

Lucas Ghion Zorzan

Modelagem Numérica de Barragens de Mineração Utilizando o Método do Ponto Material

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr. Coorientador: Prof. Fabricio Fernández

> Rio de Janeiro Outubro de 2023



Lucas Ghion Zorzan

Modelagem Numérica de Barragens de Mineração Utilizando o Método do Ponto Material

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr. Orientador Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Fabricio Fernández Coorientador Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio

Prof. Alessandro Cirone Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio

Prof. Raquel Quadros Velloso Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 23 de Outubro de 2023

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial do trabalho, é proibida sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Lucas Ghion Zorzan

Graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Paraná (UFPR) em 2018. Principais áreas de interesse e pesquisa: Geotecnia Experimental, Modelos Constitutivos para Materiais Geológicos, Barragens de Terra.

Ficha Catalográfica

Ghion Zorzan, Lucas

Modelagem Numérica de Barragens de Mineração Utilizando o Método do Ponto Material / Lucas Ghion Zorzan; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr.; coorientador: Fabricio Fernández. – 2023.

152 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2023.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Geotecnia – Teses. 3. Barragens de Mineração. 4. Método do Ponto Material. 5. Modelagem Constitutiva. 6. Modelos Elasto-Plásticos. I. Vargas Jr., Eurípedes do Amaral. II. Fernández, Fabricio. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais e irmão pelo apoio incondicional em todos os momentos e, em especial, desde a primeira intenção de realizar o curso de mestrado. O convívio e apoio durante o período de isolamento social, em que boa parte das disciplinas da pós-graduação foram cursadas, foi essencial em toda esta jornada.

Ao Prof. Vargas, pelos ensinamentos compartilhados em todo o período de mestrado e pelo exemplo de excelência técnica e didática.

Ao Prof. Fabricio, pelo apoio no desenvolvimento desta dissertação, suporte teórico e compartilhamento de ideias. Em especial, pelo desenvolvimento do MPM-PUCRio, ferramenta utilizada nas análises do trabalho.

Ao Prof. Alessandro Cirone, pelo apoio nos últimos meses desta pesquisa e pelos ensinamentos compartilhados em modelagem constitutiva.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio, que muito contribuíram neste caminho de desenvolvimento geotécnico. Agradeço pela obstinada crença na educação superior e na pesquisa, demonstrada pela continuidade da pós-graduação no período de isolamento.

Ao Pedro Thá, cujo incentivo e conselhos foram essenciais para tornar a experiência da pós-graduação transformadora em minha formação acadêmica.

Aos colegas e amigos de mestrado: Mario, Miryan, Luan, Pepe e Luis Guilherme, que compartilharam dias e noites de estudo, dúvidas e anseios sobre o retorno das aulas, amadurecimento e crescimento técnico.

À Paula, Ana e Bruna, pela amizade constante e apoio durante os intensos períodos de provas, além da escuta contínua ao me ouvirem incansavelmente falar sobre fluxo permanente e transiente.

À Jordana pelos anos de parceria e apoio na reta final deste trabalho. À Jaqueline por acreditar e impulsionar, em mais de uma oportunidade, minha vida profissional e por ser suporte essencial nos desafios superados.

À Luana e toda equipe da PUC-Rio pelo suporte nestes anos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Ainda, agradeço ao CNPq pelo apoio financeiro por meio de bolsas de estudo e apoio à pesquisa nacional.

O curso de mestrado do qual esta dissertação é produto aconteceu, majoritariamente, durante a pandemia de COVID-19. Este desafiador período afetou a todos de maneira intensa e singular. Muitas e significativas foram as perdas, sempre lembradas pelo nosso contínuo apoio, enquanto sociedade, à ciência, à pesquisa e ao desenvolvimento tecnológico, pontos que nos permitiram emergir em dias de maior tranquilidade.

Resumo

Ghion Zorzan, Lucas; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral; Fernández, Fabricio. Modelagem Numérica de Barragens de Mineração Utilizando o Método do Ponto Material. Rio de Janeiro, 2023. 152p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Rupturas de barragens de mineração estão associadas à severos impactos sociais, econômicos e ambientais para a sociedade de forma geral. Estas estruturas figuram entre as maiores e mais complexas no âmbito da geotecnia, representando um desafio na compreensão do comportamento geomecânico dos materiais e dos fenômenos que eventualmente possam levar à falha. Devido a esta complexidade, a construção de modelos numéricos representativos destas estruturas é uma tarefa igualmente difícil, estando disponíveis diversas metodologias embasadas, principalmente, em análises de pequenas deformações ou em conceitos oriundos da hidrodinâmica computacional. Neste sentido, o presente trabalho objetiva contribuir para a avaliação de rupturas de barragens de mineração por meio da modelagem numérica em grandes deformações utilizando o Método do Ponto Material (MPM), método numérico híbrido capaz de simular o meio contínuo utilizando pontos deslocáveis em uma malha fixa de cálculo. Para isso, simulou-se com o MPM a ruptura da Barragem de Cadia, na Austrália, caso histórico de falha de uma estrutura de contenção de rejeitos, utilizando o modelo de Mohr-Coulomb com e sem amolecimento. Complementarmente, simulações em pequenas deformações fazendo uso do Método dos Elementos Finitos foram conduzidas de modo a constituir um referencial na avaliação crítica dos resultados em grandes deformações, inclusive considerando o modelo embasado na teoria do estado crítico NorSand. Além da avaliação geral das deformações induzidas no processo de ruptura, as modelagens focam na simulação de um run-out compatível com as observações de campo, bem como a estimativa dos volumes de material mobilizado em caso de ruptura. Foram obtidas, nas análises numéricas, configurações deformadas aderentes ao observado para a barragem estudada. Observou-se que o MPM é um método aplicável em análises geotécnicas, fornecendo resultados coerentes com observações registradas na literatura, podendo sua utilização ser estendida para diversas aplicações de engenharia.

Palavras-chave

Barragens de Mineração; Método do Ponto Material; Modelagem Constitutiva; Modelos Elasto-Plásticos.

Abstract

Ghion Zorzan, Lucas; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral (Advisor); Fernández, Fabricio (Co-Advisor). Numerical Modeling of Tailing Dams Using the Material Point Method. Rio de Janeiro, 2023. 152p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Tailings dams failures are associated with severe social, economic, and environmental impacts on society at large. These structures rank among the largest and most complex in the field of geotechnics, representing a challenge in understanding the geomechanical behavior of materials and the phenomena that might lead to failure. Due to this complexity, building representative numerical models of the mechanisms associated with these structures is equally challenging, with various methodologies available, mainly based on small strain analyses or concepts from computational hydrodynamics. In this context, this study aims to contribute to the understanding of mechanisms associated with tailings dams failures through large deformation numerical modeling using the Material Point Method (MPM), a hybrid numerical method capable of simulating the continuum using movable points on a fixed computational mesh. To this end, in the numerical analyses with the MPM, the failure of the Cadia Dam in Australia, a historic case of a tailings storage facility failure, was simulated using the Mohr-Coulomb model with and without softening. Additionally, small strain simulations using the Finite Element Method were conducted to provide a benchmark for the critical evaluation of large deformation results, including the NorSand model based on the critical state theory. Beyond the general assessment of the deformations induced in the failure process, the models focus on simulating a run-out consistent with field observations, as well as estimating the volumes of mobilized material in the event. In the numerical analyses, deformed geometries adherent to the observed ones were obtained for the studied dam. It was observed that the MPM is a suitable method for geotechnical analyses, providing results consistent with observations documented in the literature, and its use can be extended for various engineering applications.

Keywords

Tailings Dams; Material Point Method; Constitutive Modeling; Elastoplastic Models.

Sumário

1 Introdução	17
1.1 Motivação	17
1.2 Objetivos	19
1.3 Limitações da pesquisa	20
1.4 Organização do trabalho	20
2 Revisão Bibliográfica	22
2.1 Modelos Constitutivos Elasto-Plásticos em Geotecnia	22
2.1.1 Modelos da Teoria da Plasticidade Convencional	23
2.1.1.1 Conceitos Básicos	24
2.1.1.2 Modelos Clássicos: Tresca e von Mises	26
2.1.1.3 Modelo de Mohr-Coulomb	26
2.1.2 Modelos da Teoria do Estado Crítico	30
2.1.2.1 Conceitos Básicos	30
2.1.2.2 Superfícies de Escoamento em Modelos de Estado Crítico	32
2.1.2.3 Parâmetro de Estado	33
2.1.2.4 Modelo NorSand	35
2.2 Métodos Numéricos em Geotecnia	38
2.2.1 Métodos Eulerianos	39
2.2.2 Métodos Lagrangeanos	40
2.2.2.1 Método dos Elementos Finitos - MEF	41
2.2.3 Métodos Hibridos	42
2.2.4 Método do Ponto Material - MPM	42
2.2.4.1 Histórico e Conceitos Básicos	44
2.2.4.2 Equação Governante e Discretização	44
2.2.4.3 Discretização Espacial	40
2.2.4.4 Integração no Tempo	50 E 1
2.2.4.5 Amortecimento em Analises com MPM	51
2.2.4.0 Implementação Computacional	0Z
2.2.4.7 Aspectos do MPM em Geotecnia	52
3 Rupturas de Barragens de Mineração	55
3.1 Estimativa do Volume de Material Mobilizado em Rupturas de	
Barragens	57
3.1.1 Métodos Estatísticos	58
3.1.2 Métodos Geométricos	59
3.1.3 Métodos de Fluidez	61
3.2 Casos Históricos do Uso do MPM em Análises de Barragens	61
4 Modelagem Numérica da Barragem Norte - Cadia	64
4.1 Introdução	64
4.2 Barragem Norte do Complexo <i>Cadia Valley</i>	65
4.2.1 Histórico de Construção	66
4.2.1.1 Estágio 1 - Dique de Partida	66

4.2.1.2 Estágios 2 e 3 - Primeiros Alteamentos	67		
4.2.1.3 Estágios 4 a 9 - Alteamentos para Montante			
4.2.1.4 Estágio 10 e Reforços			
4.2.2 Ruptura da Barragem Norte			
4.2.3 Contexto Geológico-Geotécnico Local			
4.2.4 Características Geotécnicas dos Materiais			
4.2.4.1 Rejeitos do Reservatório	74		
4.2.4.2 Corpo do Barramento - Enrocamento, Núcleo e Transições	77		
4.2.4.3 Fundação: Solo Residual FRV-A	78		
4.2.4.4 Fundação: Solo Residual FRV-B e Rocha Alterada	81		
4.2.5 Estudos Anteriores sobre a Barragem de Cadia	82		
4.3 Modelo Numérico com o MPM-PUCRio	84		
4.3.1 Metodologia de Processamento	84		
4.3.2 Pré-Processamento	85		
4.3.2.1 Seção de Análise	85		
4.3.2.2 Geometria do Modelo	86		
4.3.2.3 Condições de Contorno	87		
4.3.2.4 Condições de Fluxo	88		
4.3.2.5 Cenários de Análise e Procedimento de Cálculo	89		
4.3.2.6 Parâmetros Numéricos	91		
4.3.3 Parâmetros dos Materiais e Calibração dos Modelos Constitutivos	91		
4.3.3.1 Modelos Constitutivos Elástico e de Mohr-Coulomb	91		
4.3.3.2 Modelo NorSand	91		
4.4 Análises de Equilíbrio Limite	92		
4.4.1 Geometria e Parâmetros do Modelo	93		
4.5 Análises em Elementos Finitos	93		
4.5.1 Geometria do Modelo	94		
4.5.2 Cenários e Modelos Constitutivos Considerados	95		
5 Resultados	97		
5.1 Introdução	97		
5.2 Análises de Equilíbrio Limite	97		
5.3 Análises com o Método dos Elementos Finitos	98		
5.3.1 Modelo FEA-01	98		
5.3.2 Modelo FEA-02	105		
5.3.3 Modelo FEA-03	108		
5.3.4 Modelo FEA-04	109		
5.3.5 Modelo FEA-05	111		
5.4 Análises Tensão-Deformação com o MPM	115		
5.4.1 Inicialização das Tensões e Poropressões	115		
5.4.2 Modelo MPM-01A	118		
5.4.3 Modelo MPM-01B	123		
5.4.4 Modelo MPM-02A	125		
5.4.5 Modelo MPM-02B	127		
5.4.6 Modelos MPM-03A e MPM-03B	128		
5.4.7 Modelos MPM-04A e MPM-04B	132		
5.5 Resumo das Análises: Avaliação do $Run-Out$ e do Volume de			
Rejeito Mobilizado Obtidos com o MPM	136		

6	Conclusões e Recomendações	141
Ref	erências bibliográficas	145

Lista de figuras

Figura 1.1 Evolução do número de barragens de mineração em nível de emergência a partir de janeiro de 2019 [6].	18
Figura 2.1 Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb no plano octaédrico (adaptado de Yu (2007) [19]).	27
Figura 2.2 Regras de amolecimento e endurecimento com a utiliza- ção de parâmetros variáveis no modelo de Mohr-Coulomb (adap- tado de Potts e Zdravkovic (1999) [33]).	28
Figura 2.3 Evolução da tensão cisalhante para diferentes valores do parâmetro η em modelos numéricos do ensaio de cisalhamento direto simples considerando o modelo de Mohr-Coulomb com amolecimento (adaptado de Verro et al. (2016) [35])	20
Figura 2.4 Superfície de escoamento genérica para modelos emba- sados na teoria do estado crítico (adaptado de Cirone (2020)	20
[44]). Figura 2.5 Definição de parâmetro de estado (ψ) e de razão de sobreadensamento (OCR) no espaco e <i>versus</i> p' (adaptado de	33
Jefferies (2002) [47]). Figura 2.6 Esquema do processo de cálculo computacional no MPM	34
(adaptado de Fernández (2020) [9]). Figura 2.7 Dissipação da energia em sistema utilizando o amorteci- mento cinético (adaptado de Sun et al. (2015) [63]).	43 52
Figura 3.1 Distribuição das rupturas de barragens de rejeitos pela causa (adaptado de Lyu et al. (2019) [72]).	56
Figura 3.2 Estatística dos modos de ruptura em 342 barragens de rejeitos que experimentaram processos de ruptura (adaptado de Haeri et al (2021) [73]).	57
Figura 3.3 Estimativa de volume mobilizado a partir do método geométrico, considerando superfície de ruptura pré-definida com ângulo α (adaptado Rourke e Luppnow (2015) [76])	60
Figura 4.1 Localização das principais estruturas do complexo de Cadia	65
Figura 4.2 Seção transversal pelo centro da região rompida, com destaque para alguns pontos de referência existentes no local (adaptado de Jefferies et al. (2019) [85])	66
Figura 4.3 Foto aérea de 2010 na região da ruptura. A imagem mostra o Estágio 4 concluído e a plataforma de construção do Estágio 5. Destague para a região de transbordamento do	00
Estágio 4. Figura 4.4 (a) Foto aérea em 9 de março de 2018, quando foram detectadas as primeiras trincas na crista. (b) Foto aérea em	68
setembro de 2018, após o evento à ruptura, mostrando a cicatriz da ruptura e a extensão da massa para jusante.	71

Figura 4.5 Modelo geológico conceitual dos materiais de fundação)
nas proximidades da ruptura do talude da Barragem Norte en	1
 Cadia (adaptado de Jefferies et al. (2019) [85]). Figura 4.6 Carta de plasticidade construída a partir de dado de ensaios de caracterização em materiais da Formação FRV 	5 ,
distinguindo-se as Unidades A e B (adaptado de Jefferies et al (2019) [85]).	73
Figura 4.7 Linhas de estado crítico (CSL) obtidas por ajuste linea	r
na escala semi-log (a) e polinomial (b).	76
Figura 4.8 Envoltórias de resistência para o solo do núcleo da barragem no espaço de tensões do MIT (adaptado de Jefferie	а 5 70
Figura 4.9 Curvas tensão desviadora <i>versus</i> deformação em ensaio	78
CIU realizados em amostras indeformadas do solo FRV-A. Nota	s
se comportamento dúctil em baixas tensões e forte queda de	e
resistência pós-pico em tensões elevadas, próximas às que o material estava submetido na fundação do barramento. Figura 4.10 Curvas poropressão <i>versus</i> deformação em ensaios CIU realizados em amostras indeformadas do solo FRV-A. Nota	79 J
se geração de excessos de poropressão positivos em todos o	s
corpos de prova ensaiados, com altos valores para as tensõe	s
mais elevadas (1000 kPa e 1200 kPa).	80
Figura 4 11 Trajetórias de tensões efetivas dos ensaios triaxiais CII	J
realizados no solo de fundação FRV-A. Os dados dos ensaio	s
foram obtidos do relatório final do Painel de Especialistas [85]	. 81
Figura 4.12 Resistências não drenadas obtidas em ensaios triaxiai	s
CIU realizados no solo de fundação FRV-A. Os dados dos en	-
saios foram obtidos do relatório final do Painel de Especialista	S
 [85]. Figura 4.13 (a) Trajetórias de tensões efetivas (espaço de tensões de MIT) para os ensaios realizados pelo ITRB e (b) envoltória de resistência para o solo de fundação FRV-B, considerando o histórico de ensaios realizados (adaptado de Jefferies et al 	82 5 5
(2019) [85]). Figura 4.14 Esquema de funcionamento do programa MPM-PUCRio	83
(adaptado de Fernández (2020) [9]). Figura 4.15 Localização da seção de análise, próxima à estaca 2.000	85
no centro da região de ruptura do talude da Barragem Norte de	e
Cadia	86
Figura 4.16 Geometria da seção de análise, considerando a comparti mentação de materiais de acordo com os registros da Barragen	-
e a interpretação dos dados geológico-geotecnicos locais.	8
Figura 4.17 Perfis topográficos da massa rompida da barragem no	5
dias 10/03 e 14/03/2018, quando da ocorrência das duas majore	5
movimentações registradas.	87
Figura 4.18 Modelo numérico da Barragem Norte, construído com o	5
MPM-PUCRio, incluindo as dimensões do domínio de análise.	88

Figura 4.19 Modelo de cálculo com a discretização da malha Euleri-	
ana (dimensão da célula de 3,0 m).	88
Figura 4.20 Condições de contorno adotadas para o modelo de cálculo.	88
Figura 4.21 Modelo numérico de equilíbrio limite da Barragem Norte.	93
Figura 4.22 Geometria do modelo numérico com o MEF criado	
utilizando o <i>software RS2</i> . Foram empregadas condições de	
contorno de restrição de deslocamentos horizontais nas duas	
laterais e restrição de deslocamentos verticais e horizontais na	
base	95
	00
Figura 5.1 Variação dos fatores de segurança contra instabilidade (global e local) do talude de jusante da Barragem Norte da	
Cadia Valley.	99
Figura 5.2 Análise de estabilidade por equilíbrio limite - Cenário	
LEA-01 - pré-escavação	99
Figure 5.3 Análise de estabilidade por equilíbrio limite - Cenário	55
I EA 02 pré econogão	100
Figure 5.4 Apélico de estabilidade por equilíbrio limite. Conério	100
I E A 02 més assauração	100
EEA-05 - pos-escavação.	100
Figura 5.5 Analise de estabilidade por equilibrio límite - Cenario	101
LEA-04 - pos-escavação.	101
Figura 5.6 Analise de establidade por equilibrio limite - Cenario	101
LEA-05 - pôs-escavação.	101
Figura 5.7 Análise de estabilidade por equilíbrio limite - Cenário	
LEA-06 - pós-escavação.	102
Figura 5.8 Modelo FEA-01 - Estágio 2 - Deformações cisalhantes	
máximas.	102
Figura 5.9 Modelo FEA-01 - Estágio 3 - Deformações cisalhantes	
máximas.	102
Figura 5.10 Modelo FEA-01 - Estágio 4 - Deformações cisalhantes	
máximas.	103
Figura 5.11 Modelo FEA-01A - Estágio 2 - Deformações cisalhantes	
máximas.	104
Figura 5.12 Modelo FEA-01A - Estágio 3 - Deformações cisalhantes	
máximas.	104
Figura 5.13 Modelo FEA-01B - Estágio 4 – Rejeitos com comporta-	
mento não drenado - Deformações cisalhantes máximas.	104
Figura 5.14 Modelo FEA-01B - Estágio 4 – Rejeitos com comporta-	
mento não drenado – Deslocamentos horizontais e configuração	
deformada.	105
Figura 5.15 Modelo FEA-02 - Estágio 2 - Deformações cisalhantes	
máximas	106
Figura 5.16 Modelo FEA-02 - Estágio 3 - Deformações cisalhantes	100
mávimas	106
Figura 5.17 Modelo FEA 02 Estágio 3 Declocamentos totais	100
rigura 0.17 Modelo FEA-02 - Estagio 5 - Desiocamentos totais,	106
configuração deformada e vetores de deslocamento.	100
rigura 5.10 Modelo rEA-02 - Estagio 3 – Avallação da Kazão de	107
Instabilidade.	107

Figura 5.19 Variação da razão de instabilidade ao longo do reserva-	
tório de rejeitos para o Modelo FEA-02, nos três estágios con-	
siderados.	107
Figura 5.20 Variação da deformação cisalhante, no Estágio 3, ao	
longo do eixo monitorado na camada de rejeito para os cenários	
com e sem o uso de <i>cap</i> de amolecimento do modelo NorSand.	108
Figura 5.21 Variação da deformação cisalhante, no Estágio 3, ao	
longo do eixo monitorado da Figura 5.22 na camada de solo	
de fundação FRV-A para os cenários com e sem o uso de <i>can</i>	
de amolecimento do modelo NorSand	109
Figura 5.22 Modelo FEA-03 - Estágio 3 - Deformações cisalhantes	105
máximas na camada de solo residual $FRV_{-}A$	100
Figura 5.23 Variação do parâmetro de instabilidade, no Estágio 3, ao	105
longo do sivo monitorado na camada do rejeito para os conários	
som a som a usa da son da amalacimenta da madela NorSand	110
Figure 5.24 Modele EEA 04 Deformações Cicalhantes 18 a 28	110
Figura 5.24 Modelo FEA-04 - Deformações Cisamantes - 1 ⁻ e 2 ⁻	111
alteamentos. El \sim 7 of M blo EEA 04 D for \sim \sim Civilla to \sim 20 \sim 40	111
Figura 5.25 Modelo FEA-04 - Deformações Cisamantes - 3 ⁻ e 4 ⁻	111
alteamentos. Γ is a contraction of Γ in the second se	111
Figura 5.26 Modelo FEA-04 - Deformações Cisalhantes - 5° e 6°	110
alteamentos.	112
Figura 5.27 Modelo FEA-04 - Deformações Cisalhantes - Alteamen-	
tos Finais.	112
Figura 5.28 Modelo FEA-04 - Deformações Cisalhantes – Reforço e	
Escavação pré-ruptura.	113
Figura 5.29 Modelo FEA-05 - Deformações Cisalhantes Máximas –	
Ultimo Alteamento.	113
Figura 5.30 Modelo FEA-05 - Deformações Cisalhantes Máximas –	
Construção do Reforço.	113
Figura 5.31 Modelo FEA-05 - Deformações Cisalhantes Máximas –	
Escavação no Pé da Barragem.	114
Figura 5.32 Modelo FEA-05 - Deformações Cisalhantes Máximas -	
Estágio Final.	114
Figura 5.33 Variação do nível de deformações cisalhantes máximas	
nos pontos monitorados A (rejeitos) e B (fundação) para os	
Modelos FEA-04 e FEA-05.	115
Figura 5.34 Variação do parâmetro de instabilidade após a constru-	
ção do Reforço e antes da realização da escavação no Modelo	
FEA-05.	115
Figura 5.35 Variação do parâmetro de instabilidade no estágio final	
de análise do Modelo FEA-05.	116
Figura 5.36 Comparativo da razão de instabilidade para o cenário	
pré e pós-escavação no pé da Barragem Norte.	116
Figura 5.37 Inicialização das tensões geoestáticas com o modelo de	
Mohr-Coulomb: tensões verticais calculadas no modelo MPM.	117
Figura 5.38 Inicialização das tensões geoestáticas com o modelo de	
Mohr-Coulomb: tensões cisalhantes calculadas no modelo MPM.	117

Figura 5.39 Inicialização poropressões utilizando acoplamento hidro-	
mecânico unidimensional.	117
Figura 5.40 Região de inativação das partículas para simulação da	
escavação no pé da Barragem de Cadia.	118
Figura 5.41 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	
01A para tempos de processamento entre 1.0 s e 10.0 s	119
Figura 5.42 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	110
0.1 A para tempos de processamento entre 20.0 s e 50.0 s	120
Figura 5.43 Deslocamentos verticais nos tempos iniciais de processa-	120
monto (ontro $t=1.0$ s o $t=10.0$ s)	190
Figure 5.44 Variação dos doslocamentos totais o deformações cisa	120
l'iguia 5.44 Vallação dos desiocamentos totais e deformações cisa-	
01 A	191
VIA. Escure 5.45 Configuração final defermado de modelo MDM 01A	121
Figura 5.45 Configuração final deformada do modelo MPM-01A.	121
Figura 5.46 Deformações cisainantes calculadas no Modelo MPM-	104
UIB para tempos de processamento entre 1,0 s e 10,0 s.	124
Figura 5.47 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	104
01B para tempos de processamento entre 20,0 s e 50,0 s.	124
Figura 5.48 Configuração final deformada do modelo MPM-01B.	125
Figura 5.49 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	
02A para tempos de processamento entre 1,0 s e 10,0 s.	126
Figura 5.50 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	
02A para tempos de processamento entre $20,0$ s e $50,0$ s.	127
Figura 5.51 Configuração final deformada do modelo MPM-02A.	127
Figura 5.52 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	
$02\mathrm{B}$ para tempos de processamento entre 1,0 s e 10,0 s.	128
Figura 5.53 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	
$02\mathrm{B}$ para tempos de processamento entre 20,0 s e 50,0 s.	129
Figura 5.54 Configuração final deformada do modelo MPM-02B.	129
Figura 5.55 Delimitação da região liquefeita no modelo MPM-03.	129
Figura 5.56 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	
03A para tempos de processamento entre 1,0 s e 10,0 s.	131
Figura 5.57 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	
03A para tempos de processamento entre 20,0 s e 50,0 s.	131
Figura 5.58 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	
03B para tempos de processamento entre 1,0 s e 50,0 s.	132
Figura 5.59 Configuração final deformada do modelo MPM-03A.	133
Figura 5.60 Configuração final deformada do modelo MPM-03B.	133
Figura 5.61 Sub-regiões do reservatório nos modelos MPM-04.	134
Figura 5.62 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	
04A para tempos de processamento entre 3.0 s e 150.0 s	135
Figura 5.63 Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-	100
04B para tempos de processamento entre 3.0 s e 150.0 s	136
Figura 5.64 Configuração final deformada dos modelos MPM-04A e	100
MPM-04R	136
Figura 5.65 Comparativo dos resultados em termos de geometria	100
final obtidos neste trabalho e no trabalho do Pioreo (2021) [24]	
com relação à geometria efetivamente observada	120
com relação a geometria cretivamente Observada.	109

Lista de tabelas

Tabela 2.1Parâmetros do Modelo Constitutivo de Mohr-Coulomb,	
em sua formulação convencional e adaptada para endureci-	
mento/amolecimento.	30
Tabela 2.2Parâmetros do Modelo Constitutivo NorSand.	39
Tabela 2.3 Principais programas computacionais do MPM (após	
Fernández (2020) [9]).	53
Tabela 3.1 Equações para estimativa de volume mobilizado em	
rupturas de barragens de rejeitos.	59
Tabela 4.1 Sequência construtiva dos alteamentos da Barragem	
Norte até a ocorrência da ruptura.	67
Tabela 4.2 Parâmetros de estado crítico para os rejeitos armazena-	
dos na Barragem Norte de Cadia.	77
Tabela 4.3 Parâmetros de compressibilidade dos rejeitos do reser-	
vatório obtidos em ensaios de adensamento oedométricos.	77
Tabela 4.4 Modelos e cenários avaliados utilizando o MPM.	90
Tabela 4.5 Parâmetros Elásticos dos Materiais - Barragem Norte	
(<i>m</i> representa o coeficiente de variação exponencial da defor-	
mabilidade com o nível de tensões efetivas).	92
Tabela 4.6 Parâmetros do Modelo de Mohr-Coulomb (drenados e	
não drenados) dos Materiais - Barragem Norte.	92
Tabela 4.7 Parâmetros do modelo NorSand adotados nas análises	
tensão-deformação com o MEF.	93
Tabela 4.8Cenários avaliados nas análises de equilíbrio limite.	94
Tabela 4.9 Modelos desenvolvidos para as análises em Elementos	
Finitos.	96
Tabela 5.1 Cenários avaliados nas análises de equilíbrio limite e	
resultados obtidos em termos de Fator de Segurança (FS) contra	
instabilidade do talude de jusante do barramento.	98
Tabela 5.2 Comparação das distâncias de <i>run-out</i> calculadas nos	
modelos com o MPM e o observado em campo.	138
Tabela 5.3 Comparação das áreas de material mobilizado a jusante	
da Barragem. Para os volumes, considerou-se uma propagação	
da ruptura em 300 m ao longo do eixo da estrutura.	139

The difficulties of the journey lay behind us.

Sir Ernest Henry Shackleton, South: The Story of Shackleton's Last Expedition 1914-1917.

1 Introdução

1.1 Motivação

Rupturas de grandes proporções envolvendo barragens de rejeitos têm afetado a sociedade de maneira expressiva nos últimos anos. No caso particular do Brasil, a ruptura de duas barragens - Barragem de Fundão (2015), em Mariana-MG e Barragem I (2019) do Córrego do Feijão, em Brumadinho-MG - tiveram consequências catastróficas em termos ambientais, sociais e econômicos, impactando na perda de centenas de vidas humanas. Estas consequências colocaram empreendimentos desta natureza em grande destaque perante o público, seja a sociedade em geral, a mídia ou órgãos públicos, com forte perspectiva negativa frente à atividade minerária em si. Esta realidade provocou o aumento do rigor da legislação nacional e, no meio técnico, conduziu a um forte aprimoramento das técnicas de projeto, análise e verificação de barragens de rejeitos.

Incorporando um risco de ruptura cerca de duas vezes superior ao observado para barragens de reservação de água [1], estas estruturas de terra destinadas para acúmulo dos resíduos provenientes da atividade mineral têm se mostrado um desafio técnico para a engenharia geotécnica. Além da grande escala, figurando entre as maiores obras civis atualmente executadas [2], as barragens de rejeitos agregam um elevado grau de dificuldade envolvendo interface entre a constante variação geométrica do aterro, a forte complexidade hidromecânica dos materiais depositados e sua variabilidade espacial bem como as operações empregadas na gestão da mina e alteamento da barragem.

Ultrapassando aspectos técnicos, há de se considerar que as barragens de rejeito não possuem a capacidade de gerar retorno econômico para os investidores, sendo por esta razão algumas vezes negligenciadas ações de monitoramento e investigação para avaliação das condições de estabilidade dos aterros [2]. Esta lógica desconsidera, todavia, diversos impactos ocasionados por eventuais falhas de barragens de rejeito, a exemplo de prolongada paralisação da produção, perdas de vidas, danos ambientais, prejuízo à imagem pública das empresas e da atividade mineradora em si, consequências econômicas e responsabilidades legais [3].

A ocorrência de rupturas de grandes proporções, especialmente a partir dos anos 90 [4] e mais recentemente a partir de 2015, motivou uma tendência positiva na indústria com o objetivo de evoluir o conhecimento na caracterização e avaliação geotécnica dos empreendimentos existentes. Os registros cadastrais das barragens existentes ao redor do mundo [4] indicam que as barragens de rejeitos não têm sido, de forma geral, projetadas, contruídas, operadas e avaliadas segundo critérios razoáveis e fidedignos às reais condições em campo. Em âmbito nacional, a Âgencia Nacional de Mineração conta com 926 barragens cadastradas, das quais 57% apresentam dano potencial associado elevado e 68% possuem categoria de risco elevado [5]. É interessante notar o significativo aumento do número de barragens em nível de emergência no Brasil (Figura 1.1) desde a ruptura da Barragem I, em Brumadinho- MG, o que demonstra o maior rigor da legislação nacional com relação à segurança de obras desta natureza.



Figura 1.1: Evolução do número de barragens de mineração em nível de emergência a partir de janeiro de 2019 [6].

Os métodos frequentemente empregados em análises de estabilidade e tensão-deformação baseiam-se na teoria do equilíbrio limite (com emprego de métodos clássicos e modelos rígidos perfeitamente plásticos) e simulações numéricas que empregam, em quase sua totalidade, o Método dos Elementos Finitos (MEF) [7]. Uma vez que as considerações de equilíbrio limite estão, em grande parte, defasadas no meio técnico para o estudo completo do comportamento de uma estrutura geotécnica, não representando o comportamento pós-ruptura ou a evolução dos deslocamentos e deformações, a modelagem numérica do comportamento geomecânico dos rejeitos é frequentemente realizada considerando um corpo contínuo com comportamento elasto-plástico, discretizado em uma malha contínua. Esta hipótese, embora bastante utilizada e aplicada com sucesso até os dias atuais, possui limitações, seja pelo fato de que os depósitos de rejeitos são meios heterôgeneos ou pelas limitações da malha em representar problemas de grandes deformações - como, por exemplo, no estudo do comportamento pós-ruptura. Desta forma, a aplicação de métodos sem malha ou híbridos se mostra uma interessante alternativa técnica com potencial considerável de sucesso em avaliações de segurança de barragens de mineração [8].

O Método do Ponto Material (MPM) - método híbrido com formulação Euleriana e Lagrangiana - é uma técnica numérica relativamente recente, desenvolvida nos anos 90, que permite a modelagem de problemas de grandes deformações. Em geomecânica, este método tem sido aplicado no estudo de escorregamentos [9, 10], cravação de estacas [11], ruptura de túneis [12] e de barragens [13] e problemas envolvendo impacto [14], entre outros. A avaliação da ruptura progressiva da barragem de Aznalcóllar (1998) [13], na Espanha, foi uma das primeiras aplicações do MPM em barragens de rejeitos, contribuindo significativamente para a difusão técnica deste método nas demais aplicações. No caso da Barragem B1, rompida em 2019, análises com o MPM foram realizadas e permitiram reproduzir de forma bastante próxima o início da ruptura da estrutura localizada no Córrego do Feijão [15]. De modo a contribuir para a evolução na aplicação do MPM em modelagens geotécnicas de grandes deformações, especialmente aquelas relacionadas à ruptura de barragens de mineração, este trabalho apresenta um estudo numérico que emprega a técnica em análises geotécnicas de estruturas desta natureza.

1.2 Objetivos

Como objetivos gerais, este trabalho se propõe a:

- Avaliar a aplicabilidade do MPM no estudo de barragens de mineração;
- Apresentar subsídios para avaliação técnica de análises numéricas empregando o MPM em mineração;
- Contribuir para difusão do uso do MPM e de modelos constitutivos elasto-plásticos em análises numéricas em geotecnia.

Dentre os objetivos específicos, elaborados para atender aos objetivos gerais, lista-se:

- Revisão do estado da arte com relação a modelos constutivos aplicáveis para análise de ruptura de barragens de mineração;
- Análise numérica com o MPM para avaliação da ruptura da Barragem Norte do Complexo de Mineração de Cadia, Austrália, cuja falha ocorreu em março de 2018;

- Verificação da potencial utilização do MPM em análises de grandes deformações para definição do *run-out* de rupturas de barragens de mineração;
- Estimativa do volume de material mobilizado por meio de análises MPM.

1.3 Limitações da pesquisa

Dentre as dificuldades para elaboração desta pesquisa, relaciona-se as limitadas informações publicáveis com relação às barragens de mineração ao redor do mundo. Logicamente, esta limitação se deve ao forte impacto público agregado a eventos desta natureza. É também intenção deste trabalho, portanto, mostrar que o estudo acadêmico de casos reais tem forte potencial para contribuir com a segurança das barragens de rejeito existentes, fornecendo subsídios para análises numéricas mais avançadas e, sobretudo, representativas.

Adicionalmente, pontua-se que uma importante limitação deste trabalho esteve relacionada à estabilidade de modelos constitutivos mais avançados, fundamentados na teoria do estado crítico, em implementações computacionais do MPM. Por este motivo, o trabalho realiza uma análise crítica dos resultados e recomenda, para estudos posteriores, a continuidade na validação destes modelos constitutivos para aplicação no estudo da Barragem Norte e de outras obras geotécnicas.

1.4

Organização do trabalho

Esta dissertação é composta de seis capítulos. O primeiro capítulo contém a motivação da pesquisa e breve introdução ao tema abordado no trabalho.

O capítulo 2 apresenta a revisão de literatura sobre a modelagem constitutiva e numérica em geotecnia, bem como busca apresentar o estado da arte da aplicação do MPM em barragens de rejeitos.

O capítulo 3 contém informações da literatura acerca de rupturas de barragens de mineração com o objetivo de subsidiar as análises posteriores.

O capítulo 4 apresenta a metodologia utilizada para condução dos estudos desenvolvidos no trabalho, com destaque para a escolha dos critérios, cenários de análise, ensaios e dados utilizados.

O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos com as simulações numéricas da Barragem de Cadia, na Austrália, em termos de avaliação da superfície de ruptura, volume de material mobilizado e comportamento geral do movimento de massa. Finalmente, são apresentadas as principais conclusões registradas no decorrer do desenvolvimento do trabalho em conjunto com recomendações para trabalhos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo apresenta a revisão de literatura realizada para o desenvolvimento da dissertação. São abordados aspectos relativos a modelos constitutivos usualmente empregados em análises numéricas de meios particulados e noções do MPM em geotecnia.

2.1 Modelos Constitutivos Elasto-Plásticos em Geotecnia

Um modelo constitutivo consiste em uma formulação matemática capaz de descrever o comportamento dos materiais, simulando seu comportamento físico observado e permitindo a avaliação de problemas genéricos de modo quantitativo [16]. A construção de modelos capazes de representar adequadamente um fenômeno físico é um processo complexo, mesmo para classes de materiais simples [16]. Para os solos, materiais que possivelmente apresentam o comportamento mecânico mais complexo da natureza [17], as dificuldades são intensificadas por alguns aspectos elencados por Puzrin (2012) [17]:

- Não linearidade e irreversibilidade de deformações;
- Comportamento dependente da trajetória de tensões;
- Influência do histórico de tensões;
- Resistência e deformabilidade dependente da variação volumétrica (dilatância);
- Endurecimento e amolecimento;
- Dependência da taxa de deformação;
- Comportamento dependente do tempo (envelhecimento, relaxação, fluência).

Naturalmente, em função da grande quantidade de fatores que influenciam o comportamento dos solos, os modelos constitutivos também associam simplificações, envolvendo apenas os aspectos mais relevantes para representação de determinado fenômeno de modo a não tornar o processo desnecessariamente complexo. Alguns requisitos básicos para aplicação de modelos em problemas geotécnicos são [16] [18]:

- Formulação matemática que forneça uma relação tensão-deformação estável e única;
- Representação das principais características dos resultados experimentais;
- Equações constitutivas constituídas por parâmetros determinados em ensaios práticos de laboratório ou campo;
- Incorporação do critério de Mohr-Coulomb como caso especial na ruptura.

Ao longo do século XX, diversos avanços foram alcançados no que se refere à modelagem constitutiva em geotecnia [19]. Este desenvolvimento esteve, em grande parte, associado à difusão de métodos numéricos para solução de problemas geotécnicos e à implementação dos modelos em *softwares* comerciais, fato este que favoreceu a utilização de modelos constitutivos mais avançados na prática da engenharia, tanto em análises de estabilidade quanto de deformação [20]. O tema, entretanto, está distante de ser exaurido: a modelagem do comportamento dos solos permanece um tema complexo, demandando um processo evolutivo constante de modo a obter, dentro das limitações práticas de processamento e obtenção de dados para parametrização, abordagens mais genéricas no estudo dos solos.

2.1.1 Modelos da Teoria da Plasticidade Convencional

Em geotecnia, as análises de engenharia são normalmente realizadas com dois focos principais: análises de estabilidade, que buscam avaliar a segurança das estruturas projetadas, e análises de deformação, as quais permitem garantir que os elementos projetados não experimentarão deformações excessivas durante sua vida útil. Historicamente, ainda nos dias atuais e previamente à difusão de métodos numéricos e programas computacionais no meio técnico, as análises de estabilidade baseavam-se na consideração de comportamento perfeitamente plástico do solo. Os conceitos iniciais da plasticidade em materiais particulados foram introduzidos ainda no desevolvimento das teorias de empuxo [21, 22] e fundamentaram grande parte dos estudos de estabilidade por diversas décadas. Com relação ao cálculo de deformações, a teoria da elasticidade mostrou-se, ao longo dos anos, pouco acurada em diversos casos práticos, uma vez que o comportamento dos solos é fortemente não linear e plástico mesmo a pequenas deformações [23]. Desse modo, as limitações de modelos elásticos, lineares ou não lineares, em representar o comportamento de solos e rochas motivaram a evolução da teoria da plasticidade aplicada à geomateriais. Utilizada para descrever o comportamento de metais, a plasticidade apresentou grande evolução na engenharia geotécnica nos anos 50 e 60 [19] e é, nos dias de hoje, empregada em análises numéricas computacionais, sendo grande parte desta aplicação generalizada proporcionada pelo uso do Método dos Elementos Finitos (MEF) [20] tanto em análises de estabilidade como deformação.

De uma forma geral, os modelos elasto-plásticos são compostos pelos seguintes elementos básicos:

- Lei constitutiva para definição do comportamento elástico;
- Função de escoamento para definição do início das deformações plásticas;
- Lei de endurecimento-amolecimento em caso de variação do limite de escoamento com a deformação plástica;
- Lei de fluxo plástico para definição da relação tensão-deformação no trecho plástico.

Ao longo dos anos, pesquisadores apresentaram diversos critérios cujo objetivo é descrever o comportamento plástico e a resistência de materiais geológicos, com comportamento friccional, segundo condições gerais de carregamento. Como estes modelos foram concebidos como uma generalização da teoria da plasticidade para metais, algumas limitações marcam sua utilização em geotecnia, conforme abordado nos tópicos a seguir.

2.1.1.1 Conceitos Básicos

Na teoria da plasticidade, as deformações são consideradas compostas por deformações elásticas e plásticas, tratadas matematicamente de forma isolada conforme a Equação 2-1.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^e_{ij} + \varepsilon^p_{ij} \tag{2-1}$$

Algumas definições importantes referentes a materiais com comportamento elasto-plástico são úteis na compreensão do funcionamento dos modelos constitutivos desenvolvidos, a citar:

 Critério de Escoamento: é uma condição que estabelece o limite do regime elástico e início das deformações plásticas sob qualquer combinação de tensões, definindo uma superfície dita superfície de escoamento. No regime elástico, todas as deformações são recuperáveis quando o carregamento é removido. Uma vez que o critério de escoamento seja atingido, as deformações totais passam a ser compostas por uma parcela elástica (recuperável) e uma parcela plástica (permanente). Matematicamente, um critério de escoamento pode ser definido em termos do tensor de tensões ou dos três invariantes de tensões, conforme a Equação 2-2, válida para material isotrópico e perfeitamente plástico.

$$f(\sigma_{ij}) = f(I_1, I_2, I_3) = 0 \tag{2-2}$$

- Potencial Plástico: equação que permite determinar a deformação plástica uma vez que o estado de tensões esteja na superfície de escoamento.
 Matematicamente, é expresso por uma função escrita em termos do tensor de tensões ou dos invariantes de tensão que pode ou não ser igual àquela que define a superfície de escoamento.
- Fluxo Plástico Associado: caso particular em que a função que define o potencial plástico é a mesma que define a superfície de escoamento. Esta hipótese é muito vantajosa pois o número de funções que precisam ser geradas para descrever a resposta plástica de um material é reduzida a uma. Em modelos numéricos, regras de fluxo associado permitem que a solução das equações seja obtida mais rapidamente e que a validade das previsões seja verificada mais facilmente [24].
- Fluxo Plástico Não Associado: caso em que a função que define o potencial plástico é diferente da que constitui o critério de escoamento. Os modelos constitutivos com maior sucesso na representação do comportamento de solos arenosos foram compostos com regras de fluxo não associado [24].
- Regra de Endurecimento/Amolecimento: uma vez que deformações plásticas podem levar ao endurecimento do material e extensão do limite elástico, a superfície de escoamento não é fixa no espaço de tensões e observará expansão ou contração a depender da história de tensões e deformações. Caso a superfície de escoamento expanda em tamanho, o material tem como característica o endurecimento. No caso em que a superfície experimente contração, o material sofrerá amolecimento (ou seja, mais fácil de escoar).

2.1.1.2 Modelos Clássicos: Tresca e von Mises

Dois modelos clássicos foram precursores no estudo da teoria da plasticidade: o modelo de Tresca e o de von Mises. O primeiro considera que o escoamento plástico ocorre quando atingida a máxima tensão cisalhante no ensaio de tração uniaxial. Para von Mises, por outro lado, o escoamento se inicia quando a energia de distorção alcança o valor máximo observado no ensaio uniaxial ou, em outras palavras, quando o valor do segundo invariante de tensões desviadoras fornece o valor definido para o escoamento.

Destaca-se que estes critérios foram definidos para o estudo de metais, uma vez que o escoamento depende unicamente das componentes da tensão desviadora. No caso de materiais geológicos, com influência do atrito interno, as tensões hidrostáticas (ou confinantes) influenciam diretamente o comportamento mecânico e resistência dos materiais. Desta forma, os modelos mencionados não são, a rigor, representativos do comportamento geral dos solos. Um caso particular é a resposta não drenada de solos argilosos saturados, em que os critérios de Tresca e von Mises podem ser aplicados com razoável confiança [19].

A partir da limitação destes modelos para descrever materiais cujo comportamento mecânico é friccional, as formulações inicialmente estabelecidas para metais foram estendidas buscando-se representar características observadas para solos e rochas. Tradicionalmente, o modelo de plasticidade mais conhecido e empregado neste sentido é o de Mohr-Coulomb.

2.1.1.3

Modelo de Mohr-Coulomb

O modelo de Mohr-Coulomb, tido como uma expansão do modelo de Tresca, admite que a ruptura dos materiais se dá por uma combinação linear de tensões normais e cisalhantes, a qual pode ser representada pela Equação 2-3. Expressando-se este critério em termos das tensões principais, o modelo pode ser formulado no formato tradicional para critérios de escoamento da teoria da plasticidade (Equação 2-4).

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi \tag{2-3}$$

$$F = \frac{(\sigma_1' - \sigma_3')}{2} - \frac{(\sigma_1' + \sigma_3')}{2}\sin\phi' - c'\cos\phi' = 0$$
(2-4)

Em que:

- τ = tensão cisalhante no plano de ruptura na ruptura;
- $\sigma' =$ tensão normal efetiva no plano de ruptura na ruptura;
- c' = intercepto coesivo efetivo;
- $\phi' =$ ângulo de atrito efetivo do material;
- σ'_1 = tensão principal maior efetiva;
- σ'_3 = tensão principal menor efetiva.

A Equação 2-4 assume forma hexagonal irregular no plano octaédrico, conforme apresentado na Figura 2.1. Observa-se que este critério apresenta extremidades que representam descontinuidades nas funções que descrevem a superfície de escoamento; de maneira geral, isso representa uma dificuldade numérica [25], o que proporcionou o surgimento de diversos modelos que buscaram suavizar as extremidades da superfície de escoamento do modelo de Mohr-Coulomb [26, 27, 28]. Adicionalmente, observa-se que este critério independe da tensão principal intermediária, o que eventualmente pode ser relevante para certos materiais geológicos [29, 30].



Figura 2.1: Superfície de escoamento de Mohr-Coulomb no plano octaédrico (adaptado de Yu (2007) [19]).

A forma mais simples do modelo de Mohr-Coulomb assume fluxo associado, com a função potencial plástico coincidindo com a função de escoamento. Esta condição, todavia, resulta na previsão de dilatância - em geral exagerada - independente do tipo de solo. Uma correção parcial para esta limitação é a adoção de uma função potencial plástico com a inclusão do ângulo de dilatância (ψ), inferior ao ângulo de atrito do material. A Equação 2-5 de Rowe (1962) [31] e adaptada por Bolton (1986) [32] é usualmente empregada para obtenção do ângulo de dilatância em função do ângulo de atrito (ϕ') e do ângulo de atrito no estado crítico (ϕ'_{cs}). Este procedimento implica, naturalmente, em um fluxo não associado no escoamento plástico, o que permite aproximar a previsão de deformações do modelo com o observado experimentalmente em materiais com dilatância ou perfeitamente plásticos. De modo geral, esta adaptação ainda possui a limitação de o parâmetro de dilatância ser constante com o estado de deformações.

$$\psi = 1,25(\phi' - \phi'_{cs}) \tag{2-5}$$

Uma evolução razoável do modelo mais popular no meio geotécnico é a utilização de parâmetros c' e ϕ' variáveis com a deformação plástica de desvio acumulada, permitindo simular efeitos de endurecimento e de amolecimento. O comportamento tensão-deformação, neste caso, pode ser ajustado de acordo com o tipo de solo de forma a modelar de maneira mais precisa as deformações plásticas (Figura 2.2).



Figura 2.2: Regras de amolecimento e endurecimento com a utilização de parâmetros variáveis no modelo de Mohr-Coulomb (adaptado de Potts e Zdravkovic (1999) [33]).

No caso específico do amolecimento, este comportamento é levado em consideração ao permitir uma redução dos parâmetros de resistência de acordo com uma variação matemática que pode ser linear ou exponencial. Em ambas as alternativas há necessidade de calibração de parâmetros de ajuste da curva tensão-deformação a partir de ensaios de laboratório. No caso da variação linear, são definidos os valores de deformação plástica que definem três regiões específicas (zona de endurecimento, zona perfeitamente plástica e zona de amolecimento) [33]. Para a variação exponencial, há necessidade de calibração de um parâmetro η , o qual define a velocidade de degradação dos parâmetros de resistência. Altos valores deste parâmetro conduzem à comportamento fortemente frágil dos materiais, conforme apresentado na Figura 2.3. Destacase que, conforme Pierce (2021) [34], o processo de calibração é dependente da dimensão da malha de cálculo, devendo esta ser compatível com a utilizada no modelo.



Figura 2.3: Evolução da tensão cisalhante para diferentes valores do parâmetro η em modelos numéricos do ensaio de cisalhamento direto simples considerando o modelo de Mohr-Coulomb com amolecimento (adaptado de Yerro et al. (2016) [35]).

O modelo elasto-plástico de Mohr-Coulomb convencional requer a definição de cinco parâmetros do solo (dois elásticos e três plásticos) e é, por sua simplicidade e acurácia na simulação da condição de ruptura, amplamente utilizado na prática e no meio acadêmico. Alguns parâmetros adicionais são necessários no caso da utilização da extensão da formulação para incorporação de efeitos de endurecimento/amolecimento, conforme apresentado na Tabela 2.1. A larga experiência obtida com a utilização deste modelo permite maior sensibilidade na avaliação das análises numéricas e a comparação com modelos aproximados e simplificados baseados na plasticidade perfeita. O fato de este critério representar de modo bastante satisfatório a ruptura do solo tornou-o confiável do ponto de vista de segurança e estabilidade, sendo sua utilização indispensável mesmo quando outros modelos mais complexos estão disponíveis. Permanecem, todavia, algumas limitações:

 A rigidez é modelada de modo simplificado e assumida constante independente do estado de deformações [36, 37]; No caso de trajetórias de tensões complexas (especialmente as que envolvem descarregamento), o modelo apresenta séria limitação na previsão de deslocamentos, geralmente levando a previsões exageradas [36]. A acurácia do modelo é, portanto, questionável em termos de deformações.

Parâmetro	Descrição	Determinação do Parâmetro
Е	Módulo de Young	Ensaios triaxiais drenados
ν	Coeficiente de Poisson	Ensaios triaxiais drenados
ϕ'_{pico}	Ângulo de atrito de pico	Ensaios triaxiais ou outros en- saios de resistência
$\phi'_{residual}$	Ângulo de atrito residual	Ensaios triaxiais ou outros en- saios de resistência
c_{pico}^{\prime}	Coesão de pico	Ensaios triaxiais ou outros en- saios de resistência
$c^{\prime}_{residual}$	Coesão residual	Ensaios triaxiais ou outros en- saios de resistência
ψ	Ângulo de dilatância	Ensaios triaxiais drenados
$\epsilon_{p,1}$	Deformação plástica inicial para amortecimento de Mohr-Coulomb com variação linear	Ensaios triaxiais ou outros en- saios de resistência
$\epsilon_{p,2}$	Deformação plástica final para amortecimento de Mohr-Coulomb com variação linear	Ensaios triaxiais ou outros en- saios de resistência
η	Fator de forma para amorteci- mento de Mohr-Coulomb com va- riação exponencial	Calibração com modelo numérico e ensaios de laboratório

Tabela 2.1: Parâmetros do Modelo Constitutivo de Mohr-Coulomb, em sua formulação convencional e adaptada para endurecimento/amolecimento.

2.1.2 Modelos da Teoria do Estado Crítico

2.1.2.1 Conceitos Básicos

Conforme anteriormente discutido, o uso da teoria da plasticidade em materiais geológicos se iniciou como uma extensão dos critérios definidos para metais. Por muitos anos, pesquisadores na área de geomecânica obtiveram resultados pouco representativos, em termos de deslocamentos, nas análises numéricas [19]. Neste sentido, diversos estudos desenvolvidos na segunda metade do século XX objetivaram, embasados em observações experimentais, conceber uma teoria geral para definição do comportamento tensão-deformaçãoresistência dos solos [38, 39].

A primeira teoria capaz de atender aos princípios básicos para uma formulação constitutiva em problemas geotécnicos (item 2.1) foi denominada teoria do estado crítico. Esta abordagem conceitua que os solos e demais materiais granulares, se continuamente distorcidos até que seu comportamento se assemelhe a um fluido friccional (ou seja, escoamento a volume e tensões constantes), alcançarão um estado crítico bem definido [40] no qual os invariantes de tensão p' e q satisfazem as relações das Equações 2-6 e 2-7.

$$q = Mp' \tag{2-6}$$

$$\nu = \Gamma - \lambda lnp' \tag{2-7}$$

Em que:

p' = invariante de tensão hidrostática (Equação 2-8 para o estado triaxial de tensões);

q = invariante de tensão desviadora (Equação 2-9);

 $\nu =$ volume específico;

M, Γ , λ = propriedades do estado crítico dos solos.

$$p' = \frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{3}$$
(2-8)

$$q = \sigma_1' - \sigma_3' = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{octa\acute{e}drica}$$
(2-9)

Em que:

 $\tau_{octaédrica}$ = tensão cisalhante no plano octaédrico, que é aquele cuja normal possui ângulos iguais com os eixos principais de tensão.

Schofield e Wroth (1968) [40] identificaram que o principal equívoco relacionado ao uso da plasticidade em geomecânica estava relacionado à consideração de que a linha do estado crítico seria uma curva de escoamento, com vetor de potencial plástico normal a esta superfície, o que acaba por fornecer deformações exageradas e com pouco respaldo experimental. O ponto chave e inovador apresentado por estes autores é que os estados de tensão pertencentes à linha de estado crítico não fazem parte da superfície de escoamento; na verdade, por cada ponto de estado crítico é possível traçar um trecho de curva de escoamento paralelo ao eixo p'. Isso torna possível associar um vetor potencial plástico com taxa de variação volumétrica nula $\dot{\nu}_p = 0$ a cada ponto na linha do estado crítico ao longo da trajetória de tensões. Este fato justifica o porquê muitos modelos da plasticidade fornecem deslocamentos exagerados, já que a consideração de regra de fluxo associado, com vetor potencial plástico normal à linha de estado crítico, fornecerá taxas de deformação plástica elevadas.

Pela definição de Yu (2007) [19], o incremento de deformação volumétrica plástica é nulo no estado crítico uma vez que as componentes elásticas de deformação serão zero devido ao estado de tensões constante nesta condição. É também assumido que as linhas de estado crítico são únicas para um determinado material, sendo independente da trajetória de tensões percorrida a partir de um estado inicial qualquer [19]. Esta evolução conceitual, que considera a existência de um estado único em que o material sofre deformações sem alteração de volume, representa uma base conveniente para formulações constitutivas na descrição do comportamento mecânico do solo, incorporando robustez teórica com respaldo experimental ao uso da teoria da plasticidade em geotecnia.

2.1.2.2 Superfícies de Escoamento em Modelos de Estado Crítico

Os estudos experimentais conduzidos por diversos autores [38, 39, 40, 41, 42, 43] mostraram que as superfícies de escoamento de solos são caracterizadas por um formato de gota, centralizado ao longo do eixo hidrostático [44], como ilustrado na Figura 2.4. Em geral, a forma desta superfície depende das características de ruptura por cisalhamento, dos efeitos de esforços de compressão sobre o material e da existência ou não de coesão. Estas conclusões genéricas permitem considerar a existência de uma família de funções que define as superfícies de escoamento nos modelos constitutivos que utilizam a teoria do estado crítico. Para os modelos constitutivos apresentados neste capítulo, a forma geral da Equação 2-10 é utilizada na definição da superfície de plastificação.

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^n + \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^\alpha = 1 \tag{2-10}$$

Em que:

 $p_0 =$ tensão de pré-adensamento;

 $\eta_0 =$ máxima razão de invariantes de tensões;

n e α = parâmetros dos modelos, os quais controlam o formato da superfície de escoamento no espaço de tensões.



Figura 2.4: Superfície de escoamento genérica para modelos embasados na teoria do estado crítico (adaptado de Cirone (2020) [44]).

2.1.2.3 Parâmetro de Estado

O conceito de parâmetro de estado (ψ) foi introduzido por Been e Jefferies (1985) [45], os quais observaram que a maior parte das propriedades das areias de interesse para a engenharia (ângulo de atrito e densidade, por exemplo) são normalizadas adequadamente em relação ao parâmetro de estado. Por definição, trata-se da diferença entre o índice de vazios atual do solo (e) e o índice de vazios no estado crítico (e_c) para a mesma tensão confinante efetiva (Equação 2-11).

$$\psi = e - e_c \tag{2-11}$$

Em termos conceituais, o uso do parâmetro de estado é vantajoso em relação ao índice de vazios porque altas tensões confinantes tendem a eliminar o efeito da dilatância, de forma que a definição de estado do material deverá levar em consideração este nível de tensões. Isso é particularmente útil na formulação de modelos constitutivos, como é o caso do modelo NorSand [46], abordado na sequência deste capítulo. É importante destacar que, embora inicialmente concebido para melhorar a compreensão do comportamento de areias, o parâmetro de estado permite identificar a resposta dos materiais ao estado de tensões de forma análoga à razão de sobreadensamento (*overconsolidation ratio* - OCR), variável largamente empregada no estudo de argilas. Na Figura 2.5, o conceito de parâmetro de estado é apresentado na forma gráfica, incluindo-se também a definição de OCR no espaço índice de vazios *versus* p'. Yu (2007) [19], com base nos estudos de diversos autores, indica que o uso do parâmetro de estado é preferível em relação ao OCR uma vez que é uma quantidade facilmente determinável tanto para argilas como para areias.



Figura 2.5: Definição de parâmetro de estado (ψ) e de razão de sobreadensamento (OCR) no espaço e *versus* p' (adaptado de Jefferies (2002) [47]).

Neste ponto é também interessante apresentar a definição de dilatância que, por sua forte dependência do parâmetro de estado, motivou Been e Jefferies (1985) [45] a considerar ψ como o valor base na elaboração de modelos constitutivos para liquefação de solos. Determinada experimentalmente apenas em ensaios triaxiais drenados pela relação entre as deformações volumétricas (ϵ_v) e desviadoras (ϵ_q) , a dilatância é obtida a partir da Equação 2-12, onde a constante indicada na aproximação é uma estimativa plausível para a magnitude da dilatância média [48].

$$D_{m\acute{e}dia} = \frac{\epsilon_v}{\epsilon_q} \approx 4 \frac{\psi}{1+e} \tag{2-12}$$

2.1.2.4 Modelo NorSand

Jefferies (1993) [46] introduziu, em sua publicação, um modelo da teoria do estado crítico denominado NorSand. O ponto de partida para o desenvolvimento deste modelo foi a deficiência dos modelos convencionais (*Cam-Clay* e Cam-Clay Modificado) em representar a dilatância e posterior amolecimento de areias localizadas no lado "seco" da linha de estado crítico. No desenvolvimento do NorSand, a utilização do índice de vazios para definição da regra de endurecimento foi preterida pelo uso do parâmetro de estado, anteriormente introduzido no item 2.1.2.1.

Além de atender aos fundamentos da teoria do estado crítico, apresentados didaticamente por Atkinson e Bransby (1977) [50], o NorSand também assume que:

- Não existe coesão entre as partículas de solo;
- Deformações elásticas são desprezíveis em carregamentos drenados;
- As tensões são coaxiais ao incremento de deformações;
- O incremento de deformações é normal à superfície de escoamento.

Para formulação da regra de fluxo do modelo, Jefferies (1993) [46] introduziu uma função de dilatância D e um parâmetro adicional N, que representa um acoplamento volumétrico para desevolvimento do balanço de energia. A função de escoamento resultante é apresentada em sua forma mais geral na Equação 2-13.

,

$$\frac{\eta}{M_i} = 1 - \ln\left(\frac{p'}{p'_i}\right) \tag{2-13}$$

Em que:

 $\eta = razão$ entre os invariantes de tensão, ou seja, q/p';

 $M_i = \text{parâmetro do modelo, variável e tendendo a M com o aumento de }$ deformações cisalhantes. A variação é descrita pela Equação 2-14 [48];

 p'_i = invariante de tensões hidrostáticas para a condição com D=0.

$$M_i = M\left(1 - \frac{\chi_i N|\psi_i|}{M_i}\right) \tag{2-14}$$

Em que:

N = parâmetro de acoplamento volumétrico;

 $\chi_i =$ função de dilatância, considerando o ensaio de compressão triaxial como referência;

 ψ_i = parâmetro de estado para a condição com D=0, definido pela Equação 2-15.

$$\psi_i = \psi - \lambda ln \frac{p'_i}{p'} \tag{2-15}$$

Em que:

 $\psi = \text{parâmetro de estado.}$

É importante notar que apesar das semelhanças com os modelos *Cam-Clay*, o NorSand não utiliza o invariante de tensões hidrostáticas ou o parâmetro M no estado crítico como no modelo de Roscoe e Burland (1968) [43]. É utilizada a condição denominada "imagem" do estado crítico [48], denotada pelo subíndice "*i*". Esta condição respeita apenas um dos requisitos para definição do estado crítico: o solo é permitido deformar-se indefinidamente sem alteração no estado de tensões ou no índice de vazios. A principal vantagem desta abordagem é o fato de que o invariante de tensões hidrostáticas na condição de imagem (p'_i) representa exatamente o tamanho da superfície de escoamento. Desta forma, a localização do ponto "imagem" permite inferir, a partir da posição relativa ao estado crítico, a ocorrência de contração ou expansão no cisalhamento [48].

Uma vez que o comportamento dilatante dos solos é limitado a um valor máximo, função de cada material, o modelo NorSand estabelece este limite a partir do parâmetro de tensões p'_i . O conceito envolve a definição de um limite interno na superfície de escoamento que é obtido a partir das propriedades do solo e do estado de tensões em questão. A Equação 2-16 representa matematicamente este *cap*, que representa também um evolução conceitual importante do modelo NorSand: ao contrário de outros modelos, em que o limite de dilatância é estabelecido com a adoção de uma regra de fluxo não associado, o *cap* é definido em termos do próprio parâmetro de endurecimento.
$$\left(\frac{p_i'}{p'}\right)_{m \le x} = \exp{-\frac{\chi_i \psi_i}{M_i}} \tag{2-16}$$

$$\chi_i = \frac{\chi_{tc}}{(1 - \chi_{tc}\lambda/M)} \tag{2-17}$$

Em que:

 χ_{tc} = propriedade de dilatância do solo, definida como a inclinação da reta de tendência em um gráfico de D_{min} versus ψ obtida em ensaios triaxiais drenados.

A lei de endurecimento do modelo NorSand é representada na sua forma adimensional pela Equação 2-18. O parâmetro H - denominado parâmetro de endurecimento do modelo NorSand - é idealmente adotado como uma constante, sendo obtido experimentalmente a partir de dados obtidos em ensaios triaxiais.

$$\frac{\dot{p}'_i}{p'_i} = H\left(\frac{p'}{p'_i}\right)^2 \left[\exp\left(\frac{-\chi_i\psi_i}{M_i}\right) - \frac{p'_i}{p'}\right]\dot{\epsilon_q}$$
(2-18)

Em que:

 $\dot{p'}_i$ = incremento do invariante de tensões hidrostáticas; $\dot{\epsilon}_q$ = incremento de deformação cisalhantes.

Para as deformações elásticas, o NorSand também faz uso do modelo isotrópico, porém considerando deformações cisalhantes elásticas que também influenciam nas análises numéricas. De modo a manter a compatibilidade com a formulação do modelo de estado crítico, inseriu-se no modelo uma rigidez ao cisalhamento I_r , definida pela Equação 2-19. A relação com o parâmetro κ do modelo *Cam-Clay* é dada pela Equação 2-20.

$$I_r = \frac{G}{p'} \tag{2-19}$$

$$\frac{K}{p'} = \frac{1+e}{\kappa} = I_r \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$$
(2-20)

Em que: G = módulo de cisalhamento do solo; K = módulo de compressão confinada do solo; $\nu = coeficiente de Poisson.$

Embora represente uma evolução conceitual relevante na modelagem constitutiva de areia densas, o modelo NorSand não se adequa ao comportamento pós-pico de materiais que sofrem amolecimento. De acordo com Jefferies e Been (2015) [48], conforme o estado de tensões se aproxima do pico de resistência ao cisalhamento, o endurecimento da superfície de escoamento progride mesmo que se espere um comportamento de amolecimento. Logo após o pico - onde o limite de endurecimento é imposto -, o modelo passa a sofrer amolecimento até o estado crítico. Neste ponto, os critérios de estabilidade de Drucker [19] não são respeitados e a uniformidade de tensões e deformações não é mais uma hipótese adequada [46].

Yu (1998) [49] aponta que o modelo NorSand e outros que utilizam o parâmetro de estado são muito bem sucedidos na modelagem constitutiva de areias densas. Para materiais granulares muito fofos, entretanto, estes modelos podem não ser válidos uma vez que as deformações plásticas do solo durante o adensamento não são consideradas de modo realístico. Especialmente para o NorSand, Yu (1998) [49] reafirma o grande potencial do modelo na reprodução do comportamento drenado de areias, mas com limitações para solicitações não drenadas.

Mesmo que inicialmente desenvolvido e calibrado para areias [46], Shuttle e Jefferies (2010) [51] indicam que o modelo tem sido aplicado para uma ampla faixa de materiais, até mesmo em argilas siltosas, com relativo sucesso. Deve-se considerar, todavia, que a faixa de valores típicos para os parâmetros do modelo deve variar em grande medida para materiais com diferentes granulometrias. Na Tabela 2.2 são apresentados os parâmetros do modelo NorSand, bem como a faixa de variação típica de cada um deles e a indicação do método para calibração.

2.2 Métodos Numéricos em Geotecnia

Diversos métodos numéricos foram criados para resolução das equações diferenciais que descrevem determinado fenômeno físico. Fernández (2020) [9] apresenta uma revisão sobre o estado da arte dos métodos numéricos, com enfoque no contínuo e, em especial, para análises de grandes deformações em

Parâmetro	Descrição	Intervalo de Valores	Determinação do Parâmetro
I_r	Rigidez ao cisalha- mento normalizada	100 a 600	$rac{G_{m\acute{a}x}}{p'}$
ν	Coeficiente de Poisson	0,15 a 0,35	Ensaios triaxiais dre- nados
λ	Inclinação da linha de consolidação nor- mal (NCL)	0,01 a 0,07	Ensaios triaxiais dre- nados e não drenados
Г	Intercepto da CSL para p'=1 kPa	0,90 a 1,40	Ensaios triaxiais dre- nados e não drenados
M_{tc}	Razão de tensões crí- tica no ensaio de com- pressão triaxial	1,20 a 1,50	Ensaios triaxiais de compressão
Ν	Coeficiente de acopla- mento de energia	0,20 a 0,50	Ensaios triaxiais dre- nados
Н	Parâmetro de endure- cimento plástico	25 a 500	Ensaios triaxiais dre- nados; pode ser esti- mado como $\frac{4}{\lambda}$
X	Parâmetro de dilatân- cia	2,0 a 5,0	Ensaios triaxiais dre- nados

Tabela 2.2: Parâmetros do Modelo Constitutivo NorSand

geotecnia. Neste capítulo, será apresentada uma breve revisão dos conceitos envolvendo as diferentes metodologias de formulação dos métodos numéricos e, em particular, do MPM. Destaca-se que a literatura sobre o tema é bastante vasta, não sendo objetivo deste trabalho abranger conceitualmente todos os aspectos com o devido aprofundamento. Para maiores detalhes, recomenda-se a leitura das publicações de Soga et al. (2016) [52] e Augarde et al. (2021) [53].

No que diz respeito à formulação, três categorias principais de métodos são com frequência utilizadas na geomecânica computacional: métodos Eulerianos, métodos Lagrangeanos e métodos híbridos.

2.2.1 Métodos Eulerianos

Os métodos Eulerianos são frequentemente utilizados em problemas cujo domínio pode se tornar extremamente distorcido ou com mistura de materiais. Por definição, na formulação Euleriana a malha computacional é fixa no espaço e não se move com o material. Usualmente, este método é empregado para representar o comportamento de fluidos incompressíveis por meio da resolução numérica das equações de Navier-Stokes. Embora a forma e o volume das células, bem como a posição dos vértices, não se alterem durante o processo computacional, as grandezas físicas como massa, quantidade de movimento e energia sofrem efeito da advecção, de modo que a densidade dos elementos varia [54]. Uma vez que as quantidades são calculadas sem explicitamente determinar a localização do contato entre diferentes materiais, estes métodos são limitados na representação de problemas com interface.

Embora computacionalmente estáveis, os métodos Eulerianos tem dificuldade na representação de domínios com geometria complexa. Destacam-se questões relacionadas ao tempo de processamento e de armazenamento uma vez que o domínio de cálculo envolve toda a região modelada, mesmo onde não existem materiais pré-definidos [55].

2.2.2 Métodos Lagrangeanos

Conceitualmente, os métodos Lagrangeanos consistem em uma malha computacional que contém e se deforma em conjunto com o material [54]. Nesta categoria de métodos, não é considerada advecção entre a malha e o material em si, de forma que o processo de solução das equações diferenciais é simplificado. De forma geral, a formulação Lagrangeana pode ser construída considerando ou não uma malha propriamente dita [55].

Nos métodos com malha, o domínio é definido por um conjunto de elementos conectados, formando uma malha não estruturada que pode se movimentar, diferentemente das malhas Eulerianas. O Método dos Elementos Finitos (MEF), método numérico mais utilizado em abordagens de engenharia, é exemplo de implementação da formulação Lagrangeana com uso de malha [55]. Uma vez que a malha é não estruturada e com elementos irregulares, tornase possível representar domínios relativamente complexos; adicionalmente, a malha existe apenas onde são definidos materiais no domínio. Esta última característica conduz à limitação principal dos métodos com malha: a representação de grandes deformações, as quais geram distorções nos elementos da malha que, por fim, afetam negativamente ou até mesmo impossibilitam a convergência da solução [54].

Ainda na perspectiva Lagrangeana, podem ser utilizados métodos sem malha (*meshless*), categoria que geralmente se refere à métodos que usam um conjunto finito de partículas para discretizar o estado e dinâmica de um sistema [55]. Esta metodologia é usualmente empregada em problemas de dinâmica dos fluidos, em que cada partícula está associada às propriedades e modelos constitutivos do material, e sua evolução é determinada por meio das leis de conservação de massa e quantidade de movimento. Nestes cenários, a avaliação de grandes deformações é natural e a discretização de geometrias é facilitada, pois requer apenas a discretização inicial do domínio computacional [55]. O método Lagrangeano sem malha mais popular é o *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH).

2.2.2.1 Método dos Elementos Finitos - MEF

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um procedimento numérico que permite a resolução de equações diferenciais utilizando uma malha previamente definida, na qual o contínuo é discretizado em componentes de geometria mais simples, denominados elementos finitos.

No MEF, os elementos são assumidos conectados por um determinado número de nós localizados nas extremidades ou no interior do elemento. Em geotecnia, a formulação mais difundida do MEF é a que utiliza como variável primária (a primeira a ser determinada na solução numérica) os deslocamentos nos nós dos elementos. De modo a permitir a descrição dos deslocamentos ao longo de todo o elemento - e, portanto, do contínuo - são utilizadas funções de interpolação, as quais podem também definir o estado de deformações do corpo. Fazendo uso de um modelo constitutivo apropriado, estas deformações permitem definir o estado de tensões no interior do elemento e também nos contornos.

A definição conceitual do MEF aqui apresentada tem por objetivo permitir a compreensão genérica da abordagem uma vez que análises em elementos finitos são, de maneira geral, assumidas como um *benchmark* conceitual, em função de sua grande difusão e uso, que auxilia na avaliação crítica de métodos numéricos menos convencionais, como é o caso do MPM. A literatura técnica atual conta com uma série de boas publicações que tratam de modo aprofundado o MEF, sua formulação conceitual, matemática e física, bem como suas aplicações de principais limitações. Para maiores detalhes sobre a formulação matemática do MEF, recomenda-se a consulta às obras de Potts e Zdravkovic (1999) [33] e Zienkiewicz et al. (2005) [56].

Uma vez que o foco do presente trabalho é a avaliação do comportamento de estruturas geotécnicas em tempos pós-ruptura, cenário em que ocorrem grandes deformações, cabe destacar que as distorções da malha de cálculo inviabilizam a aplicação do MEF, em sua formulação convencional, nesse tipo de análise. Considerando a importância de análises de grandes deformações no campo da geotecnia, algumas técnicas foram desenvolvidas para permitir uma adequada performance do MEF nessas situações. McMeeking e Rice (1975) [57] apresentam uma avaliação consistente das adaptações desenvolvidas, bem como introduz uma formulação geral aplicável tanto para princípios Eulerianos quanto Lagrangeanos. No trabalho de Hibbit et al. (1970) [58], a matriz de rigidez é derivada utilizando princípios Lagrangeanos, sem limitar o comportamento do material à pequenas deformações. Fernández (2020) [9], todavia, destaca que os custos computacionais e erros adicionais associados à reconstrução da malha e ao remapeamento das variáveis, respectivamente, são desvantagens adicionais do MEF no campo da modelagem numérica de grandes deformações.

2.2.3 Métodos Híbridos

Com o objetivo de aproveitar vantagens dos princípios Eulerianos e Lagrangeanos, uma terceira categoria de métodos foi desenvolvida, combinando de forma simbiótica ambas as metodologias [55]. De uma forma geral, esta abordagem é utilizada na discretização da interação fluido-estruturas, problemas de impacto e de grandes deformações, principalmente por eliminar problemas de distorção da malha. Exemplos de métodos híbridos são o Arbitraty Lagrange Eulerian (ALE), o Coupled Eulerian Lagrangian (CEL) e o Material Point Method (MPM). Neste capítulo, uma descrição sucinta da formulação e princípios do MPM serão abordados de forma a subsidiar conceitualmente as análises geotécnicas de grandes deformações realizadas neste trabalho.

2.2.4 Método do Ponto Material - MPM

O Método do Ponto Material (MPM), é um método numérico híbrido cujas aplicações são diversas tanto na engenharia quanto em outros ramos do conhecimento. O MPM é utilizado na computação gráfica - em filmes de animação, por exemplo -, em simulações climáticas, na interação fluidoestrutura, em estudos geotécnicos de grandes deformações - foco deste trabalho - e em diversas outras aplicações, para as quais recomenda-se a consulta à revisão do estado da arte do MPM apresentada por Vaucorbeil (2019) [8].

Conceitualmente, o MPM é um método de partículas baseado na mecânica dos meios contínuos, no qual o meio (Ω) é discretizado em uma série de pontos materiais - ou partículas - que representam os sub-domínios (Ω_p) do problema. Em cada ponto material são concentradas todas as variáveis de interesse (tensões, deformações, poropressões etc.), sendo que estes podem se movimentar por uma malha Euleriana fixa, utilizada para solução da equação de movimento. Após os cálculos, as partículas carregam consigo as informações atualizadas e a malha é resetada para sua condição inicial.

De maneira simplificada, o esquema geral do ciclo computacional do MPM pode ser resumido como apresentado na Figura 2.6 e no sequenciamento a seguir:

- 1. Inicialização dos pontos materiais (Figura 2.6-a).
- 2. Mapeamento das informações contidas nos pontos, interpolando-as para os nós da malha Euleriana (Figura 2.6-b).
- Resolução da equação governante nos nós da malha Euleriana (Figura 2.6-c).
- Mapeamento das informações contidas nos nós, transferindo-as para os pontos materiais (Figura 2.6-d).
- 5. Reinício do ciclo.



Figura 2.6: Esquema do processo de cálculo computacional no MPM (adaptado de Fernández (2020) [9]).

2.2.4.1 Histórico e Conceitos Básicos

Historicamente, o Método do Ponto Material enquadra-se em um conjunto de métodos desenvolvidos na segunda metade do século XX e que foram denominados genericamente como PIC - *Particle-In-Cell* [54], em que o contínuo é modelado por meio de partículas que se movimentam em uma malha de cálculo. A versão original do método PIC considera que as partículas carregam consigo apenas informações referentes à definição, massa e posição, enquanto as demais quantidades são armazenadas na malha de cálculo. Esta metodologia causa significativa difusão numérica [54] por conta da transferência de informações entre a malha e as partículas, o que dificultou a generalização de sua aplicação.

A colaboração de Brackbill et al. (1992) [59] permitiu aprimorar os resultados do método PIC por meio do FLIP (*Fluid-Implicit-Particle*), o qual considerou que todas as propriedades e quantidades são armazenadas diretamente nas partículas, incluindo quantidade de movimento e energia. Esta evolução permitiu a superação da maior parte dos problemas numéricos anteriormente encontrados no PIC e a propagação dos métodos de partículas na hidrodinâmica computacional. Este método foi largamente utilizado para materiais com comportamento independente do histórico de tensões, uma vez que as relações constitutivas são resolvidas nos nós da malha Euleriana.

No início dos anos 1990, um conjunto de pesquisadores trabalhou na combinação das técnicas utilizadas na análise numérica de sólidos e de fluidos para construção de um método numérico de partículas, baseado no contínuo, que foi inicialmente publicado por Sulsky et al (1994) [60] e posteriormente denominado Método do Ponto Material (MPM). Até essa publicação, como mencionado, o conceito do MPM havia sido aplicado apenas em materiais com comportamento independente do histórico de tensões e deformações, o que limita sua utilização para descrever materiais geológicos. Ao inserir as relações constitutivas e o cálculo das variáveis secundárias em cada partícula (ou ponto material), os autores permitiram associar completamente os pontos à evolução do problema. Adicionalmente, a formulação do MPM a partir da forma fraca da equação de movimento permite certa compatibilidade com o MEF, possibilitando análises combinadas entre os métodos [54].

2.2.4.2

Equação Governante e Discretização

Este capítulo tem por objetivo apresentar aspectos matemáticos relacionados à formulação do Método do Ponto Material, de modo a tornar clara a compreensão de sua abordagem, especialmente no que se refere às etapas de cálculo. Ao longo do texto, sempre que necessário, as principais referências serão indicadas para aprofundamento.

Por ser tratar de um método embasado na mecânica dos meios contínuos, o MPM obedece as leis da termodinâmica: conservação de massa, conservação de quantidade de movimento e conservação de energia. Uma vez que a massa dos pontos materiais permanece constante neste método, a primeira lei é automaticamente satisfeita [61]. Como o MPM envolve uma formulação dinâmica, a equação governante principal é a de conservação de quantidade de movimento, na qual o vetor aceleração é levado em consideração. A conservação de energia é, por sua vez, plenamente atendida quando a forma consistente da matriz de massa é utilizada [60], como será abordado posteriormente, e é útil em problemas que envolvem fluxo térmico [61].

No MPM, cada partícula, em um instante de tempo t, é mapeada por um vetor posição $\vec{x_p}$. A velocidade do ponto material é definida pela derivada de $\vec{x_p}$ com relação ao tempo, ou seja, $\vec{v} = \dot{x_p}$. Considerando a massa específica dos materiais que constituem os pontos com valor ρ , \vec{b} a força de corpo por unidade de massa e \vec{a} a aceleração (derivada temporal de \vec{v}), a equação de conservação da quantidade de movimento (2^a lei de Newton) na forma forte é dada pela Equação 2-21.

$$\nabla \bullet \boldsymbol{\sigma} + \rho \boldsymbol{b} = \rho \boldsymbol{\dot{v}} \tag{2-21}$$

Em que: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k;$ $\boldsymbol{\sigma} = \text{tensor de tensões;}$ $\boldsymbol{\rho} = \text{massa específica do material;}$ $\boldsymbol{b} = \text{vetor de forças de corpo por unidade de massa;}$ $\boldsymbol{\dot{v}} = \text{vetor de acelerações.}$

Nas implementações do MPM, a forma forte da equação governante (Equação 2-21) é transformada na forma fraca [60] [61] utilizando o método dos resíduos ponderados de Galerkin sobre todo o domínio de análise (Ω) e aplicando-se a integração por partes no tensor de tensões [8] [9] [61]. A forma fraca da equação de conservação da quantidade de movimento resultante é apresentada na Equação 2-22 e, de forma agrupada, na Equação 2-23. Para maiores detalhes sobre a derivação da formulação, recomenda-se consultar a publicação de Fern et al. (2019) [61].

$$\int_{\Omega} \rho a_i \delta u_i \, dV + \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta u_{i,j} \, dV - \int_{\Omega} \rho b_i \delta u_i \, dV - \int_{\Gamma} \tau_i \delta u_i \, dA = 0 \qquad (2-22)$$

ou

$$Ma_i = f_i^{ext} - f_i^{int} \tag{2-23}$$

Em que:

$$\begin{split} \Omega &= \operatorname{domínio} \operatorname{da} \operatorname{análise}; \\ \Gamma &= \operatorname{contorno} \operatorname{da} \operatorname{análise}; \\ a_i &= \operatorname{vetor} \operatorname{de} \operatorname{acelerações}, \operatorname{em} \operatorname{notação} \operatorname{indicial}; \\ \delta u_i &= \operatorname{funções} \operatorname{de} \operatorname{deslocamentos} \operatorname{virtuais} \operatorname{de} \operatorname{ponderação}; \\ \sigma_{ij} &= \operatorname{tensor} \operatorname{de} \operatorname{tensões}, \operatorname{em} \operatorname{notação} \operatorname{indicial}; \\ \delta u_{i,j} &= \operatorname{derivadas} j \operatorname{dos} \operatorname{deslocamentos} \operatorname{virtuais} \operatorname{arbitrários}; \\ b_i &= \operatorname{vetor} \operatorname{de} \operatorname{forças} \operatorname{de} \operatorname{corpo} \operatorname{por} \operatorname{unidade} \operatorname{de} \operatorname{massa}, \operatorname{em} \operatorname{notação} \operatorname{indicial}; \\ \tau_i &= \operatorname{vetor} \operatorname{de} \operatorname{tensões} \operatorname{aplicadas} \operatorname{no} \operatorname{contorno}, \operatorname{em} \operatorname{notação} \operatorname{indicial}; \\ M &= \operatorname{matriz} \operatorname{de} \operatorname{massa}; \\ f_i^{ext} &= \operatorname{vetor} \operatorname{de} \operatorname{forças} \operatorname{externas}; \\ f_i^{int} &= \operatorname{vetor} \operatorname{de} \operatorname{forças} \operatorname{internas}. \end{split}$$

2.2.4.3 Discretização Espacial

Assim como no MEF, o domínio da malha Euleriana é dividido em um número finito de sub-domínios, denominados elementos. Cada um destes elementos é representado, no MPM, de forma pontual pelas partículas, que atuam de forma análoga aos pontos de quadratura do Método dos Elementos Finitos. A densidade de cada um dos elementos, a qual permite a ponderação e mapeamento dos elementos ativos, é obtida a partir da Equação 2-24. Ressalta-se que aqueles elementos que contém pontos em seu interior são denominados ativos, contribuindo para o balanço da equação de movimento. Os elementos vazios são desconsiderados, reduzindo o custo computacional do método.

$$\rho(x) = \sum_{p} m_p \delta(x - x_p) \tag{2-24}$$

Em que: $\rho(x) = \text{densidade do elemento;}$ $m_p = \text{massa de cada ponto material;}$ $\delta = \text{função delta de Dirac, que atua como filtro para a densidade;}$ $x_p = \text{coordenada espacial da partícula.}$

No MPM, as equações diferenciais são resolvidas nos nós da malha fixa e os resultados interpolados, utilizando as funções de forma, para o restante do elemento. As variáveis de interesse são obtidas, portanto, por meio de apoximação discreta a partir das funções de interpolação. Com relação à solução da equação de conservação da quantidade de movimento, os vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações são aproximados, nos pontos materiais, pelas Equações 2-25 a 2-27, sendo as funções de forma avaliadas na posição das partículas.

$$u_{ip} \approx N_{Ip} u_{iI} \tag{2-25}$$

$$v_{ip} \approx N_{Ip} v_{iI} \tag{2-26}$$

$$a_{ip} \approx N_{Ip} a_{iI} \tag{2-27}$$

Em que:

Ié um nó da malha ($I=1...n_g),$ sendo n_g o número de nós da malha de cálculo;

 N_{Ip} é a função de interpolação do nó I avaliada no ponto material com vetor posição x_p ;

 u_{iI} , v_{iI} e a_{iI} são as grandezas calculadas nos nós da malha: deslocamentos, velocidades e acelerações, respectivamente.

Até este estágio, a discretização espacial é bastante semelhante à realizada no MEF, com a particularidade de que os pontos de quadratura utilizados na integração numérica coincidem com os pontos materiais. Para resolução da equação diferencial da conservação de quantidade de movimento (Equação 223), faz-se necessária a determinação da matriz de massa nodal. Em caso de se assumir não haver acoplamento cruzado nos termos da matriz - ou seja, a massa associada a um nó I não depende da massa de qualquer outro nó do elemento [9] -, é conveniente do ponto de vista numérico utilizar a matriz de massa na forma diagonalizada, conforme apresentado na Equação 2-28. Esta consideração resulta, todavia, na dissipação de parte da energia cinética nos cálculos, conforme já vislumbrado na formulação original do método [60], o que não acontece quando a forma consistente é empregada.

$$M_I = \sum_p m_p N_{Ip} \tag{2-28}$$

Em que:

 $M_I =$ matriz de massa diagonalizada com referência ao nó I do elemento; $m_p =$ massa de cada ponto material, avaliada considerando a massa total do domínio Lagrangeano;

 N_{Ip} = matriz das funções de interpolação do nó I avaliadas no ponto material.

No intuito de resolver a equação de conservação da quantidade de movimento para obter o vetor de acelerações a_i , os vetores de forças internas e externas são obtidos a partir da integração das tensões, forças de corpo e forças aplicadas nos contornos. As Equações 2-29 e 2-30 representam esta formulação na forma discreta, em que I representa o nó da malha Euleriana, o subscrito p referencia o ponto material e a notação indicial é utilizada para grandezas tensoriais.

$$f_{iI}^{int} = -\sum_{p} N_{Ip,j} \sigma_{ijp} \frac{m_p}{\rho_p}$$
(2-29)

$$f_{iI}^{ext} = \sum_{p} m_p N_{Ip} b_{ip} + \sum_{p} N_{Ip} \tau_{ip} \frac{m_p}{\rho_p}$$
(2-30)

Em que:

 $f_{iI}^{int} =$ vetor de forças internas do nó I;

 f_{iI}^{ext} = vetor de forças externas do nó I;

 $N_{Ip,j} =$ gradiente da função de interpolação do nó I avaliado na posição da partícula p;

 $\rho_p = \text{massa específica da partícula } p.$

Aplicando-se as Equações 2-28, 2-29 e 2-30 na Equação 2-23, o sistema de equações é resolvido para se obter a variável primária correspondente ao vetor de acelerações a_i .

Determinado o vetor de acelerações nos nós da malha Euleriana, as velocidades e posição de cada partícula podem ser atualizadas considerando as funções de interpolação anteriormente definidas. O índice L nas Equações 2-31 e 2-32 indicam o estado das variáveis nos pontos materiais ao final da etapa Lagrangiana do MPM. É interessante observar que os pontos materiais podem se mover de um elemento para outro, gerando novas regiões ativas ou inativas. Como consequência deste movimento, uma parcela de convecção deve ser incorporada nos cálculos computacionais [60]. O procedimento para isso envolve o mapeamento do campo de velocidades dos pontos materiais para obter os valores nos nós da malha Euleriana antes do avanço no tempo. O campo de velocidades é calculado nos nós da malha a partir da Equação 2-33, em que se adota a notação indicial e $I = 1...n_g$ representam os nós da malha euleriana.

$$v_{ip}^L = v_{ip} + \Delta t \sum_I N_{Ip} a_{iI} \tag{2-31}$$

$$x_{ip}^L = x_{ip} + \Delta t \sum_I N_{Ip} v_{iI} \tag{2-32}$$

$$v_{iI} = \frac{1}{M_I} \sum_p N_{Ip} m_p v_{ip}$$
 (2-33)

As variáveis secundárias - explicitamente os incrementos de deformação e rotação - são calculadas e armazenadas apenas nos pontos materiais. O cálculo é realizado a partir dos princípios da mecânica do contínuo utilizando os valores das velocidades nodais (Equações 2-34 e 2-35, extraídas de Fernández (2020) [9]).

$$\Delta \epsilon_{ijp} = \frac{1}{2} (N_{Ip,j} v_{iI} + N_{Ip,i} v_{jI}) \Delta t \qquad (2-34)$$

$$\Delta\Omega_{ijp} = \frac{1}{2} (N_{Ip,j} v_{iI} - N_{Ip,i} v_{jI}) \Delta t$$
(2-35)

Em que:

 $\Delta \epsilon_{ijp}$ = incremento de deformação;

 $N_{Ip,j}$ e $N_{Ip,i}$ = gradientes da função de interpolação do nó I avaliados na posição da partícula p;

 $\Delta\Omega_{ijp}$ = incremento de rotação.

2.2.4.4 Integração no Tempo

Para resolução do sistema de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, a integração pode ser aproximada de forma implícita ou explícita. Na forma explícita, adotada neste trabalho [9] e mais frequentemente implementada por sua facilidade e aplicabilidade a problemas dinâmicos, é requerida a definição de um passo de tempo inferior ao passo de tempo crítico, de modo a garantir a estabilidade da solução. No caso do MPM, o tempo crítico é obtido a partir da dimensão da malha Euleriana e da velocidade do som do material associado à cada partícula do sistema, ao qual estão associadas as propriedades elásticas do material. A expressão final para o intervalo de tempo no MPM é dada pela condição de Courant-Friedrichs-Levy (CFL), matematicamente representada pela Equação 2-36.

$$\Delta t \ll \frac{d_c}{m \acute{a} x_p \left(\sqrt{\frac{E_p (1-\nu_p)}{(1+\nu_p)(1-2\nu_p)\rho_p}}\right)} \tag{2-36}$$

Em que:

 $\Delta t =$ passo de tempo adotado na análise;

 $d_c = \text{dimensão da malha Eulleriana;}$

 $m \acute{a} x_p$ = valor máximo da função avaliada em cada partícula p;

 $E_p =$ módulo de Young do ponto material;

 ν_p = coeficiente de Poisson do ponto material;

 $\rho_p = \text{densidade do ponto material.}$

Usualmente, o passo de tempo adotado nas análises considera um fator de redução do passo de tempo em relação ao crítico. A definição da fração em questão está relacionada às dimensões do modelo, à estabilidade do algoritmo frente ao modelo constitutivo adotado e ao tempo de análise adequado ao problema em questão. Conforme destacado por Sun et al. (2020) [62], a escolha do passo de tempo é um problema recorrente em análises numéricas com integração explícita, geralmente contornado por tentativa e erro de modo a superar eventuais instabilidades.

2.2.4.5

Amortecimento em Análises com MPM

Em problemas de grandes deformações, as variáveis secundárias são altamente não lineares, de modo que a equação de equilíbrio de um sistema torna-se de complexa resolução [63]. O método de relaxação dinâmica ou amortecimento - permite que análises dinâmicas sejam empregadas para obtenção de uma solução semi-estática de modo mais eficiente do ponto de vista computacional.

O amortecimento pode ser definido como uma perda de energia de um sistema, podendo estar associado a diferentes mecanismos, desde o atrito interno dos materiais, ao comportamento plástico experimentado durante uma solicitação [64], entre outros. No MPM, é usual a utilização de dois tipos de amortecimento, brevemente descritos a seguir:

- Amortecimento de Rayleigh: os parâmetros de amortecimento são obtidos por meio de ensaios de laboratório para cada material. Trata-se de uma metodologia de fácil implementação computacional, mas cujos parâmetros dependem da frequência de vibração do sistema [9];
- Amortecimento Cinético: consiste na ideia de que quando uma partícula oscilatória experimenta um estado de mínima energia potencial (equilíbrio), sua energia cinética atinge um máximo local [64]. No cálculo, uma vez que o máximo local é atingido, as velocidades do modelo são zeradas (Figura 2.7) e o ciclo de cálculo é reiniciado até que o sistema atinja o equilíbrio estático [63]. Esta técnica não necessita da determinação, a priori, de constantes de amortecimento para os materiais.

Técnicas de amortecimento têm sido com frequência e sucesso empregadas na utilização do MPM em análises geotécnicas em que se deseja obter uma solução quase-estática [63, 13], como é o caso da inicialização das tensões. Neste trabalho, para esta etapa de processamento, o método de amortecimento cinético descrito por Sun et al. (2015) [63] será utilizado.



Figura 2.7: Dissipação da energia em sistema utilizando o amortecimento cinético (adaptado de Sun et al. (2015) [63]).

2.2.4.6 Implementação Computacional

Os conceitos teóricos do MPM apresentados neste capítulo permitem compreender os fundamentos que embasam as análises numéricas geradas quando de sua utilização e, por consequência, a interpretação dos resultados obtidos. Deve-se notar que as mais importantes publicações e, consequentemente, os estudos voltados à aplicação do MPM, são bastante recentes, concentrandose em um período contido nos últimos 30 anos. Embora uma série de publicações tenha já demonstrado o potencial do método em análises geotécnicas [10] [13] [65] [66], sua utilização está ainda, em maior medida, restrita ao ambiente acadêmico, de pesquisa e desenvolvimento. A Tabela 2.3 apresenta a lista dos principais programas disponíveis, em uma atualização do estudo feito por Fernández (2020) [9] a partir de uma extensa revisão do estado da arte do MPM.

No capítulo 4, maior enfoque será dado ao programa MPM-PUCRio, desenvolvido na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro por Fernández (2020) [9], um dos resultados dos trabalhos de pesquisa desenvolvidos na última década no Grupo de Pesquisa Geoanálise do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

2.2.4.7

Aspectos do MPM em Geotecnia

Para o caso particular de problemas de grandes deformações, as análises em elementos finitos têm sido aplicadas com sucesso nas últimas décadas [53] mediante procedimentos de reinicialização da malha de cálculo e remapeamento dos pontos de quadratura.

Programa	Autor	Ano	País	Universidade	Enfoque Geo- técnico
NairnMPM	J. Nairn	2003	Estados Unidos	Utah	Não
MPM- GIMP	P. C. Wallstedt e J. E. Guilkey	2008	Estados Unidos	Utah	Não
C-SAFE	ASC Center	2011	Estados Unidos	Utah	Não
Anura3D	Anura3D-RC	2016	Vários	Várias	Sim
MPM3D- F90	X. Zhang	2018	China	Tsinghua	Não
CB-Geo	K. Kumar	2018	Estados Unidos	Texas	Sim
MPMsim	MPMsim Ltda.	2019	Reino Unido	-	Não
AMPLE	W. M. Coombs e C. Augarde	2019	Reino Unido	Durham University	Não
MPM- PUCRio	F. Fernández	2020	Brasil	PUC-Rio	Sim
Karamelo	A. de Vaucorbeil et al.	2020	Austrália	Deakin University	Não

Tabela 2.3: Principais programas computacionais do MPM (após Fernández (2020) [9]).

O MPM e outros método híbridos possuem como atrativo a utilização de um artifício de cálculo envolvendo uma malha cuja forma é retornada à posição inicial a cada ciclo de cálculo, sendo a informação armazenada em pontos materiais com capacidade de simular materiais com comportamento dependente do histórico de tensões. Este fato permite se trabalhar com uma deformação acumulada consideravelmente grande sem os empecilhos numéricos associados a uma malha extremamente deformada. Ainda, esta técnica permite a análise de múltiplos materiais e fases além de problemas dinâmicos e de impacto.

Augarde et al. (2021) [53] apresenta uma extensão revisão bibliográfica sobre as recentes aplicações do MPM em geotecnia, principalmente a partir da década de 2000. Os autores destacam que uma das principais contribuições deste método ao estudo de geomateriais foi permitir a análise de problemas com acoplamento hidromecânico ao modelar a transição de um comportamento drenado para um não drenado. Esta característica assume particular importância, pela natureza geotécnica do fenômeno, no estudo de liquefação dos solos, o que está inteiramente ligado à técnicas de modelagem constitutiva de geomateriais. De fato, esta é uma das áreas com maior potencial de desenvolvimento dentro do MPM: a implementação, estudo e aplicação de modelos constitutivos avançados em uma formulação dinâmica para análise de problemas complexos e, especialmente, que envolvem grandes deformações.

Cabe destacar que uma série de melhorias nos algoritmos do MPM têm sido recentemente implementadas de modo a reduzir erros provocados no processo de integração e mapeamento das variáveis secundárias, especialmente as tensões. Augarde et al. (2021) [53] destacam que ainda permanecem alguns desafios na difusão do MPM nas análises geotécnicas, tais como problemas de estabilidade numérica e de custo computacional a depender das dimensões do problema.

Em termos de estabilidade, três principais causas [62] são apontadas para instabilidades em análises numéricas utilizando o MPM, mais especificamente na etapa de integração explícita no tempo. A primeira relaciona-se à incapacidade de a velocidade de processamento do algoritmo acompanhar a velocidade de propagação do fenômeno físico; a segunda está intrinsecamente ligada à natureza híbrida do método, a qual demanda constante tranferência de informações dos pontos materiais para a malha de cálculo. Por fim, o terceiro ponto registrado na literatura diz respeito à problemas de impacto, que muitas vezes introduzem grandes quantidades de energia no sistema, podendo gerar instabilidades numéricas.

Pontua-se que a maior parte das aplicações do MPM fazem uso de modelos constitutivos básicos [67] (elásticos ou elasto-plásticos do tipo Mohr-Coulomb), estando em estágio inicial a verificação de modelos elasto-plásticos avançados [68], tais como os embasados na teoria do estado crítico. A importância dos modelos constitutivos não é uma exclusividade do MPM [69], demandando ainda muitos avanços na compreensão do funcionamento dos modelos, sua parametrização e interpretação tendo por base os princípios da mecânica dos solos. No tema da modelagem constitutiva para barragens, a dissipação de energia promovida pelo modelo constitutivo é um ponto chave na previsão da ruptura e, em especial, da distância de *run-out* e volume de material mobilizado. Neste sentido, a inclusão do endurecimento/amolecimento é essencial para melhorar a assertividade das previsões, como demonstrado na comparação entre os modelos de Mohr-Coulomb e NorSand por Fern e Soga (2016) [68].

3 Rupturas de Barragens de Mineração

Rupturas de barragens são eventos extremos cujas consequências observadas têm sido catastróficas em termos econômicos, sociais e ambientais. Dentre estas, a perda de inúmeras vidas, alterações na hidromorfologia a jusante do evento, contaminação de extensas áreas e altos custos econômicos associados a todos estes efeitos são destaques. Frente à eventos graves com grande publicidade, em especial devida às rupturas de Fundão (2015) e Feijão (2019) no Brasil, vem à tona um papel técnico importante de situações de performance inadequada: a capacidade de melhor compreensão dos mecanismos de ruptura e, por consequência, da maior possibilidade de evitar a repetição de futuros eventos de porte semelhante.

Falhas em barragens de terra são, em geral, atribuídas a um único ou a uma combinação de mecanismos que culmina no evento principal [70]. O Comitê Internacional de Grandes Barragens (ICOLD), em seu Boletim 121 [71], foca na definição de oito mecanismos principais para ocorrência de falha em barragens de mineração, listados a seguir:

- Instabilidade dos taludes (SI);
- Percolação e *piping* (SE);
- Ruptura de fundação (FN);
- Galgamento (OT);
- Falha na Operação (ST);
- Terremotos ou solicitações dinâmicas (EQ);
- Subsidência (MS);
- Erosão (ER).

Lyu et al. (2019) [72] apresentam um banco de dados de 300 eventos de rupturas de barragens de rejeitos, incluindo informações básicas da geometria das estruturas, método construtivo e a frequência de ocorrências por continente. De modo geral, a maior parte das rupturas registradas relaciona-se à barragens de rejeitos alteadas pelo método de montante, em que parte do barramento é construído sobre o próprio material depositado no reservatório. Dentre as causas de ruptura, observa-se uma distribuição de certa forma homogênea entre os eventos cadastrados, sendo fenômenos de percolação, ruptura pela fundação, galgamento, eventos sísmicos e o conjunto de outros mecanismos responsáveis por cerca de 20% do conjunto de rupturas identificadas (Figura 3.1). Este estudo indica, ainda, que 43,5% das rupturas concentramse na América do Norte, seguida da América do Sul (19,4%), Ásia (15,6%) e Europa (13,7%).



Figura 3.1: Distribuição das rupturas de barragens de rejeitos pela causa (adaptado de Lyu et al. (2019) [72]).

Os mecanismos de falha relacionados pelo ICOLD foram utilizados por Haeri et al (2021) [73] na classificação da ocorrência de eventos de ruptura detectados até março de 2019 ao redor do mundo. Uma significativa parcela das barragens que experimentaram eventos de ruptura não são suficientemente documentadas e impossibilitam uma avaliação técnica da causa da ruptura. A porcentagem de barragens com causa de ruptura desconhedida (U) chega a 27% do total de 342 estruturas cadastradas [73].

Embora limitada, a metodologia de classificação de falhas proposta pelo Comitê Internacional é bastante útil, devido a sua simplicidade, ao permitir a coleta de informações acerca de rupturas ao redor do mundo para concepção de um banco de dados que permita estabelecer padrões que podem, eventual-



Figura 3.2: Estatística dos modos de ruptura em 342 barragens de rejeitos que experimentaram processos de ruptura (adaptado de Haeri et al (2021) [73]).

mente, evitar a ocorrência de novos eventos. Fatores básicos que influenciam diretamente a estabilidade das barragens de mineração envolvem o método de alteamento (a montante, a jusante ou central), as características do material depositado, a altura do barramento, o volume de material armazenado, a inclinação dos taludes de jusante e a atividade sísmica e pluviométrica local [73]. Estes aspectos, geralmente considerandos em etapas de desenvolvimento de projeto, devem estar associados à operação da barragem, seja no manejo das águas superficiais, na manutenção de dispositivos de drenagem e instrumentação e avaliações periódicas de atividades operacionais que possam eventualmente atuar como gatilho para rupturas.

3.1 Estimativa do Volume de Material Mobilizado em Rupturas de Barragens

Os estudos de *dam break* envolvem a definição de cenários hipotéticos que conduzam ao evento de ruptura, considerando os modos de ruptura possíveis, para definição do traçado da onda, mapeamento da mancha de inundação e avaliação dos impactos socio-ambientais associados [74]. Uma das variáveis de maior importância em estudos de ruptura hipotéticas de barragens de rejeitos é a estimativa do volume mobilizado durante o evento. Esta estimativa é, todavia, dotada de um elevado grau de dificuldade em função das variadas geometrias de barragens, características reológicas dos rejeitos além das condições topográficas a jusante do reservatório.

Na prática dos estudos de ruptura hipotética - e na legislação vigente em diversos países - a regra geral é pela definição de uma porcentagem fixa do volume total do reservatório a ser considerada no *dam-break*, podendo este valor ser 50%, 100% ou qualquer outra porcentagem arbitrária [76]. Rourke e Luppnow (2015) [76] indicam que porcentagens entre 20% e 40% são valores médios de percentuais do volume total do reservatório liberados em um evento de ruptura.

Na literatura, é comum classificar os modelos que são comumente empregados para estimativa do volume de material mobilizado em um cenário de ruptura hipotética em três categorias: métodos estatísticos, geométricos e de fluidez.

3.1.1 Métodos Estatísticos

Diversos autores dedicaram-se em empregar métodos estatísticos, englobando características específicas das barragens (geometria, volume armazenado, cobertura de material sobrenadante, entre outros) para estimar o volume total de rejeitos mobilizados durante uma ruptura. Basicamente, estas equações consideram bancos de dados de rupturas prévias, disponíveis na literatura, para correlacionar o volume mobilizado com características geométricas das barragens. Quelopana (2019) [75], por exemplo, reuniu um banco de dados de 35 rupturas ocorridas ao longo das últimas décadas; este banco de dados subsidiou a construção de novas correlações, baseadas em estatística, para estimativa do volume mobilizado. Marais (2021) [70], por sua vez, apresenta dois modelos empíricos que evidenciam a importância de se considerar características específicas como reologia, topografia e mecanismos de abertura de brecha na construção de modelos para estimativa de volume mobilizado. Na Tabela 3.1 são apresentadas algumas equações encontradas na literatura especializada e recentemente desenvolvidas para a finalidade de estimativa de volume de material liberado em caso de falha.

Algumas limitações importantes são inerentes a esta metodologia, como o fato de serem desconsideradas as características geotécnicas dos rejeitos. Adicionalmente, limitações geométricas (grandes áreas com material sobrenadante, barragens com alturas muito superiores às do banco de dados adotado etc.) também são causas da forte incerteza associada à estimativa de volume por meio de regressões matemáticas.

Autor	Equação	\mathbb{R}^2	Variáveis
Rico et al. (2008) [77]	$V_F = 0,354 V_T^{1,008}$	0,86	Volume total armaze- nado (V_T)
Rourke e Lupp- now (2015) [76]	$V_F = 0,6533PR + 0,0136$	0,99	Razão de material so- brenadante (PR)
Concha Larrauri e Lall (2018) [78]	$V_F = 0,332 V_T^{0,95}$	0,88	Volume total armaze- nado (V_T)
Quelopana (2019) [75]	$V_F = 0,0612V_T^{0,809}H^{0,544}$	0,91	Volume total armaze- nado (V_T) , altura da barragem (H)
Marais (2021) [70]	$V_F = 0,265 V_T^{0,798} H^{0,098}$	0,72	Volume total armaze- nado (V_T) , altura da barragem (H)
Marais (2021) [70]	$V_F = 0,875PR^{0,868}H^{-0,097}$	0,98	Razão de material so- brenadante (PR), al- tura da barragem (H)

Tabela 3.1: Equações para estimativa de volume mobilizado em rupturas de barragens de rejeitos.

3.1.2 Métodos Geométricos

Modelos geométricos assumem que a superfície de ruptura se propaga para montante, a partir do ponto de início da falha geral da estrutura, em um talude ascendente (Figura 3.3). Comumente, o ângulo de repouso do material (α) é definido pela sua razão de resistência liquefeita, conforme a Equação 3-1. O intervalo do ângulo de repouso obtido a partir da razão de resistência está geralmente compreendido entre 4º e 10º [79] [76], a depender das características específicas de cada material.

Kheirkhah et al. (2021) [79] apresentam, em sua publicação, um estudo de sensibilidade do método geométrico de modo a avaliar a importância de cada parâmetro de entrada no resultado obtido. A análise permitiu concluir que a largura de crista e a inclinação do talude de montante têm pouca influência nos resultados, enquanto o ângulo da brecha (ou seja, o ângulo α definido anteriormente) e a inclinação do talude de jusante afetam significativamente o volume estimado. Neste sentido, cabe destacar que a maior incerteza e dificuldade de definição assertiva atualmente está exatamente relacionada com a geometria da brecha - ou seja, da superfície de ruptura e sua geometria quando da mobilização da massa de rejeitos.

$$\alpha = \arctan \frac{Su_{liquefeito}}{\sigma'_{vm}} \tag{3-1}$$

Em que:

 $\alpha =$ ângulo de repouso do material.

 $Su_{liquefeito}$ = resistência não drenada do material na condição liquefeita. σ'_{vm} = tensão efetiva de adensamento.



Figura 3.3: Estimativa de volume mobilizado a partir do método geométrico, considerando superfície de ruptura pré-definida com ângulo α (adaptado Rourke e Luppnow (2015) [76])

Atualmente, há poucas evidências da acurácia deste método para previsão de volume mobilizado, inclusive em função das dificuldades de aferir as características de propagação da cunha de ruptura nos trechos mais a montante, próximo ao estado pré-ruptura da estrutura remanescente [79]. De certo ponto de vista, a determinação do volume de rejeito mobilizado por métodos geométricos é subjetiva por definição já que a propagação do ângulo de repouso do material pode ser feita de maneira arbitrária. Destaca-se, por exemplo, que características geométricas dos reservatórios de rejeitos podem influenciar de modo significativo no comportamento pós-ruptura: praças de deposição que deslocam-se para as laterais do barramento principais possuem um forte comportamento tridimensional que dificilmente são representados por modelos geométricos simplificados que consideram apenas a razão de resistência liquefeita a partir do ângulo α .

3.1.3 Métodos de Fluidez

Esta categoria de métodos considera duas propriedades físicas dos rejeitos: densidade natural e densidade específica dos grãos. Basicamente, considera-se que quando o teor de sólidos em uma mistura aumenta, a fluidez da mesma diminui; assim, o limite para o qual se considera que a concentração de sólidos deve evitar fluidificação dos rejeitos está em um intervalo entre 55% e 65% [79].

A metodologia proposta por Fontaine e Martin (2015) [80] considera que a água sobrenadante disponível na praia de deposição tem potencial de mobilizar uma certa quantidade de rejeitos e do material que compõe o aterro em si. A mobilização de material pode ser estimada como uma função do volume de água estocada e de características físicas, além do teor de sólidos - fator chave para definir a fluidez do material. Assumindo-se que a água existente na barragem se mistura aos sólidos instantaneamente e de modo homogêneo, a massa mobilizada pode ser calculada a partir do volume de material sobrenadante.

3.2

Casos Históricos do Uso do MPM em Análises de Barragens

A Barragem de Aznalcóllar, destinada ao armazenamento de rejeitos de mineração, localiza-se na província de Sevilla, Espanha. Sua ruptura ocorreu de forma súbita em abril de 1998, sendo que a construção da estrutura e início da disposição de rejeitos iniciou em 1978 [81]. A estrutura foi, durante os 20 anos de operação, continuamente alteada para jusante, atingindo altura de cerca de 30 m na ocasião da ruptura [82]. De acordo com Gens e Alonso (2006) [82], o fenômeno de ruptura progressiva teve papel fundamental na ruptura observada em Aznalcóllar, especialmente em função do aumento progressivo do carregamento sobre o material de fundação e, por consequência, do estado de deformações desta da camada, levando a uma progressiva redução de sua resistência ao cisalhamento. Esta redução, todavia, não explica completamente a ocorrência da ruptura, uma vez que as análises realizadas por Gens e Alonso (2006) [82] envolvem a hipótese de liquefação total do reservatório e inclusão de efeito sísmico em análise pseudo-estática. Zabala e Alonso [83] resumem os fatores que conduziram à ruptura:

- Presença de camada de baixa permeabilidade na fundação da Barragem, a qual condicionou a existência de altas poropressões nesta região;
- Comportamento frágil das argilas localizadas na fundação;

 Método de construção pelo alteamento a jusante, o que condicionou incremento do estado de tensões sobre a fundação sem que a resistência ao cisalhamento acompanhasse proporcionalmente em função do processo de adensamento da camada.

Os estudos sobre a ruptura de Aznalcóllar foram complementados [84] considerando uma avaliação da dinâmica do movimento observado na falha da estrutura, o qual foi posteriormente estendido por Zabala e Alonso [83] a partir de um modelo utilizando o Método do Ponto Material. Neste estudo de 2011, os autores tiveram como objetivo principal avaliar a forma observada da movimentação bem como o processo de ruptura progressiva em si. O modelo bidimensional foi construído utilizando uma malha Euleriana quadrada, de dimensões 1 x 1 m. Foram modeladas 15 etapas construtivas e o modelo constitutivo considerado foi o de Mohr-Coulomb com amolecimento exponencial, especialmente para considerar a queda de resistência do material de fundação com o aumento das deformações.

O estudo permitiu demonstrar que o MPM é uma ferramenta útil para simular a ruptura de barragens de rejeitos de mineração, especialmente em situações em que a geometria e as características do fluido são complexas. A abordagem adotada pelos autores permitiu reproduzir com sucesso algumas características particulares da ruptura de Aznalcóllar, tal como o desenvolvimento de uma superfície de ruptura profunda no material de fundação, condicionado pelo processo de ruptura progressiva.

Em 2019, no relatório de análise técnica das possíveis causas da ruptura da Barragem I do Córrego do Feijão, em Brumadinho-MG, Brasil, Robertson et al. (2019) [15] conduziram análises utilizando o MPM que permitiram simular a progressão da ruptura de forma bastante semelhante ao observado no evento. Destaca-se que, no caso da ruptura da Barragem B1, a existência de imagens que registraram a mobilização em tempo real permite uma análise mais real da cinemática do movimento observado.

O principal objetivo das análises da ruptura de Feijão foi simular a ruptura progressiva a partir do desenvolvimento de planos de cisalhamento no corpo da barragem. As simulações indicaram o desenvolvimento de bandas de ruptura em uma velocidade bastante aderente ao realmente ocorrido no evento. Um ponto chave desta análise foi a consideração do amolecimento no comportamento tensão-deformação dos materiais - em consonância com as demais análises do relatório -, cujos parâmetros puderam ser qualitativamente aferidos com a modelagem MPM.

Pierce (2021) [34] examinou a ruptura da Barragem de Cadia, localizada na Austrália, sob o ponto de vista dos mecanismos de ruptura e da cinemática do movimento registrado. Em especial, o autor aplicou o MPM, além de outras análises numéricas, para identificar os parâmetros determinantes na definição do *run-out* tomando por base os registros de campo existentes. O autor identificou que os parâmetros que definem as características do material de fundação possuem um papel essencial na ocorrência da ruptura, reforçando a hipótese de que o gatilho principal que desencadeou o processo de liquefação dos rejeitos esteve relacionado com deslocamentos horizontais consideráveis na região próxima ao pé do barramento.

A publicação de Pierce (2021) [34] significou um importante passo no uso das informações deste bem documentado evento tendo por objetivo o aprimoramento técnico das análises geralmente empregadas em barragens de rejeitos. Existem, todavia, algumas limitações, principalmente relacionadas ao uso de modelos constitutivos que permitam simular o processo de liquefação de maneira completa, uma vez que o estudo considerou a sucessiva alteração de característica dos materiais de forma arbitrária, a partir da sensibilidade obtida com o avanço das análises e a verificação de vários tempos de simulação. Esta é, inclusive, uma das principais recomendações do trabalho de Pierce (2021) [34]: a utilização de modelos constitutivos avançados que tornem possível avaliar a extensão da região liquefeita, a velocidade de ocorrência do processo e o comportamento dos modelos em análises de grandes deformações.

Ainda que interessantes aplicações tenham sido concebidas até o momento no tema do uso do MPM em barragens de mineração, um longo caminho de desenvolvimento científico ainda precisa ser percorrido, especialmente no refinamento das técnicas de processamento (redução de instabilidades, por exemplo) e interpretação crítica de resultados obtidos nas análises.

Modelagem Numérica da Barragem Norte - Cadia

4.1 Introdução

Tendo em vista a aplicação do MPM na avaliação de rupturas de barragens de mineração, esta pesquisa se concentra na análise e simulação do comportamento geomecânico da Barragem Norte no complexo *Cadia Valley*, na Austrália. Esta estrutura de armazenamento de rejeitos sofreu um evento de ruptura parcial, com liberação de rejeitos para jusante do barramento principal em março de 2018. O evento não resultou em perdas de vidas humanas, afetando diretamente apenas a infraestrutura adjacente à barragem. Em especial, as investigações sobre as causas do eventos conduzidas no cenário pré e pós-ruptura - bem como a qualidade das informações disponíveis tornam este evento uma importante ferramenta para estudo do comportamento de barragens de mineração, seus mecanismos de ruptura e metodologias de avaliação de segurança visando minimizar o risco de novas ocorrências em estruturas semelhantes.

O estudo desenvolvido no presente trabalho foi organizado considerando, inicialmente, modelos constitutivos menos complexos, aumentando-se o nível de complexidade das análises de forma compreensível do ponto de vista da geomecânica computacional. Este capítulo tem por objetivo apresentar a metodologia, os dados e considerações adotados para o desenvolvimento da presente dissertação. Em especial, as informações apresentadas por Jefferies et al. (2019) [85], no relatório de avaliação das causas da ruptura da estrutura, foram interpretadas e consideradas no desenvolvimento. Basicamente, o trabalho foi concebido em três etapas principais:

- Etapa 1: levantamento de informações técnicas, pré e pós-ruptura, sobre a Barragem de Cadia, foco do presente estudo, e sobre aplicações do MPM na análise da ruptura;
- Etapa 2: realização de análises de estabilidade e de tensão-deformação em pequenas deformações, para melhor compreensão dos fenômenos envolvidos na mobilização da Barragem de Cadia;

Etapa 3: análises numéricas de tensão-deformação em grandes deformações utilizando o MPM para cenários pré e pós-ruptura.

Nos itens a seguir são apresentados, de modo sumarizado, os aspectos relacionados à construção da barragem de contenção de rejeitos de Cadia e os fenômenos envolvidos na sua ruptura. Na sequência, as definições dos modelos numéricos de cálculo são descritas, incluindo a metodologia de processamento e os parâmetros adotados. Por fim, os cenários de cálculo estudados são explicitados, subsidiando a interpretação dos resultados apresentados no capítulo 5.

4.2 Barragem Norte do Complexo Cadia Valley

O complexo *Cadia Valley* consiste em um conjunto de estruturas destinadas à exploração e processamento de minério de ouro e cobre e está localizado a cerca de 25 km da cidade de Orange, Austrália. A exploração do complexo se iniciou em 1998 e a licença atual prevê avanço dos trabalhos até o ano de 2031. Em termos geotécnicos, duas barragens de armazenamento de rejeitos fazem parte do conjunto: a Barragem Norte e a Barragem Sul. Outras estruturas que constituem o complexo envolvem a mina propriamente dita e duas barragens de água associadas à operação do empreendimento (Figura 4.1).



Figura 4.1: Localização das principais estruturas do complexo de Cadia

O evento principal de ruptura ocorreu na face sul da Barragem Norte no dia 9 de março de 2018, aproximadamente entre as estacas 1.850 e 2.150. A

primeira evidência do processo foi o surgimento de trincas na crista do barramento, as quais se desenvolveram ao longo do dia de observação. Na tarde do dia do evento, significativo levantamento era observado no pé da barragem e a região de influência direta a jusante foram isoladas. No dia 11 de março, um segundo evento envolvendo liquefação dos materiais ocorreu, estendendo a superfície de ruptura e aumentando a abrangência do escorregamento em cerca de 50 m. Ao final da ocorrência, 1.330.000 m³ de material foi mobilizado, prolongando-se em cerca de 176 m para jusante, como apresentado na seção transversal da ruptura apresentada na Figura 4.2. Pelas características morfológicas do movimento de massa - mais marcadamente translacional do que rotacional - pode-se, em uma primeira análise, caracterizar a fundação como um fator preponderante nas condicionantes para a ruptura [85].



Figura 4.2: Seção transversal pelo centro da região rompida, com destaque para alguns pontos de referência existentes no local (adaptado de Jefferies et al. (2019) [85])

4.2.1 Histórico de Construção

A construção da Barragem Norte iniciou em 1997 a partir de um dique de partida com 50 m de altura máxima. Desde então, onze alteamentos foram executados utilizando métodos diversos (para montante, para jusante e linha de centro), conforme apresentado na Tabela 4.1.

4.2.1.1 Estágio 1 - Dique de Partida

A concepção original do projeto previu a execução de seis alteamentos pelo método de linha de centro, sendo que o maciço atingiria uma altura máxima de 91 m. O dique de partida foi executado com 1.680 m de extensão, sendo que o núcleo argiloso foi confinado com taludes de enrocamento com inclinação 1V:1,5H. As evidências existentes indicam que a escavação para assentamento do Dique de Partida não deve ter superado 1,6 m no local do evento [85].

Estágio de Construção	Elevação de crista (m.s.n.m)	Altura máxima (m)	Método Construtivo	Conclusão
1	700,0	50,0	Convencional	Maio de 1998
2A	707,0	57,0	Jusante	Agosto de 2000
2B/1	710,5	60,5	Jusante	Maio de 2002
2B/2	714,0	64,0	Jusante	Junho de 2003
3	718,5	68,5	Linha de Centro	Novembro de 2005
4	723,0	73,0	Montante	Outubro de 2008
5	729,0	79,0	Montante	Agosto de 2011
6	732,0	82,0	Montante	Dezembro de 2012
7	735,0	85,0	Montante	Fevereiro de 2014
8	738,0	88,0	Montante	Outubro de 2015
9	741,0	91,0	Montante	Dezembro de 2016
10	744,0	94,0	Montante	Em construção

Tabela 4.1: Sequência construtiva dos alteamentos da Barragem Norte até a ocorrência da ruptura.

4.2.1.2 Estágios 2 e 3 - Primeiros Alteamentos

O primeiro alteamento (Estágio 2) da barragem foi executado utilizando método a jusante, representando uma elevação de 14 m (em duas etapas de 7 m) na crista da barragem principal. Os taludes de enrocamento foram construídos com inclinação 1V:1,5H. O Estágio 3 compreendeu um alteamento de 4,5 m de altura, parte sobre o maciço principal e parte sobre o rejeito depositado (linha de centro adaptada). O barramento foi composto por um núcleo delgado, com espessura de 3 m, e espaldares de enrocamento com inclinação 1V:1,5H (jusante) e 1V:2H (montante).

4.2.1.3 Estágios 4 a 9 - Alteamentos para Montante

A partir da El. 718,50 m, o alteamento da barragem passou a ser executado predominantemente pelo método a montante. Do Estágio 4 ao Estágio 9, os aterros foram construídos com altura variando entre 3 e 6 m e taludes de jusante com inclinação 1V:2H, com exceção do Estágio 5 em que se utilizou talude 1V:2,5H. No caso dos estágios de alteamento para montante, a plataforma de trabalho foi composta por resíduo de mineração compactado.

Previamente ao início dos trabalhos referentes do Estágio 4, uma berma foi construída, com material proveniente da mina, no pé da Barragem Norte, na região da lagoa de decantação da Barragem Sul, a jusante. Esta berma não foi projetada ou teve adequada preparação de fundação previamente a sua construção e foi incorporada às análises de estabilidade da barragem apenas a partir do Estágio 7. Outro aspecto importante destes estágios de alteamento refere-se a um galgamento ocorrido durante a execução do Estágio 4, em que os rejeitos transbordaram a crista do barramento principal, conforme ilustrado na Figura 4.3.



Figura 4.3: Foto aérea de 2010 na região da ruptura. A imagem mostra o Estágio 4 concluído e a plataforma de construção do Estágio 5. Destaque para a região de transbordamento do Estágio 4.

4.2.1.4 Estágio 10 e Reforços

O Estágio 10, iniciado no começo de 2017, consistiu em um aterro de 3 m de altura, zoneado em seção similar à dos Estágios 4 a 9. A crista do barramento atingiu a elevação máxima antes da ruptura (El. 744 m). Os registros de construção indicam que o Estágio 10 foi concluído, na região da ruptura, ao final de julho de 2017.

A partir dos resultados de investigações com piezocone executadas neste ano, a projetista responsável pela avaliação de estabilidade da barragem encontrou fatores de segurança inferiores aos recomendáveis, de forma que iniciou-se a construção de duas bermas de estabilização para atingir a condição de estabilidade adequada para a estrutura. Os reforços foram construídos em dois estágios, a saber:

- Estágio 1 de Reforço: construção de berma de enrocamento entre a crista do Estágio 3 e a El. 735,0 m (crista do Estágio 7). O objetivo desta berma foi a melhoria da estabilidade dos trechos de alteamento a montante;
- Estágio 2 de Reforço: berma de enrocamento com 15 m de largura, estendendo-se do terreno natural até a El. 721,0 m com taludes de inclinação 1V:1,5. O objetivo desta estrutura foi o aumento do fator de segurança na condição drenada, com superfície de ruptura passando pela fundação.

Embora em elevações superiores, o primeiro estágio de reforço foi construído previamente. Não existem registros de uma sequência construtiva prevista em projeto, de forma que o painel de especialistas responsável pela avaliação da ruptura entende que a decisão de proceder a construção do Estágio 1 antes do Estágio 2 (reforço do pé do talude) foi feita em consenso, visto que o Estágio 1 fornecia o maior aumento no Fator de Segurança.

No período em que o escorregamento ocorreu, o reforço do Estágio 2 não estava executado no entorno do maciço mobilizado. Em função da existência de um depósito de rejeitos com cerca de 4 m de espessura na região de fundação da berma, uma escavação localizada de 5,5 m foi executada no pé do barramento para que a berma de enrocamento fosse fundada em material adequado. Esta escavação expôs uma camada de material bastante alterado e saturado na fundação local (que foi, na época, amostrado), com pequeno acúmulo de água de percolação, permanecendo aberta aproximadamente na El. 676 m até a data de ruptura, em 9 de março de 2018.

4.2.2 Ruptura da Barragem Norte

Em 2019, um conjunto de especialistas conduziu uma série de estudos [85] experimentais e numéricos com o objetivo de compreender as causas do incidente na Barragem Norte do complexo *Cadia Valley*. De acordo com os autores, as manifestações da ruptura em campo - trincas na crista e característica translacional do movimento - permitem correlacionar as causas da movimentação com uma baixa resistência do material de fundação. Nos estudos do ITRB, uma camada de material com baixa densidade e comportamento tensão-deformação com tendência de amolecimento no cisalhamento foi detectada e, devido ao seu comportamento geotécnico desfavorável para o nível de tensões a que estava submetido, teve papel fundamental no colapso do barramento.

Duas obras principais contribuíram para aumento do nível de deformações no material de fundação: a construção do reforço no Estágio 10 de alteamento, tanto na Fase 1 (carregamento) quanto na Fase 2 (escavação no pé da barragem). Estas intervenções contribuíram para um aumento significativo dos deslocamentos para jusante detectados pela instrumentação. Duas consequências principais decorrem destes deslocamentos:

- Plastificação do material de fundação (FRV-A, descrito na sequência), fazendo-o atingir um estado de resistência residual;
- Perda de confinamento e aumento do nível de deformações no rejeito armazenado, o que pode ser um gatilho de liquefação para materiais contráteis e saturados;
- Perda súbita de resistência dos rejeitos em função da liquefação, o que compromete a integridade da estrutura alteada para montante.

Rupturas em barragens são, em geral, processos complexos e relacionados a uma série de eventos que conduzem ao comportamento inadequado da estrutura. No caso da Barragem Norte, pode-se destacar alguns aspectos técnicos que contribuíram para a para ocorrência do evento, tais como:

- Conhecimento limitado e insuficiente, a nível de projeto e monitoramento da estrutura, das condições de fundação da barragem, em especial na região de fundação sobre material altamente compressível e com baixa resistência em elevados níveis de deformação;
- Altura significativa do barramento, o que implicou elevado estado de tensões no material de fundação;
- Estado dos rejeitos depositados, susceptíveis à liquefação e com influência importante na estabilidade da estrutura;
- Nível piezométrico desfavorável para a estabilidade, estando boa parte dos materiais saturados próximo ao barramento principal.

A Figura 4.4 apresenta o comparativo, a partir de vistas aéreas, da condição pré e pós-ruptura. O primeiro registro, feito no momento em que se detectaram as primeiras trincas na crista do barramento, mostra a escavação executada no pé do dique e pequeno acúmulo de água, conforme relatado nos registros de obra. A condição pós-mobilização permite identificar a abrangência lateral da ruptura e a mancha de sedimentos formada a jusante.



Figura 4.4: (a) Foto aérea em 9 de março de 2018, quando foram detectadas as primeiras trincas na crista. (b) Foto aérea em setembro de 2018, após o evento à ruptura, mostrando a cicatriz da ruptura e a extensão da massa para jusante.

4.2.3 Contexto Geológico-Geotécnico Local

Durante o projeto, construção e operação da Barragem Norte do complexo *Cadia Valley*, diversas campanhas de prospecção geológico-geotécnica foram conduzidas para definição das condições geológicas locais e das características geotécnicas dos materiais. Um total de treze campanhas foram compiladas pelo Painel de Especialistas [85] responsável pela avaliação das condições e causas da ruptura do talude da Barragem Norte.

O modelo geológico-geotécnico no local da ruptura da Barragem de Cadia é complexo, sendo composto por uma camada de material basáltico, parcialmente removida por processos de intemperismo, sobre paleo-solos sotopostos por materiais vulcano-clásticos da Formação *Forest Reef Volcanics* (FRV). Os materiais desta Formação, característica da região de Cadia, são usualmente descritos como andesitos ou vulcano-clásticos (em espécimes, com textura heterogênea e por vezes semelhantes a conglomerados e tufos) [85] [86]. Um importante aspecto desta formação é o profundo perfil de impemperismo existente, atingindo profundidades de até 22 m na região da Barragem Norte. Uma descrição completa da concepção do modelo geológico local é apresentado no relatório final de avaliação da ruptura elaborado por Jefferies et al. (2019) [85]. A compartimentação dos materiais de fundação da barragem em camadas é apresentada na Figura 4.5.

Três sondagens descrevem de modo mais assertivo as condições de fundação da barragem especificamente na região da ruptura. O furo CE416 indicou a existência de uma camada de solo residual/basalto extremamente alterado com espessura de 3,0 m, sobreposta a uma camada de paleo-aluvião por mais 1,2 m. Na sequência do perfil litológico, identificou-se duas camadas de solos de alteração da Formação FRV. Em função do relevante papel dos materiais oriundos da alteração da formação FRV para a ruptura ocorrida em Cadia, esta litologia foi dividida, por Jefferies et el. (2019) [85], em duas unidades a seguir descritas:

- Unidade A: caracterizada tipicamente por siltes argilosos ou argilas siltosas, de plasticidade média a alta. A particularidade destes materiais é a baixa densidade (γ_d inferior a 15 kN/m³) e o elevado índice de vazios *in situ*.
- Unidade B: composta por argilas arenosas ou siltosas, com presença de areia e fragmentos de rocha alterada. A plasticidade varia de média a alta. Possui comportamento mais próximo de rocha muito alterada e estado *in situ* mais denso que a Unidade A.



Figura 4.5: Modelo geológico conceitual dos materiais de fundação nas proximidades da ruptura do talude da Barragem Norte em Cadia (adaptado de Jefferies et al. (2019) [85]).

É importante destacar que o furo de investigação CE435, localizado na porção central da ruptura, não interceptou os materiais identificados acima da Unidade A (alterações de basalto ou paleo-solos), de forma que o modelo idealizado considera sua remoção por processos erosivos durante a formação geológica local. Assim, na seção de ruptura, a barragem principal encontrava-se assente sobre solo da Unidade A (Formação FRV), com espessura possivelmente variando entre 3 a 6 m. Esta informação foi também considerada para as análises do presente trabalho.
Um relevante aspecto com relação às diferenças, em termos de comportamento mecânico, das Unidades A e B é demonstrado pela análise da Carta de Plasticidade construída a partir de ensaios de caracterização realizados nestes materiais. Observa-se que as amostras compartimentadas na Unidade A possuem limite de liquidez superior e 50%, na região dos materiais siltosos e argilas orgânicas de alta compressibilidade (Figura 4.6).



Figura 4.6: Carta de plasticidade construída a partir de dados de ensaios de caracterização em materiais da Formação FRV, distinguindo-se as Unidades A e B (adaptado de Jefferies et al. (2019) [85]).

No reservatório, a interpretação dos dados de ensaios CPTu permite estimar a estratigrafia e subdividi-la em três camadas com características marcantes. Acima da El. 727,0 m, predomina a existência de materiais argilosos. Entre as elevações 727,0 m e 697,0 m, predominam argilas intercaladas com camadas delgadas de areia; os últimos 14 m do reservatório são compostos por argilas siltosas. Destaca-se, todavia, uma característica particular que não está contemplada na interpretação baseada no comportamento normalizado dos materiais: os rejeitos depositados em Cadia são predominantemente siltosos, apesar de o parâmetro B_q resultar, por vezes, no intervalo de 0,5 a 0,6 – o que levaria, pela classificação tradicional, a um perfil contendo argila mole. Observa-se, todavia, que a geração de grandes excessos de poropressão também é uma característica própria de materiais siltosos fofos quando cisalhados.

4.2.4 Características Geotécnicas dos Materiais

4.2.4.1 Rejeitos do Reservatório

Para estudo do comportamento mecânico dos rejeitos depositados no reservatório da Barragem Norte, uma série de ensaios de campo e laboratório foram realizados tanto na porção não rompida como na massa mobilizada.

No que se refere a ensaios de campo, o Painel de Especialistas [85] responsável pela avaliação da ruptura de Cadia avaliou o estado dos rejeitos *in situ* a partir das representações de Shuttle e Cunning (2008) [87] e de Robertson (2016) [88] utilizando os dados de ensaio CPTu executados. Ambas as metodologias conduziram para a definição de um comportamento majoritariamente contrátil – e, portanto, susceptível à liquefação quando saturado em praticamente todos os ensaios realizados, sendo o substrato mais inferior ligeiramente menos resistente que os demais (últimos 14 m do reservatório).

Além de permitir o conhecimento da estratigrafia do reservatório, os ensaios CPTu possibilitam a avaliação da resistência não drenada dos rejeitos, parâmetro importante para os estudos de ruptura propostos. A calibração realizada pelo ITRB obteve uma razão de resistência não drenada de pico correspondente a 0,19. Na condição liquefeita, valores entre 0,08 e 0,09 foram considerados, obtidos a partir do parâmetro de estado (ψ) in situ.

Em conjunto com a classificação das investigações com piezocone, os ensaios de caracterização executados nas amostras coletadas pelo ITRB após a ruptura permitiram concluir que os rejeitos depositados se classificam, majoritariamente, como siltes arenosos de baixa plasticidade. Três amostras foram consideradas como representativas do comportamento mecânico destes materiais, permitindo sua compartimentação a partir dos ensaios laboratoriais:

- Amostra TC1 representativa dos rejeitos do reservatório com granulometria silte areno-argilosa (maior porcentagem de finos);
- Amostra TS2 representativa dos rejeitos do reservatório com granulometria silte arenosa;
- Amostra HA-401 representativa dos rejeitos coletados na região de run-out.

Nestas amostras, uma série de ensaios triaxiais, drenados e não drenados, foram conduzidos para obtenção de parâmetros geomecânicos (de resistência e deformabilidade) e para construção da linha de estado crítico (CSL). Além dos ensaios convencionais (CIU e CID), a campanha programada por Jefferies et al. (2019) [85] envolveu a execução de ensaios com trajetória de tensões controlada (tanto simulando os carregamento *in situ* como o descarregamento lateral provocado pela mobilização ocorrida na região da ruptura). A disponibilidade de informações sobre os rejeitos permite explorar o caso da ruptura de Cadia com o objetivo de aprofundar o conhecimento geotécnico acerca do comportamento de rejeitos com parcela significativa de finos (silto arenoargilosos).

Um aspecto marcante relacionado ao comportamento dos rejeitos é identificado nos ensaios não drenados: a ocorrência de liquefação estática. Caracterizado pela significativa redução na resistência ao cisalhamento em solicitações não drenadas [48], este comportamento foi identificado de forma marcante nas amostras reconstituídas no estado fofo ($\psi > 0$). Como exemplo, na amostra TC1, que contempla rejeitos com maior porcentagem de finos, a redução de resistência após o pico chega a 67% para ensaios nas menores tensões confinantes. Em todas as tensões de ensaio, todavia, esta queda de resistência pós-pico foi identificada.

Três linhas de estado crítico (CSL) (Figura 4.7) foram obtidas para as amostras ensaiadas, as quais demonstram o comportamento semelhante dos rejeitos amostrados no reservatório. Um aspecto notável está relacionado à curva obtida a partir da mistura coletada no *run-out*: nota-se que o material resultante apresenta um comportamento mais contrátil que no estado *in situ*, ou seja, para qualquer estado de tensões, a CSL característica do rejeito do *runout* localiza-se em índices de vazios inferiores (estado mais compacto) do que para as demais amostras. Esta condição demonstra que a ocorrência da mistura dos rejeitos durante a ruptura gera um material com comportamento ainda mais contrátil do que no estado inicial. Isso pode conduzir a uma aceleração da movimentação após o gatilho e início da ruptura.

Os parâmetros de estado crítico foram calculados considerando tanto considerando a formulação convencional (Equação 4-1), fazendo uso de ajuste linear no espaço semi-logarítmico, quanto utilizando ajuste polinomial (Equação 4-2). A partir do tratamento dos dados dos ensaios realizados pelo ITRB, os parâmetros foram obtidos e sumarizados na Tabela 4.2.

Em termos de resistência drenada, a razão de tensões no estado crítico, definida pelo parâmetro M_{cs} , pôde ser obtida tanto por meio de ensaios triaxiais drenados como não drenados com medida de poropressão. No primeiro caso, o valor da razão de tensões foi obtido por meio do gráfico da razão de tensões *versus* a dilatância, sendo M_{cs} definido pelo valor de nulo de dilatância [48]. No caso de ensaios triaxiais não drenados, o estado crítico foi associado a grandes deformações, em uma condição de plasticidade perfeita.



Figura 4.7: Linhas de estado crítico (CSL) obtidas por ajuste linear na escala semi-log (a) e polinomial (b).

Por simplicidade, o valor de M_{cs} adotado para o material corresponde à média do valor obtidos para as três amostras considerando a análise em termos de dilatância, tendo em vista o processo de calibração também apresentado por Jefferies et al. (2019) [85]. O ângulo de atrito (ϕ_{cs}) correspondente aos valores de M_{cs} calculados variam entre 32° e 37° , tendo sido o valor médio de 35° considerado representativo do comportamento drenado do material.

$$e_c = \Gamma - \lambda ln(p'_c s) \tag{4-1}$$

$$e_c = a - b \left(\frac{p'_c s}{100}\right)^c \tag{4-2}$$

Em que:

 $e_c =$ índice de vazios no estado crítico;

 Γ = intercepto da Linha de Consolidação Normal para p'=1 kPa;

 $\lambda =$ inclinação da Linha de Consolidação Normal;

 $p_{cs}' =$ invariante de tensão hidrostática efetiva no estado crítico;

a, b, c = parâmetros de ajuste matemático.

Os ensaios de adensamento oedométrico realizados nos rejeitos foram analisados tendo em vista a obtenção dos parâmetros de compressibilidade do material bem como para a definição da inclinação da linha de recompressão (κ). A Tabela 4.3 apresenta os coeficientes obtidos na interpretação dos resultados dos ensaios. Observa-se que a inclinação da reta de consolidação normal (NCL) obtida nos ensaios de adensamento se assemelha à obtida a partir dos

Material	$M_{cs,triaxialCIU}$	$M_{cs,triaxialCID}$	Г	λ	a	b	с
Rejeito silto- areno-argiloso - TC1	1,32	1,46	0,736	0,040	0,906	0,355	0,119
Rejeito silto- arenoso - TS2	1,38	1,47	0,802	0,048	1,350	0,762	0,065
Rejeito silto- arenoso - <i>run-</i> <i>out</i> - HA-401	1,30	1,51	0,729	0,046	1,400	0,885	0,053
Média	$1,\!33$	1,48	0,756	0,045	1,219	0,667	0,079

Tabela 4.2: Parâmetros de estado crítico para os rejeitos armazenados na Barragem Norte de Cadia.

ensaios triaxiais CIU (Tabela 4.2).

Tabela 4.3: Parâmetros de compressibilidade dos rejeitos do reservatório obtidos em ensaios de adensamento oedométricos.

Ensaio	Índice de Vazios Ini- cial	C_r	C_c	p_c'	λ	к	λ^*	κ^*
CE-407	0,674	$0,\!025$	$0,\!112$	110	0,049	$0,\!011$	0,029	0,006
CE-408	0,561	$0,\!025$	$0,\!113$	130	0,049	$0,\!011$	0,031	0,007
CE-413	0,538	0,024	0,100	155	0,043	0,010	0,028	0,007
CE-408	0,591	0,023	$0,\!112$	300	0,049	0,010	$0,\!031$	0,006
Média	0,591	0,024	0,109	174	0,048	0,011	0,030	0,007

4.2.4.2 Corpo do Barramento - Enrocamento, Núcleo e Transições

O corpo principal da Barragem Norte consiste em um maciço de enrocamento, com núcleo de vedação a montante, e as transições granulométricas entre estes materiais. A barragem de enrocamento foi construída com material pétreo obtido tanto de rochas ígneas como sedimentares, provenientes principalmente da cava de mineração explorada nas proximidades da estrutura. Não existem registros de ensaios específicos para obtenção de parâmetros geotécnicos para os enrocamento utilizados. Embora as especificações construtivas indicassem o controle do peso específico durante a construção, dados deste processo também não estão disponíveis [85].

Na prática, como afirmado pelo painel de especialistas do ITRB [85], a faixa de variação dos parâmetros geomecânicos de materiais granulares nesta condição é pequena e com pouca influência na configuração geral e no desencadeamento da ruptura da Barragem. Por esta razão, neste trabalho as mesmas premissas adotadas por Jefferies et al. (2019) [85] foram consideradas.

O núcleo argiloso foi construído com material proveniente de jazida, ensaiado à época da construção, e com comportamento típico de solos argilosos compactados. Para avaliação da ruptura da barragem, o Painel de Especialistas reuniu os dados existentes bem como recomendou a realização de novos ensaios em amostras indeformadas do núcleo. Os dados de resistência ao cisalhamento interpretados pelo ITRB são apresentados na Figura 4.8, em que se destaca que os dados mais recentes indicam um núcleo menos resistente que nas campanhas de ensaios anteriores. Este fato foi considerado nas análises apresentadas no presente trabalho, embora sua influência seja mínima no evento de ruptura.



Figura 4.8: Envoltórias de resistência para o solo do núcleo da barragem no espaço de tensões do MIT (adaptado de Jefferies et al. (2019) [85]).

4.2.4.3 Fundação: Solo Residual FRV-A

Como anteriormente apresentado, o solo residual denominado FRV-A localizado na fundação da barragem na região da ruptura apresenta comportamento característico de materiais argilosos de alta compressibilidade. Os ensaios de caracterização executados neste material indicaram que a porcentagem de finos é superior a 55% em todas as amostras ensaiadas, condicionando a possibilidade de uma resposta não drenada deste material frente a carregamentos considerados rápidos.

É importante destacar, neste momento, o papel fundamental das características geotécnicas do solo da FRV-A na ruptura da Barragem Norte. O estudo realizado pelo Painel de Especialistas teve como uma das principais linhas de estudo a hipótese de que a ruptura observada originou-se no processo de escavação executado no pé da barragem durante as obras de reforço, o que resultou no desconfinamento deste material e, considerando o nível de tensões a que estava submetido, sua transição para um estado de resistência residual. O ponto de partida desta hipótese baseia-se no comportamento tensão-deformação-resistência observado nos ensaios triaxiais não drenados realizados em amostras indeformadas do solo FRV-A. Como pode ser notado na Figura 4.9, para tensões relativamente baixas (representadas pelo ensaio a 400 kPa), observa-se comportamento dúctil usual para solos normalmente adensados. Em tensões efetivas mais elevadas, todavia, o material apresenta uma forte redução de resistência pós-pico com o aumento do nível de deformação, tendendo para uma condição residual ao final do cisalhamento. Este comportamento, característico de materiais que sofrem amolecimento, se reflete, também, nos elevados excessos de poropressão positivos gerados durante o carregamento (Figura 4.10).



Figura 4.9: Curvas tensão desviadora *versus* deformação em ensaios CIU realizados em amostras indeformadas do solo FRV-A. Nota-se comportamento dúctil em baixas tensões e forte queda de resistência pós-pico em tensões elevadas, próximas às que o material estava submetido na fundação do barramento.

A análise destes dados torna evidente que o material localizado na fundação da barragem de enrocamento executada para contenção de rejeitos apresenta uma série de condicionantes importantes do ponto de vista geotécnico.

 Possível comportamento não drenado em função das suas características de permeabilidade e compressibilidade e, neste caso, com geração de



Figura 4.10: Curvas poropressão *versus* deformação em ensaios CIU realizados em amostras indeformadas do solo FRV-A. Nota-se geração de excessos de poropressão positivos em todos os corpos de prova ensaiados, com altos valores para as tensões mais elevadas (1000 kPa e 1200 kPa).

excessos de poropressão positivos;

- Em elevados níveis de tensão confinante efetiva, comportamento marcadamente frágil;
- Em níveis consideráveis de deformação, queda expressiva de resistência até a condição residual.

De uma forma geral, pode-se considerar que as três condicionantes acima citadas foram, de algum modo, observadas no caso da Barragem de Cadia: o material de fundação esteve submetido a carregamentos relativamente rápidos durante a construção da berma de reforço e escavação executada no pé do barramento, possivelmente tendo experimentado aumento de poropressão neste processo (de acordo com o ITRB, não há dados relevantes dos piezômetros que forneçam dados suficientes sobre a fundação durante o processo de carregamento); pelo confinamento, este material encontrava-se em um nível elevado de tensões; em função dos sucessivos alteamentos, o material foi submetido a um aumento contínuo de deformações. Esta conjuntura torna o estudo do comportamento do solo de fundação um dos pontos chave na avaliação da ruptura da barragem em estudo.

A partir dos ensaios triaxiais do tipo CIU realizados em amostras indeformadas, foram traçadas as trajetórias de tensões efetivas para determinação da envoltória de resistência de pico e residual (Figura 4.11), sendo esta última apresentada na forma do parâmetro M (inclinação da envoltória no espaço p' versus q). Para os parâmetros de pico, obteve-se um ângulo de atrito de 21° associado a um intercepto coesivo de 39 kPa. Em grandes deformações (estado residual), a resistência ao cisalhamento do material degrada-se para um ângulo de atrito de 17° , com intercepto coesivo nulo. Em termos de resistência não drenada, os ensaios triaxiais CIU considerados (Figura 4.12) conduziram a uma razão de resistência de pico equivalente a 0,36 e residual entre 0,07 e 0,26.



Figura 4.11: Trajetórias de tensões efetivas dos ensaios triaxiais CIU realizados no solo de fundação FRV-A. Os dados dos ensaios foram obtidos do relatório final do Painel de Especialistas [85].

4.2.4.4 Fundação: Solo Residual FRV-B e Rocha Alterada

O solo residual FRV-B, localizado na fundação da barragem, apresenta características geomecânicas bastante mais favoráveis que a camada acima (FRV-A anteriormente descrita). Os ensaios triaxiais do tipo CIU realizados pelo ITRB mostram que as trajetórias de tensão curvam-se, em toda a faixa de tensões ensaiada, para a direita (Figura 4.13-a), comportamento típico de solos sobreadensados. De fato, a descrição tátil-visual deste material e a compartimentação do perfil estratigráfico mostram que o comportamento desta camada assemelha-se ao de solos residuais estruturados ou rochas extremamente alteradas. A resistência ao cisalhamento calculada (Figura 4.13-b) a partir dos ensaios laboratoriais conduziu a elevados valores de intercepto coesivo para



Figura 4.12: Resistências não drenadas obtidas em ensaios triaxiais CIU realizados no solo de fundação FRV-A. Os dados dos ensaios foram obtidos do relatório final do Painel de Especialistas [85].

solos (entre 43 e 58 kPa), ratificando a hipótese da menor influência desta camada na ruptura do barramento [85].

4.2.5 Estudos Anteriores sobre a Barragem de Cadia

O estudo inicial relacionado à ruptura da Barragem Norte foi realizado por Jefferies et al. (2019) [85], em um esforço de diversos especialistas para compreender os fenômenos envolvidos no movimento observado em março de 2018. O relatório final do ITRB foi explorado em diversos tópicos do presente trabalho, constituindo uma importante ferramenta ao aparesentar importantes dados de qualidade sobre os materiais, bem como análises numéricas que permitiram compreender, em nível conceitual, o evento.

Em termos de análise numérica, destaca-se o estudo realizado por Pierce (2021) [34], apresentado no capítulo 3. No espectro do monitoramento, Chua et al. (2019) [89] apresentaram uma aplicação da técnica InSAR para avaliação dos deslocamentos em superfície no período da ocorrência da ruptura da Barragem Norte. Os autores observaram que a série de dados indicou um aumento expressivo na taxa de deslocamento da estrutura na área mobilizada nos dois meses que antecederam a falha, ao passo que uma mudança de comportamento não foi observada em regiões estáveis da estrutura. Esta conclusão mostra o potencial do monitoramento com InSAR na previsão de sinistros e na mitigação do risco associado a um eventual processo de



Figura 4.13: (a) Trajetórias de tensões efetivas (espaço de tensões do MIT) para os ensaios realizados pelo ITRB e (b) envoltórias de resistência para o solo de fundação FRV-B, considerando o histórico de ensaios realizados (adaptado de Jefferies et al. (2019) [85]).

ruptura. Mais recentemente, Bayaraa et al. (2022) [90] utilizaram os dados de InSAR, de marcos superficiais instalados na barragem e a modelagem numérica com o MEF para verificar a eficácia de se aliar técnicas diversas de instrumentação remota com estudos tensão-deformação no monitoramento de barragens de rejeitos. A análise numérica foi realizada em 2D, com acoplamento hidromecânico para avaliação das etapas construtivas da Barragem de Cadia, e demonstrou uma importante sensibilidade das deformações da barragem ao material de fundação, em especial na porção mais a jusante sob o aterro de enrocamento.

Elkhamra et al. (2023) [91] utilizaram análises de estabilidade por métodos de equilíbrio limite para avaliar a resistência mobilizada do solo residual FRV-A existente na fundação. O estudo permitiu concluir que, na ocasião da ruptura, este material encontrava-se em uma condição de resistência residual, com os parâmetros bastante reduzidos pelo nível de deformações experimentado no período construtivo e durante as obras de reforço.

Do ponto de vista geotécnico, a ruptura da Barragem Norte permanece com diversos pontos exploráveis relacionados à modelagem computacional, cujos resultados têm um interessante potencial para obtenção de respostas sobre o comportamento de materiais susceptíveis à liquefação; a construção de modelos preditivos mais precisos para barragens existentes; o emprego de análises de grandes deformações para simulação de rupturas; e a minimização do risco de ocorrência de novos eventos semelhantes. É neste contexto, e considerando os avanços obtidos nos estudos anteriores, que o presente trabalho está inserido.

4.3 Modelo Numérico com o MPM-PUCRio

O código utilizado para processamento das análises numéricas do presente trabalho foi desenvolvido no âmbito do Grupo de Pesquisa Geoanálise do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. O simulador denominado MPM-PUCRio foi concebido e publicado por Fernández (2020) [9].

4.3.1

Metodologia de Processamento

O MPM-PUCRio é um simulador numérico que considera o Método do Ponto Material para modelar problemas de grandes deformações em geotecnia [9]. Em complemento, o *software* permite a modelagem de processos geológicos, conforme descrito por Fernández (2020) [9], além de incorporar modelos elastoplásticos com endurecimento e amolecimento, comportamento viscoso dos materiais e transições reológicas. O programa é escrito em linguagem C++ e encontra-se disponível gratuitamente [92].

O MPM-PUCRio permite realizar análises tensão-deformação em duas e três dimensões considerando geometrias, estratigrafias e condições de carregamento diversas (carregamento estáticos, solicitações dinâmicas, mudança no comportamento dos materiais etc.). O algoritmo realiza a integração do MPM no tempo pelo método explícito, considerando a condição de estabilidade em relação ao passo do tempo, conforme abordado no capítulo 2. Como a estabilidade numérica em formulações explícitas pode ser um problema em modelagens de grandes deformações, o MPM-PUCRio permite a definição de passos de tempo inferiores a partir do painel de comandos. Ainda no tema da solução numérica, de forma a permitir a obtenção de soluções estáticas mais rapidamente fazendo uso de uma formulação dinâmica, o MPM-PUCRio incorpora esquemas de amortecimento para dissipação da energia cinética, contando atualmente com o amortecimento de Rayleigh, o amortecimento local e o cinético.

O MPM-PUCRio permite a realização de análises de fluxo mediante o acoplamento fluido mecânico completo, inclusive com um procedimento já implementado para suavização de pressões espúrias em análises de impacto. O acoplamento em uma direção, frequentemente utilizado em análises 2D e mais estável do ponto de vista computacional, também pode ser utilizado a partir da definição de um nível freático determinado, por exemplo, por leituras de instrumentação de auscultação. Para aplicações geotécnicas, é possível simular escavações no MPM-PUCRio por meio da desativação de pontos materiais em regiões pré-definidas. O programa permite também a obtenção de fatores de segurança a partir do método SRF (*strength reduction factor*), o que torna sua possível a comparação dos resultados com metodologias amplamente reconhecidas no meio técnico, como as análises de estabilidade por equilíbrio limite ou utilizando o método dos elementos finitos.

Sendo um programa multiplataforma, seu funcionamento consiste basicamente em três etapas: dados de entrada, processamento e visualização/interpretação de resultados. Estas etapas são descritas na Figura 4.14. Os resultados, obtidos no processamento por meio de terminais de linha de comando, são compatíveis com visualizadores científicos de alto desempenho e são registrados em arquivos específicos que contém as informações da simulação executada. No presente estudo, a etapa de pós-processamento contou com a utilização do visualizador ParaView, uma aplicação *open-source* para análise de dados e visualização de resultados de cálculos computacionais, em sua versão 5.10.1



Figura 4.14: Esquema de funcionamento do programa MPM-PUCRio (adaptado de Fernández (2020) [9]).

4.3.2 Pré-Processamento

4.3.2.1 Seção de Análise

A ruptura da Barragem Norte do Complexo Cadia foi avaliada considerando a geometria final antes do evento ocorrido em março de 2018. A seção transversal considerada representativa foi obtida a partir da documentação elaborada pelo Painel de Especialistas responsável pelo diagnóstico do evento [85]. A seção em questão localiza-se na porção central da ruptura, próximo à estaca 2.000, conforme apresentado na Figura 4.15.

A geometria da seção pré-ruptura, considerando a distribuição dos diferentes materiais compartimentados na barragem, é apresentada na Figura 4.16, em coerência com o modelo geológico-geotécnico embasado na interpretação das investigações de campo apresentadas no item 4.2.3.

Com relação ao perfil topográfico após o processo de movimentação, a Figura 4.17 apresenta de forma abrangente os levantamentos disponíveis para o *run-out* em dois momentos distintos: no dia 10/03/2018, quando da primeira mobilização, e no dia 14/03/2018, após o segundo evento de liquefação que levou à configuração final da massa rompida. Os perfis topográficos foram utilizados como referência na avaliação dos resultados das análises numéricas realizadas no presente trabalho.



Figura 4.15: Localização da seção de análise, próxima à estaca 2.000, no centro da região de ruptura do talude da Barragem Norte de Cadia

4.3.2.2 Geometria do Modelo

O modelo numérico construído utilizando o MPM-PUCRio é do tipo bidimensional (análise 2D) e considera o estado plano de deformações. A extensão



Figura 4.16: Geometria da seção de análise, considerando a compartimentação de materiais de acordo com os registros da Barragem e a interpretação dos dados geológico-geotécnicos locais.



Figura 4.17: Perfis topográficos da massa rompida da barragem nos dias 10/03 e 14/03/2018, quando da ocorrência das duas maiores movimentações registradas.

do domínio de análise foi definida de forma a permitir o desenvolvimento do perfil da massa mobilizada a jusante, bem como a propagação da ruptura e liquefação dos rejeitos no interior do reservatório. A Figura 4.18 apresenta o modelo numérico adotado para a Barragem Norte.

Foi utilizada uma discretização da malha Euleriana a partir de elementos com dimensões 3,0 x 3,0 x 3,0 m (Figura 4.19) em todo o domínio do problema, resultando 66.240 nós nas células de cálculo. A geometria da barragem foi discretizada em 35.052 pontos materiais.

4.3.2.3 Condições de Contorno

Nos modelos construídos com o MPM-PUCRio, as condições de contorno mecânicas são impostas diretamente na malha Euleriana utilizada nos cálculos. Para simular o estado plano de deformações, os deslocamentos horizontais ao longo dos contornos verticais da malha de cálculo foram considerados fixos. O limite inferior do modelo foi definido como fixo nas três direções. A Figura 4.20 mostra a geometria da Barragem de Cadia e as condições aplicadas nos contornos do modelo.



Figura 4.18: Modelo numérico da Barragem Norte, construído com o MPM-PUCRio, incluindo as dimensões do domínio de análise.



Figura 4.19: Modelo de cálculo com a discretização da malha Euleriana (dimensão da célula de 3,0 m).



Figura 4.20: Condições de contorno adotadas para o modelo de cálculo.

4.3.2.4 Condições de Fluxo

O simulador utilizado no presente trabalho permite considerar do acoplamento hidromecânico, ou seja, a interação do fluido existente nos poros com as partículas sólidas que compõe o meio poroso. A consideração deste acoplamento é de particular importância em análises geotécnicas tendo em vista o papel fundamental das poropressões na resistência dos solos e em fenômenos particulares como o adensamento e a liquefação. No MPM-PUCRio, é possível levar em consideração a interação fluido-mecânica de modo completo (acoplamento total) ou simplificado (acoplamento parcial ou em uma direção). Para maiores detalhes da implementação numérica do acoplamento, recomenda-se a consulta à publicação de Fernández (2020) [9].

No caso do acoplamento total, as poropressões são calculadas a cada intervalo de cálculo, considerando qas deformações do esqueleto geram alterações no campo de poropressões existente. Em solicitações rápidas, não drenadas e a volume constante, o acoplamento total pode gerar instabilidades numéricas ocasionadas por oscilações de pressão, demandando a utilização de métodos de estabilização tais como os utilizados para o MEF. No acoplamento simplificado, o campo de poropressões permanece constante durante toda a simulação, sendo calculado apenas no início do processamento a partir da definição de um nível freático. Este tipo de acoplamento é muito utilizado no caso de análises de estabilidade convencionais a partir de leituras de instrumentação, por exemplo, mas é menos precisa no caso de problemas mais complexos que envolvam significativas variações nas poropressões, tais como fenômenos de adensamento. Do ponto de vista numérico, análises com acoplamento em uma direção são mais estáveis que as envolvendo o acoplamento total, muito embora possam ser observados problemas em função da manutenção de poropressões constantes em elementos que sofrem grandes deformações.

Nas análises com o MPM foi considerado acoplamento em uma direção. Para evitar instabilidade numérica, as poropressões foram desativadas em t=15,0 s, tempo no qual a ruptura da barragem já é caracterizada e a manutenção das poropressões iniciais tem pouca influência na análise dinâmica de *run-out*.

4.3.2.5

Cenários de Análise e Procedimento de Cálculo

Os principais aspectos da estratégia de modelagem com o MPM são a seguir apresentados:

- A configuração final da barragem antes da ruptura foi considerada na modelagem, de modo que todos os materiais foram considerados com comportamento drenado no processo de inicialização das tensões. Adicionalmente, não foi considerado acúmulo de poropressões ou deformações devidas ao processo construtivo.
- A linha freática foi definida a partir das leituras de instrumentação apresentadas no relatório da ruptura [85].
- O gatilho considerado para a ocorrência do processo de liquefação e consequente ruptura foi a escavação executada no pé do barramento principal, realizada para construção de um reforço com enrocamento, concomitante a um estado de resistência residual do material de fundação (FRV-A).

São apresentadas, ao todo, oito simulações principais utilizando o MPM, as quais são apresentadas na Tabela 4.4.

Modelo	Modelos Constitutivos	Etapas de Cálculo		
MPM-01A	Rejeito Drenado: Mohr- Coulomb Rejeito Liquefeito: Tresca Homogêneo FRV-A: Mohr-Coulomb com amolecimento	a) inicialização das tensões; b) t=0 s: escava- ção do material FRV-A no pé da barragem; alteração da resistência dos rejeitos para a condição não drenada com $S_u=10$ kPa em todo o reservatório; c) t=11,0 s: acoplamento hidromecânico é desativado; d) Cálculo até estabilização		
MPM-01B	Rejeito Drenado: Mohr- Coulomb Rejeito Liquefeito: Tresca Homogêneo FRV-A: Mohr-Coulomb com amolecimento	Conforme MPM-01A, com resistência não drenada S_u =5 kPa em todo o reservatório em (b)		
MPM-02A	Rejeito Drenado: Mohr- Coulomb Rejeito Liquefeito: Tresca Heterogêneo FRV-A: Mohr-Coulomb com amolecimento	Conforme MPM-01A, com resistência não drenada $S_u/\sigma_v'=0,09$ em todo o reservatório em (b)		
MPM-02B	Rejeito Drenado: Mohr- Coulomb Rejeito Liquefeito: Tresca Heterogêneo FRV-A: Mohr-Coulomb com amolecimento	Conforme MPM-01A, com resistência não drenada S_u/σ'_v e $S_{u,min}=5$ kPa em todo o reservatório em (b)		
MPM-03A	Rejeito Drenado: Mohr- Coulomb Rejeito Liquefeito: Tresca Heterogêneo FRV-A: Mohr-Coulomb com amolecimento	Conforme MPM-01A, com resistência não drenada $S_u/\sigma'_v=0.09$ apenas na região 50 m a montante da crista da barragem em (b). Demais regiões do reservatório mantidas com parâmetros drenados		
MPM-03B	Rejeito Drenado: Mohr- Coulomb Rejeito Liquefeito: Tresca Heterogêneo FRV-A: Mohr-Coulomb com amolecimento	Conforme MPM-01A, com resistência não drenada $S_u/\sigma'_v=0.09$ e $S_{u,min}=5$ kPa na re- gião 50 m a montante da crista da barragem em (b). Demais regiões do reservatório tam- bém solicitadas de forma não drenada com $S_u/\sigma'_v=0.19$ e $S_{u,min}=5$ kPa		
MPM-04A	Rejeito Drenado: Mohr- Coulomb Rejeito Liquefeito: Tresca Heterogêneo FRV-A: Mohr-Coulomb com amolecimento	Conforme MPM-01A, com resistência não drenada $S_u/\sigma'_v=0,09$ nas regiões L1, L2, L3 e L4. Região L5 com parâmetros drenados		
MPM-04B	Rejeito Drenado: Mohr- Coulomb Rejeito Liquefeito: Tresca Heterogêneo FRV-A: Mohr-Coulomb com amolecimento	Conforme MPM-04A, mas com $S_{u,min}=5$ kPa em L2, L3 e L4		

Tabela 4.4: Modelos e cenários avaliados utilizando o MPM.

4.3.2.6 Parâmetros Numéricos

Para obtenção da solução quase-estática a partir da formulação dinâmica do MPM (capítulo 2) em etapas de cálculo em que isso seja necessário (inicialização das tensões), uma técnica de amortecimento foi aplicada de modo a proporcionar a convergência de forma mais rápida. Dentre os modelos de amortecimento implementados, utilizou-se o amortecimento cinemático da técnica de relaxação dinâmica.

Com relação ao passo de tempo, em função da integração explícita no tempo, a solução obtida na análise numérica é condicionalmente estável. A condição limite foi obtida a partir do passo de tempo crítico definido a partir da condição de Courant-Friedrichs-Levy. Neste trabalho, não foi definido um número de Courant fixo para todas as análises; de forma geral, especialmente no caso de utilização de modelos constitutivos mais complexos, observouse instabilidade numérica no cálculo, o que motivou a redução do intervalo inicialmente adotado para obtenção da geometria final pós-ruptura.

4.3.3 Parâmetros dos Materiais e Calibração dos Modelos Constitutivos

4.3.3.1 Modelos Constitutivos Elástico e de Mohr-Coulomb

Para os parâmetros dos modelos constitutivos utilizados nas análises do presente trabalho, foram considerados os resultados das investigações de campo e laboratório compilados pelo ITRB [85], apresentados e, quando apropriado, reinterpretados no item 4.2.4. A Tabela 4.5 apresenta o resumo dos parâmetros elásticos adotados, enquanto aqueles utilizados para parametrização do modelo de Mohr-Coulomb (tanto na condição drenada, não drenada quanto com amolecimento linear) são apresentados na Tabela 4.6.

4.3.3.2 Modelo NorSand

Para as análises de tensão-deformação utilizando o MEF, empregouse o modelo constitutivo NorSand para representação do comportamento geomecânico dos rejeitos armazenados no reservatório da Barragem Norte. Os parâmetros associados à linha do estado crítico e à linha de consolidação normal $(\lambda, \Gamma, M_{tc})$, foram obtidos conforme os estudos apresentados nas Tabelas 4.2 e 4.3 utilizando ensaios triaxiais e de adensamento. Os parâmetros elásticos $(G_{ref}, m \in \nu)$ consideram as definições apresentadas no item 4.3.3.1. Por fim,

Material	Peso Específico Saturado (kN/m ³)	ν	E (MPa)	m
Rejeitos	20	0,35	5,02E+01	0,76
Núcleo Argiloso	20	0,27	$3,80E{+}01$	-
Transição	20	0,30	7,80E+01	-
Enrocamento	20	$0,\!35$	$5,93E{+}01$	-
FRV Unidade A	19	0,30	3,91E+01	-
FRV Unidade B	21	0,30	$5,00E{+}01$	-
FRV Rocha Alterada	22	0,25	3,25E+02	-

Tabela 4.5: Parâmetros Elásticos dos Materiais - Barragem Norte (m representa o coeficiente de variação exponencial da deformabilidade com o nível de tensões efetivas).

Tabela 4.6: Parâmetros do Modelo de Mohr-Coulomb (drenados e não drenados) dos Materiais - Barragem Norte.

Material	Resistência Dre- nada - Pico		Resistência Drenada - Residual		Amolecimento Linear		Resistência Não Drenada	
	c' (kPa)	ϕ' (°)	c' (kPa)	ϕ' (°)	$\epsilon_{d,i}$	$\epsilon_{d,f}$	S_u (kPa)	$\frac{S_u}{\sigma'_v}$
Rejeitos	0	35	-	-	-	-	10	0,19
Rejeitos Liquefeitos	0	35	-	-	-	-	5 ou 10	0,09
Núcleo Argiloso	10	22	-	-	-	-	-	-
Transição	0	42	-	-	-	-	-	-
Enrocamento	0	40	-	-	-	-	-	-
FRV Unidade A	39	21	0	17	$3,\!0\%$	8,0%		
FRV Unidade B	55	25	-	-	-	-	-	-
FRV Rocha Alterada	, –	-	-	-	-	-	-	-

para os parâmetros de endurecimento $(N, H \in \chi)$, considerou-se o estudo realizado por Jefferies et al. (2019) [85], no qual é apresentado o processo de calibração completo do modelo constitutivo. O resumo dos parâmetros considerados nas análises é apresentado na Tabela 4.9.

4.4 Análises de Equilíbrio Limite

Análises de estabilidade global por métodos de equilíbrio limite (LEA, do inglês *Limit Equilibrium Analyses*) são convencionalmente empregadas no projeto e na avaliação de segurança de estruturas geotécnicas. Neste tipo de análise, os materiais são considerados em equilíbrio estático e para uma potencial superfície de ruptura são comparadas as forças resistentes do solo

tor	maçao com	o MEI	- ·							
	Material	M_{tc}	λ	H_0	χ	Ν	H_y	ψ_0	Γ	OCR
-	Rejeitos	1,41	0,045	50	8	0,3	450	0,05	0,756	1

Tabela 4.7: Parâmetros do modelo NorSand adotados nas análises tensãodeformação com o MEF.

necessárias para equilibrar as forças instabilizantes. Esta comparação é feita com a obtenção de um fator de segurança (FS), constante que define a redução de resistência (ou aumento de solicitações) necessária para trazer a massa para uma condição de equilíbrio limite. O *software* utilizado para a avaliação foi o *Slide2*, licenciado pela empresa canadense *Rocscience*.

4.4.1 Geometria e Parâmetros do Modelo

O modelo de cálculo para análise de estabilidade considera a mesma seção utilizada para análises com o MPM (item 4.3.2.1). Todos os materiais foram modelados considerando os modelos constitutivos de Mohr-Coulomb ou Tresca no caso de solicitações não drenadas. Na Figura 4.21 é apresentada a geometria do modelo numérico adotado.



Figura 4.21: Modelo numérico de equilíbrio limite da Barragem Norte.

Na Tabela 4.8 são apresentadas as análises de equilíbrio limite realizadas. Os cálculos objetivaram detectar o cenário mais provável de resistência mobilizada dos materiais no momento da ruptura, permitindo o estabelecimento de cenários mais assertivos para as análises numéricas de tensão-deformação.

4.5 Análises em Elementos Finitos

Complementarmente aos estudos numéricos utilizando o MPM, foram realizadas análises tensão-deformação a partir da formulação do MEF. A análise de pequenas deformações foi realizada em duas dimensões utilizando o *software RS2*, de propriedade da *Rocscience*.

Cenário	Descrição
LEA-01	Pré-escavação com solo de fundação FRV-A modelado com parâmetros de pico, rejeitos com comportamento drenado
LEA-02	Pré-escavação com solo de fundação FRV-A modelado com parâmetros residuais, rejeitos com comportamento drenado
LEA-03	Condição de ruptura, com solo de fundação FRV-A modelado com parâmetros de pico, rejeitos com comportamento drenado
LEA-04	Condição de ruptura, com solo de fundação FRV-A modelado com parâmetros residuais, rejeitos com comportamento drenado
LEA-05	Condição de ruptura, com solo de fundação FRV-A modelado com parâmetros residuais, rejeitos com comportamento não drenado de pico
LEA-06	Condição de ruptura, com solo de fundação FRV-A modelado com parâmetros residuais, rejeitos com comportamento não drenado liquefeito

Tabela 4.8: Cenários avaliados nas análises de equilíbrio limite.

O modelo numérico com o MEF foi construído com três objetivos principais:

- Avaliação do sequenciamento construtivo da Barragem de Cadia e sua influência no estado de tensões da fundação, especialmente no material FRV-A.
- 2. Avaliação qualitativa do mecanismo de ruptura de modo a subsidiar as análises em grandes deformações.
- 3. Emprego de modelos constitutivos embasados na teoria do estado crítico e disponíveis no *software* comercial utilizado.

Para representar o comportamento geotécnico dos materiais, foram utilizados os modelos constitutivos de Mohr-Coulomb e NorSand, sendo este último empregado apenas para os rejeitos armazenados no reservatório. Para o material de fundação denominado FRV-A, utilizou-se o modelo de Mohr-Coulomb com amolecimento no cisalhamento, conforme a formulação disponível no *software* utilizado.

4.5.1 Geometria do Modelo

Na discretização do modelo numérico foram empregados elementos finitos triangulares com função de interpolação linear. O domínio foi discretizado em 19.461 elementos finitos considerando a mesma seção central da região de ruptura na Barragem Norte (item 4.3.2.1). A Figura 4.22 apresenta a geometria do modelo, as condições de contorno aplicadas bem como a malha de cálculo utilizada.



Figura 4.22: Geometria do modelo numérico com o MEF criado utilizando o *software RS2*. Foram empregadas condições de contorno de restrição de deslocamentos horizontais nas duas laterais e restrição de deslocamentos verticais e horizontais na base.

Quando necessário, o modelo foi separado em etapas construtivas de modo a permitir a simulação do alteamento da estrutura. Por simplicidade, a construção foi dividida em dez etapas, desde a construção do Dique de Partida até a escavação no pé da estrutura, previamente à ruptura.

4.5.2

Cenários e Modelos Constitutivos Considerados

O software RS2 conta, atualmente, com diversos modelos constitutivos implementados. Os cenários e modelos apresentados na Tabela 4.9 foram considerados.

Modelo	Descrição	Estágios			
FEA-01	Modelagem da condição de rup- tura, utilizando o modelo consti- tutivo de Mohr-Coulomb para os rejeitos e demais materiais. Solo de fundação (FRV-A) com amo- lecimento.	Estágio 1 – Inicialização das tensões Estágio 2 – Construção da etapa 1 de reforço Estágio 3 – Escavação no pé da Barra- gem Estágio 4 – Solicitação não drenada nos rejeitos do reservatório			
FEA-02	Modelagem da condição de rup- tura, utilizando o modelo cons- titutivo NorSand (sem <i>cap</i> de amolecimento) para os rejeitos e de Mohr Coulomb para os de- mais materiais. Solo de fundação (FRV-A) com amolecimento.	Estágio 1 – Inicialização das tensões Estágio 2 – Construção da etapa 1 de reforço Estágio 3 – Escavação no pé da Barra- gem			
FEA-03	Modelagem da condição de rup- tura, utilizando o modelo cons- titutivo NorSand (com <i>cap</i> de amolecimento) para os rejeitos e de Mohr Coulomb para os de- mais materiais. Solo de fundação (FRV-A) com amolecimento.	Estágio 1 – Inicialização das tensões Estágio 2 – Construção da etapa 1 de reforço Estágio 3 – Escavação no pé da Barra- gem			
FEA-04	Modelagem da sequência constru- tiva e dos eventos próximos da ocorrência da ruptura, utilizando o modelo constitutivo de Mohr- Coulomb para os rejeitos e de- mais materiais. Solo de fundação (FRV-A) com amolecimento.	Estágio 1 – Inicialização das tensões na fundação Estágios 2 a 9 – Sucessivos alteamentos do barramento e reservatório Estágio 10 - Construção da etapa 1 de reforço Estágio 11 - Escavação no pé da Barra- gem Estágio 12 – Alteração do comporta- mento dos rejeitos para não drenado na região de solicitação principal			
FEA-05	Modelagem da sequência constru- tiva e dos eventos próximos da ocorrência da ruptura, utilizando o modelo constitutivo NorSand (sem <i>cap</i> de amolecimento) para os rejeitos e de Mohr Coulomb para os demais materiais. Solo de fundação (FRV-A) com amoleci- mento.	Estágio 1 – Inicialização das tensões na fundação Estágios 2 a 9 – Sucessivos alteamen- tos do barramento e reservatório, ini- cializando os rejeitos com o modelo de Mohr-Coulomb e alterando para o mo- delo NorSand na etapa seguinte Estágio 10 - Construção da etapa 1 de reforço Estágio 11 - Escavação no pé da Barra- gem			

Tabela 4.9: Modelos desenvolvidos para as análises em Elementos Finitos.

5 Resultados

5.1 Introdução

Este capítulo apresenta os resultados das análises numéricas realizadas, com foco para a avaliação do comportamento tensão-deformação-resistência da estrutura analisada.

5.2 Análises de Equilíbrio Limite

Os resultados das análises de equilíbrio limite, em termos de fator de segurança contra instabilidade do talude de jusante da Barragem Norte de Cadia, são resumidos na Tabela 5.1 e, em maior detalhe, da Figura 5.2 a 5.7.

A Figura 5.1 permite identificar que a ruptura da barragem se deu, em maior medida, por uma instabilidade global do barramento, ou seja, com superfícies de ruptura que são influenciadas fortemente pelo material de fundação. Adicionalmente, ao se comparar a variação dos fatores de segurança na condição pré-escavação (Cenários LEA-01 e LEA-02) com a condição pós-escavação (Cenários LEA-03 e LEA-04), uma importante hipótese considerada no estudo dos mecanismos de ruptura da Barragem de Cadia pode ser confirmada: quando da execução da escavação do material FRV-A no pé da barragem para construção do reforço com enrocamento, é plausível considerar que este material encontrava-se em um estado de resistência residual, possivelmente em função do elevado nível de tensões e deformações a que foi submetido nos sucessivos alteamentos do barramento, ou que minimamente foi conduzido a esta condição por ocasião do desconfinamento provocado pela escavação. Neste ponto, independente do real mecanismo que de fato conduziu à deterioração da resistência experimentado por este material, pode-se afirmar que este fenômeno teve prepoderante relevância sobre a instabilidade observada.

A consideração de parâmetros de resistência residuais para o material de fundação (FRV-A) e da resistência não drenada nos rejeitos do reservatório conduziu a um fator de segurança mínimo global de 1,05 (LEA-05), muito próximo do equilíbrio limite. Desta forma, pode-se inferir que o processo de

Cenário	Descrição	FS Mínimo Local	FS Mínimo Global
LEA-01	Pré-escavação, FRV-A com parâmetros de pico	1,38	1,56
LEA-02	Pré-escavação, FRV-A com parâmetros residuais	1,42	1,16
LEA-03	Pós-escavação, FRV-A com parâmetros de pico	1,39	1,48
LEA-04	Pós-escavação, FRV-A com parâmetros residuais	1,26	1,14
LEA-05	Pós-escavação, FRV-A com parâmetros residuais, rejei- tos com parâmetro não dre- nado de pico	1,27	1,05
LEA-06	Pós-escavação, FRV-A com parâmetros residuais, rejei- tos com parâmetro não dre- nado liquefeito	1,24	0,91

Tabela 5.1: Cenários avaliados nas análises de equilíbrio limite e resultados obtidos em termos de Fator de Segurança (FS) contra instabilidade do talude de jusante do barramento.

falha da barragem possivelmente envolveu uma solicitação não drenada do material armazenado no reservatório, o que conduziu a uma situação limite de estabilidade e a um aumento do nível de deformações na fundação do dique de partida e dos alteamentos a montante, seguida de um eventual processo de liquefação estática dos rejeitos motivada pela redistribuição de tensões na estrutura. Nota-se, neste último ponto, que a análise de estabilidade com a consideração de parâmetros liquefeitos para o material do reservatório (LEA-06) conduz à fator de segurança inferior à unidade, indicando instabilidade global da estrutura como observado no evento de março de 2018.

Os resultados das análises de estabilidade por equilíbrio também permitem concluir que os parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb adotados mostram-se coerentes e adequados, uma vez que os fatores de segurança para os cenários de retroanálise da ruptura mostram-se muito próximos de 1,0.

5.3 Análises com o Método dos Elementos Finitos

5.3.1 Modelo FEA-01

Para o Modelo FEA-01, observou-se que, quando da aplicação de parâmetros não drenados nos rejeitos do reservatório, a análise não apresentou convergência em função dos elevados deslocamentos. Como mostra a análise



Figura 5.1: Variação dos fatores de segurança contra instabilidade (global e local) do talude de jusante da Barragem Norte da Cadia *Valley*.



Figura 5.2: Análise de estabilidade por equilíbrio limite - Cenário LEA-01 - pré-escavação.

de equilíbrio limite realizada, este é um cenário de solicitação que, de fato, pode ser considerado instável, com FS muito próximo a 1,0, o que pode ter acarretado a instabilidade numérica identificada no Estágio 4.

Apesar da instabilidade observada, pôde-se observar pelos Estágios 2 e 3 que a execução da escavação no pé da barragem para remoção do material mole previamente ao reforço conduziu ao considerável aumento no



Figura 5.3: Análise de estabilidade por equilíbrio limite - Cenário LEA-02 - pré-escavação.



Figura 5.4: Análise de estabilidade por equilíbrio limite - Cenário LEA-03 - pós-escavação.

nível de deformações cisalhantes a que o solo de fundação (FRV-A) esteve submetido. Ao final do Estágio 2 (término da porção superior do reforço), a análise numérica indicou valores máximos de deformação cisalhante de 1,36%, concentrado na camada de fundação (Figura 5.8). Após a escavação, os valores de deformação cisalhante passaram para 13,80% (Figura 5.9), um aumento repentino de 12,44% em um material cuja resistência é altamente dependente do nível de deformações. Destaca-se, como será posteriormente discutido, que neste Modelo FEA-01 não está sendo considerada a sequência construtiva, a



Figura 5.5: Análise de estabilidade por equilíbrio limite - Cenário LEA-04 - pós-escavação.



Figura 5.6: Análise de estabilidade por equilíbrio limite - Cenário LEA-05 - pós-escavação.

qual tem influência significativa no estado de deformações dos materiais.

Avaliando-se de modo qualitativo o Estágio 4 de carregamento, em que o cálculo numérico não atingiu a convergência, pode-se notar uma forte concentração das deformações cisalhantes no material de fundação FRV-A e ao longo de uma banda de cisalhamento que parte do espaldar de montante do dique de partida em direção ao topo do reservatório (Figura 5.10). Este resultado permite identificar as regiões solicitadas de maneira mais intensa



Figura 5.7: Análise de estabilidade por equilíbrio limite - Cenário LEA-06 - pós-escavação.



Figura 5.8: Modelo FEA-01 - Estágio 2 - Deformações cisalhantes máximas.



Figura 5.9: Modelo FEA-01 - Estágio 3 - Deformações cisalhantes máximas.

nos carregamentos a que a Barragem Norte foi submetida.

Tendo em vista a impossibilidade de cálculo de uma condição estacionária no Estágio 4 de carregamento, a análise de tensão-deformação foi novamente realizada com o objetivo de analisar a condição de segurança da estrutura para um cenário hipotético de realização da escavação e comportamento drenado dos materiais do reservatório (Estágio 3). Dessa vez, calculou-se



Figura 5.10: Modelo FEA-01 - Estágio 4 - Deformações cisalhantes máximas.

o FS da estrutura pelo método *shear strength reduction* (SRF). O modelo numérico conduziu a um SRF de 1,0, indicando a iminência da ruptura mesmo não se considerando o eventual comportamento não drenado no reservatório. Além de esse resultado reiterar o grande papel do material de fundação na ocorrência do colapso, uma vez que uma condição crítica é obtida mesmo sem a consideração de mudança de comportamento do material armazenado, ilustra uma das principais limitações da análise em pequenas deformações: não é possível, utilizando o modelo de elementos finitos, traçar conclusões acerca do comportamento da estrutura após este instante da ruptura, seja por efeito de um eventual comportamento não drenado ou de efeitos da liquefação do material armazenado.

De modo a corroborar a hipótese de que a principal condicionante para a ruptura esteve relacionada ao comportamento do material de fundação, uma variação do Modelo FEA-01 (denominada FEA-01A) foi analisada mantendose os parâmetros drenados nos rejeitos (como no Estágio 3) e considerando o material de fundação FRV-A com parâmetros de pico independentemente do nível de deformações (ou seja, desconsiderou-se efeitos de amolecimento na fundação). Novamente, o valor de SRF foi calculado e obteve-se um valor de 1,35, consideravelmente superior ao resultante no caso de amolecimento do material de fundação.

Em termos de deformações, a passagem do Estágio 2 (reforço) para o Estágio 3 (escavação) aumentou o nível de deformações cisalhantes máximas de 0,51% para 0,64%, sendo que estes valores não são observados no material de fundação (Figura 5.11 e 5.12). Nota-se, na Figura 5.12, que a escavação de fato implica em solicitação do material confinado sob a barragem. Este fato isoladamente, todavia, não seria suficiente para conduzir à instabilidade não fosse a perda de resistência que o material FRV-A notadamente sofre quando submetido a tensões confinantes elevadas.

A título de comparação, outra variação do Modelo FEA-01 que desconsidera o amolecimento no material FRV-A foi analisada considerando o Está-



Figura 5.11: Modelo FEA-01A - Estágio 2 - Deformações cisalhantes máximas.



Figura 5.12: Modelo FEA-01A - Estágio 3 - Deformações cisalhantes máximas.

gio 4, com mudança de comportamento dos rejeitos do reservatório para não drenado (Su/ $\sigma'_{v,pico} = 0,19 \text{ e Su}/\sigma'_{v,liquefeito} = 0,09$), originando o modelo FEA-01B. Neste cenário, o SRF obtido foi de 0,68, uma redução percentual de 50% em relação ao cenário com comportamento drenado. Este resultado indica que em caso de solicitação que provoque alguma resposta não drenada do material do reservatório, mesmo que o material de fundação que não sofra efeitos do amolecimento, a situação é de insegurança. No Estágio 4, pode-se observar uma concentração das deformações cisalhantes na camada de solo de fundação, propagando-se em uma superfície de ruptura aproximadamente circular para montante (Figura 5.13). A Figura 5.14 apresenta a configuração deformada do modelo para este cenário de carregamento.



Figura 5.13: Modelo FEA-01B - Estági
o4-Rejeitos com comportamento não drenado - Deformações
cisalhantes máximas.



Figura 5.14: Modelo FEA-01B - Estágio 4 – Rejeitos com comportamento não drenado – Deslocamentos horizontais e configuração deformada.

5.3.2 Modelo FEA-02

O Modelo FEA-02 foi construído seguindo os critérios do Modelo FEA-01, porém utilizando o modelo constitutivo NorSand nos materiais retidos no reservatório, tanto para a inicialização das tensões como na simulação do comportamento da estrutura. Para avaliação dos resultados da análise, foram considerados quatro pontos de controle: um na porção central da camada de FRV-A, outro na base do depósito de rejeitos, um na crista do reforço e um na crista do último alteamento da barragem.

Com relação às deformações cisalhantes na camada de fundação, nota-se que a sobrecarga originada da construção do barramento já condiciona um estado de deformações cisalhantes marcantes sobre o horizonte de FRV-A (Figura 5.15). Foi observado, ainda, um aumento do nível de deformações a que o material esteve sujeito entre o término do reforço (8,25%) e o término da escavação na base da barragem (16,20%), em conformidade com os resultados obtidos no Modelo FEA-01.

Em termos de avaliação do comportamento dos rejeitos, observa-se que a utilização do modelo NorSand permitiu definir com maior clareza o nível de plastificação do reservatório sob as solicitações. O aumento do nível de deformações no ponto monitorado não foi tão expressivo, passando de 3,19% para 4,34% após o evento de escavação. Ainda assim, pode-se observar a ocorrência de redistribuição das solicitações no reservatório (Figura 5.16), indicando que o amolecimento da camada de solo FRV-A por ocasião da escavação tem impacto direto nos demais materiais que compõe a barragem.

Em termos de deslocamentos, são observados deslocamentos totais relevantes (Figura 5.17) na crista do reforço e do último alteamento, da ordem de 2,4 m. Na camada de solo FRV-A, este deslocamento chega a 1,45 m enquanto no ponto monitorado do reservatório, localizado próximo ao limite do trecho mobilizado, o deslocamento é de 21,2 cm com crescimento significativo para



Figura 5.15: Modelo FEA-02 - Estágio 2 - Deformações cisalhantes máximas.



Figura 5.16: Modelo FEA-02 - Estágio 3 - Deformações cisalhantes máximas.

jusante.



Figura 5.17: Modelo FEA-02 - Estágio 3 – Deslocamentos totais, configuração deformada e vetores de deslocamento.

Em função da utilização do modelo NorSand para simulação do comportamento dos rejeitos, pôde-se avaliar, ainda, a taxa de tensão normalizada (razão de instabilidade), definida por Jefferies e Been (2015) [48] como o inverso do fator de segurança local, de modo a avaliar a região potencialmente afetada por um evento de liquefação. Este parâmetro é calculado pela razão entre a razão de invariantes de tensões (η) no ponto e o parâmetro M, referente à inclinação da linha de estado crítico do espaço p' versus q. Por simplicidade, o parâmetro M não foi corrigido em função do ângulo de Lode nas verificações.

Os resultados apresentados na Figura 5.18, os quais devem ser interpretados apenas considerando os materiais que utilizam o modelo NorSand, ou seja, os rejeitos do reservatório, indicam a existência de uma larga faixa de material, com extensão de cerca de 55,0 m no interior do reservatório, com razão de instabilidade próxima a 1,0, caracterizando possível instabilidade local. Na Figura 5.19 pode-se observar a evolução da razão de instabilidade ao longo da linha monitorada na Figura 5.18 para os três estágios de carregamento. É marcante a aproximação do valor da razão de instabilidade da unidade, sendo a região mais próxima do dique de partida mais afetada pela escavação do Estágio 3.



Figura 5.18: Modelo FEA-02 - Estágio 3 – Avaliação da Razão de Instabilidade.



Figura 5.19: Variação da razão de instabilidade ao longo do reservatório de rejeitos para o Modelo FEA-02, nos três estágios considerados.

5.3.3 Modelo FEA-03

O Modelo FEA-03 foi construído e analisado com o intuito de explorar o NorSand enquanto modelo constitutivo para representar o comportamento dos rejeitos do reservatório. A diferença em relação ao Modelo FEA-02 refere-se à utilização do *cap* de amolecimento do modelo NorSand, conforme proposto por Jefferies e Been (2015) [48]. Este *cap* permite, de forma direta, simular a queda de resistência de materiais susceptíveis à liquefação. Em termos de deformações cisalhantes, pode-se observar que a consideração do *cap* de amolecimento conduz à níveis de deformação maiores ao longo da camada de rejeitos, representando aproximadamente um acréscimo absoluto de 2% ao longo eixo monitorado (apresentado na Figura 5.18), conforme apresentado na comparação da Figura 5.20.



Figura 5.20: Variação da deformação cisalhante, no Estágio 3, ao longo do eixo monitorado na camada de rejeito para os cenários com e sem o uso de *cap* de amolecimento do modelo NorSand.

É interessante observar que o uso do *cap* de amolecimento na camada de rejeitos afeta não somente as deformações neste material: conforme ilustrado na Figura 5.21, há acréscimo considerável nas deformações obtidas no material de fundação FRV-A com a utilização do *cap*, especialmente na porção a jusante do eixo do Dique de Partida, região diretamente afetada pela escavação no pé e confinada pelo peso dos alteamentos pretéritos. Neste caso, o acréscimo
de deformação cisalhante é em torno de 10% para a camada de solo FRV-A (Figura 5.22). Em termos da razão de instabilidade, nota-se que a utilização do *cap* não afeta diretamente a relação entre o estado de tensões dos rejeitos no instante avaliado e no estado crítico (Figura 5.23).



Figura 5.21: Variação da deformação cisalhante, no Estágio 3, ao longo do eixo monitorado da Figura 5.22 na camada de solo de fundação FRV-A, para os cenários com e sem o uso de *cap* de amolecimento do modelo NorSand.



Figura 5.22: Modelo FEA-03 - Estágio 3 - Deformações cisalhantes máximas na camada de solo residual FRV-A.

5.3.4 Modelo FEA-04

O Modelo FEA-04 simulou o sequenciamento construtivo da Barragem Norte utilizando o modelo de Mohr-Coulomb. Esta simulação permite compre-



Figura 5.23: Variação do parâmetro de instabilidade, no Estágio 3, ao longo do eixo monitorado na camada de rejeito para os cenários com e sem o uso de *cap* de amolecimento do modelo NorSand.

ender de forma mais ampla o estado de tensões a que os litotipos da estrutura estavam submetidos. Em semelhança ao Modelo FEA-01, quando da aplicação de uma solicitação não drenada aos materiais retidos no reservatório, não se obteve convergência do modelo em pequenas deformações. Ao longo dos estágios simulados, pode-se observar uma crescente concentração de deformações no solo de fundação (FRV-A), especialmente após o 4° alteamento (Figura 5.25).

Nota-se, também, que a partir do 6° alteamento (Figuras 5.26 e 5.27) há formação de bandas de cisalhamento também ao longo da camada de rejeitos do reservatório, condicionando um estado de deformações desfavorável à estabilidade para materiais susceptíveis à liquefação. Por fim, destaca-se que a alteração do estado de deformações pela construção do reforço foi mínima (por comparação entre os resultados da Figura 5.27 e da Figura 5.28), enquanto pôde-se observar evolução significativa da solicitação tanto do solo FRV-A quanto dos rejeitos pelo desconfinamento proporcionado pela escavação no pé da barragem (Figura 5.28).

A modelagem da sequência construtiva torna possível compreender que a execução da escavação não significou, de forma isolada, um gatilho particular para a ruptura da barragem. Percebe-se que a própria metodologia construtiva, associada às características geotécnicas dos materiais existentes, levou a



Figura 5.24: Modelo FEA-04 - Deformações Cisalhantes - 1º e 2º alte
amentos.



Figura 5.25: Modelo FEA-04 - Deformações Cisalhantes - $3^{\circ} e 4^{\circ}$ alteamentos.

uma particular combinação de situações desfavoráveis que conduziram à instabilidade. Destas, a plastificação do material de fundação associada ao fato de a barragem ser alteada para montante e construída, portanto, sobre rejeitos, apresentam singular relevância.

5.3.5 Modelo FEA-05

Finalmente, o modelo constitutivo NorSand foi aplicado de forma ampla no Modelo FEA-05, no qual foi simulado o sequenciamento construtivo da



Figura 5.26: Modelo FEA-04 - Deformações Cisalhantes - $5^{\rm o}$ e $6^{\rm o}$ alteamentos.



Figura 5.27: Modelo FEA-04 - Deformações Cisalhantes - Alteamentos Finais.

barragem até os eventos que antecederam a ruptura.

A utilização do modelo NorSand permitiu conduzir as análises a níveis de deformações consideravelmente maiores do que os permitidos com o de Mohr-Coulomb (Modelo FEA-04), conforme apresentado na Figura 5.33. Pôdese notar, em todas as etapas de carregamento, a concentração de tensões cisalhantes na camada de solo de fundação FRV-A (ilustrado, por exemplo, nas Figuras 5.29 e 5.30) e, a partir da realização da escavação no pé da barragem (Figura 5.31), a propagação de maiores deformações cisalhantes para o interior do reservatório até o estágio final (Figura 5.32).



Figura 5.28: Modelo FEA-04 - Deformações Cisalhantes – Reforço e Escavação pré-ruptura.



Figura 5.29: Modelo FEA-05 - Deformações Cisalhantes Máximas – Último Alteamento.



Figura 5.30: Modelo FEA-05 - Deformações Cisalhantes Máximas – Construção do Reforço.

Como apresentado na Figura 5.33, podem ser detectadas significativas diferenças entre a previsão do estado de deformações a depender do modelo constitutivo utilizado, especialmente para os rejeitos do reservatório e, em menor medida, para o solo de fundação. Esta análise comparativa permite



Figura 5.31: Modelo FEA-05 - Deformações Cisalhantes Máximas – Escavação no Pé da Barragem.



Figura 5.32: Modelo FEA-05 - Deformações Cisalhantes Máximas - Estágio Final.

ilustrar uma das principais limitações do uso do modelo de Mohr-Coulomb para problemas dessa natureza: a necessidade de realizar uma troca (*switch*) de comportamento drenado para não drenado faz com que a maior parte dos deslocamentos na massa de rejeitos ocorra apenas no último estágio, o qual não apresentou convergência na análise de pequenas deformações.

Para o solo de fundação, nota-se uma diferenciação entre os níveis de deformações a partir do Estágio 6 de análise, que corresponde ao quarto alteamento modelado. Neste momento, o solo residual FRV-A encontrava-se submetido a tensões verticais efetivas entre 450 e 500 kPa. Os ensaios de laboratório realizados pelo Painel de Especialistas permitem inferir que há uma mudança de comportamento deste material – que se torna mais deformável – a partir de níveis de confinamento próximos a estes valores, o que é corroborado pela resposta do modelo numérico em termos de deformações cisalhantes.

Um resultado bastante interessante obtido na modelagem de pequenas deformações utilizando o modelo NorSand pôde ser visto a partir do cálculo do parâmetro de instabilidade. A Figura 5.34 apresenta a variação deste parâmetro após a construção do reforço sobre a barragem, logo antes da escavação no pé da estrutura. Nota-se a existência de pequenos trechos no interior do reservatório com parâmetro superior a 0,90. No estágio subsequente (Figura 5.35), quando da execução da escavação, nota-se que uma ampla faixa



Figura 5.33: Variação do nível de deformações cisalhantes máximas nos pontos monitorados A (rejeitos) e B (fundação) para os Modelos FEA-04 e FEA-05.

de rejeitos apresenta este parâmetro muito próximo ou igual à unidade. Este fato indica a possível ocorrência de liquefação estática por efeito da realização da escavação no pé da estrutura, processo este já intensificado pelo elevado nível de deformações a que o material se encontrava submetido. O comparativo dos parâmetros de instabilidade é apresentado no gráfico da Figura 5.36.



Figura 5.34: Variação do parâmetro de instabilidade após a construção do Reforço e antes da realização da escavação no Modelo FEA-05.

5.4 Análises Tensão-Deformação com o MPM

5.4.1 Inicialização das Tensões e Poropressões

A primeira etapa da modelagem com o MPM consistiu na inicialização das tensões geoestáticas de equilíbrio nos pontos materiais modelados. A



Figura 5.35: Variação do parâmetro de instabilidade no estágio final de análise do Modelo FEA-05.



Figura 5.36: Comparativo da razão de instabilidade para o cenário pré e pósescavação no pé da Barragem Norte.

geometria considerada no modelo refere-se ao estágio imediatamente antes da escavação para implantação do reforço no pé do Barramento.

Foi considerado, em um primeiro momento, o modelo elástico-linear para todos os materiais, uma vez que as deformações calculadas não são de interesse nesta etapa e tampouco serão utilizadas nas análises subsequentes. Na sequência, alterou-se o modelo constitutivo dos materiais para o de Mohr-Coulomb (com exceção do horizonte de rocha alterada, material de menor relevância para os estudos do presente trabalho, cujo modelo constitutivo manteve-se como sendo o elástico-linear), mais representativo do comportamento de materiais geológicos. As tensões foram novamente calculadas por um tempo de processamento de t=1 s até obtenção da solução estática pela formulação dinâmica do MPM (Figura 5.37). A Figura 5.38 mostra que as deformações cisalhantes calculadas nesta etapa são pequenas, limitadas a um valor máximo de 1%. O arquivo contendo as tensões calculadas nesta etapa inicial, após a substituição pelo modelo de Mohr-Coulomb, foi utilizado como etapa inicial dos demais cenários.

Com relação às poropressões, foi utilizado o acoplamento em uma direção para os modelos de cálculo do presente trabalho. Neste sentido, a linha freática foi inserida no modelo e as poropressões foram calculadas ao longo do eixo vertical em conformidade com as leituras de instrumentação disponíveis para o cenário pré-ruptura, conforme apresentado na Figura 5.39.



Figura 5.37: Inicialização das tensões geoestáticas com o modelo de Mohr-Coulomb: tensões verticais calculadas no modelo MPM.



Figura 5.38: Inicialização das tensões geoestáticas com o modelo de Mohr-Coulomb: tensões cisalhantes calculadas no modelo MPM.



Figura 5.39: Inicialização poropressões utilizando acoplamento hidromecânico unidimensional.

5.4.2 Modelo MPM-01A

O primeiro cenário avaliado nas análises com o MPM considerou os modelos constitutivos elasto-plásticos de Mohr-Coulomb (com e sem amolecimento) e Tresca para representar os eventos que conduziram à ruptura da Barragem Norte. Após a inicialização das tensões geoestáticas, simulou-se a escavação no pé do barramento por meio da desativação dos pontos materiais na região em questão (Figura 5.40). Concomitantemente, foi substituído o mecanismo de resistência do material armazenado no reservatório, sendo, a partir de então, adotada uma resistência não drenada de $S_u=10$ kPa, constante com a profundidade, mesmo valor adotado por Pierce (2021) [34] para a resistência não drenada residual. Após, o modelo foi computado até o estado estacionário por um tempo de 50,0 s.



Figura 5.40: Região de inativação das partículas para simulação da escavação no pé da Barragem de Cadia.

Imediatamente após a simulação da escavação no modelo numérico (t=1,0 s), nota-se uma concentração de deformações cisalhantes na fundação do dique de partida e do primeiro alteamento, onde predomina o material terroso FRV-A. Nesta primeira etapa, o nível de deformações chega valores máximos de 4% no reservatório e 2% no barramento (Figura 5.41). Uma vez que o sequenciamento construtivo, representando os sucessivos alteamentos da estrutura e carregamento da fundação, não foi modelado, é razoável acreditar que este é um valor subestimado e que, possivelmente, os valores de deformação cisalhante a que este material esteve submetido na ocasião do colapso seriam maiores, como demonstrado pelas análises utilizando o MEF. Em comparação com o cenário pré-escavação (Figura 5.38), nota-se uma importante evolução do nível de deformações cisalhantes em função da escavação e da solicitação não drenada do reservatório.

É possível notar que a solicitação aplicada induz deslocamentos da estrutura para jusante, mobilizando os rejeitos armazenados no reservatório. Concomitante às elevadas deformações cisalhantes calculadas, em especial, na fundação do maciço, uma condição de ruptura generalizada é visualizada já no instante t=10,0 s (Figura 5.42). Em termos de deslocamentos verticais, é possível notar uma propagação destes de jusante para montante, afetando o reservatório como um todo até a estabilização (Figura 5.43). Nos tempos iniciais, os deslocamentos concentram-se na crista (recalque) e no pé (levantamento) da barragem, comportamento coerente com as observações de campo na ocasião do colapso. Como apresentado na Figura 5.44, após a imposição da condição liquefeita aos rejeitos, há uma tendência de crescimento contínuo dos deslocamentos máximos das partículas até a estabilização, em um tempo de processamento em torno de t=35,0 s.



Figura 5.41: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-01A para tempos de processamento entre 1,0 s e 10,0 s.

A distância de *run-out*, que será utilizada para comparação com as observações da ruptura, é medida a partir do encontro do talude de jusante com o terreno natural de jusante na condição pré-escavação até o ponto material mais a jusante, e para este caso resultou 110,9 m, frente ao valor de 176,5 m observado. Em termos da geometria final da estrutura na condição pós-ruptura, os dados disponíveis permitem realizar a comparação da configuração calculada no modelo MPM-01A com as topografias levantadas nos dias 10/03/2018 (final do evento principal de ruptura) e 14/03/2018 (ao término do segundo evento de liquefação). Nota-se, na Figura 5.45, que a configuração deformada final obtida no modelo numérico é consideravelmente distinta do levantamento topográfico. De forma qualitativa, pode-se observar que o volume de material mobilizado é



Figura 5.42: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-01A para tempos de processamento entre 20,0 s e 50,0 s.



Figura 5.43: Deslocamentos verticais nos tempos iniciais de processamento (entre t=1,0 s e t=10,0 s)

semelhante, porém com a estabilização do movimento em uma distância, para jusante, mais curta que o esperado.

De maneira geral, a configuração final do modelo MPM-01A indicou



Figura 5.44: Variação dos deslocamentos totais e deformações cisalhantes máximos ao longo do processamento do modelo MPM-01A.



Figura 5.45: Configuração final deformada do modelo MPM-01A.

maior acúmulo de material sobre o dique de partida, em uma inclinação final mais verticalizada que a realmente observada. Adicionalmente, a análise indicou deformações verticais consideravelmente maiores no reservatório, mesmo em regiões que não foram diretamente afetadas pelo evento de ruptura. Como demonstrado com a análise dos demais modelos elaborados com o MPM, estas deformações excessivas estão associadas, principalmente, à consideração de parâmetro de resistência não drenada liquefeita em todo o material armazenado no reservatório.

Os resultados do modelo indicam duas fortes condicionantes para o movimento observado na Barragem Norte: a degradação da resistência ao cisalhamento do solo FRV-A em função da deformação e a ocorrência de liquefação nos rejeitos do reservatório. No primeiro tema, destaca-se uma limitação do modelo de cálculo empregado no presente trabalho: uma vez que a sequência construtiva não foi modelada, os valores de deformação cisalhante no momento de alteração do critério de resistência podem se mostrar mais baixos do que os realmente experimentados pelo material no momento da ruptura. No que se refere à modelagem, entretanto, como apresentado no capítulo 4, este material apresenta queda significativa da resistência ao cisalhamento - para tensões confinantes elevadas, próximas às que o material esteve submetido em campo - em níveis de deformação axial pequenos, de cerca de 3%. Dessa forma, a simulação da redução da resistência ao cisalhamento utilizando o modelo de Mohr-Coulomb com amolecimento linear é bem sucedida já no início da simulação do *run-out* ao se considerar as deformações calculadas. Com isso, assume-se que a simplificação do estado inicial de tensões geoestáticas, embora não seja exata, é uma boa aproximação e coerente com as simplificações adotadas para a modelagem.

No que se refere à liquefação dos rejeitos do reservatório, foram adotados modelos constitutivos elasto-plásticos convencionais, sendo que o fenômeno foi simulado a partir de uma mudança de critério de resistência no instante após a inicialização das tensões, concomitante à realização da escavação no pé da barragem. A não utilização de um modelo constitutivo que permita simular a mudança de comportamento dos materiais – por exemplo, de drenado para não drenado, ou representando a liquefação – demanda uma importante intervenção, por parte do usuário responsável pela modelagem numérica, nos instantes de troca de comportamento dos materiais. Nas análises realizadas neste trabalho, a simulação de solicitações não drenadas foi realizada no instante inicial da simulação da ruptura, concomitante à solicitação de alívio de tensões na base, a qual induziu deslocamentos e deformações no material de fundação e no reservatório.

Neste modelo MPM-01A, foi assumida a ocorrência de liquefação representada pela resistência não drenada constante de 10 kPa - em todo o rejeito armazenado. Ainda, este fenômeno foi assumido como ocorrendo simultaneamente no reservatório. Esta hipótese, embora muito adotada na prática de análises de estabilidade e de tensão-deformação para avaliação de estruturas existentes, tem pouca aderência com a realidade já que o fenômeno não ocorre de maneira integral em todo o reservatório e tampouco se manifesta ao mesmo tempo em todos os pontos. Como apresentado nas análises de tensãodeformação pelo MEF, a ocorrência de liquefação concentra-se em uma faixa de rejeitos com largura de cerca de 42,7 m compreendida entre a crista do último alteamento e a porção de montante do reservatório.

A simplificação adotada para a modelagem do comportamento dos rejeitos pode ter influência direta na forma da configuração final da barragem, conforme apresentado por Pierce (2021) [34]. A partir dos resultados do modelo MPM-01A, dois pontos podem ser levantados para discussão:

- Influência da geometria da região mobilizada de forma não drenada no run-out;
- Influência dos parâmetros de resistência não drenada adotados no *run-out*.

Enquanto as análises de tensão-deformação em elementos finitos permitem, como será discutido adiante, definir regiões específicas em que se pode inferir a ocorrência de liquefação dos rejeitos, ainda permanece uma lacuna relevante sobre o desenvolvimento deste processo na dinâmica do movimento de massa que constitui a ruptura. Esta limitação está relacionada, principalmente, à capacidade de o modelo constitutivo representar de modo fiel o comportamento tensão-deformação-resistência dos materiais. Neste sentido, as modelagens apresentadas na sequência apresentam a avaliação de sensibilidade tanto da distribuição geométrica do trecho efetivamente solicitado do reservatório quanto dos parâmetros não drenados do material armazenado, com foco para sua influência no *run-out*.

5.4.3 Modelo MPM-01B

De modo a avaliar unicamente a influência do parâmetro de resistência não drenada dos materiais do reservatório no run-out final da Barragem Norte, o modelo MPM-01B foi processado considerando a alteração da resistência dos rejeitos, constante com a profundidade, para $S_u = 5$ kPa. No que se refere ao desenvolvimento da ruptura, a Figura 5.46 mostra um processo semelhante ao observado na simulação MPM-01A, com concentração de deformações no material de fundação imediatamente após a realização da escavação no pé da barragem. Neste caso, em função da alteração do valor de resistência não drenada dos rejeitos, os valores de deformação máxima encontram-se entre 5% no reservatório e 3% na fundação do dique de partida. De maneira análoga, também, são observados deslocamentos verticais significativos no reservatório mobilizado de forma não drenada com o avanço do processo de ruptura (Figura 5.47).

A alteração do valor de resistência não drenada teve influência direta na distância de *run-out* calculada com o MPM, a qual resultou 169,4 m (Figura 5.48). Adicionalmente, a redução de 5 kPa conduziu a uma configuração final consideravelmente mais aderente às observações de campo na ocasião da ruptura em grande parte da extensão, especialmente na porção mais a jusante. Nas proximidades do dique principal, nota-se um acúmulo maior de material depositado, bem como deslocamentos verticais significativos na região de montante do reservatório.



Figura 5.46: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-01B para tempos de processamento entre 1,0s e10,0s.



Figura 5.47: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-01B para tempos de processamento entre 20,0 s e 50,0 s.

Esta análise permite verificar uma forte influência do parâmetro não drenado, na condição liquefeita, no *run-out* da estrutura. O valor inicialmente



Figura 5.48: Configuração final deformada do modelo MPM-01B.

adotado ($S_u=10$ kPa), considerado tomando por base o estudo de Pierce (2021) [34], mostrou-se alto para simular a condição de ruptura da Barragem Norte na condição de solicitação completa do reservatório. A redução deste valor para 5 kPa permitiu obter resultados mais fidedignos, sendo que a resposta do modelo numérico foi adequada para simular o deslocamento máximo da estrutura e definição do *run-out* final em caso de ruptura.

A consideração de um valor de resistência não drenada constante com a profundidade (modelo de Tresca homogêneo) é uma simplificação para a relação de resistência de materiais normalmente adensados ou em processo de adensamento, como é o caso de depósitos de rejeitos em barragens via lançamento de material em elevado teor de umidade. Em geral, evidências experimentais indicam que há aumento dos parâmetros de resistência não drenada com a profundidade, como é o caso dos materiais armazenados na Barragem Norte [85]. Neste sentido, a utilização do modelo de Tresca heterogêneo, com a resistência não drenada variando com a profundidade (e o estado de tensões efetivas), é um refinamento possível para a modelagem da ruptura e será abordado na sequência.

5.4.4 Modelo MPM-02A

No modelo MPM-02A, as solicitações não drenadas foram aplicadas em todo o domínio do reservatório, em conformidade com os modelos MPM-01. A diferença nos cálculos consiste, basicamente, no modelo constitutivo utilizado para representação da resistência não drenada: empregou-se o modelo de Tresca heterogêneo, sendo a resistência ao cisalhamento dada por uma variação linear, com intercepto nulo, definida pela razão $S_u/\sigma'_v=0,09$.

A dinâmica do movimento, apresentada nas Figuras 5.49 e 5.50, foi bastante modificada com a alteração do modelo constitutivo. Nota-se, em t=1,0 s, semelhança na distribuição das tensões cisalhantes em relação aos modelos anteriores, inclusive mantendo os valores máximos calculados. A progressão da ruptura ocorre de forma mais acelerada neste modelo, como se observa na comparação entre os tempos t=10,0 s e t=30,0 s. Efetivamente, o material armazenado no reservatório, por possuir resistência muito baixa, está sujeito a deslocamentos com velocidade mais elevada e em ângulos de deposição mais baixos, semelhante ao comportamento de um fluido viscoso. Já a partir de tempos superiores a t=30,0 s, nota-se que as partículas atingem o limite do domínio da malha Euleriana de cálculo – o que não é esperado tendo em visto a real dinâmica da ruptura da Barragem Norte. Ao final do processamento (t=50,0 s), as partículas mais a jusante são limitadas pelo domínio de cálculo e, portanto, o *run-out* final não é obtido de forma representativa. Tendo em vista o comportamento esperado desta ruptura em específico, o limite de cálculo não foi estendido uma vez que, obviamente, este modelo não representa adequadamente o movimento.



Figura 5.49: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-02A para tempos de processamento entre 1,0 s e 10,0 s.

A Figura 5.51 apresenta a geometria final, em comparação com os levantamentos topográficos, para o modelo MPM-02A. Nota-se pouca correspondência entre a realidade e a resposta do modelo numérico nestas condições. Pode-se concluir, portanto, que a consideração do modelo de Tresca heterogêneo, com razão de resistência liquefeita em todo o reservatório e sem consideração de uma resistência não drenada mínima, é uma perspectiva conservadora para simulação do *run-out* da Barragem Norte, conduzindo a distâncias atingidas pelas partículas consideravelmente superiores ao observado.



Figura 5.50: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-02A para tempos de processamento entre 20,0 s e 50,0 s.



Figura 5.51: Configuração final deformada do modelo MPM-02A.

5.4.5 Modelo MPM-02B

A partir do resultado dos modelos MPM-01B e MPM-02A, pode-se concluir que a adoção de uma resistência não drenada constante, na condição liquefeita, de 10 kPa influencia na definição do *run-out* no sentido de subestimar a distância máxima percorrida pelas partículas, enquanto a consideração de $S_u/\sigma'_v=0.09$ tende a superestimá-la. Neste sentido, o modelo MPM-02B foi processado considerando o modelo de Tresca heterogêneo, considerando a variação linear da resistência não drenada com a profundidade mediante a razão $S_u/\sigma'_v=0.09$, adotando-se um valor de S_u mínimo de 5 kPa.

A dinâmica do movimento (Figuras 5.52 e 5.53) manteve-se semelhante aos modelos anteriores, especialmente com o MPM-01B. No que se refere aos deslocamentos finais (Figura 5.54), a distância de *run-out*, calculada a partir do pé da barragem, resultou 175,3 m. A geometria do trecho final da massa rompida mostra-se bem aderente ao levantamento topográfico, acentuando-se diferenças para montante: há a manutenção, no modelo numérico, de uma camada de material depositado sobre a região do dique de partida; ainda, são observados deslocamentos verticais marcantes ao longo do reservatório como um todo, mesmo nos trechos próximos ao limite do domínio modelado.



Figura 5.52: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-02B para tempos de processamento entre 1,0 s e 10,0 s.

As variações dos modelos MPM-02 indicam forte dependência entre o *run-out* calculado e a resistência não drenada dos rejeitos armazenados, mantendo-se invariáveis os demais parâmetros dos materiais. Corroboram, também, a conclusão dos modelos MPM-01, os quais indicaram que uma resistência não drenada de 10 kPa é excessiva para o material em sua condição liquefeita, estando o valor de 5 kPa mais adequado à realidade para este caso.

5.4.6 Modelos MPM-03A e MPM-03B

Nos modelos MPM-03, tendo em vista as limitações das simulações anteriormente discutidas, buscou-se delimitar regiões potencialmente sujeitas ao fenômeno de liquefação na ocasião do colapso da Barragem Norte. Com este objetivo, uma porção dos rejeitos localizada em uma faixa de 50 m a partir da



Figura 5.53: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-02B para tempos de processamento entre 20,0 s e 50,0 s.



Figura 5.54: Configuração final deformada do modelo MPM-02B.

crista do último alteamento foi considerada como liquefeita no processamento do modelo MPM-04. Esta faixa é delimitada por uma linha, passante no ponto mais a montante do pé do dique de partida com inclinação de 35° para o interior do reservatório (Figura 5.55). Esta é, como demonstram as análises com o MEF, a região mais solicitada do reservatório.



Figura 5.55: Delimitação da região liquefeita no modelo MPM-03.

Em semelhança ao modelo MPM-02A, no modelo MPM-03A adotou-se

o modelo constitutivo de Tresca em sua forma heterogênea, considerando a variação de S_u com a profundidade definida pela razão $S_u/\sigma'_v=0.09$ (condição liquefeita), para representar o comportamento dos rejeitos na condição liquefeita na região em vermelho da Figura 5.55. Nos trechos remanescentes do reservatório, considerou-se parâmetros drenados, assumindo-se que não houve solicitação não drenada nesta porção de montante do reservatório.

Com relação às deformações cisalhantes, observa-se que no instante t=1,0 s (Figura 5.56) as deformações induzidas são superiores aos modelos anteriores, atingindo valor máximo de 6% na fundação do dique de partida e na fundação dos alteamentos para montante. Ao longo do tempo de processamento, pode-se notar que os valores máximos se concentram na porção mais a jusante da fundação, próximo à região de escavação no pé da barragem. Em t=10,0 s, as deformações cisalhantes se propagam para montante pelo material de fundação em condição de resistência residual, dando origem a uma bem definida superfície de ruptura no limite da zona de liquefação identificada na Figura 5.55. A manutenção de parâmetros drenados na porção remanescente do reservatório (a montante da região de liquefação) condiciona a forma da superfície de ruptura e limita o desenvolvimento de deformações no modelo.

Entre t=10,0 s e t=50,0 s, observa-se o movimento de pequeno volume de material para jusante, por sobre o talude de enrocamento da barragem. O movimento não evolui significativamente, estando praticamente estabilizado em t=30,0 s. De fato, a ruptura como um todo foi muito afetada pela geometria da zona liquefeita, tendo grandes deslocamentos verticais se concentrado neste local, o que impediu a movimentação das partículas para jusante, criando um espaço para sua permanência no interior do reservatório deformado.

Considerando os resultados até então apresentados, o modelo MPM-03B foi elaborado para avaliar a influência de se considerar a porção remanescente do reservatório (região em cinza na Figura 5.55) como solicitada de forma não drenada, porém com parâmetros superiores à condição liquefeita (resistência não drenada de pico). Dessa forma, este cenário considera o modelo de Tresca em sua forma heterogênea tanto na região liquefeita quando na porção remanescente, com valores de S_u/σ'_v de 0,09 e 0,19, respectivamente. Adicionalmente, foi considerada a resistência S_u mínima de 5 kPa.

A partir das imagens apresentadas na Figura 5.58, pode-se notar que o modelo indica deslocamentos expressivos da região do reservatório, bem como o movimento de massa significativa dos rejeitos armazenados para a porção de jusante. O desenvolvimento da ruptura foi, mais uma vez, condicionado pelo material de fundação e pelas características do reservatório.

Em termos de deslocamentos máximos, a limitação da região solicitada de



Figura 5.56: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-03A para tempos de processamento entre 1,0 s e 10,0 s.



Figura 5.57: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-03A para tempos de processamento entre 20,0 s e 50,0 s.

forma não drenada no modelo MPM-03A manifesta-se na menor movimentação das partículas, conforme apresentado na Figura 5.59. A distância de *run-out* calculada foi de 42,7 m. Ainda, nota-se, na Figura 5.59, que as semelhanças



Figura 5.58: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-03B para tempos de processamento entre 1,0 s e 50,0 s.

da ruptura na porção de jusante são mínimas; já na porção de montante, a geometria calculada se assemelha ao levantamento realizado em 10/03/2018, após o que foi chamado de "primeiro evento de liquefação"; ainda assim, uma grande parcela do material permanece armazenado por sobre o maciço principal de enrocamento em sua condição pós-ruptura.

No caso do modelo MPM-03B, a distância de *run-out* calculada foi de 180,4 m, sendo que a geometria da porção final da massa rompida se assemelha em grande medida com o levantamento topográfico final (Figura 5.58). Na porção de montante, a superfície é bastante abatida, o que é condicionado pelos baixos parâmetros de resistência não drenada, garantindo maior semelhança com a geometria de 13/03/2018, após o "segundo evento de liquefação". Ainda assim, permanece uma porção central com maior concentração de material depositado na situação final, sobre o trecho que contempla a barragem principal de enrocamento.

5.4.7 Modelos MPM-04A e MPM-04B

O último conjunto de modelos elaborados utilizou, para delimitação das regiões potencialmente liquefeitas no interior do reservatório, as análises de tensão-deformação com o MEF anteriormente apresentadas. A simulação da sequência construtiva da Barragem Norte utilizando o modelo NorSand permi-



Figura 5.59: Configuração final deformada do modelo MPM-03A.

	Geo	metria em 10 metria em 14	0/03/2018 4/03/2018													
50—				ر نان												
	50	100	150	200	250	зdo	350 Des	400 Distância (m) locamento T e	450 Dital (m)	sdo	550	obo	oso	700	750	sdo
					0.00	50.00 I	100.00 I	150.00 I 1in: 0.00 Max: 2	200.00 I 91.27	250.00	291.27					

Figura 5.60: Configuração final deformada do modelo MPM-03B.

tiu o cálculo do parâmetro de instabilidade associado aos rejeitos armazenados. Esta análise é apresentada na Figura 5.35. O reservatório foi, a partir disso, subdividido em cinco sub-regiões, apresentadas na Figura 5.61, considerando:

- Região L1: fundação dos alteamentos para montante;
- Região L2: trecho do reservatório com parâmetro de instabilidade acima de 0,70, abrangendo a região com maiores chances de liquefação;
- Região L3: trecho do reservatório com parâmetro de instabilidade acima de 0,40;
- Região L4: trecho do reservatório com parâmetro de instabilidade acima de 0,15;
- Região L5: trecho do reservatório com parâmetro de instabilidade abaixo de 0,15.

Ressalta-se que, embora a análise tensão-deformação com o MEF permita inferir de alguma forma a região afetada pela liquefação estática, a cronologia de ocorrência do fenômeno e sua propagação para as demais porções do reservatório permanece desconhecida sem a utilização de um modelo constitutivo embasado na teoria do estado crítico, por exemplo.

São apresentadas, basicamente, duas variações para o modelo MPM-04: na versão MPM-04A, as regiões L1, L2, L3 e L4 do reservatório são consideradas liquefeitas, com modelo de resistência representado por $S_u/\sigma'_v=0.09$; na



Figura 5.61: Sub-regiões do reservatório nos modelos MPM-04.

versão MPM-04B, foi considerado, para as regiões L2, L3 e L4, em adição à razão de resistência, o parâmetro S_u com valor mínimo de 5 kPa. Em ambos os casos, a região L5 foi mantida com parâmetros drenados.

De forma geral, a ruptura se desevolveu de forma semelhante aos modelos anteriores tanto para o caso MPM-04A (Figura 5.62) quanto para o MPM-04B 5.63). Um diferencial destes frente aos demais está relacionado ao tempo de processamento, que precisou ser aumentado em três vezes (até 150,0 s) para obtenção da solução estacionária. Isso demonstra uma dissipação de energia mais lenta para a configuração geométrica apresentada.

Em evolução ao MPM-03A, para o qual concluiu-se que a limitação imposta pela porção de rejeitos com parâmetros drenados condicionou o desenvolvimento da ruptura, no modelo MPM-04 foi possível garantir maior mobilização do reservatório e liberação de maior quantidade de material para jusante. Isso demonstra que a extensão do trecho liquefeito tem grande influência na forma final da massa rompida, mesmo a distâncias consideráveis da crista da estrutura principal de contenção. No caso do modelo MPM-04, a região L5 (não afetada pela liquefação) inicia-se a cerca de 115,0 m para montante da crista do último alteamento.

Em termos de geometria final, observam-se diferenças entre os modelos tanto na porção de jusante (modelo A com *run-out* maior que B) e na porção central, entre as distâncias de 250 m e 350 m (Figura 5.64). Houve boa aderência da forma da superfície rompida, no cenário MPM-04B, no trecho entre as distâncias de 225 m e 350 m, embora um maior volume que o observado tenha de deslocado para jusante da distância 225 m. Destaca-se, neste ponto, que uma variação adicional a este modelo foi calculada, considerando um valor de S_u mínimo de 5 kPa também na região L1; neste caso, foi possível notar um forte controle da geometria final, em semelhança ao modelo MPM-03A. Neste sentido, pode-se concluir que as regiões de maior sensibilidade ao parâmetro de resistência não drenada localizam-se nas proximidades do barramento – especialmente na fundação dos alteamentos para montante –, muito embora



Figura 5.62: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-04A para tempos de processamento entre 3,0 s e 150,0 s.

seja necessária a mobilização dos rejeitos nos trechos mais a montante para garantir a liberação dos rejeitos.

Na porção de montante, destaca-se a grande semalhança da superfície de ruptura modelada com o levantamento de 14/03/2018, o que demonstra que os limites da região liquefeita conforme Figura 5.61 mostram-se assertivos para representar parte da ruptura. Na porção intermediária, entre as distâncias de 400 m a 550 m, aproximadamente, prevalecem maiores diferenças com a superfície observada.

A distância de *run-out* calculada totalizou 378,9 m e 265,3 m para os modelos A e B, respectivamente, valores superiores ao observado (176,5 m). Embora a análise superestime a configuração rompida, pode-se considerar que houve uma aproximação qualitativa razoável da ruptura de forma geral, especialmente para a simulação MPM-04B.



Figura 5.63: Deformações cisalhantes calculadas no Modelo MPM-04B para tempos de processamento entre 3,0 s e 150,0 s.



Figura 5.64: Configuração final deformada dos modelos MPM-04A e MPM-04B.

5.5

Resumo das Análises: Avaliação do *Run-Out* e do Volume de Rejeito Mobilizado Obtidos com o MPM

Além de explorar o MPM enquanto método para avaliação do comportamento pós-ruptura de estruturas geotécnicas, este trabalho objetivou avaliar a capacidade do método e dos modelos constitutivos considerados em prever, com certo nível de precisão, o *run-out* e o volume de rejeitos mobilizado em uma eventual ruptura. Destaca-se que esta avaliação é simplificada, embasada no estudo paramétrico realizado neste capítulo 4 considerando o evento registrado na Barragem de Cadia, na Austrália, em março de 2018.

As metodologias atualmente empregadas para análises de definição do *run-out* fundamentam-se majoritariamente em análises hidrodinâmicas, desenvolvidas inicialmente para avaliar rupturas de barragens de armazenamento de água, o que com frequência conduz à modelos preditivos que, a depender das premissas adotadas, resultam em grande variabilidade de conclusões. Como anteriormente abordado, análises numéricas convencionais (utilizando o MEF ou o MDF) não são capazes de simular o comportamento em deformações grandes o suficientes para caracterizar um estudo de *dam break*. O MPM, por sua vez, ao permitir a realização de análises numéricas em grandes deformações com um custo computacional relativamente é baixo, pode contribuir para a elaboração de, por exemplo, mapas de inundação mais assertivos, que garantam maior segurança e, inclusise, economia nas operações.

Considerando as simulações realizadas utilizando o MPM, foi possível determinar a máxima distância, tomando como referencial o pé da barragem de enrocamento na condição pré-ruptura, percorrida pelas partículas até a obtenção de um estágio estacionário com dissipação da energia cinética do modelo. Os resultados obtidos são sumarizados na Tabela 5.2. Observa-se que, de uma maneira geral, três modelos foram capazes de prever a distância final percorrida pelas partículas de modo mais próximo ao observado na realidade, com uma variação percentual inferior a 10%. Este resultado indica que modelos numéricos construídos no MPM podem, a depender das condições e cenários simulados, fornecer resultados bastante assertivos para este tipo de previsão. Este resultado corrobora conclusões de estudos anteriores do método, como os apresentados no capítulo 4.

Embora seja possível considerar certa assertividade do método em simular este tipo de movimento, é preciso destacar que os modelos considerados no presente trabalho não foram capazes de simular de forma razoável o processo de ruptura geral observado na Barragem de Cadia, em especial no que se refere à forma da superfície de ruptura. A Figura 5.65 apresenta o resumo comparativo de todas as análises apresentadas neste trabalho, além dos resultados de dois modelos de Pierce (2021) [34], os quais resultaram geometrias similares ao observado. De forma geral, ocorrem maiores diferenças tanto em relação ao real quanto ao obtido em estudos anteriores [34] na porção central da barragem, na região do dique de partida, em que uma maior massa de material permaneceu

Modelo	Variação	Distância de <i>run-out</i> (m)	Variação ao real
Referência (observado)	-	176,5	_
MPM-01A	$S_u=10$ kPa constante em todo o reservatório	110,9	-59,2%
MPM-01B	$S_u=5$ kPa constante em todo o reservatório	169,4	-4,2%
MPM-02A	$S_u/\sigma_v'{=}0{,}09~{\rm em}$ todo o reservatório	-	-
MPM-02B	$S_u/\sigma_v'{=}0{,}09$ e $S_{u,min}{=}5$ k Pa em todo o reservatório	175,3	-0,7%
MPM-03A	S_u/σ'_v =0,09 na região 50 m a montante; restante do reservatório drenado	42,7	-313,4%
MPM-03B	$S_u/\sigma'_v=0.09 \text{ e } S_{u,min}=5 \text{ kPa}$ na região 50 m a montante; restante do reservatório com $S_u/\sigma'_v=0.19 \text{ e } S_{u,min}=5 \text{ kPa}$	180,4	2,2%
MPM-04A	$S_u/\sigma_v'{=}0{,}09~{\rm em}$ L1, L2, L3 e L4; L5 drenado	378,8	53,4%
MPM-04B	$\begin{array}{cccc} S_u/\sigma'_v{=}0{,}09 & {\rm em} & {\rm L1}; \\ S_u/\sigma'_v{=}0{,}09 & {\rm e} & S_{u,min}{=}5 \\ {\rm kPa} \ {\rm em} \ {\rm L2}, \ {\rm L3} \ {\rm e} \ {\rm L4}; \ {\rm L5} \\ {\rm drenado} \end{array}$	265,3	33,5%

Tabela 5.2: Comparação das distâncias de run-out calculadas nos modelos com o MPM e o observado em campo.

pouco mobilizada. Observou-se, a título de exemplo, que as geometrias finais da ruptura nos modelos MPM-01B, MPM-02B e MPM-03B se assemelharam em grande medida à real na porção de jusante. Por outro lado, diferenças marcantes foram identificadas na geometria a montante do dique principal e ao longo do reservatório. Na porção de montante, os modelos MPM-04A e MPM-04B apresentaram boas aproximações com a configuração final da barragem, muito embora as distâncias de *run-out* sejam superiores ao observado.

Adicionalmente, foram comparados os valores correspondentes à área de material mobilizado durante a ruptura nas análises 2D. Esta abordagem, logicamente, apresenta limitações por não considerar efeitos tridimensionais da ruptura, porém permite uma avaliação de sensibilidade das análises realizadas. Determinou-se, geometricamente, a área de material, representada pelos pontos materiais de cada modelo, existente a jusante do talude da barragem de enrocamento na condição pré-ruptura; o valor obtido em cada simulação foi comparado com o valor de referência, definido a partir da topografia levantada em 14/03/2018, conforme resumido na Tabela 5.3.

 MPM-01A		OBSERVADO EM 10/03/2018
 MPM-01B		OBSERVADO EM 14/03/2018
 MPM-02A		MODELO 1 (PIERCE, 2021)
 MPM-02B		MODELO 6 (PIERCE, 2021)
 MPM-03A	\sim	REJEITOS DO RESERVATÓRIO PÓS-RUPTURA
 MPM-03B		
 MPM-04A		
 MPM-04B		

Figura 5.65: Comparativo dos resultados, em termos de geometria final, obtidos neste trabalho e no trabalho de Pierce (2021) [34] com relação à geometria efetivamente observada.

Tabela 5.3: Comparação das áreas de material mobilizado a jusante da Barragem. Para os volumes, considerou-se uma propagação da ruptura em 300 m ao longo do eixo da estrutura.

Modelo	Área Mobilizada a Jusante do Barramento (m ²)	Variação ao real (observado)	Estimativa de Vo- lume Mobilizado (m ³)
Referência (observado)	3.838	-	1.304.920
MPM-01A	4.857	21,0%	1.651.223
MPM-01B	5.892	34,9%	2.003.412
MPM-02A	-	-	-
MPM-02B	5.941	35,4%	2.020.008
MPM-03A	2.428	-58,1%	825.469
MPM-03B	6.003	36,1%	2.040.880
MPM-04A	8.634	55,5%	2.935.560
MPM-04B	5.847	34,4%	1.987.980

Nota-se que as diferenças variaram, em média, cerca de 23% em relação ao observado. As principais variações foram identificadas nos modelos MPM-03A e MPM-04A. Para os modelos que foram capazes de simular de melhor forma o *run-out* (MPM-01B, MPM-02B e MPM-03B), as variações na estimativa de volume ainda são significativas, em torno de 35%.

Apesar das limitações pontuadas, é possível dizer que os modelos foram capazes de permitir uma estimativa do volume de material a jusante do barramento principal de forma relativamente assertiva, mesmo considerando-se modelos constitutivos de baixa complexidade para a simulação. Ao se comparar os valores numéricos obtidos com metodologias mais simplificadas, como o método geométrico apresentado no capítulo 3, é inegável o conservadorismo associado à consideração de um talude ascendente para montante. No caso da Barragem de Cadia, um talude com inclinação de 5º resultaria em uma área mobilizada superior a 18 mil $\mathrm{m}^2,$ com uma propagação da ruptura em cerca de 532 m para montante em direção ao interior do reservatório - mais que o dobro do realmente observado. Para esta comparação, os resultados do MPM indicam valores consideravelmente mais representativos.

6 Conclusões e Recomendações

O Método do Ponto Material (MPM) é um método numérico híbrido, que combina a formulação Euleriana e Lagrangeana na descrição do comportamento dinâmico dos materiais. Neste trabalho, foi realizada uma revisão dos conceitos teóricos associados ao MPM e, em especial, sua aplicação na resolução de problemas da engenharia geotécnica com foco para barragens de mineração. No tema da geomecânica computacional, há especial interesse - até com maior relevância do que o método numérico em si - nos modelos constitutivos utilizados para simulação do comportamento tensão-deformação-resistência de materiais de origem geológica, cujo comportamento é complexo e dependende de uma série de fatores cuja quantificação não é, via de regra, trivial.

Ao longo do desenvolvimento do trabalho, o caso da ruptura da Barragem Norte, utilizada para armazenamento de rejeitos do beneficiamento de ouro e cobre, foi utilizado para realização de estudos numéricos utilizando tanto o Método dos Elementos Finitos (MEF) quanto o MPM. A Barragem Norte localiza-se no complexo *Cadia Valley*, a cerca de 25 km da cidade de Orange, Austrália. A ruptura parcial da estrutura aconteceu em março de 2018, quando uma mobilização afetou uma faixa de cerca de 300 m da barragem, envolvendo mais de 1.300.000 m³ de material e não resultando em danos significativos à infraestrutura da operação. Em função do grande número de dados disponíveis sobre a Barragem Norte, alvo de um intenso processo de investigação sobre as causas do colapso por meio de um estudo realizado por um Painel de Especialistas Independentes, este caso permite explorar diferentes aspectos técnicos com o objetivo de aprimorar o conhecimento sobre os fenômenos associados à ruptura, tais como a liquefação de rejeitos e o comportamento mecânico de solos tropicais complexos sujeitos a amolecimento no cisalhamento.

Os resultados deste trabalho evidenciam um grande potencial da utilização do MPM para simulação do comportamento pós-ruptura de barragens de rejeitos, superando algumas limitações associadas aos modelos convencionais de tensão-deformação fundamentados no MEF. Em especial, destaca-se que os modelos construídos com o MPM permitiram realizar simulações em grandes deformações com resultados razoavelmente aderentes ao esperado. Em particular, pontua-se a possibilidade de uma simulação numérica completa com o MPM, desde o sequenciamento construtivo até o término da mobilização em caso de ruptura, não limitando-se ao ponto de início do colapso como no caso de análises convencionais. Isso permite a realização de análises geotécnicas mais completas utilizando um único método numérico e modelo de cálculo, com um custo computacional menor em comparação a simulações que utilizam, por exemplo, conceitos da hidrodinâmica computacional.

No tema dos modelos constitutivos, pontua-se que este trabalho empregou, nos estudos com o MPM, apenas modelos constitutivos elasto-plásticos básicos - de Mohr-Coulomb, com e sem amolecimento, e de Tresca. Embora os resultados apresentem aderência qualitativa com a ruptura da Barragem Norte, estes demonstram alguns importantes aspectos, tais como:

- Influência, no resultado final, da consideração feita sobre a resistência não drenada no reservatório de armazenamento de rejeitos;
- Influência, no resultado final, da consideração feita sobre a propagação da liquefação de materiais contráteis e saturados armazenados no reservatório;
- Influência, tanto no desenvolvimento da ruptura quanto no resultado final, da correta representação da degradação da resistência ao cisalhamento com o nível de tensões e deformações, especialmente no caso de solos tropicais complexos.

Estes aspectos se refletem, em particular, no número de decisões e/ou intervenções necessárias no modelo numérico para representação de um determinado comportamento dos materiais no caso da utilização de modelos constitutivos simples. Dentre estas intervenções, pode-se citar a alteração dos parâmetros de resistência para não drenados ou residuais, por exemplo, ou a definição de regiões de liquefação na simulação do processo de ruptura. Isso evidencia o importante papel dos modelos constitutivos na construção de modelos numéricos preditivos mais racionais e, possivelmente, mais representativos. Deve-se pontuar, todavia, que a utilização destes modelos não é triavial, seja pela dificuldade de parametrização (lacuna de dados em número ou qualidade compatível com a necessidade dos modelos), complexidade do próprio modelo (número excessivo de parâmetros, por exemplo) ou problemas de convergência no caso de geometrias ou cenários de carregamento complexos.

Ainda que a utilização de modelos constitutivos fundamentados na teoria do estado crítico não tenha sido possível nas simulações com o MPM, foram realizadas análises de tensão-deformação em pequenas deformações, com o MEF, empregando-se o modelo NorSand. A utilização do NorSand na modelagem da sequência construtiva permitiu compreender com maior detalhe a evolução do nível de deformações nos pontos de interesse da barragem, além de reforçar a relevância da escavação no pé da barragem para o evento observado na Barragem Norte em março de 2018. A retroanálise deste evento, à luz das informações atualmente disponíveis, corroboram a capacidade de modelos constitutivos baseados na teoria do estado crítico em simular fenômenos de liquefação estática em materiais com amolecimento no cisalhamento.

Dentre os objetivos principais deste trabalho, destaca-se a intenção de promover uma pequena contribuição na validação da utilização do MPM em análises geotécnicas, trazendo luz ao potencial deste método não somente na representação do comportamento operacional de estruturas geotécnicas e na avaliação de cenários que eventualmente conduzam à ruptura, mas também na descrição do comportamento pós-ruptura de regiões instáveis. Esta capacidade tem particular relevância em aspectos de segurança e na elaboração de planos de risco para gestão de operações em mineração e obras de infraestrutura em geral.

Neste ponto, embora o presente trabalho tenha como foco o estudo de barragens de mineração, as aplicações do MPM em geotecnia são diversas. No Brasil, a existência de grandes encostas em regiões de intensa ocupação urbana torna o problema da estabilidade de taludes extremamente relevante no meio técnico e na sociedade; neste sentido, o MPM pode se mostrar uma ferramenta útil na avaliação de processos de instabilidade, inclusive aquelas geradas em eventos pluviométricos extremos, e na definição de zonas de risco para redução de impactos à infraestrutura e à, principalmente, vidas humanas.

No âmbito da mineração, os eventos de ruptura de barragens ocorridos em 2015 e 2019 motivaram uma intensa preocupação com a segurança de estruturas existentes e, principalmente, na definição dos impactos potenciais em caso de ruptura. Isso levou, por exemplo, à considerações bastante conservadoras nos estudos técnicos de *dam break*, envolvendo a mobilização de 100% do reservatório em caso de rupturas. O MPM, como anteriormente distutido, pode ser útil em definições mais assertivas e próximas de mecanismos reais para a realização deste tipo de estudo. Ainda como consequência dos trágicos eventos envolvendo as barragens de Fundão e B1, novas estruturas geotécnicas de grande porte têm sido concebidas para armazenamento de rejeitos: as pilhas. Embora as condições construtivas garantam condições consideravelmente mais seguras em termos de estabilidade e susceptibilidade à liquefação, outros aspectos pouco explorados na mecânica dos solos tradicional entram em questão, como comportamento dos solos sob níveis de tensões efetivas consideravelmente altos (superiores a $2,5 \text{ MN/m}^2$). Adicionalmente, como a dimensão destas estruturas é relevante, as consequências de sua ruptura merecem atenção nas avaliações geotécnicas. Tem se consolidado no meio técnico o termo *stack break* para se referir ao estudo de ruptura hipotética de empilhamentos. A versatilidade do MPM, seja na discretização do domínio ou na simulação de grandes deformações em si, o torna elegível para a realização de análises deste tipo de estrutura.

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho, diversas questões foram levantadas para estudos complementares. O tema da utilização do MPM em análises de geotecnia com foco para barragens está distante de ser esgotado. Neste sentido, considerando as limitações deste estudo, descritas ao longo do texto, as quais necessitam de estudos complementares, as seguintes recomendações para estudos posteriores são feitas:

- Continuidade, aprofundamento e validação da implementação de modelos constitutivos avançados (como, por exemplo, o NorSand e o RSoil) no programa MPM-PUCRio;
- Realização de análises tensão-deformação da Barragem Norte de Cadia, com o MPM, fazendo uso de modelos constitutivos fundamentados na teoria do estado crítico para verificação do desenvolvimento do processo de ruptura e pós-ruptura;
- Realização de análises com o MPM para simulação da ruptura de casos históricos de ruptura no Brasil, especialmente os da Barragem de Fundão (Mariana-MG) e B1 (Brumadinho-MG), cuja disponibilidade de informações, a partir das análises dos painéis de especialistas, permite conduzir retroanálises dos movimentos observados;
- Uma vez que este trabalho utilizou a abordagem bidimensional, recomenda-se a modelagem 3D da ruptura da Barragem de Cadia utilizando o MPM;
- Aplicação do MPM na simulação do comportamento tensão-deformaçãoresistêcia de empilhamentos de rejeitos, bem como a simulação de cenários hipotéticos de ruptura (*stack break*);
- Avaliação da aplicabilidade do MPM no estudo de rupturas de taludes naturais, especialmente considerando o comportamento de solos não saturados e a incidência de eventos pluviométricos extremos.
Referências bibliográficas

- WILLIAMS, D. J.. Lessons from tailings dam failures—where to go from here? Minerals, 11(8):853, 2021.
- [2] ADAMO, N.; AL-ANSARI, N.; SISSAKIAN, V.; LAUE, J.; KNUTSSON, S.. Dam safety: The question of tailings dams. J. Earth Sci. Geotech. Eng, 11:1–26, 2021.
- [3] DAVIES, M.; MARTIN, T.; LIGHTHALL, P. Mine tailings dams: when things go wrong. Tailings Dams, p. 261–273, 2000.
- [4] BOWKER, L.; CHAMBERS, D.. The risk public liability & economics of tailings facility failures. US Department of Agriculture. Tonto National Forest: Payson, AZ, USA, 2015.
- [5] AGÊNCIA NACIONAL DE MINERAÇÃO (ANM). II Relatório Anual de Segurança de Barragens de Mineração. Technical report, Agência Nacional de Mineração, Brasília - DF, 2021.
- [6] AGÊNCIA NACIONAL DE MINERAÇÃO (ANM). Iv relatório anual de segurança de barragens de mineração. Technical report, Agência Nacional de Mineração, Brasília - DF, 2023.
- [7] YUAN, L.; LI, S.; PENG, B. ; CHEN, Y.. Study on failure process of tailing dams based on particle flow theories. International Journal of Simulation Modelling, 14(4):658–668, 2015.
- [8] VAUCORBEIL, A. D.; NGUYEN, V. P.; SINAIE, S. ; WU, J. Y. Material point method after 25 years: theory, implementation and applications. Advances in applied mechanics, 53:185–398, 2019.
- [9] FERNÁNDEZ, F.. Modelagem Numerica de Problemas Geotecnicos de Grandes Deformações Mediante o Metodo do Ponto Material. PhD thesis, Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro, 2020.
- [10] WANG, B.. Slope failure analysis using the material point method. PhD thesis, Delft University of Technology, 2017.

- [11] PHUONG, N.; VAN TOL, A.; ELKADI, A.; ROHE, A. Modelling of pile installation using the material point method (mpm). Numerical methods in Geotechnical engineering, 271:271–276, 2014.
- [12] TU, S.; LI, W.; ZHANG, C.; WANG, L.; WANG, S.; ZHAO, Y.; WU, J.. Face stability analysis of tunnels in saturated soil considering soil-fluid coupling effect via material point method. Numerical methods in Geotechnical engineering, 161:105–592, 2023.
- [13] ZABALA, F.; ALONSO, E. E.. Progressive failure of aznalcóllar dam using the material point method. Géotechnique, 61 (9):795–808, 2011.
- [14] YAO, Z. H.; YUAN, M. W.; MA, S. ; ZHANG, X.. Material point method for impact and explosion problems. In: PROCEEDINGS OF "INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMPUTATIONAL MECHANICS" JULY 30-AUGUST 1, 2007, BEIJING, CHINA, p. 156–166, Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [15] ROBERTSON, P. K.; MELO, L. D.; WILLIAMS, D. J. ; WILSON, G. W.. Report of the expert panel on the technical causes of the failure of feijão dam i. Technical report, Expert Panel, -, 2019.
- [16] DESAI, C.; SIRIWARDANE, H.. Constitutive laws for engineering materials: With emphasis on geologic materials. Prentice-Hall, 1984.
- [17] PUZRIN, A.. Constitutive modelling in geomechanics: introduction. Springer Science, 2012.
- [18] DESAI, C. S.; SOMASUNDARAM, S. ; FRANTZISKONIS, G. A hierarchical approach for constitutive modelling of geologic materials. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 10:225–257, 1986.
- [19] YU, H.-S.. Plasticity and geotechnics, volumen 13. Springer Science & Business Media, 2007.
- [20] PREVOST, J. H.; POPESCU, R.. Constitutive relations for soil materials. Electronic journal of geotechnical engineering, 1:1–45, 1996.
- [21] RANKINE, W. J. M. II. on the stability of loose earth. Philosophical transactions of the Royal Society of London, -(147):9–27, 1857.

- [22] COULOMB, C.. Test on the applications of the rules of maxima and minima to some problems of statics related to architecture. Mem Math Phys, 7:343-382, 1773.
- [23] BURLAND, J.. Small is beautiful—the stiffness of soils at small strains, ninth laurits bjerrum memorial lecture. Canadian Geotechnical Journal, 26(4):499–516, 1989.
- [24] WOOD, D. M.. Soil behaviour and critical state soil mechanics. Cambridge university press, 1990.
- [25] LABUZ, J. F.; ZANG, A.. Mohr-coulomb failure criterion. Rock mechanics and rock engineering, 45(6):975–979, 2012.
- [26] LADE, P. V.; DUNCAN, J. M.. Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 101(10):1037–1053, 1975.
- [27] MATSUOKA, H.; NAKAI, T.. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses. In: PROCEEDINGS OF THE JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS, p. 59– 70, Japan Society of Civil Engineers, 1974.
- [28] MATSUOKA, H.; NAKAI, T.. Relationship among tresca, mises, mohr-coulomb and matsuoka-nakai failure criteria. Soils and Foundations, 25(4):123–128, 1985.
- [29] MOGI, K.. On the pressure dependence of strength of rocks and the coulomb fracture criterion. Tectonophysics, 21(3):273-285, 1974.
- [30] CHANG, C.; HAIMSON, B.. True triaxial strength and deformability of the german continental deep drilling program (ktb) deep hole amphibolite. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 105(B8):18999– 19013, 2000.
- [31] ROWE, P. W.. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. Proc. R. Soc. Lond., 269:500– 527, 1962.
- [32] BOLTON, M. D.. Strength and dilatancy of sands. Géotechnique, 36:65–78, 1986.
- [33] POTTS, D. M.; ZDRAVKOVIC, L.. Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering: Theory. Thomas Telford, 1999.

- [34] PIERCE, I.. Applying the Material Point Method to Identify Key Factors Controlling Runout of the Cadia Tailings Dam Failure of 2018. PhD thesis, Virginia Tech, 2021.
- [35] YERRO, A.; ALONSO, E. E. ; PINYOL, N. M. Run-out of landslides in brittle soils. Computers and Geotechnics, 80:427–439, 2016.
- [36] BRINKGREVE, R. B.. Selection of soil models and parameters for geotechnical engineering application. Soil constitutive models: Evaluation, selection, and calibration, -:69–98, 2005.
- [37] SCHANZ, T.; VERMEER, P. A.; BONNIER, P. G.. The hardening soil model: formulation and verification. Beyond 2000 in Computational Geotechnics, -:281-296, 1999.
- [38] ROSCOE, K. H.; SCHOFIELD, A. ; WROTH, A. P. On the yielding of soils. Geotechnique, 8(1):22–53, 1958.
- [39] PARRY, R. H. G.. Strength and deformation of clay. Ph. D. dissertation, London Univ., 1956.
- [40] SCHOFIELD, A. N.; WROTH, P. Critical state soil mechanics, volumen 310. McGraw-hill London, 1968.
- [41] ROSCOE, K. H.; SCHOFIELD, A.; THURAIRAJAH, A. Yielding of clays in states wetter than critical. Geotechnique, 13 (3):211-240, 1963.
- [42] ROSCOE, K. H.; SCHOFIELD, A. N. Mechanical behaviour of an idealised wet clay. Proc. 2nd European Conf. Soil Mech, -:47-54, 1963.
- [43] ROSCOE, K.; BURLAND, J. B.. On the generalized stress-strain behaviour of wet clay. Papers for a Conference held in Cambridge, -:-, 1968.
- [44] CIRONE, A.. Theory and implementation of constitutive models for geomaterials. PhD thesis, Tese de Doutorado - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2020.
- [45] BEEN, K.; JEFFERIES, M. G. A state parameter for sands. Géotechnique, 35:99–112, 1985.
- [46] JEFFERIES, M. G.. Nor-sand: a simple critical state model for sand. Géotechnique, 43:91–103, 1993.
- [47] JEFFERIES, M. G.; SHUTTLE, D. A. Dilatancy in general cambridgetype models. Géotechnique, 52:625–638, 2002.

- [48] JEFFERIES, M.; BEEN, K.. Soil liquefaction: a critical state approach. CRC press, 2015.
- [49] YU, H.-S.. Casm: A unified state parameter model for clay and sand. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 22(8):621–653, 1998.
- [50] ATKINSON, J. H.; BRANSBY, P. L.. The mechanics of soils, an introduction to critical state soil mechanics. Taylor & Francis, 1977.
- [51] SHUTTLE, D.; JEFFERIES, M.. Norsand: description, calibration, validation and applications. Geo-frontiers congress 2005–Soil constitutive models: evaluation, selection, and calibration, -:204–236, 2010.
- [52] SOGA, K.; ALONSO, E.; YERRO, A.; KUMAR, K. ; BANDARA, S.. Trends in large-deformation analysis of landslide mass movements with particular emphasis on the material point method. Géotechnique, 66:248–273, 2016.
- [53] AUGARDE, C. E.; LEE, S. J. ; LOUKIDIS, D.. Numerical modelling of large deformation problems in geotechnical engineering: A state-of-the-art review. Soils and Foundations, 61:1718–1735, 2021.
- [54] ZHANG, X.; CHEN, Z. ; LIU, Y.. The material point method: a continuum-based particle method for extreme loading cases. Academic Press, 2016.
- [55] PAIVA, A.. Uma abordagem lagrangeana para simulação de fluidos viscoplásticos e multifásicos. PhD thesis, Tese de Doutorado - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007.
- [56] ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J. Z.. The finite element method: its basis and fundamentals. Elsevier, 2005.
- [57] MCMEEKING, R. M.; RICE, J. R. Finite-element formulations for problems of large elastic-plastic deformation. International Journal of Solids and Structures, 11:601–616, 1975.
- [58] HIBBITT, H. D.; MARCAL, P. V. ; RICE, J. R. A finite element formulation for problems of large strain and large displacement. International Journal of Solids and Structures, 6:1069–1086, 1970.
- [59] BRACKBILL, J. U.; KOTHE, D. B.; ZEMACH, C.: A continuum method for modeling surface tension. Journal of computational physics, 100 (2):335–354, 1992.

- [60] SULSKY, D.; CHEN, Z.; SCHREYER, H. L. A particle method for history-dependent materials. Computer methods in applied mechanics and engineering, 118:179–196, 1994.
- [61] FERN, J.; ROHE, A.; SOGA, K. ; ALONSO, E.. The material point method for geotechnical engineering: a practical guide. CRC Press, 2019.
- [62] SUN, Y.; SHINAR, T. ; SCHROEDER, C.. Effective time step restrictions for explicit mpm simulation. Computer Graphics Forum, 39:55–67, 2020.
- [63] SUN, Y.; SONG, E. ; YANG, J.. Application of kinetic damping in dynamic material point method for static problems. PARTICLES IV: proceedings of the IV International Conference on Particle-Based Methods: fundamentals and applications, -:192–201, 2015.
- [64] KRAMER, S. L.. Geotechnical earthquake engineering. Pearson Education, 1996.
- [65] LI, X.; WU, Y.; HE, S.; SU, L.. Application of the material point method to simulate the post-failure runout processes of the wangjiayan landslide. Engineering Geology, 219:1–9, 2016.
- [66] FERNÁNDEZ, F.; VARGAS, E. ; VELLOSO, R. Q. A study of collapse in slopes using mpm and nla (numerical limit analysis). 2nd International Conference on the Material Point Method for Modelling Soil-Water-Structure Interaction, -:323–330, 2019.
- [67] GONZÁLEZ ACOSTA, J. L.; VARDON, P. J.; REMMERSWAAL, G. ; HICKS, M. A.. An investigation of stress inaccuracies and proposed solution in the material point method. Computational Mechanics, 65:555–581, 2020.
- [68] FERN, E. J.; SOGA, K.. The role of constitutive models in mpm simulations of granular column collapses. Acta Geotechnica, 11 (3):659–678, 2016.
- [69] LIANG, D. F.; HE, X. Z. A comparison of conventional and shearrate dependent mohr-coulomb models for simulating landslides. Journal of Mountain Science, 11:1478–1490, 2014.
- [70] MARAIS, N.. Breach volume estimation of tailings storage facility Failures. PhD thesis, Stellenbosch: Stellenbosch University, 2021.

- [71] ICOLD, U.. Tailings dams risk of dangerous occurrences, lessons learnt from practical experiences (bulletin 121). Commission Internationale des Grands Barrages, Paris, 155, 2001.
- [72] LYU, Z.; CHAI, J.; XU, Z.; QIN, Y. ; CAO, J.. A comprehensive review on reasons for tailings dam failures based on case history. Advances in Civil Engineering, -:1–18, 2019.
- [73] HAERI, S. M.; MOTLAGH, A. H.; GHOLAMI, R. ; SOLEIMANI, S.. Tailings dam failure modes; recognition, prevention and case studies. 5th Asia-Pacific Group - International Symposium on Water and Dams, -:-, 2021.
- [74] MARTIN, V.; FONTAINE, D. ; CATHCART, J. Challenges with conducting tailings dam breach studies. Proceedings of the 2015 Tailings and Mine Waste Conference, -:314–328, 2015.
- [75] QUELOPANA, H.. Released volume estimation for dam break analysis. Tailings Manag, 6:1–12, 2019.
- [76] ROURKE, H.; LUPPNOW, D.. The risks of excess water on tailings facilities and its application to dam-break studies. Tailings and Mine Waste Management for the 21st Century, -:225-230, 2015.
- [77] RICO, M.; BENITO, G.; SALGUEIRO, A. R.; DÍEZ-HERRERO, A. ; PE-REIRA, H. G.. Reported tailings dam failures: a review of the european incidents in the worldwide context. Journal of hazardous materials, 152:846-852, 2008.
- [78] CONCHA LARRAURI, P.; LALL, U.. Tailings dams failures: updated statistical model for discharge volume and runout. Environments, 5:28, 2018.
- [79] QKHEIRKHAH GILDEH, H. E. A.. Tailings dam breach analysis: a review of methods, practices, and uncertainties. Mine Water and the Environment, 40:128–150, 2021.
- [80] FONTAINE, D.; MARTIN, V.. Tailings mobilization estimates for dam breach studies. Proceedings of the 2015 Tailings and Mine Waste Conference, -:-, 2015.
- [81] ALONSO, E. E.; GENS, A.. Aznalcóllar dam failure. part 1: Field observations and material properties. Géotechnique, 56 (3):165–183, 2006.

- [82] GENS, A.; ALONSO, E. E. Aznalcóllar dam failure. part 2: Stability conditions and failure mechanism. Géotechnique, 56 (3):185–201, 2006.
- [83] ZABALA, F.; ALONSO, E. E. Progressive failure of aznalcóllar dam using the material point method. Géotechnique, 61 (9):795–808, 2011.
- [84] ALONSO, E. E.; GENS, A. Aznalcóllar dam failure. part 3: Dynamics of the motion. Géotechnique, 56 (3):203–210, 2006.
- [85] JEFFERIES, M.; MORGENSTERN, N. R.; ZYTL, D. V. ; WATES, J.. Report on ntsf embankment failure. Technical report, Independent Technical Review Board, -, 2019.
- [86] SQUIRE, R. J.; MCPHIE, J.. Complex volcanic facies architecture of the forest reefs volcanics near cadia, new south wales, associated with prolonged arc-related volcanism. Australian Journal of Earth Sciences, 54:273–292, 2007.
- [87] SHUTTLE, D. A.; CUNNING, J.: Reply to the discussion by robertson on "liquefaction potential of silts from cptu". Canadian Geotechnical Journal, 45:142–145, 2008.
- [88] ROBERTSON, P. K.. Cone penetration test (cpt)-based soil behaviour type (sbt) classification system—an update. Canadian Geotechnical Journal, 53:1910–1927, 2016.
- [89] CHUA, S.; FUHRMANN, T. ; GARTHWAITE, M.. Leveraging openaccess remote sensing imagery to monitor dam infrastructure: Case study of the cadia tailings dam collapse, australia. NZ-SOLD/ANCOLD Conference Marerials, -:1-9, 2019.
- [90] BAYARAA, M.; SHEIL, B. R. C.. Insar and numerical modelling for tailings dam monitoring-the cadia failure case study. Géotechnique, -:1-19, 2022.
- [91] ELKHAMRA, Y.; CHEN, H. ; STARK, T.. Inverse analysis of cadia tailings dam failure. Geo-Congress 2023, -:1–19, 2023.
- [92] FERNÁNDEZ, F.. Mpm-pucrio a numerical simulator based on the material point method. MPM-PUCRio, 2022. Acesso em: Marcço de 2023.