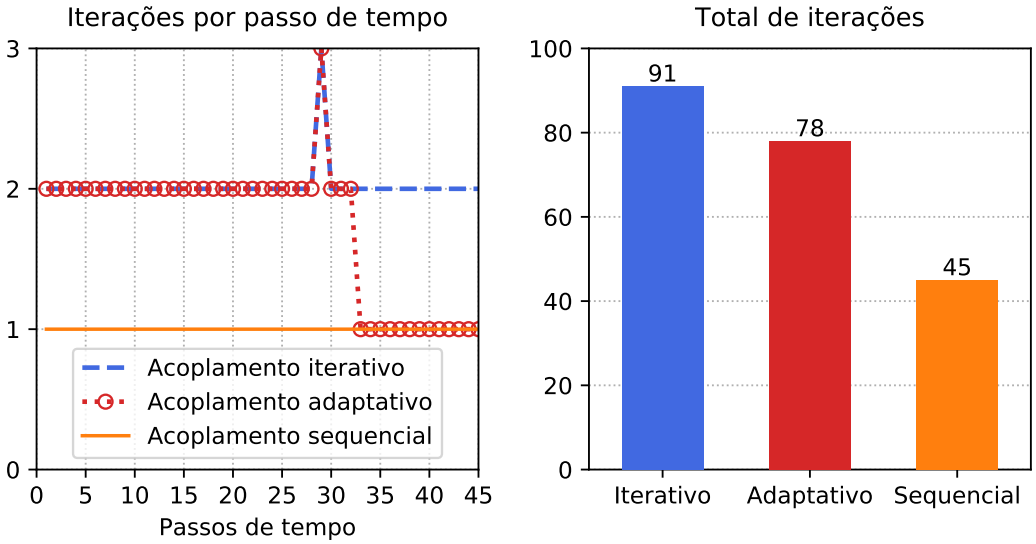


Figura 35 – Número de iterações (fluxo-geomecânica) para o caso C utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial

A comparação quantitativa entre os acoplamentos utilizados está exposta na Figura 36, comparando-se a diferença relativa máxima para a pressão do reservatório, pressão de fundo, tensão máxima e tensão mínima utilizando-se o acoplamento iterativo como base. As diferenças relativas do acoplamento

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

explícito foram superiores a 9%, atingindo 83,55% para a pressão de fundo. Já os resultados do acoplamento adaptativo se aproximaram mais do iterativo do que os do sequencial, com diferenças inferiores a 0,4%. Isso pode ser explicado pelo fato de que 85% do acoplamento adaptativo foi realizado da mesma forma que o iterativo, ou seja, com 2 iterações por passo de tempo.

Por outro lado, o sequencial realizou apenas 1 iteração fluxo-geomecânica para cada passo de tempo e obteve uma diferença relativa máxima de 4,19% para a pressão de fundo. Para o deslocamento vertical, avaliado no centro das células, a máxima diferença absoluta foi de 150 cm para o acoplamento explícito; 8 cm para o sequencial; e 0,6 cm para o adaptativo.

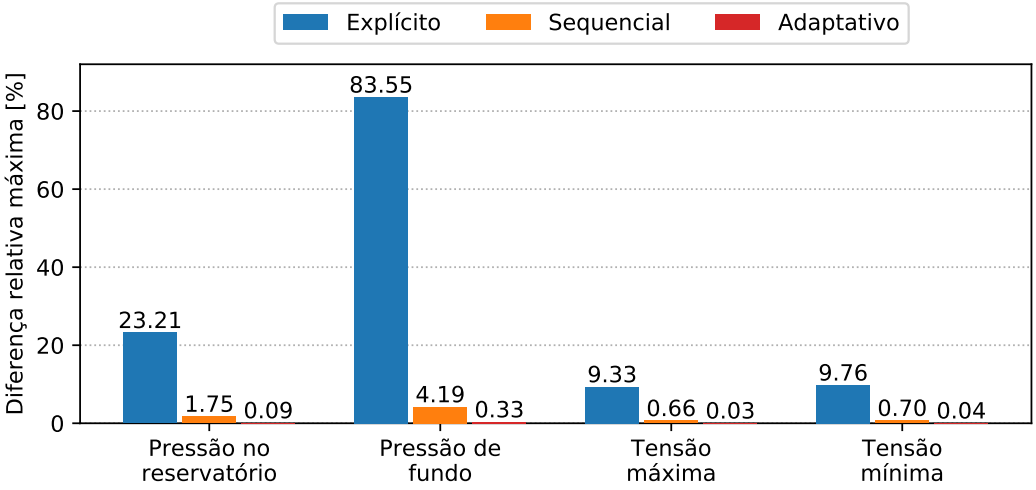


Figura 36 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos sequencial e adaptativo para o caso C

Portanto, podemos afirmar que, no caso C, embora o acoplamento adaptativo tenha se aproximado mais do acoplamento iterativo, ele reduziu em apenas 14% o número de iterações. Por outro lado, o acoplamento sequencial com uma diferença máxima relativa inferior a 2% para a pressão no reservatório reduz o número de iterações em 50%.

4.4 Caso D - Escoamento multifásico

Para avaliar o escoamento multifásico no reservatório será utilizada a simulação numérica proposta por Dean et al. (2006) que consiste em um esquema de produção, análogo ao padrão de produção conhecido como *five spot*, com 4 injetores nas quinas de um reservatório quadrado com um produtor no centro. Por simetria, esse problema é análogo a um reservatório quadrado com injeção em uma das quinas e produção na quina diagonalmente oposta. O problema proposto por Dean et al. (2006) descreve esse caso considerando um escoamento multifásico com injeção de água e produção de óleo e gás.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

O reservatório, cujas dimensões e profundidade do topo estão expostos na Tabela 11, foi discretizado com 21, 21 e 11 divisões nas direções x, y e z, respectivamente, conforme a Figura 37, totalizando 4.851 células. Dessa forma, cada célula do reservatório possui 60 ft de comprimento e largura, e 20 ft de altura. O passo de tempo utilizado inicia-se em 1 dia e aumenta gradativamente até o valor máximo de 150 dias num total de 203 passos de tempo para o período de 9.000 dias de simulação.

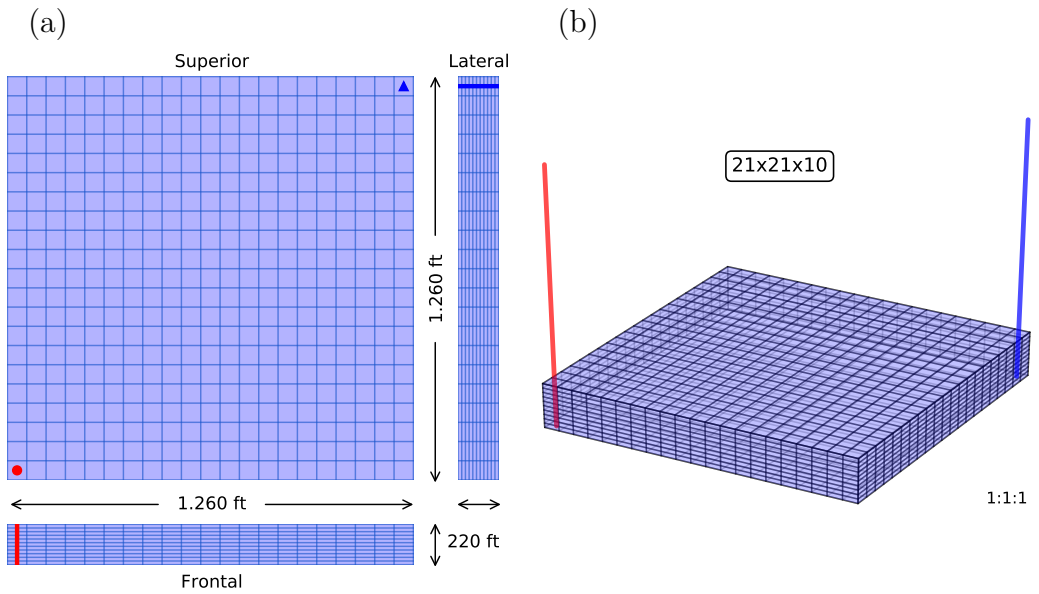


Figura 37 – Reservatório do caso D: (a) vista superior, lateral e frontal e (b) vista tridimensional

Tabela 11 – Propriedades geométricas para o caso D

		Valores (Field)	Valores (SI)
Reservatório	Comprimento	1.260 ft	384,05 m
	Largura	1.260 ft	384,05 m
	Altura	220 ft	67,06 m
	Profundidade	4.000 ft	1.219,20 m

Os poços verticais estão localizados nas quinas opostas do reservatório e abertos ao fluxo em todas as 11 camadas que eles atravessam. Como esse esquema de produção corresponde a um quarto do *five spot* tradicional, algumas alterações são necessárias, como explica o trabalho de Dean et al. (2006): uma redução em 25% nas vazões de produção e injeção de água; alteração do raio dos poços (de 0,25 ft para 0,069 ft), visto que eles estão localizados nas quinas do reservatório; e utilização de um fator multiplicador de 0,25 para as constantes dos poços, visto que apenas 25% dos poços estão abertos a produção. A produção ocorre a uma vazão máxima de 750 stb/dia (119,2 m^3/dia) e uma pressão mínima de fundo de 500 psi. Já a injeção ocorre a uma vazão de 500 stb/dia (79,5 m^3/dia). A Tabela 12 resume as especificações de produção e injeção.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Tabela 12 – Especificação dos poços para o caso D

		Valores (Field)	Valores (SI)
Produção	Vazão de óleo	750 stb/dia	119,2 m^3/dia
	Pressão mínima	500 psi	3,45 MPa
	Raio	0,069 ft	2,10 cm
	Fator multiplicador	0,25	0,25
Injeção	Vazão de água	500 stb/dia	79,5 m^3/dia
	Raio	0,069 ft	2,10 cm
	Fator multiplicador	0,25	0,25

As propriedades da rocha e do fluido encontram-se na Tabela 13. As propriedades para a água foram avaliadas a uma pressão atmosférica de 14,7 psi. As demais propriedades do fluido que dependem da pressão estão expostas na Tabela 14 como fator volume-formação do óleo (B_o) e do gás (B_g), razão de solubilidade do gás no óleo (R_s) e viscosidade do óleo (μ_o) e do gás (μ_g). A compressibilidade de poros no valor de $4{,}15\times10^{-5}$ psi^{-1} informada pelos autores foram calculadas utilizando a eq. (2-35).

Tabela 13 – Propriedades do fluido e da rocha para o caso D

		Valores (Field)	Valores (SI)
Fluido	Fator volume de formação (água)	1	1
	Viscosidade da água	1 cp	1×10^{-3} Pa.s
	Compressibilidade da água	3×10^{-6} psi^{-1}	$4{,}35\times10^{-10}$ Pa^{-1}
	Compressibilidade do óleo	1×10^{-5} psi^{-1}	$1{,}45\times10^{-9}$ Pa^{-1}
	Massa específica da água	62,4 lb/ft^3	999,6 kg/m^3
	Massa específica do óleo	56,0 lb/ft^3	897,0 kg/m^3
	Massa específica do gás	57,0 lb/mcf	0,913 kg/m^3
	Pressão de bolha do óleo	3.000 psi	20,68 MPa
Rocha	Massa específica	168,55 lb/ft^3	2.700 kg/m^3
	Permeabilidade horizontal mínima	5 mD	$4{,}93\times10^{-15}$ m^2
	Permeabilidade horizontal máxima	100 mD	$9{,}86\times10^{-14}$ m^2
	Permeabilidade vertical mínima	0,05 mD	$4{,}93\times10^{-17}$ m^2
	Permeabilidade vertical máxima	1 mD	$9{,}86\times10^{-16}$ m^2
	Porosidade	0,30	0,30
	Coeficiente de Poisson	0,35	0,35
	Módulo de Young	5×10^4 psi	345 MPa

As permeabilidades horizontais das 11 camadas verticais são, de cima para baixo (em mD): 5, 100, 20, 20, 20, 100, 20, 20, 100, 20 e 20. Já as permeabilidades verticais são 100 vezes menores do que as horizontais. As permeabilidades relativas e as pressões capilares em função das saturações do fluido estão listadas na Tabela 15, onde os subíndices o, g, w são utilizados para denotar o óleo, o gás e a água, respectivamente; k_r, a permeabilidade relativa; e P_c, a pressão capilar.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Tabela 14 – Propriedades do fluido em função da pressão para o caso D

Pressão [psi]	B_o [rvb/stb]	B_g [rvb/mcf]	R_s [mcf/stb]	μ_o [cp]	μ_g [cp]
300,00	1,0663	10,2582	0,0610	1,5	0,02
600,00	1,0931	4,9878	0,1161	1,5	0,02
900,00	1,1173	3,2461	0,1681	1,5	0,02
1200,00	1,1408	2,3855	0,2197	1,5	0,02
1600,00	1,1718	1,7522	0,2894	1,5	0,02
2000,00	1,2030	1,3838	0,3608	1,5	0,02
2400,00	1,2346	1,1479	0,4342	1,5	0,02
2800,00	1,2667	0,9876	0,5102	1,5	0,02
3000,00	1,2843	0,9221	0,5521	1,5	0,02
3200,00	1,2996	0,8743	0,5889	1,5	0,02
3600,00	1,3334	0,7921	0,6708	1,5	0,02
4000,00	1,3683	0,7312	0,7561	1,5	0,02
4500,00	1,4137	0,6763	0,8685	1,5	0,02

Tabela 15 – Permeabilidades relativas e pressões capilares para o caso D

S_w [-]	k_{row} [-]	k_{rw} [-]	P_{cow} [psi]
0,20	0,5102	0,0000	6,4
0,25	0,4133	0,0039	5,6
0,30	0,3266	0,0156	4,9
0,35	0,2500	0,0352	4,2
0,40	0,1837	0,0625	3,6
0,45	0,1276	0,0977	3,0
0,50	0,0816	0,1406	2,5
0,55	0,0459	0,1914	2,0
0,60	0,0204	0,2500	1,6
0,65	0,0051	0,3164	1,2
0,70	0,0000	0,3906	0,9
0,80	0,0000	0,5625	0,4
0,90	0,0000	0,7656	0,1
1,00	0,0000	1,0000	0,0

$S_w + S_o$ [-]	k_{rog} [-]	k_{rg} [-]	P_{cog} [psi]
0,20	0,0000	0,6303	3,2
0,25	0,0000	0,5511	2,8
0,30	0,0000	0,4772	2,5
0,35	0,0026	0,4086	2,1
0,40	0,0104	0,3454	1,8
0,45	0,0234	0,2874	1,5
0,50	0,0416	0,2348	1,3
0,55	0,0651	0,1875	1,0
0,60	0,0937	0,1455	0,8
0,65	0,1275	0,1089	0,6
0,70	0,1666	0,0775	0,5
0,75	0,2108	0,0514	0,3
0,80	0,2709	0,0307	0,2
0,85	0,3149	0,0153	0,1
0,90	0,3748	0,0052	0,0
0,95	0,4398	0,0004	0,0
0,97	0,4673	0,0000	0,0
1,00	0,5102	0,0000	0,0

Inicialmente o reservatório está preenchido com 80% de óleo e 20% de água e em equilíbrio hidrostático, com uma pressão de 3.010 psi para a primeira camada do reservatório. A fase gás irá surgir quando a pressão na célula for inferior à pressão de bolha, ou seja, 3.000 psi. A tensão vertical é de 4.000 psi no topo do reservatório com um gradiente de 0,9256 psi/ft e tensão horizontal igual à metade da tensão vertical. As condições de contorno para o caso D são de deslocamento normais nulo para a base e laterais do reservatório, tensão vertical de 4.000 psi no topo e de fluxo nulo nas fronteiras do reservatório.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Os resultados apresentados por Dean et al. (2006) foram comparados com os acoplamentos iterativo, adaptativo, sequencial e explícito, conforme as Figuras 38 e 39. A Figura 38 contém as curvas de pressão média do reservatório e subsidência do topo do mesmo. Todas elas são muito próximas, com uma ligeira diferença a partir de aproximadamente 4.000 dias de simulação. Essa diferença está associada ao momento da chegada da água ao poço produtor, conforme o aumento da razão água-óleo observada na Figura 39. Neste momento, há uma redução na vazão de óleo produzido e, consequentemente, um ligeiro impacto na razão gás-óleo.

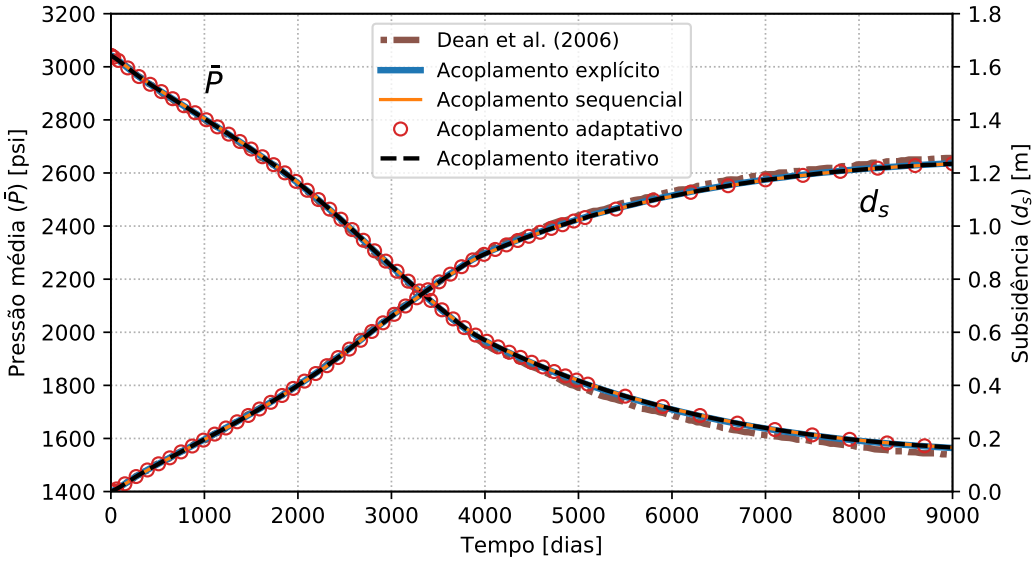


Figura 38 – Pressão média e subsidência do reservatório para o caso D

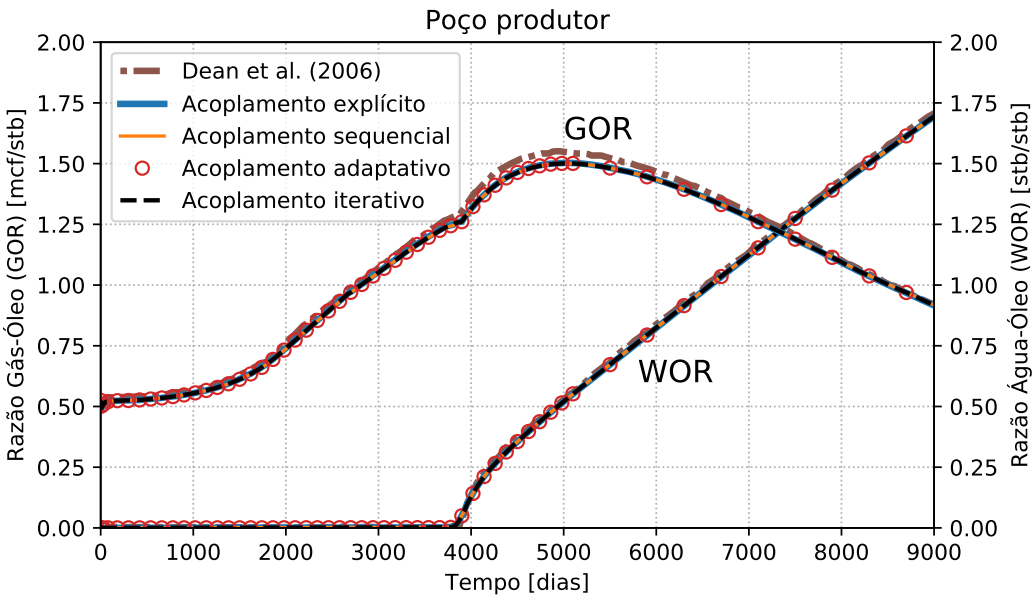


Figura 39 – Razão água-óleo e gás-óleo no poço produtor para o caso D

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Na Figura 40, que exibe as curvas de pressão de fundo e vazão de produção de óleo, apenas a pressão de fundo de poço foi informada pelos autores. A curva de vazão de produção de óleo é uma informação adicional apresentada pelo presente trabalho. É possível notar que o esquema de produção é alterado de vazão constante para pressão de fundo constante por volta de 2.800 dias e que a chegada de água no poço produtor, por volta de 3.900 dias, diminui a vazão de óleo. Os resultados de ambas as curvas são muito próximas, independente do acoplamento utilizado.

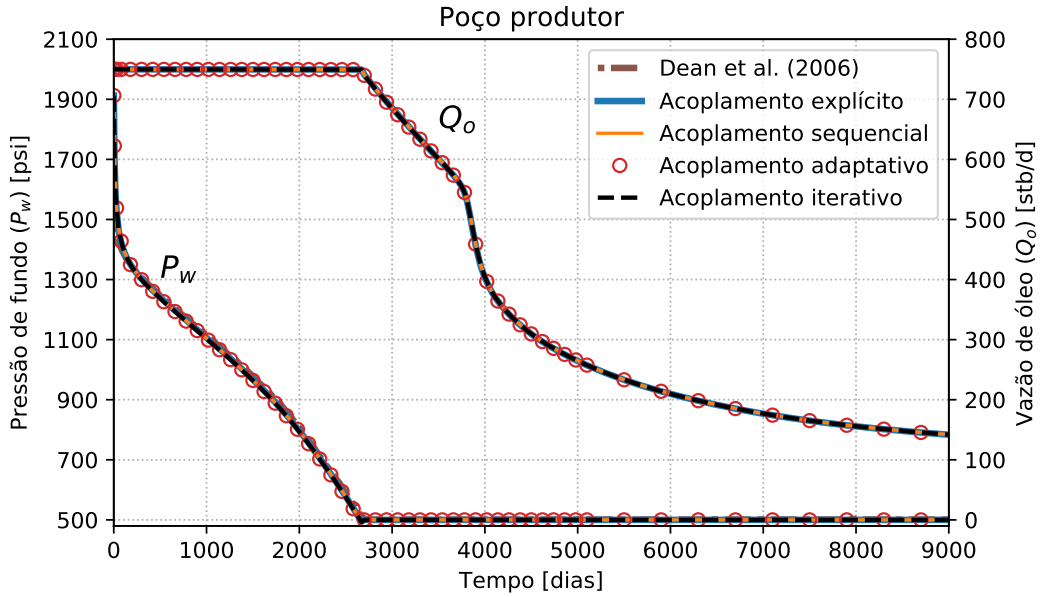


Figura 40 – Pressão de fundo e vazão de óleo no poço produtor para o caso D

Todos os acoplamentos utilizados apresentaram resultados próximos, conforme ilustra a Figura 41, que quantifica as diferenças máximas relativas para a pressão do reservatório, pressão de fundo, vazão de óleo, tensão máxima e tensão mínima. As maiores diferenças são observadas para as tensões, porém não ultrapassando 3%. Para o deslocamento vertical, a máxima diferença absoluta foi do acoplamento explícito com 0,6 cm. O acoplamento adaptativo é o que mais se aproxima do acoplamento iterativo seguido pelo sequencial e, por último, o explícito.

A Figura 42 exibe as iterações por passo de tempo para os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial. Como foram utilizados 220 passos de tempo, o iterativo realizou 440 iterações; e o sequencial, 220. Já o acoplamento adaptativo realizou principalmente 1 iteração por passo de tempo, totalizando 244 iterações. Portanto, podemos afirmar que, no caso D, tanto o acoplamento adaptativo quanto o sequencial reproduzem significativamente o acoplamento iterativo, com uma redução próxima a 45% e 50%, respectivamente, no número de iterações e, consequentemente, no tempo de simulação.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

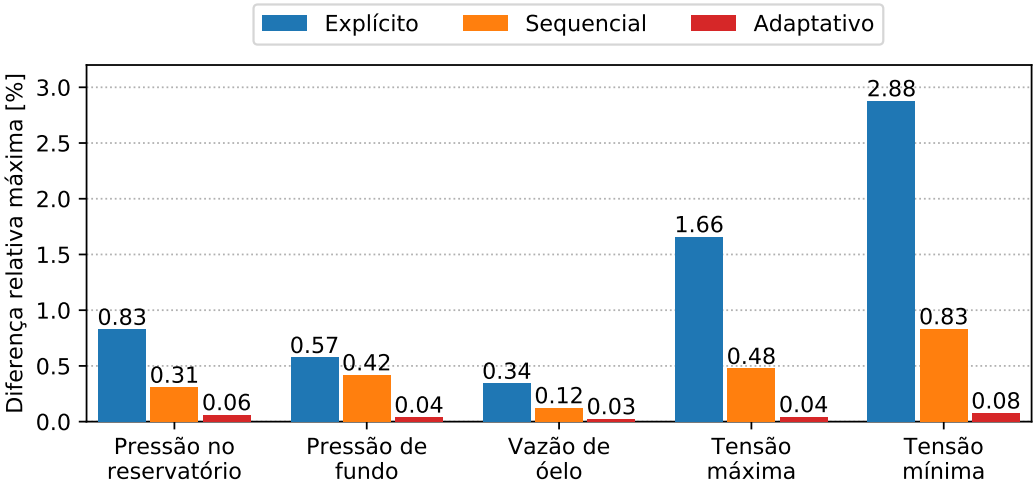


Figura 41 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para o caso D

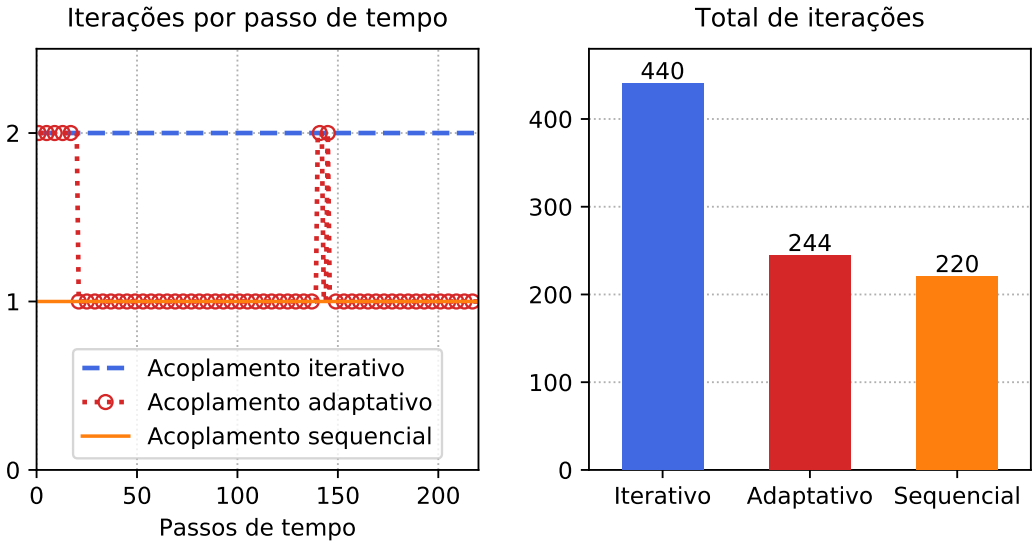


Figura 42 – Número de iterações fluxo-geomecânica para o caso D utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

4.5
Caso E - Variação da Permeabilidade

Para avaliar o impacto da variação da permeabilidade devido a variação do volume poroso durante a produção de um campo de petróleo, o caso D será estendido, conforme a simulação numérica proposta por Souza Jr et al. (2020), apresentada no apêndice C, denominado caso E. Esse problema utiliza a mesma discretização temporal e o mesmo reservatório do caso D, porém com uma rocha adjacente análoga ao caso C.

As propriedades geométricas, do fluido, da rocha e dos poços para o reservatório estão descritas no caso D. As rochas adjacentes consistem em um *sideburden* de 2500 ft em ambas as direções x e y, um *underburden* de 700 ft e um *overburden* de 4000 ft, conforme as Figuras 43 e 44 e a Tabela 16.

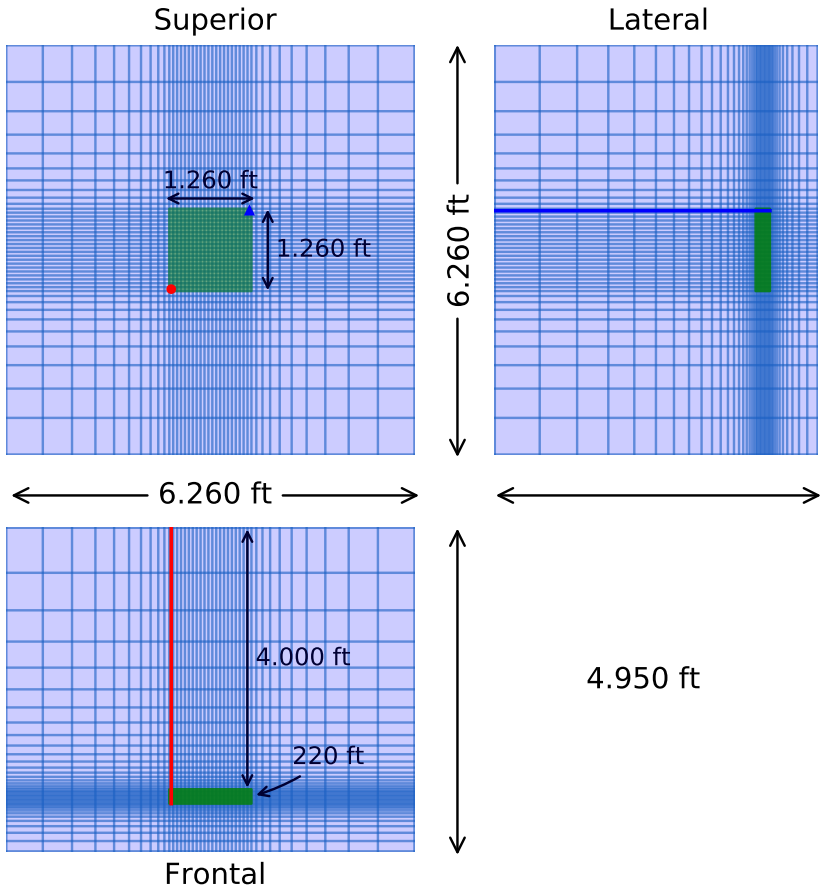


Figura 43 – Vista superior, lateral e frontal do modelo numérico do caso E

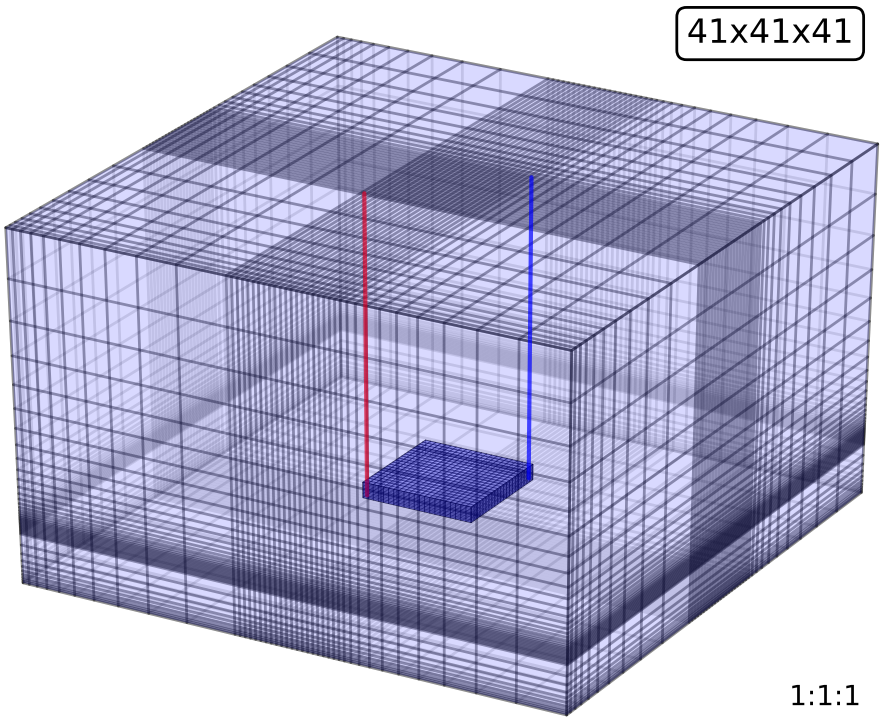


Figura 44 – Vista tridimensional do modelo numérico do caso E

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Tabela 16 – Propriedades geométricas para o caso E

		Valores (Field)	Valores (SI)
Reservatório	Comprimento	1.260 ft	384,05 m
	Largura	1.260 ft	384,05 m
	Altura	220 ft	67,06 m
Adjacências	*Sideburden* x	2.500 ft	762,00 m
	Sideburden y	2.500 ft	762,00 m
	Overburden	4.000 ft	1.219,20 m
	Underburden	700 ft	213,36 m

Dessa forma, temos um modelo discretizado com 41 divisões nas direções x, y e z, totalizando 68.921 células. Todas essas extensões possuem um número de divisões que estão distribuídas seguindo uma progressão geométrica, com uma discretização espacial maior próxima ao reservatório. Os *sideburdens* e o *underburden* possuem 10 divisões e uma razão de 1,25, enquanto que o *overburden* possui 20 divisões e uma razão de 1,2. As rochas adjacentes possuem as mesmas propriedades elásticas do caso C: módulo de Young de 1×10^6 psi e coeficiente de Poisson de 0,25.

A equação que governará a alteração da permeabilidade será a lei da potência, conforme a eq. (2-89), onde o expoente será determinado em função do tipo de rocha. Para esse problema será considerado 3 tipos de rochas diferentes: arenito ($N = 3$), carbonato ($N = 10$) e carbonato fraturado ($N = 30$). Esses expoentes foram determinados baseando-se na coletânea de expoentes de diferentes trabalhos experimentais, resumido na Figura 3.

O impacto do expoente da equação da permeabilidade foi analisado utilizando-se quatro acoplamentos hidromecânico: iterativo, adaptativo, sequencial e explícito. Para o acoplamento explícito, que não utiliza um simulador geomecânico, desconsiderando as rochas adjacentes e assumindo que o reservatório se comporta de forma análoga ao ensaio edométrico, foi estipulado uma permeabilidade constante durante toda a simulação. Ou seja, representa um caso com hipóteses simplificadoras mais simples e idêntica ao caso Dno qual o expoente N é nulo.

A Figura 45 exibe as curvas de pressão média do reservatório e de deslocamento vertical do topo do reservatório e do topo do modelo. É possível observar que conforme o valor do expoente aumenta, as diferenças entre os resultados do acoplamento sequencial e iterativo também aumentam. Por outro lado, o acoplamento adaptativo possui uma boa concordância com os resultados do acoplamento iterativo nos três valores de expoente utilizados para a relação permeabilidade-porosidade. Já o acoplamento explícito, sustenta uma maior pressão média no reservatório por mais tempo, o que pode ser explicado pela pressão no poço produtor, conforme a Figura 46.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

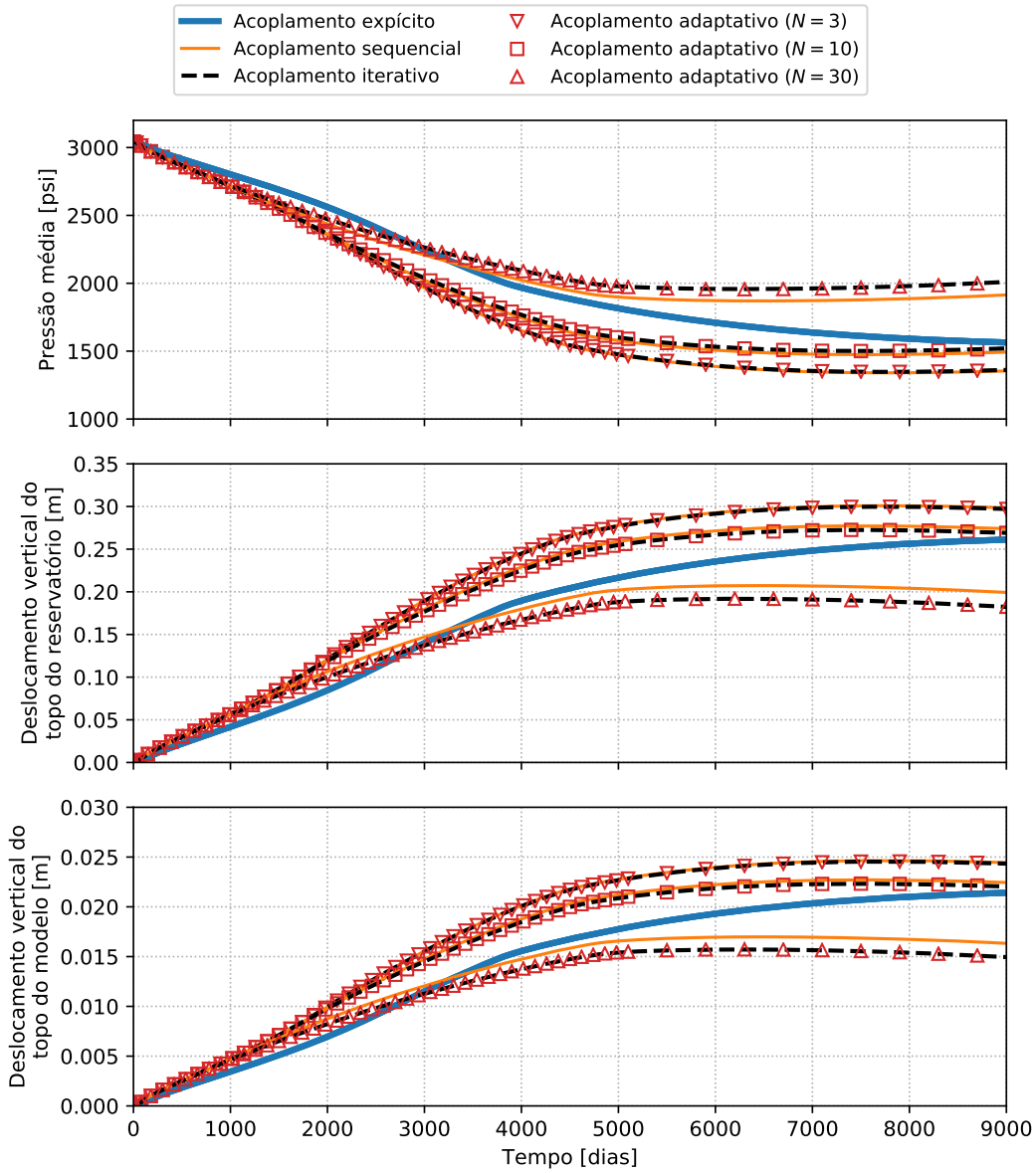


Figura 45 – Pressão média do reservatório e deslocamentos verticais utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo, sequencial com três valores para o expoente N (3, 10 e 30) e o explícito com $N = 0$

Com o aumento do expoente N, a diminuição do volume poroso tende a reduzir mais a permeabilidade no reservatório, diminuindo a queda de pressão no reservatório e, consequentemente, a subsidência. Essa redução da permeabilidade também ocorre ao redor do poço produtor devido à grande queda de pressão nessa região. Quanto menor for a permeabilidade ao redor do poço produtor, mais rápida deverá ser a queda de pressão de fundo para conseguir produzir à vazão especificada. Por isso, o aumento do valor de N antecipa a chegada da pressão de fundo ao valor mínimo estabelecido e, consequentemente, o início da queda de vazão no poço produtor devido à troca do esquema de produção. Isso pode ser confirmado pelas curvas de pressão de fundo de poço e vazão de óleo presentes na Figura 46.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

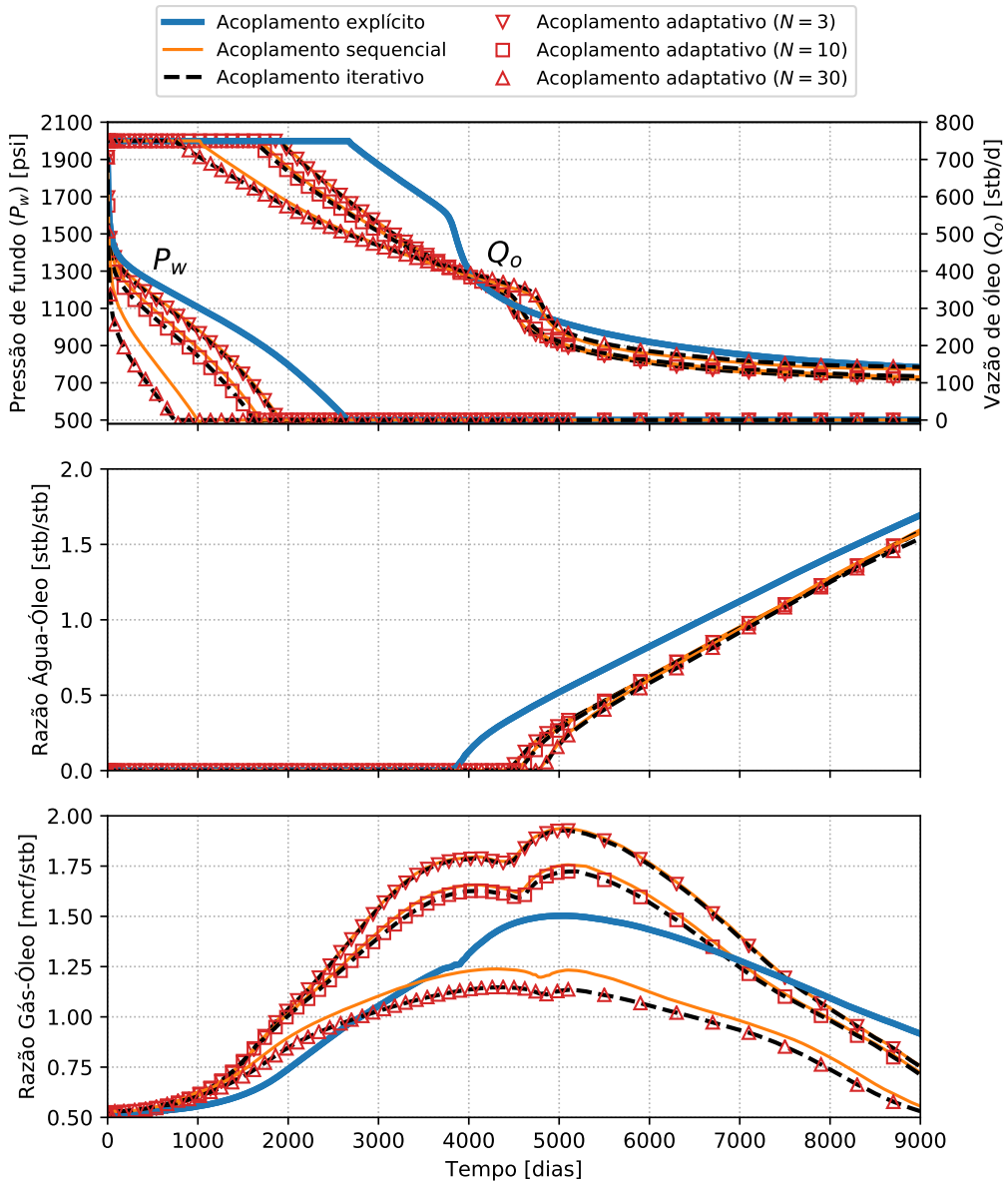


Figura 46 – Pressão de fundo de poço, vazão de óleo, razão água-óleo e razão gás-óleo para o poço produtor do caso E utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial com três valores para o expoente N (3, 10 e 30) e o explícito com $N = 0$

A chegada da água injetada no poço produtor pode ser observada no gráfico da razão água-óleo da Figura 46, ocorrendo em torno de 4.000 dias para o acoplamento explícito; e entre 4.500 e 5.000 dias, para os demais acoplamentos. Valores maiores para o expoente N diminuem a permeabilidade do reservatório e, consequentemente, atrasam o início da produção de água. Os resultados da razão água-óleo dos acoplamento utilizados foram muito próximos para um mesmo valor de N, porém é possível observar uma discrepância na curva de razão gás-óleo com o aumento do expoente N do acoplamento sequencial, conforme a Figura 46. O comportamento dessa curva está associada a queda de pressão no reservatório (quanto menor, menos gás é gerado) e da chegada da água no poço produtor (quanto mais água, menos óleo é produzido).

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

As diferenças relativas máximas entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos adaptativo, sequencial e explícito para a pressão no reservatório, pressão de fundo, vazão de óleo, tensão máxima e tensão mínima em função do expoente N estão apresentadas na Figura 47. O acoplamento explícito claramente é o mais discrepante dado a sua simplificação do problema, obtendo uma diferença superior a 137% para a pressão de fundo e 50% para a vazão de óleo, no caso $N = 30$. Dada a diferença expressiva entre os resultados, optou-se por utilizar uma escala logarítmica para o eixo vertical da Figura 47.

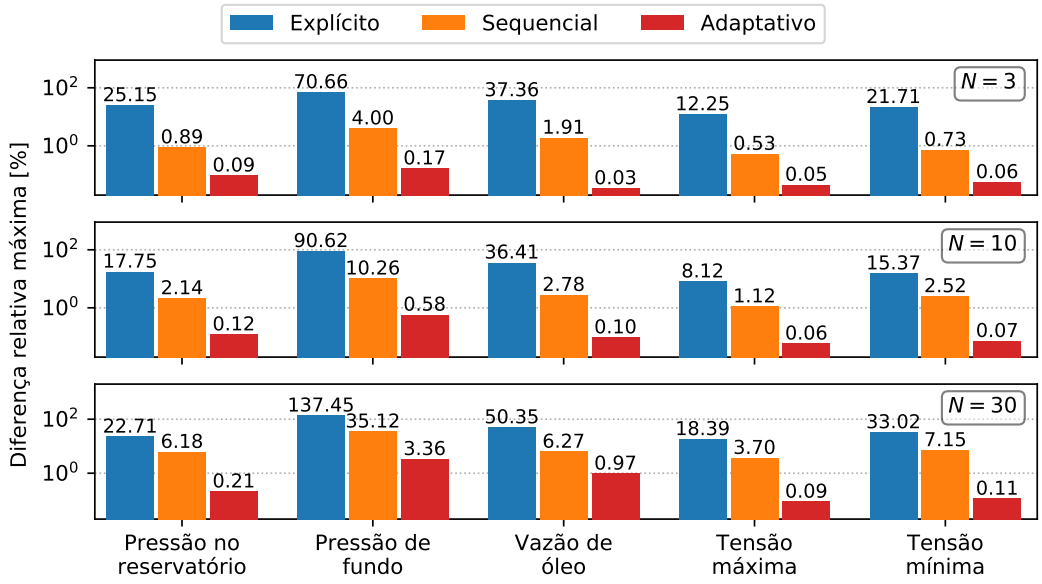


Figura 47 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos sequencial e adaptativo no caso E em função do expoente da permeabilidade

Para os acoplamentos adaptativo e sequencial, é possível observar um aumento das diferenças com o aumento do expoente N, atingindo a 35,11% e 3,36% para a pressão de fundo nos acoplamentos sequencial e adaptativo, respectivamente, utilizando-se o expoente $N = 30$. Por outro lado, as diferenças não são superiores a 5% quando $N = 3$. Para o deslocamento vertical, a diferença absoluta máxima ocorreu com $N = 30$ e foi de 7,84 cm para o explícito; 1,68 cm para o sequencial e 0,03 cm para o adaptativo. Em todos os casos, o acoplamento adaptativo obteve melhores resultados do que o sequencial.

A Figura 48 apresenta o total de iterações realizadas para os acoplamentos utilizados. Os acoplamentos iterativos realizaram 2 iterações por passo de tempo, totalizando 440 iterações, e os sequenciais realizaram 1 iteração por passo de tempo, totalizando 220 iterações. Já os acoplamentos adaptativos realizaram mais iterações com o aumento do expoente N: 278 para $N = 3$; 283 para $N = 10$; e 295 para $N = 30$. Ou seja, uma redução no número de iterações em 37%, 35% e 33%, respectivamente.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

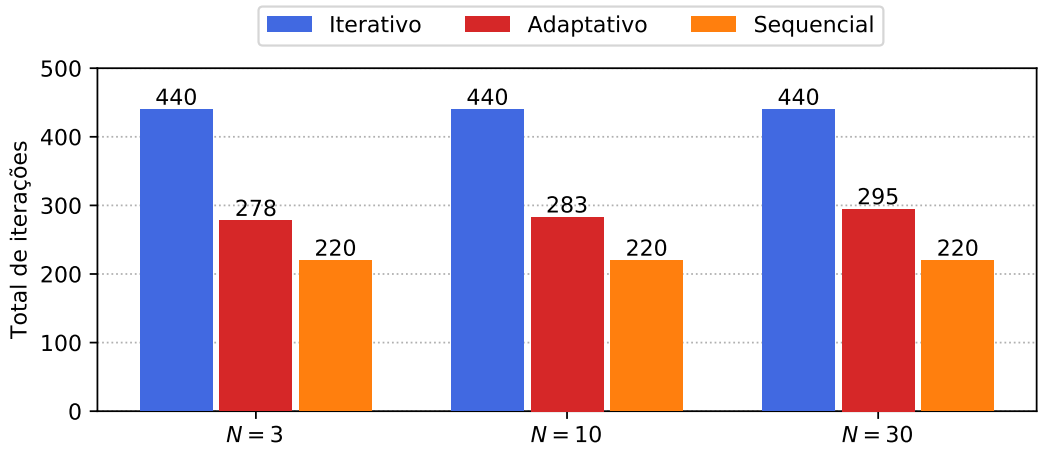


Figura 48 – Número de iterações fluxo-geomecânica para os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial em função do expoente de permeabilidade N

Portanto, podemos afirmar que, no caso E, a simplificação do problema pelo acoplamento explícito obtém resultados com até 137% de diferença relativa com relação ao caso iterativo. O acoplamento adaptativo obteve melhores resultados do que o sequencial comparado com o acoplamento iterativo, com diferenças relativas inferiores a 4% e obtendo uma redução superior a 30% no número de iterações, enquanto que o sequencial obteve diferenças inferiores a 35% com uma redução em 50% no número de iterações.

4.6
Caso F - Campo de Pituba

Para analisar a aplicabilidade dos acoplamentos em casos mais próximos da realidade, esses são utilizados para simular a produção de um campo de petróleo real: o campo de Pituba. Esse campo pertence à Bacia de Campos e situa-se a 80 km da costa do estado do Rio de Janeiro. Com os dados públicos desse campo é possível construir o modelo sintético denominado caso F, de forma análoga ao trabalho de Avansi & Schiozer (2015). Os dados utilizados para modelar esse reservatório são os mesmos apresentado por Bizzo (2017) e serão apresentados a seguir. Mais informações sobre a formação geológica, carta estratigráfica, definição de facies, perfilagem no reservatório, entre outros podem ser encontradas nos trabalhos de Guardado et al. (1990), Milani et al. (2000), Mendonça et al. (2004), Oliveira A. Augusto (2009), Silva Stevanato (2011) e Souza Garcia et al. (2014)

O reservatório tem comprimento e largura máxima próximo de 7,5 km e 4,2 km, respectivamente, possui profundidades que variam entre 2.850 m e 3.400 m e está ilustrado na Figura 49. O modelo possui 83 divisões no comprimento; 45, na largura; e 23, na altura, totalizando 85.905 células das quais aproximadamente 35.000 são inativas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Inicialmente, no reservatório, existe 17×10^7 m^3 de óleo e 9×10^7 m^3 de água com todo o gás dissolvido no óleo, visto que a pressão de bolha é 3.528 psi e a pressão média do reservatório está acima desse valor e é igual a 4.650 psi. O óleo possui uma massa específica de 866 kg/m^3, o que corresponde a 32 °API; a água, 1.010 kg/m^3; e o gás, 0,911 kg/m^3. A compressibilidade da água é de $3{,}4\times10^{-6}$ psi^{-1} e do óleo é obtido pela tabela PVT com um valor em torno de 1×10^{-5} psi^{-1}.

Esse modelo possui 6 poços injetores (destacado em azul na Figura 49), sendo 1 vertical e os demais horizontais, e 9 poços produtores (destacado em vermelho), sendo 1 vertical. Os poços injetores aplicam uma vazão máxima de 3.000 m^3/dia e uma pressão máxima de 350 kgf/cm^2 (4.978 psi). Já os poços produtores produzem a uma vazão de líquido máxima de 1.000 m^3/dia e uma pressão na cabeça de poço mínima de 15 kgf/cm^2 (213 psi). Os poços produtores são fechados quando 90% da produção de líquidos for água ou quando atingir uma razão gás-óleo de 1250.

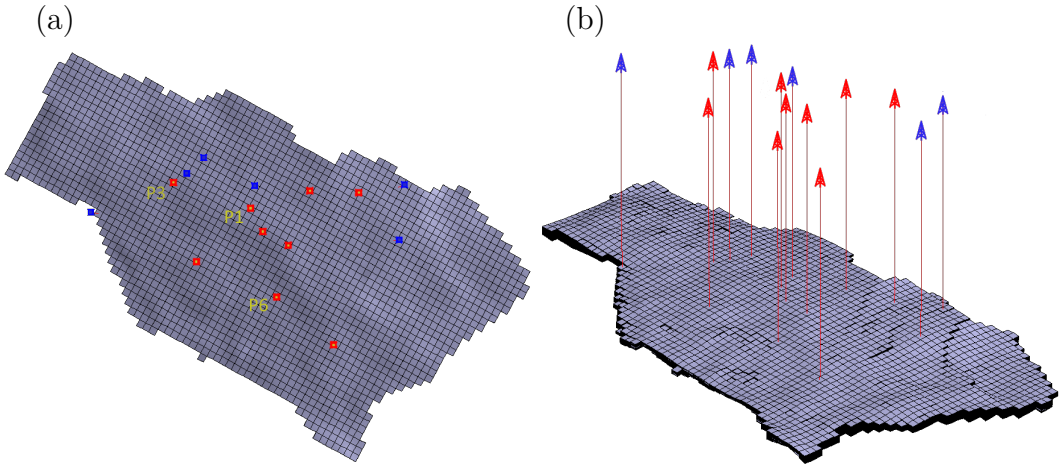


Figura 49 – Reservatório do caso F com poços injetores (azul) e produtores (vermelho): (a) vista superior e (b) vista tridimensional

A distribuição das propriedades elásticas no reservatório será idêntica ao trabalho de Bizzo (2017) que, a partir de diversos perfis de poços para o campo de Pituba, correlacionou o módulo de Young e o coeficiente de Poisson em função da porosidade. A Figura 50 ilustra quatro diferentes regiões do reservatório em função da porosidade (ϕ) e os respectivos valores do módulo de Young (E) e coeficiente de Poisson (ν) utilizados. Note que essa figura possui uma ampliação vertical tripla para facilitar a visualização tridimensional do reservatório e a distribuição das propriedades no seu interior. A porosidade do reservatório varia entre 0,10 e 0,30 o que acarreta em um módulo de Young variando entre 10,4 GPa e 16,6 GPa; e o coeficiente de Poisson, entre 0,27 e 0,28.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

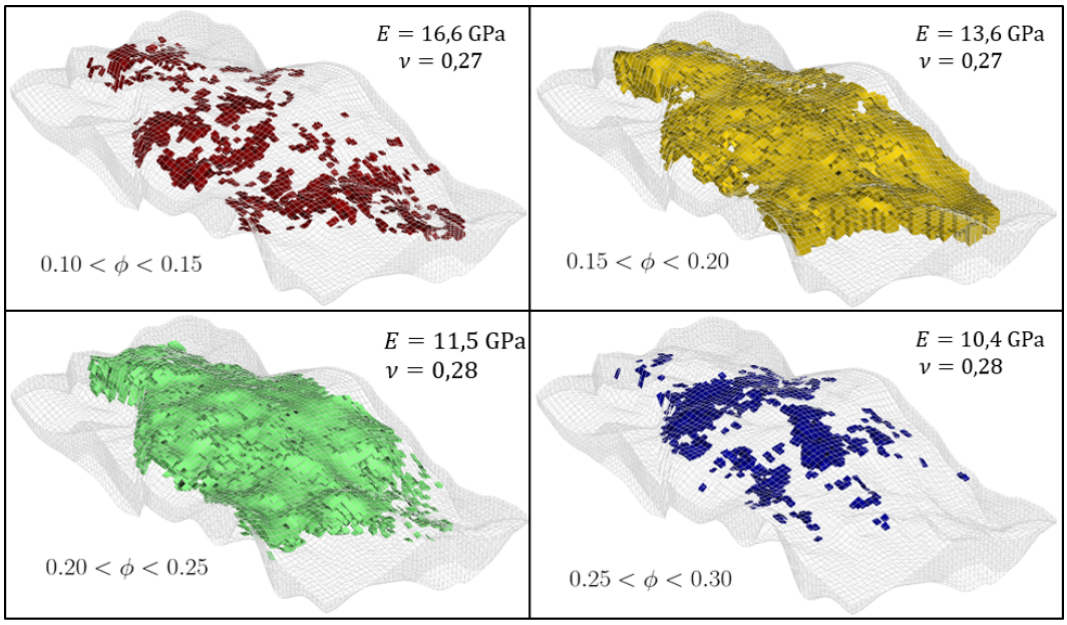


Figura 50 – Distribuição das propriedades elásticas no reservatório do caso F para quatro regiões criadas em função da distribuição de porosidade

Para as rochas adjacentes, utilizou-se a seguinte simplificação: 12 km de extensão na direção do comprimento do reservatório, para cada lado, com 20 divisões, um fator de crescimento de 1,15 e módulo de Young de $13,7$ GPa; 6 km de extensão na direção perpendicular, para cada lado, com 10 divisões, um fator de crescimento de 1,3 e também $E = 13,7$ GPa; 2,8 km de extensão para baixo com 15 divisões, fator de crescimento de 1,5 e $E = 15,1$ GPa; e uma extensão vertical até a profundidade 0 com 25 divisões, um fator de 1,2 e $E = 12$ GPa. Em todas as extensões utilizou-se um coeficiente de Poisson igual a 0,24. O modelo completo com 503.685 células está exposto na Figura 51. Foi admitido que o reservatório é selado nas fronteiras e um deslocamento normal nulo nas fronteiras laterais e inferior do modelo.

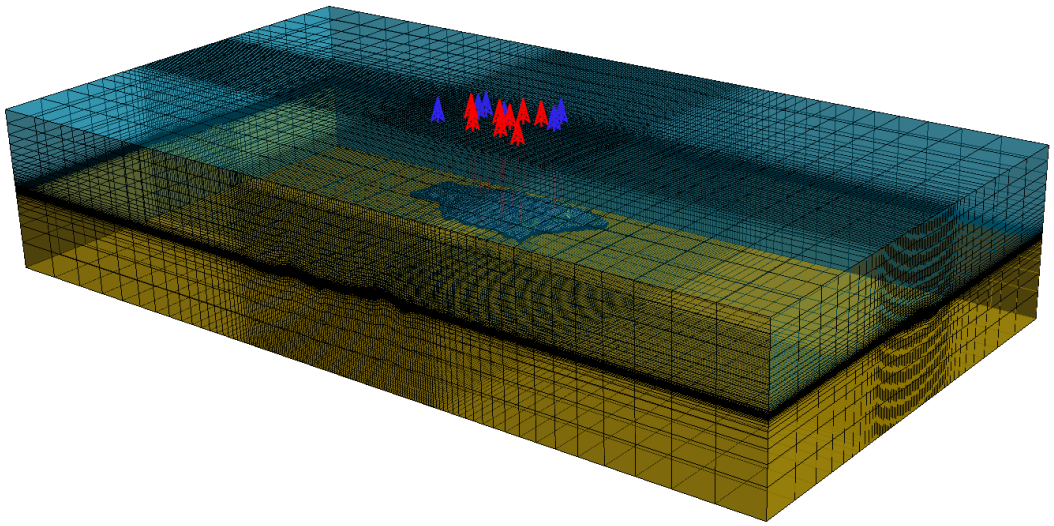


Figura 51 – Geometria do modelo de simulação utilizado para o caso F com 85.905 células para o reservatório e 503.685 células no total

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Para esse caso, simulou-se 10.950 dias (aproximadamente 30 anos) de produção com um total de 100 passos de tempo variando de 1 dia até 708 dias, no último dia analisado. Para o expoente da porosidade na equação da permeabilidade, eq. (2-89), foi utilizado o valor de $N = 3$. O acoplamento adaptativo, com tolerância de 5% para a compressibilidade volumétrica, não foi suficiente para causar qualquer redução no número de iterações. A fim de ganhar alguma vantagem com o acoplamento adaptativo, aumentou-se a tolerância para 30% da diferença relativa média para a compressibilidade volumétrica.

As curvas de pressão média e de subsidência do topo do reservatório para os acoplamentos iterativo, adaptativo, sequencial e explícito são praticamente iguais, conforme a Figura 52. A pressão do reservatório decresce rapidamente no início com a alta vazão de produção. Com o passar do tempo a água injetada atinge os poços produtores aumentando a produção de água. Ao atingir o valor estabelecido de 90% de água produzida, o poço é fechado. Com isso, existe uma constante injeção de água e uma redução na produção de óleo e, consequentemente, um aumento da pressão média do reservatório. O deslocamento vertical do reservatório está diretamente associado à pressão média no reservatório. Assim, quanto maior a queda de pressão, maior é a compactação do reservatório.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

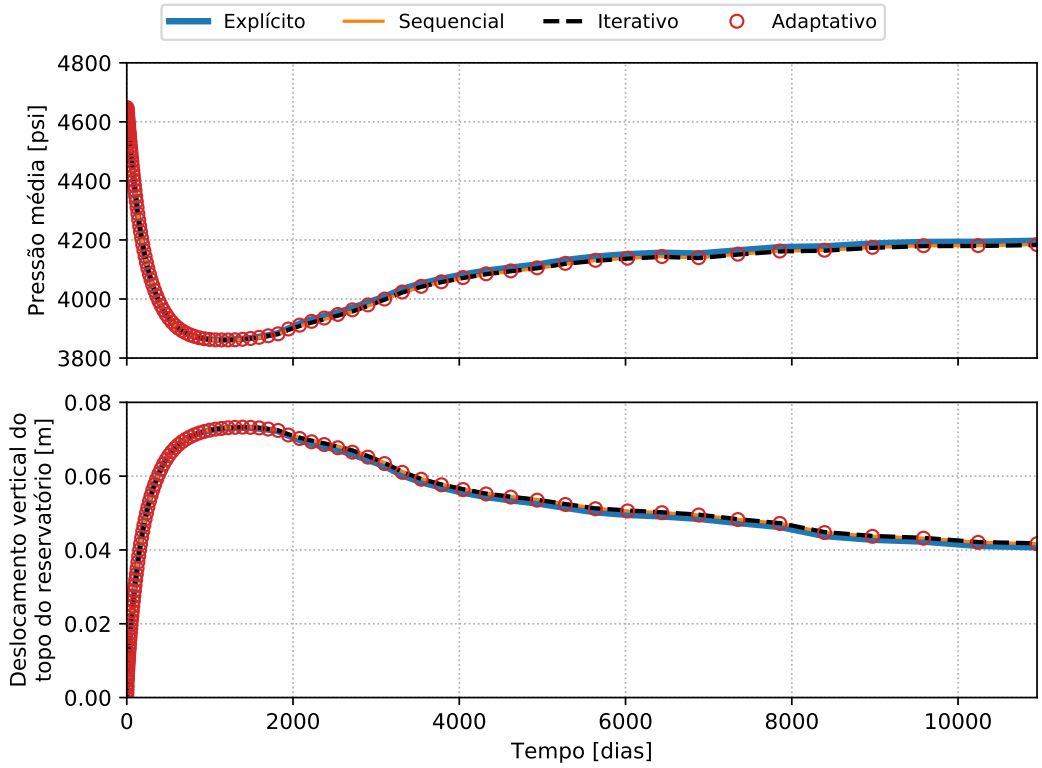


Figura 52 – Pressão média e subsidência do topo do reservatório utilizando os acoplamento iterativo, adaptativo, sequencial e explícito para o caso F

Nos poços produtores, a vazão de produção de óleo diminui com a chegada de água no poço, que pode ser observado na curva de corte de água (razão entre o volume de água produzida e o volume de líquido), conforme a Figura 53. Existem poços em que o início da produção de água ocorre depois de mais 10 anos de simulação, como é o caso do poço P6 que, conforme a Figura 49, está distante de qualquer poço injetor. Por outro lado, poços produtores localizados próximo a um injetor, como os poços P1 e P3, tem esse início mais precoce. A chegada de água no poço produtor também diminui a vazão de óleo, a fim de manter a vazão de produção de líquido constante. No momento em que o volume de água corresponde a 90% do líquido produzido o poço é fechado, conforme ocorre no poço P3 por volta de 15 anos de simulação, sendo o primeiro poço a fechar.

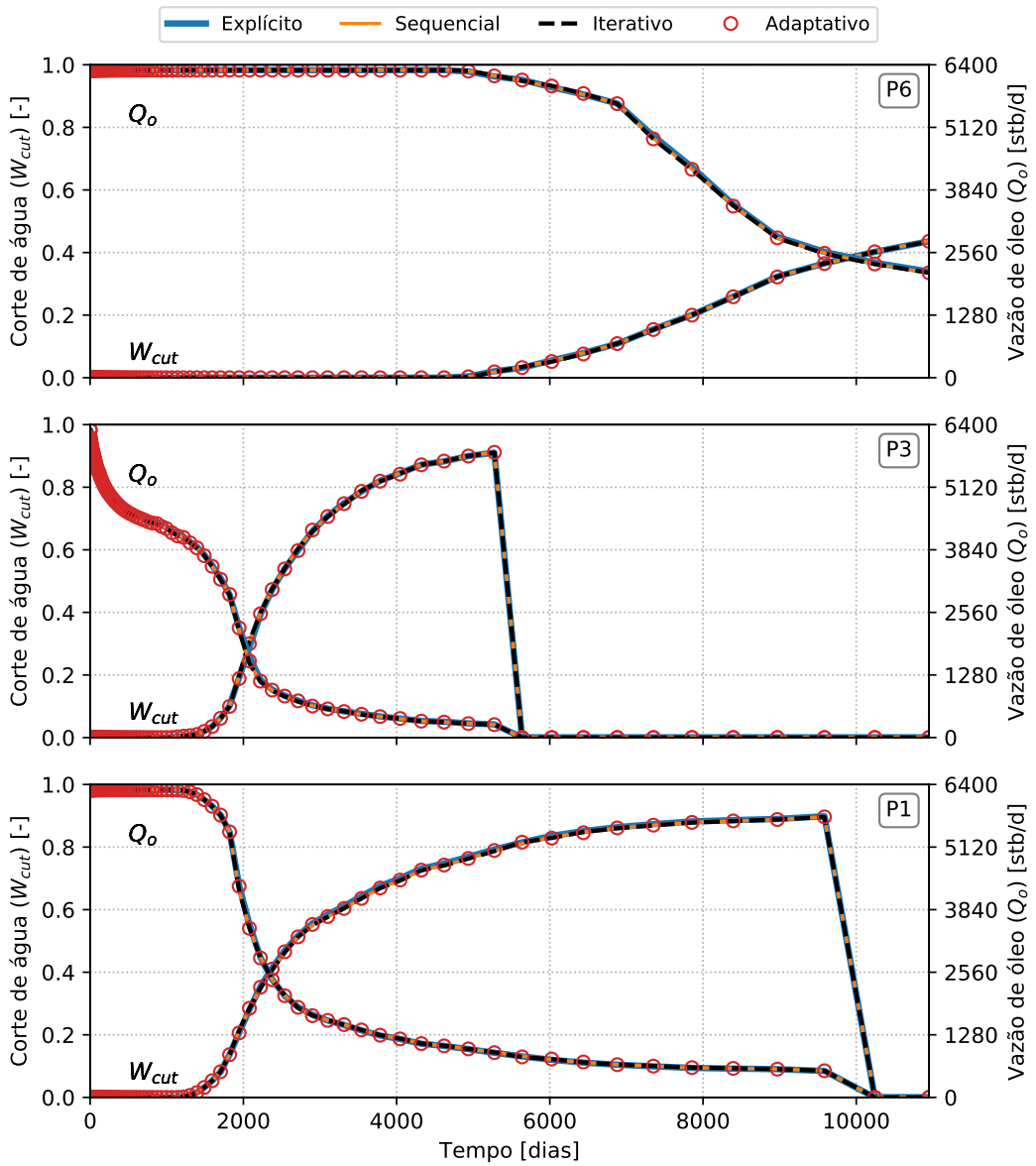


Figura 53 – Corte de água e vazão de produção de óleo para os poços P1, P3 e P6 utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo, sequencial e explícito no caso F

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

O número de iterações por passo de tempo para os acoplamentos utilizados está exposto na Figura 54. O acoplamento iterativo realizou 200 iterações, enquanto que o adaptativo e o sequencial realizaram, respectivamente, 118 e 100. Cabe ressaltar que a redução de 200 para 118 iterações no caso do adaptativo só foi possível com o aumento da tolerância da diferença relativa média da compressibilidade volumétrica de 5% para 30%.

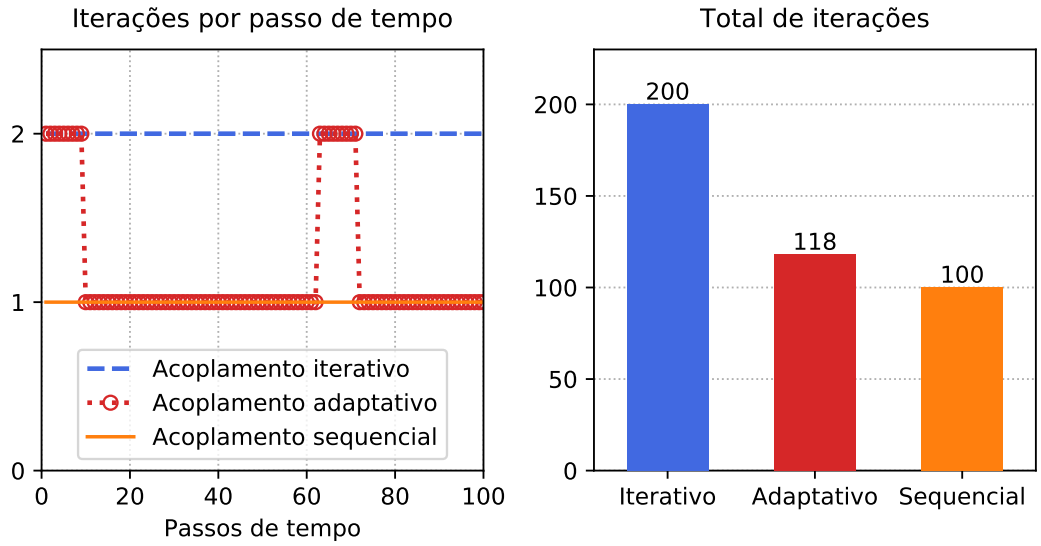


Figura 54 – Número de iterações fluxo-geomecânica para os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial no caso F

As diferenças relativas máxima para a pressão no reservatório, pressão e vazão do poço P6 e as tensões máximas e mínimas no modelo comparando o acoplamento iterativo com o adaptativo, sequencial e explícito estão ilustradas na Figura 55. Todos os resultados apresentam diferenças inferiores a 5%, com os resultados dos acoplamentos adaptativo e sequencial muito próximos e inferiores a 1%. O acoplamento adaptativo apresenta melhores resultados, embora todos os acoplamentos tenham resultados satisfatórios.

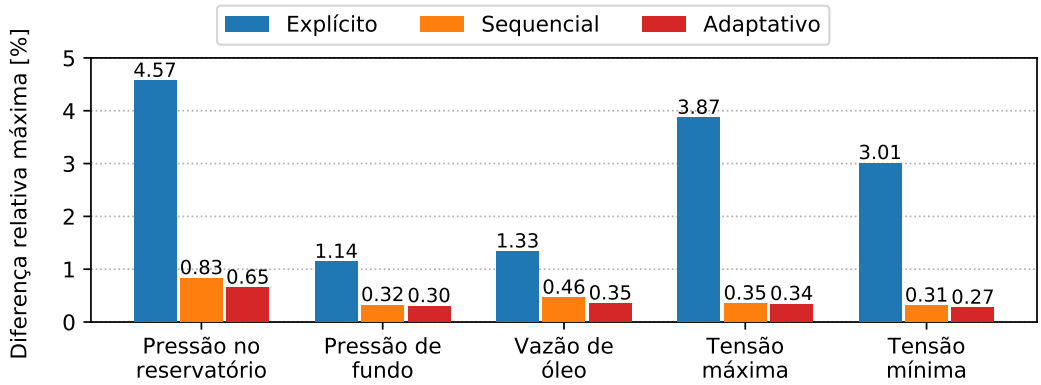


Figura 55 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para o caso F

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Dado os resultados apresentados, é possível concluir que as compressibilidades obtidas pelos acoplamentos iterativos são próximas ao do acoplamento explícito e, por isso, todos os acoplamentos apresentam resultados muito próximos. As condições de contorno impostas ao reservatório no acoplamento explícito assemelham-se ao ensaio de adensamento lateralmente confinado e, portanto, utiliza-se a eq. (2-35) para especificar a compressibilidade de poros. Acredita-se que a distribuição praticamente homogênea das propriedades elásticas no modelo com rochas adjacentes cria um modelo único lateralmente confinado de forma análoga também ao ensaio edométrico.

O efeito da geomecânica também pode estar sendo ocultado devido a baixa compressibilidade do reservatório comparado com o fluido no seu interior. O efeito geomecânico na simulação de fluxo é representado pela compressibilidade de poros, conforme discutido na seção 3.1. Assim, a simulação de fluxo tende a ser menos sensível a baixos valores de compressibilidade de poros, principalmente quando a compressibilidade do fluido é mais expressiva. Neste sentido, a compressibilidade do reservatório como um todo é fortemente influenciada pelo fluido e não pela rocha. Por outro lado, reservatórios mais friáveis, com valores de compressibilidade da rocha mais expressivos, tendem a ter um impacto maior na simulação de fluxo, principalmente quando o fluido no meio poroso for pouco compressível.

Embora os resultados obtidos para o acoplamento explícito no campo de Pituba sejam próximos aos demais acoplamentos, não é possível fazer uma generalização desta coincidência. Para ilustrar que, assim como os outros casos apresentados com presença de rochas adjacentes, os resultados utilizando-se o acoplamento explícito podem apresentar uma discrepância com o acoplamento iterativo implícito, é proposto uma modificação do caso F.

Assim, o caso F modificado assume a presença de uma rocha mais compressível para o reservatório, com módulo de elasticidade igual a 1 GPa e um coeficiente de Poisson igual a 0,25. Dessa forma, a compressibilidade de poros utilizada no acoplamento explícito, segundo a eq. (2-35), aumenta de 2×10^{-6} psi^{-1} para 3×10^{-5} psi^{-1}. Porém, para o acoplamento iterativo, a compressibilidade atingirá um valor menor, visto que as rochas adjacentes contribuem com um módulo de elasticidade bem maior do que o reservatório.

Dada esta modificação, a queda de pressão para o caso F modificado é menor no acoplamento explícito devido ao aumento da compressibilidade da rocha. Por outro lado, a compressibilidade determinada pelo acoplamento iterativo é significativamente influenciada pelas rochas adjacentes, obtendo um valor inferior e, por isso, apresentando uma queda de pressão superior. O gráfico de pressão média do reservatório está ilustrado na Figura 56.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

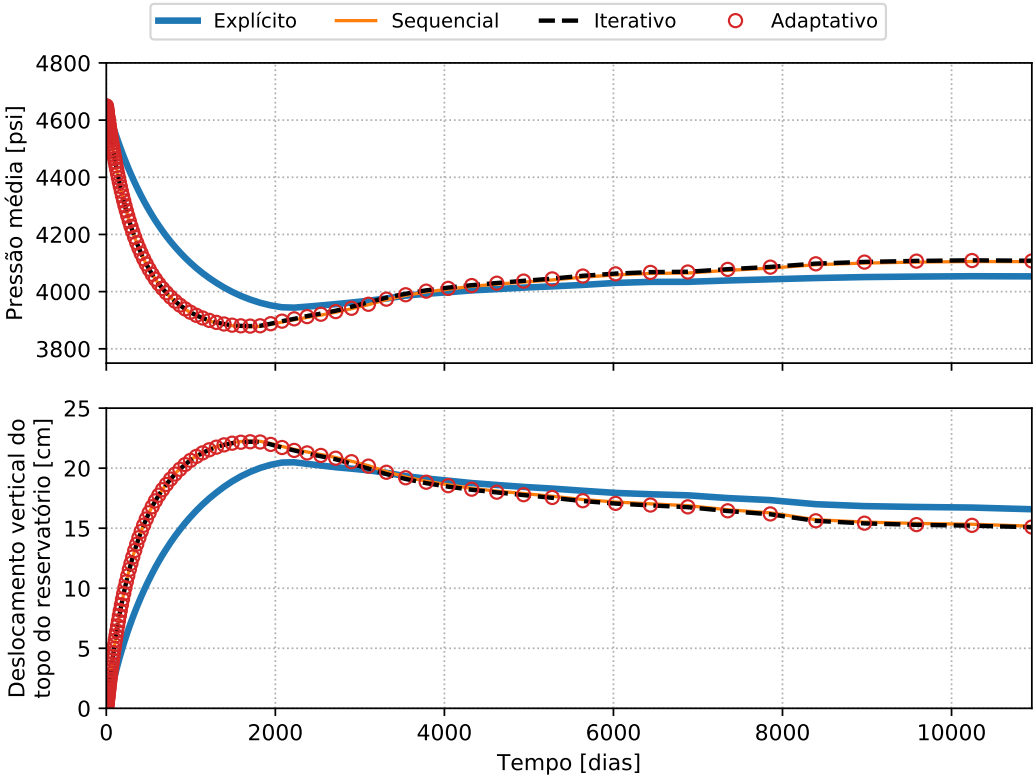


Figura 56 – Pressão média e subsidência do topo do reservatório utilizando os acoplamento iterativo, adaptativo, sequencial e explícito para o caso F modificado

A Figura 56 também apresenta as curvas de deslocamento vertical do topo do reservatório, com um aumento no deslocamento próximo de 200% comparado com os resultados da Figura 52. Esse aumento pode estar atrelado ao aumento da compressibilidade do reservatório, visto que ocorre para todos os acoplamentos apresentados.

Os poços produtores analisados se comportam de forma similar à Figura 53, com a diminuição da vazão de óleo devido a chegada de água nos poços produtores. No acoplamento explícito, o início da produção de água no poço P1 demora mais de 150 dias para ocorrer do que nos demais acoplamentos. Porém, o crescimento da produção de água é mais acentuado e após 4.000 dias de simulação já apresenta o mesmo comportamento tanto para o corte de água quanto para a vazão de óleo. Essa diferença nas curvas de corte de água e vazão de óleo são semelhantes nos outro poços analisados utilizando este acoplamento.

Com relação ao número de iterações fluxo-geomecânica, o acoplamento adaptativo não conseguiu nenhum ganho com relação ao iterativo utilizando a tolerância de 5% para a variação da compressibilidade, obtendo 200 iterações. Porém, é possível reduzir o número de iterações para 162 e 118 utilizando-se uma tolerância de 30% e 40%, respectivamente. Já o acoplamento sequencial realizou apenas 100 iterações.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

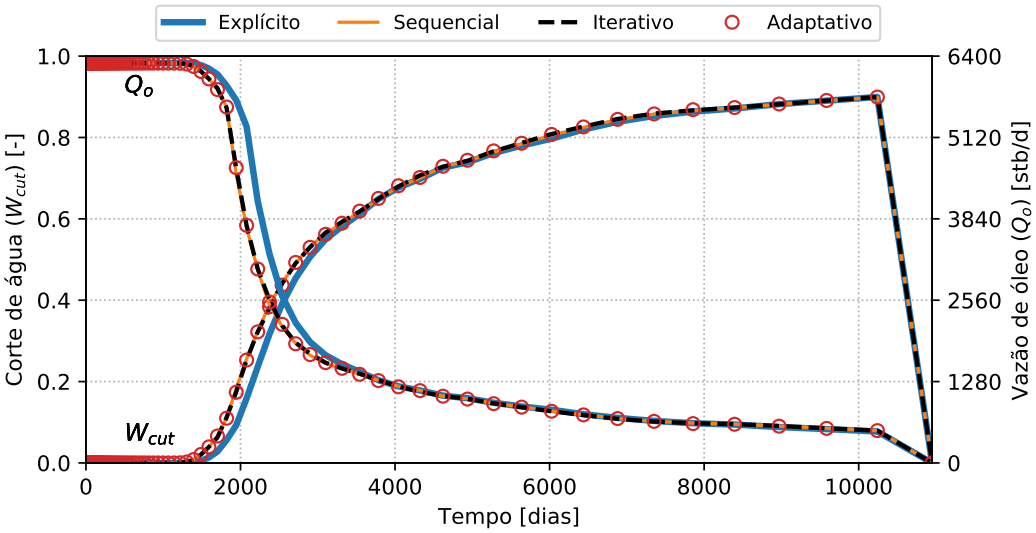


Figura 57 – Corte de água e vazão de produção de óleo para o poços P1 utilizando os acoplamentos iterativo, adaptativo, sequencial e explícito no caso F modificado

Com a modificação das propriedades elásticas da rocha é possível construir um novo gráfico das diferenças relativas para a pressão no reservatório, vazão de óleo e pressão de fundo para o poço P1 e tensão máxima e miníma em todo o domínio. Dentre os acoplamentos utilizados, o explícito é o que mais se diferencia do acoplamento iterativo, obtendo uma diferença relativa máxima de mais de 40% para a vazão de óleo, conforme a Figura 58. O acoplamento sequencial e adaptativo, com uma tolerância de 30% para a compressibilidade, apresentam diferenças relativas inferiores à 3% e 2%, respectivamente.

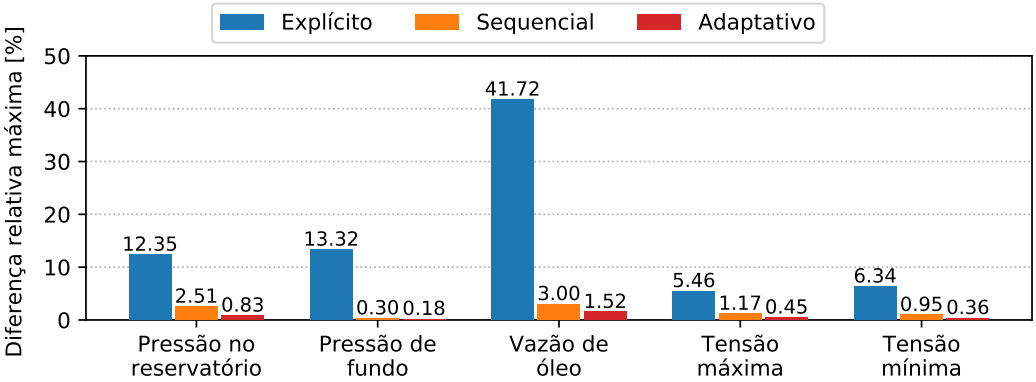


Figura 58 – Diferenças relativas máxima entre o acoplamento iterativo e os acoplamentos explícito, sequencial e adaptativo para o caso F modificado

Assim, a modificação das propriedades elásticas da rocha mostrou que os resultados obtidos são realmente influenciados por elas. Isto mostra a importância de uma boa caracterização geológica não só do reservatório como as rochas adjacentes ao mesmo. Com relação ao acoplamento adaptativo foi observado que o aumento da tolerância para o parâmetro de acoplamento reduz o número de iterações fluxo-geomecânica e, consequentemente, o tempo de simulação, porém aumenta a diferença relativa com relação aos resultados do acoplamento iterativo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

4.7
Consideração da Compressibilidade dos Grãos

Embora tanto a variação do volume poroso, apresentada na eq. (2-86), quanto os parâmetros de acoplamento da eq. (3-11) considerem a compressibilidade dos grãos, essa foi desprezada nos resultados dos seis casos discutidos anteriormente. Nesta seção, é apresentado o impacto dessa propriedade em outras variáveis da simulação caso a compressibilidade dos grãos não fosse desprezada.

No trabalho de Zhou et al. (2015), a compressibilidade dos grãos medida em laboratório para diferentes tipos de rocha variou entre $0{,}9\times10^{-7}\text{psi}^{-1}$ e $2{,}5\times10^{-7}\text{psi}^{-1}$. Já o trabalho de Zimmerman (1990) apresenta uma compressibilidade de grãos para o arenito Boise e Berea igual a $1{,}5\times10^{-7}\text{psi}^{-1}$ e $1{,}7\times10^{-7}\text{psi}^{-1}$, respectivamente. Em conformidade com ambos os trabalhos, optou-se por utilizar uma compressibilidade para os grãos de $1{,}66\times10^{-7}\text{psi}^{-1}$ para todas os reservatórios, ou seja, um módulo volumétrico para os grãos igual a 6×10^{6} psi.

Assim, para avaliar o efeito da compressibilidade dos grãos nas simulações apresentadas, elas foram executadas novamente sem alterar as propriedades elásticas da rocha, porém assumindo uma compressibilidade para os grãos de $1{,}66\times10^{-7}\text{psi}^{-1}$. Para cada caso, é calculada as diferenças relativas máxima para a pressão do reservatório, pressão de fundo de poço, vazão de produção, tensão máxima e tensão mínima, conforme a Figura 59. Essas comparações são realizadas utilizando o acoplamento iterativo implícito. Para cada caso, distribuído verticalmente, há cinco propriedades avaliadas horizontalmente.

No caso A, todas as diferenças relativas foram abaixo de 1,2% e optou-se por apresentar a comparação para a discretização $3\times3\times3$, com valores ligeiramente maiores, porém não ultrapassando 0,3% para a pressão no reservatório. O mesmo ocorreu no caso B, escolhendo-se o caso B-1 com máxima diferença para a pressão de fundo de 0,23%. Para o caso C, as diferenças relativas não ultrapassam 0,5%. A diferença relativa para a vazão de produção tanto no caso B quanto no C são nulas, pois a mesma não se alterou durante todo o período de produção.

Para o caso multifásico D, a consideração da compressibilidade dos grãos não tem um impacto significativo, obtendo diferenças relativas inferiores a 2%. No caso E, que assume diferentes valores para o expoente da porosidade no cálculo da permeabilidade, a simulação com $N = 30$ foi a mais sensível à introdução da compressibilidade dos grãos, obtendo uma diferença relativa máxima de 3,01% para a pressão de fundo de poço e de 0,82% para a pressão no reservatório.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

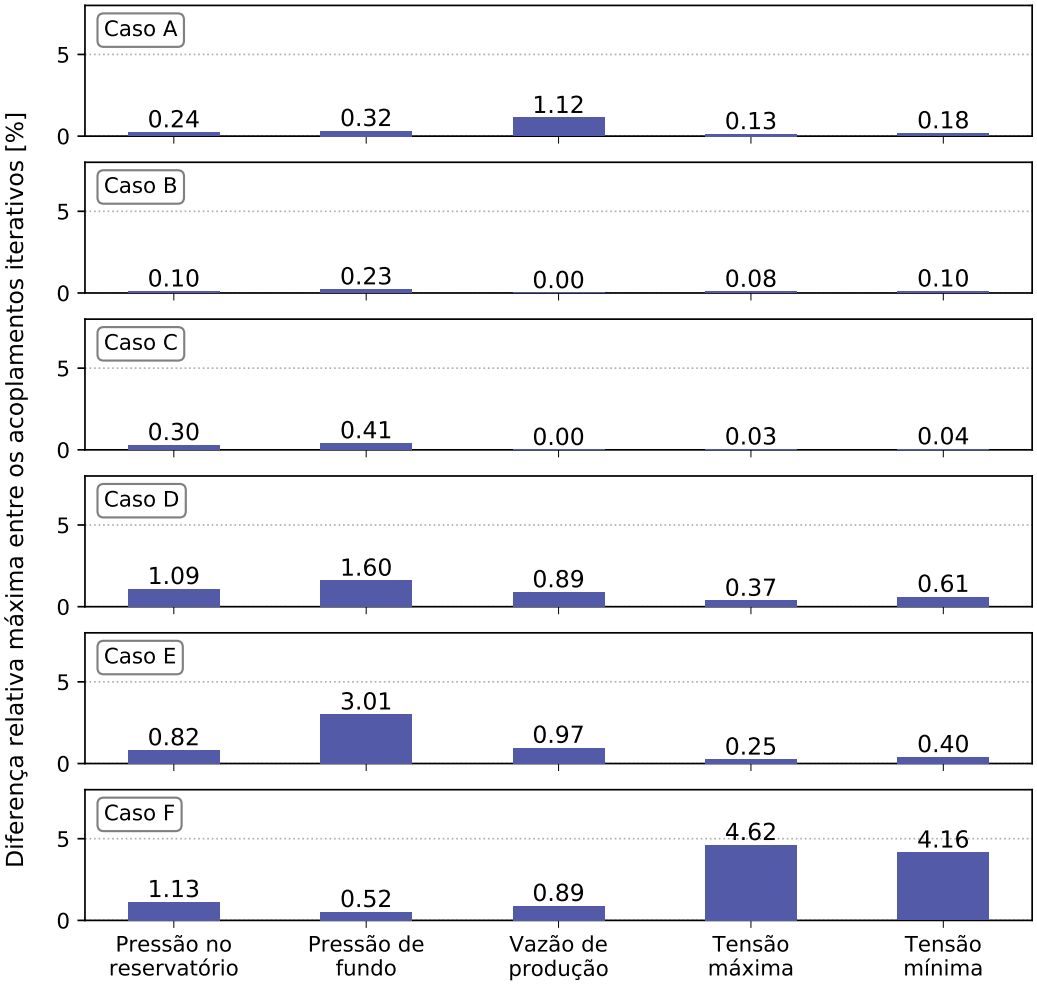


Figura 59 – Diferenças relativas máxima comparando-se os acoplamentos iterativos devido a consideração da compressibilidade dos grãos

O caso F foi o que obteve a maior diferença para a pressão no reservatório (1,13%) e para as tensões máximas (4,62%) e mínimas (4,16%). Os dados de pressão de fundo e vazão de produção apresentado correspondem ao poço produtor P6. O impacto da consideração da compressibilidade dos grãos na curva de pressão média para o caso F está ilustrado na Figura 60, apresentando uma diferença relativa máxima de aproximadamente 0,8%.

A diferença absoluta máxima para os deslocamentos avaliada para todos os casos é inferior a 1,0 cm. O coeficiente de Biot pode ser calculado conforme a eq. (2-47), obtendo-se um valor próximo a unidade para os três primeiros casos; 0,99 para o caso D e E; e 0,77 para o caso F. A variação do coeficiente de Biot em mais de 20% para o caso F não causa um impacto significativo nos resultados, inclusive na curva de pressão média do reservatório, conforme a Figura 60. O contraste entre os valores de compressibilidade para as rochas e o fluido pode ser o principal fator que contribui para esse efeito. Ou seja, com a contribuição maior da compressibilidade do fluido do que da rocha, a modificação do coeficiente de Biot não produz um impacto expressivo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

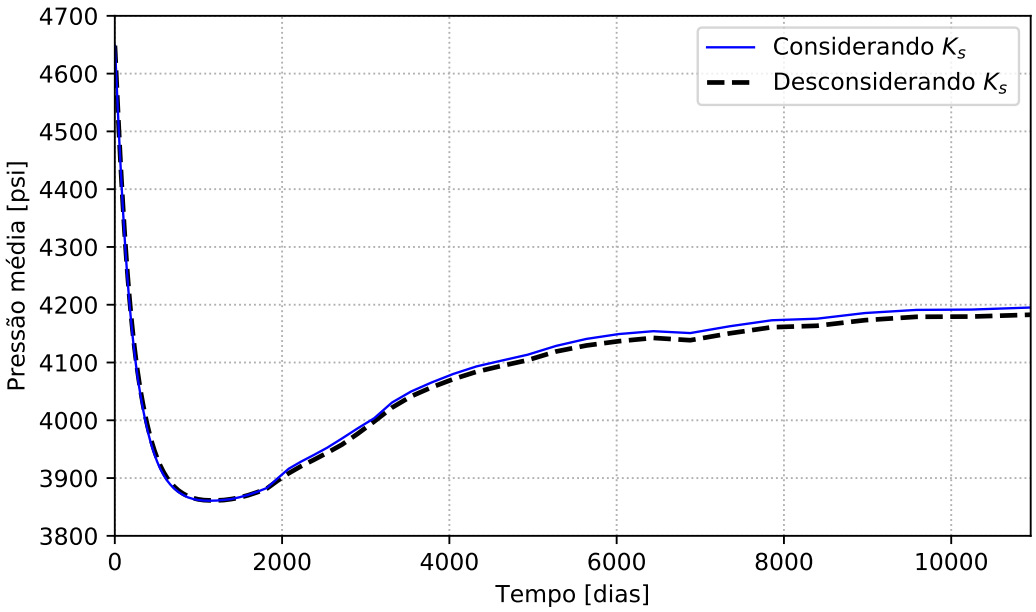


Figura 60 – Impacto da consideração da compressibilidade dos grãos na curva de pressão média do reservatório para o caso F

Portanto, para os casos analisados, podemos concluir que a consideração da incompressibilidade dos grãos que constituem a rocha é aceitável a depender da precisão exigida pelo usuário. Porém, os casos apresentados abrangem uma pequena amostra das diferentes variações que podem ocorrer e, por isso, uma diferença relativa superior a 2% para a pressão no reservatório, ou a 5% nas tensões, pode acontecer. Dado que não há nenhum custo computacional significativo associado a consideração da compressibilidade dos grãos e que a variação do seu valor conhecendo-se o tipo de rocha não é tão elevado, é válida a introdução dessa propriedade no acoplamento hidromecânico.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

4.8 Análise do Tempo de Simulação

O uso do simulador hidromecânico HERMES permitiu realizar as 67 simulações numéricas discutidas no presente trabalho em menos de 9 horas, se executadas sequencialmente. Essa eficiência pode ser explicada não só pela alta velocidade do simulador de elementos finitos utilizado, devido a sua implementação utilizando placas de vídeo, como também as configurações do computador portátil utilizado, conforme descrito na Tabela 17.

A comparação dos tempos de simulação foi realizada para cada um dos 6 casos apresentados cujo número de passos de tempo, de células, de rodadas e de tempo de execução estão resumidas na Tabela 18. Cada análise executa 5 acoplamentos: 1 iterativo, 1 adaptativo, 1 sequencial, 1 explícito e 1 iterativo considerando a compressibilidade dos grãos. Os casos A, B e E possuem 4, 2 e 3 subcasos, respectivamente, e, por isso, são proporcionalmente maiores.

Tabela 17 – Especificações técnicas da máquina utilizada

Processador	Intel i9-9980HK Coffee Lake
	16 MB cache
	2,4 GHz - 5,0 GHz
GPU	NVIDIA GeForce RTX 2070
	8 GB GDDR6
Memória RAM	32 GB DDR4
Armazenamento	SSD M.2 NVME Samsung 970 EVO
	1 TB
	3.400 MB/s

O caso F, além dos 5 mencionados, possui adicionalmente um acoplamento adaptativo devido a mudança da tolerância utilizada e outras 6 simulações devido a modificação das propriedades elásticas do problema com: 1 iterativo, 3 adaptativos (tolerâncias de 5%, 30% e 40%), 1 sequencial e 1 explícito.

Tabela 18 – Resumo dos casos simulados

	Total de células	Células de reservatório	Passos de tempo	Simulações executadas	Tempo total [min]
Caso A	729*	729*	70	20	11.1
Caso B	1.210	1.210	32	10	3.6
Caso C	5.292	605	45	5	2.3
Caso D	4.851	4.851	220	5	23.2
Caso E	68.921	4.851	220	15	82.5
Caso F	503.695	85.905	100	12	383.6

*Subcasos com 9, 125, 343 e 729 células

A Figura 61 ilustra o tempo de simulação para os casos simulados comparando-se os três acoplamentos iterativos utilizados: iterativo implícito, adaptativo e sequencial. Além disso, é possível dividir o tempo de execução em três partes: simulação de fluxo, simulação geomecânica e a comunicação entre eles. Na figura essas divisões foram nomeadas de fluxo, geomecânica e acoplamento, respectivamente. Para o caso A, optou-se por apresentar os resultados da discretização $9 \times 9 \times 9$ com 729 células; para o caso B, escolheu-se o caso B-1; para o caso E, a simulação com $N = 30$; e para o caso F, utilizou-se o caso com tolerância de 30% para o acoplamento adaptativo.

O acoplamento sequencial é o acoplamento iterativo menos rigoroso realizando apenas uma iteração fluxo-geomecânica por passo de tempo, não garantindo que as variáveis obtidas satisfazem simultaneamente as equações de fluxo e de equilíbrio. Por isso, os resultados desta metodologia obtiveram valores maiores para as diferenças relativas com relação ao acoplamento iterativo implícito, conforme discutido nas seções anteriores. Para o caso E, por exemplo, obteve-se uma diferença relativa de 35,12% para a pressão de fundo do poço produtor.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

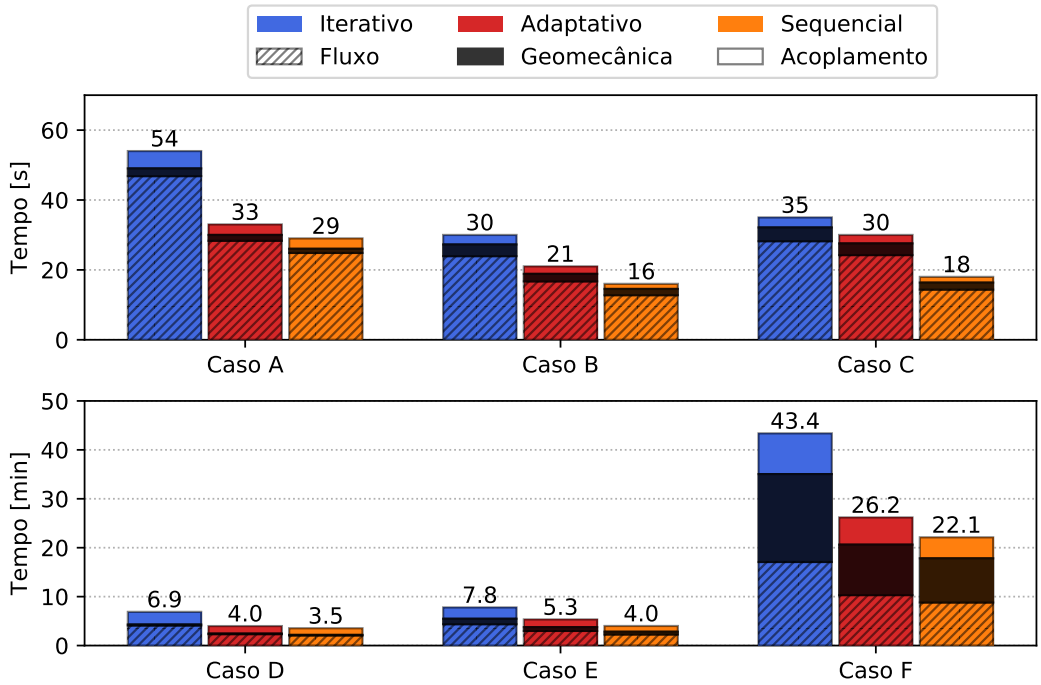


Figura 61 – Tempo de simulação para os casos A, B, C, D, E e F para os acoplamentos iterativo, adaptativo e sequencial

Por outro lado, o acoplamento iterativo implícito, denominado simplesmente de iterativo na Figura 61, é a metodologia iterativa mais rigorosa que garante que as variáveis obtidas satisfazem simultaneamente as equações de fluxo e de equilíbrio segundo uma tolerância estabelecida. Dessa forma, as iterações fluxo-geomecânica são realizadas até que ocorra uma convergência nos resultados. Em média, o acoplamento iterativo implícito realizou 2 iterações por passo de tempo, e, por isso, seu tempo de simulação é aproximadamente o dobro do sequencial.

O acoplamento adaptativo, por sua vez, possui tempo de simulação intermediário entre o iterativo e o sequencial. A confiança nos resultados está associada à tolerância utilizada para os parâmetros de acoplamento. Utilizando-se uma tolerância de 5% para a diferença relativa média, obteve-se uma diferença relativa máxima inferior a 4% em todas os casos e variáveis analisadas. Cabe ressaltar que esta tolerância de 5% não foi capaz de reduzir o número de iterações fluxo-geomecânica no caso F e o acoplamento adaptativo se comportou da mesma forma que o iterativo implícito. Porém o aumento da tolerância para 30% reduziu o tempo em 40%, com diferenças relativas máximas inferiores a 1% para as variáveis analisadas. Em média, a redução no tempo de simulação foi de 30% utilizando-se o acoplamento adaptativo quando comparado com o iterativo implícito. A maior redução no tempo de simulação que o acoplamento adaptativo pode alcançar é o mesmo que o sequencial que pode ser obtido utilizando-se uma tolerância muito menos rigorosa.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Os três primeiros casos (A, B e C) apresentados na Figura 61 são menores na discretização temporal e espacial do reservatório, obtendo tempos inferiores à 1 minuto. Já os três últimos casos (D, E e F) são maiores e, por isso, os tempos de execução estão expressos em minutos, porém não ultrapassam 50 minutos de simulação. O caso D possui a mesma discretização temporal do que o E, porém com o número de células 15 vezes maior. Essa grande diferença no número de células não é significante no tempo de simulação que aumenta em torno de 1,5 segundos. Para o caso F, com mais de meio milhão de elementos, é possível obter todos os resultados de fluxo, tensão e deformação para 100 instantes diferentes em menos de 30 minutos, utilizando o acoplamento adaptativo. O principal responsável por essa performance alcançada é o simulador de elementos finitos utilizado: CHRONOS.

Para os casos A, B, C, D e E, o seu tempo do simulador geomecânico corresponde a menos de 15% do total, conforme a Figura 61. Já o caso F a simulação de fluxo e a geomecânica contribuem aproximadamente em 40% cada para o tempo total de execução. A elevada parcela para a simulação de fluxo nos casos menores (A, B e C) é atribuída a chamada externa do simulador de fluxo e ao carregamento das informações necessárias para executar a simulação de fluxo. Em contrapartida, o CHRONOS possui uma chamada interna no qual as informações necessárias já estão carregadas na memória do sistema. Conforme o número de células aumenta, o tempo para a solução do sistema de equações se torna mais relevante. No caso F, o aumento da contribuição do simulador de elementos finitos no tempo total é dado pelo expressivo número de elementos.

Todo o tempo de execução que não está associado ao simulador de fluxo ou geomecânico é atribuído ao acoplamento entre eles e está denominado por acoplamento na Figura 61. Ou seja, o tempo de leitura dos dados iniciais, da comunicação entre os simuladores e da escrita dos resultados de tensão e deslocamento. Os tempos de escrita dos resultados de fluxo estão contabilizados na parcela referente ao simulador de fluxo. O tempo referente ao acoplamento seria maior se a escrita dos resultados não fosse implementada utilizando técnicas de paralelização de processos. Isso porque parte do tempo necessário para escrita de resultados ocorre concomitantemente com a execução dos simuladores de fluxo e geomecânico.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

5
Considerações Finais

Baseado nos resultados obtidos, bem como nas discussões realizadas ao longo desta tese, foi possível obter algumas conclusões sobre o uso das metodologias do acoplamento adaptativo e sequencial como forma alternativa ao acoplamento iterativo. Neste capítulo, são apresentadas as principais conclusões obtidas, seguida das sugestões para a continuidade desta pesquisa.

5.1
Conclusões

A primeira contribuição deste trabalho é a dedução matemática dos parâmetros de acoplamento para a simulação hidromecânica, considerando os efeitos térmicos, a anisotropia das propriedades elásticas e a compressibilidade dos grãos como hipóteses agregadoras ao trabalho de Inoue & Fontoura (2009). O acoplamento iterativo seguindo essa metodologia foi descrito detalhadamente, incluindo o fluxograma do processo iterativo.

Na literatura, existem diversos trabalhos que estudam o acoplamento hidromecânico tanto de forma totalmente acoplada como iterativamente através de dois simuladores independentes. Porém, não foi encontrado um acoplamento preditivo que possibilitasse alternar entre um acoplamento iterativo tradicional e o acoplamento sequencial com base em uma tolerância especificada pelo usuário. Assim, foi proposta uma nova forma de acoplamento iterativo: o acoplamento adaptativo.

Através da análise dos parâmetros de acoplamento, é possível determinar quando o simulador de fluxo precisa ser executado mais de uma vez, para um mesmo passo de tempo. Uma baixa tolerância para a variação desses parâmetros aumentou o número de iterações entre o simulador de fluxo e o simulador geomecânico, tornando o acoplamento adaptativo mais próximo do acoplamento iterativo implícito. Por outro lado, uma alta tolerância tende a torná-lo um acoplamento sequencial.

Conforme discutido por outros autores, o acoplamento iterativo implícito é o que mais se aproxima do acoplamento total. Embora aquele já tenha uma performance superior a esse, é possível reduzir ainda mais o tempo de execução se pudermos tirar proveito do acoplamento sequencial.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

De acordo com os resultados apresentados no presente trabalho, o acoplamento sequencial obtém resultados satisfatórios quando comparado com o acoplamento iterativo implícito. Ou seja, obtendo resultados próximos com a metade do tempo de execução. Porém, quando se utiliza a lei da potência para a variação da permeabilidade com a porosidade, as discrepâncias entre as metodologias são amplificadas com o aumento do expoente utilizado e, para o caso apresentado, obteve uma diferença relativa máxima de 35% para os resultados de pressão de fundo de poço.

O acoplamento adaptativo, por outro lado, obtém resultados intermediários entre o acoplamento iterativo e o sequencial. A depender do usuário é possível priorizar melhores resultados (baixa tolerância) ou menor tempo de execução (alta tolerância). O uso de 5% de tolerância para a diferença relativa média para a variação dos parâmetros de acoplamento foi suficiente para obter um redução entre 15% e 45% no tempo de execução, quando comparado com o acoplamento iterativo implícito. Porém, essa tolerância não foi suficiente para obter nenhum ganho de performance para o caso do campo de Pituba. Nesse caso, foi necessário utilizar uma tolerância de 30% para obter uma redução de 40% no tempo de execução. Em todos os casos, a diferença relativa máxima para esse acoplamento foi inferior a 5% para as variáveis analisadas.

Dentre os resultados apresentados, é possível destacar a importância da consideração das rochas adjacentes na simulação numérica de reservatórios. Desconsiderá-las pode provocar uma grande discrepância nos resultados. A variação da permeabilidade também traz um grande impacto nos resultados de fluxo. A escolha do expoente da porosidade na lei da potência da permeabilidade é crucial para a simulação numérica de reservatórios. Embora tenha sido realizada uma coletânea para os expoentes em função do tipo de rocha, o ideal é obter o expoente em função de ensaios de laboratório a partir de amostras da rocha-reservatório. Por outro lado, foi constatado que a hipótese da incompressibilidade dos grãos da rocha pode gerar diferenças nos resultados. Assim, dado o baixo custo computacional, recomenda-se a utilização da compressibilidade dos grãos nas simulações numéricas.

Com a evolução tecnológica na construção das arquiteturas das placas de vídeo, não só a velocidade de cálculo das GPUs quanto o espaço de armazenamento tem aumentado cada vez mais. Isso permite um aumento na discretização espacial do domínio e uma redução no tempo de execução. O próprio tamanho físico dessas placas de vídeo vem sendo reduzido. Atualmente, é possível utilizar um computador portátil para a simulação de um campo de petróleo com milhões de elementos em poucas horas de execução através dessa tecnologia que está implementada no simulador HERMES.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

5.2
Sugestões para Trabalhos Futuros

Embora os parâmetros de acoplamento tenham sido deduzidos considerando os efeitos térmicos e a anisotropia das propriedades elásticas, esses efeitos não foram verificados no presente trabalho. Além disso, dada as limitações do presente trabalho, serão listadas as implementações que acrescentarão mais aplicabilidade para a metodologia utilizada. Dessa forma, as sugestões são:

i. Efeitos térmicos. Verificar a metodologia apresentada através de simulações que priorizam os efeitos térmicos como injeção de fluidos a temperaturas diferentes do reservatório.

ii. Anisotropia da rocha. No presente trabalho, utilizou-se apenas rochas isotrópicas cuja relação tensão-deformação foi determinada apenas com o módulo de Young e o coeficiente de Poisson. Porém, os parâmetros de acoplamento apresentados são capazes de representar rochas com propriedades elásticas distribuídas anisotropicamente. Por isso, análises de simulações numéricas que consideram essa anisotropia são bem-vindas.

iii. Uso de malhas não coincidentes. A metodologia apresentada utiliza malhas coincidentes e os vetores de pressão e temperatura são obtidos de forma direta. Porém, com a implementação de malhas não coincidentes será possível utilizar malhas distintas para os simuladores de fluxo e geomecânico, utilizando uma interpolação para as propriedades necessárias para o acoplamento.

iv. Plasticidade. Por simplificação, considerou-se que o estado de tensões atuantes nas rochas estão sempre dentro do regime elástico. A inclusão da não linearidade na relação tensão-deformação aumentará o limite de atuação da metodologia de acoplamento proposta.

v. Fluência da rocha. Embora tenha sido apresentado como a fluência impacta nas deformações do meio poroso, esse efeito foi desprezado. Um estudo nessa área teria um grande impacto em rochas que apresentam esse comportamento, como as rochas carbonáticas do pré-sal.

vi. Inicialização de tensões. Ao invés de utilizar apenas o peso próprio e os coeficientes de empuxo horizontais, seria interessante aprimorar o conhecimento na forma de como obter o campo de tensões iniciais a partir de dados de perfis sísmicos e de poços.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

6
Referências Bibliográficas

ALBUQUERQUE, R. A. C. et al. A data preprocessing workflow to promote real reservoir hydromechanical Coupling. In: XXXIII CILAMCE-Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Pirenópolis: [s.n.], 2013.

ALBUQUERQUE, R. A. C. et al. A first approach to an integrated Gocad workflow for reservoir geomechanics. **34th GOCAD-MEETING**, 2014.

ANDERSON, D. L. **Theory of the Earth**. [S.l.]: Blackwell Scientific Publications, 1989.

AVANSI, Guilherme Daniel e SCHIOZER, Denis José. UNISIM-I: synthetic model for reservoir development and management applications. **International Journal of Modeling and Simulation for the Petroleum Industry**, v. 9, n. 1, 2015.

AZIZ, K.; AZIZ, K. e SETTARI, A. **Petroleum reservoir simulation**. [S.l.]: Applied Science Publishers, 1979.

BAI, M e ELSWORTH, Derek. Modeling of subsidence and stress-dependent hydraulic conductivity for intact and fractured porous media. **Rock mechanics and rock engineering**, Springer, v. 27, n. 4, p. 209–234, 1994.

BELYADI, Hoss; FATHI, Ebrahim e BELYADI, Fatemeh. **Hydraulic fracturing in unconventional reservoirs: theories, operations, and economic analysis**. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 2019.

BIOT, M. A. e WILLIS, D. G. The elastic coeffcients of the theory of consolidation. **Journal of Applied Mehanics**, v. 24, p. 594–601, 1957.

BIOT, Maurice A. General theory of three-dimensional consolidation. **Journal of Applied physics**, AIP, v. 12, n. 2, p. 155–164, 1941.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E. e LIGHTFOOT, E. N. **Transport Phenomena**. [S.l.]: Wiley, 2007. (Wiley International edition).

BISHOP, A. W. The influence of an undrained change in stress on the pore pressure in porous media of low compressibility. **Geotechnique**, v. 23, n. 3, p. 435–442, 1973.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

BISHOP, Alan W. The principle of effective stress. **Teknisk ukeblad**, v. 39, p. 859–863, 1959.

BISHOP, Alan W e BLIGHT, G. E. Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils. **Geotechnique**, Thomas Telford Ltd, v. 13, n. 3, p. 177–197, 1963.

BIZZO, Yonathan Ferreira. **Avaliação dos Efeitos das Propriedades dos Fluidos e das Rochas na Simulação Geomecânica de Reservatórios do Campo de Namorado**. 2017. Diss. (Mestrado) – Pontifícia Universiadade Católica do Rio de Janeiro.

BRACE, W. F. Permeability from resistivity and pore shape. **Journal of Geophysical Research**, Wiley Online Library, v. 82, n. 23, p. 3343–3349, 1977.

CHENG, A. H.-D. Material coefficients of anisotropic poroelasticity. **International journal of rock mechanics and mining sciences**, Elsevier, v. 34, n. 2, p. 199–205, 1997.

CHENG, Alexander H-D. **Poroelasticity - Theory and Applications of Transport in Porous Media**. [S.l.]: Springer, 2016. v. 27.

CHIEN, M. C. H.; LEE, S. T. e CHEN, W. H. A new fully implicit compositional simulator. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE Reservoir Simulation Symposium. [S.l.: s.n.], 1985.

CHIN, L. Y. e THOMAS, L. K. Fully coupled analysis of improved oil recovery by reservoir compaction. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. [S.l.: s.n.], 1999.

CHOU, Pei Chi e PAGANO, Nicholas J. **Elasticity: tensor, dyadic, and engineering approaches**. [S.l.]: Courier Corporation, 1992.

COATS, Keith H. An equation of state compositional model. **Society of Petroleum Engineers Journal**, Society of Petroleum Engineers, v. 20, n. 05, p. 363–376, 1980.

COOK, Robert D.; MALKUS, David S. e PLESHA, Michael E. **Concepts and applications of finite element analysis**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1989.

COOMBE, Dennis et al. Coupled hydro-geomechanical modelling of the cold Production process. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE International Thermal Operations and Heavy Oil Symposium. [S.l.: s.n.], 2001.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

DEAN, Rick H et al. A comparison of techniques for coupling porous flow and geomechanics. **SPE Journal**, Society of Petroleum Engineers, v. 11, n. 01, p. 132–140, 2006.

DETOURNAY, E. e CHENG, A. H.-D. Fundamentals of poroelasticity. **Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects**, Analysis e Design Method, v. 2, p. 113–171, 1993.

DONG, Jia-Jyun et al. Stress-dependence of the permeability and porosity of sandstone and shale from TCDP Hole-A. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Elsevier, v. 47, n. 7, p. 1141–1157, 2010.

DOYEN, Philippe M. Permeability, conductivity, and pore geometry of sandstone. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, Wiley Online Library, v. 93, B7, p. 7729–7740, 1988.

DU, J. e WONG, R. C. K. Development of a coupled geomechanics-thermal reservoir simulator using finite element method. In: PETROLEUM SOCIETY OF CANADA. CANADIAN International Petroleum Conference. Canadá: [s.n.], 2005.

ERTEKIN, T. **Basic Applied Reservoir Simulation**. [S.l.]: Society of Petroleum, 2001.

FALCÃO, F. O. L. **Efeitos geomecânicos na simulação de reservatórios de petróleo**. 2002. Diss. (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

_____. **Simulação Hidromecânica de Reservatório Carbonático de Petróleo Através de Pseudoacoplamento**. 2014. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

FONTOURA, S. A. B. et al. Application of partial hydromechanical coupling methodology in a fault reactivation analysis. In: EUROPEAN ASSOCIATION OF GEOSCIENTISTS & ENGINEERS. INTERNATIONAL EAGE Workshop on Geomechanics and Energy. [S.l.: s.n.], 2013.

FONTOURA, S. A. B. et al. Applications of partial fluid-mechanical coupling in the reservoir geomechanics scope. In: AMERICAN ROCK MECHANICS ASSOCIATION. 47TH US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. [S.l.: s.n.], 2013.

FRYDMAN, Marcelo. **Iniciação e propagação de fraturas em poços de petróleo**. 1996. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

FUNG, L. S. K.; BUCHANAN, L. e WAN, R. G. Couplled geomechanical-thermal simulation for deforming heavy-oil reservoirs. **Journal of Canadian Petroleum Technology**, Petroleum Society of Canada, v. 33, n. 04, 1994.

FUNG, L. S. K. et al. An advanced elasto-plastic model for borehole stability analysis of horizontal wells in unconsolidated formation. **Journal of Canadian Petroleum Technology**, Petroleum Society of Canada, v. 38, n. 12, 1999.

GEERTSMA, J. The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks. Society of Petroleum Engineers, 1957.

GUARDADO, L. R.; GAMBOA, L. A. P. e LUCCHESI, C. F. Petroleum Geology of the Campos Basin, a Model for Producing Atlantic Type Basin. **American Association of Petroleum Geologistis Memoir**, v. 48, p. 3–79, 1990.

GUO, B. **Well Productivity Handbook: Vertical, Fractured, Horizontal, Multilateral, Multi-fractured, and Radial-Fractured Wells**. [S.l.]: Elsevier Science, 2019.

GUO, B.; LIU, X. e TAN, X. **Petroleum Production Engineering**. [S.l.]: Elsevier Science, 2017.

GUTIERREZ, M. e LEWIS, R. W. The role of geomechanics in reservoir simulation. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE/ISRM Rock Mechanics in Petroleum Engineering. [S.l.: s.n.], 1998.

INOUE, N. et al. Reservoir geomechanics workflow. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR ROCK MECHANICS. ISRM International Symposium-8th Asian Rock Mechanics Symposium. [S.l.: s.n.], 2014.

INOUE, N et al. Assessment of the geomechanical effects in a real reservoir. In: AMERICAN ROCK MECHANICS ASSOCIATION. 45TH US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. [S.l.: s.n.], 2011.

INOUE, Nelson et al. Model building and computational processing applied to reservoir geomechanics. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR ROCK MECHANICS e ROCK ENGINEERING. ISRM Conference on Rock Mechanics for Natural Resources and Infrastructure. [S.l.]: SBMR, 2014.

INOUE, Nelson e FONTOURA, Sergio A. B. Answers to some questions about the coupling between fluid flow and rock deformation in oil reservoirs. In: SPE/EAGE Reservoir Characterization & Simulation Conference. [S.l.: s.n.], 2009.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

KOUTSABELOULIS, N. C. e HOPE, S. A. Coupled stress/fluid/thermal multi-phase reservoir simulation studies incorporating rock mechanics. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE/ISRM Rock Mechanics in Petroleum Engineering. [S.l.: s.n.], 1998.

LAUTENSCHLÄGER, C. E. R. et al. Effects of reservoir development on the well casing behavior. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR ROCK MECHANICS e ROCK ENGINEERING. ISRM Regional Symposium-EUROCK 2014. [S.l.: s.n.], 2014.

LAUTENSCHLÄGER, CARLOS E. R. et al. Advances on partial coupling in reservoir simulation: a new scheme of hydromechanical coupling. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. NORTH Africa Technical Conference and Exhibition. [S.l.: s.n.], 2013.

LAUTENSCHLÄGER, CARLOS E. R. et al. Influence of fluid-mechanical coupling in gas generation in undersaturated petroleum reservoirs. In: PROCEEDINGS of 5th International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering. [S.l.: s.n.], 2013.

LAUTENSCHLÄGER, Carlos Emmanuel Ribeiro et al. Role of Reservoir Geomechanics n the Integrity of Oil Wells–Part I. In: IOS PRESS. INTEGRATING innovations of rock mechanics: Proceedings of the 8th South American Congress on Rock Mechanics, 15–18 November 2015, Buenos Aires. Argentina: [s.n.], 2015. p. 206.

LEKHNITSKIJ, S. G. **Theory of The Elasticity of Anisotropic Bodies**. [S.l.]: Mir Publishers, 1981.

LEWIS, R. W.; MAJORANA, C. E. e SCHREFLER, B. A. A coupled finite element model for the consolidation of nonisothermal elastoplastic porous media. **Transport in porous media**, Springer, v. 1, n. 2, p. 155–178, 1986.

LEWIS, R. W. e SUKIRMAN, Y. Finite element modelling of three-phase flow in deforming saturated oil reservoirs. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Wiley Online Library, v. 17, n. 8, p. 577–598, 1993.

LEWIS, Roland Wynne e SCHREFLER, Bernard A. **The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media**. [S.l.]: John Wiley, 1998.

LI, Jiawei et al. Sequential implicit Newton method for coupled multi-segment wells. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE Reservoir Simulation Conference. [S.l.: s.n.], 2019.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

LI, Y; CHEN, YF e ZHOU, CB. Effective stress principle for partially saturated rock fractures. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, Springer, v. 49, n. 3, p. 1091–1096, 2016.

MAINGUY, M e LONGUEMARE, P. Coupling fluid flow and rock mechanics: formulations of the partial coupling between reservoir and geomechanical simulators. **Oil & Gas Science and Technology**, EDP Sciences, v. 57, n. 4, p. 355–367, 2002.

MENDONÇA, Paulo Manuel Mendes; SPADINI, Adali Ricardo e MILANI, Edison José. Exploração na Petrobras: 50 anos de sucesso. **Bol. Geociencias da Petrobras**, v. 12, p. 9–58, 2004.

MILANI, Edison José et al. Petróleo na margem continental brasileira: geologia, exploração, resultados e perspectivas. **Revista Brasileira de Geofísica**, v. 18, n. 3, p. 352–396, 2000.

MINKOFF, Susan E et al. Coupled fluid flow and geomechanical deformation modeling. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Elsevier, v. 38, n. 1, p. 37–56, 2003.

MINKOFF, Susan E et al. Coupled geomechanics and flow simulation for time-lapse seismic modeling. In: SEG Technical Program Expanded Abstracts 1999. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 1999. p. 1667–1670.

MINKOFF, Susan E et al. Staggered in time coupling of reservoir flow simulation and geomechanical deformation: Step 1-one-way coupling. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE Reservoir Simulation Symposium. [S.l.: s.n.], 1999.

NUR, Amos e BYERLEE, J. D. An exact effective stress law for elastic deformation of rock with fluids. **Journal of geophysical research**, Wiley Online Library, v. 76, n. 26, p. 6414–6419, 1971.

OLIVEIRA A. AUGUSTO, Fabrício de. **Mapas de Amplitude Sísmica para Incidêcia Normal no reservatório Namorado, Bacia de Campos**. 2009. Diss. (Mestrado) – Observatório Nacional.

OLIVELLA, Sebastià et al. Numerical formulation for a simulator (CODE_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media. **Engineering computations**, MCB UP Ltd, v. 13, n. 7, p. 87–112, 1996.

OSORIO, Jose G.; CHEN, H-Y e TEUFEL, Lawrence W. Numerical simulation of the impact of flow-induced geomechanical response on the productivitv of stress-sensitive reservoirs. In: SPE symposium on reservoir simulation. [S.l.: s.n.], 1999. p. 373–387.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

OSORIO, Jose G et al. A two-domain, 3D, fully coupled fluid-flow/geomechanical simulation model for reservoirs with stress-sensitive mechanical and fluid-flow properties. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE/ISRM Rock Mechanics in Petroleum Engineering. [S.l.: s.n.], 1998.

PAO, William K. S.; LEWIS, Roland W. e MASTERS, Ian. A fully coupled hydro-thermo-poro-mechanical model for black oil reservoir simulation. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, Wiley Online Library, v. 25, n. 12, p. 1229–1256, 2001.

PETUNIN, Vladimir Vladimirovich; YIN, Xiaolong; TUTUNCU, Azra Nur et al. Porosity and permeability changes in sandstones and carbonates under stress and their correlation to rock texture. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. CANADIAN unconventional resources conference. [S.l.: s.n.], 2011.

PRASSETYO, S.H. e GUTIERREZ, M. Efficient sequential coupling technique for the simulation of hydro-mechanical interaction in rock engineering. In: AMERICAN ROCK MECHANICS ASSOCIATION. 51ST US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. [S.l.: s.n.], 2017.

PRASSETYO, Simon Heru e GUTIERREZ, Marte. Axisymmetric alternating direction explicit scheme for efficient coupled simulation of hydro-mechanical interaction in geotechnical engineering - Application to circular footing and deep tunnel in saturated ground. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, Elsevier, v. 10, n. 2, p. 259–279, 2018.

REDLICH, Otto e KWONG, Joseph N. S. On the thermodynamics of solutions. V. An equation of state. Fugacities of gaseous solutions. **Chemical reviews**, ACS Publications, v. 44, n. 1, p. 233–244, 1949.

RIBEIRO, Gustavo Gondran. **Volumes finitos baseado em elementos para problemas de poroelasticidade**. 2016. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina.

RIGHETTO, GL et al. A smart way to build geomechanical models and analyze casing collapse during the petroleum field development. In: AMERICAN ROCK MECHANICS ASSOCIATION. 48TH US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. [S.l.: s.n.], 2014.

RIGHETTO, GL et al. Analysis of the hydromechanical behavior of fault zones in petroleum reservoirs. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR ROCK MECHANICS e ROCK ENGINEERING. ISRM International Symposium-EUROCK 2013. [S.l.: s.n.], 2013.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

RIGHETTO, Guilherme Lima. **Desenvolvimento e aplicação de um esquema de acoplamento termo-hidro-mecânico-químico iterativo visando o armazenamento geológico de C02**. 2016. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

ROSA, Adalberto José; SOUZA CARVALHO, Renato de e XAVIER, José Augusto Daniel. **Engenharia de reservatórios de petróleo**. [S.l.]: Interciência, 2006.

RUTQVIST, J; BIRKHOLZER, JT e TSANG, Chin-Fu. Coupled reservoir–geomechanical analysis of the potential for tensile and shear failure associated with CO2 injection in multilayered reservoir–caprock systems. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Elsevier, v. 45, n. 2, p. 132–143, 2008.

RUTQVIST, J et al. A modeling approach for analysis of coupled multiphase fluid flow, heat transfer, and deformation in fractured porous rock. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, Elsevier, v. 39, n. 4, p. 429–442, 2002.

RUTQVIST, J et al. Estimating maximum sustainable injection pressure during geological sequestration of CO2 using coupled fluid flow and geomechanical fault-slip analysis. **Energy Conversion and Management**, Elsevier, v. 48, n. 6, p. 1798–1807, 2007.

SAMIER, Pierre e DE GENNARO, Sergio. Practical iterative coupling of geomechanics with reservoir simulation. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE Reservoir Simulation Symposium. [S.l.: s.n.], 2007.

SANDLER, Stanley I. **Chemical, biochemical, and engineering thermodynamics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2017.

SATTER, A e IQBAL, GM. Fundamentals of fluid flow through porous media In: Reservoir Engineering. **Houston, Texas: Elsevier**, p. 155–169, 2016.

SCHREFLER, B. A. **The finite element method in soil consolidation**. 1984. Tese (Doutorado) – University of Wales.

SEABRA, G.S. et al. A coupled iterative hydromechanical analysis of a stress sensitive Brazilian carbonate reservoir. In: AMERICAN ROCK MECHANICS ASSOCIATION. 51ST US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. [S.l.: s.n.], 2017.

SEGURA, J Ma e CAROL, I. Coupled HM analysis using zero-thickness interface elements with double nodes. Part I: Theoretical model. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, Wiley Online Library, v. 32, n. 18, p. 2083–2101, 2008.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

SETTARI, Antonin e MOURITS, F. M. A coupled reservoir and geomechanical simulation system. **Spe Journal**, Society of Petroleum Engineers, v. 3, n. 03, p. 219–226, 1998.

_____. Coupling of geomechanics and reservoir simulation models. **Computer Methods and Advances in Geomechanics**, AA Balkema, Rotterdam, v. 3, p. 2151–2158, 1994.

SETTARI, Antonin e WALTERS, Dale A. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction. **Spe Journal**, Society of Petroleum Engineers, v. 6, n. 03, p. 334–342, 2001.

SETTARI, AT; BACHMAN, RC; WALTERS, DA et al. How to approximate effects of geomechanics in conventional reservoir simulation. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE annual technical conference and exhibition. [S.l.: s.n.], 2005.

SILVA STEVANATO, Ana Carolina Ribeiro e. **Análise petrofísica de reservatórios**. [S.l.: s.n.], 2011. Unicamp.

SKEMPTON, A. W. Effective Stress in Soils, Concrete and Rocks. **Pore Pressure and Suction in Soils**, p. 4–16, 1961.

SLAWINSKI, M.A. **Waves and Rays in Elastic Continua**. [S.l.]: World Scientific, 2010.

SOUZA GARCIA, Lidiane de; MARTINS, Jorge Leonardo e OLIVEIRA, José Sampaio de. DYNAMIC YOUNG MODULUS VARIATION THROUGH A TURBIDITIC SEDIMENTARY INTERVAL. **Brazilian Journal of Geophysics**, v. 32, n. 1, p. 71–84, 2014.

SOUZA JR, B. G. et al. Geomechanical Effects in Black-Oil Reservoir Simulation with Permeability Changes. In: ROCK Mechanics for Natural Resources and Infrastructure Development - Full Papers. [S.l.]: Taylor & Francis, 2020. v. 6. 14th International Congress on Rock Mechanics and Rock Engineering (ISRM 2019). p. 3264–3271.

SOUZA JR, Bismarck Gomes. **Modelagem e simulação do escoamento mutifásico transiente composicional com transferência de calor em poços verticais**. 2015. Diss. (Mestrado) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro.

STONE, T.W. et al. Thermal simulation with multisegment wells. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE Reservoir Simulation Symposium. [S.l.: s.n.], 2001.

SUN, H. **Advanced production decline analysis and application**. [S.l.]: Elsevier Science, 2015.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

TERZAGHI, K von. The shearing resistance of saturated soils and the angle between the planes of shear. In: FIRST international conference on soil Mechanics. [S.l.: s.n.], 1936. v. 1, p. 54–59.

TORTIKE, W. S. e FAROUQ ALI, S. M. A framework for multiphase nonisothermal fluid flow in a deforming heavy oil reservoir. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE Symposium on Reservoir Simulation. [S.l.: s.n.], 1987.

TRAN, D.; NGHIEM, L. e BUCHANAN, L. Improved iterative coupling of geomechanics with reservoir simulation. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE Reservoir Simulation Symposium. [S.l.: s.n.], 2005.

TRAN, David Viet Dang. **Processes of coupling between geomechanics deformation and reservoir flow in porous media**. 2002. Tese (Doutorado) – University of Calgary.

TRAN, David; NGHIEM, Long e BUCHANAN, Lloyd. An overview of iterative coupling between geomechanical deformation and reservoir flow. In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS. SPE International Thermal Operations and Heavy Oil Symposium. [S.l.: s.n.], 2005.

_____. Aspects of coupling between petroleum reservoir flow and geomechanics. In: AMERICAN ROCK MECHANICS ASSOCIATION. 43RD US Rock Mechanics Symposium & 4th US-Canada Rock Mechanics Symposium. [S.l.: s.n.], 2009.

TRAN, David; SETTARI, Antonin e NGHIEM, Long. New iterative coupling between a reservoir simulator and a geomechanics module. **SPE Journal**, Society of Petroleum Engineers, v. 9, n. 03, p. 362–369, 2004.

TURCOTTE, Donald L e SCHUBERT, Gerald. **Geodynamics**. [S.l.]: Cambridge university press, 2002.

VAUNAT, Jean e OLIVELLA, Sebastià. Code-BRIGHT/GID: a 3D program for thermo-hydro-mechanical analysis in geological media. In: 1ST Conference on Advances and Applications of GiD. Publicació CIMNE Nº-210. CIMNE. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2002, p. 91–94.

VOIGT, Woldemar. **Lehrbuch der Kristallphysik**. [S.l.]: B.G. Teubner, 1910.

WALDER, Joseph e NUR, Amos. Porosity reduction and crustal pore pressure development. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, Wiley Online Library, v. 89, B13, p. 11539–11548, 1984.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

WALTERS, D.A.; SETTARI, A. e KRY, P.R. Coupled geomechanical and reservoir modeling investigating poroelastic effects of cyclic steam stimulation in the Cold Lake reservoir. **SPE Reservoir Evaluation & Engineering**, Society of Petroleum Engineers, v. 5, n. 06, p. 507–516, 2002.

WONG, Ron C.K. A model for strain-induced permeability anisotropy in deformable granular media. **Canadian geotechnical journal**, NRC Research Press, v. 40, n. 1, p. 95–106, 2003.

ZHOU, Xuejun; VACHAPARAMPIL, Alex; GHASSEMI, Ahmad et al. A combined method to measure Biot's coefficient for rock. In: AMERICAN ROCK MECHANICS ASSOCIATION. 49TH US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. [S.l.: s.n.], 2015.

ZIMMERMAN, Robert Wayne. **Compressibility of sandstones**. [S.l.]: Elsevier, 1990.

_____. Pore volume and porosity changes under uniaxial strain conditions. **Transport in Porous Media**, Springer, v. 119, n. 2, p. 481–498, 2017.

ZOBACK, M.D. **Reservoir Geomechanics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

A
Comportamento Elástico de Materiais Rígidos

Neste apêndice, é apresentada a relação do comportamento elástico de materiais sólidos em função do estado de tensões atuantes, discutindo-se suas propriedades elásticas e as possíveis hipóteses e simetrias que simplificam essa relação.

A.1
Relações Constitutivas

Considerando um comportamento elástico de um material sujeito a uma tensão uniaxial na direção x, então, de acordo com a lei de Hooke, a relação entre a tensão aplicada (σ_x) e as deformações normais nas direções x, y e z são, respectivamente:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\sigma_x \quad \text{e} \quad \varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu\frac{\sigma_x}{E} = -\nu\varepsilon_x \tag{A-1}$$

onde E é o definido como módulo elástico ou módulo de Young; e ν, como coeficiente de Poisson.

O módulo de Young está associado à rigidez do material e descreve a sua deformação na mesma direção de aplicação do carregamento. Por outro lado, o coeficiente de Poisson descreve a deformação na direção perpendicular à aplicação do carregamento. No regime elástico, ambas as propriedades são assumidas como constantes.

A generalização dessa relação linear entre tensão e deformação, a fim de representa o comportamento elástico do material, é dada pela lei de Hooke generalizada, escrita na forma vetorial como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_T\,\boldsymbol{\varepsilon}, \tag{A-2}$$

onde $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x,\, \sigma_y,\, \sigma_z,\, \tau_{yz},\, \tau_{xz},\, \tau_{xy}]^T$ é a notação de Voigt (1910), escrita em função das tensões normais (σ) e cisalhantes (τ); $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x,\, \varepsilon_y,\, \varepsilon_z,\, \gamma_{yz},\, \gamma_{xz},\, \gamma_{xy}]^T$ é o vetor de deformação, escrito em função das deformações normais (ε) e cisalhantes (γ); e $\mathbf{D}_T$ é a matriz tangente e representa a rigidez do material.

As deformações também podem ser escritas linearmente em função das deformações utilizando o conceito de matriz inversa, ou seja:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_T^{-1}\boldsymbol{\sigma}. \tag{A-3}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

De acordo com a lei generalizada de Hooke, eq. (A-2), existem 36 constantes elásticas a serem determinadas. Porém, segundo Lekhnitskij (1981), se considerarmos que exista um potencial elástico igual à energia de deformação por unidade de volume, a matriz $\mathbf{D}_T$ será simétrica e existirão 21 constantes elásticas. Por isso, de forma geral, a matriz tangente de um material anisotrópico é composto por 21 constantes elásticas, ou seja:

$$\mathbf{D}_T = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{14} & D_{24} & D_{34} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{15} & D_{25} & D_{35} & D_{45} & D_{55} & D_{56} \\ D_{16} & D_{26} & D_{36} & D_{46} & D_{56} & D_{66} \end{bmatrix}. \tag{A-4}$$

Contudo, se considerarmos algumas hipóteses de simetria e isotropia no material, esse número de constantes pode ser reduzido ainda mais. Para isso, será necessário introduzir os conceitos de transformação ortogonal e simetria elástica.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

A.2
Transformação Ortogonal

As transformações ortogonais consistem em uma transformação linear na qual os comprimentos dos vetores e o ângulo entre eles são preservados, ou seja, consiste em uma rotação e/ou uma reflexão. A mudança do sistema de coordenadas ortonormal em um espaço tridimensional é dada por:

$$\breve{\boldsymbol{d}} = \mathbf{A}\boldsymbol{d}, \tag{A-5}$$

onde $\boldsymbol{d} = [d_x,\ d_y,\ d_z]^T$ e $\breve{\boldsymbol{d}} = \left[\breve{d}_{x'},\ \breve{d}_{y'},\ \breve{d}_{z'}\right]^T$ são os sistemas de coordenadas original (xyz) e transformado $(x'y'z')$, respectivamente, e $\mathbf{A}$ é a matriz de transformação definida por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}, \tag{A-6}$$

tal que $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}^{-1}$ para que a transformação seja ortogonal.

Segundo Slawinski (2010), a transformação ortogonal para os tensores tensão e deformação, escritos na forma vetorial, satisfaz as seguintes relações:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{M}_A^T \breve{\boldsymbol{\sigma}} \tag{A-7a}$$

$$\breve{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{M}_A \boldsymbol{\varepsilon}, \tag{A-7b}$$

onde $\breve{\boldsymbol{\sigma}}$ e $\breve{\boldsymbol{\varepsilon}}$ são os vetores tensão e deformação no espaço transformado e $\mathbf{M}_A$ é a transformação para esses vetores associada à transformação dada pela matriz $\mathbf{A}$ no sistema de coordenadas, tal que:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} A_{11}A_{11} & A_{12}A_{12} & A_{13}A_{13} & A_{12}A_{13} & A_{11}A_{13} & A_{11}A_{12} \\ A_{21}A_{21} & A_{22}A_{22} & A_{23}A_{23} & A_{22}A_{23} & A_{21}A_{23} & A_{21}A_{22} \\ A_{31}A_{31} & A_{32}A_{32} & A_{33}A_{33} & A_{32}A_{33} & A_{31}A_{33} & A_{31}A_{32} \\ 2A_{21}A_{31} & 2A_{22}A_{32} & 2A_{23}A_{33} & A_{22}A_{33}+A_{23}A_{32} & A_{21}A_{33}+A_{23}A_{31} & A_{21}A_{32}+A_{22}A_{31} \\ 2A_{11}A_{31} & 2A_{12}A_{32} & 2A_{13}A_{33} & A_{12}A_{33}+A_{13}A_{32} & A_{11}A_{33}+A_{13}A_{31} & A_{11}A_{32}+A_{12}A_{31} \\ 2A_{11}A_{21} & 2A_{12}A_{22} & 2A_{13}A_{23} & A_{12}A_{23}+A_{13}A_{22} & A_{11}A_{23}+A_{13}A_{21} & A_{11}A_{22}+A_{12}A_{21} \end{bmatrix}_{6\times 6} \tag{A-8}$$

Como a transformação é ortogonal e invariante, ainda é válida a relação linear entre as tensões e as deformações, ou seja:

$$\breve{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D}_T \breve{\boldsymbol{\varepsilon}}. \tag{A-9}$$

Se multiplicarmos a eq. (A-9) por $\mathbf{M}_A^T$ e utilizarmos a eq. (A-7), obtemos a seguinte relação:

$$\mathbf{D}_T = \mathbf{M}_A^T \mathbf{D}_T \mathbf{M}_A. \tag{A-10}$$

Assim, dada uma condição de simetria é possível utilizar a eq. (A-10) para reduzir o número de constantes elásticas da matriz $\mathbf{D}_T$ através de correlações entre elas. A seguir, serão apresentadas algumas condições de simetria para o material.

A.3
Simetria Elástica

Se a estrutura de um material anisotrópico possui algum tipo de simetria, as suas propriedades elásticas também possuirão. Essa simetria denomina-se simetria elástica. A seguir, será apresentado o ponto de simetria que é válido para todo o material que satisfaz a relação tensão-deformação apresentada. Além disso, as simplificações na matriz $\mathbf{D}_T$ e a consequente diminuição do número de propriedades elásticas serão discutidas para um material: monoclínico (um plano de simetria); ortotrópico (três planos de simetria); transversalmente isotrópico (um plano de simetria perpendicular a um plano isotrópico); e isotrópico.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

A.3.1
Ponto de Simetria

O ponto de simetria é quando a simetria ocorre com relação a um ponto. Por praticidade utiliza-se a origem do sistema de coordenadas como ponto de simetria. Assim, a transformação invariante que representa o ponto de simetria é a reflexão com relação a origem dada por:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{A-11}$$

e a matriz $\mathbf{M}_{A_0}$, conforme a eq. (A-8), será:

$$\mathbf{M}_{A_0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}. \tag{A-12}$$

Note que a matriz $\mathbf{M}_{A_0}$ é a matriz identidade e se substituirmos a eq. (A-12) na eq. (A-10) podemos observar que o ponto de simetria é válido para qualquer material, conforme discutido por Slawinski (2010).

A.3.2
Material Monoclínico

O material monoclínico é aquele que possui um plano de simetria. Considerando que esse plano é perpendicular ao eixo principal z, então a transformação invariante deverá ser uma reflexão no eixo z e, por isso, a matriz de transformação será:

$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{A-13}$$

e a matriz $\mathbf{M}_{A_z}$, conforme a eq. (A-8), será:

$$\mathbf{M}_{A_z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A-14}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

A partir da matriz tangente genérica, eq. (A-4), se utilizarmos o fato de que ela deve ser invariante com a transformação ortogonal, conforme a eq. (A-10), então será válida a igualdade:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{14} & D_{24} & D_{34} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{15} & D_{25} & D_{35} & D_{45} & D_{55} & D_{56} \\ D_{16} & D_{26} & D_{36} & D_{46} & D_{56} & D_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & -D_{15} & -D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & -D_{25} & -D_{26} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & D_{34} & -D_{35} & -D_{36} \\ -D_{14} & -D_{24} & -D_{34} & -D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ -D_{15} & -D_{25} & -D_{35} & -D_{45} & D_{55} & D_{56} \\ D_{16} & D_{26} & D_{36} & D_{46} & -D_{56} & -D_{66} \end{bmatrix}. \quad \text{(A-15)}$$

Assim, para que todo material monoclínico satisfaça a igualdade da eq. (A-15), é necessário que:

$$D_{14} = D_{15} = D_{24} = D_{25} = D_{34} = D_{35} = D_{44} = D_{45} = 0. \quad \text{(A-16)}$$

Dessa forma, a matriz tangente $\mathbf{D}_T$ para um material com um plano de simetria perpendicular ao eixo z, conforme Slawinski (2010), é dada por:

$$\mathbf{D}_T = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & D_{26} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & 0 & 0 & D_{36} \\ 0 & 0 & 0 & D_{55} & D_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{56} & D_{66} & 0 \\ D_{16} & D_{26} & D_{36} & 0 & 0 & D_{46} \end{bmatrix}. \quad \text{(A-17)}$$

Portanto, um material monoclínico possui 13 constantes elásticas independentes. Porém, se considerarmos que as tensões normais não causam deformação cisalhante e que as tensões cisalhantes não causam deformações normais, o número de constantes elásticas independentes diminuirá para 11, pois $D_{16} = D_{26} = D_{36} = 0$. Neste caso teríamos:

$$\mathbf{D}_T = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{55} & D_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{56} & D_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{46} \end{bmatrix}. \quad \text{(A-18)}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

A.3.3
Material Ortotrópico

O material ortotrópico é aquele que possui três planos de simetria perpendiculares entre si. Podemos dizer que ele é um caso particular de um material monoclínico com dois planos de simetria a mais. Considerando que os planos de simetria são perpendiculares aos eixos principais x, y e z, então as transformações invariantes deverão ser uma reflexão nos eixos x, y e z cujas matrizes de transformação são, respectivamente:

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{A-19}$$

e $\mathbf{A}_z$, conforme a eq. (A-13).

Para um plano de simetria perpendicular ao eixo x, é válida a transformação invariante $\mathbf{A}_x$ cuja matriz $\mathbf{M}_{A_x}$, conforme a eq. (A-8), é dada por:

$$\mathbf{M}_{A_x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \tag{A-20}$$

A partir da matriz $\mathbf{D}_T$ para um material monoclínico, cujo plano de simetria é perpendicular ao eixo z, conforme a eq. (A-17), e utilizando-se a eq. (A-10), é válida a igualdade:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & D_{26} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & 0 & 0 & D_{36} \\ 0 & 0 & 0 & D_{55} & D_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{56} & D_{66} & 0 \\ D_{16} & D_{26} & D_{36} & 0 & 0 & D_{46} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & -D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & -D_{26} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & 0 & 0 & -D_{36} \\ 0 & 0 & 0 & D_{55} & -D_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -D_{56} & D_{66} & 0 \\ -D_{16} & -D_{26} & -D_{36} & 0 & 0 & D_{46} \end{bmatrix}. \tag{A-21}$$

Assim, para que todo material com dois planos de simetria satisfaça a igualdade da eq. (A-21), é necessário que:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

$$D_{16} = D_{26} = D_{36} = D_{56} = 0. \tag{A-22}$$

Se assumirmos uma simetria nos eixos x e z, então também haverá uma simetria no eixo y. Isso porque o ponto de simetria é válido e se aplicarmos uma reflexão no eixo x, seguida por uma reflexão no eixo z e depois uma simetria com relação a origem, obtemos uma reflexão no eixo y, ou seja:

$$\mathbf{A}_x\mathbf{A}_z\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_y. \tag{A-23}$$

Dessa forma, a matriz tangente $\mathbf{D}_T$ para um material ortotrópico, conforme Slawinski (2010), é dada por:

$$\mathbf{D}_T = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}. \tag{A-24}$$

cuja matriz inversa, $\mathbf{D}_T^{-1}$, relaciona a deformação como uma função linear da tensão, conforme a eq. (A-3), podendo ser expressa por:

$$\mathbf{D}_T^{-1} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\ D_{12}^* & D_{22}^* & D_{23}^* & 0 & 0 & 0 \\ D_{13}^* & D_{23}^* & D_{33}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55}^* \end{bmatrix}. \tag{A-25}$$

Portanto, um material que possua três planos de simetria ortogonais possuirá 9 constantes elásticas independentes. Segundo Lekhnitskij (1981), essas constantes podem ser escritas em função dos módulos de Young nas direções x, y e z (E_x, E_y e E_z), dos módulos de cisalhamento (G_{xy}, G_{yz} e G_{xz}) e dos coeficientes de Poisson (ν_{xy}, ν_{yz} e ν_{xz}) por:

$$\mathbf{D}_T^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{-\nu_{yx}}{E_y} & \frac{-\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{-\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{xz}}{E_x} & \frac{-\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix}, \tag{A-26}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

onde, assumindo i e j dois eixos ortogonais, o módulo de cisalhamento (G_{ij}) ou módulo de rigidez relaciona a deformação cisalhante devido a uma tensão cisalhante aplicada no plano i na direção j, e o coeficiente de Poisson ν_{ij} é a razão entre a deformação aplicada na direção j e a reação na direção i. Cabe ressaltar que devido à simetria da matriz tangente, também são válidas as relações:

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x}, \quad \frac{\nu_{zx}}{E_z} = \frac{\nu_{xz}}{E_x} \quad \text{e} \quad \frac{\nu_{yz}}{E_y} = \frac{\nu_{zy}}{E_z}. \tag{A-27}$$

A.3.4
Material Transversalmente Isotrópico

Um material transversalmente isotrópico possui um plano de isotropia perpendicular a um eixo de simetria. Considerando um plano de simetria perpendicular ao eixo principal z, cuja matriz tangente é dada conforme a eq. (A-17), a isotropia deve ocorrer no plano xy.

A isotropia no plano é análoga a uma transformação rotacional invariante num eixo normal a esse para qualquer ângulo θ. A transformação de uma rotação θ num plano plano xy é dada por:

$$\mathbf{A}_{z,\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{A-28}$$

Para que haja isotropia no plano xy é necessária que essa rotação seja válida para qualquer θ. A trigonometria envolvendo o ângulo de rotação pode dificultar o cálculo da matriz $\mathbf{M}_{A_{z,\theta}}$. Para facilitar o desenvolvimento, optou-se por uma rotação de 45°, ou seja $\theta = \pi/4$, cujo seno e cosseno são idênticos. Assim, a matriz $\mathbf{M}_{A_{z,\theta}}$, conforme a eq. (A-8), será dada por:

$$\mathbf{M}_{A_{z,\theta}} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{A-29}$$

A partir da matriz $\mathbf{D}_T$ para um material ortotrópico, conforme a eq. (A-24), e utilizando-se a eq. (A-10), é válida a igualdade:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

$$
\begin{bmatrix}
D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\
D_{12} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\
D_{13} & D_{23} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & D_{56} \\
0 & 0 & 0 & 0 & D_{56} & D_{66}
\end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix}
\frac{\bar{D}+D_{12}+2D_{44}}{2} & \frac{\bar{D}+D_{12}-2D_{44}}{2} & \frac{D_{13}+D_{23}}{2} & 0 & 0 & \frac{D_{11}-D_{22}}{4} \\
\frac{\bar{D}+D_{12}-2D_{44}}{2} & \frac{\bar{D}+D_{12}+2D_{44}}{2} & \frac{D_{13}+D_{23}}{2} & 0 & 0 & \frac{D_{11}-D_{22}}{4} \\
\frac{D_{13}+D_{23}}{2} & \frac{D_{13}+D_{23}}{2} & D_{33} & 0 & 0 & \frac{D_{13}-D_{23}}{2} \\
0 & 0 & 0 & \frac{D_{44}+D_{55}}{2} & \frac{D_{55}-D_{44}}{2} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{D_{44}-D_{55}}{2} & \frac{D_{44}+D_{55}}{2} & 0 \\
\frac{D_{11}-D_{22}}{4} & \frac{D_{11}-D_{22}}{4} & \frac{D_{13}-D_{23}}{2} & 0 & 0 & \frac{\bar{D}-D_{12}}{2}
\end{bmatrix}, \tag{A-30}
$$

com:

$$
\bar{D} = \frac{D_{11} + D_{22}}{2}. \tag{A-31}
$$

Para que a igualdade da eq. (A-30) seja válida, é necessário que:

$$
D_{11} = D_{22},\ D_{13} = D_{23},\ D_{44} = D_{55} \text{ e } D_{44} = \frac{D_{11} - D_{12}}{2}. \tag{A-32}
$$

Assim, a matriz $\mathbf{D}_T$ para um material transversalmente isotrópico, conforme Slawinski (2010), é dada por:

$$
\mathbf{D}_T = \begin{bmatrix}
D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\
D_{12} & D_{11} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\
D_{13} & D_{13} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{D_{11}-D_{12}}{2}
\end{bmatrix}, \tag{A-33}
$$

cuja matriz inversa, $\mathbf{D}_T^{-1}$, relaciona a deformação como uma função linear da tensão, conforme a eq. (A-3), podendo ser expressa por:

$$
\mathbf{D}_T^{-1} = \begin{bmatrix}
D_{11}^* & D_{12}^* & D_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\
D_{12}^* & D_{11}^* & D_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\
D_{13}^* & D_{13}^* & D_{33}^* & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & D_{44}^* & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & D_{44}^* & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\left(D_{11}^* - D_{12}^*\right)
\end{bmatrix}. \tag{A-34}
$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Portanto, um material transversalmente isotrópico possui 5 constantes elásticas independentes. Segundo Lekhnitskij (1981), essas constantes podem ser escritas em função dos módulos de Young no plano de isotropia (E) e na direção normal a esse (E_z), do módulo de cisalhamento (G_z) entre o plano de isotropia e o plano de simetria, e dos coeficientes de Poisson: ν, que relaciona a deformação no plano de isotropia quando uma tensão é aplicada nesse plano; e ν_z, quando a tensão é aplicada na direção normal do plano de isotropia, tal que:

$$\mathbf{D}_T^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu_z}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu_z}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_z}{E_z} & \frac{-\nu_z}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{bmatrix}. \tag{A-35}$$

A.3.5
Material Isotrópico

Um material é dito isotrópico se suas propriedades não variam independentemente da direção escolhida ou, matematicamente, quando todas as transformações ortogonais são invariantes. Dessa forma, se a transformação que altera as direções dos eixos x e z for invariante para um material transversalmente isotrópico com relação ao eixo z, então esse material será isotrópico. Essa transformação é dada por:

$$\mathbf{A}_{x\text{-}z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{A-36}$$

cuja matriz $\mathbf{M}_{A_{x\text{-}z}}$, conforme a eq. (A-8), é dada por:

$$\mathbf{M}_{A_{x\text{-}z}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{A-37}$$

Assim, substituindo-se a matriz tangente do caso transversalmente isotrópico, eq. (A-33), e a matriz $\mathbf{M}_{A_{x\text{-}z}}$ na eq. (A-10), obtém-se a igualdade:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{12} & D_{11} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{13} & D_{13} & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{D_{11}-D_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} D_{33} & D_{13} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ D_{13} & D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ D_{13} & D_{12} & D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{D_{11}-D_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{44} \end{bmatrix}. \quad \text{(A-38)}$$

Para que a igualdade da eq. (A-38) seja válida, é necessário que:

$$D_{11} = D_{33} = D_{12} + 2D_{44} \quad \text{e} \quad D_{13} = D_{12}. \quad \text{(A-39)}$$

Assim, a matriz $\mathbf{D}_T$ para um material isotrópico, conforme Slawinski (2010), é dada por:

$$\mathbf{D}_T = \begin{bmatrix} D_{12}+2D_{44} & D_{12} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ D_{12} & D_{12}+2D_{44} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ D_{12} & D_{12} & D_{12}+2D_{44} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{44} \end{bmatrix}. \quad \text{(A-40)}$$

Portanto, um material isotrópico necessita de apenas 2 constantes elásticas independentes para sua representação. Se utilizarmos a definição dos parâmetros de Lamé (λ e μ), a matriz tangente para um material isotrópico pode ser escrita como:

$$\mathbf{D}_T = \begin{bmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}. \quad \text{(A-41)}$$

Conforme a eq. (A-40), a matriz inversa $\mathbf{D}_T^{-1}$ que relaciona a deformação como uma função linear da tensão, conforme a eq. (A-3), deve ser expressa por:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

$$\mathbf{D}_T^{-1} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ D_{12}^* & D_{11}^* & D_{12}^* & 0 & 0 & 0 \\ D_{12}^* & D_{12}^* & D_{11}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\,(D_{11}^* - D_{12}^*) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\,(D_{11}^* - D_{12}^*) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\,(D_{11}^* - D_{12}^*) \end{bmatrix}, \tag{A-42}$$

ou ainda, se utilizarmos os conceitos de módulo de Young e coeficiente de Poisson, por:

$$\mathbf{D}_T^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{bmatrix}. \tag{A-43}$$

Assim, podemos obter a relação entre o primeiro (λ) e segundo (μ) parâmetro de Lamé e os módulos elásticos (E, G e ν), tal que:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{e} \quad \mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \tag{A-44}$$

A.4
Módulo Volumétrico

Além das cinco constantes elásticas discutidas anteriormente (E, ν, G, λ e μ), existe um outra constante denominada módulo volumétrico. Conforme Chou & Pagano (1992), dado um carregamento hidrostático de compressão ($-P$), o módulo volumétrico (K) será a relação linear entre a deformação volumétrica (ε_{v}) e o carregamento aplicado, ou seja:

$$K = -\frac{P}{\varepsilon_{\mathrm{v}}}. \tag{A-45}$$

No carregamento hidrostático não há tensão cisalhante e todas as tensões normais são iguais e, por isso, o vetor tensão pode ser escrito na forma vetorial como:

$$\boldsymbol{\sigma} = -[P,\, P,\, P,\, 0,\, 0,\, 0]^T = -\mathbf{m}P, \tag{A-46}$$

onde $\mathbf{m}^T = [1,\, 1,\, 1,\, 0,\, 0,\, 0]^T$.

Se assumirmos que as deformações nas direções x, y e z são iguais ($\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_{\mathrm{v}}/3$), então o vetor deformação pode ser escrito como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{\mathrm{v}}/3,\, \varepsilon_{\mathrm{v}}/3,\, \varepsilon_{\mathrm{v}}/3,\, 0,\, 0,\, 0]^T = \frac{\varepsilon_{\mathrm{v}}}{3}\mathbf{m}. \tag{A-47}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Substituindo-se as eqs. (A-46) e (A-47) na relação tensão-deformação, (A-2), tem-se:

$$-\mathbf{m}P = \frac{\mathbf{D}_T\mathbf{m}}{3}\varepsilon_{\mathrm{v}} \tag{A-48}$$

ou ainda, multiplicando-se ambos os lados da igualdade por $\mathbf{m}^T$ e utilizando-se a relação $\mathbf{m}^T\mathbf{m} = 3$, o carregamento hidrostático em função da deformação volumétrica será dado por:

$$-\frac{P}{\varepsilon_{\mathrm{v}}} = \frac{\mathbf{m}^T\mathbf{D}_T\mathbf{m}}{9}. \tag{A-49}$$

Assim, a partir da definição de módulo volumétrico, eq. (A-45), o módulo volumétrico generalizado, conforme Cheng (1997), é dado por:

$$K^* = \frac{\mathbf{m}^T\mathbf{D}_T\mathbf{m}}{9}. \tag{A-50}$$

Para um material isotrópico, cuja matriz tangente é dada pela eq. (A-41), o módulo volumétrico será:

$$K = \lambda + \frac{2\mu}{3} = \frac{E}{3(1-2\nu)}. \tag{A-51}$$

A.5
Relação Entre as Constantes Elásticas

Para um meio isotrópico são necessárias apenas duas constantes elásticas para sua representação. Porém, no presente trabalho, foram a apresentadas 6 delas, a saber: módulo de Young (E), coeficiente de Poisson (ν), módulo de cisalhamento (G), módulo volumétrico (K) e os parâmetros de Lamé (λ e μ) que estão correlacionadas conforme a Tabela 19.

Tabela 19 – Relação entre as constantes elásticas

	E	ν	λ	$\mu = G$	K
(E,ν)	E	ν	$\frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$
(E,λ)	E	$\frac{2\lambda}{E+\lambda+R}$	λ	$\frac{E-3\lambda+R}{4}$	$\frac{E+3\lambda+R}{6}$
(E,G)	E	$\frac{E}{2G}-1$	$\frac{G(E-2G)}{3G-E}$	G	$\frac{E\,G}{3(3G-E)}$
(E,K)	E	$\frac{1}{2}-\frac{E}{6K}$	$\frac{3K(3K-E)}{9K-E}$	$\frac{3K\,E}{9K-E}$	K
(ν,λ)	$\frac{\lambda(1+\nu)(1-2\nu)}{\nu}$	ν	λ	$\frac{\lambda(1-2\nu)}{2\nu}$	$\frac{\lambda(1+\nu)}{3\nu}$
(ν,G)	$2G(1+\nu)$	ν	$\frac{2G\nu}{(1-2\nu)}$	G	$\frac{2G(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$
(ν,K)	$3K(1-2\nu)$	ν	$\frac{2K\nu}{(1+\nu)}$	$\frac{3K(1-2\nu)}{2(1+\nu)}$	K
(λ,G)	$\frac{G(3\lambda+2G)}{\lambda+G}$	$\frac{\lambda}{2(\lambda+G)}$	λ	G	$\lambda+\frac{2G}{3}$
(λ,K)	$\frac{9K(K-\lambda)}{3K-\lambda}$	$\frac{\lambda}{3K-\lambda}$	λ	$\frac{3(K-\lambda)}{3}$	K
(G,K)	$\frac{9G\,k}{3K+G}$	$\frac{3K-2G}{2(3K+G)}$	$K-\frac{2G}{3}$	G	K

$^*R = \sqrt{E^2+9\lambda^2+2\lambda E}$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

B
Aproximações Numéricas do Método dos Elementos Finitos

Uma das formas de resolver a equação de equilíbrio é através do método dos elementos finitos. Nesse método, o domínio é dividido em elementos que por sua vez são delimitados por nós. As propriedades de interesse são avaliadas nos nós e interpoladas para qualquer ponto dentro do elemento utilizando funções de forma. Nesta seção são apresentadas algumas aproximações numéricas do método dos elementos finitos dentre elas a interpolação escalar e vetorial, além do cálculo do gradiente de uma propriedade.

B.1
Interpolação Escalar

No método dos elementos finitos uma propriedade escalar ψ, no interior de um elemento, pode ser aproximada em função dos valores nodais do elemento, em coordenadas locais $\xi\eta\zeta$, por:

$$\psi\left(\xi,\eta,\zeta\right) \approx \sum_{l\in N^e} N_l\left(\xi,\eta,\zeta\right)\psi_l = \mathbf{N}_e\psi^e, \tag{B-1}$$

no qual, para o nó l, $N_l\left(\xi,\eta,\zeta\right)$ é a função de forma obtida no mapeamento do elemento e ψ_l é a propriedade ψ avaliada nesse nó; $\mathbf{N}_e$ é a matriz de funções de forma e ψ^e é um vetor com as propriedades avaliadas nos n_e nós que pertencem ao elemento e, ou seja:

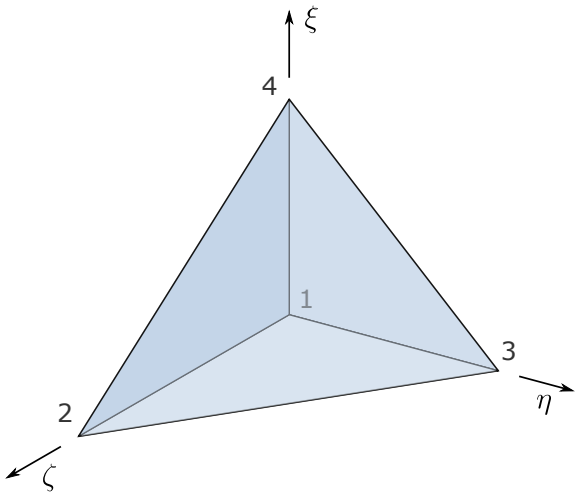
$$\mathbf{N}_e = \left[N_1, N_2, \ldots, N_{n_e}\right] \quad \text{e} \quad \psi^e = \left[\psi_1^e, \psi_2^e, \ldots, \psi_{n_e}^e\right]^T. \tag{B-2}$$

As Figuras 62 e 63 ilustram dois exemplos de coordenadas locais para: um tetraedro e um hexaedro, respectivamente. As funções de forma desses elementos estão descritas nas eqs. (B-3) e (B-4). Note que ao substituir as coordenadas locais de um vértice l na eq. (B-1), apenas a informação do nó l será considerada, obtendo $\psi = \psi_l$, como esperado.

Para um tetraedro, as funções de forma são definidas por:

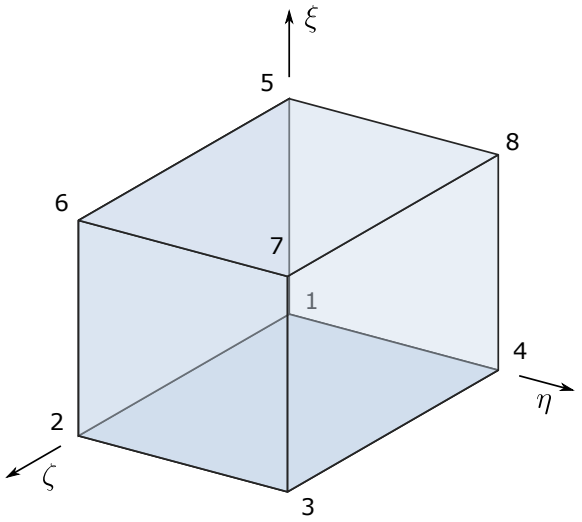
$$\begin{cases} N_1\left(\xi,\eta,\zeta\right) = N_1 = 1-\xi-\eta-\zeta \\ N_2\left(\xi,\eta,\zeta\right) = N_2 = \xi \\ N_3\left(\xi,\eta,\zeta\right) = N_3 = \eta \\ N_4\left(\xi,\eta,\zeta\right) = N_4 = \zeta \end{cases} \tag{B-3}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA



Vértice	ξ	η	ζ
1	0	0	0
2	1	0	0
3	0	1	0
4	0	0	1

Figura 62 – Tetraedro no espaço transformado



Vértice	ξ	η	ζ
1	0	0	0
2	1	0	0
3	1	1	0
4	0	1	0
5	0	0	1
6	1	0	1
7	1	1	1
8	0	1	1

Figura 63 – Hexaedro no espaço transformado

e para o hexaedro:

$$\begin{cases} N_1(\xi,\eta,\zeta) = N_1 = (1-\xi)(1-\eta)(1-\zeta) \\ N_2(\xi,\eta,\zeta) = N_2 = \xi(1-\eta)(1-\zeta) \\ N_3(\xi,\eta,\zeta) = N_3 = \xi\eta(1-\zeta) \\ N_4(\xi,\eta,\zeta) = N_4 = (1-\xi)\eta(1-\zeta) \\ N_5(\xi,\eta,\zeta) = N_5 = (1-\xi)(1-\eta)\zeta \\ N_6(\xi,\eta,\zeta) = N_6 = \xi(1-\eta)\zeta \\ N_7(\xi,\eta,\zeta) = N_7 = \xi\eta\zeta \\ N_8(\xi,\eta,\zeta) = N_8 = (1-\xi)\eta\zeta \end{cases} \tag{B-4}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

B.2
Interpolação Vetorial

Uma propriedade vetorial $\boldsymbol{\psi}$ pode ser decomposta nos eixos principais x, y e z por ψ_x, ψ_y e ψ_z, respectivamente, ou seja:

$$\boldsymbol{\psi} = [\psi_x,\ \psi_y,\ \psi_z]^T, \tag{B-5}$$

onde ψ_x, ψ_y e ψ_z podem ser expressas em função da propriedade nos nós do elemento, conforme as eqs. (B-1) e (B-2), por:

$$\psi_x = \mathbf{N}_e \psi_x^e \tag{B-6a}$$

$$\psi_y = \mathbf{N}_e \psi_y^e \tag{B-6b}$$

$$\psi_z = \mathbf{N}_e \psi_z^e \tag{B-6c}$$

que, na forma matricial, pode ser reescrito como:

$$\boldsymbol{\psi}_e^T = [\psi_x,\ \psi_y,\ \psi_z] = \mathbf{N}_e \tilde{\boldsymbol{\psi}}^e \tag{B-7}$$

onde a matriz $\mathbf{N}_e$ está definida pela eq. (B-2) e $\tilde{\boldsymbol{\psi}}_e$ é uma matriz escrita em função das propriedades avaliadas nas direções principais e nos n_e nós do elemento e, tal que:

$$\tilde{\boldsymbol{\psi}}^e = \begin{bmatrix} \psi_x^e & \psi_y^e & \psi_z^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\psi_x)_1^e & (\psi_y)_1^e & (\psi_z)_1^e \\ (\psi_x)_2^e & (\psi_y)_1^e & (\psi_z)_1^e \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (\psi_x)_{n_e}^e & (\psi_y)_{n_e}^e & (\psi_z)_{n_e}^e \end{bmatrix} \tag{B-8}$$

Alternativamente, a propriedade vetorial avaliada em um ponto no interior do elemento e, é dada por:

$$\boldsymbol{\psi}_e = \tilde{\mathbf{N}}_e \boldsymbol{\psi}^e, \tag{B-9}$$

com:

$$\tilde{\mathbf{N}}_e = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \cdots & N_{n_e} & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & 0 & N_{n_e} & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \cdots & 0 & 0 & N_{n_e} \end{bmatrix}_{3\times(3n_e)} \tag{B-10a}$$

$$\boldsymbol{\psi}^e = \left[(\psi_x)_1^e,\ (\psi_y)_1^e,\ (\psi_z)_1^e,\ (\psi_x)_2^e,\ (\psi_y)_2^e,\ \cdots,\ (\psi_z)_{n_e}^e\right]^T. \tag{B-10b}$$

Note que para obter o valor da propriedade no interior do elemento nas três direções principais (x, y e z) é necessário conhecer o valor da propriedade em todos os nós do elemento, além das coordenadas locais (ξ, η e ζ) do ponto de interesse, que serão utilizadas para o cálculo da matriz $\tilde{\mathbf{N}}_e$, conforme a eq. (B-10b), ou da matriz $\mathbf{N}_e$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

B.3
Gradiente de Uma Propriedade

O gradiente de uma propriedade escalar ψ, em coordenadas cartesianas, é dado, na forma matricial, por:

$$\nabla\psi = \begin{bmatrix} \partial_x\psi \\ \partial_y\psi \\ \partial_z\psi \end{bmatrix} \tag{B-11}$$

e pode ser escrito, utilizando a eq. (B-1), por:

$$\nabla\psi_e \approx \sum_{l\in N^e} \begin{bmatrix} \partial_x N_l \\ \partial_y N_l \\ \partial_z N_l \end{bmatrix} \psi_l^e \tag{B-12}$$

Como as funções de forma são expressas em função das coordenadas locais $\xi\eta\zeta$, então é válida a regra da cadeia dada por:

$$\partial_\xi N_l = \partial_\xi x \cdot \partial_x N_l + \partial_\xi y \cdot \partial_y N_l + \partial_\xi z \cdot \partial_z N_l \tag{B-13}$$

ou ainda, na forma matricial, por:

$$\begin{bmatrix} \partial_\xi N_l \\ \partial_\eta N_l \\ \partial_\zeta N_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_\xi x & \partial_\xi y & \partial_\xi z \\ \partial_\eta x & \partial_\eta y & \partial_\eta z \\ \partial_\zeta x & \partial_\zeta y & \partial_\zeta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_x N_l \\ \partial_y N_l \\ \partial_z N_l \end{bmatrix} \tag{B-14}$$

Definindo-se a matriz Jacobiana da transformação por:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \partial_\xi x & \partial_\eta x & \partial_\zeta x \\ \partial_\xi y & \partial_\eta y & \partial_\zeta y \\ \partial_\xi z & \partial_\eta z & \partial_\zeta z \end{bmatrix} \tag{B-15}$$

a regra da cadeia pode ser reescrita por:

$$\begin{bmatrix} \partial_\xi N_l \\ \partial_\eta N_l \\ \partial_\zeta N_l \end{bmatrix} = \mathbf{J}^T \begin{bmatrix} \partial_x N_l \\ \partial_y N_l \\ \partial_z N_l \end{bmatrix} \tag{B-16}$$

ou ainda:

$$\begin{bmatrix} \partial_x N_l \\ \partial_y N_l \\ \partial_z N_l \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-T} \begin{bmatrix} \partial_\xi N_l \\ \partial_\eta N_l \\ \partial_\zeta N_l \end{bmatrix} \tag{B-17}$$

As coordenadas globais no interior de um elemento também podem ser expressas em função das funções de forma e das coordenadas globais dos nós desse elemento. Dessa forma, a matriz Jacobiana, eq. (B-15), também pode ser escrita utilizando funções de forma. Essa aproximação será discutida na seção B.4.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Substituindo-se a eq. (B-17) na eq. (B-12), o gradiente da propriedade ψ pode ser escrito por:

$$\nabla\psi_e \approx \mathbf{J}^{-T} \sum_{l \in N^e} \begin{bmatrix} \partial_\xi N_l \\ \partial_\eta N_l \\ \partial_\zeta N_l \end{bmatrix} \psi_l^e \tag{B-18}$$

Substituindo-se a notação do somatório pela representação matricial, tem-se:

$$\nabla\psi_e \approx \mathbf{J}^{-T} \begin{bmatrix} \partial_\xi N_1 & \partial_\xi N_2 & \dots & \partial_\xi N_{n_e} \\ \partial_\eta N_1 & \partial_\eta N_2 & \dots & \partial_\eta N_{n_e} \\ \partial_\zeta N_1 & \partial_\zeta N_2 & \dots & \partial_\zeta N_{n_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1^e \\ \psi_2^e \\ \vdots \\ \psi_{n_e}^e \end{bmatrix} \tag{B-19}$$

Definindo-se a matriz $\mathbf{D}$ por:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \partial_\xi N_1 & \partial_\eta N_1 & \partial_\zeta N_1 \\ \partial_\xi N_2 & \partial_\eta N_2 & \partial_\zeta N_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \partial_\xi N_{n_e} & \partial_\eta N_{n_e} & \partial_\zeta N_{n_e} \end{bmatrix}, \tag{B-20}$$

o gradiente de ψ pode ser escrito por:

$$\nabla\psi_e \approx \mathbf{J}^{-T}\mathbf{D}^T\boldsymbol{\psi}^e. \tag{B-21}$$

Para um tetraedro, por exemplo, conforme as funções de forma da eq. (B-3), a matriz $\mathbf{D}$ será dada por:

$$\mathbf{D}_{tetra} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{B-22}$$

Já a matriz Jacobiana pode ter o seu cálculo simplificado se assumirmos a hipótese da formulação isoparamétrica, que está descrita a seguir.

B.4
Formulação Isoparamétrica

Uma propriedade escalar pode ser interpolada para o interior de um elemento, conhecendo-se o seu valor em todos os nós desse elemento e as funções de forma para o ponto em questão, conforme a eq. (B-1).

As coordenadas globais também podem ser interpoladas utilizando funções de forma. Segundo Cook et al. (1989), a formulação é dita isoparamétrica quando as funções de forma da interpolação das coordenadas geométricas são idênticas à interpolação utilizada para aproximação das propriedades.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Dessa forma, adotando a formulação isoparamétrica, as coordenadas globais de um ponto no interior de um elemento e podem ser escritas em função das coordenadas globais dos nós desse elemento, conforme a eq. (B-1), tal que:

$$x = \sum_{l \in N^e} N_l x_l, \quad y = \sum_{l \in N^e} N_l y_l \quad \text{e} \quad z = \sum_{l \in N^e} N_l z_l, \tag{B-23}$$

Assim, de acordo com a formulação isoparamétrica, a transposta da matriz Jacobiana, definida pela eq. (B-15), pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^T &= \begin{bmatrix} \partial_\xi x & \partial_\xi y & \partial_\xi z \\ \partial_\eta x & \partial_\eta y & \partial_\eta z \\ \partial_\zeta x & \partial_\zeta y & \partial_\zeta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \partial_\xi N_l x_l & \sum \partial_\xi N_l y_l & \sum \partial_\xi N_l z_l \\ \sum \partial_\eta N_l x_l & \sum \partial_\eta N_l y_l & \sum \partial_\eta N_l z_l \\ \sum \partial_\zeta N_l x_l & \sum \partial_\zeta N_l y_l & \sum \partial_\zeta N_l z_l \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \partial_\xi N_1 & \partial_\xi N_2 & \dots & \partial_\xi N_{n_e} \\ \partial_\eta N_1 & \partial_\eta N_2 & \dots & \partial_\eta N_{n_e} \\ \partial_\zeta N_1 & \partial_\zeta N_2 & \dots & \partial_\zeta N_{n_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^e & y_1^e & z_1^e \\ x_2^e & y_1^e & z_1^e \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n_e}^e & y_{n_e}^e & z_{n_e}^e \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{B-24}$$

ou ainda, utilizando as eqs. (B-20) e (B-8), pode ser resumida pelo produto matricial dado por:

$$\mathbf{J}^T = \mathbf{D}^T \tilde{\mathbf{x}}. \tag{B-25}$$

B.5
Variáveis da Simulação Geomecânica

A simulação geomecânica envolve diversos conceitos como deslocamento, deformação e tensão relativos a um corpo. A seguir, as representações matemáticas desses conceitos serão apresentadas utilizando-se a aproximação do método dos elementos finitos.

B.5.1
Deslocamentos

Dados os deslocamentos u, v e w paralelos aos eixos x, y e z, respectivamente, o vetor deslocamento $\mathbf{u}$ será definido por:

$$\mathbf{u} = [u,\ v,\ w]^T, \tag{B-26}$$

ou ainda, utilizando as funções de interpolação conforme a eq. (B-9), por:

$$\mathbf{u}_e = \tilde{\mathbf{N}}_e \mathbf{u}^e, \tag{B-27}$$

com:

$$\mathbf{u}^e = \left[u_1^e,\ v_1^e,\ w_1^e,\ u_2^e,\ v_2^e,\ w_2^e,\ \cdots,\ u_{n_e}^e,\ v_{n_e}^e,\ w_{n_e}^e\right]^T. \tag{B-28}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

B.5.2
Deformações

As deformações normais ε_x, ε_y e ε_z e as deformações cisalhantes γ_{xy}, γ_{yz} e γ_{xz} podem ser expressas em função dos deslocamentos u, v e w por:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_x u \\ \partial_y v \\ \partial_z w \\ \partial_y u + \partial_x v \\ \partial_z v + \partial_y w \\ \partial_z u + \partial_x w \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \partial_x u \\ \partial_y u \\ \partial_z u \\ \partial_x v \\ \vdots \\ \partial_z w \end{bmatrix}, \tag{B-29}$$

com:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{6\times 9} \tag{B-30}$$

Analogamente à eqs. (B-14) e (B-16), é possível escrever o vetor de derivadas globais em função das derivadas locais e da matriz $\mathbf{J}^T$,tal que:

$$\begin{bmatrix} \partial_\xi u \\ \partial_\eta u \\ \partial_\zeta u \\ \partial_\xi v \\ \vdots \\ \partial_\zeta w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\mathbf{J}^T\right]_{3\times 3} & [\mathbf{0}]_{3\times 3} & [\mathbf{0}]_{3\times 3} \\ [\mathbf{0}]_{3\times 3} & \left[\mathbf{J}^T\right]_{3\times 3} & [\mathbf{0}]_{3\times 3} \\ [\mathbf{0}]_{3\times 3} & [\mathbf{0}]_{3\times 3} & \left[\mathbf{J}^T\right]_{3\times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_x u \\ \partial_y u \\ \partial_z u \\ \partial_x v \\ \vdots \\ \partial_z w \end{bmatrix} \tag{B-31}$$

ou ainda, conforme a eq. (B-17), é válida a relação:

$$\begin{bmatrix} \partial_x u \\ \partial_y u \\ \partial_z u \\ \partial_x v \\ \vdots \\ \partial_z w \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{J}}_e \begin{bmatrix} \partial_\xi u \\ \partial_\eta u \\ \partial_\zeta u \\ \partial_\xi v \\ \vdots \\ \partial_\zeta w \end{bmatrix}, \tag{B-32}$$

com:

$$\tilde{\mathbf{J}}_e = \begin{bmatrix} \left[\mathbf{J}^{-T}\right]_{3\times 3} & [\mathbf{0}]_{3\times 3} & [\mathbf{0}]_{3\times 3} \\ [\mathbf{0}]_{3\times 3} & \left[\mathbf{J}^{-T}\right]_{3\times 3} & [\mathbf{0}]_{3\times 3} \\ [\mathbf{0}]_{3\times 3} & [\mathbf{0}]_{3\times 3} & \left[\mathbf{J}^{-T}\right]_{3\times 3} \end{bmatrix}. \tag{B-33}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Utilizando-se a definição de interpolação para o deslocamento, eq. (B-27), as derivadas dos deslocamentos com relação às variáveis locais podem ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \partial_\xi u \\ \partial_\eta u \\ \partial_\zeta u \\ \partial_\xi v \\ \vdots \\ \partial_\zeta w \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{D}}_e \mathbf{u}^e, \tag{B-34}$$

com:

$$\tilde{\mathbf{D}}_e = \begin{bmatrix} \partial_\xi N_1 & 0 & 0 & \partial_\xi N_2 & 0 & 0 & \cdots & \partial_\xi N_{n_e} & 0 & 0 \\ \partial_\eta N_1 & 0 & 0 & \partial_\eta N_2 & 0 & 0 & \cdots & \partial_\eta N_{n_e} & 0 & 0 \\ \partial_\zeta N_1 & 0 & 0 & \partial_\zeta N_2 & 0 & 0 & \cdots & \partial_\zeta N_{n_e} & 0 & 0 \\ 0 & \partial_\xi N_1 & 0 & 0 & \partial_\xi N_2 & 0 & \cdots & 0 & \partial_\xi N_{n_e} & 0 \\ 0 & \partial_\eta N_1 & 0 & 0 & \partial_\eta N_2 & 0 & \cdots & 0 & \partial_\eta N_{n_e} & 0 \\ 0 & \partial_\zeta N_1 & 0 & 0 & \partial_\zeta N_2 & 0 & \cdots & 0 & \partial_\zeta N_{n_e} & 0 \\ 0 & 0 & \partial_\xi N_1 & 0 & 0 & \partial_\xi N_2 & \cdots & 0 & 0 & \partial_\xi N_{n_e} \\ 0 & 0 & \partial_\eta N_1 & 0 & 0 & \partial_\eta N_2 & \cdots & 0 & 0 & \partial_\eta N_{n_e} \\ 0 & 0 & \partial_\zeta N_1 & 0 & 0 & \partial_\zeta N_2 & \cdots & 0 & 0 & \partial_\zeta N_{n_e} \end{bmatrix} \tag{B-35}$$

Dessa forma, substituindo as eqs. (B-32) e (B-34) na eq. (B-29), a deformação pode ser rescrita como:

$$\varepsilon_e = \mathbf{B}_e \mathbf{u}^e, \tag{B-36}$$

com:

$$\mathbf{B}_e = \mathbf{H}\,\tilde{\mathbf{J}}_e \tilde{\mathbf{D}}_e. \tag{B-37}$$

A posição espacial na qual as deformações são determinadas no interior do elemento e está associada à matriz $\mathbf{B}_e$. Ou seja, para uma dada coordenada local existe uma matriz $\mathbf{D}$ associada, e, consequentemente, suas respectivas matrizes $\tilde{\mathbf{J}}_e$, $\tilde{\mathbf{D}}_e$ e $\mathbf{B}_e$.

B.5.3
Tensões

O vetor de tensões pode ser obtido a partir do vetor de deformações conforme a relação tensão-deformação, eq. (A-2), especificada para cada material a depender da isotropia e simetria do material em questão.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

C
Artigo Publicado

Neste anexo é apresentado o trabalho publicado no 14º congresso internacional de mecânica de rochas realizado no mês de setembro de 2019 em Foz do Iguaçu . Neste artigo são discutidos os impactos na produção de um campo de petróleo quando a permeabilidade da rocha varia durante o escoamento do fluido devido a variação do volume poroso. Essa mudança na permeabilidade é escrita na forma da lei da potência e assume três tipos de rochas com diferentes expoentes. Assim, é possível analisar o impacto da variação da porosidade e, consequentemente, da permeabilidade utilizando o problema acoplado de fluxo e tensão de forma iterativa. Para o caso apresentado foi possível obter uma produção de gás 50% maior, uma antecipação na mudança do esquema de produção em 4 anos, e um atraso na chegada de água no poço produtor em mais de 2 anos. Dessa forma, o trabalho ilustra a importância de se utilizar não só um acoplamento mais robusto do que o acoplamento explícito, como também a variação da permeabilidade durante a produção.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Rock Mechanics for Natural Resources and Infrastructure Development –
Fontoura, Rocca & Pavón Mendoza (Eds)
© 2020 ISRM, ISBN 978-0-367-42284-4

Geomechanical effects in black-oil reservoir simulation with permeability changes

B.G. Souza Jr, S.A.B. Fontoura, N. Inoue, G.L. Righetto, C.A. Aguilar & A.L.S. Souza
Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil

ABSTRACT: Conventional reservoir simulation simplifies the geomechanical effect by modifying the pore volume as a simple linear relationship with the pressure variation. A proposed hydro-mechanical problem is solved using the coupled iterative method with pore compressibility as the coupling parameter and allowing permeability change as a function of porosity. Permeability-porosity relationship used is the power law and porosity exponent is based on laboratory experiments using several sedimentary rocks. The consideration of the adjacent rocks and the permeability change during the simulation impacts directly on the production and displacement curves and consequently on the planning of interventions of an oil field. The scenario idealized in this paper is described in detail so the results presented here may be reproduced and compared with other methodologies when geomechanical effects on permeability are considered.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

1 INTRODUCTION

Many problems in the oil industry are solved using conventional reservoir simulations. In general, these simulations solve equations of fluid flow through porous media only inside the petroleum reservoir ignoring the interaction with surrounding rocks. Assuming constant total stress in the reservoir, the pore compressibility and permeability is also constant and the porosity change is a simple function of pore compressibility and pore pressure variation.

According to Chin et al. (2002), these assumptions may restrict conventional reservoir simulators from analyzing reservoirs of complex geomechanical behavior. The geomechanical effects are simplified by calculating the pore volume as a simple linear relationship with pore pressure variation. The influence of surrounding rocks and the effects of stress must be added to reservoir simulations.

The theory of elasticity to porous materials that consider the effects of stress change was originally introduced by Biot (1941). This formulation presents a fully coupled solution for the fluid flow and mechanical problem. The fully coupled finite element approximation for the governing equations of Biot's theory was presented by Lewis & Schrefler (1978) and Zienkiewicz (1982) using the Galerkin method.

As an alternative to the fully coupled method that is computationally costly for reservoir geomechanics applications, there are iterative coupled and explicit coupled. Dean et al. (2006) compared these three methodologies of coupling in four different scenarios obtaining good results using the iterative coupling. Settari and Mourits (1994) suggest the use of iterative coupled method because it solves the problem as rigorously as a fully coupled solution.

The present work employs the iterative method using the pore compressibility as a coupling parameter according to Inoue & Fontoura (2009a). The quarter of five spot pattern proposed by Dean et al. (2006) is extended by adding a stiff non-pay region around the reservoir. A black-oil simulation is compared with this new scenario using different equations for permeability-porosity relation. The purpose of this work is to show that geomechanics has a great influence on flow simulation when considering the permeability change.

2 GEOMECHANICAL EFFECTS ON RESERVOIR SIMULATION

In the conventional reservoir simulation, the basic equations are obtained by combining the continuity equation and Darcy's law using the black-oil formulation, according to Aziz & Settari (1979). The pressure and saturation for all phases can be obtained by solving theses discretized equations and pore volume change is a linear function of pressure.

The geomechanical effects on reservoir simulation are considered when the pore volume change is calculated based on force equilibrium equation. The governing equations and the geomechanical effects on porosity and permeability are presented below.

2.1 *Governing equations*

The multiphase flow equations are obtained by combining the continuity equation and Darcy's law using the black-oil formulation, according to Aziz & Settari (1979). The equilibrium equations in terms of displacement can be obtained using the concept of effective stress, constitutive relation for solid rock, strain displacement relation and the force equilibrium equation. For isotropic linear elastic materials, these equations are called Navier's equations and, assuming an incompressible matrix subject to a pore pressure P, can be written as a function of Young's modulus (E), Poisson's ratio (v) and displacement vector (u) by

$$\nabla^2\mathbf{u}+\frac{1}{1-2v}\nabla\left(\nabla\cdot\mathbf{u}\right)=\frac{2\left(1+v\right)}{\mathrm{E}}\nabla\mathrm{P} \tag{1}$$

This equation is used to calculate the displacement due to pore pressure changes in the reservoir and the volumetric strain (ε_v) that is the trace of the strain tensor ($\boldsymbol{\varepsilon}$) defined by

$$\boldsymbol{\varepsilon}=\nabla\mathbf{u} \tag{2}$$

2.2 *Geomechanical effects on porosity*

Conventional reservoir models represent the porosity change by a simple function of pressure and the pore compressibility (c_p) by:

$$\phi^*=\phi_0^*\left[1+c_p\left(P-P_0\right)\right] \tag{3}$$

where ϕ_0^* is the reference porosity measured at pore pressure P_0.

Considering isotropic linear elastic material, according to Inoue & Fontoura (2009b), the porosity for infinitesimal displacements assuming an incompressible matrix may be expressed as:

$$\phi=\phi_0+\left(\varepsilon_v-\varepsilon_v^0\right) \tag{4}$$

Equation 3 is obtained based on pore compressibility definition and Equation 4 is obtained based on pore volume change due to stress change. The geomechanical effects can be introduced in reservoir simulation using Equation 4 for porosity update.

2.3 *Geomechanical effects on permeability*

In general, conventional reservoir simulation assumes a constant permeability during all iterations. However, porosity and permeability change as a function of stress during the production process. One possible relation between these two properties, according to Petunin et al. (2011), is the power law relation

$$\frac{k}{k_0}=\left(\frac{\phi}{\phi_0}\right)^N \tag{5}$$

where k_0 and ϕ_0 are, respectively, the permeability and porosity measured at a reference stress state and is the porosity exponent that depends on rock type. In the reservoir simulations, the initial stress is the reference stress state for each reservoir grid block and the common sedimentary rocks

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

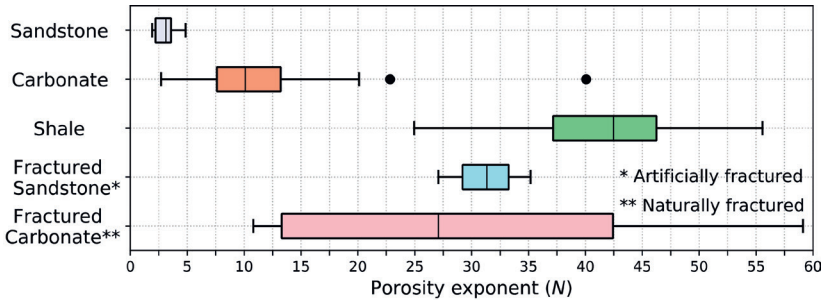


Figure 1. Porosity exponent value as a function of rock type.

assumed are sandstone, shale or carbonate. Figure 1 shows the porosity sensitivity exponent values measured for these three rock types.

Figure 1 was created based on three different works. Sandstone data (7 values) was obtained by Doyen (1988), Dong et al. (2010) and Petunin et al. (2011). Shale data (5 values) and carbonate data (25 values) was obtained by Dong et al. (2010) and Petunin et al. (2011), respectively. Naturally fractured carbonate data (6 values) and artificially fractured sandstone data (3 values) was obtained by Petunin et al. (2011). This figure is a horizontal box plot based on quartiles of the data. The box contains 50% of the data and it is limited by lower and upper quartile. Maximum and minimum values are calculated statically and any data outside is an outlier and it is denoted by a circle. The vertical bars inside the boxes are the medians.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

3 ITERATIVE COUPLED METHOD FOR HYDROMECHANICAL PROBLEMS

The iterative coupled approach also is known as the iterative staggered procedure, because it involves solving two problems in sequence until convergence is reached at each time step (Wendland & Efendiev 2003). First, the flow problem is solved and the pressure obtained is used to solve the geomechanical problem. Then, the coupling parameters are updating using the volumetric strains obtained and the flow problem is solved again. The last two pressure vector are compared and this sequential procedure is iterated until the solution converges within an acceptable tolerance for pressure vector.

Lautenschlager et al. (2014) coupled two commercial simulators using this methodology: a black-oil simulator (IMEX) and a stress analysis program (ABAQUS). Inoue et al. (2014) implemented this method in a coupling program called HERMES that couples IMEX simulator and an in-house geomechanics program called CHRONOS using pore compressibility as coupling parameter. CHRONOS were developed with massive parallel programming in NVIDIA GPUs using the CUDA platform and significantly reducing the processing time of stress analysis.

The pseudo-compressibility that consider geomechanical effects on reservoir simulation is obtained equating Equations 3 and 4, such that:

$$c_p = \frac{1}{\phi_0}\frac{\varepsilon_v - \varepsilon_v^0}{P - P_0} \tag{6}$$

Assuming a permeability change, according Equation 5, and using the properties evaluated at time t_n as a reference, the coupling parameters can be written iteratively as:

$$c_p^{(s)} = \frac{1}{\phi^{(n)}}\frac{\varepsilon_v^{(s)} - \varepsilon_v^{(n)}}{P^{(s)} - P^{(n)}} \tag{7}$$

$$k^{(s)} = k_0\left(\frac{\phi^{(s)}}{\phi_0}\right)^N \tag{8}$$

$$\phi^{(s)} = \phi^{(n)}\left[1 + c_p^{(s)}\left(P^{(s)} - P^{(n)}\right)\right] \tag{9}$$

where the superscript (n) denotes the time iteration at time t_n, (s) denotes the staggered iteration at next time t_{n+1} and subscript 0 denotes the initial condition.

4 COMPARISON BETWEEN ITERATIVE COUPLED AND CONVENTIONAL RESERVOIR SIMULATION

Dean et al. (2006) proposed four different hydro-mechanical problems: the first two are a simple single phase depletion with different boundary conditions; the third problem is a single phase depletion with a soft reservoir surrounding by a stiff non-pay region; the final problem is a three-phase, black-oil, five-spot pattern. The iterative coupled method of HERMES obtained similar results to the fully coupled method presented by Dean et al. (2006).

The present work proposes to combine the black-oil simulation and the stiff non-pay region comparing the geomechanical effects with different permeability-porosity relation. The details of this case study are presented below.

4.1 *Case study*

The conventional reservoir simulation assumes just the soft reservoir according to geometry and properties specified below with no flow boundary condition. The iterative coupled method also assumes the stiff surrounding region and enforces zero normal displacements and zero tangential stresses at the four vertical faces and the bottom of the grid, while the top of the grid has specified vertical stress.

Soft reservoir

A quarter of five-spot pattern is adopted with a grid of 21 x 21 x 11 blocks of square bases with a length of 18.29 m (60 ft) and height of 6.10 m (20 ft), according to Figure 2a. The top of the grid is at a depth of 1219.20 m (4000 ft) and the initial in situ reservoir porosity is 30%. The horizontal permeabilities of the reservoir vary by layer from top to bottom with the following values 5, 100, 20, 20, 20, 100, 20, 20, 100, 20 and 20 md, and the vertical permeabilities are 100 times lower than horizontal ones.

The relative permeability to water (k_{rw}), relative permeability to oil in presence of water (k_{row}) and water-oil capillary pressure (P_{cw}) at the given water saturation (S_w) are listed in Table 1. The same table also lists the relative permeability to gas (k_{rg}), relative permeability to oil in presence of gas and connate water (k_{rog}), and gas-oil capillary pressure (P_{cg}) at the given gas saturation (S_g).

The water has a compressibility of 4.35×10^{-10} Pa^{-1}, a formation volume factor of 1.0, a viscosity of 1 mPa.s and a fluid density of 1000 kg/m^3 at 0.1 MPa. The oil and gas densities at the surface are 897 kg/m^3 and 0.913 kg/m^3, respectively. The formation volume factors (B_o and B_g) and viscosities (μ_o and μ_g) for saturated oil and gas are listed in Table 2 at the given pressures as well as the solution gas-oil ratio (R_s). The bubble-point pressure is 20.68 MPa (3000 psi) and the oil compressibility is 1.45×10^{-9} Pa^{-1} in the whole reservoir.

For the initial conditions, fluid saturations are 20%, 80% and 0% for water, oil and gas, respectively, reservoir pressure at 1222.25 m (4010 ft) is 20.75 MPa (3010 psi) and vertical stress is 27.58 MPa (4000 psi) at the top of the reservoir with a vertical stress gradient of 0.0209 MPa/m. Horizontal stresses are equal to half of the vertical stress, the elastic modulus is 344.7 MPa, Poisson's ratio is 0.35 and the initial in situ solid density is 2700 kg/m^3.

Pore compressibility is 6.02×10^{-9} Pa^{-1} and it is calculated assuming a uniaxial strain with vertical deformation due to vertical stress and a zero horizontal displacement. Inoue et al. (2011) write the pore compressibility for this oedometer consolidation in terms of Young's modulus, Poisson's ratio and porosity as:

$$c_p = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)\phi E} \tag{10}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

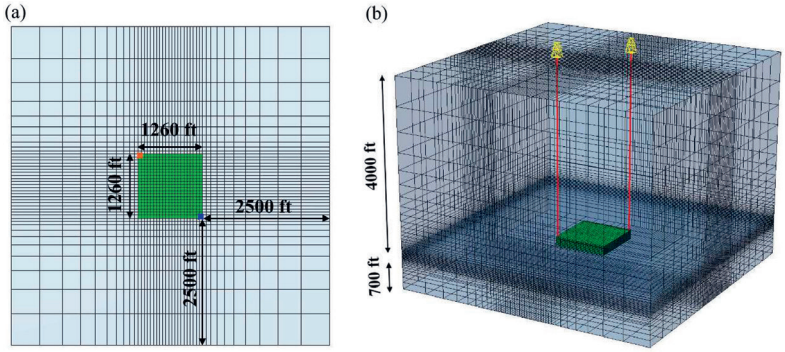


Figure 2. Geometric model: (a) horizontal section with reservoir (green) and sideburden (gray) and (b) 3D view with injector and producer at top and reservoir (green) inside.

Vertical wells are located on the two corners of the reservoir on opposite diagonals and they are completed in all 11 layers of the reservoir. The water injector has a specified rate of 79.49 m^3/d (500 stb/d) and the production well has a specified liquid rate of 119.24 m^3/d (750 stb/d) with a minimum bottom-hole pressure of 3.45 MPa (500 psi). Since only a quarter of a well's production/injection is being simulated, those rates are a quarter of the original rate (five-spot pattern), the wellbore radius is 0.069 ft (instead of 0.25ft) and there is a multiplying factor of 0.25 in the well index (WI) calculation. Dean at al. (2006) applied the same procedure using a quarter of five spot pattern.

Stiff surroundings region

The stiff region surrounding the reservoir consists in a sideburden of 762 m (2500 ft) in both directions of axes x and y, an underburden of 213.36 m (700 ft) and an overburden of 1219.2 m (4000 ft). All these extensions have a geometric progression in length with a specified number of divisions

Table 1. Water-oil relative permeability, gas-oil relative permeability and capillary pressure.

S_w	k_{rw}	k_{row}	P_{cw}	S_g	k_{rg}	k_{rog}	P_{cg}
–	–	–	kPa	–	–	–	kPa
0.20	0.0000	0.5102	44.13	0.00	.5102	0.0000	0.00
0.25	0.0039	0.4133	38.61	0.03	0.4673	0.0000	0.00
0.30	0.0156	0.3266	33.78	0.05	0.4398	0.0004	0.00
0.35	0.0352	0.2500	28.96	0.10	0.3748	0.0052	0.00
0.40	0.0625	0.1837	24.82	0.15	0.3149	0.0153	0.69
0.45	0.0977	0.1276	20.68	0.20	0.2709	0.0307	1.38
0.50	0.1406	0.0816	17.24	0.25	0.2108	0.0514	2.07
0.55	0.1914	0.0459	13.79	0.30	0.1666	0.0775	3.45
0.60	0.2500	0.0204	11.03	0.35	0.1275	0.1089	4.14
0.65	0.3164	0.0051	8.27	0.40	0.0937	0.1455	5.52
0.70	0.3906	0.0000	6.21	0.45	0.0651	0.1875	6.89
0.80	0.5625	0.0000	2.76	0.50	0.0416	0.2348	8.96
0.90	0.7656	0.0000	0.69	0.55	0.0234	0.2874	10.34
1.00	1.0000	0.0000	0.00	0.60	0.0104	0.3454	12.41
				0.65	0.0026	0.4086	14.48
				0.70	0.0000	0.4772	17.24
				0.75	0.0000	0.5511	19.30
				0.80	0.0000	0.6303	22.06

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

Table 2. Fluid properties as function of pressure.

P MPa	R_s m^3/m^3	B_o m^3/m^3	B_g m^3/m^3	μ_o mPa.s	μ_g mPa.s
2.07	10.86	1.0663	0.057616	1.50	0.02
4.14	20.67	1.0931	0.028014	1.50	0.02
6.21	29.93	1.1173	0.018232	1.50	0.02
8.27	39.12	1.1408	0.013398	1.50	0.02
11.03	51.53	1.1718	0.009841	1.50	0.02
13.79	64.24	1.2030	0.007772	1.50	0.02
16.55	77.31	1.2346	0.006447	1.50	0.02
19.31	90.84	1.2667	0.005547	1.50	0.02
20.68	98.30	1.2843	0.005179	1.50	0.02
22.06	104.85	1.2996	0.004911	1.50	0.02
24.82	119.43	1.3334	0.004449	1.50	0.02
27.58	134.62	1.3683	0.004107	1.50	0.02
31.03	154.63	1.4137	0.003798	1.50	0.02

and a common ratio. The sideburden and underburden have 10 divisions and a ratio of 1.25. The overburden has 20 divisions and a ratio of 1.2. The surroundings have the same elastic properties of Problem 3 from Dean et al. (2006): an elastic modulus of 6900 MPa and a Poisson's ratio of 0.25. Figure 2b shows the 3D view of the geometry.

No flow is assumed for the fluid in the non-pay region. The initial vertical stress is 0 MPa at the surface with a vertical stress gradient of 0.0226 MPa/m until the depth of 1219.20 m and 0.0209 MPa/m until the bottom of the grid. With these values of stress gradients and assuming that the horizontal stresses are half the vertical stress, the reservoir has the compatible stress field.

4.2 *Geomechanical effects on flow simulation with changes in permeability*

A commercial black-oil simulator called IMEX was used for iterative coupled method solving flow equation and for conventional reservoir simulations assuming a constant permeability. The iterative coupled method assumes a permeability change according to Equation 5 with three different values for permeability-porosity exponent (3, 10 and 30) based on Figure 1. The comparison between these two approaches and the impact of the permeability-porosity exponent are presented in Figure 3.

Production begins with a constant rate at surface and bottom-hole well pressure decrease until a minimum specified value (3.45 MPa). After this moment, the production occurs with constant bottom-hole pressure and the oil rate decrease with time, according to Figure 3c. For conventional simulation, water breakthrough can be seen in Figure 3d around 4000 days and it slightly changes the GOR (gas/oil ratio) and oil rate curves. Average pore-volume-weighted reservoir pressure decreases due to production, according to Figure 3a.

For iterative coupled simulation, there are also three stages: (i) production with constant rate and production with constant bottom-hole pressure (ii) before water breakthrough and (iii) after water breakthrough. In Figure 4, the curves with N = 0 differ from the conventional curves only by the presence of the adjacent rocks, since both do not allow the permeability variation. In this case, the increase of the stiffness of the system causes a greater pressure drop in the reservoir, according to Figure 4a, and a delay in the water breakthrough, according to Figure 4d. With the pressure below the bubble point, more gas is produced and, consequently, an increase in GOR is observed.

The increase of the exponent rises the influence of porosity on permeability. As the porosity reduces due to pressure drop, the permeability will decrease further as the exponent increases. The decrease in permeability impacts the reduction of the bottom pressure of the producer in order to maintain the specified production flow rate. Thus, the specified minimum production pressure and consequently the beginning of the rate drop in the producer is reached earlier. This reduction in production and the constant injection decrease the average pressure drop with time. On the other hand, the water breakthrough is delayed due to the decrease in permeability around the producing well.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

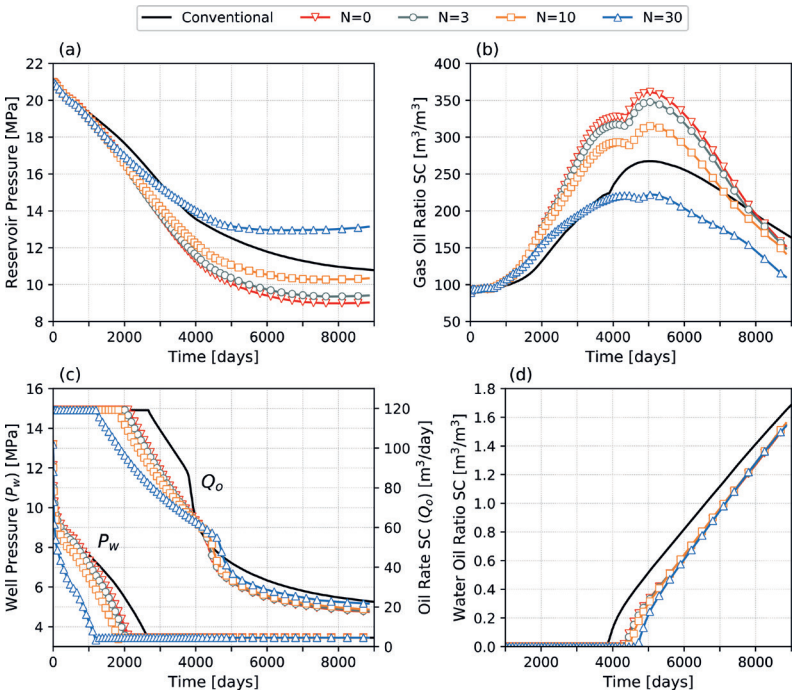


Figure 3. Flow results comparing conventional reservoir simulation and iterative coupled method using four different values for permeability-porosity exponent: (a) average reservoir pressure; (b) GOR; (c) bottom-hole well pressure and oil rate; (d) WOR. Units of volume measured under standard conditions (SC).

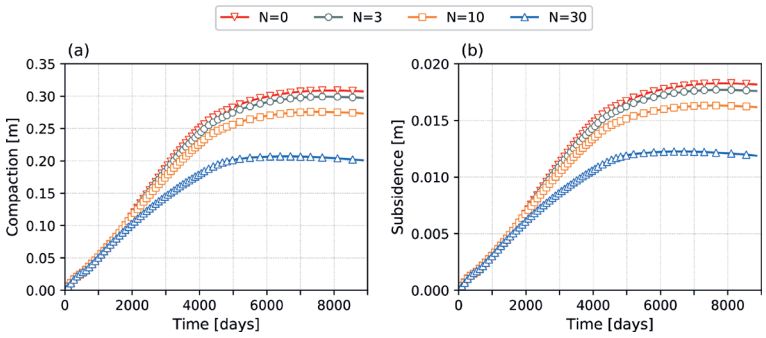


Figure 4. Vertical displacements with four different values for permeability-porosity exponent: (a) compaction and (b) subsidence.

The permeability change assuming an exponent N=30 results in anticipation around 4 years at the change in the production scheme and in a delay of more than 2 years in water breakthrough when compared to the conventional reservoir simulation. Assuming stiff surrounding rocks and a constant permeability (N=0), 50 percent more gas is generated around 4000 days and the average reservoir pressure is 4 MPa lower than results obtained using N=30 around 9000 days.

For the iterative coupled simulations, the compaction and the subsidence in the proposed domain were also calculated, as in Figure 4. The compaction was evaluated at the top of the reservoir and the subsidence at the top of the mesh, both measured at the center of the domain as an arithmetic average of the nodes of the central element. The drop in average reservoir pressure directly influences compaction and subsidence. The higher the pressure drop, the greater the compaction and the subsidence, according to Figure 4.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

According to Figures 3 and 4, the relationship between porosity and permeability influences both displacement and production plots. Therefore, changes in permeability must be taken into account when planning an oil field exploration to determine the best production design and future interventions.

5 CONCLUSIONS

Geomechanical effects on porosity and permeability play an important role in flow results. Assuming a stiff region around the reservoir, the change in production scheme was anticipated and the water breakthrough was delayed. The permeability-porosity exponent affects directly on both production and displacement plots and it can induce huge anticipation in the production scheme. The geomechanical effects must be introduced in reservoir simulations to improve the production scheme and the planning of reservoir interventions. This impacts directly on the investments and economic returns of an oil field.

The proposed scenario is described in detail so the results presented here may be reproduced and compared with other methodologies when changes in porosity and permeability due to stress are considered.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank ANP/Petrobras for financial support, CMG and Emerson E&P Software for providing the licenses of IMEX and SKUA-GOCAD, respectively.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1612929/CA

REFERENCES

Aziz, K. & Settari, A. 1979. *Petroleum reservoir simulation*. London: Applied Science Publishers Ltd.

Biot, M.A. 1941. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of applied physics* 12: 155–164.

Chin, L.Y., Thomas, L.K., Sylte, J.E. & Pierson, R.G. 2002. *Oil & Gas Science and Technology* 57: 485–497.

Dean, R.H., Gai, X., Stone, C.M. & Minkoff, S.E. 2006. A comparison of techniques for coupling porous flow and geomechanics. *SPE Journal* 11: 132–140.

Dong, J.J., Hsu, J.Y., Wu, W.J., Shimamoto, T., Hung, J.H., Yeh, E.C., Wu, Y.H. & Sone, H. 2010. Stress-dependence of the permeability ad porosity of sandstone and shale from TCDP Hole-A. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 47 (7): 1141–1157.

Doyen, P.M. 1988. Permeability, conductivity and pore geometry of sandstone. *Journal of Geophysical Research* 93 (B7): 7729–7740

Inoue, N. & Fontoura, S.A.B. 2009a. Answers to some questions about the coupling between fluid flow and rock deformation in oil reservoirs. *Society of Petroleum Engineers* (SPE-125760-MS).

Inoue, N. & Fontoura, S.A.B. 2009b. Explicit coupling between flow and geomechanical simulators. *Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering*. Italy.

Inoue, N., Fontoura, S.A.B., Righetto, G.L., Lautenschlager, C.E.R., Ribeiro, E.J.B. & Serra, A.L. 2011. Assessment of the geomechanical effects in a real reservoir. *American Rock Mechanics Association* (ARMA-11–142).

Inoue, N., Fontoura, S.A.B., Righetto, G.L., Lautenschlager, C.E.R, Albuquerque, R.A.C., Meurer, G.B. & Souza, A.L.S. 2014. Reservoir geomechanics workflow. *International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering* (ISRM-ARMS8-2014–194).

Lautenschlager, C.E.R., Righetto, G.L., Inoue, N. & Fontoura, S.A.B. 2014. Advances on partial coupling in reservoir simulation: a new scheme of hydromechanical coupling. *Society of Petroleum Engineers* (SPE-164657-MS).

Lewis, R.W. & Schrefler, B. 1978. A fully coupled consolidation model of the subsidence of Venice. *Water Resources Research* 14 (2): 223–230.

Petunin, V.V., Yin, X. & Tutuncu, A.N. 2011. Porosity and permeability changes in sandstones and carbonates under stress and their correlation to rock texture. *Society of Petroleum Engineers* (SPE-147401-MS).

Settari, A. & Mourits, F.M. 1994. Coupling of Geomechanics and Reservoir Simulaiton Models. *Computer Methods and Advances in Geomechanics*: 2151–2158. Rotterdam: Balkema.

Wendland, W. & Efendiev, M. 2003. *Analysis and simulation of multifield problems*. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Zienkiewicz, O.C. 1982. Field equations for porous media under dynamic loads. *Numerical Methods in Geomechanics*.