



Cláudio Horta Barbosa de Resende

**Otimização multiobjetivo de pórticos de aço
considerando a configuração do sistema de
contraventamento como variável de projeto**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Luiz Fernando Martha
Coorientador: Prof. Afonso Celso de Castro Lemonge

Rio de Janeiro
Junho de 2024



Cláudio Horta Barbosa de Resende

Otimização multiobjetivo de pórticos de aço considerando a configuração do sistema de contraventamento como variável de projeto

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Luiz Fernando Martha

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental – PUC-Rio

Prof. Afonso Celso de Castro Lemonge

Coorientador

UFJF

Prof. Ivan Fabio Mota de Menezes

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima

UERJ

Prof. Moacir Kripka

UTFPR

Prof. Ricardo Azoubel da Mota Silveira

UFOP

Rio de Janeiro, 28 de Junho de 2024

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial do trabalho, é proibida sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Cláudio Horta Barbosa de Resende

Possui graduação em Engenharia Civil pela UFJF (2013), especialização em Engenharia Naval e Oceânica pela COPPE/UFRJ (2015) e mestrado em Engenharia Civil pela UFJF (2020). Sua pesquisa de mestrado concentrou-se na otimização estrutural por meio de algoritmos evolutivos aplicada às estruturas metálicas. No doutorado trabalhou com otimização mutliobjetivo de pórticos de aço considerando diferentes sistemas de contraventamento, desenvolvimento de software educacional para análise estrutural e faz parte do grupo de pesquisa em modelagem e simulação multi-física do Tecgraf/PUC-Rio.

Ficha Catalográfica

Horta Barbosa de Resende, Cláudio

Otimização multiobjetivo de pórticos de aço considerando a configuração do sistema de contraventamento como variável de projeto / Cláudio Horta Barbosa de Resende; orientador: Luiz Fernando Martha; coordenador: Afonso Celso de Castro Lemonge. – 2024.

198 f: il. color. ; 30 cm

Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2024.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Engenharia de Estruturas – Teses. 3. Otimização Multiobjetivo. 4. Algoritmos Evolucionários. 5. Evolução Diferencial. 6. Pórticos de Aço. 7. Sistemas de Contraventamento. I. Martha, Luiz Fernando. II. Lemonge, Afonso Celso de Castro. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

CDD: 620.11

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha profunda gratidão ao meu orientador, professor Luiz Fernando Martha, por me receber como orientando e pelo apoio integral oferecido durante o desenvolvimento desta pesquisa. Sua orientação foi fundamental, fornecendo uma estrutura sólida e estimulante para a condução deste estudo, além de oferecer insights relevantes e incentivar minha participação em congressos acadêmicos. Sou especialmente grato pela valiosa oportunidade de contribuir para o projeto do LESM durante meu doutorado, uma experiência enriquecedora que expandiu significativamente meu conhecimento em programação orientada a objetos e desenvolvimento de interfaces gráficas.

Também desejo expressar minha sincera gratidão ao meu coorientador, professor Afonso Lemonge, cuja contribuição tem sido fundamental para minha formação como pesquisador. Desde os momentos iniciais de meu mestrado, ele tem me orientado com dedicação, guiando-me no campo da pesquisa e continuando a apoiar-me durante a transição para o doutorado e todo o seu percurso, especialmente na área de otimização estrutural.

Expresso meus agradecimentos à professora Deane Roehl e ao Dr. Roberto Quevedo pela oportunidade dada a mim ao abrir as portas do grupo de modelagem e simulação multifísica do Tecgraf/PUC-Rio. Esta oportunidade ampliou significativamente meus horizontes acadêmicos e contribuiu de forma substancial para meu desenvolvimento como pesquisador.

Finalmente, desejo agradecer profundamente à minha mãe, Jerusa Maria, por seu apoio incondicional ao longo não só de minha jornada acadêmica como durante toda a minha vida. Também expresso minha gratidão aos meus amigos e colegas, cujo apoio e presença constante foram um suporte inestimável nos momentos bons e ruins.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (CAPES) Código de Financiamento 001.

Resumo

Horta Barbosa de Resende, Cláudio; Martha, Luiz Fernando; Lemonge, Afonso Celso de Castro. **Otimização multiobjetivo de pórticos de aço considerando a configuração do sistema de contraventamento como variável de projeto**. Rio de Janeiro, 2024. 198p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Os pórticos espaciais de aço são amplamente utilizados na engenharia civil, desempenhando um papel essencial em diversas construções, como centros comerciais, residências e estádios. Apesar de suas vantagens em resistência e leveza, o aumento da altura dessas estruturas apresenta desafios significativos, tais como deslocamentos devido ao vento e comprometimento do comportamento dinâmico. Para lidar com tais questões, sistemas de contraventamento são empregados, sendo essenciais para garantir também a estabilidade estrutural. A presente tese propõe uma abordagem abrangente para otimizar pórticos espaciais de aço, com o objetivo de equilibrar custo e desempenho. Além da minimização de custos, os objetivos incluem maximizar a frequência natural de vibração, o fator de carga crítica relacionado à flambagem global, bem como reduzir o máximo deslocamento no topo, o número de perfis distintos e o peso total da estrutura. A metodologia adotada envolve a aplicação de quatro algoritmos evolutivos baseados em evolução diferencial e uma análise multicritério de tomada de decisões para a extração das soluções das frentes de Pareto, considerando diferentes cenários de estudo. Destaca-se como aspecto inovador a consideração conjunta de variáveis de projeto, como o sistema de contraventamento, o conjunto de orientações dos eixos principais de inércia dos pilares e perfis comerciais, permitindo a avaliação simultânea de até quatro funções objetivo, além da inclusão de restrições adicionais. Os experimentos numéricos realizados demonstram a eficácia das metodologias propostas, fornecendo soluções viáveis para diferentes cenários com objetivos diversos. Também é explorada a automatização do agrupamento de pilares nos experimentos numéricos, através da formulação multiobjetivo, bem como a consideração de efeitos de segunda ordem na análise estrutural. Os resultados obtidos oferecem informações valiosas aos projetistas, permitindo a extração de soluções da frente de Pareto que balanceiam os objetivos conflitantes, resultando em estruturas mais eficientes, econômicas e sustentáveis.

Palavras-chave

Otimização Multiobjetivo; Algoritmos Evolucionários; Evolução Diferencial; Pórticos de Aço; Sistemas de Contraventamento.

Abstract

Horta Barbosa de Resende, Cláudio; Martha, Luiz Fernando (Advisor); Lemonge, Afonso Celso de Castro (Co-Advisor). **Multi-objective optimization of steel frames considering the bracing system as a design variable.** Rio de Janeiro, 2024. 198p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Steel space frames are widely used in various civil engineering projects such as shopping centers, residences, and stadiums. Despite their strength and lightness, increasing their height poses challenges like wind-induced displacements and compromised dynamic behavior. To address these issues, bracing systems are employed to also ensure the structural stability. This thesis presents a comprehensive approach to optimizing steel space frames, aiming to balance cost and performance. Alongside cost reduction, objectives include maximizing natural frequency of vibration, the critical load factor for global buckling, and minimizing maximum displacement at the top, the number of distinct profiles, and total weight of the structure. The methodology involves using four evolutionary algorithms based on differential evolution and a multi-criteria decision-making analysis to extract solutions from the Pareto front for different study scenarios. An innovative aspect is the integrated assessment of design variables, including the bracing system configuration, orientations of the principal inertia axes of the columns, and commercial profiles. This allows simultaneous evaluation of up to four objective functions, along with additional design constraints. Numerical experiments demonstrate the effectiveness of the proposed methodologies, offering feasible solutions for various scenarios with different objectives. The automation of column grouping and consideration of second-order effects in structural analysis are also explored. The results provide valuable insights to designers, enabling them to extract solutions from the Pareto front that balance conflicting objectives, resulting in more efficient, economical, and sustainable structures.

Keywords

Multiobjective Optimization; Evolutionary Algorithm; Differential Evolution; Steel Frames; Bracing Systems.

Sumário

1	Introdução	17
1.1	Motivação	19
1.2	Objetivos	19
1.2.1	Objetivo principal	20
1.2.2	Objetivos específicos	20
1.3	Aspectos inovadores	21
1.4	Estrutura do trabalho	21
2	Otimização estrutural	23
2.1	Considerações iniciais	23
2.2	Tipos de otimização estrutural	24
2.3	Otimização multiobjetivo	25
3	Estruturas aporricadas de aço	28
3.1	Comportamento das ligações	29
3.2	Estabilidade lateral e contraventamento	30
3.3	Dinâmica estrutural	32
3.4	Diferentes níveis de análise	34
4	Revisão sistemática da literatura	36
4.1	Objetivo da revisão sistemática	37
4.2	Questões a serem respondidas	37
4.3	Bases de dados	38
4.4	<i>Background</i> teórico	38
4.5	Palavras-chave	39
4.6	<i>Strings</i> de busca	39
4.7	Critérios de inclusão e exclusão	40
4.8	Critérios de qualidade	41
4.9	Estratégia de busca e seleção de dados	41
4.10	Localização de estudos	42
4.11	Resultados da revisão sistemática	42
4.12	Revisão dos trabalhos selecionados	46
4.12.1	Trabalhos relativos a problemas multiobjetivo	46
4.12.2	Trabalhos relativos a sistemas de contraventamento	47
4.12.3	Trabalhos relativos à não linearidade	49
4.12.4	Trabalhos relativos a problemas multiobjetivo que consideram diferentes sistemas de contraventamento	51
4.12.5	Trabalhos relativos a problemas multiobjetivo que consideram fontes de não linearidade	53
4.12.6	Trabalhos que consideram fontes de não linearidade e diferentes sistemas de contraventamento	54
4.13	Pontos críticos e lacunas para trabalho	55
4.13.1	Considerações simultâneas	56
4.13.2	Número de funções objetivo	56

4.13.3	Considerações de restrições	56
4.13.4	Considerações de variáveis de projeto	56
5	Materiais e métodos	58
5.1	Algoritmo de evolução diferencial	58
5.1.1	Parâmetros do DE	58
5.1.2	Estrutura da população	59
5.1.3	Inicialização da população	59
5.1.4	Mutação da população	60
5.1.5	<i>Crossover</i>	61
5.1.6	Seleção	62
5.1.7	Descrição simplificada do DE	63
5.2	Método da penalização adaptativa	63
5.3	Conceitos e métodos para problemas multiobjetivo	65
5.3.1	Dominância	65
5.3.2	<i>Ranking e Crowding distance</i>	66
5.3.3	Seleção da população	68
5.3.4	Algoritmos de busca para problemas multiobjetivo	69
5.3.4.1	Third Evolution Step of Generalized Differential Evolution (GDE3)	69
5.3.4.2	Success History-based Adaptive Multi-Objective Differential Evolution (SHAMODE)	70
5.3.4.3	Success History-based Adaptive Multi-Objective Differential Evolution with whale Optimization (SHAMODE-WO)	72
5.3.4.4	Multiobjective Metaheuristic with Iterative Parameter Distribution Estimation (MM-IPDE)	73
5.3.5	Diagrama de atividades	74
5.3.6	Tomada de decisão multicritério	75
5.3.7	Indicadores de desempenho	77
5.3.7.1	Hipervolume	77
5.3.7.2	Inverted Generational Distance Plus	79
5.3.7.3	Perfis de desempenho	81
5.3.8	Coordenadas paralelas normalizadas	82
5.4	Modelagem do pórtico de aço	85
5.4.1	Ligações momento-resistentes	85
5.4.2	Ligações flexíveis para pórticos contraventados	85
5.4.3	Efeito de diafragma rígido	86
5.4.4	Consideração da massa das lajes	87
5.4.5	Distribuição de cargas gravitacionais	89
5.4.6	Distribuição de cargas de vento	90
5.5	Efeitos de segunda ordem	91
5.5.1	Vigas-colunas	92
5.5.2	Efeito $P-\delta$	92
5.5.3	Efeito $P-\Delta$	95
5.5.4	Método de amplificação dos esforços solicitantes (MAES)	96
6	Formulação geral do problema de otimização	100
6.1	Vetor de variáveis de projeto	100
6.2	Espaço de busca	101
6.3	Restrições	102

6.3.1	Restrições de deslocamentos	102
6.3.2	Restrição de frequência natural de vibração	102
6.3.3	Restrição de estabilidade global	102
6.3.4	Restrições de resistência	103
6.3.4.1	Esforço axial resistente de projeto	103
6.3.4.2	Momento fletor resistente de projeto	108
6.3.4.3	Esforço cortante resistente de projeto	111
6.3.5	Restrições geométricas	112
6.4	Funções objetivo	113
7	Experimentos numéricos	115
7.1	Experimentos preliminares	117
7.1.1	Estudo comparativo mono-objetivo de modelos com diferentes sistemas de contraventamento (Exp-1.1)	117
7.1.2	Experimento multiobjetivo sem considerar sistemas de contraventamento (Exp-1.2)	120
7.1.3	Experimento multiobjetivo considerando sistemas de contraventamento (Exp-1.3)	124
7.1.4	Experimento tri-objetivo considerando sistemas de contraventamento (Exp-1.4)	130
7.1.5	Experimento tri-objetivo considerando sistemas de contraventamento e orientação dos pilares (Exp-1.5)	134
7.2	Conjunto de experimentos 2	140
7.2.1	Pórtico de 4 andares e 4 baias (Exp-2.1)	142
7.2.2	Pórtico de 8 andares e 6 baias (Exp-2.2)	146
7.2.3	Pórtico de 12 andares e 12 baias (Exp-2.3)	151
7.2.4	Indicadores de desempenho (Exp-2)	156
7.3	Conjunto de experimentos 3	157
7.3.1	Pórtico de 6 andares e 4 baias (Exp-3.1)	159
7.3.2	Pórtico de 10 andares e 8 baias (Exp-3.2)	162
7.3.3	Pórtico de 12 andares e 12 baias (Exp-3.3)	167
7.3.4	Resumo dos perfis dos pilares das soluções extraídas (Exp-3)	172
7.3.5	Indicadores de desempenho (Exp-3)	172
7.4	Experimento 4	173
8	Conclusões	180
	Referências bibliográficas	182
A	Análise matricial de pórticos espaciais	191
A.1	Elemento de pórtico espacial	191
A.2	Matriz de rotação e referencial global	193
A.3	Ações nas extremidades dos elementos	195
A.4	Análise dinâmica	196
A.5	Análise da estabilidade global	197

Lista de figuras

Figura 2.1	Tipos de otimização estrutural. Adaptado de Gandomi <i>et al.</i> (2013)	25
Figura 2.2	Espaços de um problema multiobjetivo. Adaptado de Azuma (2011).	26
Figura 2.3	Fronteira de Pareto para um problema com dois objetivos. Adaptado de Arora (2007).	27
Figura 2.4	Superfície de Pareto para um problema de três objetivos.	27
Figura 3.1	Estruturas aperticadas comuns em edifícios.	28
Figura 3.2	Ligações rígida e flexível ideais. Adaptado de Pfeil e Pfeil (2000).	29
Figura 3.3	Comparação de ligações reais e ideais. Rotação relativa x Momento transmitido.	30
Figura 3.4	Sistemas de contraventamento. (a) Contraventamento em “X”; (b) Contraventamento com pórticos de ligação rígida; (c) Contraventamento com paredes de cisalhamento ou núcleos rígidos. Adaptado de Fakury, Silva e Caldas (2016).	31
Figura 3.5	Configurações geométricas usuais de contraventamento. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”; (f) “K”.	31
Figura 3.6	Modos de vibração e frequências naturais de uma viga bi-apoiada. Adaptado de Clough e Penzien (1995).	33
Figura 3.7	Diferentes níveis de análise. Adaptado de McGuire <i>et al.</i> (2014).	35
Figura 4.1	Diagrama de estágios e fases da revisão sistemática.	37
Figura 4.2	Diagrama de Venn para os grupos MO, SC e NL.	44
Figura 4.3	Número de trabalhos selecionados por ano.	45
Figura 4.4	Trabalhos selecionados por continente e por país.	45
Figura 5.1	Exemplo da mutação vetorial em 2D. Adaptado de Price <i>et al.</i> (2006).	61
Figura 5.2	Exemplo do <i>crossover</i> no DE. Adaptado de Price <i>et al.</i> (2006).	62
Figura 5.3	Exemplo 2D de vetores teste possíveis. Adaptado de Price <i>et al.</i> (2006).	62
Figura 5.4	Descrição da função $\bar{f}(\mathbf{x})$. Adaptado de Barbosa e Lemonge (2008).	65
Figura 5.5	Relação de dominância entre soluções candidatas.	66
Figura 5.6	Região dominada por um ponto em um espaço de três funções objetivo.	66
Figura 5.7	Soluções ranqueadas pelo esquema de <i>Ranking</i> não-dominado. Adaptado de Carvalho (2019).	67
Figura 5.8	<i>Crowding distance</i> . Adaptado de Azuma (2011).	68
Figura 5.9	Seleção de soluções candidatas conforme os esquemas de <i>Ranking</i> não-dominado e <i>crowding distance</i> . Adaptado de Deb <i>et al.</i> (2002).	69

Figura 5.10 Diagrama de atividades.	75
Figura 5.11 Esquema gráfico do Hipervolume para um problema com dois objetivos.	78
Figura 5.12 Esquema gráfico do hipervolume de um problema genérico com três funções objetivo.	79
Figura 5.13 Gráficos comparando as distâncias usadas no IGD e do IGD+. Adaptado de Ishibuchi, Masuda e Nojima (2016).	80
Figura 5.14 Esquema gráfico do IGD+.	81
Figura 5.15 Exemplo de perfil de desempenho de Hipervolume aplicado a quatro problemas de pórticos espaciais.	82
Figura 5.16 Representação de uma solução candidata em coordenadas paralelas: (a) Espaço com duas funções objetivo; (b) Espaço com três funções objetivo.	83
Figura 5.17 Coordenadas Paralelas: (a) Superfície de Pareto; (b) Soluções não dominadas; (c) Representação das soluções não dominadas em coordenadas paralelas.	84
Figura 5.18 Coordenadas paralelas normalizadas.	84
Figura 5.19 Exemplo de dispersão de pontos representados em coordenadas paralelas normalizadas em um espaço de cinco funções objetivo (\mathbb{R}^5).	84
Figura 5.20 Ligação rígida viga-pilar.	85
Figura 5.21 Ligação rígida pilar-pilar.	85
Figura 5.22 Ligação flexível viga pilar.	86
Figura 5.23 Efeito do diafragma rígido na configuração deformada do pórtico espacial.	86
Figura 5.24 Modelo simplificado com a massa das lajes concentradas nos nós.	87
Figura 5.25 Cargas devido à gravidade e combinação. (a) Peso próprio; (b) Peso da laje; (c) Peso das divisórias; (d) Sobrecarga de ocupação; (e) Linearização das cargas; (f) Combinação das cargas.	90
Figura 5.26 Cargas de vento.	91
Figura 5.27 Efeitos de segunda ordem em vigas-colunas.	92
Figura 5.28 Viga-coluna genérica com gráficos dos momentos de primeira e segunda ordens. Adaptado de Chen (2018).	93
Figura 5.29 Efeito P- Δ . Adaptado de Chen (2018).	95
Figura 5.30 Decomposição de estrutura para método de amplificação de esforços. Adaptado da NBR8800:2008.	96
Figura 5.31 Relação de $M_{nt,Sd,1}$ e $M_{nt,Sd,2}$, e caso em que $C_m = 1,0$. Adaptado de Fakury, Silva e Caldas (2016).	98
Figura 6.1 Vetor candidato para um problema geral, que inclui as variáveis de configuração do sistema de contraventamento, orientação das colunas e perfis comerciais.	101
Figura 6.2 Ilustração do processo de instabilidade de elementos AA.	105
Figura 6.3 Ilustração do processo de instabilidade de elementos AL.	106
Figura 6.4 Curva de flambagem local dos elementos AL para perfis laminados duplamente simétricos.	106

Figura 6.5	Variação do fator de redução global com a esbelteza reduzida para barras de seções abertas duplamente simétricas. Adaptado da NBR 8800:2008.	108
Figura 6.6	Curva para determinação do momento resistente característico de flambagem local da mesa na flexão.	110
Figura 6.7	Curva para determinação do momento resistente característico de flambagem local da alma na flexão.	111
Figura 6.8	Curva para determinação do esforço cortante resistente característico. Adaptado de Fakury, Silva e Caldas (2016).	112
Figura 6.9	Restrições Geométricas.	113
Figura 7.1	Fluxograma de experimentos numéricos.	116
Figura 7.2	(a) Pórtico espacial de seis andares; (b) Modelo 1; (c) Modelo 2; (d) Modelo 3; (e) Modelo 4; (f) Modelo 5.	118
Figura 7.3	Melhores soluções encontradas para: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4; (e) Modelo 5.	119
Figura 7.4	Frente de Pareto e soluções extraídas para o Exp-1.2 - caso 1.	122
Figura 7.5	Frente de Pareto e soluções extraídas para o Exp-1.2 - caso 2.	123
Figura 7.6	Frente de Pareto e soluções extraídas para o Exp-1.2 - caso 3.	123
Figura 7.7	Vetor candidato e sistemas de contraventamento.	125
Figura 7.8	Frente de Pareto com as soluções extraídas para o caso 1.	126
Figura 7.9	Frente de Pareto com as soluções extraídas para o caso 2.	127
Figura 7.10	Frente de Pareto com as soluções extraídas para o caso 3.	127
Figura 7.11	(a) Pórtico espacial de seis andares e suas configurações possíveis de contraventamento; (b) “D”; (c) “Z”; (d) “X”; (e) “V”.	130
Figura 7.12	Todas as soluções encontradas para o Exp-1.4.	132
Figura 7.13	Fronteira de Pareto e soluções extraídas para o Exp-1.4.	133
Figura 7.14	Frentes de Pareto 2D e soluções extraídas para o Exp-1.4. (a) Peso total ($W(\mathbf{x})$) x Deslocamento máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$); (b) Peso total ($W(\mathbf{x})$) x Fator de carga crítica ($\lambda_{crt}(\mathbf{x})$); (c) Deslocamento máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$) x Fator de carga crítica ($\lambda_{crt}(\mathbf{x})$).	133
Figura 7.15	Pórtico de 6 pavimentos e 4 baias, visão 3D e em planta.	135
Figura 7.16	Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 6 andares e 4 baias em visão de elevação. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “K”.	135
Figura 7.17	Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 6 andares e 4 baias em 3D. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “K”.	136
Figura 7.18	Todas as soluções encontradas para o Exp-1.5.	137
Figura 7.19	Frente de Pareto 3D com as seis soluções extraídas (Exp-1.5).	137
Figura 7.20	Frentes de Pareto 2D e soluções extraídas para o Exp-1.5. (a) Peso total ($W(\mathbf{x})$) x Deslocamento máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$); (b) Peso total ($W(\mathbf{x})$) x Fator de carga crítica ($\lambda_{crt}(\mathbf{x})$); (c) Deslocamento máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$) x Fator de carga crítica ($\lambda_{crt}(\mathbf{x})$).	138
Figura 7.21	Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-1.5. (a) Cenário 1; (b) Cenário 2; (c) Cenário 3; e (d) Cenários 4, 5 e 6.	139
Figura 7.22	Pórtico de 4 andares e 4 baias, visão 3D e em planta.	143

Figura 7.23 Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 4 andares e 4 baias em visão de elevação segundo os cortes definidos na Figura 7.28. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “K”.	143
Figura 7.24 Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 4 andares e 4 baias em 3D. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “K”.	143
Figura 7.25 Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.1.	144
Figura 7.26 Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.1 em perspectiva.	144
Figura 7.27 Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-2.1. Cenários: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6.	145
Figura 7.28 Pórtico de 8 andares e 6 baias, visão 3D e em planta.	147
Figura 7.29 Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 8 andares e 6 baias em visão de elevação segundo os cortes definidos na Figura 7.28. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”.	147
Figura 7.30 Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 8 andares e 6 baias em 3D. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”.	148
Figura 7.31 Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.2.	148
Figura 7.32 Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.2 em perspectiva.	149
Figura 7.33 Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-2.2. Cenários: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6.	150
Figura 7.34 Pórtico de 12 andares e 12 baias, visão 3D e em planta.	151
Figura 7.35 Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 12 andares e 12 baias em visão de elevação. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”.	152
Figura 7.36 Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 12 andares e 12 baias visão 3D. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”.	152
Figura 7.37 Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.3.	153
Figura 7.38 Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.3 em perspectiva.	153
Figura 7.39 Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-2.3. Cenários: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6.	155
Figura 7.40 Soluções encontradas para o Exp 3.1. (a) Todas; (b) Soluções não dominadas.	159
Figura 7.41 Modelos 3D e em planta das soluções não dominadas do Exp-3.1. (a) $np = 1$; (b) $np = 2$; (c) $np = 3$; e (d) $np = 5$.	161
Figura 7.42 Pórtico de 10 andares e 8 baias, visão 3D e em planta.	163
Figura 7.43 Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 10 andares e 8 baias.	163

Figura 7.44 Soluções encontradas para o Exp 3.2. (a) Todas as soluções; (b) Soluções não dominadas.	164
Figura 7.45 Modelos 3D e em planta das soluções não dominadas do Exp-3.2. (a) $np = 1$; (b) $np = 2$; (c) $np = 3$; (d) $np = 4$; (e) $np = 5$; (f) $np = 7$.	166
Figura 7.46 Soluções encontradas para o Exp 3.3. (a) Todas as soluções; (b) Soluções não dominadas.	168
Figura 7.47 Todas as dez soluções não dominadas encontradas para o Exp-3.3.	169
Figura 7.48 Modelos 3D e em planta das soluções não dominadas de- talhadas na Tabela 7.19 do Exp-3.3. (a) $np = 1$; (b) $np = 2$; (c) $np = 3$; (d) $np = 4$; (e) $np = 9$; (f) $np = 10$.	171
Figura 7.49 Perfis de desempenho para conjunto de experimentos 3. (a) HV: Áreas normalizadas: MMIPDE = 1.00; SHAMODE = 0.96; SHAMODE-WO = 0.39; (b) IGD+: Áreas normalizadas: MMIPDE = 1.00; SHAMODE = 0.70; SHAMODE-WO = 0.63.	173
Figura 7.50 Pórtico de 16 andares e 16 baias, visão 3D e em planta.	174
Figura 7.51 Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 16 andares e 16 baias visão 3D. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”.	174
Figura 7.52 Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-4.	175
Figura 7.53 Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-4 em perspectiva.	176
Figura 7.54 Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-4. Cenários: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6.	178
Figura A.1 Pórtico espacial genérico. Adaptado de Martha (2010).	191
Figura A.2 Elemento de pórtico espacial no referencial local. Adaptado de Weaver e Gere (1990).	192
Figura A.3 Elemento de pórtico espacial no referencial global. Adaptado de Weaver e Gere (1990).	192
Figura A.4 Rotações sucessivas que compõem a transformação geral para uma rotação qualquer.	194

Lista de tabelas

Tabela 4.1	Bases de dados.	38
Tabela 4.2	Artigos base.	39
Tabela 4.3	Palavras-chave.	39
Tabela 4.4	Resultados da localização dos estudos.	42
Tabela 4.5	Trabalhos selecionados.	43
Tabela 4.6	Classificação dos trabalhos segundo os grupos MO, SC e NL.	44
Tabela 5.1	Resultados de estudo comparativo da frequência natural de vibração para diferentes modelos. Colunas W 150 x 22.5. Vigas W 150 x 13.	88
Tabela 6.1	Espaço de busca composto de dois subconjuntos de perfis W.	101
Tabela 7.1	Melhores resultados encontrados para os cinco modelos.	118
Tabela 7.2	Detalhes das nove soluções extraídas para o conjunto de experimentos Exp-1.2.	122
Tabela 7.3	Detalhes das nove soluções extraídas para o conjunto de experimentos Exp-1.3.	126
Tabela 7.4	Cargas de vento atuando em cada pavimento (kN)	131
Tabela 7.5	Detalhes das três soluções extraídas para o conjunto de experimentos Exp-1.4.	132
Tabela 7.6	Cargas de vento atuando nos nós das fachadas para o Exp-1.5. (Nós de Canto - CN e Nós de meio - MN).	136
Tabela 7.7	Detalhes das seis soluções extraídas para o conjunto de experimentos Exp-1.5.	139
Tabela 7.8	Aspectos de trabalhos publicados destacando as variáveis de projeto e os objetivos simultaneamente considerados.	141
Tabela 7.9	Experimento 2.1 - Carga de vento atuante nos nós.	143
Tabela 7.10	Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-2.1.	145
Tabela 7.11	Experimento 2.2 - Carga de vento atuante nos nós.	148
Tabela 7.12	Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-2.2.	149
Tabela 7.13	Experimento 2.3 - Carga de vento atuante nos nós.	152
Tabela 7.14	Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-2.3.	154
Tabela 7.15	Indicadores de performance para o Exp-2.	157
Tabela 7.16	Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-3.1.	160
Tabela 7.17	Experimento 3.2 - Carga de vento atuante nos nós.	163
Tabela 7.18	Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-3.2.	165
Tabela 7.19	Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-3.3.	170

Tabela 7.20	Resumo dos diferentes perfis atribuídos às colunas para o Exp-3.	172
Tabela 7.21	Indicadores de performance para o Exp-3.	173
Tabela 7.22	Experimento 4 - Carga de vento atuante nos nós.	175
Tabela 7.23	Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-4.	177

1

Introdução

Os pórticos espaciais de aço representam sistemas estruturais amplamente utilizados em diversas áreas da engenharia civil, tanto nacional quanto internacionalmente. Sua aplicação abrange uma variedade de edificações, incluindo grandes centros comerciais, edifícios residenciais, estádios esportivos, museus e centros culturais. No Brasil, o uso frequente dessas estruturas de aço pode ser considerado relativamente recente, seguindo uma tendência global que há décadas incorpora estruturas metálicas em edifícios de vários pavimentos (CORTEZ *et al.*, 2017).

Dentre os motivos que contribuem para o aumento da procura e consolidação internacional, podem-se destacar diversas vantagens quando comparadas com o sistema tradicional de concreto armado moldado *in loco*, como a alta resistência do aço, superior a outros materiais, a homogeneidade e o alto padrão de qualidade do material, a flexibilidade na montagem e desmontagem de peças, possibilidade de reaproveitamento e reciclagem, menor consumo de água e geração de resíduos e o menor prazo de execução. Vantagens relacionadas ao menor custo na administração, resultante do menor número de operários envolvidos, juntamente com o aumento na área útil das edificações devido à maior resistência do material e, conseqüentemente, à maior esbeltez das peças, além da economia nas fundações devido à redução de peso, podem ser incluídas como benefícios indiretos (BELLEI *et al.*, 2008).

Junto com as vantagens de ser um material mais resistente e, conseqüentemente, proporcionar soluções estruturais mais leves, à medida que os pórticos de aço ganham altura, surgem questões preponderantes no projeto, como deslocamentos horizontais devido a cargas de vento, comprometimento do comportamento dinâmico devido à diminuição das frequências naturais de vibração com o aumento da flexibilidade e a redução da estabilidade global. O emprego de sistemas de contraventamento visa contornar essas adversidades que surgem devido à esbeltez da estrutura. Conforme destacado por Hasançebi (2017), o sistema de contraventamento atua como uma treliça vertical, transferindo os carregamentos laterais para o solo. Na prática, diversas configurações geométricas de barras de contraventamento são encontradas, sendo as mais comuns a diagonal, em “X”, em “Z” e em “V”. Determinar qual dessas configurações resulta em uma solução mais eficiente de acordo com determinado objetivo não é uma tarefa trivial, geralmente sendo definida pela experiência do projetista.

Com o avanço da tecnologia na engenharia e o aumento da demanda populacional, sistemas estruturais cada vez mais complexos têm sido concebidos. Simultaneamente, o mundo moderno torna-se extremamente competitivo em questões econômicas. A busca por projetos mais eficientes, capazes de atender às demandas do mundo atual e serem economicamente viáveis, tem impulsionado a necessidade de estudos de otimização estrutural. Nesses estudos, procura-se determinar quais valores as variáveis envolvidas no problema devem assumir para que a solução tenha seu custo minimizado ou seu desempenho maximizado, atendendo a todos os requisitos de projeto. Além disso, os recentes avanços tecnológicos e o desenvolvimento de técnicas e recursos computacionais têm permitido a aplicação de algoritmos cada vez mais eficientes para a otimização estrutural (KAVEH, 2014).

Diferentes metodologias de otimização foram desenvolvidas nos últimos anos, abrangendo uma ampla variedade de aplicações. Esses métodos podem ser classificados em dois grandes grupos: os determinísticos e os probabilísticos. Os métodos determinísticos, também conhecidos como métodos matemáticos ou métodos clássicos, baseiam-se em gradiente e possuem maior eficiência computacional em comparação com os métodos probabilísticos. No entanto, sua aplicação é limitada pela necessidade de uma formulação matemática concisa para problemas que apresentam características como convexidade, continuidade e diferenciabilidade em todo o seu domínio.

Os métodos probabilísticos, ou meta-heurísticas, representam mecanismos de busca que envolvem um processo evolutivo, no qual soluções candidatas convergem para um mínimo de um determinado problema ao longo de múltiplas iterações, até que um critério de parada seja atingido. Esse processo evolutivo pode ser bioinspirado ou não. Apesar de normalmente apresentarem um custo computacional mais elevado em comparação com os métodos determinísticos, as meta-heurísticas têm a vantagem de serem aplicáveis a problemas com espaços de busca não contínuos, propriedades geométricas não contínuas e restrições que não podem ser matematicamente modeladas como uma função contínua, como é o caso dos experimentos numéricos abordados neste trabalho. Alguns algoritmos evolutivos consagrados incluem o Algoritmo Genético (HOLLAND, 1973), a Otimização por Colônia de Formigas (COLORNI *et al.*, 1991), a Evolução Diferencial (STORN; PRICE, 1995) e a Otimização por Enxame de Partículas (EBERHART; KENNEDY, 1995).

O projeto de engenharia é um processo que envolve tomadas de decisões críticas em todas as suas fases, desde a concepção conceitual até o detalhamento final. A tomada de decisão é frequentemente desafiadora devido à presença de metas conflitantes em um projeto. Em um problema com um único objetivo, identificar uma solução mais adequada dentro de um processo evolutivo é trivial. No entanto,

em um problema com múltiplos objetivos, sendo eles conflitantes, a solução se torna uma curva de *trade-off*, denominada fronteira de Pareto, de onde o tomador de decisões tem a difícil tarefa de extrair as soluções mais adequadas ao problema (ARORA, 2007).

Neste trabalho, serão abordados problemas multiobjetivo relacionados a pórticos espaciais de aço, considerando diferentes tipos de sistemas de contraventamento e análise não linear geométrica. Com esse propósito, uma revisão sistemática é conduzida com o intuito de identificar lacunas inéditas para o desenvolvimento deste trabalho. Além disso, serão incorporadas restrições adicionais, incluindo aquelas relacionadas às frequências naturais de vibração e aos fatores de carga crítica referentes à estabilidade global, além das tradicionais restrições de resistência e deslocamentos presentes na maioria dos trabalhos citados na revisão sistemática. A otimização da orientação de pilares também será abordada neste estudo, assim como a resolução de problemas com mais de dois objetivos conflitantes.

1.1 Motivação

A necessidade de aplicação da otimização estrutural na engenharia civil torna-se cada vez mais evidente, especialmente quando objetivos conflitantes exigem a utilização de técnicas para a resolução de problemas multiobjetivos. Em termos de modelos estruturais, as estruturas planas (treliças e pórticos) já possuem uma presença significativa na literatura. No entanto, os modelos espaciais, mais especificamente os pórticos de aço, ainda são abordados de maneira mais restrita.

Em edifícios altos, a necessidade de um sistema de contraventamento é incontestável. No entanto, determinar a configuração mais adequada entre as mais utilizadas e de fácil execução não é uma tarefa trivial. A principal motivação para este trabalho é estabelecer uma sistemática para a solução de problemas de otimização com múltiplos objetivos, considerando fontes de não linearidade e sistemas de contraventamento. Para alcançar esse objetivo, a aplicação de meta-heurísticas será adotada neste estudo.

1.2 Objetivos

Os objetivos desta tese são divididos em um objetivo principal, que carrega um caráter inovador determinado por uma revisão sistemática da literatura feito em torno de trabalhos com palavras-chave relevantes ao assunto e objetivos específicos que juntos possibilitam a realização do objetivo principal.

1.2.1

Objetivo principal

A principal meta deste estudo consiste em desenvolver uma sistemática para a otimização multiobjetivo de pórticos espaciais de aço, levando em consideração fontes de não-linearidade e diversas configurações de contraventamento como variáveis de projeto. Esta metodologia tem por finalidade oferecer potenciais soluções para a configuração estrutural, orientação dos eixos de inércia dos pilares e seleção de perfis comerciais metálicos, a fim de subsidiar as decisões do projetista. Ao definir objetivos conflitantes e gerar um conjunto de soluções viáveis, o responsável pela tomada de decisões deve ser capaz de extrair e detalhar uma solução, baseando-se na ponderação dos objetivos ou, simplesmente, por meio da análise direta dos valores obtidos.

1.2.2

Objetivos específicos

- a) Realizar uma revisão sistemática da literatura com o propósito de investigar de forma abrangente o estado da arte relacionado à otimização estrutural de pórticos de aço;
- b) Desenvolver e implementar um simulador de pórticos espaciais capaz de computar de maneira eficiente deslocamentos, esforços solicitantes, esforços resistentes, frequências naturais de vibração e fatores de carga crítica, dada a necessidade de acionamento repetido do simulador no processo evolutivo. Nesta tese o simulador é desenvolvido em ambiente MATLAB®;
- c) Elaborar e implementar uma metodologia para considerar estruturas com diversas configurações de contraventamento pré-estabelecidas sem recorrer à otimização topológica;
- d) Incorporar a orientação dos pilares como variáveis de projeto para múltiplas combinações de cargas de vento;
- e) Comparar os algoritmos de otimização utilizados GDE3, SHAMODE, SHAMODE-WO e MMIPDE através de indicadores de desempenho;
- f) Aplicar uma técnica de análise não-linear eficiente para considerar os efeitos de segunda ordem. Nessa abordagem, o método de amplificação dos esforços é empregado, por meio de estruturas auxiliares que estabelecem coeficientes majoradores para os efeitos de não linearidade geométrica locais e globais;
- g) Conduzir múltiplos experimentos numéricos com dois ou mais objetivos e extrair soluções das fronteiras de Pareto utilizando métodos de tomada de decisão multicritério para a análise dos resultados.

1.3

Aspectos inovadores

As principais contribuições desta tese residem em:

- a) Variáveis de Projeto: Esta pesquisa adota uma abordagem inovadora ao considerar simultaneamente o sistema de contraventamento, a orientação dos eixos principais de inércia dos pilares e os perfis metálicos comerciais. Tal enfoque busca otimizar o desempenho estrutural de maneira mais abrangente;
- b) Funções Objetivo: Diferenciando-se da abordagem convencional encontrada na solução de problemas multiobjetivo de pórticos de aço, este estudo incorpora até quatro funções objetivo simultaneamente. Enquanto a literatura existente geralmente se restringe a dois objetivos por vez;
- c) Restrições: Além das restrições de projeto e geométricas habitualmente consideradas, este trabalho inclui restrições adicionais relacionadas à frequência de vibração e à carga crítica de flambagem global. Essa abordagem mais abrangente prevê aspectos relativos à estabilidade global da estrutura e ao seu comportamento dinâmico;
- d) Agrupamento automático de pilares: Por meio de uma abordagem multiobjetivo que incorpora o peso da estrutura e o número de perfis distintos utilizados nos pilares, esta tese propõe uma solução inovadora para o problema de agrupamento ótimo de pilares de forma automatizada;
- e) O estudo aborda, em seu experimento mais complexo, o problema multiobjetivo considerando diferentes sistemas de contraventamento como variáveis de projeto, além de levar em conta os efeitos de segunda ordem na análise estrutural.

1.4

Estrutura do trabalho

A organização remanescente deste trabalho compreende sete capítulos, delimitados da seguinte maneira:

- a) Capítulo 2 - Otimização Estrutural: Introdução a conceitos teóricos fundamentais relacionados à otimização estrutural e problemas multiobjetivo;
- b) Capítulo 3 - Estruturas Aperticadas de Aço: Exposição de conceitos essenciais sobre pórticos de aço, sistemas de contraventamento e níveis de análise estrutural;
- c) Capítulo 4 - Revisão Sistemática da Literatura: Detalhamento do processo e critérios empregados na condução da revisão da literatura, incluindo uma análise pormenorizada da seleção dos trabalhos abordados;

- d) Capítulo 5 - Materiais e Métodos: Expansão sobre a metodologia utilizada, apresentação dos algoritmos empregados, técnicas de otimização multiobjetivo e modelagem do problema em foco;
- e) Capítulo 6 - Formulação Geral do Problema de Otimização: Descrição geral dos problemas de otimização abordados, incorporando detalhes referentes ao vetor de variáveis, espaço de busca, restrições e funções objetivo;
- f) Capítulo 7 - Experimentos Numéricos: Exposição e análise dos experimentos numéricos conduzidos, acompanhados dos resultados obtidos;
- g) Capítulo 8 - Conclusões: Encerramento do trabalho com uma avaliação abrangente, principais conclusões e sugestões para futuras pesquisas.

2

Otimização estrutural

Neste capítulo são introduzidos conceitos gerais envolvidos no problema de otimização e específicos referentes à otimização estrutural de pórticos de aço, objeto de estudo deste trabalho. O objetivo é discorrer sobre conceitos fundamentais, tipos de problema de otimização e otimização multiobjetivo.

2.1

Considerações iniciais

A otimização, um campo proeminente da matemática aplicada, concentra-se na busca sistemática das condições que conduzem a valores extremos de uma função. Especificamente, seu escopo compreende a determinação dos valores das variáveis que resultam em pontos críticos, os quais podem ser identificados como mínimos, máximos ou pontos de sela. É notável que todo problema de otimização seja caracterizado pela presença de três elementos fundamentais: as variáveis de projeto, a função objetivo e as restrições associadas (GANDOMI *et al.*, 2013).

Segundo Haftka e Gürdal (2012), a noção de melhorar ou otimizar uma estrutura pressupõe liberdade para alterar parâmetros da mesma, nos quais haverá um intervalo de permissividade para tal modificação. Esses parâmetros são designados variáveis de projeto e são expressos, em forma vetorial, através de um vetor de variáveis de projeto $\mathbf{x} = x_1, x_2, \dots, x_n$, onde n é o número de variáveis envolvidas no problema. Podem ser variáveis de projeto em um problema de otimização estrutural: seções transversais de barras, parâmetros que controlam a geometria da estrutura, propriedades de materiais, orientação dos eixos principais de inércia para pilares de aço, etc.

Em um contexto de otimização, é pressuposto a existência de uma função $f(\mathbf{x})$ ou múltiplas funções $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x})$, cuja finalidade é a minimização. Estas funções, intrinsecamente dependentes das variáveis de projeto \mathbf{x} , são denominadas funções objetivo. No âmbito da otimização estrutural, tais funções podem representar diversas métricas como o peso, deslocamentos, tensões ou esforços, frequências naturais de vibração e cargas críticas de flambagem, entre outras considerações pertinentes.

As restrições em um problema de otimização representam condições que a solução deve satisfazer para ser considerada factível. Estas restrições são formali-

zadas através de expressões matemáticas, podendo assumir formas de igualdade, desigualdade ou laterais, que estabelecem limites inferiores e superiores para as variáveis de projeto (VAZ; PEREIRA; MENEZES, 2012). Em um contexto estrutural, tais restrições podem abranger critérios como tensões admissíveis, esforços resistentes, cargas críticas de flambagem, deslocamentos máximos absolutos e relativos, restrições geométricas de encaixe de peças, frequências naturais de vibração, entre outras considerações relevantes.

A formulação matemática de um problema de otimização genérico pode ser expressa conforme a Equação (2-1). Nesta equação, em que $f(\mathbf{x})$ representa a função objetivo, onde \mathbf{x} é um vetor que compreende n variáveis de projeto. As funções $g_i(\mathbf{x})$ e $h_i(\mathbf{x})$ denotam as m restrições de desigualdade e l restrições de igualdade, respectivamente, as quais podem ser lineares ou não-lineares em relação às variáveis de projeto. O conjunto X é definido como um paralelepípedo em \mathbb{R}^n , delimitado pelos limites superiores (\mathbf{x}_i^U) e inferiores (\mathbf{x}_i^L) das variáveis de projeto. Uma solução factível é caracterizada por um vetor $\mathbf{x} \in X$ que satisfaz todas as restrições impostas pelo problema.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(\mathbf{x}), \text{ sendo } \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \text{ s. a.:} \\ & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, m \\ & h_i(\mathbf{x}) = 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, l \\ & X = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x}_i^L \leq \mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_i^U, \ i = 1, 2, \dots, n\} \end{aligned} \quad (2-1)$$

2.2

Tipos de otimização estrutural

Os problemas de otimização estrutural podem ser categorizados em três tipos distintos, os quais variam de acordo com a natureza das variáveis de projeto. Estes são: otimização paramétrica (*sizing*), otimização de forma (*shape*) e otimização topológica (*topology*). É possível que os problemas de otimização sejam abordados considerando apenas um desses tipos, ou então otimizando as estruturas levando em conta dois ou até mesmo os três aspectos simultaneamente.

Na otimização paramétrica de uma estrutura formada por barras, por exemplo, apenas as seções transversais das barras são consideradas como variáveis de projeto, mantendo-se a geometria e topologia da estrutura inalteradas. Por sua vez, a otimização de forma implica na alteração da geometria da estrutura para a obtenção de resultados otimizados. Nesta modalidade, as variáveis de projeto podem incluir as coordenadas nodais, excluindo aqueles nós onde estão prescritos deslocamentos ou forças.

Por fim, a otimização topológica concentra-se na remoção de materiais subutilizados de um domínio, visando à redução do peso total da estrutura. Em estruturas

reticuladas, a otimização topológica está intimamente ligada à remoção de barras pouco solicitadas. A Figura 2.1 ilustra os tipos de otimização estrutural em modelos reticulados.

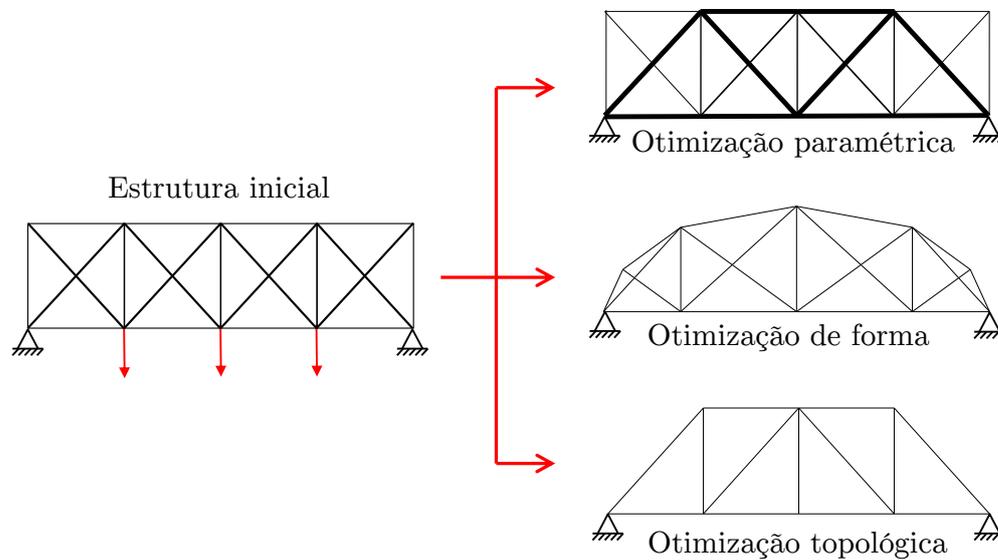


Figura 2.1: Tipos de otimização estrutural. Adaptado de Gandomi *et al.* (2013)

2.3 Otimização multiobjetivo

Com a crescente demanda por desempenho e competitividade econômica, tem-se observado um aumento na necessidade de métodos que levem em consideração múltiplos objetivos. Conforme observado por Arora (2007), as técnicas de otimização multiobjetivo proporcionam uma metodologia formal para a eficiente concepção de projetos, além de oferecerem métodos de tomada de decisão para problemas que apresentam múltiplas restrições e objetivos conflitantes. Nesse sentido, a otimização multiobjetivo emerge como um componente crítico no contexto do processo de dimensionamento estrutural moderno.

O problema de otimização multiobjetivo envolve a otimização simultânea de duas ou mais funções objetivo, as quais podem ter naturezas conflitantes. Sua formulação é descrita na Equação (2-2), na qual $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})$ representam as p funções objetivo associadas ao problema. Os termos $g(\mathbf{x}), h(\mathbf{x}), \mathbf{x}_i^U$ e \mathbf{x}_i^L referem-se às mesmas entidades definidas na Equação (2-1).

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize } [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})] \text{ sendo } \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, \text{ s. a.:} \\
 &g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, m \\
 &h_i(\mathbf{x}) = 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, l \\
 &X = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{x}_i^L \leq \mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_i^U, \ i = 1, 2, \dots, n\}
 \end{aligned}
 \tag{2-2}$$

Um problema de otimização multiobjetivo abrange dois espaços distintos: o espaço das variáveis de projeto, onde ocorre a exploração em busca de soluções, e o espaço das funções objetivo, onde reside o conjunto de soluções do problema. A Figura 2.2, adaptada de Azuma (2011), ilustra um mapeamento para um problema genérico com três variáveis de projeto e duas funções objetivo.

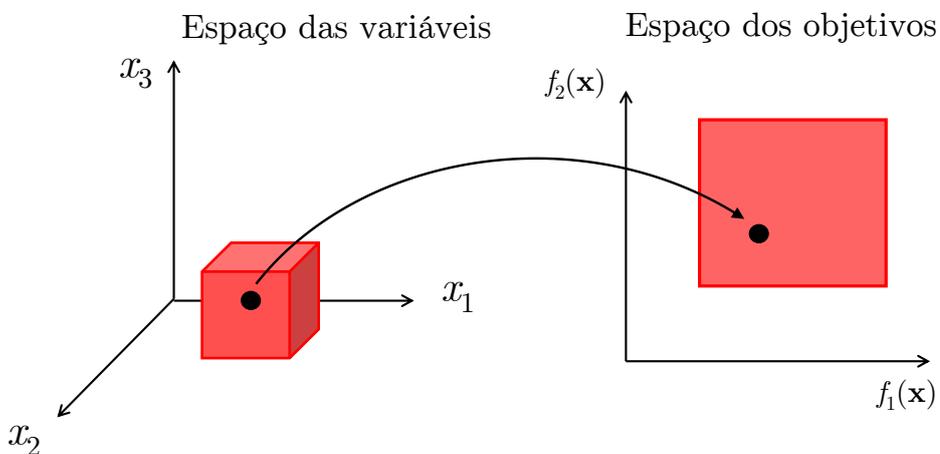


Figura 2.2: Espaços de um problema multiobjetivo. Adaptado de Azuma (2011).

A resolução de problemas de otimização estrutural, que envolvem objetivos conflitantes, bem como a determinação de soluções para tais problemas, são questões centrais no contexto da otimização multiobjetivo. O conceito de “Ótimo de Pareto” foi formalizado no campo da economia por Vilfredo Pareto no início do século XX. Esse conceito é definido como a solução na qual qualquer melhoria em um objetivo implicaria necessariamente em um agravamento de, pelo menos, outro objetivo, demandando assim um *trade-off* (ARORA, 2007).

O princípio fundamental do *trade-off* desempenha um papel crucial na otimização multiobjetivo, sugerindo que uma solução considerada ótima para um problema com múltiplos objetivos é aquela que alcança uma compensação ideal entre objetivos conflitantes. Essa dinâmica é graficamente representada na Figura 2.3, que ilustra a fronteira de Pareto em um cenário genérico composto por dois objetivos. A fronteira de Pareto é definida pelo conjunto ótimo de Pareto, representando o conjunto de soluções não dominadas em um determinado espaço de busca. A porção

superior da fronteira corresponde à região factível, denominada de região dominada, onde uma solução é considerada dominada quando outra solução superior em todos os objetivos está disponível.

Quando o problema apresenta três objetivos, a fronteira de Pareto assume a forma de uma superfície no espaço 3D, como ilustrado na Figura 2.4. À medida que a complexidade do problema aumenta com a inclusão de mais objetivos, a fronteira de Pareto evolui para uma estrutura de dimensões superiores, assumindo a forma de um sólido em problemas com quatro objetivos, e assim sucessivamente, conforme a dimensão do espaço das funções objetivo se expande.

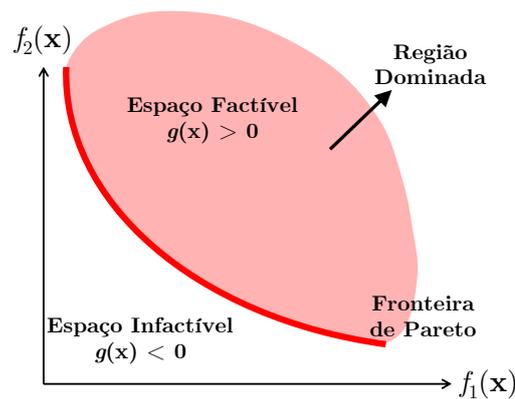


Figura 2.3: Fronteira de Pareto para um problema com dois objetivos. Adaptado de Arora (2007).

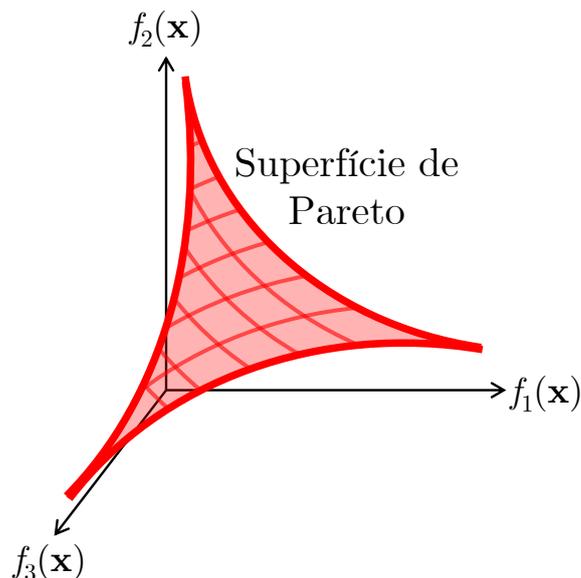


Figura 2.4: Superfície de Pareto para um problema de três objetivos.

3 Estruturas aporricadas de aço

Os pórticos, também conhecidos como quadros, constituem sistemas compostos pela união de hastes lineares ou curvas interconectadas por ligações rígidas. Este tipo de estrutura é paradigmático em construções edificadas. O modelo estrutural de um pórtico com ligações rígidas é apresentado na Figura 3.1(a). Este pórtico manifesta estabilidade sob a influência de cargas tanto verticais quanto horizontais. A estabilidade lateral do pórtico é intrinsecamente vinculada à rigidez à flexão dos elementos constituintes (vigas e pilares), com uma exigência adicional de manutenção de deslocamentos horizontais em escala reduzida.

Por outro lado, a estrutura caracterizada por ligações flexíveis entre vigas e pilares (Figura 3.1(b)) apenas demonstra estabilidade perante cargas verticais. Para suportar as ações horizontais, os pilares operam de forma isolada, sem a participação do pórtico. Nesse contexto, torna-se imperativo associar uma subestrutura dotada de elevada rigidez à flexão, denominada contraventamento, para mitigar os efeitos das forças horizontais aplicadas (PFEIL; PFEIL, 2000).

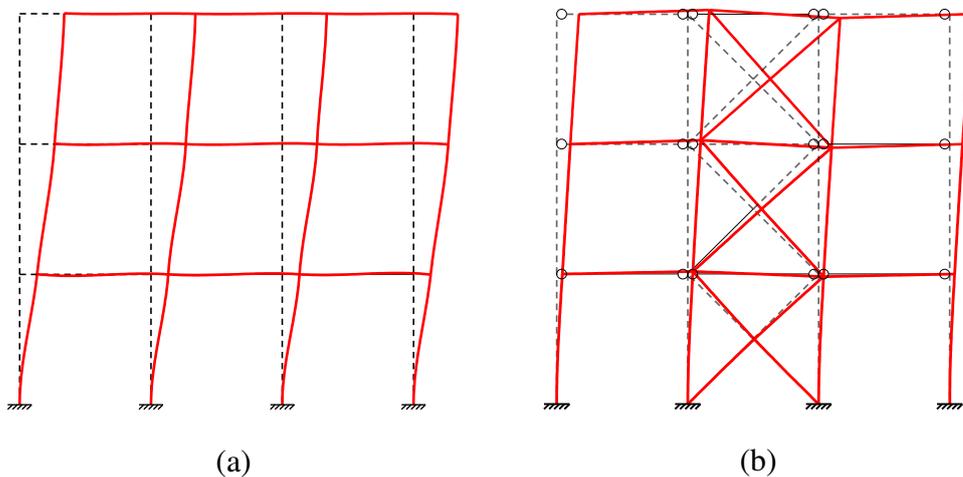


Figura 3.1: Estruturas aporricadas comuns em edifícios.

Nesta tese, o objeto de estudo consistirá nos pórticos espaciais, os quais, de acordo com Martha (2010), podem ser percebidos como o caso mais abrangente das estruturas reticuladas. Isso se deve ao fato de que cada nó desses pórticos possibilita três translações e três rotações, totalizando seis graus de liberdade por nó.

3.1 Comportamento das ligações

O desempenho de estruturas constituídas por elementos pré-fabricados interligados, como é o caso de estruturas de aço, está intrinsecamente vinculado ao comportamento das ligações. Tomando, por exemplo, o cenário de edificações com estruturas aperticadas, as ligações entre vigas e pilares delineiam o esquema estrutural característico do pórtico. A Figura 3.2 ilustra os dois comportamentos ideais das ligações: a ligação perfeitamente rígida, que impede integralmente a rotação relativa entre a viga e a coluna ($\phi = 0$; isto é, os eixos da viga e do pilar permanecem a 90° após a deformação), e a ligação rotulada, que permite a livre rotação relativa, representada pelo ângulo ϕ viga-pilar (PFEIL; PFEIL, 2000).

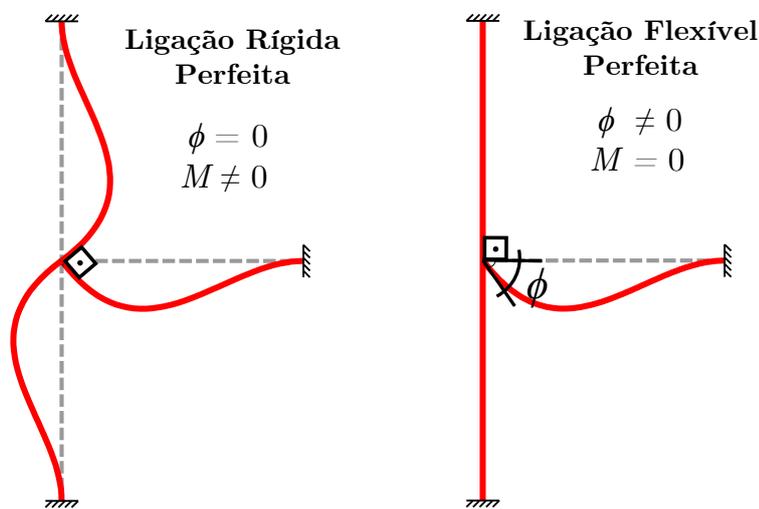


Figura 3.2: Ligações rígida e flexível ideais. Adaptado de Pfeil e Pfeil (2000).

A concretização prática desses dois modelos ideais de ligações é impossível. No entanto, é viável realizar ligações que se assemelham em comportamento a uma ligação rígida ou rotulada ideais. Uma ligação que envolve apenas a ligação da alma da viga por dupla cantoneira aproxima-se bastante de uma ligação ideal flexível, pois, mesmo sem a ligação das mesas (responsáveis pela absorção e transmissão do momento fletor na viga), ainda ocorre uma mínima rotação transmitida pela alma. Por outro lado, é possível se aproximar de uma ligação rígida ideal ao soldar uma chapa na extremidade conectada da viga, realizando uma ligação monolítica entre a alma e as mesas da viga na mesa da coluna. Isso, combinado com o uso de chapas enrijecedoras na alma do pilar, facilita a transmissão de esforços e a manutenção do ângulo de 90° mesmo após a aplicação da carga.

Ademais, considera-se situações intermediárias caracterizadas como ligações semirrígidas. A Figura 3.3 compara o comportamento de ligações reais com as ligações idealizadas em termos de rotação (ϕ) *versus* momento fletor transmitido

(M). No âmbito do projeto, é possível modelar com erros desprezíveis uma ligação flexível como uma rótula e uma ligação rígida como um engaste. Uma investigação pertinente nesse contexto, conduzida por Ramires *et al.* (2012), aborda otimização de ligações semirrígidas por meio da aplicação de algoritmos genéticos.

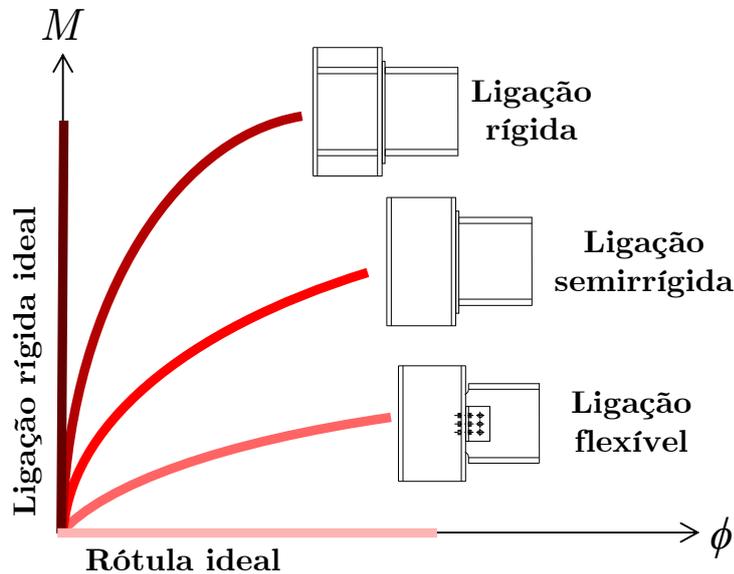


Figura 3.3: Comparação de ligações reais e ideais. Rotação relativa x Momento transmitido.

3.2 Estabilidade lateral e contraventamento

Dentro de uma configuração estrutural, destacam-se subestruturas que, devido à sua notável rigidez lateral, oferecem resistência integral ou quase integral às ações horizontais que atuam sobre elas. Estas subestruturas, encarregadas de conferir estabilidade à edificação, são conhecidas como subestruturas de contraventamento e podem adotar distintas configurações ilustradas na Figura 3.4: (a) pórticos em formato de treliça, também referidos como sistemas treliçados ou simplesmente contraventamentos; (b) pórticos cuja estabilidade é garantida pela rigidez à flexão das barras e pela capacidade de transmissão de momentos nas ligações, mencionados como pórticos ou pórticos momento-resistentes; e (c) paredes de cisalhamento ou núcleos rígidos de concreto.

As subestruturas de contraventamento, para além de resistirem às forças horizontais, também direcionam cargas gravitacionais para as fundações. As estruturas, de modo geral, apresentam-se tridimensionais e demandam subestruturas de contraventamento para assegurar sua estabilidade lateral em todas as direções. O contraventamento vertical transfere as forças horizontais que atuam nas fachadas frontais,

frequentemente decorrentes do vento, e as forças horizontais provenientes do funcionamento de equipamentos, tais como pontes rolantes em galpões industriais, para as fundações. O contraventamento mais prevalente em galpões assume a configuração de “X”, sendo prática comum considerar unicamente o trabalho das barras tracionadas, negligenciando aquelas que estariam sob compressão. Esta abordagem é justificada pela capacidade de alcançar o equilíbrio exclusivamente com as barras tracionadas, resultando em uma condição de projeto mais economicamente viável (FAKURY; SILVA; CALDAS, 2016).

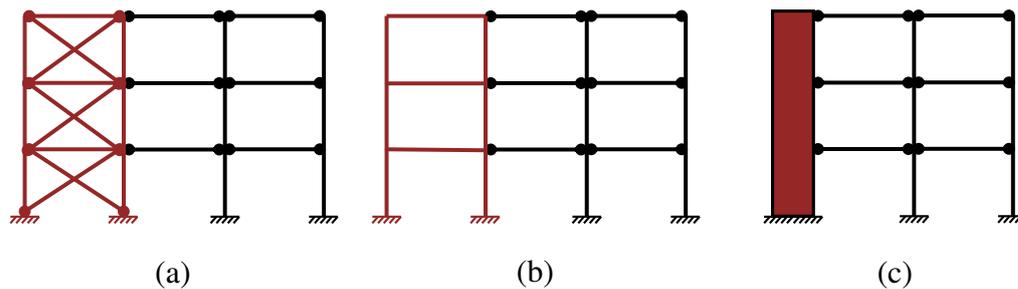


Figura 3.4: Sistemas de contraventamento. (a) Contraventamento em “X”; (b) Contraventamento com pórticos de ligação rígida; (c) Contraventamento com paredes de cisalhamento ou núcleos rígidos. Adaptado de Fakury, Silva e Caldas (2016).

Em edificações, outros modelos de contraventamento vertical podem ser empregados para ampliar a área aberta entre os pilares, otimizar a distribuição de esforços, apresentar um comportamento dinâmico mais adequado, melhorar a estabilidade global ou, ainda, por considerações arquitetônicas. Dentre esses modelos, destacam-se o sistema de contraventamento diagonal, o em “Z”, o em “V”, o em “V invertido” ou delta, o em “X” e ainda o em “K” ou “diamante”, conforme ilustrado na Figura 3.5. A aplicação do sistema de contraventamento “V invertido” e sua influência na estabilidade e resistência de edifícios de múltiplos andares foi estudada por Azevedo, Silva e Silveira (2023), ressaltando aspectos arquitetônicos como condicionadores do sistema de contraventamento.

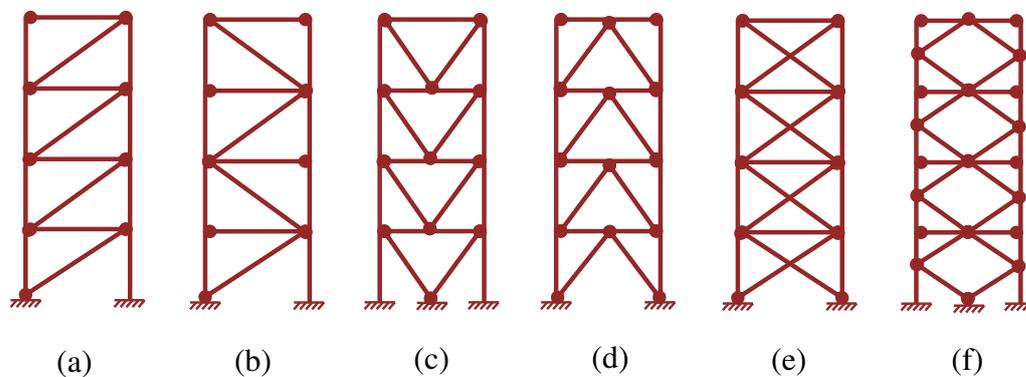


Figura 3.5: Configurações geométricas usuais de contraventamento. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”; (f) “K”.

A determinação da configuração geométrica mais adequada para o sistema de contraventamento a ser empregada no projeto constitui uma tarefa de elevada complexidade, dependendo de diversos parâmetros, tais como a geometria intrínseca da estrutura, as ações e esforços internos, os objetivos específicos em consideração, entre outros fatores. Kripka e Drehmer (2018) investigaram diferentes configurações geométricas aplicadas a treliças planas e verificaram suas particularidades. A inclusão dessa geometria na formulação do problema de otimização em pórticos, proporciona ao projetista a vantagem de não ter que realizar uma escolha prévia quanto ao sistema de contraventamento, decisão que, frequentemente, é baseada unicamente na experiência do responsável pela tomada de decisões. Adicionalmente, em situações envolvendo múltiplos objetivos conflitantes, é possível e provável que existam soluções que preveem diferentes configurações de contraventamento para distintos cenários, sendo estas extraídas da fronteira de Pareto.

3.3

Dinâmica estrutural

A análise dinâmica pode ser concebida como uma investigação mais ampla da análise estrutural, na qual a variação das solicitações à estrutura ao longo do tempo é considerada. Diversas estruturas experimentam consideráveis alterações em suas solicitações em um intervalo de tempo reduzido, demandando, assim, uma análise dinâmica para uma compreensão mais aprofundada de seu comportamento. Exemplos paradigmáticos englobam pontes sujeitas tanto às ações de veículos quanto às forças do vento, estruturas navais afetadas pelos efeitos dinâmicos de ondas e correntes, estruturas que sustentam maquinários operando ciclicamente, estruturas sob ação sísmica, trilhos ferroviários, entre outras.

É importante destacar que o escopo deste trabalho não inclui a realização de análises transientes de variação de carga ao longo do tempo em estruturas de edifícios em aço. No entanto, é viável realizar uma avaliação significativa do comportamento dinâmico dessas estruturas por meio da determinação de suas frequências naturais de vibração. Os sistemas estruturais apresentam frequências de vibração vinculadas a modos específicos de vibração, os quais dependem essencialmente de sua rigidez e da distribuição de massa associada. Essas frequências e modos vibracionais são obtidos através da solução de um problema de autovalor envolvendo a matriz de rigidez e a matriz de massa do sistema estrutural. A Figura 3.6 ilustra os três primeiros modos de vibração para uma viga bi-apoiada, em que E é o módulo de elasticidade longitudinal, I é o momento de inércia à flexão, \bar{m} é a massa por unidade de comprimento, L é o comprimento total da viga, $\phi_i(x)$ é a função que descreve o i -ésimo modo de vibração associado à frequência angular ω_i (CLOUGH; PENZIEN, 1995).

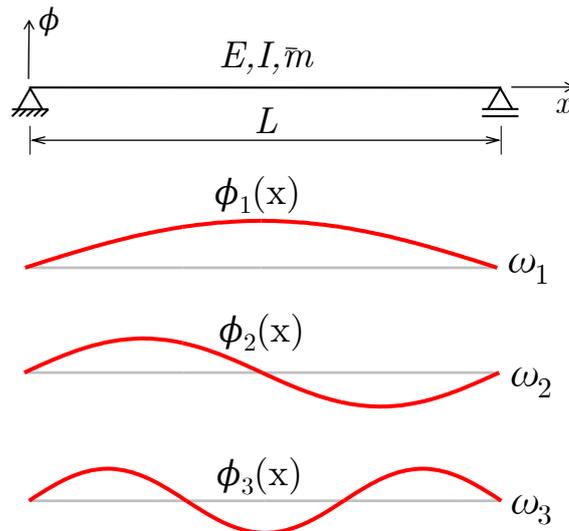


Figura 3.6: Modos de vibração e frequências naturais de uma viga bi-apoiada. Adaptado de Clough e Penzien (1995).

Especificamente no contexto da engenharia civil, a ampliação dos limites de resistência do concreto e do aço, acompanhada pelos avanços tecnológicos na construção, tem viabilizado a concepção e construção de edificações cada vez mais esbeltas, caracterizadas por amplos vãos e grandes alturas. No entanto, essas estruturas tornam-se mais suscetíveis a vibrações, exibindo uma capacidade reduzida de dissipação de energia (SORIANO, 2014). Tal comportamento pode gerar desconforto para os usuários, especialmente nos andares superiores, onde as amplitudes vibracionais são mais pronunciadas.

Na otimização estrutural, é comum a necessidade de calcular a frequência natural de uma estrutura, podendo esta ser considerada tanto como restrição quanto como objetivo. Em particular, em edifícios de grande altura, especialmente aqueles de estrutura metálica, a prevenção de frequências extremamente baixas é essencial para mitigar vibrações indesejadas inerentes a uma estrutura excessivamente flexível. Por outro lado, a utilização da frequência como objetivo na resolução de problemas de otimização pode representar uma estratégia eficaz para afastar tais frequências de faixas comuns de solicitações dinâmicas, prevenindo assim ocorrências de ressonância.

Nesse contexto, a estratégia adotada neste trabalho visa tratar desse problema ao impor restrições relativas às frequências de vibração ou transformá-las em objetivos do problema. Essa abordagem permite estabelecer uma frequência mínima de vibração em serviço, resolver problemas que visem maximizar a primeira frequência de vibração, afastar a primeira frequência da segunda, ou ainda evitar a ressonância com alguma frequência de carga atuante. Dessa forma, é possível aprimorar

o comportamento dinâmico da estrutura por meio de uma abordagem de otimização.

3.4

Diferentes níveis de análise

Na análise estrutural, deparar-se com a modelagem exaustiva de todas as variáveis e fontes de não-linearidade presentes em uma estrutura real revela-se uma tarefa impraticável. Ao delinear um modelo, a abordagem adotada é a escolha daquele que melhor se adequa às exigências do problema, sendo simultaneamente eficiente em termos de simplificações, sem comprometer a precisão em termos de erros aceitáveis para a situação em questão.

A construção de um modelo matemático para a análise estrutural implica em diversas simplificações, dentre as quais se destaca a consideração de estruturas com deslocamentos mínimos e comportamento elástico linear dos materiais, representando uma simplificação inicial e fundamental. No entanto, é essencial destacar a presença de fontes de não-linearidade física, como deformações plásticas em estruturas de aço e fissuração em estruturas de concreto, entre outras.

Adicionalmente, é válido mencionar fontes de não-linearidade geométrica, como as imperfeições iniciais de peças decorrentes do processo de fabricação, imperfeições oriundas da construção em si, devido a uma edificação fora de prumo, ou a efeitos de segunda ordem, exemplificados pelos fenômenos $P-\delta$ e o $P-\Delta$, entre outros.

Por conseguinte, não se pode ignorar a possibilidade de análise conjunta de fontes de não-linearidades físicas e geométricas. A Figura 3.7 ilustra quatro níveis distintos de análise, considerando ou não as fontes de não-linearidade presentes em um problema estrutural, proporcionando uma visualização clara das diferentes abordagens adotadas.

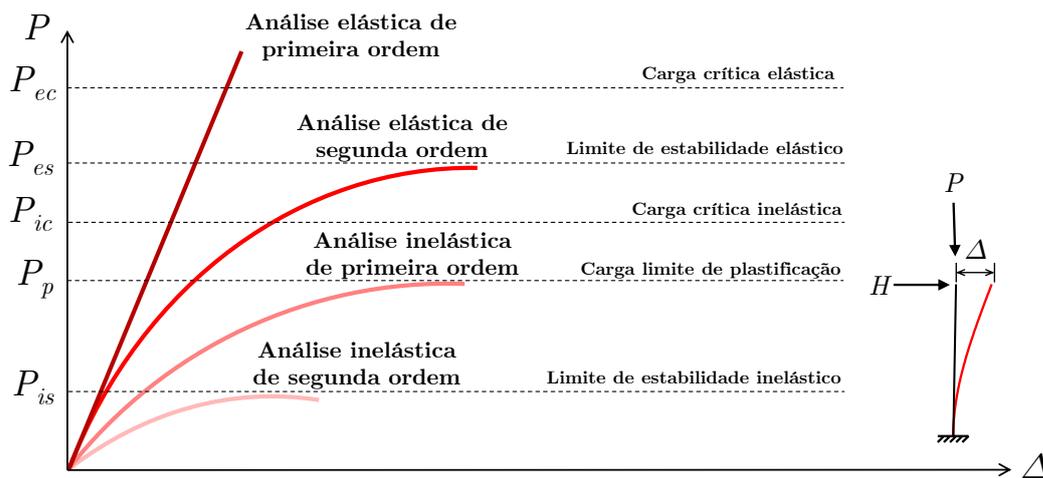


Figura 3.7: Diferentes níveis de análise. Adaptado de McGuire *et al.* (2014).

A análise elástica de primeira ordem, por sua natureza linear, exclui a consideração de não-linearidades, contudo, frequentemente oferece uma representação precisa das condições sob cargas de serviço. Já na análise elástica de segunda ordem, os efeitos das deformações e deslocamentos finitos do sistema são incorporados na formulação das equações de equilíbrio. Essa abordagem pode resultar em uma representação notável de influências desestabilizadoras, como o efeito $P-\Delta$, mas não abrange a detecção de não-linearidades materiais.

Na análise inelástica de primeira ordem, as equações de equilíbrio são formuladas em termos da geometria da estrutura não deformada. Regiões inelásticas podem evoluir de forma gradual ou, se adotado o conceito de rótula plástica, manifestar-se como mudanças abruptas na resposta da estrutura. No entanto, esta abordagem não prevê disposições para detectar efeitos geométricos não lineares e, mais crucialmente, para considerar sua influência na estabilidade do sistema.

Por outro lado, na análise inelástica de segunda ordem, as equações de equilíbrio são expressas em termos da geometria do sistema deformado. Esta abordagem detém o potencial de acomodar todos os fatores geométricos, elásticos e materiais que impactam a resposta de uma estrutura. Nesta tese é adotada uma metodologia aproximada para considerar efeitos de segunda ordem em seu experimento numérico mais complexo, na qual coeficientes de majoração são calculados para considerar os efeitos $P-\delta$ e $P-\Delta$. Portanto, são realizadas análises elásticas de primeira ordem e de segunda ordem.

4

Revisão sistemática da literatura

Este capítulo visa elucidar a metodologia adotada na presente tese para a investigação e identificação de artigos científicos pertinentes no âmbito da otimização estrutural multiobjetivo de pórticos de aço. Com esse propósito, adota-se uma metodologia sistemática de busca, a partir da qual é possível examinar uma substancial quantidade de trabalhos acadêmicos e discernir lacunas a serem preenchidas por novas pesquisas.

O método adotado no escopo deste trabalho é a Revisão Bibliográfica Sistemática, conhecida em inglês como *Systematic Literature Review* (SLR). Este método representa uma abordagem científica de pesquisa e avaliação de materiais acadêmicos presentes na literatura. Suas características preponderantes, conforme delineado por Carmo (2019) *apud* Denyer e Tranfield (2009), incluem robustez e confiabilidade, além de ser passível de auditoria por se tratar de uma pesquisa documentada.

O objetivo primordial de uma revisão sistemática é estabelecer uma metodologia protocolada de pesquisa, visando identificar o maior número possível de trabalhos relevantes dentro de uma *string* de busca formada por palavras-chave previamente determinadas. Como decorrência desse processo, apresenta-se a propriedade de detectar potenciais lacunas de originalidade. Uma vez que todos os passos são documentados e sistematizados, a revisão sistemática torna-se uma pesquisa auditável, sendo reconhecida por sua meticulosidade, transparência e replicabilidade.

A revisão sistemática realizada neste estudo, no primeiro semestre do ano 2021, adere aos procedimentos delineados por Tranfield, Denyer e Smart (2003), nos quais a revisão é fragmentada em três fases: Planejamento, condução e relatório. O planejamento consiste na concepção da revisão e seu propósito, resultando na elaboração de um protocolo que deve ser rigorosamente seguido para a realização de uma revisão sistemática concisa. No protocolo, são detalhadas informações cruciais, como objetivos, questões a serem abordadas, critérios de inclusão e exclusão, avaliação da qualidade, aplicações, *strings* de busca, bibliotecas digitais a serem consultadas, e a definição da estratégia de seleção de dados.

A fase de condução abrange todo o processo exploratório e classificatório de artigos, incluindo a pesquisa efetiva nas bases de dados mediante o uso de *strings* de busca, a aplicação de critérios de inclusão e exclusão, a avaliação da qualidade

e a seleção final de artigos. Por fim, na etapa de relatório, são apresentados os resultados e os resumos dos artigos classificados, extraindo informações essenciais, também predefinidas no protocolo. A Figura 4.1 ilustra a organização da revisão sistemática adotada. Para facilitar a organização do processo de pesquisa e extração de resultados, utiliza-se o software gratuito StArt[®], desenvolvido na UFScar (FABBRI *et al.*, 2012). Uma abordagem semelhante, embora subdividida em cinco passos, é delineada por Khan *et al.* (2003).

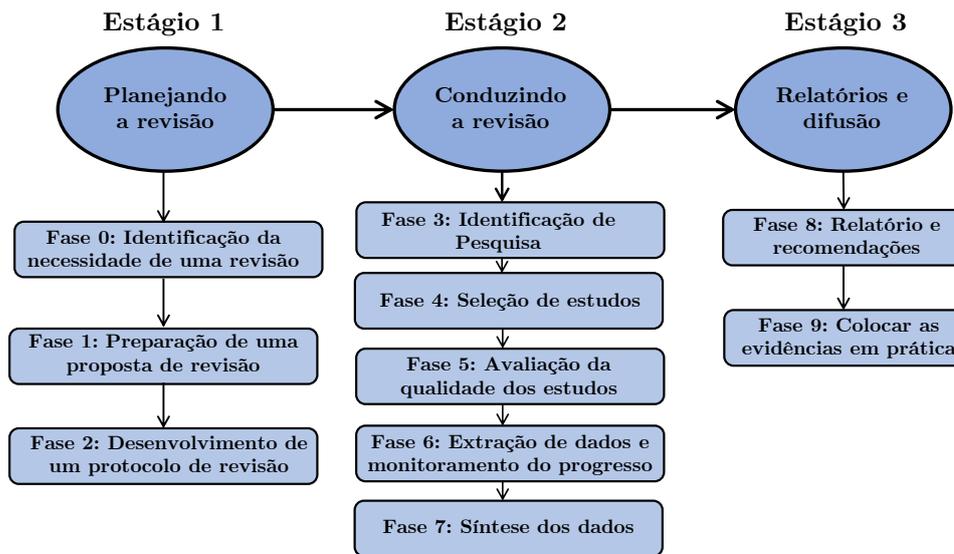


Figura 4.1: Diagrama de estágios e fases da revisão sistemática.

4.1

Objetivo da revisão sistemática

O escopo da revisão sistemática conduzida nesta tese é discernir o estado da arte no que concerne à otimização estrutural multiobjetivo aplicada a pórticos de aço. O foco específico desta revisão é a identificação de artigos que abordem considerações de efeitos não lineares e distintos sistemas de contraventamento ao buscar a estrutura otimizada.

4.2

Questões a serem respondidas

Antes de iniciar uma revisão sistemática, é igualmente parte integrante do planejamento a definição de indagações referentes aos trabalhos sob análise, as quais nortearão a pesquisa. As questões a serem abordadas são as seguintes:

- a) Quais métodos e técnicas são empregados na otimização multiobjetivo de pórticos de aço?

- b) Quantos e quais são os objetivos abordados nos problemas de otimização tratados nos artigos analisados?
- c) Quais restrições de projeto são consideradas na formulação do problema de otimização?
- d) Caso diferentes topologias de sistema de contraventamento sejam consideradas, como essa consideração é realizada?
- e) Se alguma fonte de não linearidade é contemplada, de que maneira tal consideração é abordada?

4.3

Bases de dados

Todas as fontes referenciadas neste trabalho serão pesquisadas em bases de dados por meio de uma *string* de busca previamente definida. As bases de dados e seus respectivos endereços na web estão detalhados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Bases de dados.

Bases de dados	Endereço <i>web</i>
Google Scholar	https://scholar.google.com.br/
Capes Periódicos	https://www-periodicos-capes-gov-br.ezl.periodicos.capes.gov.br/
ACM	https://dl.acm.org/
IEEE	https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp
Scielo	https://search.scielo.org/

4.4

Background teórico

O *background* teórico consiste em um conjunto seletivo de artigos já reconhecidos, desempenhando um papel fundamental na definição das palavras-chave, critérios de busca e na fase inicial da pesquisa (vide Tabela 4.2).

Tabela 4.2: Artigos base.

Nº	Título	Autores
1	Optimum design of nonlinear steel frames with semi-rigid connections using a genetic algorithm	(KAMESHKI; SAKA, 2001)
2	Optimum structural design of spatial steel frames via biogeography-based optimization	(ÇARBAŞ, 2017)
3	Cost efficiency analyses of steel frameworks for economical design of multi-storey buildings	(HASANÇEBI, 2017)
4	Determination of optimal configuration for mega bracing systems in steel frames using genetic algorithm	(BARADARAN; MADHKHAN, 2019)
5	Optimization of nonlinear inelastic steel frames considering panel zones	(HA <i>et al.</i> , 2020)

4.5

Palavras-chave

Os termos de busca, ou palavras-chave, são estabelecidos com o propósito de restringir trabalhos que possam apresentar semelhança com o objeto de pesquisa. Essas palavras-chave são definidas pelo autor e estão detalhadas na Tabela 4.3. Com a determinação das palavras-chave, é viável elaborar *strings* de busca mediante a utilização de operadores booleanos como “ANDs” e “ORs”, as quais são aplicadas nas bibliotecas digitais durante a pesquisa.

Tabela 4.3: Palavras-chave.

Termos de busca	Sinônimos	Tradução
Multi-objective	Multiobjective	Multiobjetivo
Optimization	Optimum design	Otimização
Steel		Aço
Frames	Structures	Pórticos / Estruturas
Bracing system	Bracing configuration	Sistema de contraventamento

4.6

Strings de busca

As *strings* de busca são aplicadas às bases de dados para a procura de trabalhos dentro dos temas que se espera pesquisar. Elas são construídas através das palavras-chaves previamente definidas e de operadores booleanos. Para esta revisão, é definida “(“Multi-objective” OR “multiobjective”) AND (“optimization” OR “optimum”) AND “Steel” AND (“frame” OR “frames” OR “structures”) AND

“bracing” AND (“system” OR “systems” OR “configuration”))” como uma *string* genérica para todas as bases de dados investigadas.

4.7

Critérios de inclusão e exclusão

Os critérios de inclusão consistem nos requisitos que devem ser atendidos para que um trabalho seja considerado apto a integrar a revisão sistemática. Esta pesquisa se concentra, principalmente, em três categorias de trabalhos: estudos de otimização multiobjetivo de pórticos de aço, investigações sobre a otimização de pórticos de aço que levam em consideração diferentes topologias de sistemas de contraventamento, e análises de otimização que incorporam alguma fonte de não linearidade na formulação do problema, aplicáveis também a estruturas metálicas. Para que um trabalho seja considerado candidato a integrar a revisão sistemática, é suficiente que satisfaça a pelo menos um desses três critérios, os quais são formalmente delineados a seguir:

- a) Trabalhos que conduzem estudos de otimização multiobjetivo para pórticos de aço, delineando explicitamente o método utilizado;
- b) Trabalhos que efetuam estudos de otimização de pórticos de aço, considerando a configuração do sistema de contraventamento como variável de projeto;
- c) Trabalhos que abordam a resolução de problemas de otimização de pórticos de aço, contemplando alguma fonte de não linearidade.

Os critérios de exclusão delineiam características indesejáveis nos trabalhos, de modo que a satisfação de apenas um desses critérios é suficiente para que o trabalho não seja considerado para inclusão nesta revisão sistemática. Os critérios de exclusão adotados são os seguintes:

- a) Trabalhos que não empregam meta-heurísticas;
- b) Trabalhos que omitem a apresentação do método utilizado;
- c) Trabalhos que não estão redigidos em inglês ou português.

4.8

Critérios de qualidade

Os critérios de qualidade devem ser adotados com o propósito de estabelecer uma ordem de prioridade na leitura e auxiliar na exclusão de trabalhos, especialmente em situações de grande volume de publicações. Tais critérios serão elementos determinantes para atribuição de graus de relevância, sendo 5 classificado como muito relevante e 1 como pouco relevante. Os critérios de qualidade são formulados como perguntas de resposta binária (sim ou não), as quais definirão uma pontuação com base no número de respostas afirmativas para cada artigo. Estes são:

- a) Aborda problemas multiobjetivo em estruturas de aço?
- b) Considera diferentes configurações de sistemas de contraventamento?
- c) Incorpora alguma fonte de não linearidade?
- d) Envolvem estruturas espaciais?
- e) Os resultados apresentados são auditáveis e replicáveis?

4.9

Estratégia de busca e seleção de dados

Inicialmente, as *strings* foram submetidas às máquinas de busca. Em situações de identificação de um grande número de trabalhos, será executada uma seleção inicial com base nos títulos ou em um número pré-determinado de trabalhos considerados mais relevantes para a pesquisa, visando realizar uma filtragem preliminar. Os artigos que superarem essa etapa terão seus resumos examinados e avaliados em uma segunda fase de filtragem.

Posteriormente, os critérios de inclusão e exclusão serão aplicados e, em seguida, os trabalhos selecionados serão submetidos aos critérios de qualidade. Os trabalhos definitivamente incluídos serão objeto de leitura integral e, subsequentemente, resumidos conforme diretrizes específicas para extração de informações. Essas diretrizes abrangem: o número de funções objetivo na formulação do problema de otimização e sua respectiva classificação (mono ou multiobjetivo); o algoritmo utilizado; as restrições consideradas; no caso de adoção de diferentes sistemas de contraventamento, será fornecida informação sobre a metodologia adotada; caso haja consideração de alguma fonte de não linearidade, será apresentada a natureza dessa consideração e como ela é incorporada.

Os artigos resumidos que atravessarem o rigoroso processo de revisão sistemática comporão o arcabouço teórico desta revisão, que será caracterizado pela robustez, confiabilidade e transparência, decorrentes do método estruturado adotado.

4.10

Localização de estudos

A identificação dos estudos é realizada mediante a aplicação da *string* de busca nas bases de dados. Um total de 1032 documentos foi identificado nas cinco bases de dados investigadas, dos quais 454 foram submetidos à análise. Esta seleção justifica-se pelo fato de que, no *Google Scholar*, foram identificados 959 documentos, quantidade consideravelmente expressiva para avaliação. Nesse contexto, apenas os 400 primeiros, organizados em ordem de relevância, foram considerados para a avaliação, com a remoção de duplicatas, resultando em 381 documentos remanescentes.

Ao término da análise dos 454 documentos e após a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão, 19 deles foram categorizados como relevantes para a presente tese. O processo detalhado desse procedimento encontra-se na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Resultados da localização dos estudos.

Base de dados	Nº de trabalhos	Filtragem por Relevância/Duplicados	Trabalhos dentro dos Critérios de Inc/Exc
Google Scholar	959	381	18
Capes Periódicos	70	70	1
ACM	2	2	0
IEEE	1	1	0
Scielo	0	0	0
Total	1032	454	19

4.11

Resultados da revisão sistemática

Os 19 estudos escolhidos para a presente revisão são detalhados na Tabela 4.5. Os trabalhos acadêmicos que integrarão esta revisão consistirão desses 19 estudos selecionados através do processo de revisão sistemática, juntamente com os cinco artigos previamente designados como artigos base, totalizando, assim, 24 trabalhos. Considerando que o escopo desta tese se concentra na investigação da otimização multiobjetivo de pórticos espaciais de aço, abrangendo diferentes sistemas de contraventamento e alguma fonte de não-linearidade, os trabalhos selecionados foram agrupados em três categorias:

- a) MO: Trabalhos que abordam problemas multiobjetivo relacionados a pórticos de aço;
- b) SC: Trabalhos que exploram diferentes sistemas de contraventamento na otimização estrutural;

- c) NL: Trabalhos que consideram alguma fonte de não-linearidade no contexto da otimização estrutural.

A Tabela 4.6 apresenta uma descrição detalhada desses trabalhos, indicando a qual grupo pertencem. A Figura 4.2 ilustra um Diagrama de Venn que inclui os 24 trabalhos abordados por esta revisão sistemática, distribuídos em seus respectivos grupos. Observa-se a presença de trabalhos nas interseções de dois grupos; entretanto, dentre os selecionados para esta revisão, nenhum está presente na interseção dos três grupos, que é o âmbito específico desta tese. A Figura 4.3 apresenta a distribuição da frequência de trabalhos publicados ao longo dos anos.

Tabela 4.5: Trabalhos selecionados.

Nº	Título	Autores
1	Multi-objective optimization of skeletal structures under static and seismic loading conditions	(PAPADRAKAKIS <i>et al.</i> , 2002)
2	Multiobjective evolutionary design of steel structures in tall buildings	(KICINGER; ARCISZEWSKI, 2004)
3	Multiobjective optimization for performance-based seismic design of steel moment frame structures	(LIU <i>et al.</i> , 2005)
4	Seismic design of steel moment-resisting frame structures using multiobjective optimization	(LIU, 2005)
5	Evolutionary multiobjective optimization of steel structural systems in tall buildings	(KICINGER <i>et al.</i> , 2007)
6	Fuzzy multi-objective genetic algorithm in determination of optimum mid connection location of off-centre bracing system	(YAZDI <i>et al.</i> , 2010)
7	Optimization of Bracing Systems using Neural Networks	(ELKASSAS; SWELEM, 2012)
8	Flexible optimum design of a bracing system for façade design using multiobjective genetic algorithms	(RICHARDSON <i>et al.</i> , 2013)
9	Evidence theory and differential evolution based uncertainty quantification for buckling load of semi-rigid jointed frames	(TANG <i>et al.</i> , 2015)
10	Layout optimization of braced frames using differential evolution algorithm and dolphin echolocation optimization	(KAVEH; FARHOUDI, 2015)
11	Dolphin monitoring for enhancing metaheuristic algorithms: Layout optimization of braced frames	(KAVEH; FARHOUDI, 2016)
12	Multi-objective optimal design of braced frames using hybrid genetic and ant colony optimization	(BABAEI; SANAEI, 2016)
13	Seismic layout optimization of steel braced frames by an improved dolphin echolocation algorithm	(GHOLIZADEH; POORHOSEINI, 2016)
14	Layout optimization of planar braced frames using modified dolphin monitoring operator	(KAVEH <i>et al.</i> , 2018)
15	Intervention cost optimization of bracing systems with multiperformance criteria	(BRAGA <i>et al.</i> , 2019)
16	Multi-objective optimisation of steel moment frames subjected to blast	(KHALEDY <i>et al.</i> , 2019)
17	Multi-objective Performance-Based Design Optimization of a Controlled Rocking Steel Braced Frame System	(BURTON <i>et al.</i> , 2019)
18	Performance-based multi-objective collaborative optimization of steel frames with fuse-oriented buckling-restrained braces	(TU <i>et al.</i> , 2020)
19	Simultaneous size and topology optimization of 3D outrigger-braced tall buildings with inclined belt truss using genetic algorithm	(FARAHMAND-TABAR; ASHTARI, 2020)

Tabela 4.6: Classificação dos trabalhos segundo os grupos MO, SC e NL.

Nº	Trabalho	MO	SC	NL
1	(PAPADRAKAKIS <i>et al.</i> , 2002)	✓		
2	(KICINGER; ARCISZEWSKI, 2004)	✓	✓	
3	(LIU <i>et al.</i> , 2005)	✓		✓
4	(LIU, 2005)	✓		✓
5	(KICINGER <i>et al.</i> , 2007)	✓	✓	
6	(YAZDI <i>et al.</i> , 2010)	✓		
7	(ELKASSAS; SWELEM, 2012)		✓	
8	(RICHARDSON <i>et al.</i> , 2013)	✓	✓	
9	(TANG <i>et al.</i> , 2015)			✓
10	(KAVEH; FARHOUDI, 2015)		✓	
11	(KAVEH; FARHOUDI, 2016)		✓	
12	(BABAEI; SANAEI, 2016)	✓	✓	
13	(GHOLIZADEH; POORHOSEINI, 2016)		✓	✓
14	(KAVEH <i>et al.</i> , 2018)		✓	✓
15	(BRAGA <i>et al.</i> , 2019)		✓	✓
16	(KHALEDY <i>et al.</i> , 2019)	✓		✓
17	(BURTON <i>et al.</i> , 2019)	✓		✓
18	(TU <i>et al.</i> , 2020)	✓		✓
19	(FARAHMAND-TABAR; ASHTARI, 2020)		✓	
20	(KAMESHKI; SAKA, 2001)			✓
21	(ÇARBAŞ, 2017)			✓
22	(HASANÇEBI, 2017)		✓	
23	(BARADARAN; MADHKHAN, 2019)		✓	
24	(HA <i>et al.</i> , 2020)			✓

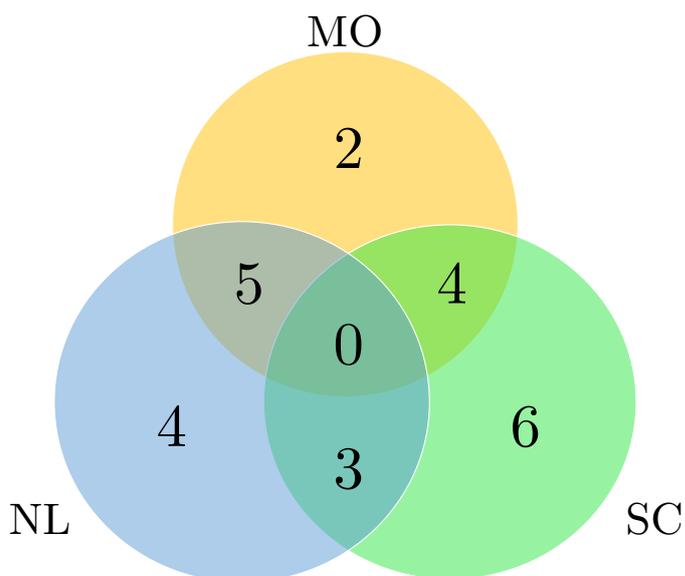


Figura 4.2: Diagrama de Venn para os grupos MO, SC e NL.

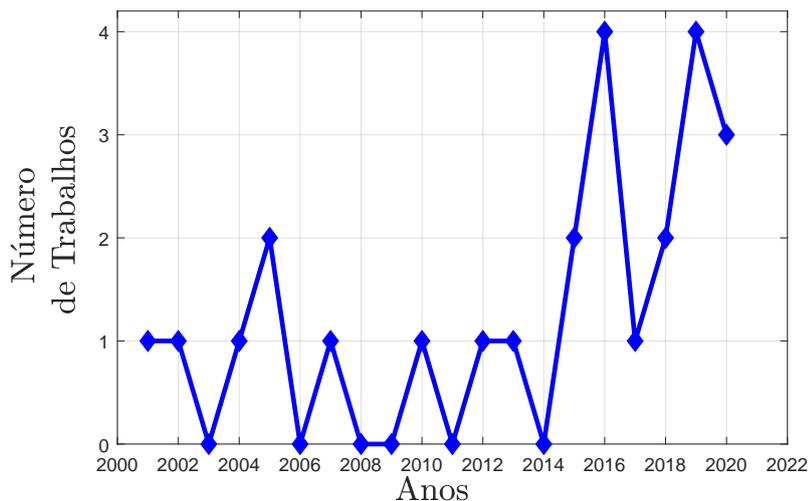


Figura 4.3: Número de trabalhos selecionados por ano.

A Figura 4.4 apresenta dois gráficos de setores que distribuem os trabalhos selecionados de acordo com os critérios de continente e país. Observa-se que, entre os trabalhos que atenderam aos critérios de seleção, a maioria é proveniente do continente asiático e, em termos de países, o Irã destaca-se como a nação que mais contribui para os estudos incluídos nesta revisão. Uma observação relevante é a ausência de trabalhos classificados provenientes da América do Sul.

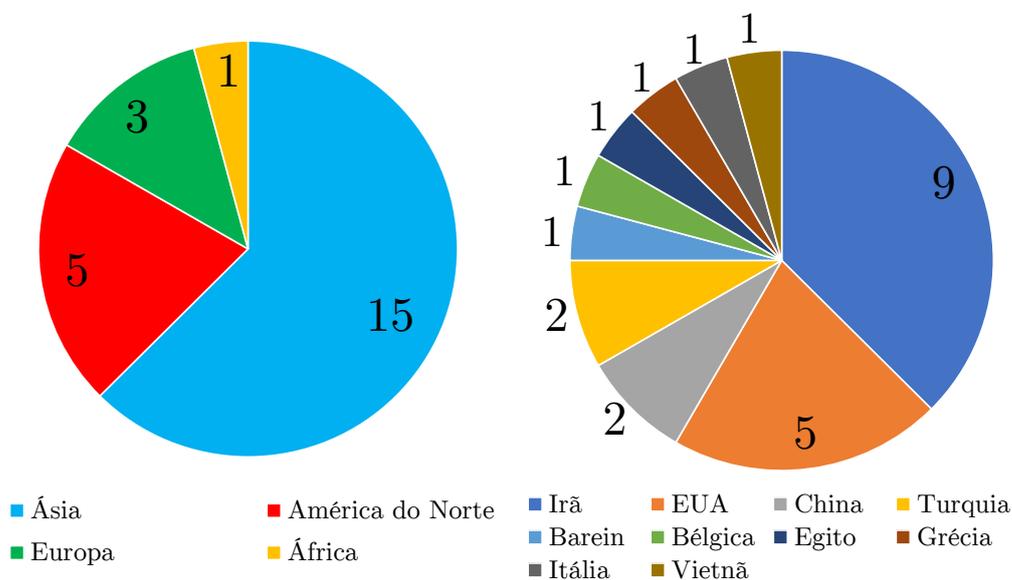


Figura 4.4: Trabalhos selecionados por continente e por país.

4.12

Revisão dos trabalhos selecionados

Na presente seção, procede-se à análise das características distintivas de todos os estudos que passaram pelo crivo dos critérios de inclusão e exclusão, conforme apresentado na Tabela 4.5. Em consonância com a estratificação preestabelecida em grupos, conforme consignado na Tabela 4.6, os mencionados estudos serão subdivididos em seis subseções distintas.

A primeira subseção é dedicada aos trabalhos que se ocupam exclusivamente de abordar questões relativas a problemas multiobjetivo em pórticos de aço. A segunda subseção, por sua vez, versa sobre trabalhos que contemplam diferentes configurações de contraventamento em contextos de otimização mono-objetivo. A terceira subseção engloba estudos que abordam a resolução de problemas de otimização inerentes a pórticos de aço, incorporando alguma forma de não linearidade.

A quarta subseção é destinada à análise de trabalhos que, além de abordarem problemas multiobjetivo, também consideram diferentes configurações de contraventamento. A quinta subseção compreende estudos multiobjetivo que incorporam elementos de não linearidade. Por fim, a sexta subseção examina os trabalhos que investigam distintos sistemas de contraventamento e sua interação com fontes de não linearidade em contextos de otimização mono-objetivo.

4.12.1

Trabalhos relativos a problemas multiobjetivo

Os desafios inerentes aos problemas do mundo real frequentemente demandam a otimização simultânea de objetivos conflitantes, resultando em problemas de otimização multiobjetivo. A pesquisa conduzida por Papadrakakis *et al.* (2002) foca na abordagem de problemas multiobjetivo em estruturas reticuladas sujeitas a carregamentos estáticos e dinâmicos. Os exemplos numéricos apresentados referem-se a pórticos tridimensionais e treliças de grande escala.

No contexto desta investigação, os objetivos relacionados aos pórticos visam a minimização do peso e do deslocamento máximo, enquanto os objetivos associados às treliças compreendem a maximização da primeira frequência natural de vibração e a minimização do peso. Para atingir tais metas, emprega-se Estratégias Evolutivas (EE), sendo concluído que estas abordagens são consideradas ferramentas eficazes para a resolução de problemas multiobjetivo em estruturas. Esta conclusão é respaldada pela comparação com métodos clássicos, tais como ponderação linear, função distância e métodos de restrição.

Em uma pesquisa dedicada à otimização multiobjetivo da posição do ponto de ligação em um sistema excêntrico de contraventamento, Yazdi *et al.* (2010) investigam a configuração geométrica mais eficiente das três barras que compõem o

sistema. Os objetivos em conflito incluem a minimização do peso e a maximização da rigidez em deslocamentos laterais. O algoritmo empregado nesta pesquisa é uma versão difusa do GA multiobjetivo, denominado *Fuzzy Multi-objective Genetic Algorithm*.

Na formulação do problema, introduz-se um coeficiente de efetividade que combina as duas funções objetivo em uma única entidade. Os resultados obtidos são comparados com métodos de tentativa e erro, comumente adotados por projetistas. A conclusão do estudo destaca que o método proposto apresenta elevada precisão e eficiência em termos de velocidade. Importa ressaltar que, uma vez que esta pesquisa limita sua consideração à posição ótima de um ponto específico para um determinado tipo de contraventamento, excluindo outras configurações durante o processo evolutivo, a presente análise classifica tal estudo no grupo dos trabalhos exclusivamente multiobjetivo.

4.12.2

Trabalhos relativos a sistemas de contraventamento

Um estudo de caso referente a pórticos planos de vários pavimentos localizados no Egito é conduzido por Elkassas e Swelem (2012). Neste estudo, são considerados três tipos distintos de contraventamento, denominados como tipo “A”, tipo “V” e tipo “X”. Cada tipo é associado a três possibilidades de perfis: perfis com cantoneira simples, perfis com cantoneira dupla ligados pela aba (formato em “T”) e perfis com cantoneira dupla ligados pelo vértice (cruciforme). O objetivo consiste em identificar a configuração que resulta no sistema de contraventamento mais econômico dentro dos limites de tensões admissíveis para cargas de vento.

A resolução do problema é conduzida através do método das redes neurais artificiais, aplicado para distintos cenários envolvendo alturas e números variáveis de baias. Os resultados obtidos variam conforme cada caso específico. Nas conclusões, além de destacar as redes neurais como uma ferramenta eficaz, o estudo ressalta a existência de lacunas em softwares comerciais no que tange à otimização de sistemas de contraventamento.

Em um estudo que emprega a *Differential Evolution* e a *Dolphin Echolocation* como métodos de busca, Kaveh e Farhoudi (2015) abordam problemas de otimização de layout de pórticos planos. Estes problemas consistem em identificar as melhores posições (baias) para a disposição de sistemas de contraventamento em forma de “X”. A formulação do problema de otimização tem como função objetivo a minimização do peso da estrutura, sendo sujeita a restrições de deslocamentos, *drift* inter-pavimentos, esbeltez dos elementos, resistência e estabilidade. Os exemplos numéricos contemplam três pórticos planos, cada um com cinco baias e três, cinco e dez pavimentos, respectivamente. Diferentes topologias de contraventamento são

identificadas como soluções ótimas para cada caso. Em uma pesquisa subsequente, um ano depois, Kaveh e Farhoudi (2016) apresentam um estudo similar, utilizando uma metodologia denominada *Dolphin Monitoring* para aprimorar o desempenho, de algoritmos evolutivos já consagrados.

Mediante uma análise de custo-benefício aplicada a projetos econômicos de pórticos de aço, Hasaņebi (2017) considera 13 modelos distintos de edifícios, variando o sistema de contraventamento e o tipo de ligação viga-pilar para pórticos espaciais de aço com 10, 20 e 30 pavimentos. Em tal estudo, cada topologia é pré-determinada e submetida a um processo evolutivo mediante a metodologia *Evolution Strategy*, integrada à otimização paralela, previamente apresentada por Hasaņebi *et al.* (2011). Após 13 processos evolutivos para as diferentes topologias, os resultados otimizados são comparados através de uma função custo proposta por Pavlovčič *et al.* (2004). As restrições do projeto envolvem aspectos de resistência e geometria relacionadas à ligação viga-pilar. As conclusões destacam os tipos de contraventamento mais economicamente vantajosos para edifícios com 10, 20 e 30 andares.

Os mega contraventamentos são destacados como um dos métodos mais enfatizados para o enrijecimento lateral de estruturas, conforme afirmado por Baradaran e Madhkhan (2019). Este autor apresenta um estudo que avalia diferentes topologias para os mega sistemas de contraventamento em pórticos planos de aço. O objetivo da otimização na formulação do problema é a minimização do peso da estrutura, sujeita a restrições de deslocamentos laterais inter-pavimentos (*drift*), resistência, esbeltez e geométricas. Configurações variadas de sistemas de contraventamento, ajustando a inclinação das barras, são otimizadas por meio do Algoritmo Genético (GA). O peso da estrutura não contraventada otimizada é comparado com estruturas reforçadas com mega sistemas de contraventamento que passam pelo mesmo processo evolutivo através do GA. Os resultados indicam que a aplicação dos contraventamentos, nos exemplos numéricos apresentados, pode resultar em uma redução significativa de 20 a 43% no peso do pórtico, além de uma substancial redução no *drift* inter-pavimentos.

Com o intuito de investigar treliças de cintamento inclinadas para sistemas com estabilizadores contraventados (*out-rigger braced systems*), Farahmand-Tabar e Ashtari (2020) conduzem um estudo de otimização de edifícios altos tridimensionais por meio da aplicação do GA. Neste estudo, treliças de cintamento não convencionais são propostas em dois modelos, denominados inclinado e inclinado inverso, para serem comparados a um modelo horizontal, assemelhando-se a um contraventamento em “X” ao longo da extensão do pavimento. Essas distintas topologias de contraventamento compõem o sistema com estabilizadores. A formulação do problema de otimização tem o peso total da estrutura como função objetivo,

com restrições de resistência e deslocamentos laterais, incluindo deslocamentos inter-pavimentos (*drift*) e deslocamento total no topo do edifício. O estudo revela conclusões interessantes, como: as duas topologias de contraventamento inclinado apresentaram resultados superiores, em termos de função objetivo, em comparação com a topologia horizontal. O peso da estrutura é aproximadamente 2% menor nos sistemas inclinados em comparação com o sistema horizontal, e os deslocamentos horizontais também diminuem. Do ponto de vista arquitetônico, observa-se uma melhoria, pois o sistema inclinado não afeta todas as janelas de um mesmo pavimento, distribuindo as baias contraventadas para pavimentos adjacentes.

4.12.3

Trabalhos relativos à não linearidade

Nesta subseção, serão abordados os trabalhos relativos a problemas mono-objetivos de pórticos de aço que consideram alguma fonte de não linearidade em sua formulação e não contemplam diferentes configurações de contraventamento no problema.

Segundo Kameshki e Saka (2001), a análise estrutural de um pórtico de aço está intimamente ligada ao comportamento de suas ligações viga-coluna. Apesar de ser uma prática comum nos modelos estruturais adotar-se ligações rígidas ou rotuladas, é intuitivo que o comportamento real de uma ligação encontra-se em uma situação intermediária, considerada semi-rígida. As ligações semi-rígidas afetam a distribuição de momentos nas vigas e colunas e apresentam uma relação momento-rotação que pode ser linear ou não. Kameshki e Saka (2001) apresentam um estudo de otimização de pórticos planos de aço não contraventados considerando ligações viga-colunas semi-rígidas, o que faz com que os deslocamentos horizontais sejam substancialmente maiores do que os presentes em pórtico com ligações consideradas rígidas. A não linearidade geométrica devido ao efeito $P-\Delta$ por meio de uma análise incremental considerando uma matriz de rigidez tangente para cada passo e as ligações semi-rígidas são modeladas por uma rótula acrescida de uma mola rotacional. A formulação do problema de otimização tem como função objetivo o peso da estrutura e restrições de resistência e deslocamentos. Como conclusões do trabalho é notado que a consideração do efeito $P-\Delta$ leva a estruturas mais pesadas, nos exemplos tratados, foram necessárias de cinco a oito iterações para se obter a resposta não linear geométrica. É importante salientar que os exemplos numéricos tratados no trabalho são estruturas planas não muito complexas o que permite uma análise incremental dentro de um processo evolutivo sem um custo computacional muito grande.

Em um estudo para a determinação de carga de flambagem em pórticos de aço com ligações semi-rígidas, Tang *et al.* (2015) descrevem um processo de

quantificação de incerteza, por eles denominado *uncertainty quantification* (UQ), usando a Teoria da Evidência e a Evolução Diferencial. No estudo, um método de modelagem simplificado de ligações descrito por Raftoyiannis (2005) *apud* Tang *et al.* (2015) é utilizado, a relação momento-rotação é assumida como linear nas ligações semi-rígidas e incorporada na análise de estabilidade de pórticos. A Evolução Diferencial é aplicada para resolver o problema de otimização de dois intervalos dentro do processo de propagação de incertezas na Teoria da Evidência, que, segundo os autores, pode aumentar consideravelmente a eficiência de projeto no tratamento de incertezas, tais quais a rigidez inicial das ligações, a rigidez de elementos de contraventamento, o módulo de elasticidade do material e a carga aplicada.

Em uma publicação mais recente, uma metodologia de otimização baseada em biogeografia (*biogeography-based optimization*) é aplicada a estruturas reais de aço por Çarbaş (2017). O estudo conduzido consiste na otimização mono-objetivo do peso da estrutura, tendo como restrições a resistência dos elementos, os deslocamentos máximos no topo, os *drifts* inter-pavimentos e as restrições geométricas de encaixe viga-coluna. Segundo o autor, os valores dos momentos solicitantes devem ser obtidos através de uma análise $P-\Delta$, o que demanda muito tempo e torna-se custoso computacionalmente em um processo evolutivo. Devido a isso, é adotado um processo alternativo aproximado de amplificação de esforços, no qual duas análises elásticas de primeira ordem são feitas. Na primeira, o pórtico é travado a deslocamentos horizontais e analisado apenas com as cargas gravitacionais e, na segunda, a estrutura é analisada apenas com as cargas laterais. O momento solicitante de projeto é dado por uma combinação linear dos momentos obtidos nas duas análises ponderados por coeficientes de majoração nomeados B_1 e B_2 . Essa metodologia de avaliação aproximada de efeitos de segunda ordem é prevista tanto no *Manual of Steel Construction: Load and resistance factor design* (AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, 2001) quanto na NBR8800:2008 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2008).

Outro trabalho de otimização estrutural considerando fontes de não linearidade é desenvolvido por Ha *et al.* (2020), onde o objeto de estudo são pórticos de aço com comportamento inelástico considerando o dimensionamento das regiões das ligações (*panel zones*), otimizados através de uma versão da Evolução Diferencial modificada pelos autores. Dentre as fontes de não linearidade consideradas nesse trabalho destacam-se a utilização de elementos de pórtico com recurso de rótula plástica para modelar a estrutura e a aplicação das funções de estabilidade propostas por Chen e Lui (1987) com o intuito de considerar o efeito de segunda ordem local $P-\delta$. As imperfeições geométricas globais são introduzidas modelando o pavimento inicial ligeiramente fora do prumo. O método utilizado para resolver

as equações não lineares é o *Generalized Displacement Control* (GDC) descrito por Yang e Shieh (1990). A função objetivo contempla o custo total das vigas, colunas e das regiões da ligação, que são dimensionadas com chapas enrijecedoras. As restrições de projeto são relativas à construção, resistência e deslocamentos. O trabalho conclui atestando a eficiência da Evolução Diferencial alterada quando comparada com outras meta-heurísticas e que a consideração do projeto das regiões de ligação levam a estruturas mais realistas.

4.12.4

Trabalhos relativos a problemas multiobjetivo que consideram diferentes sistemas de contraventamento

Nesta seção, são apresentados os trabalhos que abordam problemas multiobjetivo de pórticos de aço, considerando diferentes sistemas de contraventamento e não realizando análises não lineares.

O problema multiobjetivo de pórticos, considerando diferentes configurações de contraventamento, é estudado por Kicinger e Arciszewski (2004). No estudo, estruturas planas que representam edifícios altos são submetidas ao processo evolutivo de otimização com dois objetivos conflitantes: minimizar o peso total da estrutura e minimizar o máximo deslocamento. Os experimentos conduzidos no artigo utilizam uma metodologia denominada *Emergent Designer*, desenvolvida na George Mason University, segundo os autores.

Um ponto relevante no trabalho é a maneira como é feita a representação da estrutura e dos elementos de contraventamento. O sistema estrutural de um edifício alto tem seu espaço de representação dividido em uma malha de elementos paralelos e transversais. Uma baía da estrutura formada pelas vigas e colunas adjacentes é denominada célula e é fundamental para a consideração de diferentes configurações para os elementos que irão compor o sistema de contraventamento.

As restrições aplicadas ao problema não são explicitadas, porém os autores afirmam que o projeto deve atender aos requisitos de estabilidade, distribuição de esforços, deformações e vibrações. Para analisar os resultados obtidos, uma curva de Pareto com deslocamentos máximos versus peso total é gerada com as soluções não dominadas e, através de coeficientes de ponderação de importância das funções objetivas, são extraídos resultados.

Extraíndo-se resultados de diferentes regiões da fronteira de Pareto, é possível notar diferenças qualitativas significativas no que diz respeito à topologia dos elementos de contraventamento. Estruturas mais pesadas, que apresentam menores deslocamentos e um padrão quase que uniforme de contraventamentos em “K” (similar a um “V” invertido), enquanto as mais leves, que apresentam maiores deslocamentos, tendem a aplicar uma combinação entre topologias “K” e “X”.

Os autores concluem relatando que os resultados são promissores para pesquisas futuras no que diz respeito ao entendimento de problemas complexos envolvendo estruturas aperticadas.

Anos depois, em um trabalho similar ao descrito anteriormente, Kicinger *et al.* (2007) estudam a otimização multiobjetivo considerando diferentes sistemas de contraventamento, aplicando um algoritmo chamado *Strength-Pareto Evolutionary Algorithm II* (SPEA2), juntamente com um método de otimização matemática.

Com o objetivo de definir um sistema de contraventamento eficiente para um museu nos Estados Unidos, Richardson *et al.* (2013) investigaram, por meio de um problema multiobjetivo, as melhores distribuições de contraventos em “X” nas quatro fachadas da edificação. Os sistemas em “X” são amplamente utilizados em projetos de engenharia com o propósito de limitar deslocamentos horizontais e garantir a estabilidade da estrutura. O problema multiobjetivo abordado inclui dois objetivos conflitantes: o custo do empreendimento e o máximo deslocamento relativo inter-pavimentos ou *drift*. Embora as restrições de projeto não tenham sido especificadas matematicamente, os autores mencionam que estão relacionadas ao dimensionamento do projeto e aos deslocamentos. A meta-heurística empregada é o GA, e os resultados são obtidos para as quatro fachadas (Norte, Sul, Leste e Oeste) através de uma curva de Pareto custo versus *drift*, de onde são extraídas várias soluções para o tomador de decisões escolher aquela que melhor atende ao projeto. Nas conclusões, os autores explicam que o trabalho é realizado em uma fase preliminar ao projeto propriamente dito, com o objetivo de incentivar o projetista a escolher configurações de contraventamento que sejam suficientemente econômicas e rígidas em deslocamentos horizontais. Também é discutida a possibilidade de estender o trabalho para outras topologias de contraventamento que não foram consideradas, como “V”, diagonal, “K”, entre outras.

Recentemente, Babaei e Sanaei (2016) publicaram um estudo de otimização multiobjetivo aplicado a pórticos planos de aço, utilizando um método híbrido do GA com a Colônia de Formigas. O problema inclui como variáveis de projeto não apenas as seções transversais das vigas e colunas, mas também informações que modificam a topologia do sistema de contraventamento. A formulação do problema de otimização envolve funções objetivo relativas ao peso e ao máximo deslocamento, enquanto as restrições são definidas com base em tensões e deslocamentos admissíveis. Edifícios de três baias com diferentes alturas são estudados, onde apenas a baía central é contraventada em “X”, embora os pavimentos em que o contraventamento aparece sejam variáveis. Os resultados são extraídos de uma fronteira de Pareto e apresentam o contraventamento em “X” em diferentes pavimentos de acordo com os pesos atribuídos a cada função objetivo.

4.12.5

Trabalhos relativos a problemas multiobjetivo que consideram fontes de não linearidade

Nesta seção, serão abordados trabalhos multiobjetivos que consideram alguma fonte de não-linearidade em sua formulação, porém não incluem diferentes topologias de contraventamento no processo evolutivo.

Um estudo realizado por Liu (2005) parte da premissa de que o projeto de estruturas civis sismo-resistentes requer a minimização balanceada de duas funções objetivo conflitantes: o investimento de construção de curto prazo e o risco de sismos a longo prazo. O trabalho apresenta múltiplas funções objetivo que abrangem o consumo de material, despesas iniciais de construção, desempenho estrutural sísmico e custos ao longo da vida útil decorrentes de danos causados por sismos. O algoritmo evolutivo aplicado é o GA, e as restrições estão relacionadas à resistência para cenários de combinações de carga consideradas, incluindo efeitos horizontais de terremotos. Neste estudo, a consideração da não linearidade envolve a utilização de elementos com recurso de rótula plástica, a consideração do efeito $P-\delta$ por meio de uma técnica de coluna de gravidade equivalente descrita por Foutch e Yun (2002), e a avaliação do desempenho sísmico é realizada por meio de uma análise não linear estática de *pushover*. No mesmo ano, um estudo semelhante foi conduzido por Liu *et al.* (2005), onde são explicitados resultados relativos a deslocamentos inter-pavimentos, além de curvas de Pareto para diferentes objetivos, como a relação entre o deslocamento máximo no topo em relação à altura do edifício e o cisalhamento na base em relação ao peso sísmico.

Em um trabalho recente, Burton *et al.* (2019) apresentam um estudo de otimização multiobjetivo de estruturas contraventadas de aço com balanço controlado, conhecidas como *Controlled Rocking Steel Braced Frames* (CRSBFs), desenvolvidas como alternativa aos sistemas convencionais de contraventamento para melhorar a performance sísmica da estrutura. O estudo visa minimizar os efeitos agregados do sistema CRSBF, incluindo tanto o custo inicial da construção quanto o impacto na vida útil da estrutura. Esses objetivos são conflitantes, pois minimizar os impactos sísmicos ao longo da vida de um edifício implica em um projeto mais robusto com custo inicial mais alto. A otimização multiobjetivo é realizada por meio de avaliação baseada em desempenho, e as estruturas, todas bidimensionais, são modeladas em elementos finitos no *OpenSees*. As fontes de não linearidade no problema estão presentes nos elementos não lineares baseados em força, utilizados para a modelagem das barras de contraventamento.

Em uma investigação de otimização de pórticos planos de aço sujeitos a cargas de explosão, Khaledy *et al.* (2019) têm como objetivos minimizar o peso total da estrutura e o índice de dano, desenvolvido com base na máxima deformação

plástica dos membros. O algoritmo empregado é o NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II*), desenvolvido por Deb *et al.* (2002), e as restrições do problema dizem respeito às máximas rotações nos apoios e aos deslocamentos inter-pavimentos. No estudo em questão, o efeito da explosão é investigado por meio de análise dinâmica não linear, obtida por diferenças finitas centrais. As soluções são extraídas de uma fronteira de Pareto peso *versus* dano. É importante ressaltar que os exemplos numéricos abordados neste trabalho são de pórticos planos de baixa complexidade, sendo um de três andares e duas baias, e outro de seis andares e três baias, possibilitando uma análise não linear dinâmica em um tempo computacional viável.

Um procedimento de projeto ótimo multiobjetivo, com o intuito de minimizar o dano em estruturas primárias e o custo do material simultaneamente, é proposto por Tu *et al.* (2020). As estruturas estudadas no trabalho são equipadas com contraventamentos restritos à flambagem, ou *buckling-restrained braces* (BRBs). Na formulação do problema de otimização, são consideradas duas funções objetivo, sendo uma o custo de mercado do material e outra o máximo valor das taxas de dissipação de energia da estrutura. Para a solução do problema multiobjetivo, é empregada uma adaptação do NSGA-II, já mencionado anteriormente. A consideração da não linearidade é feita por meio de análise de *pushover* (incremental estática), e as restrições de projeto são relacionadas à estabilidade, resistência e aos deslocamentos inter-pavimentos.

4.12.6

Trabalhos que consideram fontes de não linearidade e diferentes sistemas de contraventamento

Nessa última subseção da revisão sistemática, serão mencionados os trabalhos de otimização mono-objetivos que consideram diferentes sistemas de contraventamento e fontes de não linearidade na formulação do problema.

Em uma pesquisa sobre otimização de layout de sistemas de contraventamento através do algoritmo Dolphin Echolocation aprimorado (GHOLIZADEH; POORHOSEINI, 2016), o problema de otimização de custo é formulado considerando a topologia dos contraventamentos e fontes de não linearidade. As variáveis do problema são as seções transversais das vigas e colunas e a localização de elementos de contraventamento em “X” em baias de um pórtico plano. Para definir a configuração do sistema, padrões de distribuição dos elementos de contraventamento em um pavimento tipo de cinco baias são definidos e associados a um número que entra como variável de projeto. No total, sete possibilidades de diferentes arranjos considerando a simetria são permitidas por pavimento tipo. Com isso, cada andar tem uma variável que determina qual a distribuição de elementos em “X” nas suas

baías. O comportamento não linear físico é considerado, as vigas e colunas seguem um modelo constitutivo bilinear que considera o comportamento elasto-plástico do material. Os elementos de contraventamento são modelados com elementos dotados de plasticidade e capacidade de grandes deformações. As respostas estruturais são obtidas através do OpenSees (MCKENNA; FENVES, 2000). O problema conta com restrições geométricas, de resistência, *drift*, rotação plástica para as colunas e deformação axial para os elementos de contraventamento.

Dois anos depois, Kaveh *et al.* (2018) apresentam um estudo que trata os contraventamentos, a função objetivo e as restrições de forma similar a Gholizadeh e Poorhoseini (2016). Uma primeira diferença entre os trabalhos é o algoritmo utilizado, Kaveh *et al.* (2018) aplicam o Modified Dolphin Monitoring Operator a meta-heurísticas já consagradas e compara resultados. Outra diferença é a forma como é considerada a fonte de não linearidade que, neste trabalho, é feita pelo método da amplificação de esforços solicitantes com os coeficientes B_1 e B_2 , já mencionados no tópico 4.12.3. Mais uma vez, é importante salientar que as estruturas estudadas são planas e de baixa complexidade.

O interesse científico na proteção contra sismos em edifícios já existentes tem aumentado nos últimos anos. É o que relata Braga *et al.* (2019) em um trabalho relacionado a um processo de otimização multi-performance, cujo objetivo é projetar sistemas de contraventamento dissipativos, minimizando o custo de intervenção. O processo permite a otimização dimensional e topológica do contraventamento, considerando o desempenho elasto-plástico dos elementos através de esquemas de linearização do comportamento viscoelástico. As variáveis de projeto são a área, a força de escoamento e o deslocamento no escoamento de cada dissipador. Os resultados do exemplo numérico mostram que o procedimento encontra as características do sistema de contraventamento necessárias para se obter a resposta estrutural desejada, concluindo que o procedimento proposto permite a obtenção de um projeto otimizado através de uma abordagem multi-performance tradicional.

4.13

Pontos críticos e lacunas para trabalho

A revisão bibliográfica realizada neste trabalho teve como objetivo varrer o maior número possível de trabalhos acadêmicos dentro de um escopo definido por palavras-chave e selecionar aqueles que se enquadravam em critérios pré-estabelecidos. Os principais objetivos foram pesquisar o estado da arte nos assuntos de interesse e identificar possíveis lacunas para novos estudos. O processo de revisão contou com um embasamento teórico e a avaliação de 454 trabalhos, resultando em 24 estudos relevantes para compor esta revisão.

Alguns pontos críticos desta revisão podem ser observados e entendidos como

possíveis lacunas de trabalho, os quais serão brevemente discutidos nos tópicos subsequentes. São eles: a consideração simultânea de problemas multiobjetivo, diferentes sistemas de contraventamento e não linearidade; o número de funções objetivo; e a consideração de restrições e variáveis de projeto.

4.13.1

Considerações simultâneas

Conforme pode ser observado na Figura 4.2, nenhum dos trabalhos selecionados nesta revisão sistemática apresenta problemas multiobjetivo considerando diferentes sistemas de contraventamento e fontes de não linearidade, o que é uma premissa do trabalho desenvolvido nesta tese.

4.13.2

Número de funções objetivo

No que diz respeito ao número de funções objetivo, a maioria dos trabalhos multiobjetivo selecionados apresenta dois objetivos. É recorrente a minimização do peso ou custo e a minimização do deslocamento máximo ou do máximo *drift*. Mesmo nos trabalhos que apresentam mais de dois objetivos, a otimização geralmente é feita alternando duas funções por vez através de uma curva de Pareto. A presente tese tem a pretensão de resolver problemas com três ou mais objetivos de forma simultânea.

4.13.3

Considerações de restrições

Os trabalhos de otimização geralmente citados adotam como restrições os requisitos de projeto relacionados à resistência e deslocamentos, além das restrições geométricas de construção. Quando adotam, as restrições de estabilidade ficam restritas ao âmbito do elemento e não é feita uma análise de estabilidade global da estrutura. O presente trabalho considera restrições relativas à estabilidade global e ao comportamento dinâmico por meio do fator de carga crítica global e das frequências naturais de vibração, ambos resolvidos por meio do problema de autovalor.

4.13.4

Considerações de variáveis de projeto

Além da consideração das seções transversais dos elementos e do sistema de contraventamento empregado, variáveis relacionadas à orientação das colunas serão adicionadas ao problema. Dos trabalhos que cumpriram os critérios de inclusão

desta revisão, nenhum apresentou a orientação das colunas como variável a ser otimizada no processo evolutivo.

5

Materiais e métodos

Este capítulo visa apresentar o embasamento teórico subjacente aos problemas de otimização abordados nesta tese. Dado que o problema em questão é de natureza interdisciplinar, o capítulo está dividido em cinco seções, cada uma delimitando os temas pertinentes. Estas seções compreendem: a exposição do algoritmo canônico de evolução diferencial, a discussão do método de penalização adaptativa, empregado em problemas mono-objetivo preliminares para o tratamento de restrições, os conceitos e técnicas aplicados em problemas multiobjetivo, considerações relevantes acerca da modelagem de pórticos de aço e abordagens para o tratamento dos efeitos de segunda ordem. A formulação para a análise matricial de pórticos espaciais pode ser encontrada no Apêndice A.

5.1

Algoritmo de evolução diferencial

O Algoritmo de Evolução Diferencial (DE), é uma metaheurística de otimização que consiste na geração e evolução de uma população de vetores candidatos (soluções candidatas) com variáveis reais contínuas. O DE é classificado com algoritmo evolucionário, pois se trata de uma população de soluções candidatas que evoluem através de gerações segundo um determinado processo, porém não é bioinspirado. A população evolui com base em uma estratégia matemática de operações vetoriais, na qual, através da diferença entre pares de vetores candidatos de uma mesma população, o algoritmo gera vetores de perturbação, designados vetores-diferença que são responsáveis pela alteração da disposição espacial dos vetores candidatos em busca do mínimo. Isso concede ao algoritmo uma característica de auto-adaptação. O método é dotado de robustez e simplicidade de implementação computacional e tem mostrado eficácia na solução de problemas de otimização, estando consolidado como um método fácil, confiável e rápido (PRICE *et al.*, 2006).

5.1.1

Parâmetros do DE

O DE é um algoritmo com baixa dependência de parâmetros, isso porque apresenta apenas quatro parâmetros principais, sendo eles: o tamanho da população (N_p), o número máximo de gerações (g_{max}), o fator de escala (F) e a probabilidade

de cruzamento (Cr). A definição e aplicação desses parâmetros serão discutidas nas seções subsequentes.

5.1.2 Estrutura da população

A população do DE consiste em N_p vetores candidatos de D -dimensões, onde N_p é o tamanho da população e D é a dimensão do vetor ou simplesmente o número de variáveis de projeto. A população atual, expressa por $\mathbf{P}_{x,g}$, é composta de vetores candidatos $\mathbf{x}_{i,g}$, pertencentes à uma determinada geração, indicada pelo subíndice g . O número máximo de gerações é indicado por g_{max} , o índice i faz referência ao indivíduo da população e o índice j à variável de projeto (Equação (5-1)). (PRICE *et al.*, 2006)

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{x,g} &= (\mathbf{x}_{i,g}), \quad i = 0, 1, \dots, N_p - 1, \quad g = 0, 1, \dots, g_{max} \\ \mathbf{x}_{i,g} &= x_{j,i,g}, \quad j = 0, 1, \dots, D - 1 \end{aligned} \quad (5-1)$$

Após a inicialização, o DE gera uma população intermediária de vetores mutantes ($\mathbf{v}_{i,g}$), expressa por $\mathbf{P}_{v,g}$ (Equação (5-2)).

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{v,g} &= (\mathbf{v}_{i,g}), \quad i = 0, 1, \dots, N_p - 1, \quad g = 0, 1, \dots, g_{max} \\ \mathbf{v}_{i,g} &= v_{j,i,g}, \quad j = 0, 1, \dots, D - 1 \end{aligned} \quad (5-2)$$

Cada vetor da atual população é combinado com um mutante, gerando uma população teste ($\mathbf{P}_{u,g}$) que consiste em N_p vetores teste ($\mathbf{u}_{i,g}$) (Equação (5-3)).

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{u,g} &= (\mathbf{u}_{i,g}), \quad i = 0, 1, \dots, N_p - 1, \quad g = 0, 1, \dots, g_{max} \\ \mathbf{u}_{i,g} &= u_{j,i,g}, \quad j = 0, 1, \dots, D - 1 \end{aligned} \quad (5-3)$$

Os vetores teste ($\mathbf{u}_{i,g}$) substituem os vetores mutantes ($\mathbf{v}_{i,g}$) e, caso apresentem uma melhor aptidão ao problema, seguem para a próxima geração no lugar do vetor da população atual em questão ($\mathbf{x}_{i,g}$).

5.1.3 Inicialização da população

Para que a população seja iniciada, deve-se determinar *a priori* os limites superior e inferior de cada variável de projeto, esses valores são armazenados em vetores \mathbf{b}_u e \mathbf{b}_l , onde os subíndices u (*upper bound*) e l (*lower bound*) fazem referência aos limites superior e inferior respectivamente. Após ter definido os parâmetros limites de cada variável, a população é gerada aleatoriamente dentro do intervalo determinado. A Equação (5-4) mostra a geração do j -ésimo parâmetro do i -ésimo vetor para o valor inicial ($g = 0$).

$$x_{j,i,0} = rand_j(0, 1) \times (b_{j,u} - b_{j,l}) + b_{j,l} \quad (5-4)$$

O número $rand_j(0, 1)$ gera um valor aleatório de uma distribuição uniforme entre zero e um, enquanto o subíndice j indica que um novo valor aleatório será gerado para cada parâmetro j . Para variáveis discretas ou inteiras, os parâmetros devem ser tratados como contínuos e arredondados posteriormente. Esse é o caso das variáveis tratadas nesse trabalho: índices inteiros que apontam para perfis metálicos em uma tabela comercial.

5.1.4 Mutação da população

Após ser inicializada, o DE muta e recombina a população para produzir uma população de N_p vetores experimentais, onde N_p   o número de indivíduos (vetores). Em particular, a mutação diferencial consiste em realizar uma subtração entre dois vetores, ponderar o módulo do vetor resultante por um número real positivo pré-determinado ($F \in (0, 1)$) e somar o resultado a um terceiro vetor, todos escolhidos aleatoriamente. A Equa o (5-5) mostra como é feita essa combinação entre três vetores aleatórios para criar o vetor mutante $\mathbf{v}_{i,g}$.

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{r0,g} + F \times (\mathbf{x}_{r1,g} - \mathbf{x}_{r2,g}) \quad (5-5)$$

O  ndice $r0$ faz referência ao vetor denominado “vetor base” ($\mathbf{x}_{r0,g}$) e é determinado de forma aleatória com a restrição de ser diferente do  ndice i do vetor denominado “vetor alvo” ($\mathbf{x}_{i,g}$). Os  ndices $r1$ e $r2$ pertencentes ao chamados “vetores de diferença” ($\mathbf{x}_{r1,g}, \mathbf{x}_{r2,g}$), são também determinados de forma aleatória, com a premissa de serem também diferentes dos índices do vetor base e do vetor alvo ($r0$ e i , respectivamente). A Figura 5.1 mostra um esquema, para uma situação simplificada de duas variáveis de projeto ($D = 2$), de como é realizada a combinação para gerar o vetor mutante ($\mathbf{v}_{i,g}$).

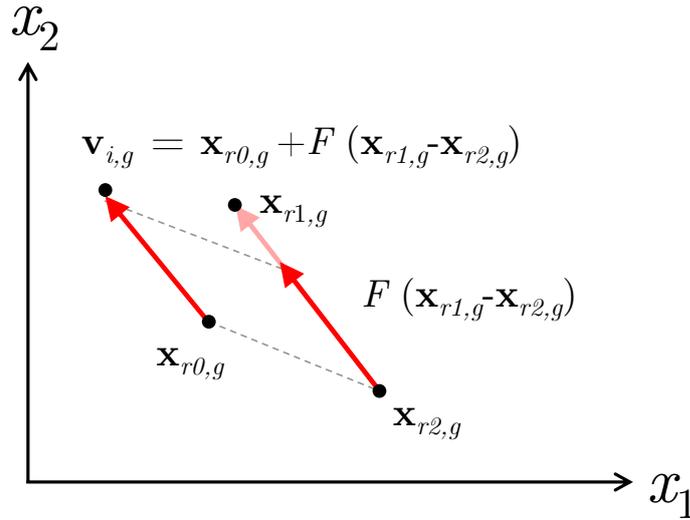


Figura 5.1: Exemplo da mutação vetorial em 2D. Adaptado de Price *et al.* (2006).

5.1.5 Crossover

A estratégia de busca por mutação diferencial também conta com cruzamento uniforme (*uniform crossover*), que consiste em varrer cada vetor e comparar com um vetor mutante para gerar um vetor teste ($\mathbf{u}_{i,g}$). Esse cruzamento se dá por um parâmetro chamado de probabilidade de cruzamento ($Cr \in [0, 1]$), definido previamente pelo usuário. Além disso, um parâmetro do teste com índice aleatório j_{rand} é retirado do vetor mutante para garantir que não haja duplicação do vetor $\mathbf{x}_{i,g}$. A Equação (5-6) sintetiza o cruzamento no DE.

$$\mathbf{u}_{i,g} = (u_{j,i,g}) = \begin{cases} v_{j,i,g} & \text{se } rand_j(0, 1) \leq Cr \text{ ou } j = j_{rand} \\ x_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5-6)$$

A probabilidade de *crossover* (Cr) é o valor que determinará qual a porcentagem de parâmetros a serem herdados do vetor mutante. Para determinar qual vetor contribuirá na geração de cada parâmetro do vetor teste ($\mathbf{u}_{i,g}$), o número aleatório $rand_j$, gerado para cada parâmetro j , é comparado com Cr . Caso esse número seja menor ou igual a Cr o parâmetro é herdado do vetor mutante, caso contrário, o parâmetro do vetor da população atual é mantido. Além disso, um parâmetro do teste com índice aleatório j_{rand} é retirado do vetor mutante para garantir que não haja duplicação do vetor $\mathbf{x}_{i,g}$, com isso, Cr só aumenta a probabilidade real (p_{Cr}) de que o parâmetro j seja herdado do vetor mutante. A Figura 5.2 exemplifica o *crossover* do DE, onde azul representa a propriedade original do vetor alvo e vermelho a propriedade do vetor mutante.

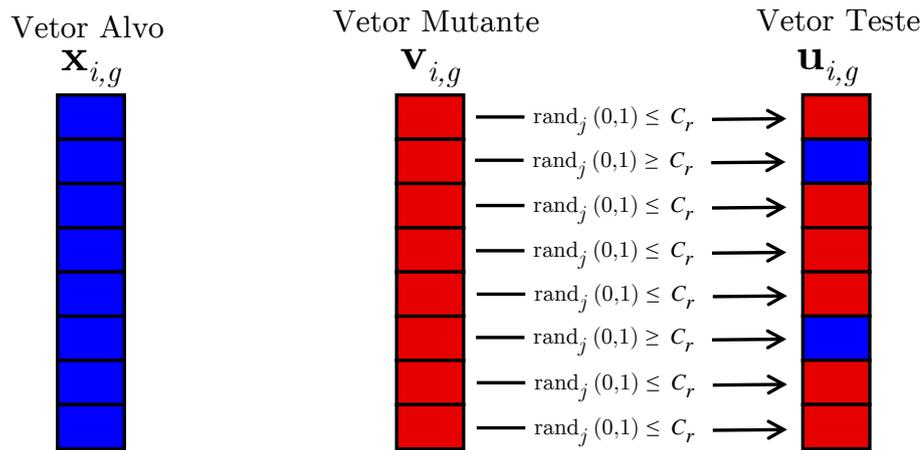


Figura 5.2: Exemplo do *crossover* no DE. Adaptado de Price *et al.* (2006).

De forma mais ilustrativa, a Figura 5.3 mostra os possíveis vetores testes ($\mathbf{u}_{i,g}$, $\mathbf{u}'_{i,g}$ e $\mathbf{u}''_{i,g}$) resultantes de um cruzamento uniforme do vetor mutante ($\mathbf{v}_{i,g}$) com o vetor alvo ($\mathbf{x}_{i,g}$), para um problema de apenas duas variáveis.

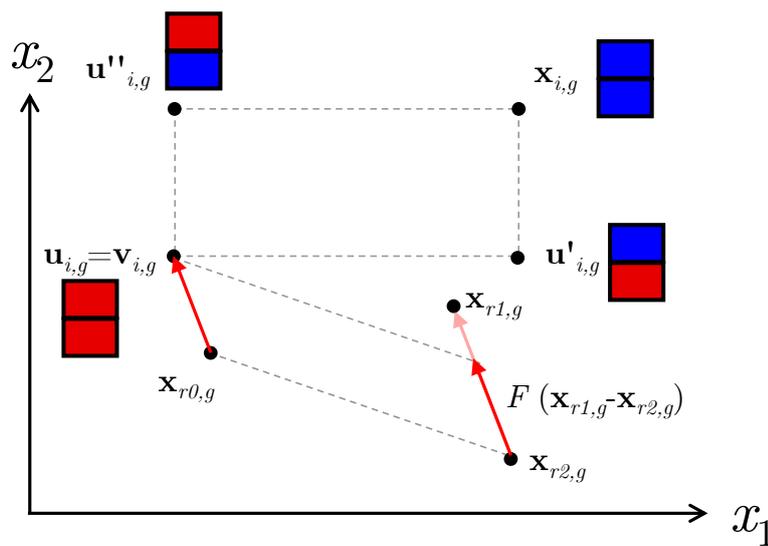


Figura 5.3: Exemplo 2D de vetores teste possíveis. Adaptado de Price *et al.* (2006).

5.1.6 Seleção

Para conduzir a seleção de um vetor e determinar qual vetor será propagado para a geração subsequente, é imperativo realizar uma avaliação comparativa entre o valor da função objetivo associado ao vetor teste ($f(\mathbf{u}_{i,g})$) e o valor da função objetivo relacionado ao vetor alvo ($f(\mathbf{x}_{i,g})$). Se o vetor teste manifestar um valor inferior à função objetivo em relação ao vetor alvo, ele será designado para a

geração seguinte. Caso contrário, se o vetor alvo apresentar um valor igual ou superior em termos da função objetivo, ele permanecerá inalterado e subsistirá na próxima geração. O procedimento de seleção utilizado no DE é explicitado pela Equação (5-7).

$$\mathbf{x}_{i,g+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,g} & \text{se } f(\mathbf{u}_{i,g}) < f(\mathbf{x}_{i,g}) \\ x_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5-7)$$

Após a composição da população da geração subsequente, representada como $\mathbf{P}_{\mathbf{x},g+1}$, o ciclo completo de mutação, cruzamento e seleção é iterado de forma contínua até que um critério de parada seja satisfeito. Este critério pode incluir alcançar um limite máximo de gerações (g_{max}) previamente definido pelo usuário, ou a identificação de uma solução ótima, caracterizada pelo estado em que todos os indivíduos na população se tornam idênticos

A seleção de quais vetores candidatos devem prevalecer para a próxima geração em um problema multiobjetivo é feita baseada nos conceitos de ótimo de Pareto, dominância, ranqueamento e *crowding distance*, esses conceitos são introduzidos na Seção 5.3.

5.1.7

Descrição simplificada do DE

A simplicidade do ciclo de geração e avaliação do DE se revela de maneira evidente quando as Equações (5-5) e (5-7) são unificadas, como demonstrado na Equação (5-8).

$$u_{j,r0,g} = \begin{cases} x_{j,r0,g} + F \times (x_{j,r1,g} - x_{j,r2,g}), & \text{se } rand_j(0,1) \leq Cr \text{ ou } j = j_{rand} \\ x_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$j = 0, 1, \dots, D - 1 \quad j_{rand} \in \{0, 1, \dots, D - 1\}$$

$$i = 0, 1, \dots, Np - 1$$

$$g = 0, 1, \dots, g_{max}$$

$$r0, r1, r2 \in \{0, 1, \dots, Np - 1\} \quad r0 \neq r1 \neq r2 \neq i$$

$$\mathbf{x}_{i,g+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_{i,g} & \text{se } f(\mathbf{u}_{i,g}) \leq f(\mathbf{x}_{i,g}) \\ x_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5-8)$$

5.2

Método da penalização adaptativa

Durante o processo evolutivo, os vetores candidatos podem violar as restrições de projeto. Para tratar desse problema, diferentes estratégias de penalização, com o

intuito de impedir que uma solução infactível seja bem ranqueada, são adotadas. O Método da Penalização Adaptativa, ou APM (*Adaptive Penalty Method*), proposto por Barbosa e Lemonge (2002) é a estratégia de penalização adotada nesse trabalho para os problemas mono-objetivo. Um método adaptativo, é assim denominado, devido à sua característica de ajustar valores dos coeficientes de penalização a medida em que o processo evolutivo se desenvolve. O APM consiste em adaptar os coeficientes de penalização de cada restrição com informações extraídas de toda a população, como, por exemplo, a média da função objetivo. O método define a função aptidão $F(\mathbf{x})$ como sendo a função objetivo mais a penalização sofrida devido à violação de restrições. Por exemplo, uma possível solução terá seu peso aumentado se infringir restrições do problema, sendo assim penalizada em relação a uma solução candidata que respeita todas as restrições. A Equação (5-9) descreve a função aptidão $F(\mathbf{x})$, onde $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo de um vetor candidato sem penalização e $\bar{f}(\mathbf{x})$ é definida pela Equação (5-10), onde $\langle f(\mathbf{x}) \rangle$ é o valor médio da função objetivo da população de vetores atual. O parâmetro de penalidade k_j é definido na Equação (5-11), onde $\langle v_l(\mathbf{x}) \rangle$ é a média de violações da l -ésima restrição de um problema de nc restrições.

$$F(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{se } \mathbf{x} \text{ for factível} \\ \bar{f}(\mathbf{x}) + \sum_j^{nc} k_j v_j(\mathbf{x}) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5-9)$$

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}) & \text{se } f(\mathbf{x}) > \langle f(\mathbf{x}) \rangle \\ \langle f(\mathbf{x}) \rangle & \text{se } f(\mathbf{x}) \leq \langle f(\mathbf{x}) \rangle \end{cases} \quad (5-10)$$

$$k_j = |\langle f(\mathbf{x}) \rangle| \frac{\langle v_j(\mathbf{x}) \rangle}{\sum_{l=1}^{nc} [\langle v_l(\mathbf{x}) \rangle]^2} \quad (5-11)$$

A Figura 5.4 ilustra melhor o método de determinação de $\bar{f}(\mathbf{x})$, apresentando soluções factíveis e infactíveis. Dentre as seis soluções infactíveis, os indivíduos 1, 2, 3 e 4 apresentam valores da função objetivo menores que a média da população, portanto o valor de $f(\mathbf{x})$ é alterado para a média da função objetivo. Os indivíduos 5 e 6 apresentam valores piores que a média da população, então $\bar{f}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$. Informações mais detalhadas do método podem ser encontradas em Barbosa e Lemonge (2008).

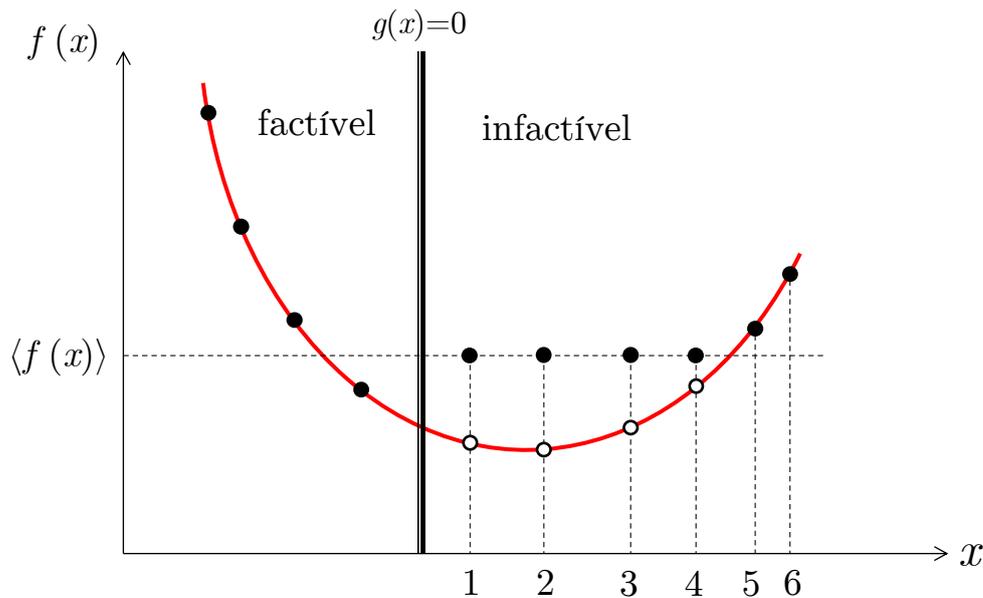


Figura 5.4: Descrição da função $\bar{f}(x)$. Adaptado de Barbosa e Lemonge (2008).

5.3

Conceitos e métodos para problemas multiobjetivo

Nesta seção serão apresentados conceitos e técnicas empregados no tratamento e extração de soluções em problemas multiobjetivo. Importantes definições como dominância e *crowding distance*, e técnicas para a redução e extração da população utilizadas serão explicadas.

5.3.1

Dominância

O conceito de dominância está intrinsecamente associado ao conceito de ótimo de Pareto, conforme previamente introduzido no Capítulo 2. De acordo com Deb (2001), em um contexto de problema multiobjetivo de minimização, a solução A domina a solução B ($A \prec B$) quando uma das duas condições é satisfeita: A é superior ou igual a B em todas as funções objetivo ($f_i(A) \leq f_i(B)$ para todo $i = 1, 2, \dots, n$, onde n representa o número de objetivos); ou A é estritamente superior a B em, pelo menos, uma função objetivo específica ($f_i(A) < f_i(B)$ para, pelo menos, um valor de i).

A Figura 5.5 visualiza, em um espaço bidimensional de funções objetivo, as relações de dominância entre três soluções candidatas A , B e C , onde A domina B , que por sua vez domina C . A região destacada em azul representa o conjunto de todas as soluções possíveis que dominariam B , caso fossem factíveis, enquanto a região em vermelho demarca o espaço ocupado por soluções dominadas por B . Em

um cenário tridimensional, a região de dominância de um ponto assume a forma de um paralelepípedo, conforme ilustrado na Figura 5.6, ajustando-se, assim, à dimensão do espaço das funções objetivo.

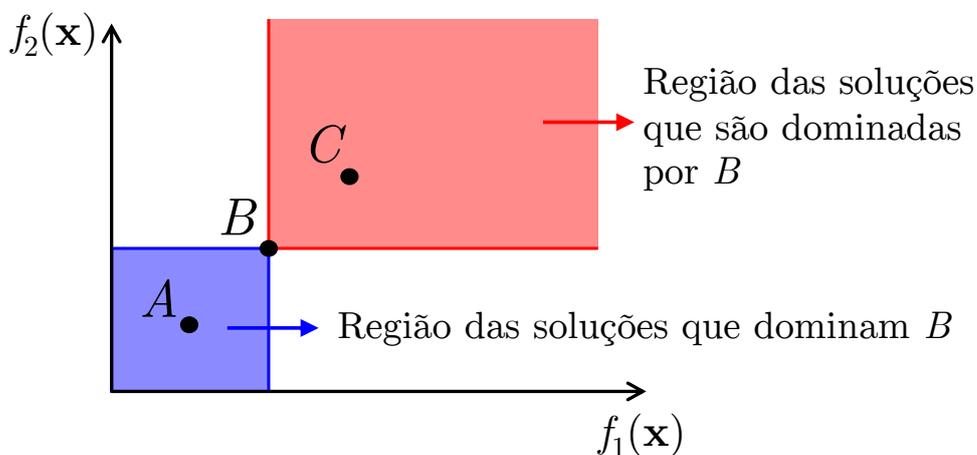


Figura 5.5: Relação de dominância entre soluções candidatas.

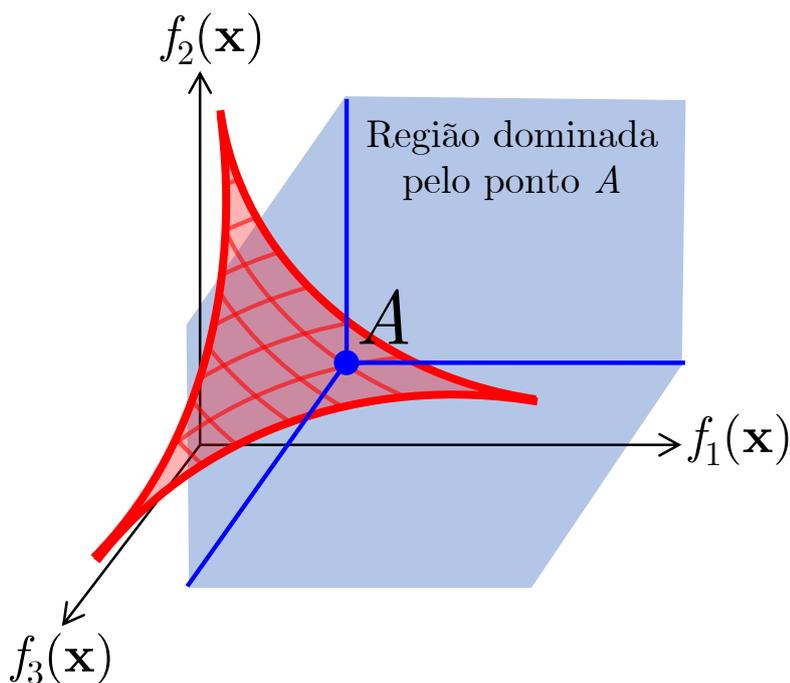


Figura 5.6: Região dominada por um ponto em um espaço de três funções objetivo.

5.3.2

Ranking e Crowding distance

Em determinado momento do processo evolucionário o número de indivíduos fica maior do que o tamanho da população inicial (N_p) e, portanto, deve-se aplicar critérios de seleção para definir quais soluções candidatas continuam para a próxima

geração. O método elitista aplicado nos algoritmos utilizados baseia-se no *Ranking* não-dominado e no *crowding distance*, esquemas descritos por Deb *et al.* (2002). A estratégia de ranqueamento (*Ranking*) tem como objetivo graduar as soluções em diferentes níveis de não-dominância e o *crowding distance* é um parâmetro que está ligado à diversidade da população através do cálculo de uma distância de aglomeração de soluções vizinhas.

No esquema de *Ranking* não-dominado, as soluções são divididas em d subconjuntos graduados com um *Rank*. Cada $Rank_i$ é composto por soluções que não são dominadas entre si e dominam todos os $Rank_n$, sendo $n > i$. Dessa forma, o $Rank_1$ é composto de todas as soluções não dominadas do problema e a população é classificada em d subconjuntos da seguinte forma:

- $Rank_1 = \{ \text{Todas as soluções não dominadas} \};$
- $Rank_2 = \{ \{ \text{Todas as soluções não dominadas} \} \setminus \{ Rank_1 \} \};$
- $Rank_3 = \{ \{ \text{Todas as soluções não dominadas} \} \setminus \{ Rank_1 \cup Rank_2 \} \};$
- ...;
- $Rank_d = \{ \{ \text{Todas as soluções não dominadas} \} \setminus \{ Rank_1 \cup \dots \cup Rank_{d-1} \} \}.$

A Figura 5.7 ilustra uma graduação feita pelo esquema de ranking não-dominado para um problema genérico com duas funções objetivo.

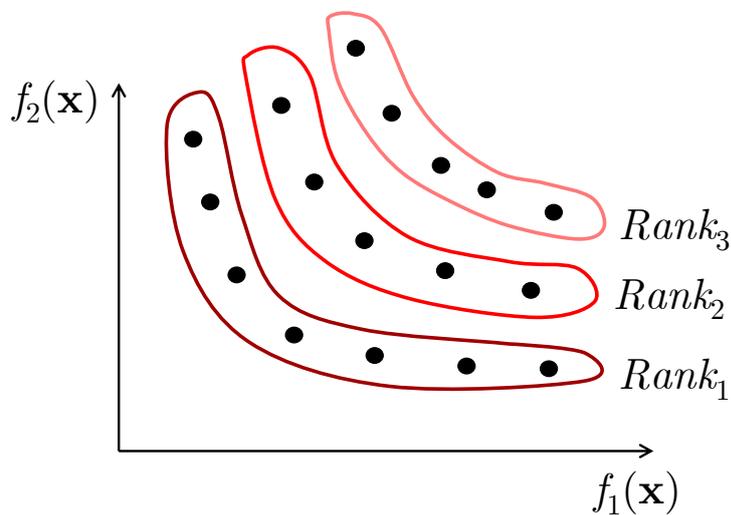


Figura 5.7: Soluções ranqueadas pelo esquema de *Ranking* não-dominado. Adaptado de Carvalho (2019).

Após realizado o ranqueamento das soluções é calculado o *crowding distance*, que nada mais é do que uma métrica para a densidade em torno de cada solução no espaço das funções objetivo. Em um problema com apenas dois objetivos, o *crowding distance* consiste no semi-perímetro do retângulo cuja diagonal é formada

pelo segmento de reta que liga as soluções vizinhas. A Figura 5.8, adaptada de Azuma (2011), ilustra o *crowding distance* da i -ésima solução dada por $a + b$, onde $i - 1$ e $i + 1$ são soluções vizinhas e pertencentes ao mesmo *Rank* que i . Entende-se que quanto maior o valor do *crowding distance*, maior é a diversidade da solução e essas são preferidas para avançarem de geração dentro um mesmo *Rank*. As soluções extremas tem seu *crowding distance* definido como infinito.

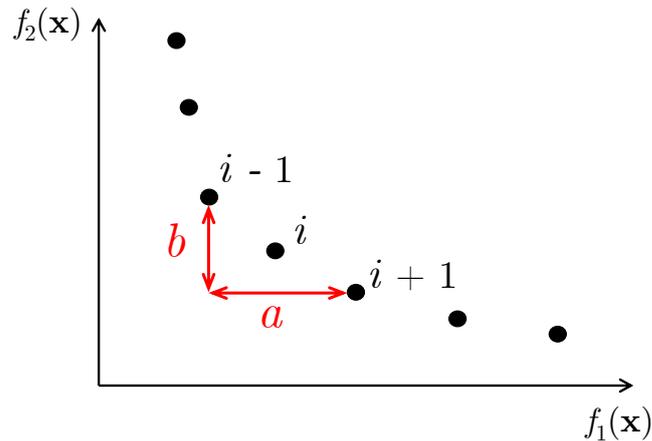


Figura 5.8: *Crowding distance*. Adaptado de Azuma (2011).

5.3.3

Seleção da população

Conforme já descrito na Seção 5.1, após a mutação e cruzamento dentre os vetores candidatos, é necessário que haja uma seleção de soluções que sejam consideradas melhores para avançar para a próxima geração, com o intuito de não extrapolar o tamanho da população (N_p). Para isso, são aplicados os critérios de *Ranking* e *crowding distance* após a classificação, as piores soluções excedentes são descartadas.

A Figura 5.9, adaptada de Deb *et al.* (2002), ilustra a aplicação dos esquemas de *Ranking* não-dominado e *crowding distance* para a seleção de indivíduos de uma população P em uma geração G . Primeiramente um conjunto de N_p indivíduos é gerado através da mutação e do cruzamento, feito isso, tem-se uma população de tamanho igual a $2N_p$ vetores candidatos. Esses $2N_p$ vetores são graduados em d *Ranks* de dominância ($Rank_1, Rank_2, \dots, Rank_d$), dos quais os mais bem ranqueados prevalecem. Para diferenciar os indivíduos de uma mesma graduação, que não pode levar todas as soluções nela presentes ($Rank_D$), é aplicado o *crowding distance* e, aqueles que apresentarem os maiores valores, compõem a população final da geração.

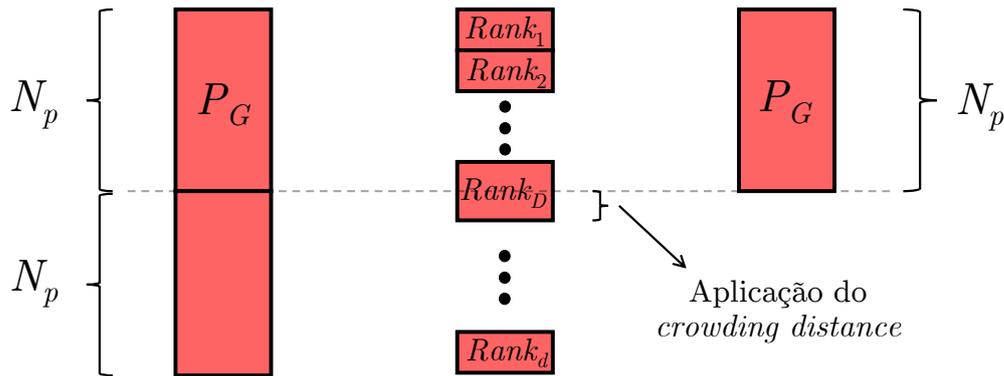


Figura 5.9: Seleção de soluções candidatas conforme os esquemas de *Ranking* não-dominado e *crowding distance*. Adaptado de Deb *et al.* (2002).

5.3.4

Algoritmos de busca para problemas multiobjetivo

O trabalho consiste basicamente na aplicação de metaheurísticas na otimização multiobjetivo de pórticos espaciais de aço. Para isso quatro algoritmos baseados em evolução diferencial são empregados: (i) O *Third Evolution Step of Generalized Differential Evolution* (GDE3) proposta por Kukkonen e Lampinen (2005); (ii) O *Success History Based Adaptive Multi-objective Differential Evolution* (SHAMODE) introduzido por Panagant, Bureerat e Tai (2019); (iii) O *Success History Based Adaptive Multi-objective Differential Evolution with Whale Optimization* (SHAMODE-WO), que incorpora o movimento em espiral do *Whale Optimization Algorithm* (WOA) criado por Mirjalili e Lewis (2016), também desenvolvido por Panagant, Bureerat e Tai (2019); e (iv) O *Multi-objective Meta-heuristic with Iterative Parameter Distribution Estimation* (MM-IPDE) proposto por Wansasueb *et al.* (2022). Para determinar o próximo conjunto de soluções candidatas para futuras gerações, são utilizados os conceitos de dominância e *crowding distance*, conforme descrito por Deb *et al.* (2002). As restrições são tratadas utilizando a técnica de classificação não dominada baseada em restrições, também descrita por Deb *et al.* (2002).

5.3.4.1

Third Evolution Step of Generalized Differential Evolution (GDE3)

O GDE3 é uma extensão do DE para otimização global com um número arbitrário de objetivos e restrições. No caso de um problema com um único objetivo e sem restrições, o GDE3 se reduz ao DE original. O GDE3 melhora as versões anteriores do GDE em casos de problemas multiobjetivo, fornecendo uma solução mais bem distribuída.

A primeira versão da Evolução Diferencial Generalizada (GDE) estendeu o DE para a otimização multiobjetivo com restrições, modificando a regra de seleção do DE básico (LAMPINEN *et al.*, 2001). A ideia básica na regra de seleção era que o vetor de teste era escolhido para substituir o vetor antigo na próxima geração se ele dominasse o vetor antigo. Não havia ordenação de vetores não dominados durante o processo de otimização ou qualquer mecanismo para manter a distribuição e extensão da solução. Além disso, não havia um repositório adicional para vetores não dominados. Ainda assim, o GDE conseguiu fornecer uma solução surpreendentemente boa, mas era muito sensível à seleção dos parâmetros de controle (KUKKONEN; LAMPINEN, 2004a).

Posteriormente, o GDE foi modificado para tomar uma decisão com base na aglomeração (*crowding distance*) quando o vetor de teste e o vetor alvo eram factíveis e não se dominavam mutuamente no espaço das funções objetivo (KUKKONEN; LAMPINEN, 2004b). Isso melhorou a extensão e a distribuição da solução, mas desacelerou a convergência da população como um todo, pois favorecia vetores isolados longe da frente de Pareto antes que todos os vetores convergissem perto da frente de Pareto. Essa versão, GDE2, ainda era muito sensível à seleção dos parâmetros de controle.

O GDE3 pode ser visto como uma combinação das versões anteriores do GDE e da Pareto Differential Evolution Approach (PDEA), introduzida por Madavan (2002). O GDE3, de forma similar ao DE, inicia-se com a geração de uma população inicial aleatória e subsequentes mutação, cruzamento e seleção, descrito na seção 5.3.3.

O vetor de teste $\mathbf{u}_{i,g}$ é selecionado para substituir o vetor de decisão $\mathbf{x}_{i,g}$ na próxima geração ($g + 1$) se $\mathbf{u}_{i,g} \prec \mathbf{x}_{i,g}$. Se $\mathbf{x}_{i,g} \prec \mathbf{u}_{i,g}$, então $\mathbf{u}_{i,g}$ é descartado, e $\mathbf{x}_{i,g}$ permanece na população. No caso de nenhuma destas condições serem satisfeitas, ambos os vetores são mantidos na geração subsequente.

5.3.4.2

Success History-based Adaptive Multi-Objective Differential Evolution (SHAMODE)

O algoritmo SHAMODE, proposto por Panagant, Bureerat e Tai (2019), representa uma estratégia inovadora de otimização multiobjetivo. Esse algoritmo adapta os parâmetros F e Cr , oriundos do algoritmo original DE, com base nas experiências bem-sucedidas em gerações anteriores. A técnica de adaptação foi inicialmente proposta por Tanabe e Fukunaga (2013). A abordagem é inicializada com uma população aleatória (\mathbf{x}_0) contendo N_p vetores candidatos. Ela opera por meio de processos de mutação, cruzamento e seleção, exigindo a criação de um arquivo externo vazio (A_0) e a definição dos valores iniciais dos parâmetros de

adaptação.

Uma característica notável do SHAMODE é a adaptação dos fatores de escala (F) e da probabilidade de cruzamento (Cr) individualmente para cada vetor candidato i em cada geração g . Ao final de cada geração g , os índices i dos indivíduos sobreviventes ao processo de seleção são registrados em um vetor chamado $sind$. A partir desses índices, os vetores que contribuíram para o sucesso reprodutivo ($\mathbf{x}_{sind,g}$) são arquivados no arquivo externo \mathbf{A}_{g+1} . Posteriormente, caso $sind$ não esteja vazio, calculam-se as médias de Lehmer para os valores de F e Cr dos vetores $\mathbf{x}_{sind,g}$. Essas médias são armazenadas nos vetores de histórico de memória, \mathbf{M}_F e \mathbf{M}_{Cr} . Esses vetores retêm as médias das últimas H gerações, com H geralmente sugerido como 5. Nas primeiras H gerações, esses valores são inicializados em 0.5, de acordo com as Equações (5-12) e (5-13), em que k_g representa a posição da geração g no intervalo entre 1 e H . O índice k é o índice do elemento de memória que, inicialmente, é igual a 1 e é aumentado linearmente à medida que o procedimento avança. Se $k > H$, k é reiniciado para 1.

$$\mathbf{M}_{F,k,g+1} = \begin{cases} L_{mean}(\mathbf{F}_{sind,g}) & \text{se } \mathbf{F}_{sind,g} \neq \emptyset \\ \mathbf{M}_{F,k,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5-12)$$

$$\mathbf{M}_{Cr,k,g+1} = \begin{cases} L_{mean}(\mathbf{Cr}_{sind,g}) & \text{se } \mathbf{Cr}_{sind,g} \neq \emptyset \\ \mathbf{M}_{Cr,k,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5-13)$$

No início da geração subsequente $g = g + 1$, é necessário definir os valores de $F_{i,g}$ e $Cr_{i,g}$ para os Np vetores. Para cada vetor i , seleciona-se aleatoriamente um dos valores médios em \mathbf{M}_{Cr} (μ_{Cr}) e um dos valores médios em \mathbf{M}_F (μ_F). A partir desses valores, $F_{i,g}$ e $Cr_{i,g}$ são calculados utilizando distribuições de Cauchy e distribuições normais, respeitando as variâncias com valores de 0.1 conforme descrito nas Equações (5-14) e (5-15).

$$F_{i,g} = \text{rand}_{C_i}(\mu_F, 0.1) \quad (5-14)$$

$$Cr_{i,g} = \text{rand}_{n_i}(\mu_{Cr}, 0.1) \quad (5-15)$$

Em cada geração g , são gerados Np vetores mutantes $\mathbf{v}_{i,g}$ através da operação de mutação, como definida na Equação (5-16). Essa operação envolve a adição de dois termos ao i -ésimo vetor $\mathbf{x}_{i,g}$, multiplicados pelo fator de escala adaptado ($F_{i,g} \in (0, 1)$). O primeiro termo consiste no vetor diferença entre \mathbf{x}_{pbest} , uma solução escolhida aleatoriamente da frente de Pareto, e $\mathbf{x}_{i,g}$. O segundo termo é a diferença entre $\mathbf{x}_{r1,g}$, um vetor selecionado aleatoriamente da população atual \mathbf{x}_g , e $\mathbf{x}_{r2,g}$, um vetor escolhido aleatoriamente da união entre a geração atual e o arquivo externo ($\mathbf{x}_g \cup \mathbf{A}_g$).

$$\mathbf{v}_{i,g} = \mathbf{x}_{i,g} + F_{i,g} \times (\mathbf{x}_{pbest} - \mathbf{x}_{i,g}) + F_{i,g} \times (\mathbf{x}_{r1,g} - \mathbf{x}_{r2,g}) \quad (5-16)$$

Assim como no algoritmo DE original, a operação de cruzamento no SHA-MODE envolve o cruzamento de cada vetor alvo $\mathbf{x}_{i,g}$ com um vetor mutante $\mathbf{v}_{i,g}$ para gerar um vetor teste $\mathbf{u}_{i,g}$. A diferença reside no fator de probabilidade de cruzamento ($Cr_{i,g} \in [0, 1]$), que determina a probabilidade de transportar a j -ésima variável do vetor mutante i para o vetor teste. Esse fator é adaptado individualmente para cada vetor em cada geração, conforme definido na Equação (5-17).

$$u_{j,i,g} = \begin{cases} v_{j,i,g} & \text{se } rand_j(0, 1) \leq Cr_{i,g} \text{ ou } j = j_{rand} \\ x_{j,i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5-17)$$

A seleção dos indivíduos que avançarão para a próxima geração segue o esquema de não-dominância do NSGA-II, proposto por Deb *et al.* (2002) e já descrito na Subsecção 5.3.3.

5.3.4.3

Success History-based Adaptive Multi-Objective Differential Evolution with whale Optimization (SHAMODE-WO)

O algoritmo denominado SHAMODE-WO representa uma variação do SHA-MODE, que também foi introduzida por Panagant, Bureerat e Tai (2019). A modificação ocorre no estágio de mutação, onde incorpora-se o operador de movimento espiral derivado do algoritmo de otimização das baleias WOA (MIRJALILI; LEWIS, 2016). Inicialmente, o processo de mutação é realizado de acordo com a descrição apresentada na Seção 5.3.4.2, gerando os vetores mutantes $\mathbf{v}_{i,g}$. Em seguida, cada um desses vetores mutantes tem uma probabilidade de 50% de ser atualizado com o operador espiral do WOA, conforme delineado nas Equações (5-18) e (5-19). Nesse contexto, $\mathbf{v}_{i,g}$ representa o novo vetor mutante atualizado pelo operador espiral, enquanto x_{pbest_2} denota um vetor selecionado aleatoriamente da Frente de Pareto na geração g . As variáveis l e $rand_i$ correspondem a números aleatórios escolhidos nos intervalos $[-1, 1]$ e $[0, 1]$, respectivamente. Posteriormente, os procedimentos de cruzamento, seleção e adaptação de parâmetros seguem o mesmo método descrito na Seção 5.3.4.2 para o SHAMODE.

$$\mathbf{v}_{i,g}^* = \begin{cases} \mathbf{D}_i \times e^l \times \cos(2\pi l) + \mathbf{x}_{pbest_2} & \text{se } rand_i(0, 1) < 0.5 \\ \mathbf{v}_{i,g} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5-18)$$

$$\mathbf{D}_i = |\mathbf{x}_{pbest_2} - \mathbf{v}_{i,g}| \quad (5-19)$$

5.3.4.4

Multiobjective Metaheuristic with Iterative Parameter Distribution Estimation (MM-IPDE)

O algoritmo MM-IPDE, desenvolvido por Wansasueb *et al.* (2022), representa uma abordagem semelhante ao SHAMODE e SHAMODE-WO, sendo também um algoritmo baseado em evolução diferencial que realiza adaptações nos parâmetros F e Cr do DE original. No entanto, o MM-IPDE difere dos algoritmos anteriormente mencionados, uma vez que a adaptação desses parâmetros é conduzida por meio de um algoritmo de otimização operando no espaço de busca binário, conhecido como “Population-Based Incremental Learning for Multi-objective Optimization” (PBILM) (BUREERAT; SRIWORAMAS, 2007). Adicionalmente, o algoritmo MM-IPDE emprega diversos processos de mutação e cruzamento, e a escolha do processo a ser utilizado é determinada pelo PBILM.

No decurso do processo evolutivo, ocorre a resolução simultânea de dois problemas de otimização, implicando, portanto, a existência paralela de dois conjuntos de variáveis de projeto. O primeiro conjunto de variáveis de projeto, denominado variáveis de alto nível \mathbf{x}_h , representa os parâmetros de otimização do DE e pode ser expresso como na Equação (5-20). Na qual, F_{scheme} determina o método a ser empregado para a adaptação do fator de escala F , F_1 e F_2 constituem os valores utilizados na geração de F , Cr corresponde ao fator de probabilidade de cruzamento, e I_r indica qual procedimento de reprodução será aplicado. Os valores contidos em \mathbf{x}_h são posteriormente empregados para a obtenção do segundo conjunto de variáveis, conhecido como variáveis de baixo nível \mathbf{x}_l . Estas últimas representam as variáveis de projeto inerentes ao problema de otimização estrutural a ser solucionado.

$$\mathbf{x}_h = \{F_{scheme}, F_1, F_2, Cr, I_r\} \quad (5-20)$$

A probabilidade de cruzamento $Cr_{i,g}$ é diretamente derivada do valor da variável de alto nível do indivíduo i na g -ésima geração $\mathbf{x}_{h,i,g}$. Por sua vez, o fator de escala $F_{i,g}$ é calculado de acordo com a Equação (5-21), com base nos valores das variáveis de alto nível $\mathbf{x}_{h,i,g}$. Importante notar que o parâmetro F_2 é sempre restringido a ser menor que F_1 , garantindo coerência no processo de otimização.

No caso em que o parâmetro F_{scheme} seja igual a 1, a variável aleatória $F_{i,g}$ é gerada mediante um processo estocástico, com a sua distribuição modelada pela função normal, onde sua média é determinada por F_1 e seu desvio padrão por F_2 . No cenário alternativo em que F_{scheme} assume o valor 2, $F_{i,g}$ é estabelecida como uma variável aleatória seguindo uma distribuição uniforme restrita ao intervalo $[F_1, F_2]$.

$$F_{i,g} = \begin{cases} \text{rand}_{n_i}(F_1, F_2) & \text{se } F_{scheme} = 1 \\ \text{rand}_i(F_1, F_2) & \text{se } F_{scheme} = 2 \end{cases} \quad (5-21)$$

No contexto do MM-IPDE, a reprodução pode ser realizada por meio de cinco abordagens distintas, e o valor de I_r em $\mathbf{x}_{hi,g}$ determina qual desses processos será empregado para o indivíduo i da g -ésima geração. As características e detalhes dos cinco processos podem ser encontrados na Equação (5-22).

$$u_{i,g} = \begin{cases} \text{Esquema detalhado por Wansasueb et al. (2022)} & \text{se } I_r = 1 \\ \mathbf{x}_{i,g} + F_{i,g}(\mathbf{x}_{pbest,1} + \mathbf{x}_{pbest,2} + \mathbf{x}_{i,g}) & \text{se } I_r = 2 \\ \mathbf{x}_{pbest,1} + \mathbf{x}_{pbest,2} + F(\mathbf{x}_{r1,g} + \mathbf{x}_{r2,g} - \mathbf{x}_{r3,g} - \mathbf{x}_{r4,g}) & \text{se } I_r = 3 \\ \mathbf{x}_{i,g} + F_{i,g}(\mathbf{x}_{pbest,1} + \mathbf{x}_{i,g}) & \text{se } I_r = 4 \\ \text{Muta\c{c}o\~{e} simples} & \text{se } I_r = 5 \end{cases} \quad (5-22)$$

O primeiro procedimento para a reprodução emprega o coeficiente de probabilidade de cruzamento (Cr) e duas solu\c{c}o\~{e}s, designadas como $\mathbf{x}_{pbest,1}$ e $\mathbf{x}_{pbest,2}$, as quais s\~{a}o selecionadas aleatoriamente a partir do conjunto de solu\c{c}o\~{e}s que comp\~{o}em a frente de Pareto. Uma elabora\c{c}o\~{e} minuciosa deste sistema reprodutivo pode ser encontrada no trabalho de Srisomporn e Bureerat (2008). O segundo m\~{e}todo para gerar vetores mutantes compreende a utiliza\c{c}o\~{e} da i -\c{e}sima solu\c{c}o\~{e} da gera\c{c}o\~{e} atual ($\mathbf{x}_{i,g}$), bem como uma combina\c{c}o\~{e} ponderada de duas solu\c{c}o\~{e}s n\~{a}o dominadas escolhidas aleatoriamente do conjunto externo ($\mathbf{x}_{pbest,1}$ e $\mathbf{x}_{pbest,2}$). A gera\c{c}o\~{e} do vetor mutante no terceiro esquema \c{e} obtida atrav\~{e}s da soma ponderada de duas solu\c{c}o\~{e}s n\~{a}o dominadas selecionadas aleatoriamente do conjunto externo ($\mathbf{x}_{pbest,1}$ e $\mathbf{x}_{pbest,2}$), combinada com a soma ponderada de quatro solu\c{c}o\~{e}s pertencentes \c{a} gera\c{c}o\~{e} atual (g). O quarto m\~{e}todo de gera\c{c}o\~{e} de vetores mutantes implica a soma de um vetor proveniente da gera\c{c}o\~{e} atual ($\mathbf{x}_{i,g}$) ao qual se adiciona uma diferen\c{c}a ponderada entre um vetor selecionado aleatoriamente a partir da frente de Pareto e $\mathbf{x}_{i,g}$. O quinto esquema, caracterizado como uma muta\c{c}o\~{e} simples, \c{e} congruente com a descri\c{c}o\~{e} previamente apresentada na Equa\c{c}o\~{e} (5-5). Em todos os esquemas de reprodu\c{c}o\~{e}, \c{e} imperativo efetuar uma opera\c{c}o\~{e} de cruzamento, que segue uma abordagem semelhante \c{a}quela detalhada nas Equa\c{c}o\~{e}s (5-6) e (5-17).

5.3.5

Diagrama de atividades

O diagrama de atividades do processo evolutivo aplicado para a solu\c{c}o\~{e} dos problemas de otimiza\c{c}o\~{e} que s\~{a}o tratados nesta tese \c{e} esquematizado na Figura 5.10. Para representa\c{c}o\~{e} do diagrama \c{e} utilizada a UML (*Unified Modeling Language*), detalhada por Seabra (2013). Todo esse processo foi implementado em ambiente MATLAB[®].

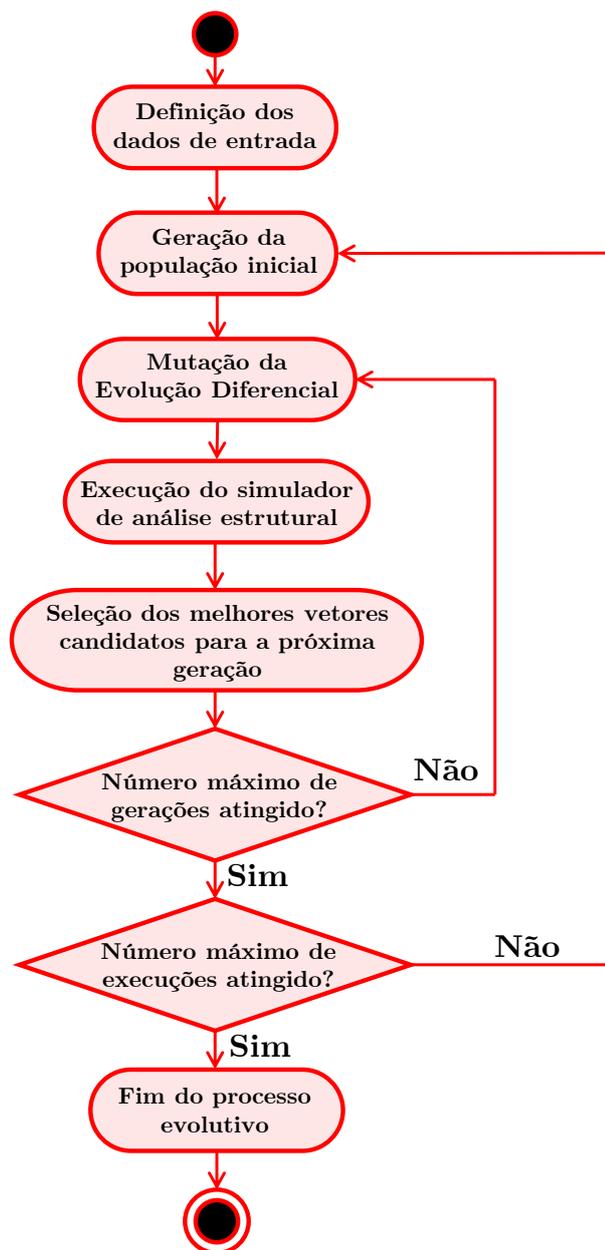


Figura 5.10: Diagrama de atividades.

5.3.6 Tomada de decisão multicritério

Após obtidas as soluções que compõem a frente de Pareto, o projetista, ou tomador de decisão, tem a difícil tarefa de escolher uma ou mais soluções para serem extraídas. Isso pode ser feito simplesmente pela extração de um ponto qualquer da curva, dado que os valores das funções objetivo são conhecidas, ou utilizar alguma metodologia sistematizada para tal. No presente trabalho, é utilizada a técnica de tomada de decisão multicritério denominada MTD (*Multicriteria Tournament Decision*), introduzida por Parreiras e Vasconcelos (2009).

O problema de tomada de decisão consiste em extrair uma solução de um problema multiobjetivo dado um conjunto de alternativas e um conjunto de critérios. O conjunto de alternativas A nada mais é que todas as soluções da frente de Pareto e os critérios são pesos de importância w_i para cada função objetivo $f_i(\mathbf{x})$ do problema. Através dos valores de w_i é possível estabelecer diferentes cenários de comparação de acordo com a necessidade do tomador de decisão.

O MTD é um método de torneio que assume a existência de uma função $R(a)$ capaz de ranquear uma determinada solução em um contexto global, dado um conjunto de critérios. Para determiná-la, cada solução candidata é comparada com todas as outras para um dado critério i , essa comparação é feita através de uma função torneio $T_i(a, A)$, que consiste em um somatório de razões das vezes que cada solução a vence uma solução b dentre o conjunto A de soluções de Pareto (Equação (5-23)).

Em um problema de minimização, vence a solução que apresenta o menor valor da função objetivo. O torneio é feito através de uma função $t_i(a, b)$ que no caso da vitória assume valor um e no caso de derrota zero (Equação (5-24)).

$$T_i(a, A) = \sum_{\forall b \in A, a \neq b} \frac{t_i(a, b)}{(|A| - 1)} \quad (5-23)$$

$$t_i(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{if } f_i(a) - f_i(b) > 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5-24)$$

Após o cálculo de $T_i(a, A)$, cada solução possui um indicador que retrata seu desempenho em relação às outras soluções do conjunto A . Com isso é possível definir, na Equação (5-25), a função $R(a)$ considerando todos os critérios com seus respectivos pesos de importância w_i , onde m é o número de critérios aplicados, que coincide com o número de funções objetivo do problema.

$$R(a) = \left(\prod_{i=1}^m T_i(a, A)^{w_i} \right)^{1/m} \quad (5-25)$$

Os indicadores ou pesos de importância w_i são definidos pelo tomador de decisão e devem seguir as seguintes condições: $w_i > 0$ para $i = 1, 2, \dots, m$ e $\sum_{i=1}^m w_i = 1$. A função $R(a)$ ranqueia o quanto uma solução é preferida em relação a outra da seguinte forma:

- Se $R(a) > R(b)$, a é preferida em relação a b ;
- Se $R(a) = R(b)$, a é indiferente em relação a b .

5.3.7 Indicadores de desempenho

Para comparar o desempenho das meta-heurísticas mencionadas na seção 5.3.4, é possível utilizar indicadores que avaliam aspectos como a extensão do espaço abrangido no domínio das funções objetivo, a uniformidade da distribuição das soluções nesse espaço e outros critérios relevantes. Nessa seção, será explorado o conceito de Hipervolume e sua aplicação em espaços multidimensionais, juntamente com o indicador Inverted Generational Distance Plus (IGD+), uma alternativa eficaz para problemas com múltiplos objetivos. Também será abordada a criação de Perfis de Desempenho, uma ferramenta valiosa para comparar o desempenho de algoritmos de otimização em conjuntos de problemas, oferecendo uma visão abrangente de suas capacidades.

5.3.7.1 Hipervolume

O Hipervolume (HV), uma métrica proposta por Zitzler e Thiele (1999), avalia a extensão do espaço das funções objetivo abrangida por um conjunto de soluções não dominadas em relação a um ponto de referência. Em um contexto bidimensional, cada solução da frente de Pareto delimita uma área correspondente a um retângulo formado pelo ponto de referência e as coordenadas das funções objetivo. A combinação das áreas cobertas por todas as soluções forma um polígono, como representado na Figura 5.11. Para problemas de minimização, o ponto de referência é tipicamente definido como um vetor com os maiores valores encontrados para cada função objetivo, mas para maximização, é o vetor com os menores valores.

O valor do HV de uma frente de Pareto \mathbf{P} pode ser expresso de acordo com a Equação (5-26), em que $|\mathbf{P}|$ representa o número de vetores de solução que compõem a frente de Pareto \mathbf{P} . HV_i representa o hipervolume associado à i -ésima solução, em conjunto com o ponto de referência calculado no domínio da função objetivo. A adoção da operação de união de hipervolumes implica que algumas regiões podem se sobrepor, entretanto, as áreas sobrepostas são contabilizadas apenas uma vez.

$$HV = \bigcup_{i=1}^{|\mathbf{P}|} HV_i \quad (5-26)$$

Essa métrica pode ser aplicada em espaços multidimensionais. A comparação de conjuntos de soluções com base no Hipervolume possui uma sólida fundamentação teórica. Quando o Hipervolume de um conjunto de soluções \mathbf{a} é maior do que o de um conjunto \mathbf{b} ($HV(\mathbf{a}) > HV(\mathbf{b})$), podemos afirmar que \mathbf{a} não é pior que \mathbf{b} , pois isso indica que \mathbf{a} abrange um espaço maior no espaço das funções-objetivo (ZITZLER *et al.*, 2003).

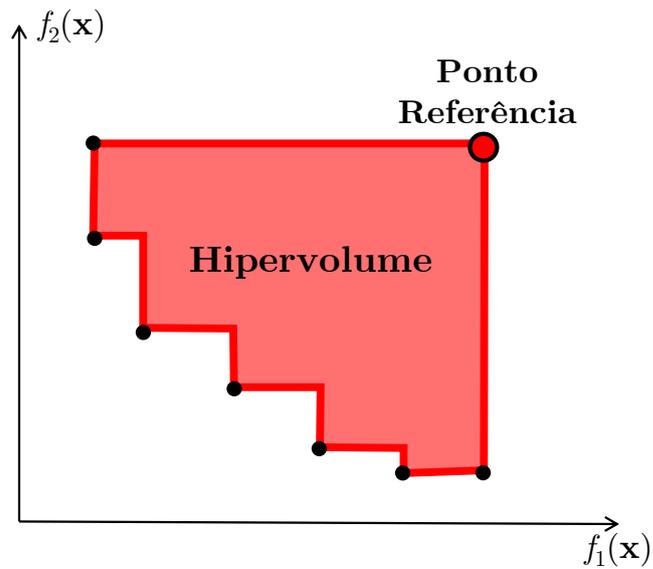


Figura 5.11: Esquema gráfico do Hipervolume para um problema com dois objetivos.

A Figura 5.12 exemplifica o cálculo do Hipervolume em um problema com três funções objetivo, destacando as soluções não dominadas como P1, P2 e P3. O Hipervolume (HV) é determinado pelo volume da união dos paralelepípedos apresentados nas Figuras 5.12(b) a 5.12(d). Cada paralelepípedo é definido pela diagonal que conecta uma solução da Frente de Pareto ao ponto de referência. Vale ressaltar que os volumes sobrepostos não são incluídos na soma final do cálculo do Hipervolume.

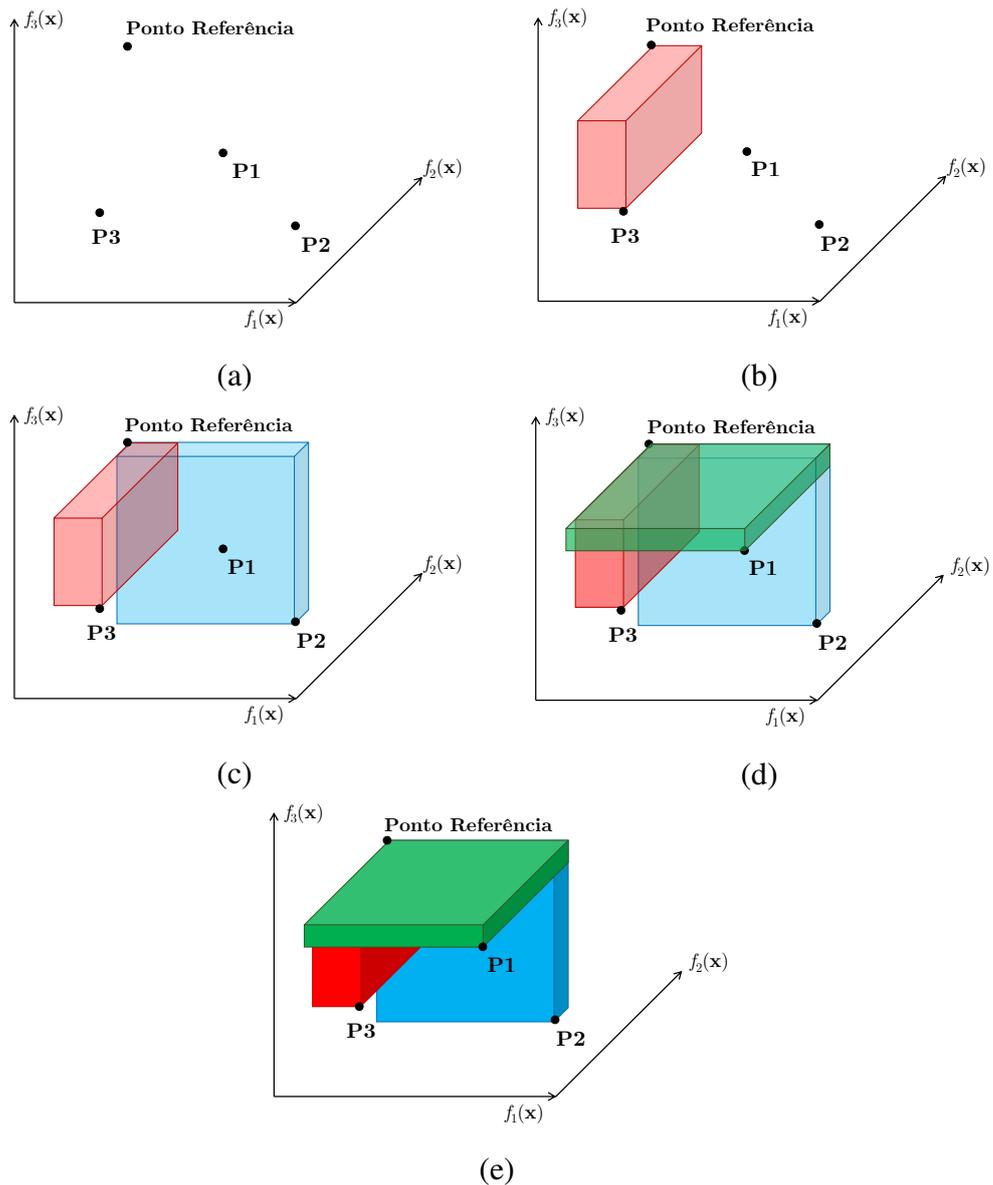


Figura 5.12: Esquema gráfico do hipervolume de um problema genérico com três funções objetivo.

5.3.7.2 Inverted Generational Distance Plus

A métrica do hipervolume, como discutida anteriormente, emerge como uma valiosa ferramenta de avaliação de desempenho na otimização multiobjetivo. No entanto, um de seus notáveis inconvenientes reside em sua exigente carga computacional, especialmente em contextos que abrangem problemas com um número significativo de funções objetivo a otimizar. Neste contexto, sobressai-se a alternativa do Inverted Generational Distance Plus (IGD+), como uma versão aprimorada do já estabelecido IGD, cujas primeiras aplicações foram registradas por Coello e Sierra (2004) e Sierra e Coello (2004).

O cálculo do IGD se fundamenta na medição da distância entre os pontos de referência e as soluções não dominantes mais próximas a esses pontos. Por contraste, o IGD+ realiza o cálculo da distância média entre os pontos de referência e a região não dominante mais próxima a esses pontos. Quando a verdadeira Fronteira de Pareto é conhecida, ela assume o papel dos pontos de referência. As discrepâncias fundamentais entre essas duas métricas podem ser graficamente representadas, como ilustrado na Figura 5.13. Os valores do IGD+ são inversamente proporcionais à qualidade do conjunto em questão.

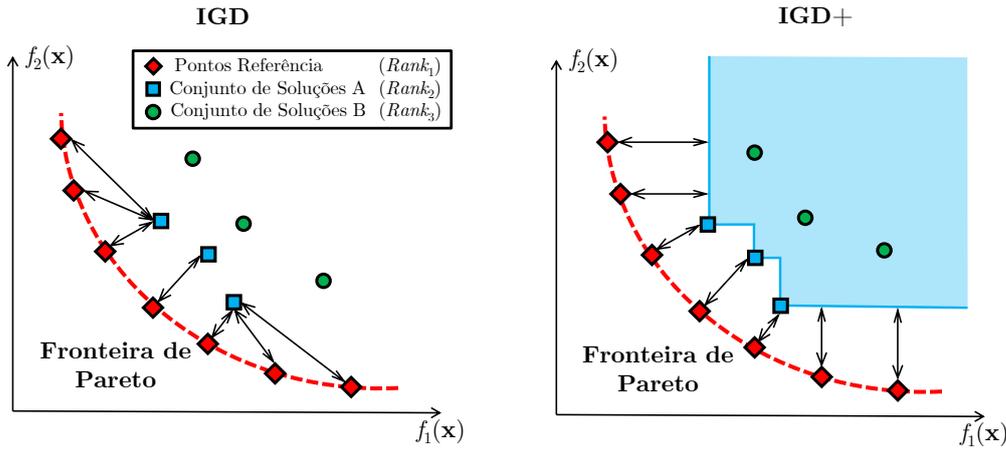


Figura 5.13: Gráficos comparando as distâncias usadas no IGD e do IGD+. Adaptado de Ishibuchi, Masuda e Nojima (2016).

O cálculo do IGD+ é precisamente definido por meio da Equação (5-27), na qual A representa o conjunto das soluções em consideração, com a notação $A = \{a_1, a_2, \dots, a_{|A|}\}$, e Z caracteriza o conjunto dos pontos de referência, ilustrado como $z = \{z_1, z_2, \dots, z_{|Z|}\}$. É importante notar que, em situações nas quais a frente de Pareto é previamente conhecida, ela é comumente empregada como o conjunto de pontos de referência.

$$IGD+(A) = \frac{1}{|Z|} \sum_{i=1}^{|Z|} \min_{j=1}^{|A|} d^+(z_i, a_j) \quad (5-27)$$

Na mencionada equação, o termo d^+ representa a distância entre um ponto de referência $z = (z_1, z_2, \dots, z_{Nobj})$ e a região não dominada, definida por um ponto $a = (a_1, a_2, \dots, a_{Nobj})$, onde $Nobj$ é o número de funções objetivo do problema. A distância d^+ é calculada com base na Equação (5-28). Notavelmente, nesse cálculo, o i -ésimo objetivo é considerado somente se o valor a_i da solução é inferior ao valor correspondente de z_i .

$$d^+ = \sqrt{(\max(a_1 - z_1, 0))^2 + \dots + (\max(a_{Nobj} - z_{Nobj}, 0))^2} \quad (5-28)$$

Em resumo, o IGD+ se posiciona como uma valiosa métrica no contexto de avaliação de soluções em otimização multiobjetivo, oferecendo vantagens substanciais em relação ao hipervolume, especialmente quando se trata de problemas com múltiplos objetivos. A clareza das equações e a estrutura teórica apresentada podem ser visualizadas na Figura 5.14.

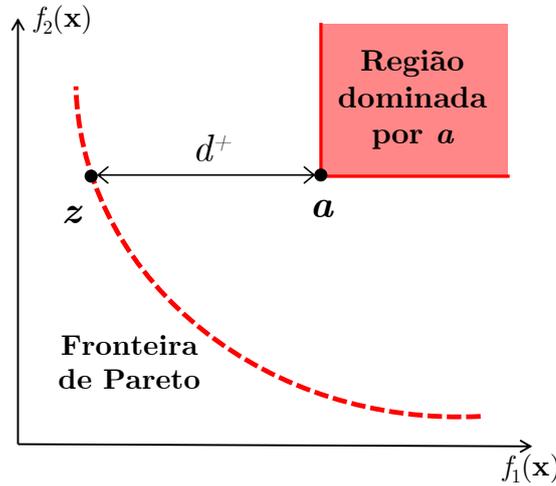


Figura 5.14: Esquema gráfico do IGD+.

5.3.7.3 Perfis de desempenho

Os perfis de desempenho foram inicialmente concebidos com a finalidade de possibilitar a avaliação do comportamento de meta-heurísticas em um conjunto de problemas de otimização (DOLAN; MORÉ, 2002). Esta avaliação é efetuada por meio de um indicador de desempenho a ser minimizado. No entanto, quando o indicador em questão deve ser maximizado, como é o caso do hipervolume, por exemplo, os perfis de desempenho são estabelecidos de forma inversa, ou seja, a partir do inverso do valor do indicador.

Considerando \mathcal{P} como o conjunto de n problemas, \mathcal{S} como o conjunto de n_s algoritmos, e $t_{p,s}$ como o indicador de desempenho a ser minimizado, cujo valor foi obtido em um problema p através da métrica s , a razão de desempenho é definida pela Equação 5-29.

$$r_{p,s} = \frac{t_{p,s}}{\min t_{p,s}, s \in \mathcal{S}} \quad (5-29)$$

O valor de $\rho_s(\tau)$ é definido como a probabilidade de que a razão de desempenho do algoritmo $s \in \mathcal{S}$, seja menor do que o fator τ da melhor razão de desempenho identificada. Portanto, τ varia no intervalo entre 1 (quando $t_{p,s} = \min(t_{p,s})$) e $\max(t_{p,s}) / \min(t_{p,s})$. A determinação do valor de $\rho_s(\tau)$ para cada valor de τ é realizada como uma porcentagem dos problemas no conjunto n , onde a razão de

desempenho de s é menor do que τ , de acordo com a Equação 5-30. Vale mencionar que a função $\rho_s(\tau)$ pode ser também interpretada como a função de distribuição cumulativa para a razão de desempenho.

$$\rho_s(\tau) = \frac{1}{n} |p \in \mathcal{P} : r_{p,s} \leq \tau|. \quad (5-30)$$

A representação gráfica de um perfil de desempenho é obtida através do uso de τ no eixo horizontal $\rho_s(\tau)$ no intervalo $[0, 1]$ no eixo vertical. Um exemplo de perfil de desempenho dos algoritmos MM-IPDE, SHAMODE e SHAMODE-WO em relação a problemas de otimização estrutural multiobjetivo que abrangem três pórticos espaciais, considerando o inverso do hipervolume como indicador de desempenho, é disponibilizado na Figura 5.15.

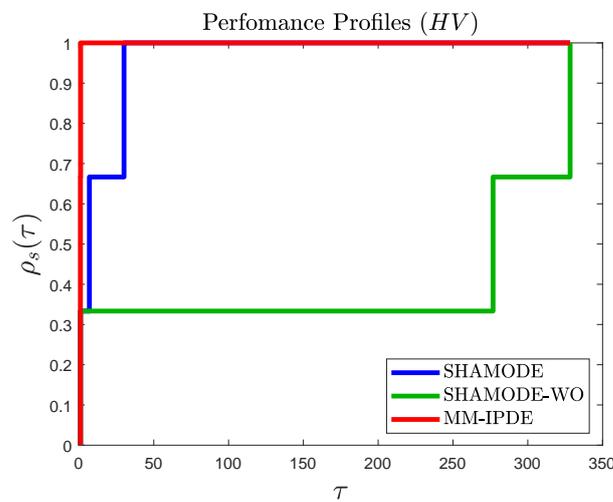


Figura 5.15: Exemplo de perfil de desempenho de Hipervolume aplicado a quatro problemas de pórticos espaciais.

Ademais, a área sob a curva do perfil de desempenho é interpretada como um indicador da performance global de uma meta-heurística quando aplicada a um conjunto de problemas, de acordo com Barbosa, Bernardino e Barreto (2010). Na Figura 5.15, é evidente que a área sob o perfil de desempenho do MM-IPDE é a mais substancial. Dessa forma, em relação ao hipervolume, o algoritmo MM-IPDE demonstra um desempenho superior aos outros para os problemas em descritos nos gráficos em questão.

5.3.8 Coordenadas paralelas normalizadas

Quando se trata da resolução de problemas com quatro objetivos ou mais, torna-se inviável representar os vetores candidatos presentes em uma fronteira de Pareto por meio de um simples gráfico de dispersão de pontos em um plano. Por conseguinte, problemas multiobjetivo com mais de três objetivos requerem métodos

eficazes de visualização para conjuntos de soluções de alta dimensionalidade. Entre essas técnicas, as coordenadas paralelas destacam-se pela sua capacidade de lidar adequadamente com dados complexos, sendo frequentemente utilizadas na visualização de soluções candidatas em problemas com muitos objetivos. No entanto, é relevante observar que o uso de coordenadas paralelas não oferece a mesma intuitividade que o gráfico de dispersão tradicional na representação das informações contidas em um conjunto de soluções (LI; ZHEN; YAO, 2017).

Para representar um conjunto de pontos em um espaço de m dimensões, as coordenadas paralelas os mapeiam em um gráfico bidimensional, com m eixos paralelos sendo plotados, geralmente verticalmente e igualmente espaçados. Cada ponto em um espaço de m dimensões é representado como uma linha poligonal com vértices nestes eixos paralelos, onde a posição do vértice no i -ésimo eixo corresponde ao valor do ponto na i -ésima dimensão. A Figura 5.16(a) exemplifica a representação de um ponto em um espaço com duas dimensões utilizando coordenadas paralelas, onde os eixos horizontal e vertical representam, respectivamente, os valores de $of_1(\mathbf{x})$ e $of_2(\mathbf{x})$, duas funções objetivo genéricas. De maneira similar, a Figura 5.16(b) ilustra a representação de um ponto em um espaço de três funções objetivo. É relevante notar que o ponto é representado por uma linha poligonal composta por $m - 1$ segmentos, os quais conectam m pontos.

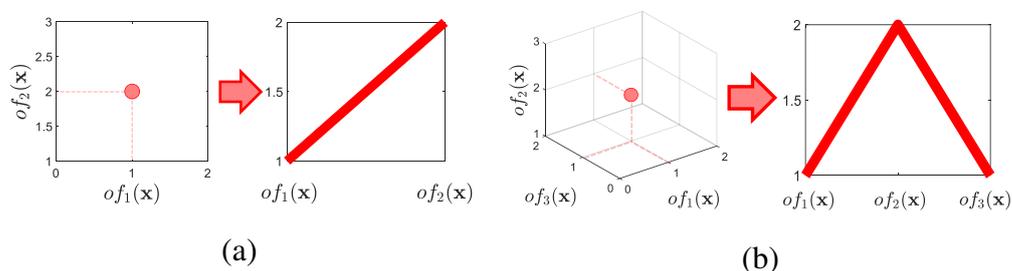


Figura 5.16: Representação de uma solução candidata em coordenadas paralelas: (a) Espaço com duas funções objetivo; (b) Espaço com três funções objetivo.

Ampliando a representação de um ponto para uma superfície, ou seja, para pontos contidos nessa superfície, delinea-se uma fronteira de Pareto. Esta fronteira é definida em problemas multiobjetivo como o conjunto de todas as soluções não dominadas, representado por um conjunto de linhas poligonais que mapeiam todos os vetores candidatos que compõem a frente de Pareto. Na Figura 5.17(a), é ilustrada uma fronteira de Pareto genérica para um problema com três objetivos, sendo representada por uma dispersão de pontos na Figura 5.17(b) e por coordenadas paralelas na Figura 5.17(c). Para proporcionar uma visualização comparativa mais eficaz e compreender as relações de *trade-off* entre os objetivos, é conveniente normalizar os valores dos objetivos de forma independente, variando de zero a um. Assim, obtém-se a representação de um conjunto de soluções por meio de

coordenadas paralelas normalizadas. A normalização das coordenadas paralelas é graficamente representada na Figura 5.18.

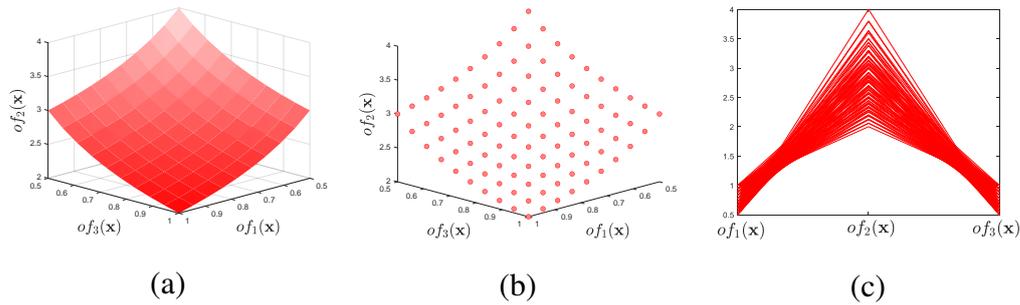


Figura 5.17: Coordenadas Paralelas: (a) Superfície de Pareto; (b) Soluções não dominadas; (c) Representação das soluções não dominadas em coordenadas paralelas.

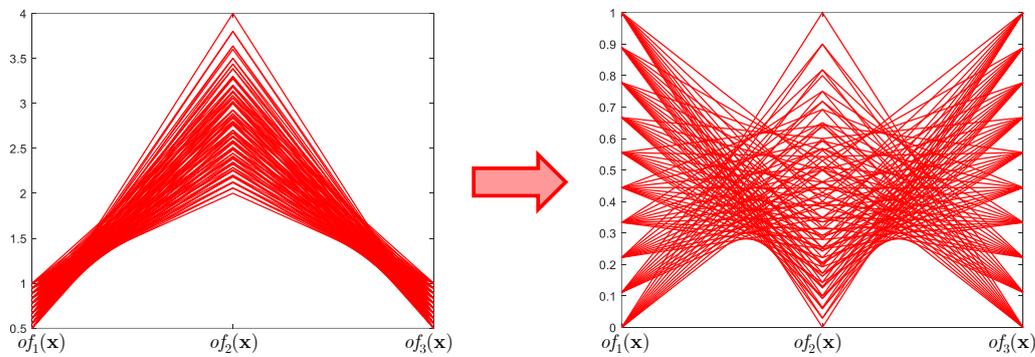


Figura 5.18: Coordenadas paralelas normalizadas.

Por meio dessa técnica, a dificuldade relacionada à visualização de um problema em um espaço de dimensão superior a três é superada. Apesar das simplificações que limitam sua capacidade visual, as coordenadas paralelas oferecem informações significativas e aspectos gráficos essenciais na análise de soluções para problemas com múltiplos objetivos. A Figura 5.19 apresenta uma representação genérica de uma fronteira de Pareto contida em um espaço com cinco funções objetivo (\mathbb{R}^5).

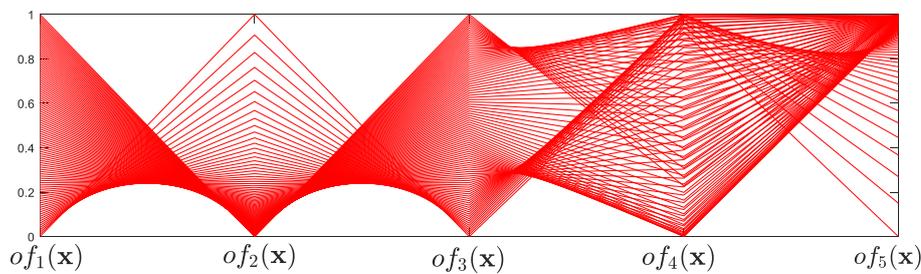


Figura 5.19: Exemplo de dispersão de pontos representados em coordenadas paralelas normalizadas em um espaço de cinco funções objetivo (\mathbb{R}^5).

5.4

Modelagem do pórtico de aço

Esta seção tem por objetivo apresentar elementos cruciais que definem a modelagem dos pórticos de aço neste estudo. Estes incluem: a análise do comportamento das ligações, a consideração do impacto do diafragma rígido, a inclusão da massa das lajes na análise dinâmica e a distribuição de cargas provenientes de vento e gravidade.

5.4.1

Ligações momento-resistentes

No âmbito da presente pesquisa, os pórticos não contraventados sob investigação são caracterizados pelo tratamento das ligações como integralmente rígidas. Nesse tipo de ligação, inexistem rotações relativas entre os elementos estruturais, e o momento fletor é integralmente transmitido. A Figura 5.20 ilustra uma ligação rígida entre viga e pilar, enquanto a Figura 5.21 retrata uma ligação rígida entre pilares.

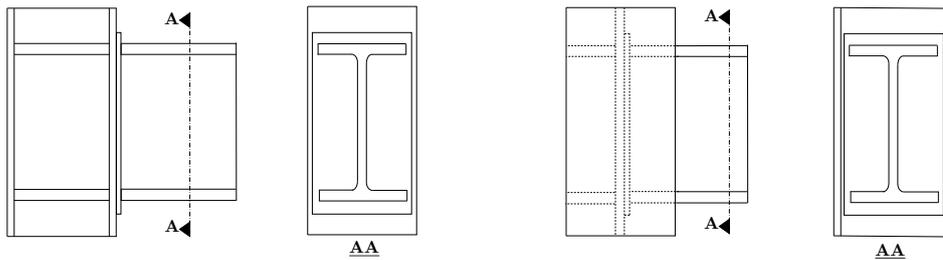


Figura 5.20: Ligação rígida viga-pilar.

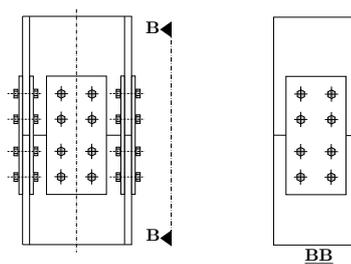


Figura 5.21: Ligação rígida pilar-pilar.

5.4.2

Ligações flexíveis para pórticos contraventados

Os pórticos contraventados possibilitam a implementação de ligações flexíveis entre vigas e colunas sem a comprometimento da estabilidade. Logo, neste contexto de pórtico, que constitui a ênfase primordial do estudo, as ligações viga-pilar são consideradas flexíveis, conforme evidenciado na Figura 5.22. As ligações dos

elementos que constituem o sistema de contraventamento também são consideradas como flexíveis. É importante ressaltar que as ligações entre os pilares permanecem tratadas como rígidas.

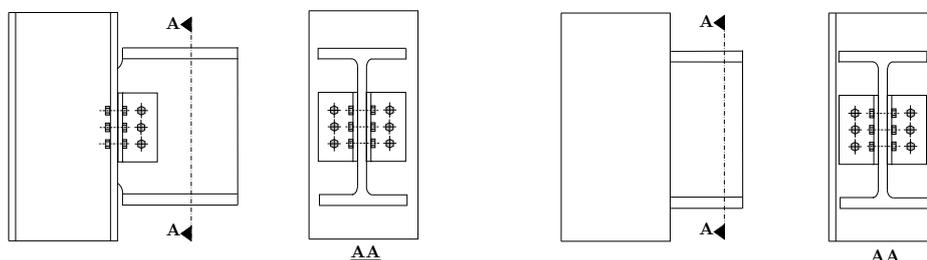


Figura 5.22: Ligação flexível viga pilar.

5.4.3 Efeito de diafragma rígido

A presença da laje de concreto ou *steeldeck* tem como resultado a inibição da distorção angular dos painéis de piso, devido à significativa superioridade de rigidez da laje quando contrastada com os elementos de barra. Tal característica implica em deslocamentos horizontais notavelmente similares em todos os nós do mesmo pavimento quando o pórtico é submetido a cargas de vento incidindo de forma perpendicular às fachadas. Este fenômeno é denominado como o efeito de diafragma rígido e é representado por meio de múltiplas restrições de graus de liberdade (*multifreedom constraints*), conforme detalhado por Felippa (2004). A Figura 5.23 apresenta uma ilustração do efeito do diafragma rígido na deformação de um pórtico espacial sujeito a cargas de vento.

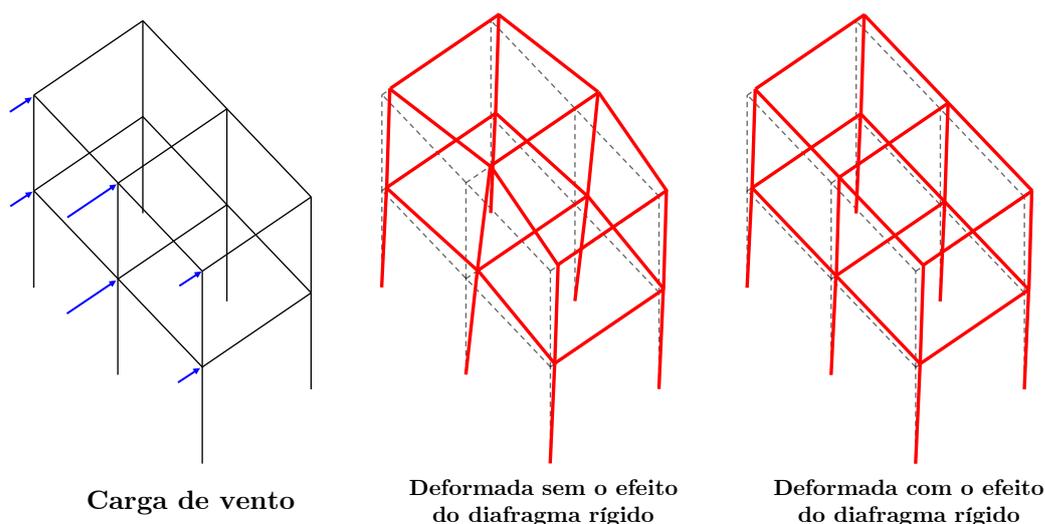


Figura 5.23: Efeito do diafragma rígido na configuração deformada do pórtico espacial.

5.4.4 Consideração da massa das lajes

A determinação dos modos de vibração requer a consideração das massas presentes na estrutura, abrangendo não apenas aquelas associadas aos elementos reticulados de aço, mas também aquelas relacionadas aos elementos bidimensionais de concreto. Neste estudo, opta-se por uma simplificação, na qual a massa das lajes é considerada concentrada nos nós, conforme exemplificado na Figura 5.24.

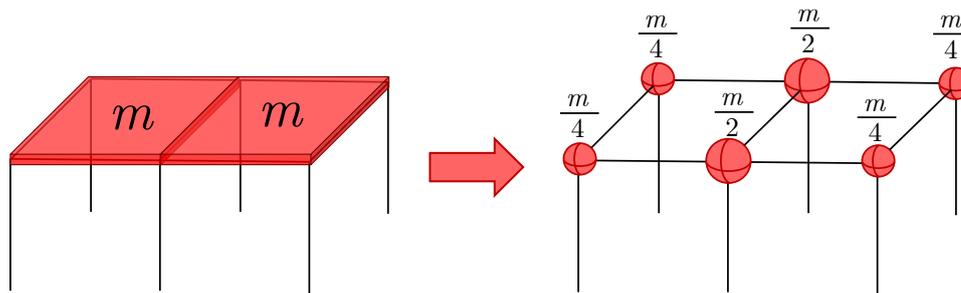


Figura 5.24: Modelo simplificado com a massa das lajes concentradas nos nós.

Com o propósito de examinar a imprecisão da aproximação envolvida e validar a mencionada simplificação, diversos modelos de pórticos espaciais foram submetidos a análise. Utilizaram-se tanto o simulador desenvolvido neste estudo (MATLAB[®]), empregando o método da rigidez direta, quanto o software de análise estrutural SAP, aplicando o método dos elementos finitos.

Para cada configuração geométrica de pórtico, foram investigados três modelos: (i) Um modelo exclusivamente com a estrutura de aço; (ii) Um modelo com a massa da laje concentrada nos nós; e (iii) Um modelo no SAP com a laje composta por elementos de placa fina, os modelos com a placa fina são apenas simulados no SAP e não utilizando o simulador em MATLAB[®] desenvolvido nesta tese. Pórticos de diferentes características, variando o número de baias e andares, foram resolvidos, e seus resultados estão apresentados na Tabela 5.1. Nessa tabela, f_1 representa a primeira frequência natural de vibração, e δ corresponde ao deslocamento horizontal no topo para uma carga nodal de 10 kN por nó do último pavimento.

Por meio deste estudo, observa-se uma tendência nos edifícios mais altos de os resultados do modelo com massa concentrada se aproximarem dos resultados obtidos com a modelagem de elementos de placa. Essa tendência é evidenciada na análise dos modelos com uma única baia (coluna à esquerda da Tabela 5.1). Para o modelo de um pavimento, a diferença foi de 27%, com a frequência calculada para o modelo com massa nodal sendo $f_1=3,25$ Hz, enquanto para o modelo com elementos de placa, $f_1=2,36$ Hz. Para o modelo com dois pavimentos, a diferença diminuiu para 11%, com f_1 igual a 1,77 Hz para o modelo com massas nodais e $f_1=1,57$ Hz para o modelo com placas. Por fim, para o pórtico com três pavimentos,

a diferença reduz-se ainda mais, atingindo 2%, sendo $f_1=1,21$ Hz para o modelo com massa concentrada e $f_1=1,19$ Hz para o modelo com elementos de placa. O mesmo fenômeno é observado nos modelos com duas baias (coluna à direita da Tabela 5.1).

Tabela 5.1: Resultados de estudo comparativo da frequência natural de vibração para diferentes modelos. Colunas W 150 x 22.5. Vigas W 150 x 13.

MATLAB®	SAP2000®	Modelo	MATLAB®	SAP2000®	Modelo
$\delta = 8$ mm $f_1 = 10.43$ Hz	$\delta = 8$ mm $f_1 = 9.65$ Hz		$\delta = 7,9$ mm $f_1 = 10.04$ Hz	$\delta = 8.4$ mm $f_1 = 9.36$ Hz	
$\delta = 8$ mm $f_1 = 3.31$ Hz	$\delta = 8$ mm $f_1 = 3.25$ Hz		$\delta = 7.9$ mm $f_1 = 3.11$ Hz	$\delta = 8.4$ mm $f_1 = 3.06$ Hz	
	$\delta = 8$ mm $f_1 = 2.36$ Hz			$\delta = 8.4$ mm $f_1 = 2.86$ Hz	
$\delta = 38$ mm $f_1 = 5.16$ Hz	$\delta = 40$ mm $f_1 = 5.04$ Hz		$\delta = 38$ mm $f_1 = 5.09$ Hz	$\delta = 40$ mm $f_1 = 5.00$ Hz	
$\delta = 38$ mm $f_1 = 1.81$ Hz	$\delta = 40$ mm $f_1 = 1.77$ Hz		$\delta = 38$ mm $f_1 = 1.73$ Hz	$\delta = 40$ mm $f_1 = 1.71$ Hz	
	$\delta = 40$ mm $f_1 = 1.57$ Hz			$\delta = 40$ mm $f_1 = 1.59$ Hz	
$\delta = 92$ mm $f_1 = 3.35$ Hz	$\delta = 99$ mm $f_1 = 3.30$ Hz		$\delta = 92$ mm $f_1 = 3.35$ Hz	$\delta = 97$ mm $f_1 = 3.31$ Hz	
$\delta = 92$ mm $f_1 = 1.22$ Hz	$\delta = 99$ mm $f_1 = 1.21$ Hz		$\delta = 92$ mm $f_1 = 1.18$ Hz	$\delta = 97$ mm $f_1 = 1.17$ Hz	
	$\delta = 99$ mm $f_1 = 1.19$ Hz			$\delta = 97$ mm $f_1 = 1.09$ Hz	

Dado que os exemplos numéricos deste estudo envolvem edifícios com alturas consideravelmente superiores às dimensões horizontais das baias, é plenamente justificável adotar a modelagem com massas concentradas nos nós para a avaliação das frequências naturais de vibração.

5.4.5 Distribuição de cargas gravitacionais

As forças resultantes do efeito gravitacional sobre a estrutura podem ser classificadas em dois distintos tipos: cargas permanentes (DL) e cargas acidentais (LL). As cargas permanentes englobam o peso inerente à estrutura metálica, às lajes de concreto (steel deck) e a outros componentes construtivos, tais como paredes divisoras e fachadas envidraçadas. Por sua vez, as cargas acidentais representam a sobrecarga decorrente da utilização e ocupação da estrutura.

No escopo deste estudo, os experimentos levam em consideração o próprio peso da estrutura metálica, uma carga permanente de $2,4 \text{ kN/m}^2$ nas lajes (DL_s), uma carga permanente atuando nas vigas internas proveniente das paredes internas de $5,85 \text{ kN/m}$ (DL_{ip}), uma carga permanente nas vigas externas oriunda da fachada envidraçada de $0,6 \text{ kN/m}$ (DL_{gf}) e uma carga acidental de $1,5 \text{ kN/m}^2$ (LL). Desta forma, as combinações são realizadas conforme a norma NBR8681 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2004), contemplando igualmente as cargas de vento, as quais serão delineadas na próxima seção.

Os valores específicos de cada experimento, apresentando-se como cargas distribuídas sobre vigas internas e externas, são descritos em suas seções particulares. Tal abordagem é essencial dada a singularidade geométrica de cada estrutura, ocasionando variações nos valores entre distintos experimentos. A Figura 5.25 esquematiza o processo de consideração das cargas gravitacionais, discriminando: (a) o peso próprio do aço (kN/m); (b) a carga permanente das lajes de steel deck (kN/m^2); (c) a carga permanente das divisórias (kN/m); (d) as cargas de uso e ocupação (kN/m^2); (e) a linearização das cargas distribuídas com suas áreas de contribuição; e (f) a combinação das cargas gravitacionais.

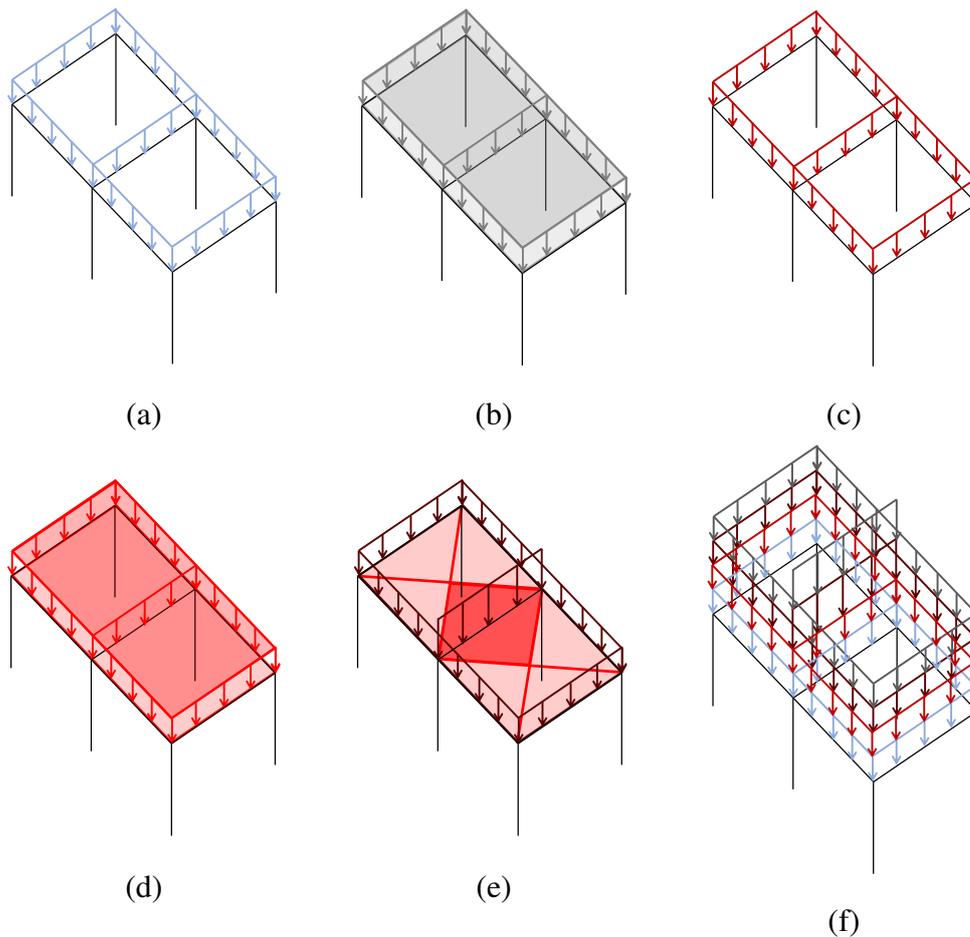


Figura 5.25: Cargas devido à gravidade e combinação. (a) Peso próprio; (b) Peso da laje; (c) Peso das divisórias; (d) Sobrecarga de ocupação; (e) Linearização das cargas; (f) Combinação das cargas.

5.4.6 Distribuição de cargas de vento

As cargas de vento são consideradas como forças resultantes nodais de uma área de contribuição, conforme estabelecido pela ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). A força do vento atuando sobre uma porção da edificação é modelada pela Equação (5-31), em que F_a representa a força de arrasto, C_a é o coeficiente de arrasto, uma função da geometria do edifício determinada conforme o ábaco descrito na Figura 4 da NBR6123:1988, q é a pressão dinâmica exercida pelo vento sobre uma fachada da estrutura, e A_e é a área efetiva ou área de contribuição da força.

$$F_a = C_a q A_e \quad (5-31)$$

A pressão dinâmica é calculada utilizando a expressão descrita na Equação (5-32), em que V_k representa a velocidade característica do vento.

$$q = 0,613V_k^2 \quad (5-32)$$

A velocidade característica do vento, V_k , é determinada pela Equação (5-33), em que V_o representa a velocidade básica do local, tomada como 37 m/s para os experimentos no escopo deste trabalho. Esta velocidade é obtida de um mapa de isopletras (Figura 1 da NBR6123:1988) e é definida como a velocidade de uma rajada de três segundos, excedida em média uma vez a cada 50 anos, a uma altura de dez metros acima do terreno. Os coeficientes S_1 , S_2 e S_3 correspondem, respectivamente, ao fator topográfico, ao fator que considera a rugosidade do terreno e a variação da velocidade do vento com a altura, e ao fator estatístico que leva em conta incertezas inerentes ao fenômeno e à estrutura.

$$V_k = V_o S_1 S_2 S_3 \quad (5-33)$$

A Figura 5.26 ilustra o processo de modelagem das cargas ao considerar a pressão do vento na fachada como cargas nodais.

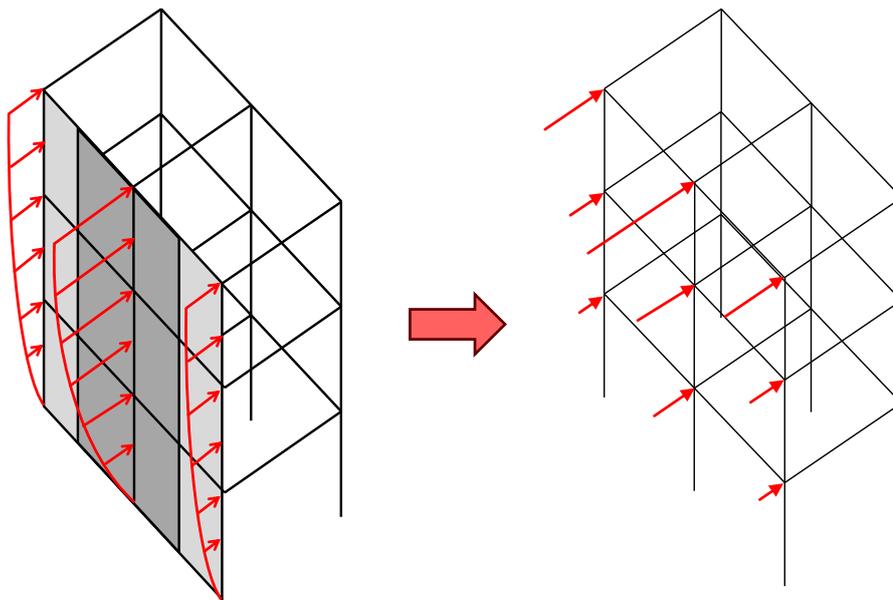


Figura 5.26: Cargas de vento.

5.5 Efeitos de segunda ordem

Os efeitos de segunda ordem manifestam-se quando se considera o equilíbrio de uma estrutura em sua configuração deformada. Em uma análise linear elástica, o equilíbrio é estabelecido na configuração indeformada da estrutura, presumindo-se que esta apresenta deslocamentos e deformações muito reduzidos. Em estruturas esbeltas e elevadas, os efeitos suplementares resultantes da configuração deformada podem ser consideráveis, justificando, assim, sua inclusão criteriosa na análise. A

aplicação dos efeitos de segunda ordem segue a teoria descrita por Chen (2018) e está de acordo com o método de amplificação de esforços permitido para cálculo na norma brasileira NBR8800:2008.

5.5.1

Vigas-colunas

Vigas-colunas representam elementos estruturais submetidos a forças axiais combinadas com momentos fletores. Os momentos fletores presentes em uma viga-coluna podem ser classificados em dois tipos: momentos fletores de primeira ordem, originados a partir de momentos aplicados ou induzidos nas extremidades do elemento e/ou momentos provenientes de cargas transversais no membro e momentos fletores de segunda ordem, que surgem como resultado da força axial atuando através do deslocamento lateral do membro.

Os efeitos conhecidos como $P-\delta$ são momentos causados pela força axial atuando através do deslocamento lateral do membro em relação à sua corda, enquanto os momentos $P-\Delta$ são decorrentes da força axial agindo através do deslocamento lateral relativo das duas extremidades do membro (Figura 5.27). Momentos de segunda ordem geralmente geram efeitos mais prejudiciais em membros comprimidos mais esbeltos, e, portanto, necessitam ser integralmente considerados no processo de projeto (CHEN, 2018).

A abordagem da natureza e a forma como esses momentos de segunda ordem são incorporados na análise e no projeto de elementos estruturais em vigas-colunas serão descritos nesta seção.

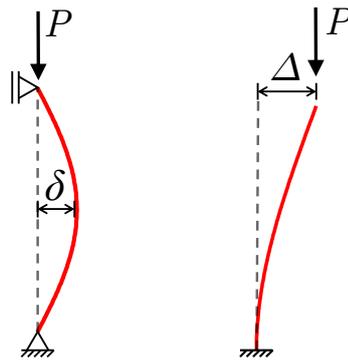


Figura 5.27: Efeitos de segunda ordem em vigas-colunas.

5.5.2

Efeito $P-\delta$

Considerando a viga-coluna ilustrada na Figura 5.28, as ações M_A , M_B , Q e w produzem o momento de primeira ordem M_I e a deflexão oriunda do momento de primeira ordem v_I . A força axial P atuará na deflexão v_I para produzir o

momento adicional M_{II} e as deflexões adicionais v_{II} . Esses momentos e deflexões adicionais são o resultado do chamado efeito $P-\delta$. Logo, o momento total atuante na estrutura será um momento de primeira ordem mais um momento de segunda ordem (Equação (5-34)), esse último definido pela multiplicação da força axial pelo deslocamento vertical total (Equação (5-35)).

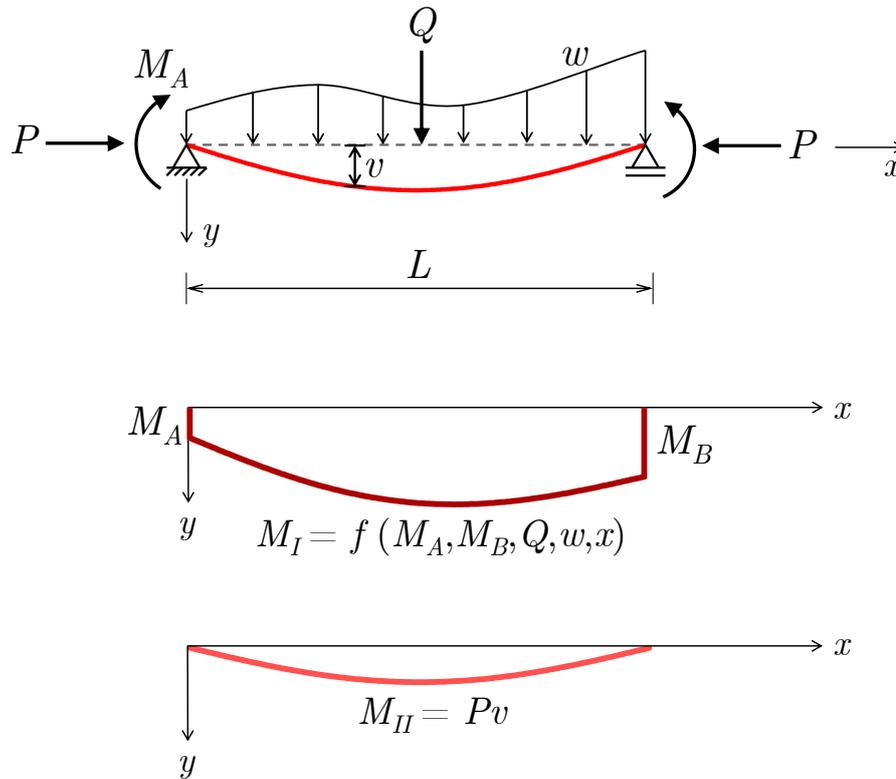


Figura 5.28: Viga-coluna genérica com gráficos dos momentos de primeira e segunda ordens. Adaptado de Chen (2018).

$$M = M_I + M_{II} \quad (5-34)$$

$$v = v_I + v_{II} \quad (5-35)$$

Assumindo que o momento de segunda ordem M_{II} está na forma de uma meia onda senoidal e a deflexão máxima $v_{max} = \delta = \delta_I + \delta_{II}$ ocorre no meio do vão, pode-se escrever a Equação (5-36).

$$M_{II} = P\delta \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (5-36)$$

Da teoria de Euler-Bernoulli, para o regime elástico, o momento fletor é proporcional à segunda derivada da deflexão conforme descrito na Equação (5-37). Em que EI é a rigidez à flexão da viga.

$$M_{II} = -EI \frac{d^2 v_{II}}{dx^2} \quad (5-37)$$

Substituindo a Equação (5-36) na Equação (5-37), chega-se à Equação (5-38).

$$\frac{d^2 v_{II}}{dx^2} = -\frac{P\delta}{EI} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (5-38)$$

Integrando duas vezes a Equação (5-38) e aplicando as condições de contorno $v(x=0) = 0$ e $v(x=L) = 0$, chega-se a expressão para as deflexões devido aos efeitos de segunda ordem (Equação (5-39)).

$$v_{II} = \frac{P\delta}{EI} \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (5-39)$$

É possível calcular a máxima deflexão devido aos efeitos de segunda ordem, considerada no meio do vão, apenas substituindo $x = L/2$, com isso determina-se δ_{II} na Equação (5-40), onde N_e é a carga crítica de Euler (Equação (5-41)).

$$\delta_{II} = v_{II}(x = L/2) \implies \delta_{II} = \delta \frac{P}{N_e} \quad (5-40)$$

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (5-41)$$

Como o deslocamento total é dado pela Equação (5-42), é possível determiná-lo em termos dos deslocamentos devido aos efeitos de primeira ordem (Equação (5-43)).

$$\delta = \delta_I + \delta_{II} \quad (5-42)$$

$$\delta = \left(\frac{1}{1 - P/N_e}\right) \delta_I \quad (5-43)$$

Assumindo que o máximo momento de primeira ordem ocorre no meio do vão, pode-se escrever que:

$$M_{max} = M_{I_{max}} + P\delta \quad (5-44)$$

Substituindo a Equação (5-43) na (5-44) obtém-se:

$$M_{max} = \left(\frac{1 + \psi P/N_e}{1 - P/N_e}\right) M_{I_{max}} \quad \text{onde} \quad \psi = \frac{\delta_I N_e}{M_{I_{max}}} - 1 \quad (5-45)$$

Através da Equação (5-45) define-se o fator de amplificação de esforços B_1 devido ao efeito $P-\delta$:

$$M_{max} = B_1 M_{I_{max}} \quad \text{onde} \quad B_1 = \left(\frac{1 + \psi P/N_e}{1 - P/N_e}\right) \quad (5-46)$$

5.5.3 Efeito $P-\Delta$

Quando forças laterais ΣH incidem sobre uma estrutura, esta tende a sofrer deslocamento lateral até atingir uma posição de equilíbrio. A deflexão lateral resultante pode ser calculada com base na configuração original e é designada como deflexão de primeira ordem, sendo representada por Δ_I . Caso, além das forças laterais ΣH , forças verticais ΣP estejam atuando no pórtico, essas forças interagirão com o deslocamento lateral Δ_I causado por ΣH , promovendo um desvio adicional do pórtico até que uma nova posição de equilíbrio seja alcançada. A deflexão lateral correspondente a essa nova posição de equilíbrio é indicada por Δ (conforme ilustrado na Figura 5.29). O fenômeno pelo qual as forças verticais interagem com os deslocamentos laterais é chamado $P-\Delta$. A consequência deste fenômeno é a amplificação do deslocamento horizontal e do momento de tombamento. Dado que a deflexão adicional e o momento de tombamento têm efeitos prejudiciais na rigidez e estabilidade da estrutura, estes devem ser considerados no projeto (CHEN, 2018).

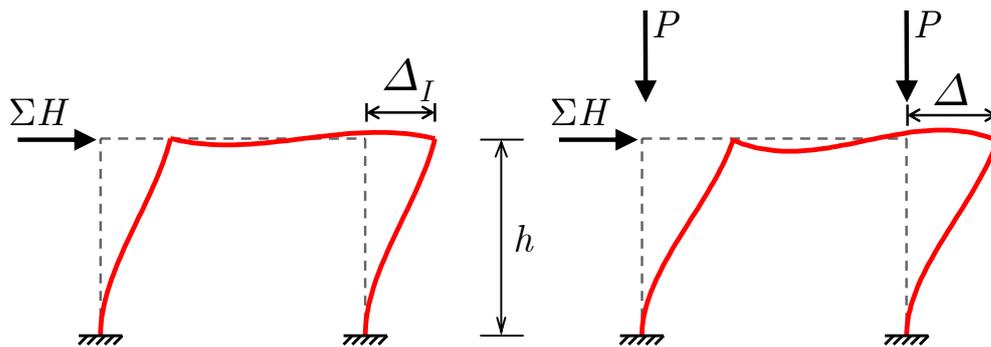


Figura 5.29: Efeito $P-\Delta$. Adaptado de Chen (2018).

Para determinar com precisão a deflexão final Δ e o momento real M , levando em consideração o efeito $P-\Delta$, é necessária a realização de uma análise de segunda ordem baseada na geometria deformada do pórtico. Esta análise, geralmente, demanda um processo iterativo. Em situações que envolvem problemas de otimização, realizar essa análise pode tornar-se computacionalmente muito oneroso ou, até mesmo, inviável, dada a necessidade de inúmeras avaliações da função objetivo ao longo do processo evolutivo.

Entretanto, é possível contornar esse impasse ao considerar o efeito $P-\Delta$ de maneira aproximada, com um nível considerável de precisão, utilizando um método de amplificação de esforços semelhante ao empregado para o efeito $P-\delta$. Este método encontra respaldo nas normas brasileiras, oferecendo uma abordagem que balanceia eficiência computacional e precisão nos resultados.

5.5.4

Método de amplificação dos esforços solicitantes (MAES)

O MAES é uma abordagem delineada no Anexo D da norma brasileira NBR 8800:2008. Este método viabiliza um cálculo aproximado, apresentando considerável precisão, sem a necessidade de realizar uma análise incremental-iterativa de segunda ordem. A metodologia envolve a determinação de coeficientes de amplificação para os esforços decorrentes dos efeitos $P-\delta$ e $P-\Delta$.

Ao empregar o MAES, a estrutura examinada, representada pela combinação última das ações consideradas, denominada estrutura original, é inicialmente decomposta em duas estruturas distintas: (i) uma que incorpora todas as ações atuantes, entretanto, com suas articulações inibidas de movimentos laterais por meio de restrições horizontais fictícias em cada pavimento, identificada como estrutura *nt* (*no translation*); e, (ii) outra sujeita unicamente aos efeitos das reações das restrições horizontais fictícias aplicadas em direção oposta, nos mesmos pontos de aplicação dessas restrições, designada como estrutura *lt* (*lateral translation*) (FAKURY; SILVA; CALDAS, 2016). A Figura 5.30 ilustra o sistema estrutural decomposto.

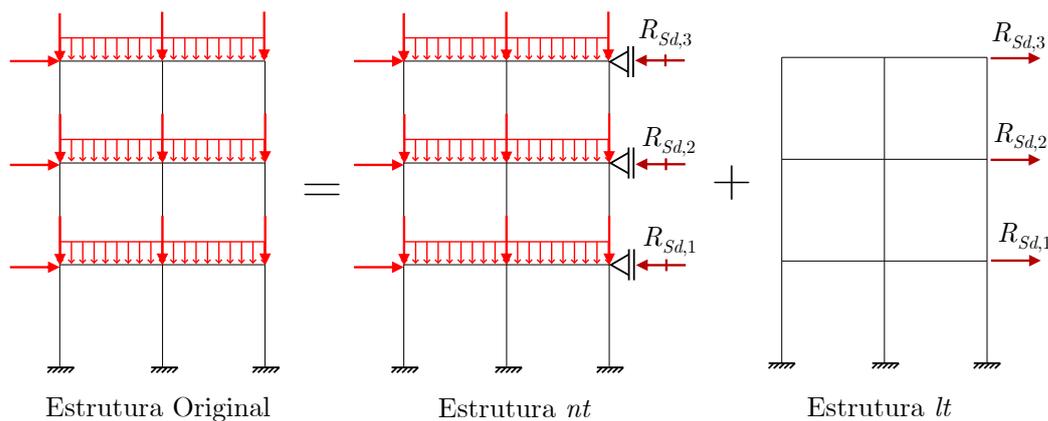


Figura 5.30: Decomposição de estrutura para método de amplificação de esforços. Adaptado da NBR8800:2008.

A estrutura identificada como *nt* desempenha um papel fundamental na obtenção do efeito local $P-\delta$, o qual resulta da curvatura das barras, sendo isenta de influência dos deslocamentos laterais dos nós. Por outro lado, a estrutura *lt* é empregada na obtenção do efeito global $P-\Delta$, originado pelos deslocamentos laterais dos nós. Na aplicação deste método, os esforços solicitantes de cálculo são obtidos conforme as Equações (5-47), (5-48) e (5-49).

$$M_{Sd} = B_1 M_{nt,Sd} + B_2 M_{lt,Sd} \quad (5-47)$$

$$N_{Sd} = N_{nt,Sd} + B_2 N_{lt,Sd} \quad (5-48)$$

$$V_{Sd} = V_{nt,Sd} + V_{lt,Sd} \quad (5-49)$$

Em que:

- M_{sd} , N_{sd} e V_{sd} são, respectivamente, o momento fletor, o esforço axial e o esforço cortante solicitantes de cálculo;
- $M_{nt,sd}$, $N_{nt,sd}$ e $V_{nt,sd}$ são, respectivamente, o momento fletor, o esforço axial e o esforço cortante solicitantes de cálculo, obtidos do sistema estrutural nt por análise linear elástica;
- $M_{lt,sd}$, $N_{lt,sd}$ e $V_{lt,sd}$ são, respectivamente, o momento fletor, o esforço axial e o esforço cortante solicitantes de cálculo, obtidos do sistema estrutural lt por análise linear elástica;
- B_1 é o fator de amplificação que considera o efeito de segunda ordem local $P-\delta$, sendo relevante apenas para o acréscimo do momento fletor e só aplicado à estrutura nt ;
- B_2 é o fator de amplificação que considera o efeito de segunda ordem global $P-\Delta$, sendo relevante para o acréscimo do momento fletor e do esforço axial, esse coeficiente é aplicado à estrutura lt ;

O cálculo do coeficiente de amplificação B_1 deve ser realizado para todos os elementos da estrutura. No caso de barras submetidas à tração, esse coeficiente assume um valor unitário, pois não há acréscimo de momento. Por outro lado, para barras sujeitas a compressão, o B_1 é determinado de acordo com a Equação (5-50).

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \left| \frac{N_{nt,sd} + N_{lt,sd}}{N_e} \right|} \geq 1,0 \quad (5-50)$$

Em que:

- N_e é carga crítica de Euler para uma barra de aço (modulo de elasticidade E) de comprimento L e momento de inércia I (Equação (5-41)). Em pórticos tridimensionais, N_e será o mínimo valor para a flambagem em relação aos dois planos principais de flexão e à torção, a determinação desses valores será contemplada no cálculo da força axial resistente na Seção 6;
- C_m é um coeficiente de equivalência de momentos calculado conforme a Equação (5-51) e de valor unitário em caso de forças transversais atuando no meio do elemento.

$$C_m = 0,60 - 0,40 \frac{M_{nt,Sd,1}}{M_{nt,Sd,2}} \quad (5-51)$$

A relação $M_{nt,Sd,1}/M_{nt,Sd,2}$ representa a proporção entre os menores e maiores momentos fletores solicitantes de cálculo na estrutura nt , no plano de flexão. Esses

momentos são avaliados nas extremidades da barra, considerando a curvatura como positiva quando induz curvatura reversa e negativa quando induz curvatura simples, conforme ilustrado na Figura 5.31.

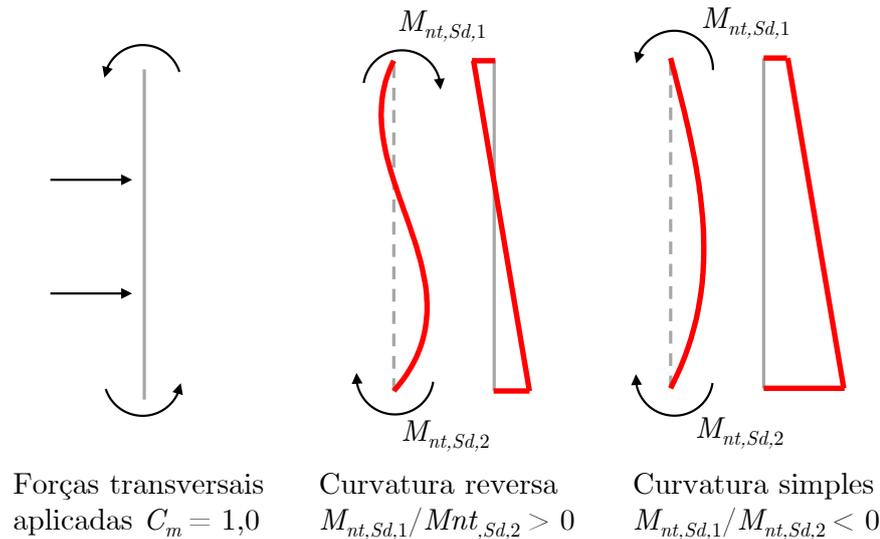


Figura 5.31: Relação de $M_{nt,Sd,1}$ e $M_{nt,Sd,2}$, e caso em que $C_m = 1,0$. Adaptado de Fakury, Silva e Caldas (2016).

Cada barra apresenta um coeficiente constante B_1 , indicando que, apesar das variações ao longo do comprimento e dos valores nulos nos nós devido à variação de δ , o efeito local $P-\delta$ no momento fletor é simplificado e tratado de maneira conservadora, considerando-se sempre o seu valor máximo em toda a extensão da barra. O coeficiente B_1 aumenta proporcionalmente à força axial de compressão, expressa pela soma de $N_{nt,Sd}$ e $N_{lt,Sd}$, e ao deslocamento δ , influenciado pelo diagrama de momento fletor representado por C_m . É importante observar que C_m é maior na curvatura simples em comparação com a reversa, e um maior valor de C_m está associado a um aumento em δ . Adicionalmente, δ é afetado pela rigidez à flexão da barra, representada pela força axial de flambagem elástica N_e . Menores valores de N_e indicam uma menor rigidez à flexão e, conseqüentemente, um aumento em δ (FAKURY; SILVA; CALDAS, 2016).

O coeficiente de amplificação B_2 é calculado conforme a Equação (5-52) para todos os andares da estrutura.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R_s} \frac{d \sum P_{Sd}}{h \sum H_{Sd}}} \geq 1,0 \quad (5-52)$$

Em que:

- O termo d representa o deslocamento horizontal relativo entre os níveis superior e inferior (deslocamento inter-pavimento) do andar em consideração.

Esse deslocamento é obtido na estrutura lt (se d assumir valores distintos no mesmo andar, é necessário adotar um valor ponderado, levando em consideração a proporção das cargas gravitacionais atuantes, ou, de maneira conservadora, optar pelo maior valor);

- O coeficiente R_s é responsável por considerar a influência do efeito local $P-\delta$ na amplificação de d . Este coeficiente é igual a 0,85 em estruturas em que pelo menos uma subestrutura de contraventamento seja um pórtico, e igual a 1,0 em estruturas em que nenhuma subestrutura de contraventamento seja um pórtico;
- h é a altura do andar;
- A expressão $\sum P_{Sd}$ denota a carga gravitacional total de cálculo que atua no andar em questão. Essa carga abrange as forças provenientes das subestruturas de contraventamento e dos elementos contraventados, sendo obtida a partir da estrutura original ou da estrutura nt ;
- A notação $\sum H_{Sd}$ representa a força cortante no andar, resultante das forças horizontais de cálculo presentes na estrutura lt . Essas forças são originadas das reações das contenções horizontais fictícias e são utilizadas para determinar d .

Observa-se que cada andar é caracterizado por um coeficiente B_2 , ou seja, todos os elementos estruturais desse andar compartilham o mesmo valor de B_2 . A magnitude de B_2 aumenta à medida que a rigidez da estrutura a deslocamentos laterais diminui, indicada pela maior relação $d/\sum H_{Sd}$, e à medida que as forças gravitacionais $\sum P_{Sd}$ aumentam. A relação d/h proporciona uma estimativa da amplitude dos deslocamentos laterais da estrutura (FAKURY; SILVA; CALDAS, 2016).

6

Formulação geral do problema de otimização

Os problemas de otimização abordados nesta tese são de natureza multiobjetivo, envolvendo variáveis de distintas características, tais como o sistema de contraventamento, as orientações dos eixos principais das seções das colunas e os perfis comerciais de aço. A formulação do problema de otimização compreende a descrição das componentes essenciais, incluindo o vetor de variáveis de projeto, o espaço de busca, as funções objetivo e as restrições. No presente capítulo, será delineada uma formulação que engloba todos os experimentos numéricos realizados nesta pesquisa. Todavia, ressalta-se que os experimentos são conduzidos de maneira a introduzir uma complexidade progressiva, resultando em particularidades na formulação que serão explicitadas em suas respectivas seções.

6.1

Vetor de variáveis de projeto

Neste trabalho, o vetor de variáveis de projeto (\mathbf{x}) que contempla o experimento mais geral é dividido em cinco subconjuntos de índices inteiros (Equação (6-1)). O primeiro subconjunto determina a configuração do sistema de contraventamento que irá conferir rigidez à estrutura, com valores possíveis variando de um a Nbs , onde Nbs representa o número de configurações disponíveis para o sistema de contraventamento no problema. O segundo subconjunto de índices é uma escolha binária que determina a orientação da seção transversal das colunas, indicando a orientação dos eixos principais de inércia em relação ao eixo global x da estrutura. O terceiro subconjunto de variáveis corresponde aos perfis metálicos comerciais atribuídos às colunas, sendo que cada índice é atribuído a um grupo de elementos dependendo do experimento numérico, tais como colunas de canto (CC), colunas externas (OC) e colunas internas (IC), com cada grupo vinculado a uma orientação proveniente do subconjunto anterior. Os dois últimos subconjuntos de variáveis estão associados aos perfis comerciais atribuídos às vigas e elementos de contraventamento. Através dos índices relativos aos perfis comerciais, é possível acessar todas as propriedades geométricas necessárias do perfil, por exemplo, por meio do i -ésimo índice é possível acessar propriedades como: a área da seção transversal (A_i), os momentos de inércia em torno dos eixos principais (I_{xi}, I_{yi}), o momento de inércia à torção (I_{ti}), entre outros. A Figura 6.1 fornece uma representação deta-

lhada do vetor de variáveis de projeto.

$$x = \{I_1, I_2, \dots, I_i\} \tag{6-1}$$

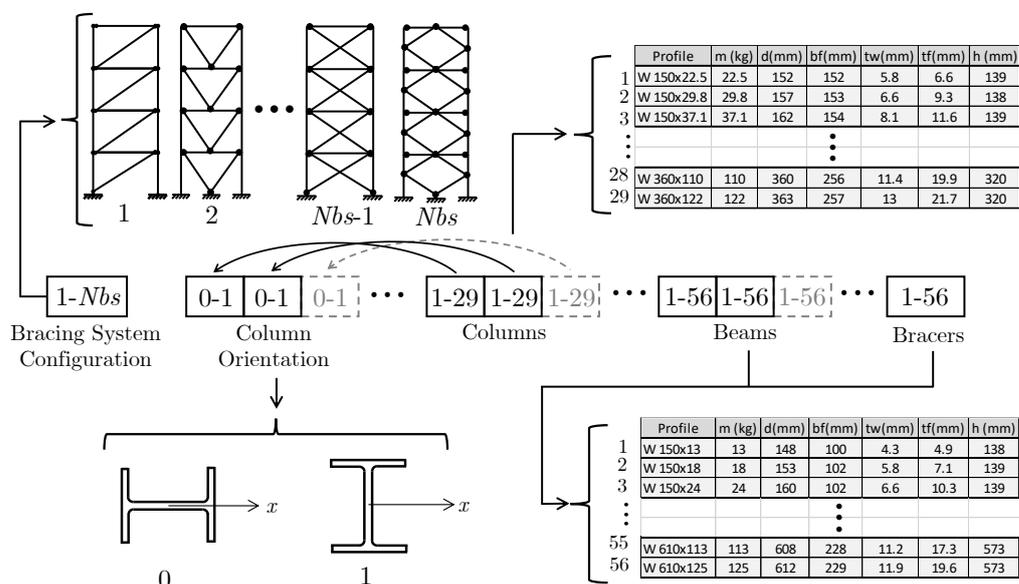


Figura 6.1: Vetor candidato para um problema geral, que inclui as variáveis de configuração do sistema de contraventamento, orientação das colunas e perfis comerciais.

6.2 Espaço de busca

O espaço de busca é composto por perfis W laminados e é subdividido em dois espaços, um para pilares e outro para vigas e barras do sistema de contraventamento, contendo 29 e 56 diferentes perfis, respectivamente (Tabela 6.1).

Tabela 6.1: Espaço de busca composto de dois subconjuntos de perfis W.

Perfis para pilares				Perfis para vigas							
1	W 150x22.5	16	W 250x89	1	W 150x13	16	W 310x21	31	W 410x38.8	45	W 530x66
2	W 150x29.8	17	W 250x101	2	W 150x18	17	W 310x23.8	32	W 410x46.1	47	W 530x72
3	W 150x37.1	18	W 250x115	3	W 150x24	18	W 310x28.3	33	W 410x53	48	W 530x74
4	W 200x35.9	19	W 310x79	4	W 200x15	19	W 310x32.7	34	W 410x60	49	W 530x82
5	W 200x41.7	20	W 310x93	5	W 200x19.3	20	W 310x38.7	35	W 410x67	50	W 530x85
6	W 200x46.1	21	W 310x97	6	W 200x22.5	21	W 310x44.5	36	W 410x75	51	W 530x92
7	W 200x52	22	W 310x107	7	W 200x26.6	22	W 310x52	37	W 410x85	52	W 530x101
8	W 200x53	23	W 310x110	8	W 200x31.3	23	W 360x32.9	38	W 460x52	53	W 530x109
9	W 200x59	24	W 310x117	9	W 250x17.9	24	W 360x39	39	W 460x60	54	W 610x101
10	W 200x71	25	W 310x125	10	W 250x22.3	25	W 360x44	40	W 460x68	55	W 610x113
11	W 200x86	26	W 360x91	11	W 250x25.3	26	W 360x51	41	W 460x74	56	W 610x125
12	W 250x62	27	W 360x101	12	W 250x28.4	27	W 360x57.8	42	W 460x82		
13	W 250x73	28	W 360x110	13	W 250x32.7	28	W 360x64	43	W 460x89		
14	W 250x80	29	W 360x122	14	W 250x38.5	29	W 360x72	44	W 460x97		
15	W 250x85			15	W 250x44.8	30	W 360x79	45	W 460x106		

6.3 Restrições

As restrições dos problemas aqui tratados são divididas em cinco grupos: restrições de deslocamentos, de frequências naturais de vibração, de estabilidade global, de resistência e geométricas. É importante ressaltar que quando uma dessas restrições se tornam objetivo, automaticamente deixa de ser restrição.

6.3.1 Restrições de deslocamentos

As restrições de deslocamentos são o máximo deslocamento horizontal no topo da estrutura e o máximo deslocamento relativo entre pavimentos (Equação (6-3)). Nestas expressões, o deslocamento horizontal máximo $\delta_{max}(\mathbf{x})$ não deve ser maior que $\bar{\delta} = H/400$ (Equação (6-2)), sendo H a altura total da estrutura. O deslocamento relativo entre pavimentos $d(\mathbf{x})$, ou *drift*, deve ser menor que $\bar{d} = h/500$, sendo h a altura do pé direito estrutural de cada pavimento (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2008).

$$\frac{\delta_{max}(\mathbf{x})}{\bar{\delta}} - 1 \leq 0 \quad (6-2)$$

$$\frac{d(\mathbf{x})}{\bar{d}} - 1 \leq 0 \quad (6-3)$$

6.3.2 Restrição de frequência natural de vibração

Com o intuito de evitar excesso de vibrações indesejadas e possibilidade de ressonância com cargas dinâmicas frequentes, a primeira frequência natural de vibração $f_1(\mathbf{x})$ deve ser maior que uma frequência natural de vibração mínima admissível \bar{f}_1 , esta restrição é definida pela Equação (6-4). As frequências naturais de vibração são obtidas pelo problema de autovalor descrito na Equação (A-14).

$$1 - \frac{f_1(\mathbf{x})}{\bar{f}_1} \leq 0 \quad (6-4)$$

6.3.3 Restrição de estabilidade global

Para garantir a estabilidade global da estrutura, o fator de carga crítica $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ deve ser igual ou maior que $\bar{\lambda}_{crt}$, conforme é mostrado na Equação (6-5). Se o fator de carga crítica for maior ou igual a 1, isso é, $\lambda_{crt}(\mathbf{x}) \geq 1$, o carregamento atuante na estrutura não é suficiente para mobilizar esforços internos que levem ao primeiro modo de flambagem. Logo, admitir $\bar{\lambda}_{crt} = 1$ seria suficiente para garantir a estabilidade da estrutura, porém, devido à imperfeições geométricas das peças,

imperfeições construtivas e efeitos de segunda ordem, que não são levados em conta nesse tipo de análise, pode-se adotar um valor para o fator de carga crítica mínimo admissível maior que 1 ($\lambda_{crt}^- > 1$). Os valores de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$, a exemplo das frequências naturais de vibração, também são obtidos através de um problema de autovalor, já apresentado na Equação (A-19).

$$1 - \frac{\lambda_{crt}(\mathbf{x})}{\lambda_{crt}^-} \leq 0 \quad (6-5)$$

6.3.4 Restrições de resistência

Os elementos estruturais serão dimensionados pelo método dos estados limites e devem obedecer as Equações (6-6) e (6-7), que referem-se às expressões de interação de esforços combinados para flexão composta e à equação que determina o máximo esforço cortante resistido para seções duplamente simétricas, respectivamente. Ambas as restrições são propostas tanto pela NBR 8800:2008 quanto pela AISC. Nessas equações, N_{Sd} , $M_{x,Sd}$, e $M_{y,Sd}$ são o esforço axial, o momento em torno do eixo de maior inércia e o momento em torno do eixo de menor inércia solicitantes de projeto, respectivamente. O esforço axial e os momentos em torno dos eixos de maior e menor inércia resistentes de projeto são designados N_{Rd} , $M_{x,Rd}$, e $M_{y,Rd}$, respectivamente. Para a equação que rege a resistência ao cisalhamento na flexão simples, V_{Sd} e V_{Rd} são os esforços cortantes solicitante e resistente de projeto, respectivamente ((ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2008), (AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, 2001)).

$$\begin{cases} \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) - 1 \leq 0 & \text{se } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0.2 \\ \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \left(\frac{M_{x,Sd}}{M_{x,Rd}} + \frac{M_{y,Sd}}{M_{y,Rd}} \right) - 1 \leq 0 & \text{se } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0.2 \end{cases} \quad (6-6)$$

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd}} - 1 \leq 0 \quad (6-7)$$

6.3.4.1 Esforço axial resistente de projeto

Devido à perda de efetividade na compressão decorrente da instabilidade geométrica, elementos estruturais submetidos a esforços compressivos ($N_{Sd} < 0$) e suscetíveis ao fenômeno da flambagem têm seus esforços axiais resistentes de projeto (N_{Rd}) calculados de maneira distinta em comparação aos elementos sujeitos à

tração ($N_{Sd} > 0$). As formulações delineadas na Equação (6-8) especificam a abordagem utilizada para o cálculo do esforço axial resistente de projeto, considerando a condição de compressão ou tração do elemento. É pertinente destacar que para elementos tracionados, emprega-se uma metodologia de dimensionamento que incorpora a análise de ruptura na seção líquida próxima às ligações estruturais. Neste trabalho, para elementos sujeitos à tração, será considerado exclusivamente o estado limite de escoamento da seção bruta.

$$N_{Rd} = \begin{cases} \frac{f_y A}{\gamma_{a1}} & \text{se } N_{Sd} \geq 0 \\ \frac{Q \chi f_y A}{\gamma_{a1}} & \text{se } N_{Sd} < 0 \end{cases} \quad (6-8)$$

Para as expressões descritas na Equação (6-8), f_y é a tensão de escoamento do aço, A é a área da seção transversal da barra e γ_{a1} é o fator de segurança para o estado limite de escoamento. Para peças solicitadas à compressão, dois fatores de redução são aplicados, um relativo à flambagem global da barra (χ) e outro relativo à flambagem local dos elementos que compõem a seção (Q). Portanto para determinar a resistência de uma barra submetida a compressão deve-se determinar primeiramente esses fatores de redução.

O fator de redução devido à flambagem local Q é determinado conforme a Equação (6-9) por meio de dois fatores de redução distintos, o Q_a relativos os elementos que compõe o perfil que apresentam suas duas extremidades apoiadas (caso da alma) chamados elementos AA e o Q_s relativo aos elementos que apresentam uma extremidade apoiada e outra livre (caso das mesas) chamados AL.

$$Q = Q_a Q_s \quad (6-9)$$

Os elementos com ambas as extremidades apoiadas apresentam significativa resistência pós-flambagem, indicando que o início da instabilidade da chapa não resulta automaticamente em colapso. À medida que a carga de compressão (q_x) aumenta e a região central da chapa inicia seu processo de instabilização, as áreas próximas aos apoios passam a absorver mais carga devido à sua maior rigidez. Na prática, uma abordagem comum é desconsiderar uma região central suscetível à flambagem e considerar apenas uma parte da largura da alma como capacitada para absorver esforços, denominada largura efetiva (b_{ef}). Essa largura efetiva, quando multiplicada pela espessura da chapa (t), torna-se uma área efetiva de absorção de esforços, conforme indicado pela Equação (6-10).

O fator Q_a é calculado como a razão entre a área efetiva (A_{ef}) e a área bruta (A_g), conforme descrito na Equação (6-11). A Figura 6.2 ilustra o processo de instabilidade da chapa da alma à medida que o carregamento distribuído q_x aumenta,

onde σ representa a tensão de compressão atuante na chapa, σ_{fl} é a tensão crítica de início de flambagem, e b é a largura da chapa.

$$A_{ef} = A_g - (b - b_{ef})t \quad (6-10)$$

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \quad (6-11)$$

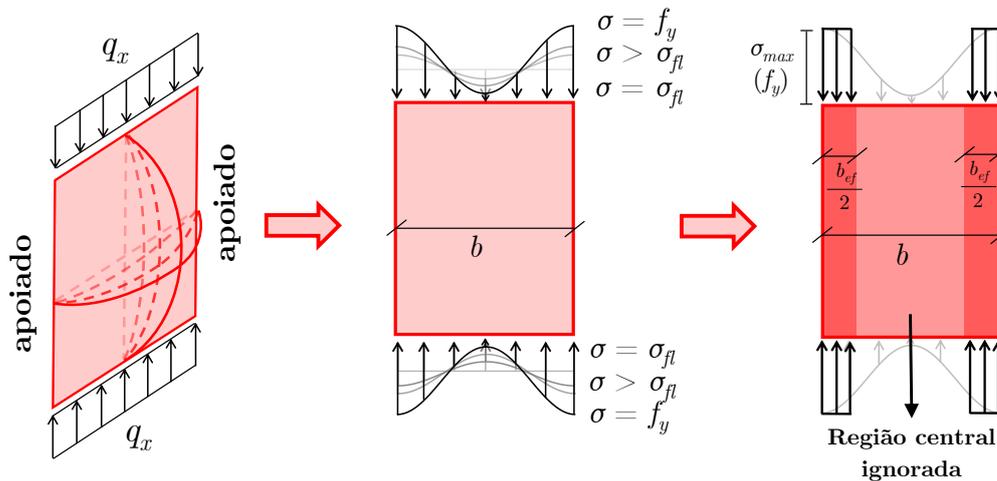


Figura 6.2: Ilustração do processo de instabilidade de elementos AA.

A determinação da largura efetiva é feita pela Equação (6-12), conforme é previsto na NBR8800.

$$b_{ef} = 1,92t\sqrt{\frac{E}{f_y}} \left(1 - \frac{0,34}{b/t} \sqrt{\frac{E}{f_y}} \right) \leq b \quad (6-12)$$

O fator Q_s , que representa a perda de efetividade devido à flambagem local das mesas comprimidas e é definido como a relação entre a tensão média (σ_{med}) e a tensão de escoamento do aço, conforme expresso pela Equação (6-13). A Figura 6.3 ilustra o processo de instabilidade dos elementos AL. Devido à complexidade no cálculo da tensão média, a norma permite a adoção de uma abordagem simplificada, na qual são estabelecidas uma esbeltez limite (λ_{lim}) e uma esbeltez superior (λ_{sup}) para diferentes grupos de perfis. Com base no valor da esbeltez da mesa (λ_f) definida como $b_f/2t_f$ onde b_f é a largura da mesa e t_f a espessura da mesa, a mesa é classificada como compacta, semi-compacta ou esbelta e tem seu fator de redução definido por uma curva de flambagem. Para perfis abertos duplamente simétricos e laminados, o cálculo de Q_s segue a Equação (6-14) e está sujeito à curva de flambagem apresentada na Figura 6.4.

$$Q_s = \frac{\sigma_{med}}{f_y} \quad (6-13)$$

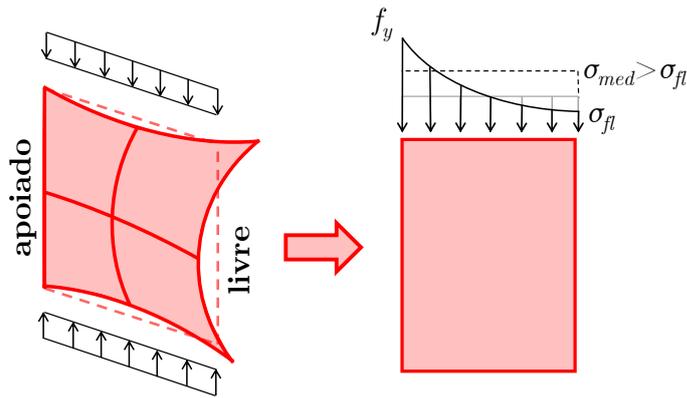


Figura 6.3: Ilustração do processo de instabilidade de elementos AL.

$$Q_s = \begin{cases} 1,0 & \text{se } \lambda_f \leq \lambda_{lim} = 0,56\sqrt{\frac{E}{f_y}} \\ 1,45 - 0,74\frac{b}{t}\sqrt{\frac{f_y}{E}} & \text{se } 0,56\sqrt{\frac{E}{f_y}} = \lambda_{lim} < \lambda_f \leq \lambda_{sup} = 1,03\sqrt{\frac{E}{f_y}} \\ \frac{0,69E}{f_y\lambda_f^2} & \text{se } \lambda_f > \lambda_{sup} = 1,03\sqrt{\frac{E}{f_y}} \end{cases} \quad (6-14)$$

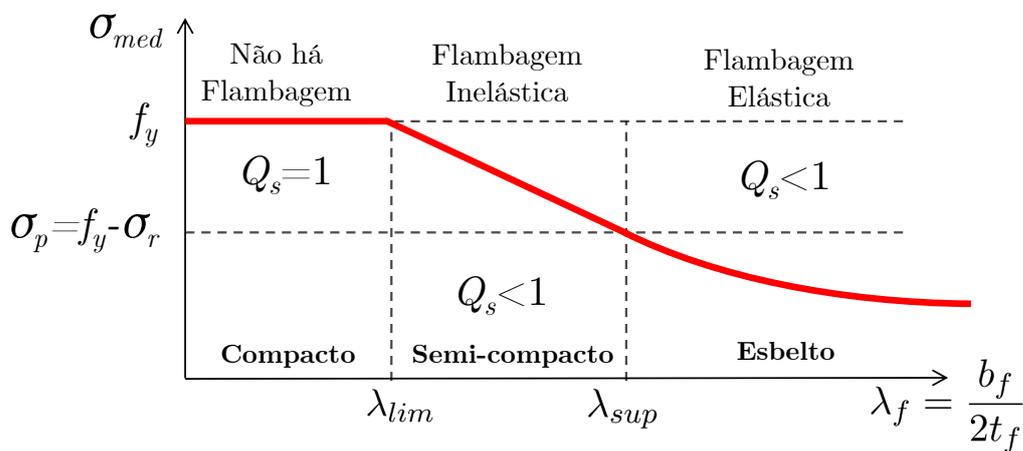


Figura 6.4: Curva de flambagem local dos elementos AL para perfis laminados duplamente simétricos.

Para a determinação da perda de resistência devido à flambagem global da barra, o fator de redução $\chi \in (0, 1)$ deve ser calculado. Esse fator de redução, considera efeitos das imperfeições geométricas da peça, excentricidade de aplicação da carga e a existência de tensões residuais devido ao resfriamento não uniforme

durante o processo de fabricação. Para determinar χ , uma propriedade denominada esbeltez reduzida (λ_o) deve ser calculada conforme mostrado na Equação (6-15), onde N_e é a Carga Crítica de Euler para flambagem elástica, definida como sendo o menor valor entre N_{ex} , N_{ey} e N_{ez} , Equações ((6-16), (6-17) e (6-18)). I_x e I_y são os momentos de inércia em torno dos eixos principais de maior e menor inércia respectivamente, E é o módulo de elasticidade longitudinal do aço, G é o módulo de elasticidade transversal do aço, KL é o comprimento efetivo de flambagem, C_w é a constante de empenamento da seção, I_t é a inércia a torção ou Constante de Saint-Venant e r_o é o raio de giração polar da seção. (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2008)

$$\lambda_o = \sqrt{\frac{f_y A}{N_e}} \quad (6-15)$$

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_x L_x)^2} \quad (6-16)$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 E I_y}{(K_y L_y)^2} \quad (6-17)$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_o^2} \left(\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L_z)^2} + G I_t \right) \quad (6-18)$$

O fator de redução χ diminui conforme a esbeltez reduzida (λ_o) aumenta, o que é de se esperar visto que a perda de efetividade é maior em peças mais esbeltas. As expressões empíricas que definem χ são dadas pela Equação (6-19), nas quais se $\lambda_o \leq 1.5$ há flambagem em regime elasto-plástico e se $\lambda_o > 1.5$ a flambagem ocorre em regime elástico. A Figura 6.5 mostra a variação do χ com λ_o destacando os estados de flambagem elástica e flambagem inelástica.

$$\chi = \begin{cases} 0,658\lambda_o^2 & \text{se } \lambda_o \leq 1.5 \\ \frac{0,877}{\lambda_o^2} & \text{se } \lambda_o > 1.5 \end{cases} \quad (6-19)$$

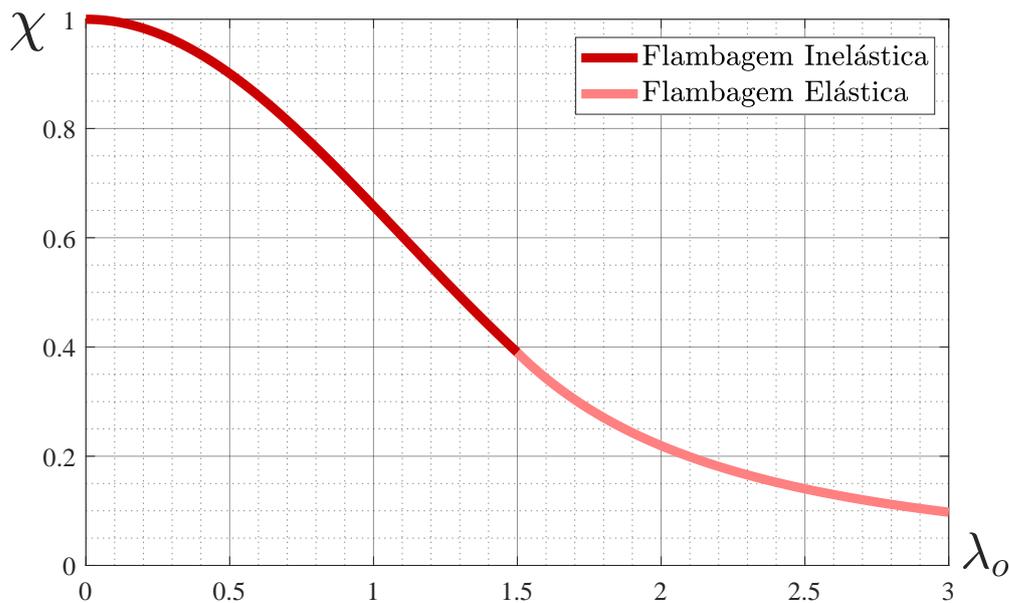


Figura 6.5: Variação do fator de redução global com a esbelteza reduzida para barras de seções abertas duplamente simétricas. Adaptado da NBR 8800:2008.

6.3.4.2

Momento fletor resistente de projeto

Na análise do momento fletor resistente de projeto M_{Rd} para o dimensionamento à flexão, é necessário verificar quatro estados limites últimos. São eles: flambagem lateral com torção (FLT), flambagem local da alma (FLA), flambagem local da mesa (FLM) e a formação de mecanismo ou rótula plástica. A FLT ocorre quando a mesa comprimida tende a se curvar em oposição à mesa tracionada, que tende a permanecer reta. Esse fenômeno induz uma deflexão lateral na peça, gerando uma situação limite de instabilidade. No âmbito deste estudo, todas as vigas são consideradas conectadas às lajes de *steel deck* por meio de conectores de cisalhamento. Esse travamento da mesa comprimida da viga inibe o efeito da FLT, e, portanto, este não é considerado na determinação do M_{Rd} . O processo para determinar o M_{Rd} , se resume em analisar então os três estados limites e adotar o menor valor. Em caso de vigas com alma e mesa compactas, o fenômeno da flambagem local (FLA e FLM) não acontecerá e a resistência será regida pelo momento resistente plástico.

Os momentos fletores de plastificação (M_{pl}) são definidos de acordo com a Equação (6-20), em que Z_x e Z_y representam os módulos resistentes plásticos em torno dos eixos principais de inércia (Equação (6-20)). De maneira bastante conservadora, é possível adotar os módulos elásticos (W_x e W_y) no dimensionamento, considerando o momento de início de escoamento (M_r) como o máximo admissível (Equação (6-21)). Entretanto, é importante ressaltar que essa abordagem não constitui um estado limite para as estruturas de aço. Aqui, $\sigma_r = 0,3f_y$ indica a tensão

residual resultante do processo de laminação dos perfis, a qual deve ser considerada no dimensionamento à flexão.

$$M_{pl} = \begin{cases} M_{x,pl} = Z_x f_y \\ M_{y,pl} = Z_y f_y \end{cases} \quad (6-20)$$

$$M_r = \begin{cases} M_{x,r} = W_x(f_y - \sigma_r) = 0.7W_x f_y \\ M_{y,r} = W_y(f_y - \sigma_r) = 0.7W_y f_y \end{cases} \quad (6-21)$$

O momento resistente característico para a FLM na flexão M_{FLM} é definido, para flexão em torno do eixo de maior inércia em perfis laminados do tipo “I”, conforme a Equação (6-23) e sua curva de flambagem é ilustrada na Figura (6.6). Para determinar M_{FLM} , deve-se primeiramente determinar duas esbeltezes limites, aqui designadas λ_p e λ_r (Equação (6-22)), com isso basta saber em qual intervalo da curva a esbelteza da mesa (λ_f) se encontra e avaliar sua resistência. A exemplo do que acontece no dimensionamento à compressão essa curva apresenta três intervalos, um de valor constante que é o domínio das mesas compactas, um de comportamento linear que é o domínio das mesas semi-compactas e um hiperbólico que é o domínio das mesas esbeltas.

$$\lambda_p = 0,38\sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \text{e} \quad \lambda_r = 0,83\sqrt{\frac{E}{f_y - \sigma_r}} \quad (6-22)$$

$$M_{FLM} = \begin{cases} M_{pl} = Z_x f_y & \text{se } \lambda_f \leq \lambda_p \\ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda_f - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} & \text{se } \lambda_p < \lambda_f \leq \lambda_r \\ M_{cr} = \frac{0,69E}{\lambda_f^2} W_x & \text{se } \lambda_f > \lambda_r \end{cases} \quad (6-23)$$

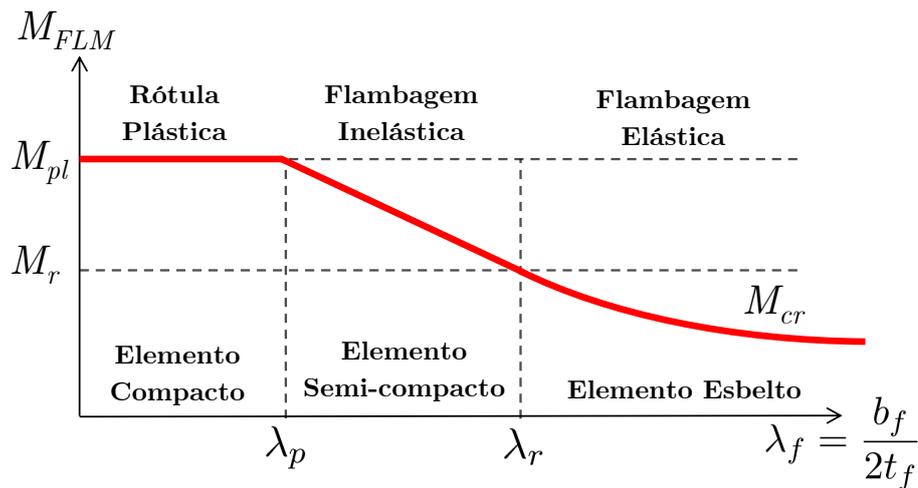


Figura 6.6: Curva para determinação do momento resistente característico de flambagem local da mesa na flexão.

A avaliação do momento resistente característico no estado limite de FLA é realizada de forma análoga à da mesa, com duas ressalvas. Os limites λ_p e λ_r são distintos (Equação (6-24)) e não são consideradas vigas de alma esbelta, uma vez que não estão presentes nos perfis do espaço de busca e possuem uma metodologia própria e mais sofisticada de cálculo. O M_{FLA} é calculado conforme a Equação (6-25) e sua curva de flambagem é ilustrada na Figura 6.7, para diferentes valores de $\lambda_w = h_w/t_w$ sendo h_w a altura da alma e t_w a espessura da alma.

$$\lambda_p = 3,76\sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \text{e} \quad \lambda_r = 5,70\sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (6-24)$$

$$M_{FLA} = \begin{cases} M_{pl} = Z_x f_y & \text{se } \lambda_w \leq \lambda_p \\ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda_f - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} & \text{se } \lambda_p < \lambda_w \leq \lambda_r \end{cases} \quad (6-25)$$

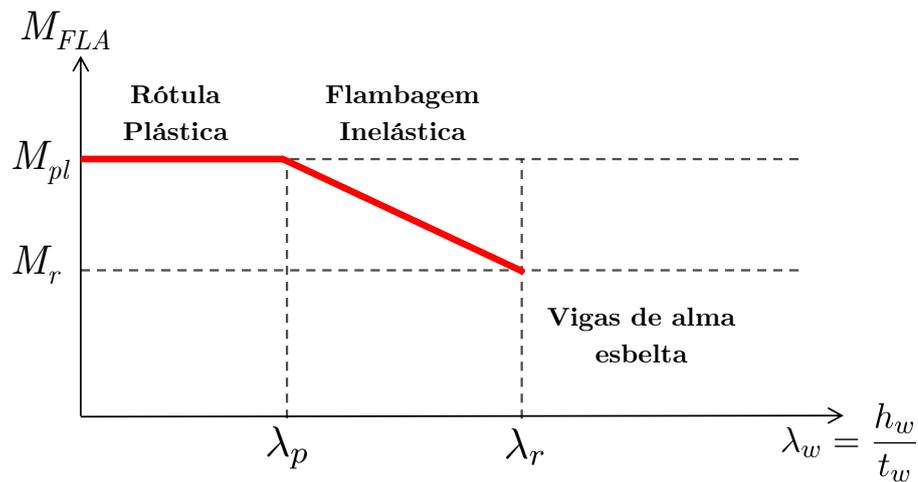


Figura 6.7: Curva para determinação do momento resistente característico de flambagem local da alma na flexão.

Com a determinação do M_{pl} , M_{FLM} e M_{FLA} determina-se o momento fletor resistente característico como sendo $M_{Rk} = \min[M_{pl}, M_{FLM}, M_{FLA}]$ e o momento fletor resistente de projeto $M_{Rd} = M_{Rk}/\gamma_{a1}$.

6.3.4.3

Esforço cortante resistente de projeto

O esforço cortante resistente característico (V_{Rk}) é determinado como o menor valor entre dois estados limites últimos. O primeiro estado limite ocorre quando há plastificação da alma por cisalhamento, alcançado pelo esforço cortante de plastificação da alma (V_{pl}). O segundo estado limite é a flambagem de alma por cisalhamento, determinada através da curva de flambagem, de maneira análoga ao que é realizado para as flambagens locais na flexão. A determinação de V_{Rk} envolve o cálculo pela Equação (6-26), onde A_w é a área efetiva de cisalhamento, dada pela multiplicação da espessura da alma pela altura total do perfil ($A_w = t_w d$). A curva de flambagem de V_{Rk} é ilustrada na Figura 6.8.

Os valores de λ_p e λ_r para a flambagem por cisalhamento em perfis duplamente simétricos e laminados são calculados conforme a Equação (6-27). Nessa equação, $k_v = 5,0$ é um coeficiente que considera a presença ou ausência de chapas enrijecedoras. A esbelteza da alma da viga (λ_w) é conhecida, e a determinação de V_{Rk} e $V_{Rd} = V_{Rk}/\gamma_{a1}$ (esforço cortante resistente de projeto) ocorre de forma direta.

$$V_{Rk} = \begin{cases} V_{pl} = 0,6A_w f_y & \text{se } \lambda_w \leq \lambda_p \\ \left(\frac{\lambda_p}{\lambda_w}\right) V_{pl} & \text{se } \lambda_p < \lambda_w \leq \lambda_r \\ V_{cr} = 1,24 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda_w}\right)^2 V_{pl} & \text{se } \lambda_w > \lambda_r \end{cases} \quad (6-26)$$

$$\lambda_p = 1,10 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \quad \text{e} \quad \lambda_r = 1,37 \sqrt{\frac{k_v E}{f_y}} \quad (6-27)$$

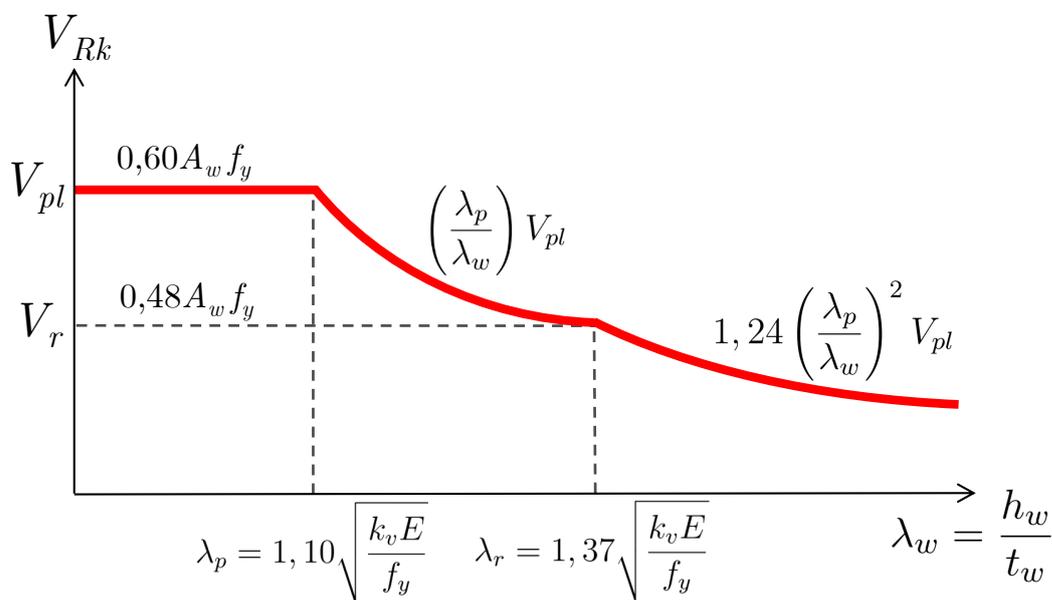


Figura 6.8: Curva para determinação do esforço cortante resistente característico. Adaptado de Fakury, Silva e Caldas (2016).

Nos exemplos numéricos abordados no âmbito desta pesquisa, em que os efeitos de segunda ordem são levados em consideração, os esforços solicitantes são determinados por meio das Equações (5-47), (5-48) e (5-49). Tais equações incorporam os coeficientes de amplificação dos esforços, simbolizados por B_1 e B_2 .

6.3.5 Restrições geométricas

A imposição de restrições geométricas pode ser uma abordagem eficaz para considerar várias nuances estruturais, principalmente no que concerne às ligações entre vigas e colunas, bem como entre colunas. Aqui, as restrições relativas às ligações viga-coluna têm como objetivo evitar a fixação de uma viga com uma

mesa que seja mais larga do que a altura da alma da coluna ou a própria mesa da coluna. Por outro lado, as ligações entre pilares estão sujeitas a restrições que impedem perfis com maior altura ou massa de se encaixarem sobre perfis com valores menores.

As ligações entre os membros de um sistema estrutural são representadas na Figura 6.9. Nesta figura, h_{wi} , b_{fi} e d_i referem-se à altura da alma, à largura da aba e à profundidade do i -ésimo membro, respectivamente. Além disso, b_{fk} e b_{fj} representam a largura da aba dos k -ésimo e j -ésimo membros, enquanto d_n denota a altura total do n -ésimo membro.

As restrições desse sistema são formuladas matematicamente pelas Equações (6-28), (6-28) e (6-30). Nestas equações, m_i e m_n correspondem à massa por metro linear dos perfis i -ésimo e n -ésimo, respectivamente. Além disso, o símbolo N_c denota o número total de colunas.

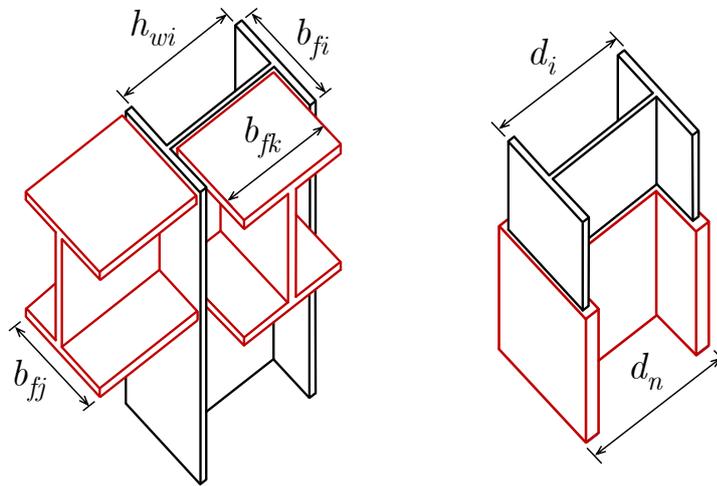


Figura 6.9: Restrições Geométricas.

$$\frac{d_i(\mathbf{x})}{d_n(\mathbf{x})} - 1 \leq 0 \quad i = 1, N_c \quad (6-28)$$

$$\frac{m_i(\mathbf{x})}{m_n(\mathbf{x})} - 1 \leq 0 \quad i = 1, N_c \quad (6-29)$$

$$\frac{b_{fk}(\mathbf{x})}{h_{wi}(\mathbf{x})} - 1 \leq 0 \quad \frac{b_{fj}(\mathbf{x})}{b_{fi}(\mathbf{x})} - 1 \leq 0 \quad (6-30)$$

6.4 Funções objetivo

As funções objetivo ($f(\mathbf{x})$) referem-se àquelas que se almeja minimizar em um problema de otimização. No caso de funções nas quais o intuito é maximizar, é

suficiente minimizar a função negativa ($-f(\mathbf{x})$). Um objetivo comumente presente em problemas mono-objetivos é a minimização do peso total da estrutura. A Equação (6-31) define o peso total da estrutura, onde L_i , A_i e ρ_i representam, respectivamente, o comprimento, a área da seção transversal e a massa específica do i -ésimo membro.

Em problemas multiobjetivo, várias funções objetivo coexistem. Neste trabalho, além da minimização do peso total, os objetivos adicionais incluem: a minimização do deslocamento máximo horizontal, a maximização da primeira frequência natural de vibração, a maximização do fator de carga crítica local e a minimização do número de perfis distintos empregados no projeto. Essa última abordagem visa otimizar custos associados à fabricação, transporte, estocagem, conferência e ligações, além de aprimorar aspectos arquitetônicos do projeto.

Os deslocamentos são determinados por meio da solução de sistema utilizando o método da rigidez direta (Equação (6-32)). Nesta equação, $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ representa a matriz de rigidez da estrutura, $\boldsymbol{\delta}(\mathbf{x})$ é o vetor de deslocamentos, e \mathbf{f} é o vetor de forças externas, que não depende do vetor de variáveis de projeto \mathbf{x} .

As frequências naturais de vibração e os fatores de carga crítica são funções objetivo derivadas da solução de um problema de autovalor, que oferece pares associados de autovalores e autovetores (ω_i^2, Φ_i) para a solução do problema dinâmico e (λ_i, Δ_i) para o problema de estabilidade. Detalhes adicionais estão disponíveis no Apêndice A.

No contexto específico deste trabalho, os objetivos incluem a maximização da primeira frequência natural de vibração $f_1(\mathbf{x})$, conforme definido na Equação (6-33), e a maximização do primeiro fator de carga crítica $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ (Equação (6-34)). O número de perfis diferentes para colunas, representado por np , é definido como a cardinalidade do vetor \mathbf{x}_p , sendo esse último um subconjunto do vetor de variáveis que contempla os perfis empregados nas colunas.

$$W(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \rho_i A_i L_i \quad (6-31)$$

$$\boldsymbol{\delta}(\mathbf{x}) = \mathbf{K}(\mathbf{x})^{-1} \mathbf{f} \quad \therefore \quad \delta_{max}(\mathbf{x}) = \max[\boldsymbol{\delta}(\mathbf{x})] \quad (6-32)$$

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) \Phi_i = 0 \quad \therefore \quad f_1(\mathbf{x}) = \frac{\omega_1}{2\pi} \quad (6-33)$$

$$(\mathbf{K} + \lambda_i \mathbf{K}_G) \Delta = 0 \quad \therefore \quad \lambda_{crt}(\mathbf{x}) = \lambda_1 \quad (6-34)$$

$$np(\mathbf{x}) = |\mathbf{x}_p| \quad (6-35)$$

7

Experimentos numéricos

São apresentados neste capítulo quatro conjuntos de experimentos delineados pelo fluxograma apresentado na Figura 7.1, no qual são identificados os títulos dos trabalhos previamente publicados ou preparados para submissão futura (caso do conjunto de experimentos 4). Os experimentos preliminares foram divulgados em congressos, enquanto os demais foram ou serão submetidos a periódicos científicos. O primeiro conjunto de experimentos abrange cinco trabalhos preliminares, que tem como objetivo formular o experimento numérico complexo de forma gradativa, portanto apresentam uma complexidade progressiva. Estes são:

1. Um estudo comparativo de pórticos que utilizam diferentes sistemas de contraventamento, resolvidos por meio de uma formulação mono-objetivo (RESENDE *et al.*, 2020a);
2. Um experimento numérico multiobjetivo inicial, sem a consideração dos sistemas de contraventamento como variáveis de projeto (RESENDE *et al.*, 2020b);
3. Um experimento mono-objetivo e multiobjetivo considerando a configuração do sistema de contraventamento como variável de projeto (RESENDE *et al.*, 2021);
4. Um experimento envolvendo três objetivos, no qual a configuração do sistema de contraventamento é considerada como variável de projeto (RESENDE *et al.*, 2022);
5. Um experimento com três objetivos, considerando tanto a configuração do sistema de contraventamento quanto a orientação dos eixos principais de inércia dos pilares como variáveis de projeto (RESENDE; LEMONGE; MARTHA, 2023).

O segundo conjunto de experimentos propõe a resolução de um problema que envolve quatro objetivos: a minimização do peso da estrutura, a minimização do deslocamento máximo, a maximização da primeira frequência de vibração e a maximização do fator de carga crítica relativo à flambagem global. Neste contexto, são analisados três pórticos distintos considerando o sistema de contraventamento,

a orientação dos eixos principais de inércia dos pilares e os perfis comerciais de aço como variáveis de projeto, conforme descrito em Resende *et al.* (2023).

O terceiro conjunto de experimentos engloba uma abordagem multiobjetivo destinada à determinação do agrupamento ótimo de perfis que compõem os pilares. Nesses experimentos, os objetivos visam a minimização tanto do peso total da estrutura quanto do número de perfis metálicos distintos alocados aos pilares. Desta maneira, a curva de Pareto oferece ao projetista a melhor solução, caracterizada por seu menor peso, para cada número de seções distintas empregadas. É importante ressaltar que o peso decresce à medida que seções diferentes aumentam, dado que tais objetivos são conflitantes. Essa estratégia dispensa a necessidade de resolver múltiplos problemas mono-objetivo com restrição de cardinalidade, como é resolvido por Barbosa, Lemonge e Borges (2008). Dessa forma, o problema é solucionado de maneira automática. Ademais, proporciona diversas soluções na frente de Pareto, cada uma com configurações de grupos distintas, facultando ao tomador de decisão uma gama de opções para sua escolha (RESENDE *et al.*, 2024).

O quarto conjunto de experimentos consiste em resolver um problema multiobjetivo de um edifício alto considerando efeitos de segunda ordem. Esse último consolida todas as complexidades da formulação do problema de otimização e das considerações feitas no modelo em um exemplo final.

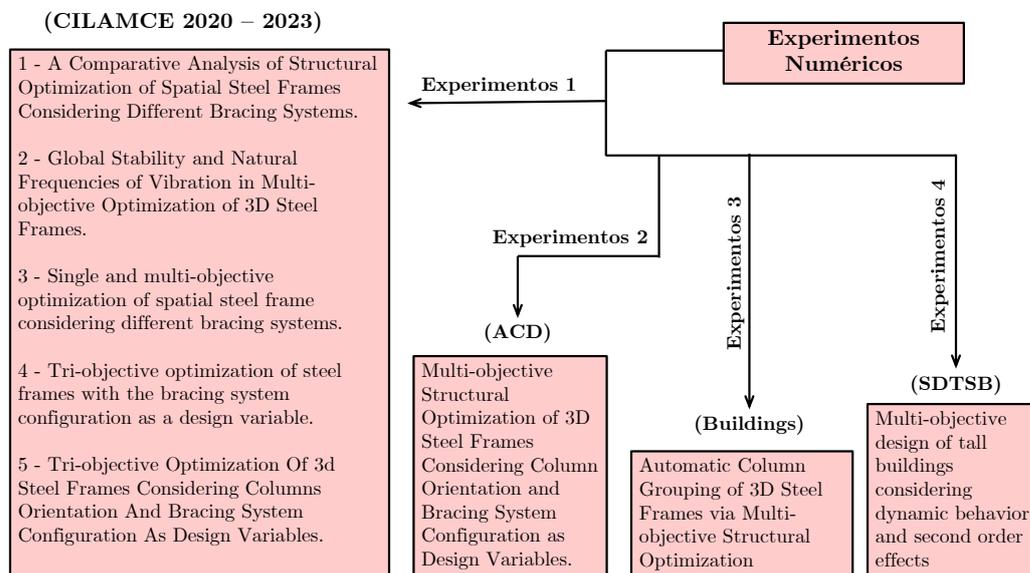


Figura 7.1: Fluxograma de experimentos numéricos.

7.1

Experimentos preliminares

7.1.1

Estudo comparativo mono-objetivo de modelos com diferentes sistemas de contraventamento (Exp-1.1)

Os experimentos numéricos abordados nesta seção referem-se a um pórtico espacial de aço de seis pavimentos com o único objetivo de minimizar o peso total da estrutura e seu vetor de variáveis de projeto conta apenas com valores discretos que apontam para perfis comerciais. Cinco modelos foram considerados para estudar a otimização com diferentes tipos de sistemas de contraventamento: (i) Modelo 1 é um pórtico espacial de aço de seis pavimentos sem contraventamentos; (ii) Modelo 2 possui um sistema de contraventamento diagonal (D); (iii) Modelo 3 possui um sistema de contraventamento em forma de “Z”; (iv) Modelo 4 possui um sistema de contraventamento em forma de “X”; e (v) Modelo 5 possui um sistema de contraventamento em forma de “V”. Nesse conjunto de experimentos, exclusivamente, todas as ligações foram modeladas como rígidas. A Figura 7.2 ilustra da esquerda para a direita os pórticos espaciais de aço de seis pavimentos e os cinco modelos desenvolvidos.

A estrutura é submetida a cargas gravitacionais de 10 kN/m nas vigas externas e 20 kN/m nas vigas internas. A pressão do vento atua apenas na fachada maior, resultando em uma carga média de 3,17 kN/m para as colunas de canto e 6,34 kN/m para as colunas externas, calculadas para uma velocidade de referência de 35 m/s de acordo com a NBR 6123:1989.

O máximo deslocamento admissível é $\bar{\delta} = 45$ mm, a frequência de vibração mínima permitida é $\bar{f}_1 = 2$ Hz e o máximo deslocamento inter-pavimentos permitido é $\bar{d} = 6$ mm. Apenas são consideradas restrições geométricas relacionadas ao encaixe entre pilares (Equações (6-28) e (6-29)) e não viga-pilar. O algoritmo aplicado é o tradicional DE para problemas mono-objetivo utilizando o método da penalização adaptativa para o tratamento das restrições. São realizadas dez execuções independentes com 250 gerações e uma população de 50 vetores candidatos. Os parâmetros do DE adotados aqui são: $C_r = 0,9$ é a taxa de cruzamento, $M = 0,1$ é a probabilidade de mutação, e $F = 0,4$ é o fator de escala. Esses valores estão dentro de um intervalo para aplicação respaldados por Storn e Price (1995) e Krempser *et al.* (2017).

Os melhores resultados encontrados para os cinco modelos estão detalhados na Tabela 7.1, fornecendo também os maiores valores encontrados para a equação de interação LRDF, equação de cisalhamento LRFD e deriva inter-pavimentos, denominados $LRFD_{max}$, V_{max} e d_{max} , respectivamente. A Figura 7.3 mostra os

melhores resultados encontrados, correspondendo as cores aos perfis correspondentes na Tabela 7.1. Onde os grupos de elementos são definidos como: (i) pilares de canto (CC); (ii) pilares externos (OC); (iii) vigas externas (OB); (iv) vigas internas (IB); e (v) sistema de contraventamento (BC).

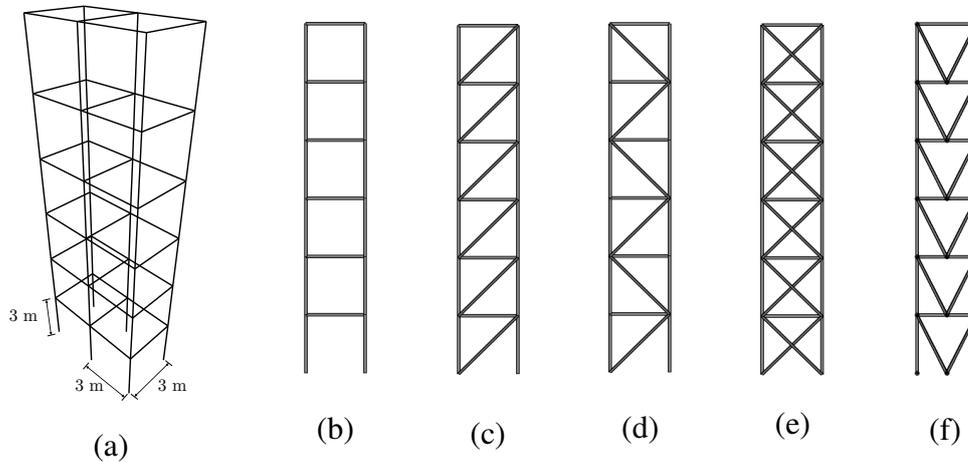


Figura 7.2: (a) Pórtico espacial de seis andares; (b) Modelo 1; (c) Modelo 2; (d) Modelo 3; (e) Modelo 4; (f) Modelo 5.

Tabela 7.1: Melhores resultados encontrados para os cinco modelos.

Modelo	1	2	3	4	5
Contraventamento	-	D	Z	X	V
Grupo (Andares)	Perfis W				
CC (1-3)	250×62	150×29,8	150×29,8	150×22,5	150×22,5
CC (4-6)	250×62	150×22,5	150×22,5	150×22,5	150×22,5
OC (1-3)	360×91	250×62	250×62	250×62	310×79
OC (4-6)	200×35,9	150×22,5	150×22,5	200×35,9	200×35,9
OB (1-3)	460×52	250×17,9	250 ×17,9	250 ×17,9	250×17,9
OB (4-6)	310×23,8	200 ×26,6	200 ×26,6	200 ×26,6	310×28,3
IB (1-3)	530×66	410 ×38,8	410 ×38,8	360 ×39	410×38,8
IB (4-6)	360×32,9	250 ×17,9	310 ×23,8	250 ×17,9	310×28,3
BC (1-6)	-	150 ×13	150 ×13	150 ×13	150 ×13
Valores das restrições e função objetivo					
$LRFD_{max}(\mathbf{x})$	0,84	0,99	0,99	0,98	0,99
$V_{max}(\mathbf{x})$	0,22	0,24	0,23	0,25	0,17
$d_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	6,0	5,6	5,3	5,6	5,8
$\delta_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	42	39	38	38	45
$\lambda_{crt}(\mathbf{x})$	18,79	4,97	5,31	5,79	7,87
$f_1(\mathbf{x})$ (Hz)	3,36	2,11	2,10	2,01	2,10
$W(\mathbf{x})$ (kg)	11795	7053	7107	7683	7886

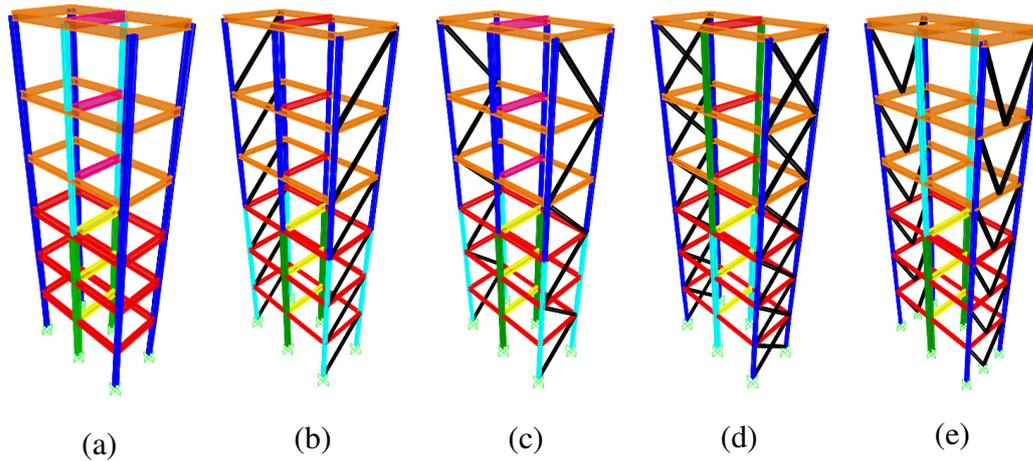


Figura 7.3: Melhores soluções encontradas para: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3; (d) Modelo 4; (e) Modelo 5.

Uma análise abrangente de alguns aspectos relacionados aos experimentos numéricos conduzidos neste primeiro conjunto de experimentos podem ser realizadas. A parte de baixo da Tabela 7.1 consolida informações sobre o peso e os resultados de restrições derivados dos cinco experimentos realizados. O ponto principal de imediata importância diz respeito ao peso estrutural, o objetivo a ser minimizado. É evidente que a estrutura sem um sistema de contraventamento (referida como Modelo 1) apresentou o maior peso estrutural ($W(\mathbf{x})=11795$ kg) em comparação com os outros modelos. Esta observação destaca que, apesar de ter mais elementos, estruturas contraventadas conseguiram fornecer projetos mais leves. Notavelmente, a estrutura mais leve identificada foi aquela que incorporou um sistema de contraventamento diagonal ($W(\mathbf{x})=7053$ kg), conforme proposto no Modelo 2.

Mais informações relevantes podem ser obtidas ao examinar os valores das restrições, ou seja: (i) O valor máximo obtido na equação de interação de esforços $LRFD_{max}(\mathbf{x})$ atua como uma restrição ativa nos Modelos 2, 3, 4 e 5; (ii) o deslocamento máximo entre pavimentos constitui uma restrição ativa para o Modelo 1, enquanto todos os modelos exibiram um deslocamento máximo próximo ao limite permitido de $d_{max}^- = 6$ mm; (iii) o deslocamento horizontal máximo atua como uma restrição ativa no Modelo 5, onde $\delta_{max}^- = 45$ mm; (iv) a primeira frequência natural de vibração é uma restrição ativa para o Modelo 4, e todos os modelos contraventados exibiram uma primeira frequência próxima ao mínimo permitido, ou seja, $\bar{f}_1 = 2$ Hz.

O modelo inicial apresentou a maior estabilidade global ($\lambda_{max} = 11,78$) e a primeira frequência natural de vibração ($f_1 = 3,36$ Hz). No entanto, esse resultado foi influenciado pelo peso excessivo da solução ótima, levando à adoção de perfis pesados. Conseqüentemente, essa comparação é considerada injusta quando contrastada com modelos contraventados que conseguiram alcançar soluções supe-

riores com perfis mais leves. Concentrando-se apenas em modelos contraventados (Modelos 2, 3, 4 e 5), observa-se que o Modelo 5 possui o projeto mais estável ($\lambda_{max} = 7,87$) com a primeira frequência natural de vibração oscilando em torno de ($f_1 = 2,1$ Hz).

Em resumo, o conjunto de experimentos revela que a solução que resultou na estrutura mais leve envolve a implementação de uma configuração de sistema de contraventamento diagonal. Entre as configurações de sistema de contraventamento, o modelo que utiliza uma configuração em "V" demonstra a maior estabilidade, conforme evidenciado pelo fator de carga crítica. Além disso, a configuração em "Z" manifesta o menor deslocamento máximo entre pavimentos, enquanto a configuração em "X" exibe o menor deslocamento horizontal máximo. É imperativo destacar que o modelo sem sistemas de contraventamento resulta em uma solução consideravelmente mais pesada do que as demais, enfatizando a necessidade de incorporar uma configuração de sistema de contraventamento. O desafio reside em determinar qual configuração resultará na solução mais leve. E, de forma gradativa os experimentos preliminares vão incorporando a complexidade necessária para resolver um problema com essas considerações.

7.1.2

Experimento multiobjetivo sem considerar sistemas de contraventamento (Exp-1.2)

O segundo experimento preliminar desenvolvido consiste em resolver um problema de otimização multiobjetivo para o pórtico não contraventado de aço de 78 elementos ilustrado na Figura 7.2(a) e que pode ser formulado da seguinte maneira: Determinar um conjunto de perfis de aço comerciais, designados por um vetor de índices inteiros (variáveis de projeto), $\mathbf{x} = I_1, I_2, \dots, I_i$, que visa minimizar a primeira função objetivo, $of_1(\mathbf{x})$, ao mesmo tempo em que minimiza (ou maximiza) a segunda função objetivo conflitante, $of_2(\mathbf{x})$. O problema está sujeito ao mesmo conjunto de restrições de projeto e solicitações do experimento apresentado na Seção 7.1.1, conforme delineado na Equação (7-1).

$$\begin{aligned} \min \quad & of_1(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \min \quad of_2(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \text{restrições de projeto} \end{aligned} \quad (7-1)$$

A primeira função objetivo, $of_1(\mathbf{x})$, representa o peso total da estrutura, conforme definido pela equação (6-31). Em relação à segunda função objetivo, esta série de experimentos tem como objetivo analisar três casos distintos com objetivos conflitantes:

- a) Caso 1: Minimizar o peso ($W(\mathbf{x})$) e o deslocamento horizontal máximo no topo da estrutura ($\delta_{max}(\mathbf{x})$);

- b) Caso 2: Minimizar o peso ($W(\mathbf{x})$) e maximizar a primeira frequência natural de vibração da estrutura ($f_1(\mathbf{x})$);
- c) Caso 3: Minimizar o peso ($W(\mathbf{x})$) e maximizar o fator de carga crítica associado ao primeiro modo de flambagem ($\lambda_{crt}(\mathbf{x})$).

A Equação (7-2) formaliza os objetivos dos três casos, onde \mathbf{x}^L e \mathbf{x}^U representam os limites inferior e superior do espaço de busca, respectivamente.

$$\begin{aligned}
 \text{caso 1 : } & \min W(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \min \delta_{max}(\mathbf{x}) \\
 \text{caso 2 : } & \min W(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \max f_1(\mathbf{x}) \\
 \text{caso 3 : } & \min W(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \max \lambda_{crt}(\mathbf{x}) \\
 \text{s.a. } & \text{restrições de projeto} \\
 & \mathbf{x}^L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^U
 \end{aligned} \tag{7-2}$$

Em cada caso, o processo evolutivo gera uma frente de Pareto composta por soluções não dominadas. Posteriormente, o Método de Decisão Multicritério por Torneio (MTD) é empregado para selecionar três soluções, resultando em um total de nove projetos. O MTD é conduzido com base na atribuição de pesos de importância a cada função objetivo, designados por w_i , sendo i o número da função objetivo conforme detalhado anteriormente na seção 5.3.6. Com o intuito de sistematizar a extração de soluções, os três cenários são definidos da seguinte forma:

- a) Cenário 1: A importância de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0,3$, e da segunda função objetivo é $w_2 = 0,7$;
- b) Cenário 2: A importância de ambas as funções objetivo é $w_1 = w_2 = 0,5$;
- c) Cenário 3: A importância de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0,7$, e da segunda função objetivo é $w_2 = 0,3$.

São realizadas dez execuções independentes, cada uma com 200 gerações e uma população de 50 vetores candidatos, para os três casos distintos. O algoritmo empregado é o GDE3 e sua configuração é feita com os seguintes parâmetros: $Cr = 0,9$, indicando a taxa de cruzamento e $F = 0,4$, significando o fator de escala. A frente de Pareto composta por soluções não dominadas obtidas para os casos 1, 2 e 3, juntamente com suas respectivas soluções extraídas, são ilustradas nas Figuras 7.4, 7.5 e 7.6, respectivamente. Os resultados para as três soluções extraídas de cada um dos três casos são detalhados na Tabela 7.2.

Tabela 7.2: Detalhes das nove soluções extraídas para o conjunto de experimentos Exp-1.2.

Grupo (Pavimentos)	Caso 1			Caso 2			Caso 3		
	Soluções Extraídas			Soluções Extraídas			Soluções Extraídas		
	Cenário	1	2	3	1	2	3	1	2
	W Profiles								
CC (1-3)	360x122	360x122	360x91	310x107	310x107	310x79	310x117	310x117	310x97
CC (4-6)	360x91	310x79	250x62	250x62	250x62	250x62	250x73	250x62	250x62
OC (1-3)	360x122	360x122	360x122	310x117	310x117	310x107	310x117	310x117	310x97
OC (4-6)	360x101	360x101	360x91	310x79	310x79	250x62	310x79	310x79	250x73
OB (1-3)	610x101	530x82	530x72	530x66	460x52	460x52	530x72	460x52	460x52
OB (4-6)	530x72	410x38.8	410x38.8	310x21	310x21	310x21	360x32.9	360x32.9	360x32.9
IB (1-3)	610x113	610x125	610x113	410x38.8	410x38.8	460x52	360x72	310x38.7	360x64
IB (4-6)	610x125	610x113	530x85	310x28.3	310x28.3	360x32.9	310x38.7	200x26.6	360x32.9
	Restrições e funções objetivo								
$LRFD_{max}(x)$	0.31	0.34	0.37	0.97	0.97	0.87	0.59	0.90	0.68
$V_{max}(x)$	0.10	0.12	0.12	0.23	0.24	0.22	0.22	0.29	0.25
$d_{max}(x)$ (mm)	2	3	4	6	6	6	4	6	5
$f_1(x)$ (Hz)	3.42	3.67	3.59	4.44	4.29	4.02	4.41	4.31	4.06
$\lambda_{crt}(x)$	34.78	34.25	28.44	31.73	30.97	27.56	46.97	40.78	35.73
$\delta_{max}(x)$ (mm)	11	13	16	35	33	33	24	36	29
$W(x)$ (kg)	23252	20323	17159	14945	14225	12872	17051	15217	14281

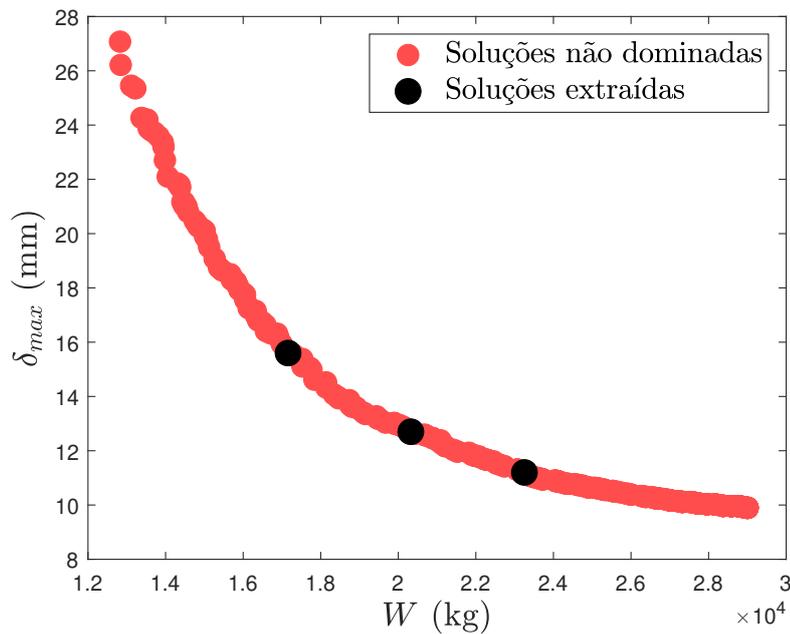


Figura 7.4: Frente de Pareto e soluções extraídas para o Exp-1.2 - caso 1.

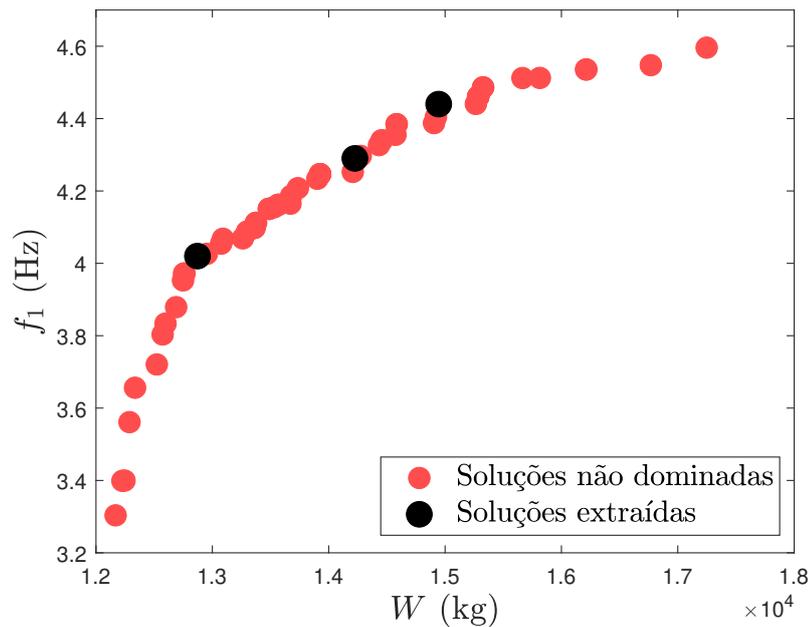


Figura 7.5: Frente de Pareto e soluções extraídas para o Exp-1.2 - caso 2.

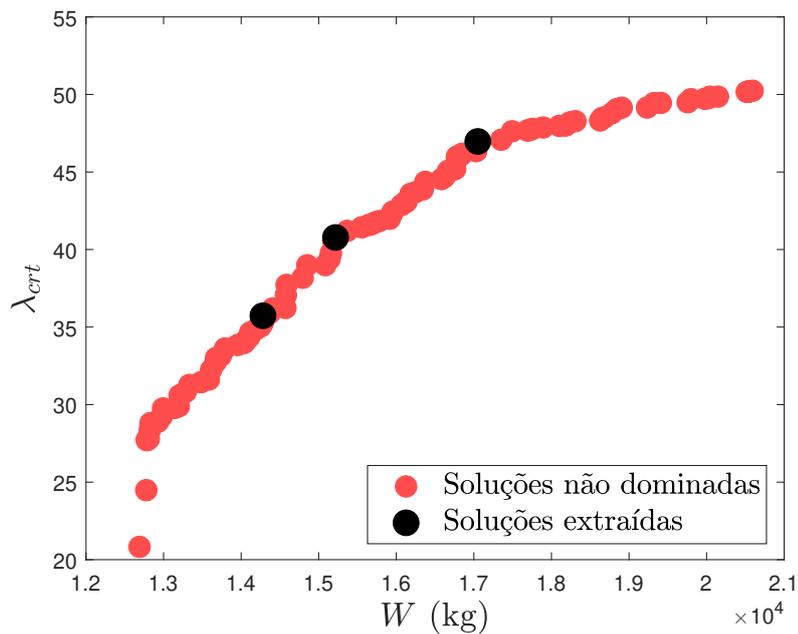


Figura 7.6: Frente de Pareto e soluções extraídas para o Exp-1.2 - caso 3.

Na análise dos resultados do Caso 1, observa-se que, da solução extraída do Cenário 1 (com pesos de importância $w_1 = 0,3$ para $W(\mathbf{x})$ e $w_2 = 0,7$ para $\delta_{max}(\mathbf{x})$) ao Cenário 3 (com pesos de importância $w_1 = 0,7$ para $W(\mathbf{x})$ e $w_2 = 0,3$ para $\delta_{max}(\mathbf{x})$), o peso diminuiu 26% (de $W(\mathbf{x}) = 23.252$ kg para $W(\mathbf{x}) = 17.159$ kg), enquanto o deslocamento horizontal máximo aumentou 45% (de $\delta_{max}(\mathbf{x}) = 11$ mm para $\delta_{max}(\mathbf{x}) = 16$ mm).

No segundo caso, o peso diminui 14% (de $W(\mathbf{x}) = 14.945$ kg para $W(\mathbf{x}) = 12.872$ kg), e a primeira frequência natural de vibração diminui 9,5% (de $f_1(\mathbf{x}) = 4,44$ Hz para $f_1(\mathbf{x}) = 4,02$ Hz) do Cenário 1 para o Cenário 3. O terceiro caso apresenta uma variação de peso de 16% (de $W(\mathbf{x}) = 17.051$ kg para $W(\mathbf{x}) = 14.281$ kg) e uma variação no fator crítico de carga de 24% (de $\lambda_{\text{crt}}(\mathbf{x}) = 46,97$ para $\lambda_{\text{crt}}(\mathbf{x}) = 35,73$) ao comparar o Cenário 1 com o Cenário 3.

Diversas observações surgem: (i) a configuração estrutural mais leve é alcançada no Cenário 3 (com pesos de importância $w_1 = 0,7$ para $W(\mathbf{x})$ e $w_2 = 0,3$ para $f_1(\mathbf{x})$) do Caso 2 (minimização de peso e maximização da primeira frequência natural), resultando em $W(\mathbf{x}) = 12.872$ kg; (ii) a estrutura com a maior primeira frequência natural de vibração, registrando $f_1(\mathbf{x}) = 4,44$ Hz, é identificada no Caso 2, Cenário 1, alinhando-se à expectativa intuitiva de que, no Caso 2, o segundo objetivo é maximizar $f_1(\mathbf{x})$, e no Cenário 1, $f_1(\mathbf{x})$ tem um peso de importância de $w_2 = 0,7$; (iii) a estrutura mais estável, com o maior fator crítico de carga ($\lambda_{\text{crt}}(\mathbf{x}) = 46,97$), está localizada no Caso 3, Cenário 1, alinhando-se à expectativa observada em (ii), uma vez que este caso diz respeito à maximização do fator crítico de carga, e no Cenário 1, apresenta um peso de importância $w_2 = 0,7$ para $\lambda_{\text{crt}}(\mathbf{x})$; (iv) a estrutura com o maior $LRFD_{\text{max}}(\mathbf{x})$, indicando a maior razão de resistência à solicitação de flexão composta, é encontrada nos Cenários 1 e 2 do Caso 2, com $LRFD_{\text{max}} = 0,97$; (v) a estrutura com a maior razão de resistência à solicitação de cisalhamento ($V_{\text{max}}(\mathbf{x}) = 0,29$) é extraída do Caso 3 no Cenário 2; (vi) todos os três cenários do Caso 2 apresentam o máximo deslocamento entre pavimentos permitido, $d(\mathbf{x}) = 6$ mm.

As frentes de Pareto resultantes dos experimentos numéricos conduzidos neste estudo exibem padrões coerentes, alinhando-se com resultados esperados. É importante observar que as análises apresentadas neste conjunto de experimentos são preliminares e servem como base para os subsequentes, dotados de maior complexidade.

7.1.3

Experimento multiobjetivo considerando sistemas de contraventamento (Exp-1.3)

Este conjunto de experimentos numéricos visa otimizar um pórtico de seis pavimentos, o mesmo utilizado nos dois primeiros conjuntos de experimentos (Exp-1.1 e Exp-1.2), conforme ilustrado na Figura 7.2(a). Este pórtico é submetido às mesmas restrições e solicitações. A inovação aqui reside na consideração do sistema de contraventamento como uma variável de projeto na formulação multiobjetivo. Essa consideração é incorporada por meio de um índice adicional no vetor de variáveis de projeto, indicando uma configuração pré-determinada.

O problema em questão envolve dez variáveis de projeto. A primeira delas refere-se ao sistema de contraventamento, que determina a configuração adotada, apresentando quatro possibilidades: contraventamento diagonal, em formato “Z”, em formato “X” e em formato “V”. As variáveis de 2 a 10 representam os perfis utilizados nos nove grupos distintos de elementos estruturais. Esses grupos são divididos em pilares de canto e de meio de fachada, vigas internas e externas, sendo replicados a cada três andares subsequentes. O último grupo está relacionado às barras do sistema de contraventamento. A Figura 7.7 ilustra o vetor candidato, destacando suas variáveis de projeto e os limites inferior e superior.

É relevante ressaltar que, de acordo com a Tabela 6.1, estão disponíveis 29 perfis "H" para os pilares e 56 perfis "I" para as vigas. No entanto, para as barras do sistema de contraventamento, apenas os três primeiros perfis mais leves do grupo de perfis das vigas estão disponíveis neste problema.

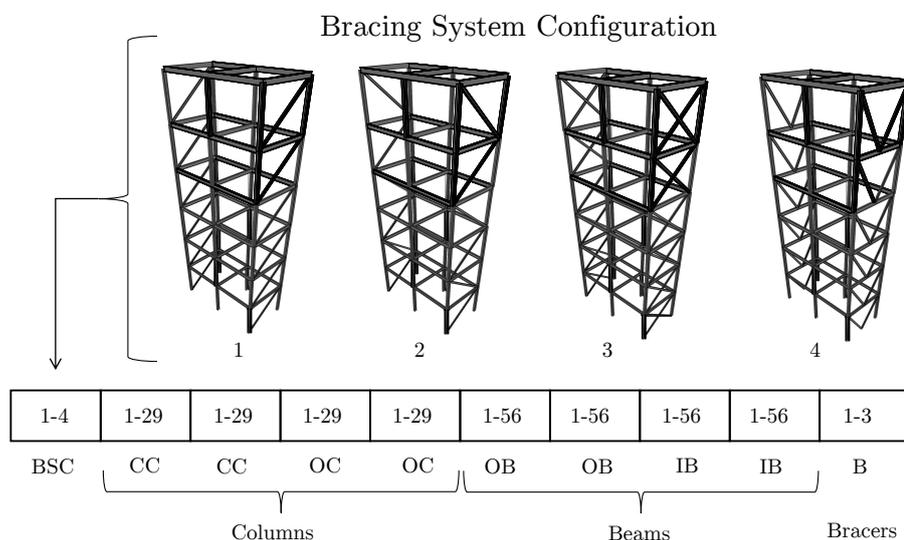


Figura 7.7: Vetor candidato e sistemas de contraventamento.

Os casos, cenários e parâmetros empregados no algoritmo GDE3 permanecem consistentes com o experimento anterior. Os resultados detalhados estão apresentados na Tabela 7.3, e as frentes de Pareto, juntamente com as soluções extraídas correspondentes, são fornecidas nas Figuras 7.8, 7.9 e 7.10, respectivamente.

Tabela 7.3: Detalhes das nove soluções extraídas para o conjunto de experimentos Exp-1.3.

	Caso 1			Caso 2			Caso 3		
	Soluções Extraídas			Soluções Extraídas			Soluções Extraídas		
Cenário	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Contraventamento	Z	X	X	Z	D	D	V	V	V
Grupo (Pavimentos)	Perfis W								
CC (1-3)	310x125	360x122	150x37	310x97	310x97	150x29.8	310x117	310x79	150x22.5
CC (4-6)	250x89	200x46.1	150x22.5	150x22.5	150x22.5	150x22.5	250x62	200x46.1	150x22.5
OC (1-3)	360x122	360x91	360x122	310x117	310x97	310x79	310x117	310x107	310x97
OC (4-6)	360x122	150x22.5	360x91	310x79	310x79	200x52	310x107	310x79	250x62
OB (1-3)	310x21	250x17.9	250x17.9	460x52	460x38.8	360x32.9	410x60	310x38.7	310x38.7
OB (4-6)	610x125	360x72	150x13	310x21	310x21	250x17.9	360x32.9	310x28.3	310x21
IB (1-3)	610x125	310x21	610x125	410x38.8	360x44	410x38.8	530x74	530x85	410x53
IB (4-6)	610x125	310x21	610x113	360x32.9	310x28.3	360x32.9	310x28.3	150x13	310x28.3
BC (1-6)	150x24	150x24	150x24	150x13	150x13	150x13	150x18	150x13	150x13
Valores das restrições e funções objetivo									
$LRFD_{max}(x)$	0.33	0.95	0.98	0.92	0.97	0.99	0.63	0.94	0.98
$V_{max}(x)$	0.08	0.22	0.35	0.21	0.24	0.25	0.12	0.14	0.17
$d_{max}(x)$ (mm)	1	2	3	2	3	5	2	2	5
$f_1(x)$ (Hz)	2.14	2.01	2.01	4.04	3.76	2.75	4.03	3.54	2.74
$\lambda_{ert}(x)$	24.11	12.024	9.07	20.03	18.48	10.07	52.50	34.38	16.52
$\delta_{max}(x)$ (mm)	7	10	15	26	32	40	18	35	37
$W(x)$ (kg)	24821	15844	10506	13136	11419	8346	17954	13404	9560

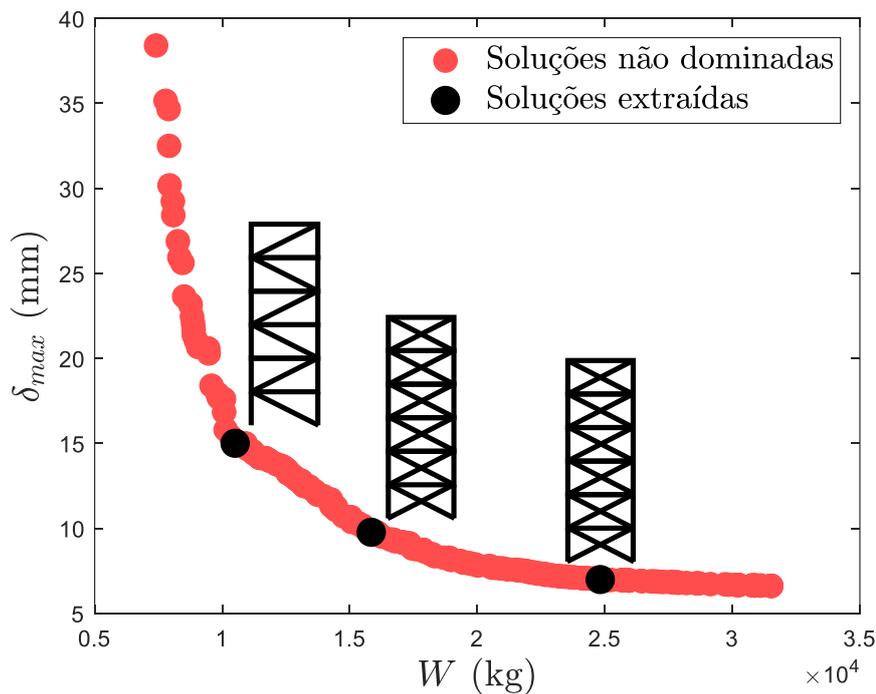


Figura 7.8: Frente de Pareto com as soluções extraídas para o caso 1.

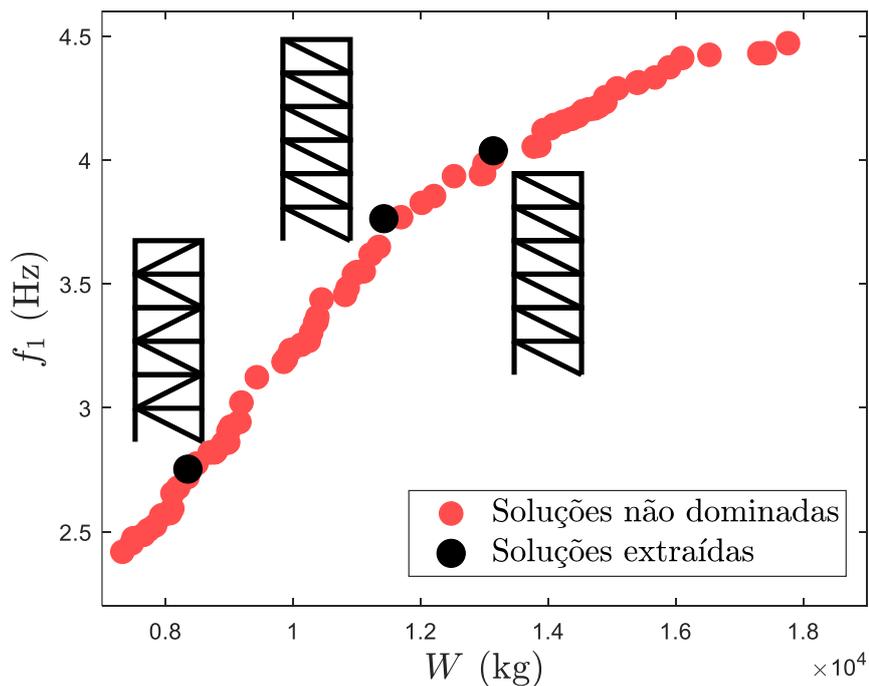


Figura 7.9: Frente de Pareto com as soluções extraídas para o caso 2.

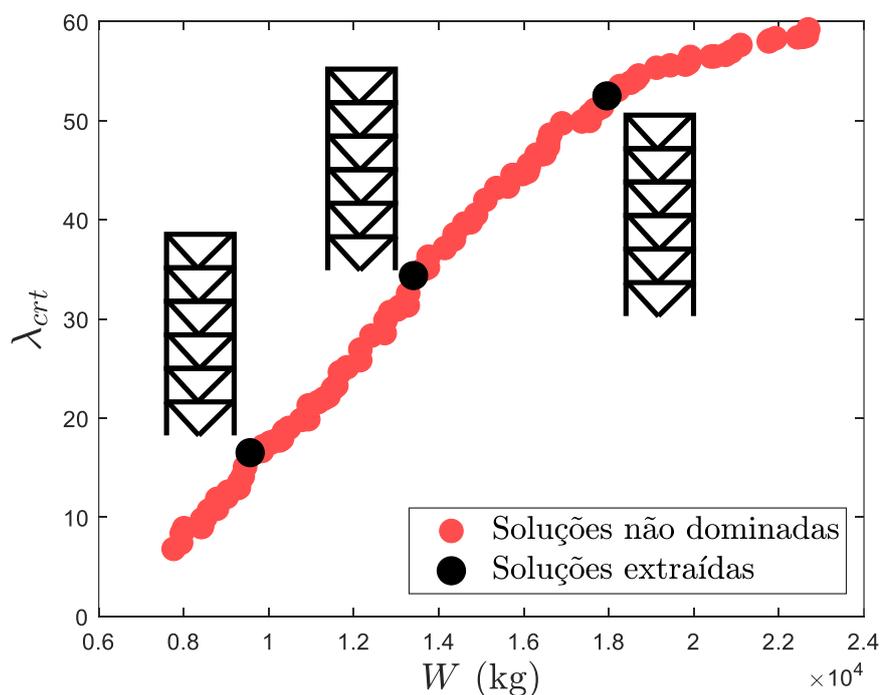


Figura 7.10: Frente de Pareto com as soluções extraídas para o caso 3.

Todos os resultados obtidos estão detalhadamente documentados na Tabela 7.3, na qual são apresentados os tipos de contraventamento, os perfis empregados para cada grupo e os valores associados às restrições e funções objetivo. Um aspecto inicialmente notável é que, conforme esperado, à medida que a importância do peso

total da estrutura ($W(\mathbf{x})$) como função objetivo aumenta (ocorrendo do cenário 1 ao 3), a estrutura torna-se mais leve. Contrariamente, o fenômeno oposto é observado para o segundo objetivo de cada caso: no caso 1, à medida que o deslocamento horizontal máximo ($\delta_{\max}(\mathbf{x})$) torna-se menos importante, sua magnitude aumenta. Nos casos 2 e 3, respectivamente, a primeira frequência natural de vibração e o fator de carga crítica diminuem, dado que o objetivo é maximizar essas grandezas em seus respectivos cenários. Outro ponto de destaque é que todas as configurações de contraventamento são exploradas nas soluções extraídas, abrangendo os nove cenários considerados.

Ao analisar inicialmente o caso 1, destaca-se que a solução mais pesada extraída (cenário 1) apresentou o sistema de contraventamento em formato "Z", enquanto as outras duas soluções (cenários 2 e 3) adotaram a configuração em formato "X" (Figura 7.8). Conforme a estrutura se torna mais leve, torna-se mais deslocável, evidenciado pelo aumento do valor da equação de combinação de esforços (cenário 1: $LRFD_{\max}(\mathbf{x}) = 0.33$; cenário 2: $LRFD_{\max}(\mathbf{x}) = 0.95$; cenário 3: $LRFD_{\max}(\mathbf{x}) = 0.98$), tornando-se uma restrição praticamente ativa no cenário 3. Isso implica em uma maior eficiência do material utilizado no que tange ao dimensionamento à flexão composta. A primeira frequência natural diminui com a redução do peso e torna-se uma restrição ativa nos cenários 2 e 3 ($f_1(\mathbf{x}) = 2.01$ Hz). O par de funções objetivo que resultou no menor deslocamento máximo horizontal foi obtido no cenário 1 ($W(\mathbf{x}) = 24821$ kg, $\delta_{\max}(\mathbf{x}) = 7$ mm), enquanto o maior deslocamento foi registrado no cenário 3 ($W(\mathbf{x}) = 10506$ kg, $\delta_{\max}(\mathbf{x}) = 15$ mm).

No caso 2, em que o segundo objetivo é maximizar a primeira frequência natural de vibração, observa-se que o contraventamento em formato "Z" novamente surge na estrutura mais pesada (cenário 1), enquanto a configuração diagonal é adotada nas outras duas soluções (cenários 2 e 3), conforme ilustrado na Figura 7.10. Semelhante ao caso 1, os valores de $LRFD_{\max}(\mathbf{x})$ seguem uma tendência, atingindo 0,99 no cenário 3 e podendo ser considerada uma restrição ativa. O deslocamento máximo no topo calculado para o cenário 3 ($\delta_{\max}(\mathbf{x}) = 40$ mm) se aproxima do valor da restrição ($\bar{\delta} = 45$ mm), embora não possa ser considerado como uma restrição ativa. A estrutura que apresentou a maior frequência (cenário 1) teve $W(\mathbf{x}) = 13136$ kg e $f_1(\mathbf{x}) = 4.04$ Hz, enquanto a estrutura de menor peso (cenário 3) registrou $W(\mathbf{x}) = 8346$ kg e $f_1(\mathbf{x}) = 2.75$ Hz.

Em relação ao caso 3, as três estruturas retiradas da frente de Pareto apresentaram o contraventamento em formato "V" (Figura 7.10). Aquela que exibiu o maior fator de carga crítica (cenário 1) apresentou um par de funções objetivo com valores $W(\mathbf{x}) = 17954$ kg e $\lambda_{crt}(\mathbf{x}) = 52.50$, enquanto a estrutura de menor peso (cenário 3) registrou $W(\mathbf{x}) = 9560$ kg e $\lambda_{crt}(\mathbf{x}) = 16.52$.

Realizando uma análise comparativa abrangente, é possível examinar os nove

cenários em termos dos valores máximos e mínimos das quatro funções objetivo em questão:

- a) Em termos do peso total da estrutura ($W(\mathbf{x})$): A estrutura mais leve foi encontrada no cenário 3 do caso 2, com $W(\mathbf{x}) = 8346$ kg, apresentando contraventamento em diagonal. A estrutura mais pesada foi identificada no cenário 1 do caso 1, com $W(\mathbf{x}) = 24821$ kg e contraventamento em “Z”;
- b) Em termos do máximo deslocamento horizontal ($\delta_{max}(\mathbf{x})$): A solução com o menor deslocamento foi identificada no cenário 1 do caso 1, com $\delta_{max}(\mathbf{x}) = 7$ mm e contraventamento em “Z”, enquanto a com o maior deslocamento foi encontrada no cenário 3 do caso 2, com $\delta_{max}(\mathbf{x}) = 40$ mm e contraventamento diagonal;
- c) Em termos da primeira frequência natural de vibração ($f_1(\mathbf{x})$): Duas estruturas apresentaram $f_1(\mathbf{x}) = 2.01$ Hz como a frequência mínima dentre as nove extraídas (cenários 2 e 3 do caso 1), ambas com a configuração de contraventamento em “X”. A maior primeira frequência encontrada foi $f_1(\mathbf{x}) = 4.04$ Hz no cenário 1 do caso 2, com o contraventamento em “Z”;
- d) Em termos do fator de carga crítica relativo ao primeiro modo de flambagem ($\lambda_{crt}(\mathbf{x})$): A estrutura com o maior fator de carga crítica foi a do cenário 1 do caso 3 ($\lambda_{crt}(\mathbf{x}) = 52.50$), apresentando o sistema de contraventamento em “V”, enquanto a estrutura com o menor fator de carga crítica foi identificada no cenário 3 do caso 1 ($\lambda_{crt}(\mathbf{x}) = 9.07$), com o sistema de contraventamento em “X”.

Os resultados obtidos ressaltam a importância de considerar diferentes configurações de sistemas de contraventamento, dada a sua natureza não trivial e os desafios associados à pré-definição dessas configurações. Tipicamente, essas configurações são elaboradas com base na experiência e no conhecimento dos engenheiros e muitas vezes podem ser condicionadas por restrições arquitetônicas. Além disso, a exploração de problemas multiobjetivo revela que uma frente de Pareto de soluções oferece um amplo espectro de estruturas potenciais. A partir desse espectro, um Tomador de Decisões pode identificar e selecionar o sistema estrutural que atenda às especificações do designer, dependendo das ponderações de importância previamente definidas para as funções objetivo. E, no contexto desse conjunto de experimentos, fica evidente que o sistema de contraventamento ótimo depende das considerações envolvendo os objetivos e suas importâncias.

7.1.4

Experimento tri-objetivo considerando sistemas de contraventamento (Exp-1.4)

O quarto conjunto de experimentos constitui uma extensão do terceiro, apresentando aspectos inovadores nesta etapa. Dentre eles, merecem destaque a abordagem simultânea de três objetivos distintos, a incorporação de algoritmos adicionais de busca (SHAMODE, SHAMODE-WO e MM-IPDE), em adição ao GDE3 previamente utilizado, e a reconsideração das ações do vento, agora tratadas como cargas equivalentes nodais em oposição ao carregamento distribuído constante. As restrições de projeto e as solicitações relacionadas às cargas gravitacionais permanecem inalteradas. Nesse conjunto de análises o modelo de pórtico é considerado com o vão da baía de seis metros, diferentemente dos três anteriores que possuíam baía de três metros de vão. A Figura 7.11 ilustra o modelo desse experimento com suas possíveis configurações de contraventamento.

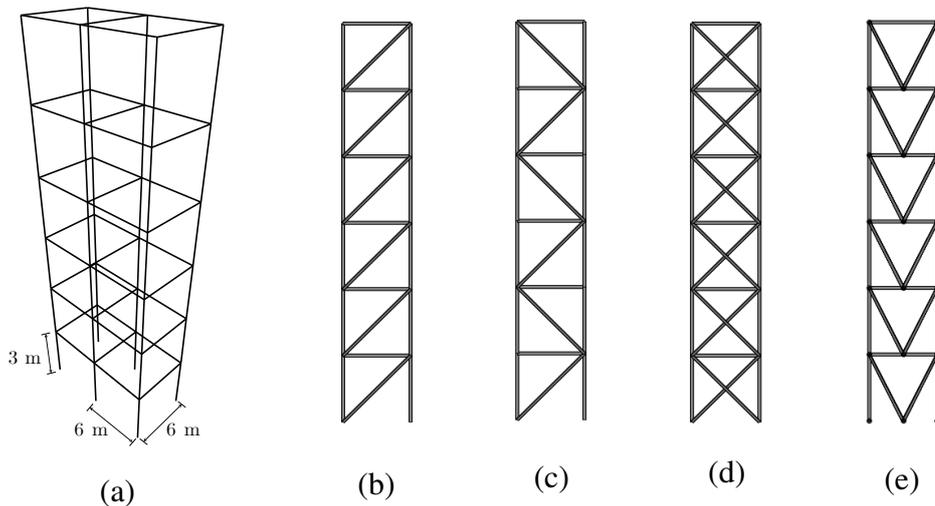


Figura 7.11: (a) Pórtico espacial de seis andares e suas configurações possíveis de contraventamento; (b) “D”; (c) “Z”; (d) “X”; (e) “V”.

Os objetivos contemplados neste conjunto de experimentos abrangem a minimização do peso da estrutura, a redução do deslocamento máximo e a maximização do fator de carga crítica, como formalizado pela Equação (7-3). A Tabela 7.4 apresenta as cargas nodais associadas ao efeito do vento.

$$\begin{aligned} \min \quad & W(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \min \quad \delta_{max}(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \max \quad \lambda_{crt}(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \text{restrições de projeto} \\ & \mathbf{x}^L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^U \end{aligned} \quad (7-3)$$

Tabela 7.4: Cargas de vento atuando em cada pavimento (kN)

Pavimento	Nós de Canto	Nós Centrais	Pavimento	Nós de Canto	Nós Centrais
1	6.39	12.78	4	7.88	15.76
2	6.67	13.34	5	8.31	16.62
3	7.35	14.70	6	8.68	17.36

Neste problema, um único caso envolvendo os três objetivos simultâneos é considerado, e três cenários são concebidos para a extração das soluções, a saber:

- Cenário 1: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0,6$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0,2$, e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0,2$;
- Cenário 2: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0,2$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0,6$, e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0,2$;
- Cenário 3: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0,2$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0,2$, e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0,6$;

O processo evolutivo completo compreende dez execuções independentes, cada uma abrangendo 200 gerações e uma população de 50 vetores candidatos para os quatro algoritmos empregados. Os resultados dos cenários analisados são sumarizados na Tabela 7.5, enquanto a Figura 7.12 ilustra todas as soluções encontradas. Adicionalmente, a Figura 7.13 apresenta a frente de Pareto espacial contendo apenas as soluções não dominadas, juntamente com três cenários extraídos. Além disso, as figuras ilustrativas dos planos resultantes da combinação de cada par de funções objetivo podem ser encontradas na Figura 7.14.

Tabela 7.5: Detalhes das três soluções extraídas para o conjunto de experimentos Exp-1.4.

Cenário	1	2	3
Contraventamento	D	Z	Z
Grupo (Pavimentos)	Perfis W		
CC (1-3)	310x79	310x125	310x117
CC (4-6)	200x35.9	250x85	310x79
OC (1-3)	310x79	310x125	310x117
OC (4-6)	200x46.1	310x79	250x73
OB (1-3)	310x28	460x60	460x82
OB (4-6)	200x15	360x32.9	310x23.8
IB (1-3)	310x22.7	610x113	530x72
IB (4-6)	250x17.9	460x82	310x21
BC (1-6)	150x13	150x24	150x18
Valores das restrições e funções objetivo			
$LRFD_{max}(\mathbf{x})$	0.98	0.66	0.73
$V_{max}(\mathbf{x})$	0.39	0.23	0.28
$d_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	0.5	0.2	0.3
$\delta_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	2.8	1	1.3
$\lambda_{crt}(\mathbf{x})$	198	325	395
$W(\mathbf{x})$ (kg)	13068	26772	25127
Algoritmo	MMIPDE	SHAMODE	SHAMODE-WO

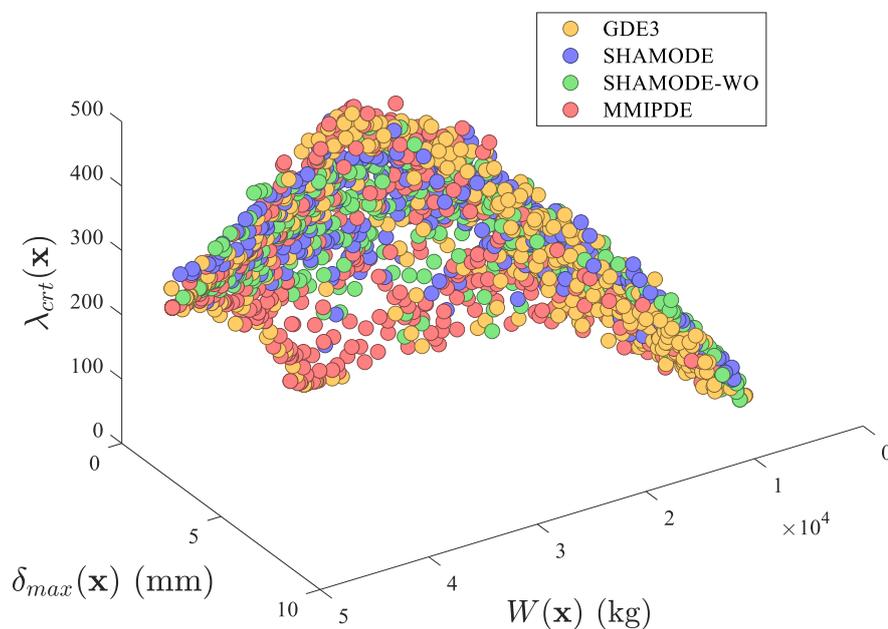


Figura 7.12: Todas as soluções encontradas para o Exp-1.4.

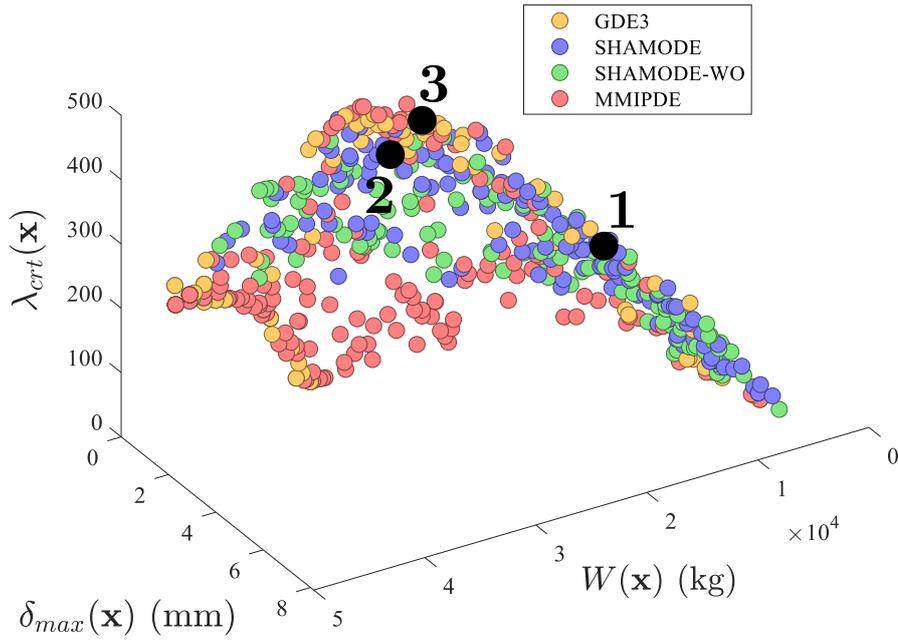


Figura 7.13: Fronteira de Pareto e soluções extraídas para o Exp-1.4.

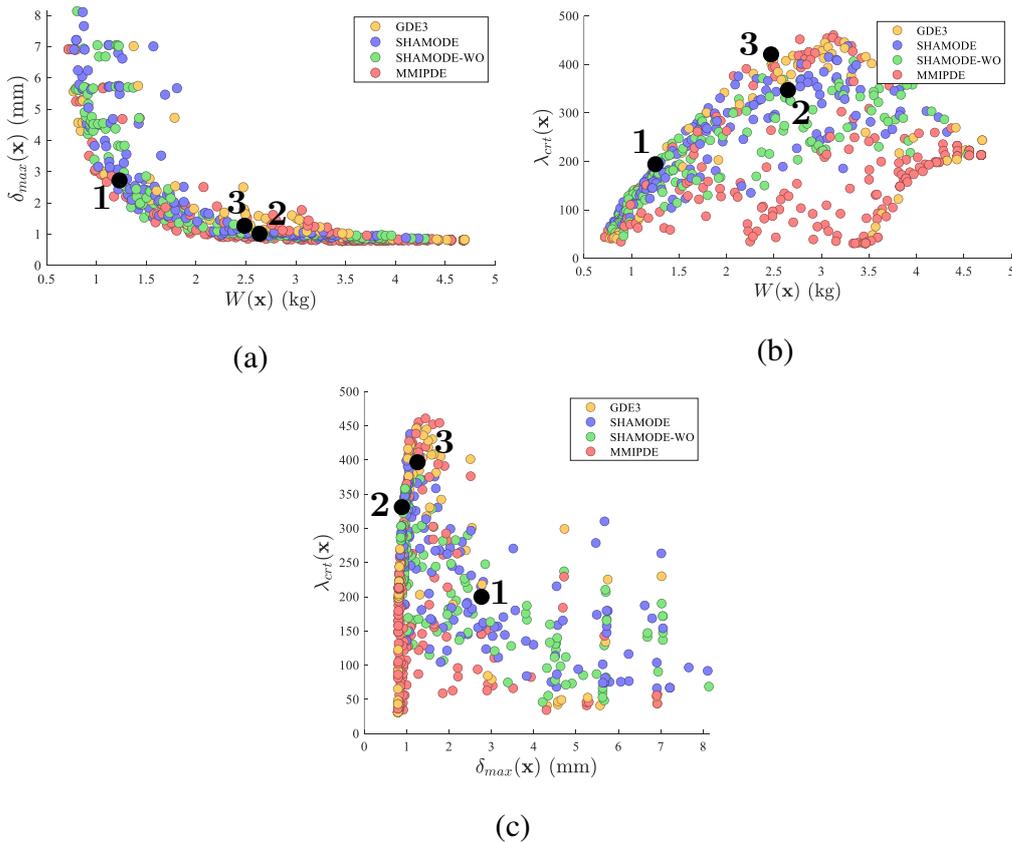


Figura 7.14: Frentes de Pareto 2D e soluções extraídas para o Exp-1.4. (a) Peso total ($W(\mathbf{x})$) x Deslocamento máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$); (b) Peso total ($W(\mathbf{x})$) x Fator de carga crítica ($\lambda_{crit}(\mathbf{x})$); (c) Deslocamento máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$) x Fator de carga crítica ($\lambda_{crit}(\mathbf{x})$).

Ao analisar a Tabela 7.5, emergem observações substanciais. Em primeiro lugar, conforme antecipado, à medida que a relevância de um determinado objetivo é incrementada à custa dos demais, ocorre uma relação inversa no valor de sua função, tanto em situações de minimização quanto de maximização. Este fenômeno é notável na análise da primeira função objetivo, $W(x)$, a qual apresenta os valores $W_1(x) = 13068$ kg, $W_2(x) = 26772$ kg e $W_3(x) = 25127$ kg para pesos de importância $w_1 = 0.6$, $w_2 = 0.2$ e $w_3 = 0.2$, respectivamente. Essa tendência também se manifesta nas demais funções objetivo. Ao examinar as soluções extraídas, destaca-se a observação de que o objetivo 1 entra em conflito com os objetivos 2 e 3, entretanto, os objetivos 2 e 3 não apresentam conflito entre si. Isto é evidenciado pelo fato de que ao aumentar o peso de importância do fator de carga crítica no cenário 3 para $w_3 = 0.6$, o deslocamento máximo diminui.

No que tange aos sistemas de contraventamento, é notável a escolha do contraventamento diagonal para o cenário 1, enquanto o contraventamento em "Z" foi selecionado para os cenários 2 e 3.

No âmbito das restrições, é crucial salientar que somente no cenário 1 a restrição de efeitos axiais e flechas combinadas aproximou-se de ser ativada ($LRFD_{max} = 0.98$), uma vez que o peso desempenhava a função mais preponderante e, por conseguinte, resultava em uma estrutura mais leve. Nas frentes de Pareto, é imperativo reconhecer que nem todas as soluções apresentam restrições ativas, pois algumas delas podem ser condicionadas pelos objetivos, como evidenciado pelo deslocamento horizontal máximo em relação ao deslocamento máximo entre pavimentos.

Por fim, destaca-se a relevância dos algoritmos responsáveis pelas soluções extraídas, sendo o MMIPDE empregado no cenário 1, o SHAMODE no cenário 2 e o SHAMODE-WO no cenário 3.

7.1.5

Experimento tri-objetivo considerando sistemas de contraventamento e orientação dos pilares (Exp-1.5)

O quinto e último experimento preliminar destaca-se por suas características distintas em relação aos estudos anteriores, incorporando a orientação das colunas como variáveis de projeto e considerando as restrições geométricas entre as conexões viga-pilar. Nesse contexto, o vetor de variáveis de projeto é delineado conforme apresentado na Figura 6.1. Além disso, a Equação 6-30, que descreve as restrições geométricas entre vigas e pilares, são devidamente contempladas.

Uma outra novidade neste experimento é a inclusão de uma segunda combinação de cargas, com o vento incidindo na fachada perpendicular à primeira. O modelo analisado consiste em um pórtico espacial composto por seis pavimentos e

quatro baias, cada uma com um pé direito de três metros, conforme esquematizado na Figura 7.15. Os cinco tipos distintos de contraventamento considerados como variáveis são representados em elevação na Figura 7.16 e em perspectiva isométrica na Figura 7.17. As cargas de vento atuantes nas fachadas estão detalhadas na Tabela 7.6, as cargas gravitacionais são de 22.21 kN/m nas vigas internas e 7.85 kN/m nas vigas externas.

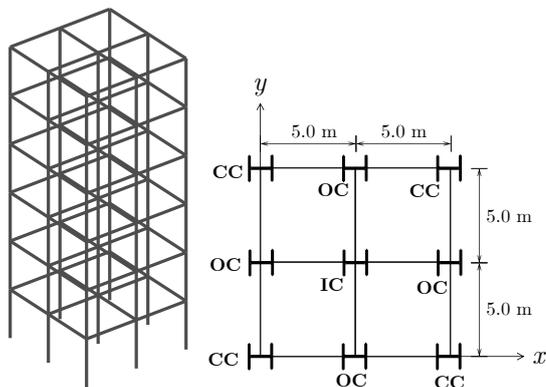


Figura 7.15: Pórtico de 6 pavimentos e 4 baias, visão 3D e em planta.

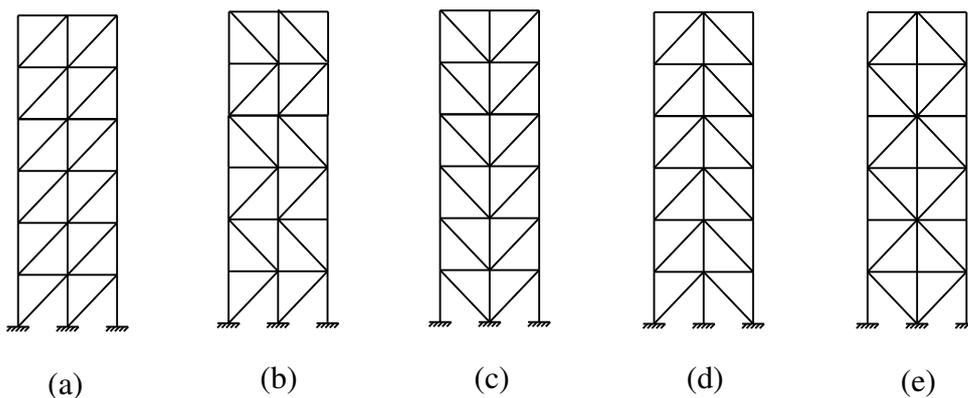


Figura 7.16: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 6 andares e 4 baias em visão de elevação. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “K”.

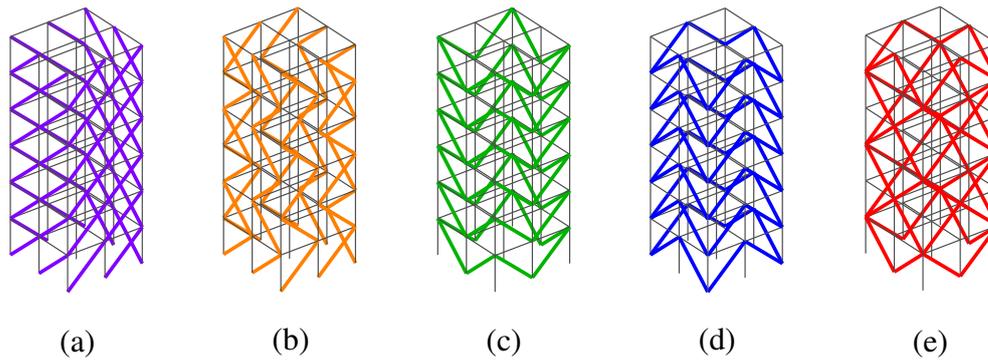


Figura 7.17: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 6 andares e 4 baias em 3D. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “K”.

Tabela 7.6: Cargas de vento atuando nos nós das fachadas para o Exp-1.5. (Nós de Canto - CN e Nós de meio - MN).

Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)	Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)
1	3	4.73	9.46	4	12	5.84	11.67
2	6	4.94	9.88	5	15	6.16	12.31
3	9	5.45	10.89	6	18	3.22	6.44

O estudo emprega os quatro algoritmos já utilizados anteriormente, cada um executado de maneira independente em dez iterações, ao longo de 500 gerações, com uma população de 50 vetores candidatos. Além disso, seis cenários são meticolosamente analisados através do método MTD, baseando-se em diversas combinações de pesos de importância atribuídos a três funções objetivo: (i) a função de peso ($W(\mathbf{x})$), (ii) o deslocamento horizontal máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$) e (iii) o fator de carga crítica ($\lambda_{cr}(\mathbf{x})$).

Os cenários e suas respectivas combinações de pesos de importância para os objetivos são delineados da seguinte forma:

- Cenário 1: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 1, 0$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0$, e de $\lambda_{cr}(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0$;
- Cenário 2: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 1, 0$, e de $\lambda_{cr}(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0$;
- Cenário 3: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0$, e de $\lambda_{cr}(\mathbf{x})$ é $w_3 = 1, 0$;
- Cenário 4: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0, 33$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0, 33$, e de $\lambda_{cr}(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0, 33$;
- Cenário 5: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0, 6$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0, 2$, e de $\lambda_{cr}(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0, 2$;

f) Cenário 6: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0,2$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0,6$, e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0,2$;

A Frente de Pareto 3D, contemplando todas as soluções obtidas no final do processo evolutivo, é retratada na Figura 7.18, enquanto aquela que inclui exclusivamente as soluções não dominadas e extraídas para cada cenário é apresentada na Figura 7.19. A fim de proporcionar uma representação visual mais elucidativa das soluções obtidas, a Figura 7.20 é fornecida, exibindo os planos preferenciais de *trade-off* das variáveis. Além disso, as soluções extraídas são detalhadas na Tabela 7.7 e ilustradas na Figura 7.21.

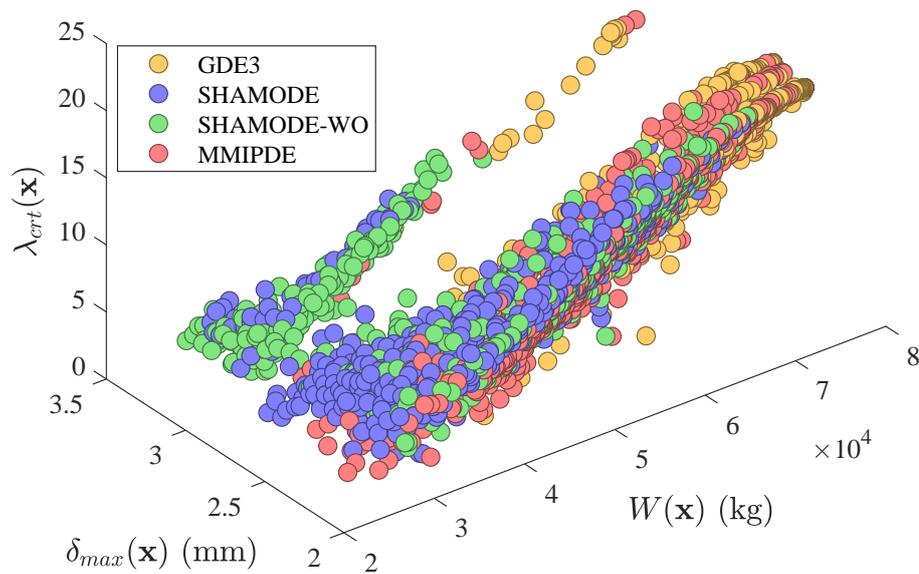


Figura 7.18: Todas as soluções encontradas para o Exp-1.5.

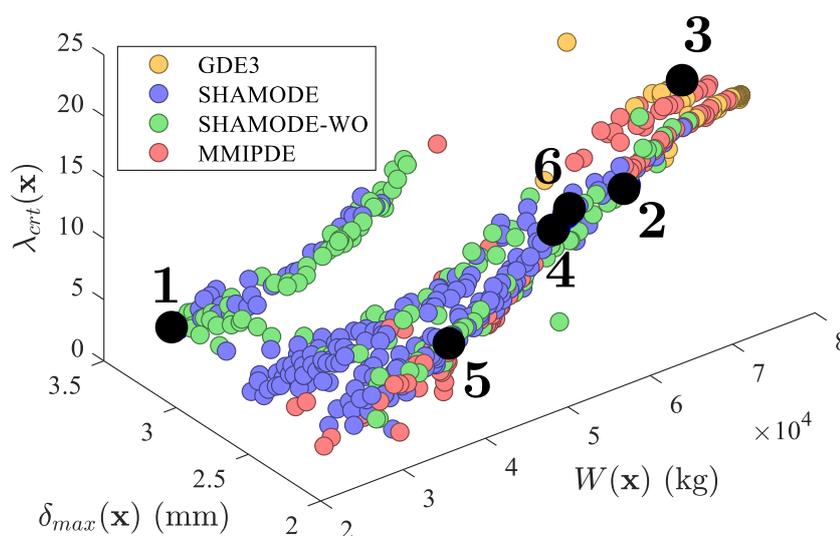


Figura 7.19: Frente de Pareto 3D com as seis soluções extraídas (Exp-1.5).

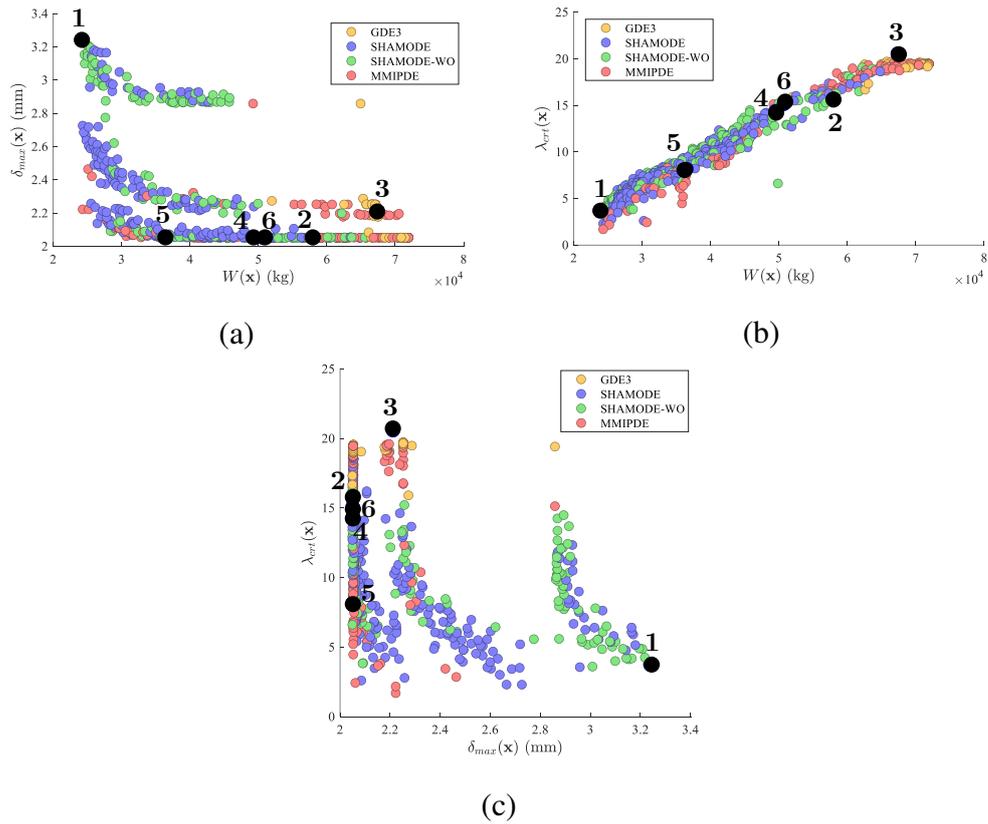


Figura 7.20: Frentes de Pareto 2D e soluções extraídas para o Exp-1.5. (a) Peso total ($W(\mathbf{x})$) x Deslocamento máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$); (b) Peso total ($W(\mathbf{x})$) x Fator de carga crítica ($\lambda_{crit}(\mathbf{x})$); (c) Deslocamento máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$) x Fator de carga crítica ($\lambda_{crit}(\mathbf{x})$).

Tabela 7.7: Detalhes das seis soluções extraídas para o conjunto de experimentos Exp-1.5.

Contraventamento	V	IV	Z	IV	IV	IV
Cenário	[1 0 0]	[0 1 0]	[0 0 1]	[.33 .33 .33]	[0.6 0.2 0.2]	[0.2 0.6 0.2]
Grupo (Pavimentos)	Perfis W (Orientações dos Pilares)					
CC (1-2)	310x107 (↔)	310x125 (I)	310x79 (I)	310x125 (↔)	310x125 (↔)	310x125 (↔)
CC (3-4)	150x22.5 (↔)	310x125 (I)	150x22.5 (I)	310x125 (↔)	310x125 (↔)	310x125 (↔)
CC (5-6)	150x22.5 (↔)	250x115 (I)	150x22.5 (I)	250x85 (↔)	200x46.1 (↔)	250x85 (↔)
OC (1-2)	360x91 (I)	360x122 (↔)	200x35.9 (↔)	360x122 (I)	360x122 (I)	360x122 (I)
OC (3-4)	200x52 (I)	360x122 (↔)	150x22.5 (↔)	310x117 (I)	310x117 (I)	310x117 (I)
OC (5-6)	200x52 (I)	250x115 (↔)	150x22.5 (↔)	250x62 (I)	250x89 (I)	250x89 (I)
IC (1-2)	360x122 (↔)	360x122 (I)	310x79 (I)	360x122 (↔)	360x122 (↔)	360x122 (↔)
IC (3-4)	360x91 (↔)	360x122 (I)	200x35.9 (I)	360x122 (↔)	360x122 (↔)	360x122 (↔)
IC (5-6)	310x79 (↔)	310x79 (I)	150x22.5 (I)	310x117 (↔)	310x117 (↔)	360x91 (↔)
OB (1-3)	250x17.9	460x106	250x17.9	360x79	200x26.6	360x79
OB (4-6)	250x17.9	360x79	250x17.9	360x64	200x31.3	360x64
IB (1-3)	360x32.9	360x79	360x32.9	310x52	310x44.5	360x64
IB (4-6)	310x44.5	360x79	360x32.9	360x79	360x44	360x79
BC (1-6)	150x24	150x24	150x24	150x24	150x24	150x24
Valores das restrições e funções objetivo						
$LRFD_{max}(x)$	0.98	0.85	0.95	0.83	0.83	0.84
$V_{max}(x)$	0.20	0.12	0.10	0.17	0.19	0.15
$d_{max}(x)$ (mm)	0.7	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\delta_{max}(x)$ (mm)	3.2	2.0	2.2	2.1	2.1	2.1
$\lambda_{crit}(x)$	3.76	15.72	20.57	14.39	8.18	15.13
$W(x)$ (kg)	24285	57995	67343	49526	36511	50705
Algoritmo	SHAMODE-WO	SHAMODE-WO	GDE3	SHAMODE	SHAMODE	SHAMODE

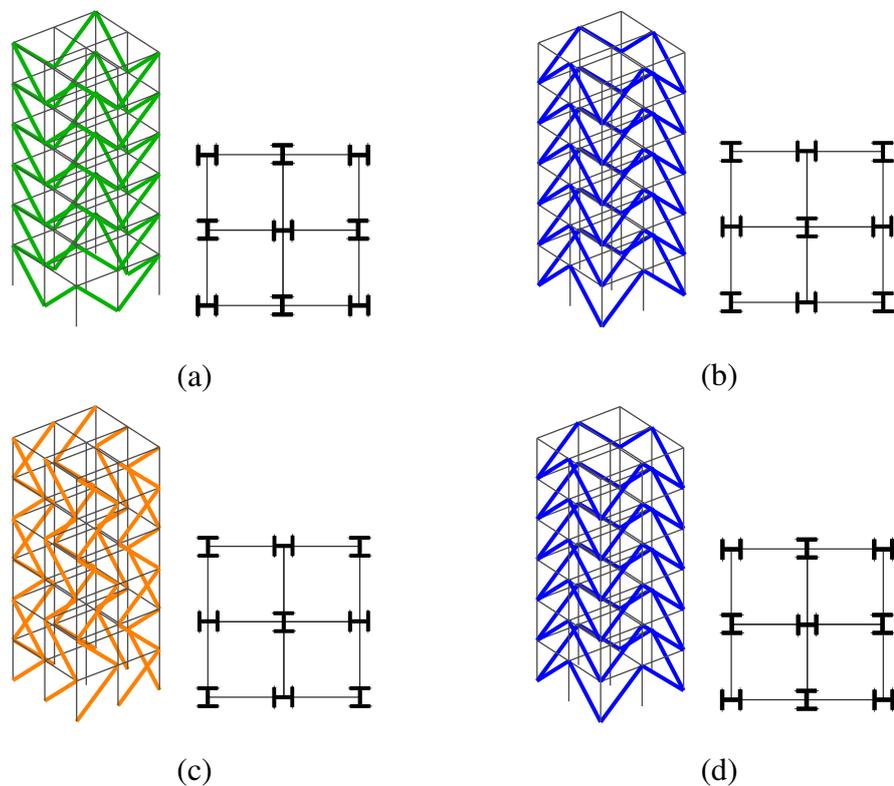


Figura 7.21: Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-1.5. (a) Cenário 1; (b) Cenário 2; (c) Cenário 3; e (d) Cenários 4, 5 e 6.

Na análise da Tabela 7.7, é de suma importância observar primeiramente os

sistemas de contraventamento associados a cada solução. No cenário 1, representando a solução de menor peso, foi adotada a configuração identificada como “V”, enquanto as configurações “IV” e “Z” foram preferidas nos casos em que se buscava minimizar o deslocamento horizontal e maximizar a carga crítica, respectivamente. Além disso, a configuração “IV” foi consistentemente empregada nos cenários 4, 5 e 6. Outro aspecto notável diz respeito aos limites superior e inferior de cada função objetivo dentro do conjunto de soluções não dominadas da Frente de Pareto. A solução de menor peso foi caracterizada por $W(\mathbf{x}) = 24.285$ kg, enquanto aquela com o menor deslocamento horizontal foi medida em $\delta(\mathbf{x}) = 2,0$ mm, e a solução com a carga crítica máxima foi alcançada com $\lambda_{cr}(\mathbf{x}) = 20,57$. Entre as soluções obtidas, o algoritmo SHAMODE-WO foi responsável por duas delas, o GDE3 por uma, e o SHAMODE por três, não havendo soluções derivadas do MMIPDE.

7.2

Conjunto de experimentos 2

O problema de otimização multiobjetivo tratado no conjunto de experimentos 2 visa determinar a configuração ótima do sistema de contraventamento, orientações dos eixos principais de inércia dos pilares e perfis de aço comerciais, representados pelo vetor de variáveis de projeto já descrito na Figura 6.1. Essas variáveis devem atender a quatro objetivos simultâneos, que consistem em: (i) minimizar o peso total da estrutura ($W(\mathbf{x})$); (ii) minimizar o deslocamento horizontal máximo ($\delta_{max}(\mathbf{x})$); (iii) maximizar a primeira frequência natural de vibração ($f_1(\mathbf{x})$); e (iv) maximizar o fator de carga crítico para a estabilidade global ($\lambda_{cr}(\mathbf{x})$). A equação (7-4) formaliza a formulação do problema multiobjetivo tratado nessa seção.

$$\begin{aligned} \min \quad & W(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \min \quad \delta_{max}(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \max \quad f_1(\mathbf{x}) \quad \text{e} \quad \max \quad \lambda_{cr}(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \text{restrições de projeto} \\ & \mathbf{x}^L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^U \end{aligned} \quad (7-4)$$

A Tabela 7.8 compila os estudos referenciados na seção de revisão sistemática relacionados às estruturas metálicas que abordam sistemas de contraventamento e/ou formulações multiobjetivo, juntamente com o segundo conjunto de experimentos, a fim de viabilizar uma análise comparativa das variáveis de projeto e do número de objetivos considerados simultaneamente. Na Tabela 7.8, BS representa a configuração do sistema de contraventamento, CO indica a orientação da coluna, S denota a seção transversal, e NFO refere-se ao número de objetivos considerados simultaneamente. O segundo conjunto de experimentos se destaca pela abordagem singular de considerar os sistemas de contraventamento como uma variável, pela simultaneidade na consideração de variáveis de projeto de três categorias distintas, e pela análise de quatro objetivos simultâneos na formulação do problema.

Tabela 7.8: Aspectos de trabalhos publicados destacando as variáveis de projeto e os objetivos simultaneamente considerados.

Ano	Autores	Variáveis			NFO			
		BS	CO	S	1	2	3	4
2002	Papadrakakis <i>et al.</i>			✓		✓		
2004	Kicinger and Arciszewski	✓		✓		✓		
2005	Liu			✓		✓		
2007	Kicinger <i>et al.</i>	✓		✓		✓		
2010	Yazdi <i>et al.</i>			✓		✓		
2012	Elkassas and Swelem	✓		✓	✓			
2013	Richardson <i>et al.</i>	✓		✓		✓		
2015	Kaveh and Farhoudi	✓		✓	✓			
2016	Babaei and Sanaei	✓		✓		✓		
2016	Gholizadeh and Poorhoseini	✓		✓	✓			
2017	Barraza <i>et al.</i>			✓		✓		
2017	Gholizadeh and Baghchevan			✓		✓		
2017	Hasançebi	✓		✓	✓			
2018	Kaveh <i>et al.</i>	✓		✓	✓			
2019	Braga <i>et al.</i>	✓		✓	✓			
2019	Khaledy <i>et al.</i>			✓		✓		
2019	Burton <i>et al.</i>			✓		✓		
2019	Baradaran and Madhkhan	✓		✓	✓			
2020	Farahmand-Tabar and Ashtari	✓		✓	✓			
2020	Tu <i>et al.</i>			✓		✓		
2023	HASANÇEBI		✓	✓	✓			
2023	Este trabalho	✓	✓	✓				✓

Esse conjunto de experimentos é composto pela análise de três modelos: Um pórtico de 4 andares e 4 baias (Exp-2.1), um pórtico de 8 andares e 6 baias (Exp-2.2) e um pórtico de 12 andares e 12 baias (Exp-2.3). Para cada modelo seis cenários de soluções são extraídas e analisadas, sendo eles:

- Cenário 1: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 1, 0$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0$, de $f_1(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0$ e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_4 = 0$;
- Cenário 2: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 1, 0$, de $f_1(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0$ e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_4 = 0$;

- c) Cenário 3: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0$, de $f_1(\mathbf{x})$ é $w_3 = 1,0$ e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_4 = 0$;
- d) Cenário 4: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0$, de $f_1(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0$ e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_4 = 1,0$;
- e) Cenário 5: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0,25$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0,25$, de $f_1(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0,25$ e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_4 = 0,25$;
- f) Cenário 6: A ponderação de $W(\mathbf{x})$ é $w_1 = 0,7$, de $\delta_{max}(\mathbf{x})$ é $w_2 = 0,1$, de $f_1(\mathbf{x})$ é $w_3 = 0,1$ e de $\lambda_{crt}(\mathbf{x})$ é $w_4 = 0,1$;

Neste conjunto de experimentos, as soluções são expressas por meio do sistema de coordenadas paralelas normalizadas, conforme apresentado na Seção 5.3.8. Para alcançar essas soluções, foram realizadas dez execuções independentes, cada uma compreendendo 300 gerações e 50 vetores candidatos, utilizando os quatro algoritmos adotados. No caso do algoritmo GDE3, o fator de escala é definido como $F = 0,4$, enquanto a probabilidade de cruzamento é estabelecida como $Cr = 0,9$.

7.2.1

Pórtico de 4 andares e 4 baias (Exp-2.1)

O primeiro experimento numérico deste segundo conjunto aborda a otimização multiobjetivo de um pórtico tridimensional composto por quatro andares e quatro baias, conforme representado na Figura 7.22. Este pórtico é caracterizado por colunas agrupadas em três categorias distintas: colunas de canto (CC), colunas externas (OC) e colunas internas (IC). Cada categoria possui um perfil de seção transversal repetido a cada dois andares, resultando em seis variáveis de perfis empregadas nos pilares. De maneira análoga, as vigas são divididas em vigas externas (OB) e vigas internas (IB), com cada grupo de vigas compartilhando o mesmo perfil a cada dois andares, totalizando quatro grupos de vigas.

As configurações do sistema de contraventamento em elevação são apresentadas na Figura 7.23 e em perspectiva isométrica na Figura 7.24. A carga gravitacional aplicada corresponde a 16,60 kN/m para as vigas internas e 5,05 kN/m para as vigas externas, conforme especificado pelas combinações de cargas. Os detalhes das cargas de vento nodais, atuando em duas combinações distintas são fornecidos na Tabela 7.9, considerando uma perpendicular à fachada x e outra perpendicular à fachada y .

Os resultados obtidos são visualizados em coordenadas paralelas normalizadas na Figura 7.25, onde as soluções provenientes dos quatro algoritmos são sobre-

postas em um plano, além de serem apresentadas em perspectiva na Figura 7.26. As soluções extraídas são detalhadas na Tabela 7.10 e ilustradas na Figura 7.27.

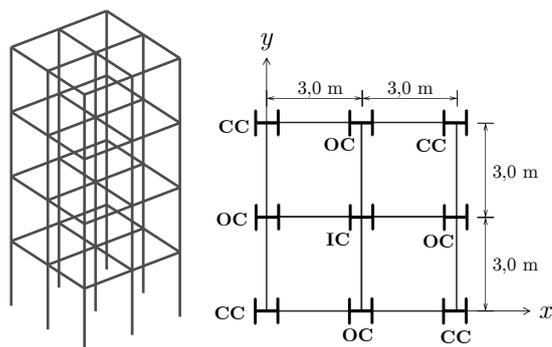


Figura 7.22: Pórtico de 4 andares e 4 baias, visão 3D e em planta.

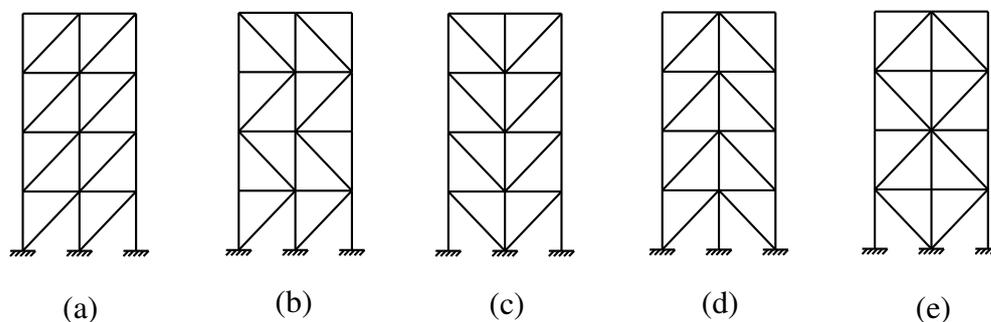


Figura 7.23: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 4 andares e 4 baias em visão de elevação segundo os cortes definidos na Figura 7.28. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “K”.

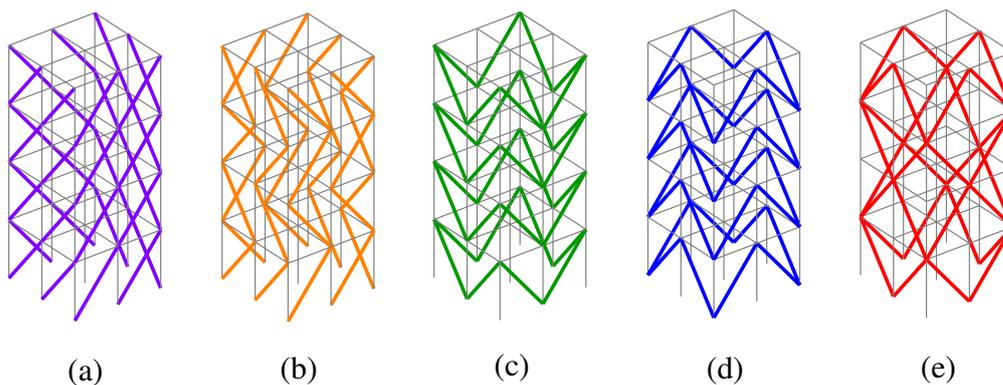


Figura 7.24: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 4 andares e 4 baias em 3D. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “K”.

Tabela 7.9: Experimento 2.1 - Carga de vento atuante nos nós.

Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)	Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)
1	3	3.19	6.39	3	9	3.68	7.35
2	6	3.34	6.67	4	12	1.97	3.94

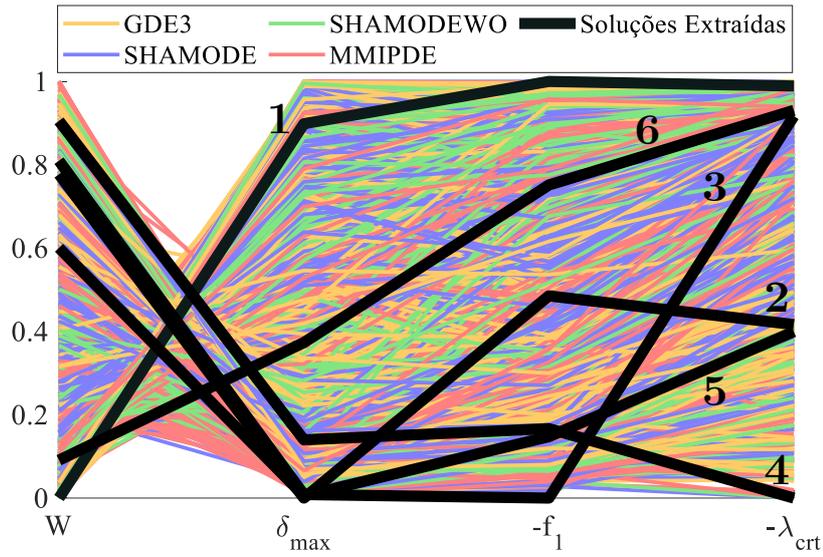


Figura 7.25: Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.1.

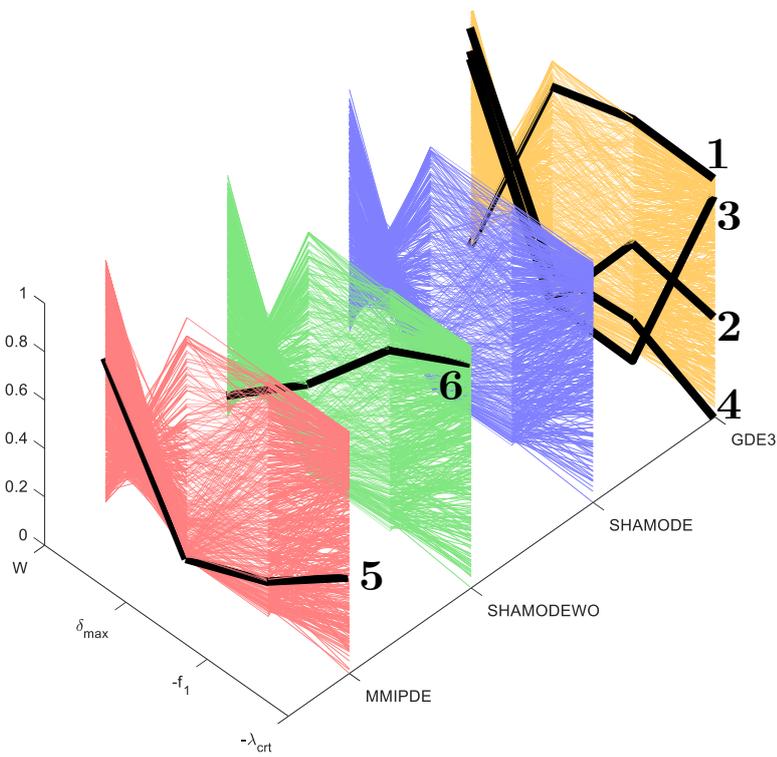


Figura 7.26: Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.1 em perspectiva.

Tabela 7.10: Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-2.1.

Cenário	1	2	3	4	5	6
Pesos	[1 0 0 0]	[0 1 0 0]	[0 0 1 0]	[0 0 0 1]	[.25 .25 .25 .25]	[.7 .1 .1 .1]
Contraventamento	V	IV	IV	IV	IV	IV
Grupo (Pavimentos)	Perfis W (Orientações dos Pilares)					
CC (1-2)	150x22.5 (↔)	310x125 (I)	360x122 (↔)	360x122 (I)	310x125 (I)	150X22.5 (I)
CC (3-4)	150x22.5 (↔)	310x125 (I)	150X22.5 (↔)	200x71 (I)	150X37.1 (I)	150X22.5 (I)
OC (1-2)	150x22.5 (↔)	360x122 (↔)	360x122 (I)	310x125 (I)	360x101 (↔)	150X22.5 (I)
OC (3-4)	150x22.5 (↔)	360x122 (↔)	150x22.5 (I)	310x125 (I)	200X52 (↔)	150X22.5 (I)
IC (1-2)	150x22.5 (I)	360x122 (I)	360x122 (↔)	310X117 (↔)	310X117 (I)	310x79 (↔)
IC (3-4)	150x22.5 (I)	360x110 (I)	150x22.5 (↔)	310X97 (↔)	310X93 (I)	310x79 (↔)
OB (1-2)	150x13	530X101	610X125	610X125	360X72	150X13
OB (3-4)	150x13	530X74	610X125	610X125	610X113	200X26.6
IB (1-2)	250x17.9	610x101	610X125	610X125	460X60	150X24
IB (3-4)	250x17.9	360X32.9	610X125	530X101	200X31.3	250X32.7
BC (1-4)	150x13	150x24	150x24	150x18	150x24	150x18
Valores das restrições e funções objetivo						
$LRFD_{max}(\mathbf{x})$	0.85	0.31	0.47	0.12	0.49	0.85
$V_{max}(\mathbf{x})$	0.19	0.11	0.03	0.04	0.17	0.22
$d_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	0.5	0.2	0.2	0.3	0.2	0.3
$\delta_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	1.8	0.6	0.6	0.8	0.6	1.1
$f_1(\mathbf{x})$ (Hz)	1.61	4.18	6.61	5.78	5.87	2.85
$\lambda_{crt}(\mathbf{x})$	3.69	58.41	10.59	98.22	60.04	9.28
$W(\mathbf{x})$ (kg)	6349	28323	29242	31944	23331	8922
Algoritmo	GDE3	GDE3	GDE3	GDE3	MMIPDE	SHAMODE-WO

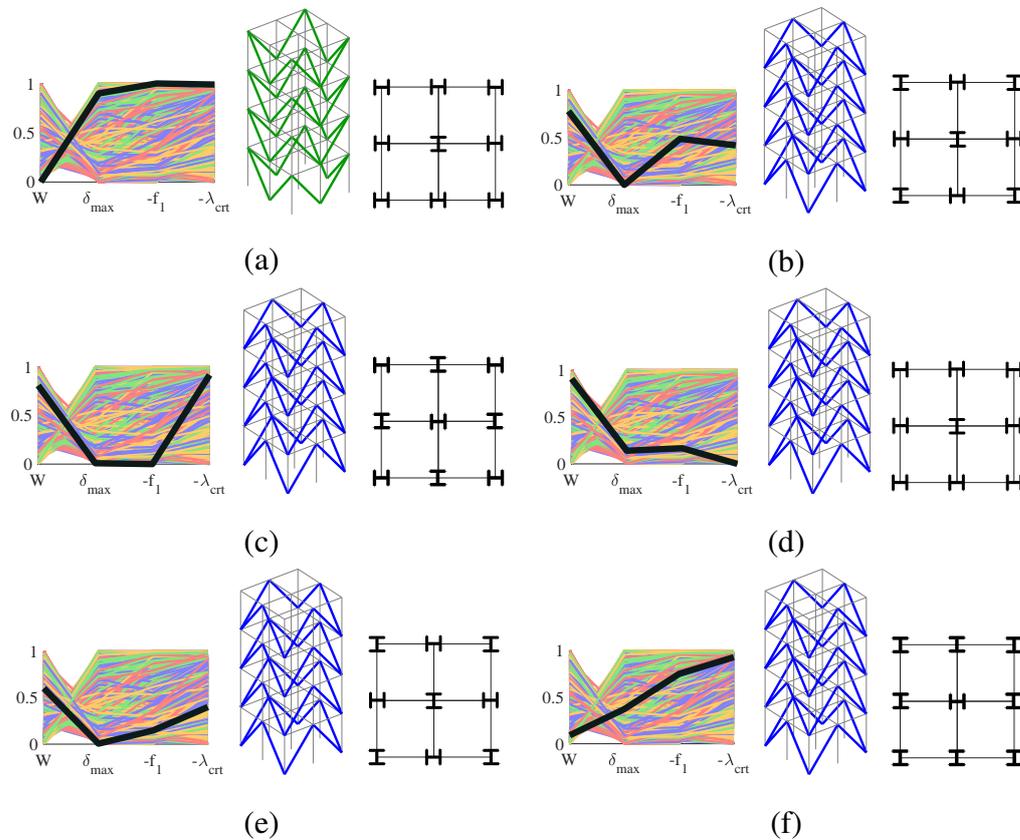


Figura 7.27: Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-2.1. Cenários: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6.

Neste experimento, foram examinadas seis soluções distintas. Os quatro primeiros cenários representam soluções ótimas individuais para cada função objetivo, onde uma função é ponderada com 1,0 de importância e as demais recebem ponderação zero. O quinto cenário descreve uma solução intermediária, com pesos uniformemente distribuídos entre as funções objetivo. No sexto cenário, pondera-se 0,7 para a função relacionada à estrutura e 0,1 para cada uma das demais funções objetivo.

As soluções otimizadas para as funções objetivo são as seguintes: (i) cenário 1, com um peso de $W(\mathbf{x}) = 6349$ kg; (ii) cenário 2, apresentando um deslocamento horizontal máximo no topo de $\delta_{max}(\mathbf{x}) = 0,6$ mm; (iii) cenário 3, caracterizado por uma primeira frequência natural de vibração de $f_1(\mathbf{x}) = 6,61$ Hz; e (iv) cenário 4, com um fator de carga crítico relativo à estabilidade global de $\lambda_{crt}(\mathbf{x}) = 98,22$. É notável que o sistema de contraventamento IV foi predominante nas soluções, exceto no cenário 1, onde o sistema V foi empregado devido à leveza da estrutura. Conclui-se que, para a estrutura em questão, o sistema IV proporciona o melhor desempenho em termos de deslocamento horizontal máximo, frequência natural de vibração e estabilidade global, enquanto o sistema V resulta em uma estrutura mais leve. Importa destacar que as soluções são obtidas através de uma combinação de variáveis, incluindo a configuração do sistema de contraventamento, a orientação dos pilares e os perfis atribuídos às barras.

A orientação das colunas nos quatro primeiros cenários é a seguinte: cenário 1 [I I I], cenário 2 [I I I], cenário 3 [I I I], e cenário 4 [I I I]. Uma observação relevante, especialmente no cenário 3, é que a maximização da primeira frequência natural de vibração e do fator de carga crítico não são objetivos redundantes, apesar de ambos serem dependentes da matriz de rigidez da estrutura. Nota-se que a solução que maximiza a frequência de vibração fundamental (cenário 3, $f_1(\mathbf{x}) = 6,61$ Hz, $\lambda_{crt}(\mathbf{x}) = 10,59$) apresenta um fator de carga crítica significativamente menor em comparação com a solução de maior valor (cenário 4, $f_1(\mathbf{x}) = 5,87$ Hz, $\lambda_{crt}(\mathbf{x}) = 98,22$).

7.2.2

Pórtico de 8 andares e 6 baias (Exp-2.2)

O segundo experimento conduzido neste estudo envolveu um pórtico tridimensional de oito andares e seis baias, conforme representado na Figura 7.28. O objetivo do experimento foi investigar cinco diferentes sistemas de contraventamento, os quais são apresentados em elevação na Figura 7.29 e em perspectiva na Figura 7.30. A disposição dos pilares e vigas foi concebida de forma que cada grupo de pilares e vigas se repetisse a cada quatro andares. Em particular, as vigas foram categorizadas em externas e internas, seguindo a mesma abordagem adotada no pri-

meio experimento.

As combinações de carga aplicadas neste estudo incluíram uma carga gravitacional atuante nas vigas. A carga gravitacional foi de 25,02 kN/m para as vigas internas e 9,25 kN/m para as vigas externas. Além da carga gravitacional, cargas nodais de vento foram aplicadas à estrutura. Os detalhes das cargas de vento nodais são fornecidos na Tabela 7.11.

Os resultados obtidos no experimento foram analisados por meio de seis cenários distintos. As melhores soluções encontradas foram ilustradas na Figura 7.31 em coordenadas paralelas sobrepostas em um plano e na Figura 7.32 em três dimensões, sendo o terceiro eixo a variação dos algoritmos empregados. A Tabela 7.12 e a Figura 7.33 fornecem detalhes e ilustrações das soluções extraídas, respectivamente.

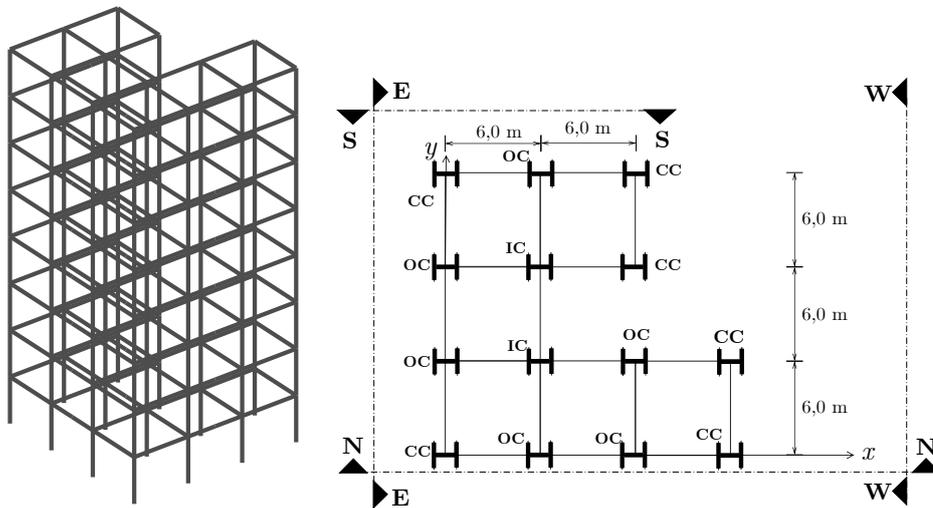


Figura 7.28: Pórtico de 8 andares e 6 baias, visão 3D e em planta.

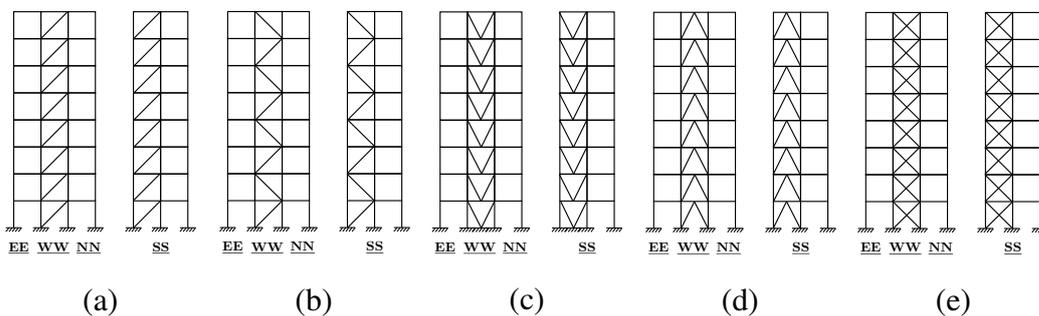


Figura 7.29: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 8 andares e 6 baias em visão de elevação segundo os cortes definidos na Figura 7.28. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”.

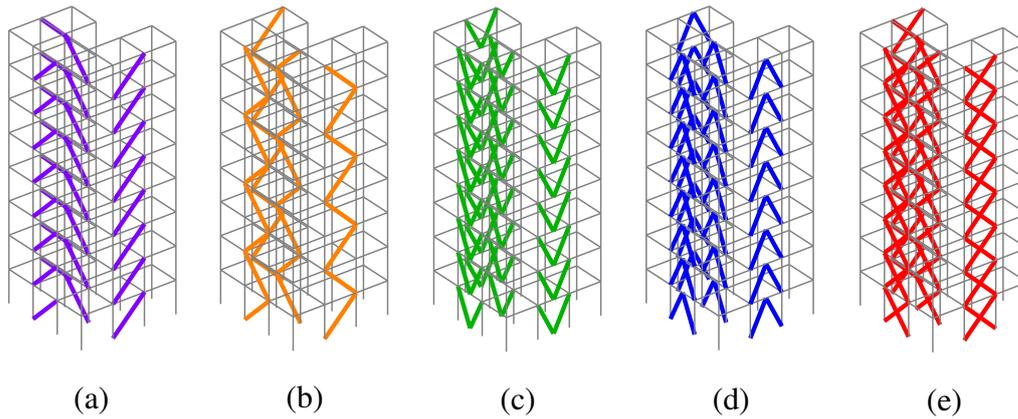


Figura 7.30: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 8 andares e 6 baias em 3D. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”.

Tabela 7.11: Experimento 2.2 - Carga de vento atuante nos nós.

Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)	Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)
1	3	3.79	7.58	5	15	4.93	9.86
2	6	3.95	8.30	6	18	5.14	10.28
3	9	4.36	8.72	7	21	5.34	10.68
4	12	4.67	9.34	8	24	2.76	5.51

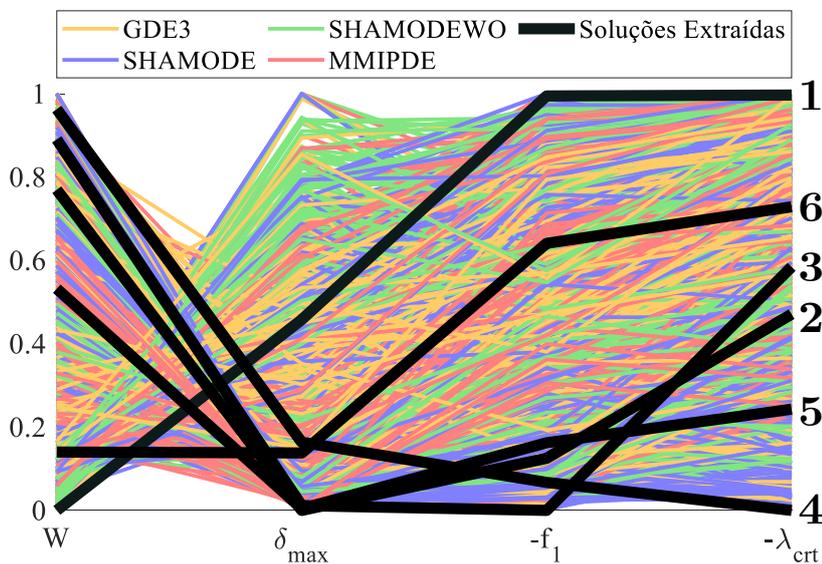


Figura 7.31: Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.2.

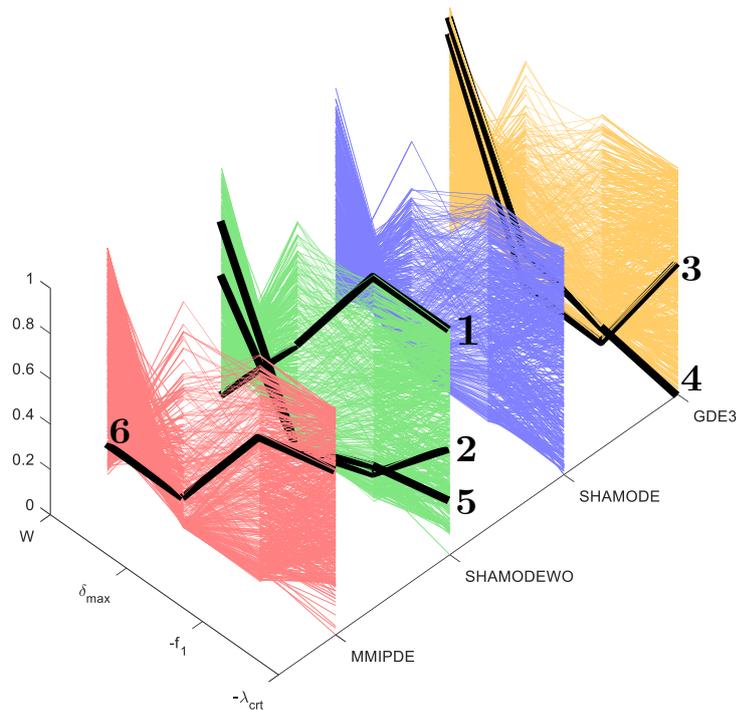


Figura 7.32: Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.2 em perspectiva.

Tabela 7.12: Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-2.2.

Cenário	1	2	3	4	5	6
Pesos	[1 0 0 0]	[0 1 0 0]	[0 0 1 0]	[0 0 0 1]	[.25 .25 .25 .25]	[.7 .1 .1 .1]
Contraventamento	IV	X	X	V	X	X
Grupo (Pavimentos)	Perfis W (Orientações dos Pilares)					
CC (1-4)	250x62 (I)	360X122 (I)	360x122 (I)	360X122 (I)	360X122 (I)	360X91 (I)
CC (5-8)	200x35.9 (I)	200X46.1 (I)	200X35.9 (I)	360X122 (I)	310X97 (I)	150X22.5 (I)
OC (1-4)	310X97 (I)	360x122 (I)	360x122 (I)	310X125 (I)	310X125 (I)	150X22.5 (I)
OC (5-8)	200X59 (I)	310X93 (I)	150x22.5 (I)	310X110 (I)	310X93 (I)	150X22.5 (I)
IC (1-4)	360x122 (↔)	310X125 (I)	360x122 (↔)	360X122 (↔)	360X122 (I)	310x79 (↔)
IC (5-8)	360X91 (↔)	310X125 (I)	360X122 (↔)	360X122 (↔)	310X117 (I)	310x79 (↔)
OB (1-4)	250x17.9	460X106	610X125	610X125	360X44	250X17.9
OB (5-8)	250x17.9	530X92	610X125	610X125	360X72	200X26.6
IB (1-4)	410x38.8	530X101	610X125	610X125	460X82	360X57.8
IB (5-8)	410x38.8	610X125	610X125	610X125	610X101	310X52
BC (1-8)	150x18	150x24	150x24	150x24	150x24	150x18
Valores das restrições e funções objetivo						
$LRFD_{max}(x)$	0.98	0.55	0.66	0.61	0.57	0.97
$V_{max}(x)$	0.18	0.08	0.06	0.06	0.10	0.19
$d_{max}(x)$ (mm)	1.9	1.1	1.1	1.3	1.1	1.5
$\delta_{max}(x)$ (mm)	15.0	8.0	8.2	10.5	8.1	10.1
$f_1(x)$ (Hz)	0.36	0.79	0.85	0.82	0.77	0.54
$\lambda_{crit}(x)$	1.02	4.49	3.74	7.59	5.99	2.79
$W(x)$ (kg)	44633	138191	152864	161696	109291	61665
Algoritmo	SHAMODE-WO	SHAMODE-WO	GDE3	GDE3	SHAMODE-WO	MMIPDE

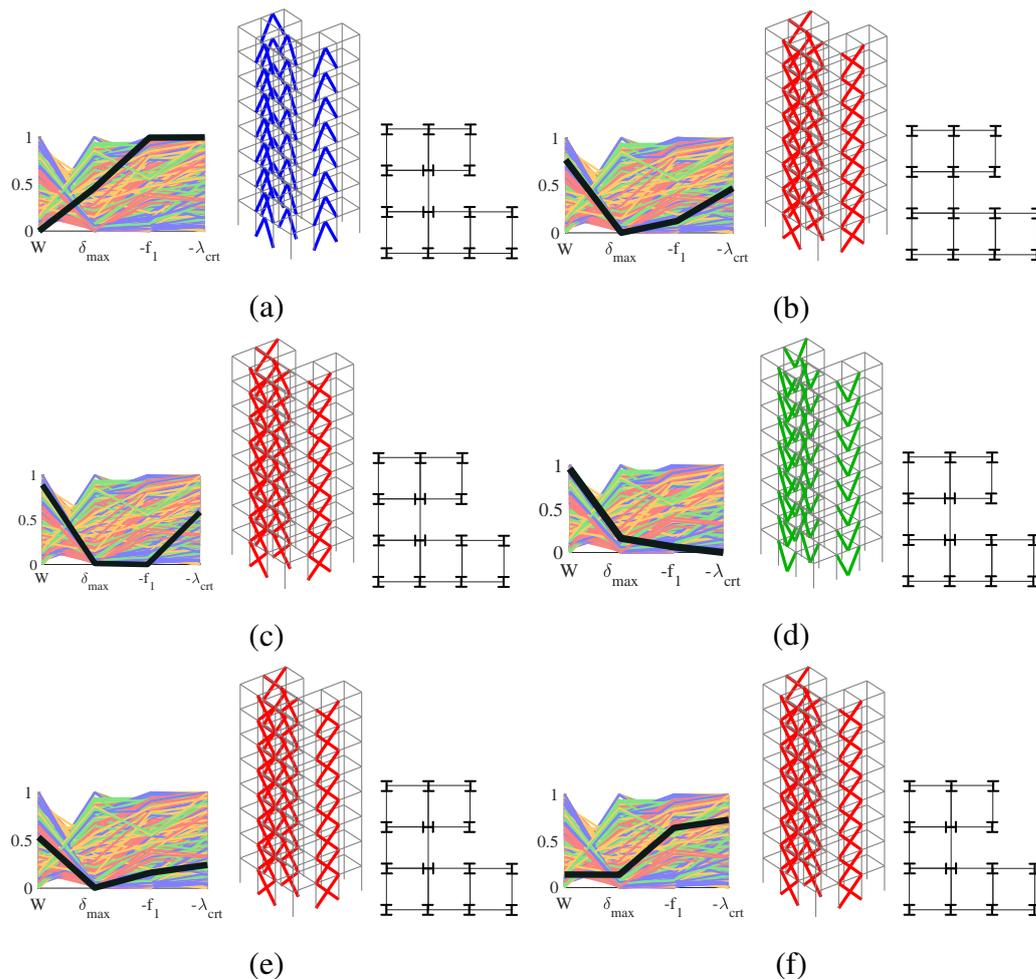


Figura 7.33: Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-2.2. Cenários: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6.

Analisando a Tabela 7.12 e examinando os quatro primeiros cenários, observa-se que a solução mais leve possui um peso de $W(\mathbf{x}) = 44633$ kg. Por outro lado, a solução que apresenta o menor deslocamento lateral máximo registra um valor de $\delta_{max}(\mathbf{x}) = 8$ mm. Além disso, a solução que ostenta a maior frequência natural de vibração é caracterizada por um valor de $f_1 = 0,85$ Hz, enquanto aquela com o maior fator de carga crítica revela um valor de $\lambda_{crit}(\mathbf{x}) = 7,59$.

Em relação aos sistemas de contraventamento, é notável que a configuração IV resulta na estrutura mais leve, enquanto a configuração em V contribui para uma estrutura mais estável. Por sua vez, a configuração X conduz a estruturas com menor deslocamento horizontal e maior frequência natural de vibração. No cenário 3, observa-se um fenômeno semelhante ao experimento 1, onde a solução que proporciona a maior frequência de vibração (cenário 3, $f_1(\mathbf{x}) = 0,85$ Hz, $\lambda_{crit}(\mathbf{x}) = 3,74$) apresenta um fator de carga crítica significativamente menor do que a estrutura que exibe maior estabilidade (cenário 4, $f_1(\mathbf{x}) = 0,82$ Hz, $\lambda_{crit}(\mathbf{x}) = 7,59$). Importante destacar que, apesar da orientação das colunas ser a mesma em

ambos os cenários (I I \rightarrow), as configurações do sistema de contraventamento são distintas.

7.2.3

Pórtico de 12 andares e 12 baias (Exp-2.3)

O terceiro problema de otimização multiobjetivo neste conjunto de experimentos foi abordado considerando um pórtico tridimensional composto por 12 andares e 12 baias, conforme ilustrado na Figura 7.34, com seus respectivos sistemas de contraventamento apresentados nas Figuras 7.35 e 7.36. Destaca-se que os grupos de colunas repetem-se a cada quatro andares. As cargas aplicadas nas vigas consistem em uma carga gravitacional de 22,21 kN/m para as vigas internas e 7,85 kN/m para as vigas externas. Os detalhes das cargas de vento nodais podem ser encontrados na Tabela 7.13.

Os resultados derivados da análise dos seis cenários são apresentados de maneira esquemática em coordenadas paralelas nas Figuras 7.37 e 7.38. Esses resultados são minuciosamente descritos na Tabela 7.14 e visualmente ilustrados na Figura 7.39. Devido às limitações intrínsecas do algoritmo GDE3 em gerar soluções viáveis neste experimento, mesmo após um extenso número de gerações, sua inclusão foi considerada inadequada para o Experimento 2.3. Como resultado, os três algoritmos restantes foram exclusivamente empregados neste contexto experimental.

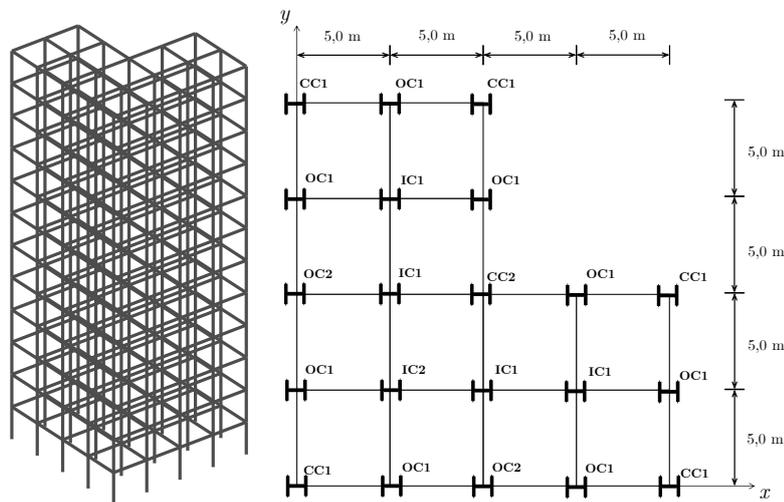


Figura 7.34: Pórtico de 12 andares e 12 baias, visão 3D e em planta.

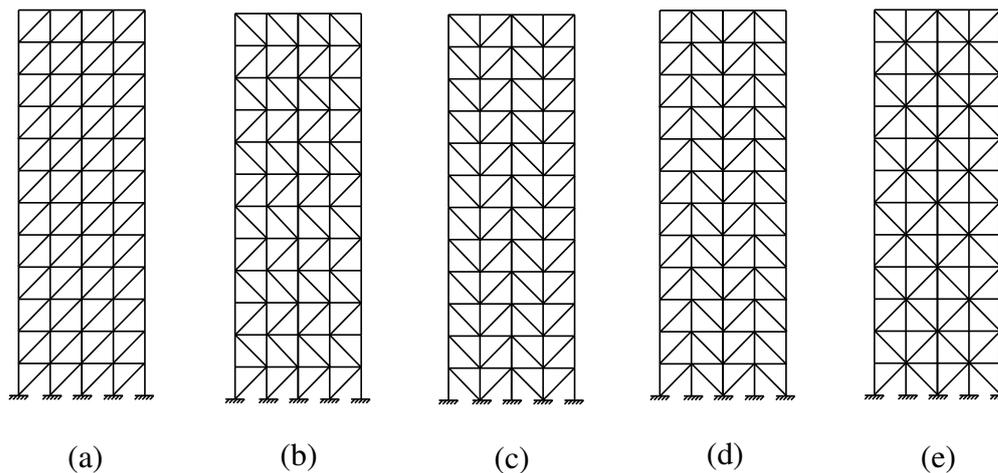


Figura 7.35: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 12 andares e 12 baias em visão de elevação. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”.

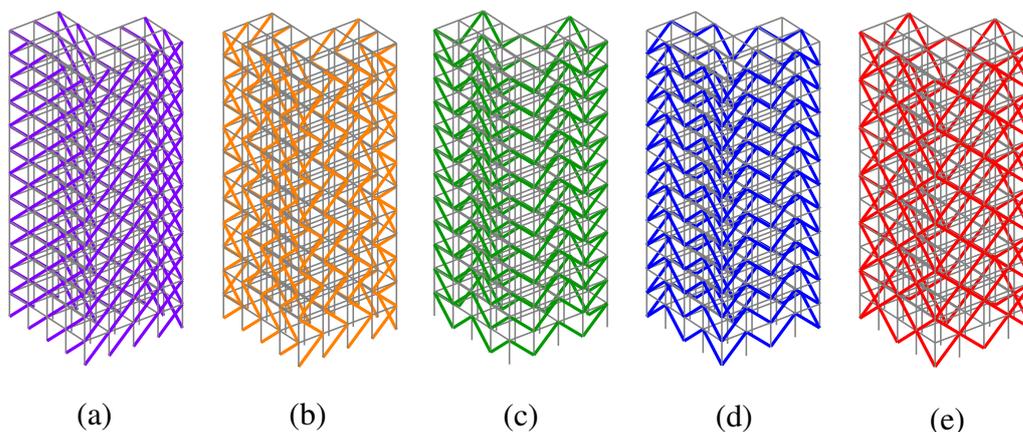


Figura 7.36: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 12 andares e 12 baias visão 3D. (a) Diagonal; (b) “Z”; (c) “V”; (d) “IV”; (e) “X”.

Tabela 7.13: Experimento 2.3 - Carga de vento atuante nos nós.

Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)	Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)
1	3	3.15	6.30	7	21	4.45	8.90
2	6	3.29	6.58	8	24	4.59	9.18
3	9	3.63	7.26	9	27	4.73	9.46
4	12	3.89	7.78	10	30	4.85	9.70
5	15	4.11	8.22	11	33	4.96	9.92
6	18	4.29	8.58	12	36	2.53	5.06

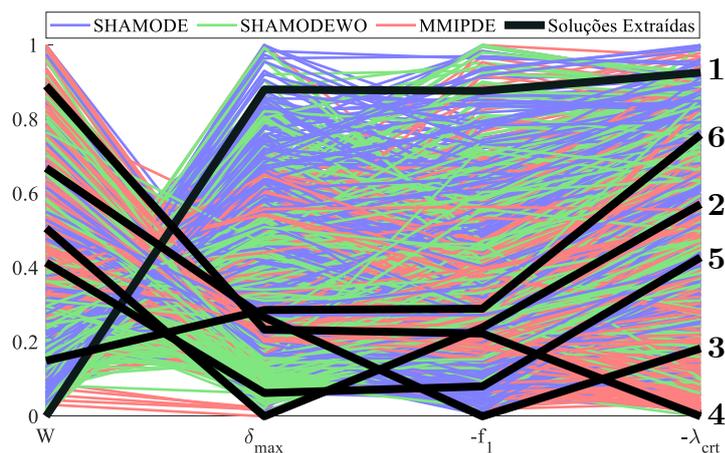


Figura 7.37: Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.3.

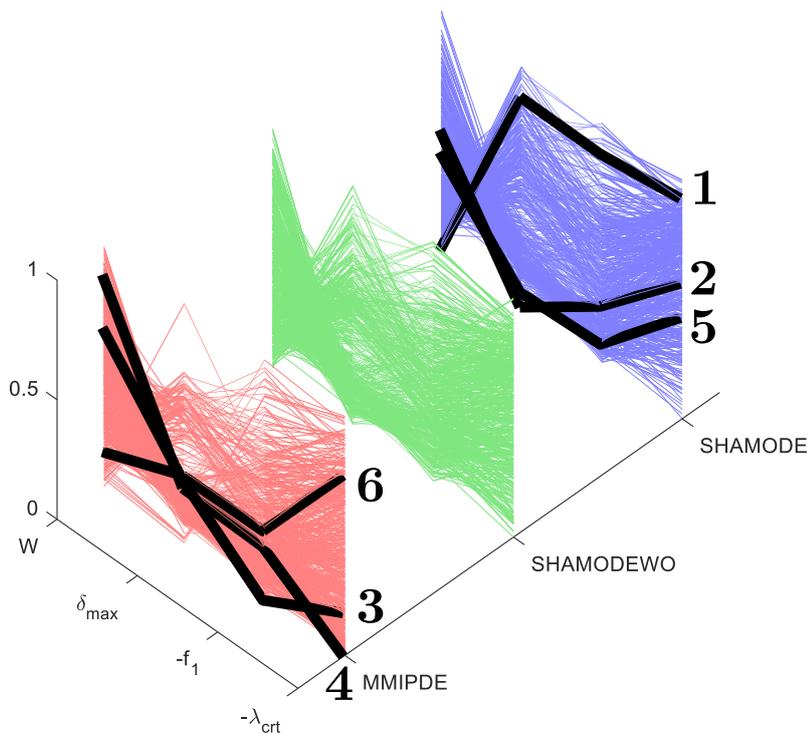


Figura 7.38: Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-2.3 em perspectiva.

Tabela 7.14: Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-2.3.

Cenário	1	2	3	4	5	6
Pesos	[1 0 0 0]	[0 1 0 0]	[0 0 1 0]	[0 0 0 1]	[.25 .25 .25 .25]	[.7 .1 .1 .1]
Contraventamento	V	IV	IV	X	IV	IV
Grupo (Pavimentos)	Perfis W (Orientações dos Pilares)					
CC1 (1-4)	360x91 (I)	360X122 (I)	310x117 (↔)	360X122 (I)	360X122 (↔)	310x117 (I)
CC1 (5-8)	200x41.7 (I)	250x115 (I)	310x117 (↔)	360X122 (I)	360X122 (↔)	310x117 (I)
CC1 (9-12)	150x22.5 (I)	150x37.1 (I)	150x37.1 (↔)	310X110 (I)	150x22.5 (↔)	150X22.5 (I)
CC2 (1-4)	310x110 (↔)	200x41.7 (↔)	310x125 (I)	360x91 (I)	360x91 (↔)	310x117 (I)
CC2 (5-8)	200x52 (↔)	200x35.9 (↔)	310x107 (I)	250x89 (I)	250x73 (↔)	310x117 (I)
CC2 (9-12)	150x37.1 (↔)	200x35.9 (↔)	200x46.1 (I)	200x86 (I)	200x59 (↔)	310x117 (I)
OC1 (1-4)	360x91 (↔)	360X91 (↔)	310x117 (↔)	310x117 (↔)	310x117 (I)	310x107 (I)
OC1 (5-8)	310x125 (↔)	200X52 (↔)	310x79 (↔)	310x117 (↔)	250x62 (I)	150X22.5 (I)
OC1 (9-12)	200x35.9 (↔)	150x22.5 (↔)	150x29.8 (↔)	250x80 (↔)	150x37.1 (I)	150X22.5 (I)
OC2 (1-4)	310x125 (↔)	310x79 (I)	360x122 (↔)	360x122 (I)	200x35.9 (I)	310x117 (↔)
OC2 (5-8)	250x80 (↔)	200x52 (I)	200x71 (↔)	360X122 (I)	150x29.8 (I)	200x71 (↔)
OC2 (9-12)	200x41.7 (↔)	150x29.8 (I)	200x46.1 (↔)	310x97 (I)	150x22.5 (I)	200x41.7 (↔)
IC1 (1-4)	310x125 (I)	310x117 (↔)	360x122 (I)	360X122 (I)	360X122 (↔)	310x117 (↔)
IC1 (5-8)	310x107 (I)	310x107 (↔)	310x107 (I)	360X122 (I)	310X93 (↔)	310x117 (↔)
IC1 (9-12)	200x71 (I)	250x73 (↔)	250x73 (I)	360x101 (I)	250x73 (↔)	250x73 (↔)
IC2 (1-4)	310x28.3 (I)	310X117 (I)	310x117 (↔)	360x122 (↔)	360X110 (I)	310x125 (I)
IC2 (5-8)	310x107 (I)	310X79 (I)	310x117 (↔)	360X122 (↔)	360X110 (I)	310x117 (I)
IC2 (9-12)	200x71 (I)	200x52 (I)	310x117 (↔)	310x107 (↔)	360X110 (I)	310x110 (I)
OB (1-4)	310x28.3	360x79	610X125	610X125	530x101	460x60
OB (5-8)	250x17.9	610x125	610X125	610X125	530x72	200X26.6
OB (9-12)	250x25.3	360x79	610X101	610X125	530x82	250x32.7
IB (1-4)	360x32.9	460x97	530X109	610X125	360x57.8	250x38.5
IB (5-8)	310x38.7	360x72	360x64	610X125	360x72	310X44.5
IB (9-12)	360x32.9	360x57.8	360x64	530x66	310x44.5	310X38.7
BC (1-12)	150x18	150x24	150x24	150x24	150x24	150x24
Valores das restrições e funções objetivo						
$LRFD_{max}(\mathbf{x})$	0.94	0.94	0.94	0.93	0.97	0.95
$V_{max}(\mathbf{x})$	0.23	0.14	0.15	0.09	0.20	0.23
$d_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	1.3	0.8	0.9	0.9	0.8	0.9
$\delta_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	10.5	4.1	6.0	5.8	4.5	6.2
$f_1(\mathbf{x})$ (Hz)	1.05	1.48	1.64	1.49	1.59	1.45
$\lambda_{crt}(\mathbf{x})$	1.46	3.39	5.51	6.51	4.17	2.37
$W(\mathbf{x})$ (kg)	130087	245796	282805	333495	224634	164251
Algoritmo	SHAMODE	SHAMODE	MMIPDE	MMIPDE	SHAMODE	MMIPDE

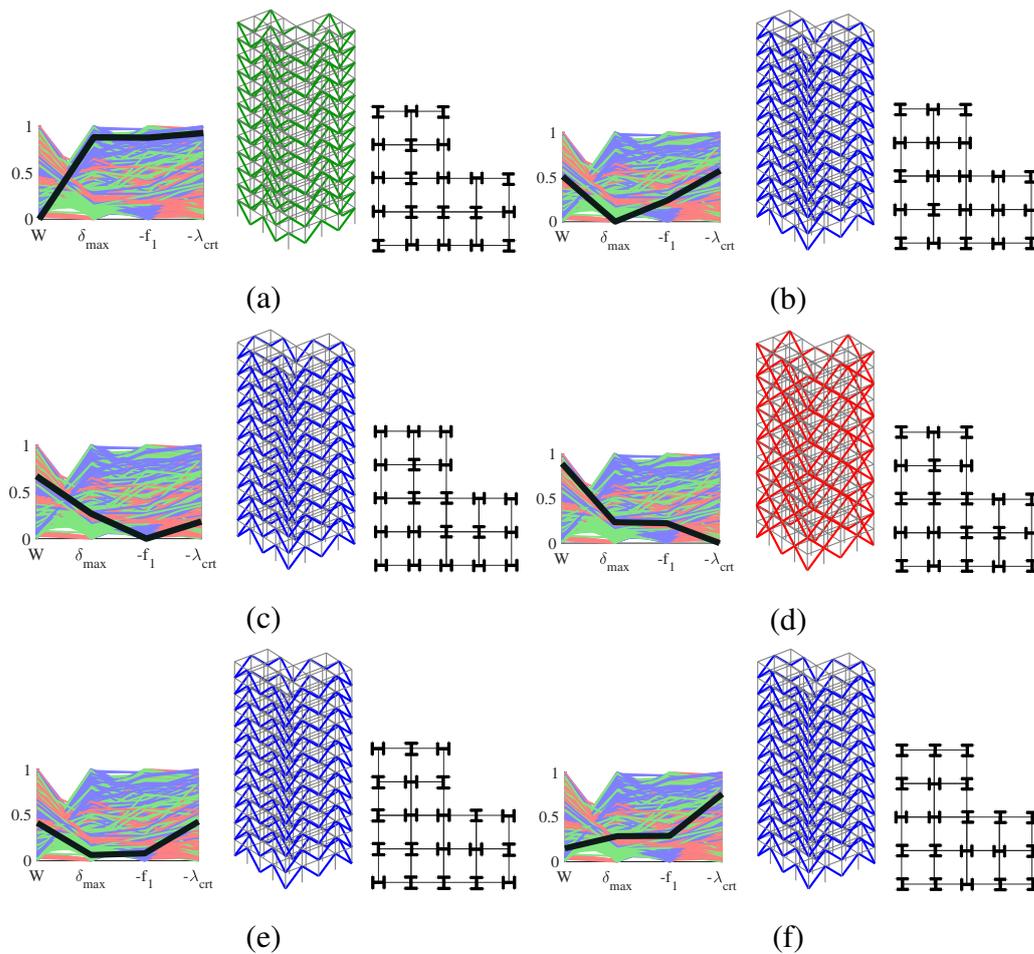


Figura 7.39: Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-2.3. Cenários: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6.

Os resultados derivados do processo de otimização multiobjetivo são de grande relevância e oferecem valiosos vislumbres para o projeto de estruturas eficientes. Observa-se que, para o cenário 1, o peso da estrutura pode ser minimizado, alcançando $W(\mathbf{x}) = 130087$ kg, tornando-se assim a solução mais leve presente na Frente de Pareto. No cenário 2, destaca-se que a solução disponível com a menor deflexão horizontal na cobertura registra $\delta_{max}(\mathbf{x}) = 4,1$ mm. O Cenário 3 revela que, mediante a seleção cuidadosa dos parâmetros de projeto, a primeira frequência natural de vibração pode ser maximizada para $f_1(\mathbf{x}) = 1,64$ Hz. Por fim, o cenário 4 demonstra que a carga crítica de flambagem pode ser otimizada para $\lambda_{crit}(\mathbf{x}) = 6,51$.

Os resultados revelam que a escolha da configuração estrutural desempenha um papel crucial na eficiência e na estabilidade das estruturas. A configuração “V”, por exemplo, destacou-se como a opção mais adequada em situações onde o peso da estrutura é um fator crítico. Esse achado sugere que, em projetos onde a minimização do peso é prioritária, a configuração “V” pode ser a escolha mais vantajosa. Por outro lado, a configuração “X” demonstrou proporcionar uma estrutura mais es-

tável, o que a torna essencial para ambientes sujeitos a cargas severas, como ventos fortes ou eventos sísmicos. Esta descoberta ressalta a importância de considerar não apenas a resistência estrutural, mas também a estabilidade, ao selecionar a configuração adequada para uma determinada aplicação. Já a configuração “IV” mostrou-se mais indicada para estruturas que exigem alta resistência ao deslocamento horizontal e que buscam alcançar a máxima primeira frequência natural de vibração, fundamental em aplicações onde a estabilidade dinâmica é uma preocupação, como em estruturas sujeitas a vibrações significativas.

7.2.4 Indicadores de desempenho (Exp-2)

Para avaliar e comparar o desempenho dos algoritmos empregados no conjunto de experimentos 2, foram utilizados dois indicadores de desempenho: o Hiper-volume (HV) e a *Inverted Generational Distance Plus* (IGD+). Os valores médios e desvios padrão para os três experimentos realizados são apresentados detalhadamente na Tabela 7.15. É relevante destacar que, no caso do HV, um valor maior indica um desempenho superior, enquanto para o IGD+ ocorre o inverso. Os melhores valores estão indicados em negrito na Tabela 7.15.

É significativo observar que, embora o GDE3 não tenha conseguido encontrar soluções viáveis no Experimento 3, obteve o melhor desempenho nos Experimentos 1 e 2, conforme evidenciado pela análise do HV. Por outro lado, o MMIPDE demonstrou o melhor desempenho no Experimento 3. Em relação ao IGD+, o SHAMODE destacou-se como o algoritmo com melhor desempenho em todos os experimentos.

Conseqüentemente, o uso de múltiplos algoritmos desempenhou um papel crucial na resolução dos problemas investigados neste estudo, uma vez que nenhum algoritmo demonstrou clara superioridade sobre os demais. Essa conclusão é ainda reforçada pela análise das soluções extraídas, as quais apresentaram considerável variabilidade em relação ao algoritmo original. Mesmo o SHAMODE-WO, que não contribuiu com nenhuma das soluções extraídas, alcançou valores altamente competitivos, aproximando-se significativamente dos resultados obtidos pelos algoritmos com melhor desempenho.

Importa ressaltar que a análise acima mencionada está condicionada ao problema de otimização específico abordado e, portanto, limita-se aos experimentos numéricos conduzidos no escopo desta pesquisa.

Tabela 7.15: Indicadores de performance para o Exp-2.

Exp.	GDE3		SHAMODE		SHAMODE-WO		MMIPDE	
	Média	DP	Média	DP	Média	DP	Média	DP
	<i>HV</i>							
2.1	0.347571	0.007116	0.335663	0.017412	0.324874	0.013167	0.336445	0.01435
2.2	0.428581	0.016355	0.412279	0.022078	0.41149	0.01926	0.419627	0.0152
2.3			0.424367	0.022743	0.423557	0.01984	0.431925	0.015645
	<i>IGD+</i>							
2.1	0.075529	0.008129	0.049321	0.007051	0.053246	0.005721	0.055224	0.006252
2.2	0.074538	0.011098	0.059882	0.012314	0.060394	0.007258	0.062036	0.00536
2.3			0.085687	0.021952	0.09045	0.023273	0.102182	0.044756

7.3

Conjunto de experimentos 3

Além dos aspectos geométricos relacionados aos sistemas de contraventamento e à orientação dos eixos principais dos pilares, o projeto de estruturas compostas por barras, como os pórticos, frequentemente envolve a consideração das potenciais vantagens do agrupamento de membros para atender aos objetivos do projetista. Estes benefícios abrangem áreas como arquitetura, fabricação, transporte, montagem e verificação final. No entanto, determinar o agrupamento ideal de membros pode ser um desafio complexo, exigindo uma experiência significativa em design e muitas vezes resultando em um processo custoso e demorado de tentativa e erro. Além disso, mesmo após a otimização, não há garantia de alcançar o agrupamento de membros mais adequado para o projeto final.

Embora a abordagem para encontrar o agrupamento ideal de membros tenha sido brevemente discutida anteriormente, sua exploração completa e aplicação em outros problemas de otimização estrutural ainda é necessária. Portanto, o principal objetivo deste terceiro conjunto de experimentos é utilizar a formulação e solução de problemas de otimização multiobjetivo para enfrentar o desafio de determinar o agrupamento ideal de membros de pórticos espaciais de aço, mesmo considerando agrupamentos baseados em simetria, aspectos arquitetônicos e experiência do projetista no projeto conceitual da estrutura.

A aplicação de uma formulação multiobjetivo para encontrar o melhor agrupamento de barras apresenta diversas vantagens sobre outras estratégias encontradas na literatura. Estas vantagens podem ser resumidas da seguinte forma:

- a) A inclusão de restrições de cardinalidade no problema de otimização, através da adição de variáveis de projeto aos vetores das soluções candidatas e da especificação do número máximo de seções transversais (perfis) a serem selecionados na solução otimizada, aumenta significativamente a complexidade

do problema. Frequentemente, isso requer a solução de múltiplos problemas mono-objetivos para a realização de um *trade-off* adequado para o tomador de decisão (detalhes sobre esse processo são abordados por Barbosa, Lemonge e Borges (2008)). No entanto, a abordagem multiobjetivo adotada neste conjunto de experimentos supera essas dificuldades ao resolver um único problema de otimização que considera os dois objetivos simultaneamente;

- b) Eliminação da necessidade de estratégias complexas baseadas na eliminação dinâmica de seções ou redução do espaço de busca durante a otimização, tornando o agrupamento de barras mais eficaz e robusto;
- c) Eliminação da necessidade de análise das ações internas dos membros para agrupar barras com comportamento estrutural semelhante;
- d) Alívio dos projetistas de processos demorados e dispendiosos de tentativa e erro para encontrar o melhor agrupamento de membros, exceto nos casos em que a simetria é inteiramente evidente.
- e) Simplicidade e facilidade de implementação do método usando algoritmos evolutivos multiobjetivos.

Este conjunto de experimentos numéricos apresenta os resultados de três análises de otimização estrutural multiobjetivo conduzidos em estruturas 3D de dimensões variadas. O primeiro experimento compreendeu um pórtico de 6 andares e 4 baias, o segundo envolveu um pórtico de 10 andares e 12 baias, e o terceiro consistiu em um pórtico de 12 andares e 12 baias, todos com uma altura de três metros. As variáveis de projeto foram divididas em subconjuntos de índices inteiros, referentes à configuração do sistema de contraventamento, à orientação dos eixos principais da seção transversal dos pilares e aos índices dos perfis comerciais atribuídos aos pilares, vigas e elementos de contraventamento. As restrições de projeto foram categorizadas em três grupos distintos: restrições de deslocamento, restrições de resistência e restrições geométricas. Para este conjunto de experimentos, apenas três algoritmos evolutivos foram adotados: o SHAMODE, o SHAMODE-WO e o MMIPDE.

A formulação multiobjetivo abordada neste conjunto de experimentos é formalizada pela Equação (7-5), onde são consideradas duas funções objetivo conflitantes para minimização simultânea: o peso total da estrutura ($W(\mathbf{x})$) e o número de perfis diferentes atribuídos aos pilares ($np(\mathbf{x})$). As variáveis de projeto e o espaço de busca correspondente são detalhadamente apresentados na Tabela 6.1 e na Figura 6.1, respectivamente. Os limites inferiores e superiores das variáveis de projeto são representados por \mathbf{x}^L e \mathbf{x}^U .

$$\begin{aligned} \min \quad & W(\mathbf{x}) \text{ and } \min \quad np(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \text{variáveis de projeto} \\ & \mathbf{x}^L \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^U \end{aligned} \quad (7-5)$$

7.3.1 Pórtico de 6 andares e 4 baias (Exp-3.1)

O primeiro experimento deste terceiro conjunto consiste em um pórtico composto por seis andares e quatro vãos, cuja representação está na Figura 7.15. As diferentes configurações de sistemas de contraventamento para este experimento são ilustradas nas Figuras 7.16 e 7.17. Um padrão repetitivo foi implementado para o layout de pilares (cantos (CC), internos (IC) e externos (OC)) e vigas (externas (OB) e internas (IB)), com cada grupo de pilares recorrente a cada dois andares e vigas recorrentes a cada três. As combinações de carga aplicadas incluem uma carga de gravidade atuando nas vigas, com as vigas internas sujeitas a uma carga gravitacional de 22,21 kN/m e as vigas externas a uma carga de 7,85 kN/m. Além disso, cargas nodais de vento foram aplicadas à estrutura, com valores específicos apresentados na Tabela 7.6.

Os gráficos que mostram todas as soluções encontradas e a frente de Pareto com apenas as soluções não dominadas são fornecidos nas Figuras 7.40(a) e 7.40(b), respectivamente. Os resultados detalhados obtidos no Experimento 3.1, referentes às quatro soluções não dominadas, são apresentados na Tabela 7.16, incluindo o tipo de sistemas de contraventamento, os perfis de cada um dos grupos de pilares, as orientações desses pilares, as restrições e funções objetivo, bem como uma porcentagem relativa do peso final referente a estas soluções. A Figura 7.41 oferece uma visualização detalhada das quatro soluções não dominadas, destacando a configuração do sistema de contraventamento, a orientação dos grupos de pilares e os diferentes perfis atribuídos aos pilares em cores distintas.

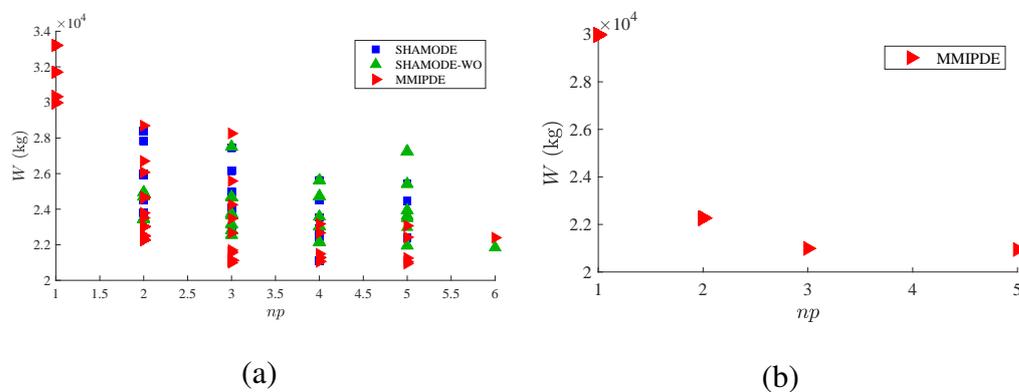


Figura 7.40: Soluções encontradas para o Exp 3.1. (a) Todas; (b) Soluções não dominadas.

Tabela 7.16: Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-3.1.

Contraventamento	IV	V	V	V
Grupo (Pavimentos)	Perfis W (Orientações dos Pilares)			
CC (1-2)	360x91 (I)	310x79 (I)	310x79 (II)	250x73 (II)
CC (3-4)	360x91 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (II)	150x22.5 (II)
CC (5-6)	360x91 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (II)	150x22.5 (II)
OC (1-2)	360x91 (II)	310x79 (I)	200x35.9 (I)	200x46.1 (I)
OC (3-4)	360x91 (II)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)
OC (5-6)	360x91 (II)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)
IC (1-2)	360x91 (II)	310x79 (I)	310x79 (I)	200x53.9 (I)
IC (3-4)	360x91 (II)	310x79 (I)	200x35.9 (I)	200x35.9 (I)
IC (5-6)	360x91 (II)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)
OB (1-3)	250x17.9	250x17.9	250x17.9	250x17.9
OB (4-6)	250x17.9	250x17.9	250x17.9	250x17.9
IB (1-3)	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9
IB (4-6)	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9
BC (1-6)	150x24	150x24	150x24	150x24
Valores das restrições e funções objetivo				
$LRFD_{max}(\mathbf{x})$	0.92	0.92	0.99	0.99
$V_{max}(\mathbf{x})$	0.20	0.20	0.20	0.20
$d_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	0.5	0.6	0.6	0.6
$\delta_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	2.2	2.8	2.9	2.9
$W(\mathbf{x})$ (kg)	29978	22271	20992	20947
$np(\mathbf{x})$	1	2	3	5
Variação do peso em porcentagem				
%	100.00	74.29	70.02	69.87

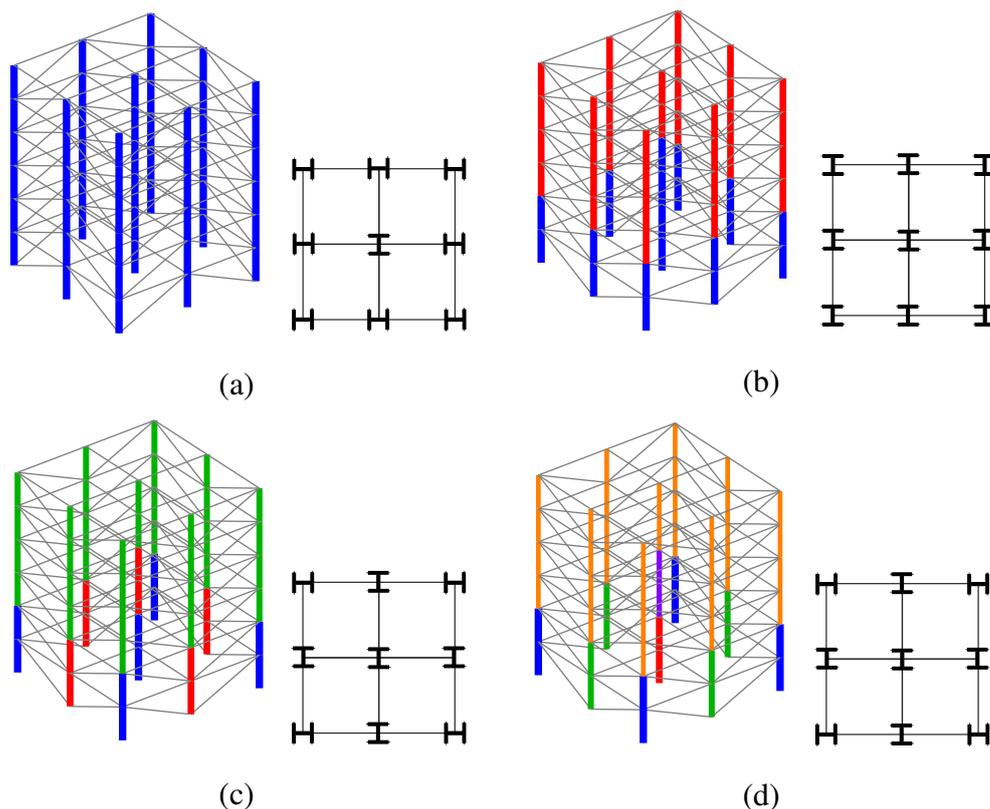


Figura 7.41: Modelos 3D e em planta das soluções não dominadas do Exp-3.1. (a) $np = 1$; (b) $np = 2$; (c) $np = 3$; e (d) $np = 5$.

A análise detalhada das quatro soluções não dominadas obtidas na Tabela 7.16 revela que a configuração em "V" do sistema de contraentamento foi a escolha mais adequada para o problema, pois foi selecionada em todas as soluções, exceto no caso com $np(\mathbf{x}) = 1$, onde o sistema de contraentamento "IV" foi adotado.

Definindo o peso da estrutura mais pesada ($W(\mathbf{x}) = 29.978$ kg, $np(\mathbf{x}) = 1$) como ponto de referência com 100% do peso (ou seja, "o peso máximo entre soluções não dominadas"), observa-se que ao aumentar o número de perfis de $np(\mathbf{x}) = 1$ para $np(\mathbf{x}) = 2$, a solução atinge um peso de $W(\mathbf{x}) = 22.271$ kg, correspondendo a 74,29% do "peso máximo". Isso representa uma redução de 25,71% no peso. Posteriormente, com o aumento de $np(\mathbf{x}) = 2$ para $np(\mathbf{x}) = 3$, o peso diminui ainda mais de 22.271 kg para 20.992 kg, correspondendo a 70,02% do peso da estrutura mais pesada, resultando em uma redução de peso de 4,27%.

Conseqüentemente, entre as quatro soluções não dominadas, a solução com $np(\mathbf{x}) = 2$ surge como a opção mais competitiva, demonstrando um aumento mínimo no número de perfis utilizados, ao mesmo tempo que reduz significativamente o peso total da estrutura.

7.3.2

Pórtico de 10 andares e 8 baias (Exp-3.2)

O segundo modelo examinado neste terceiro conjunto de experimentos é um pórtico composto por dez andares e doze baias, conforme representado na Figura 7.42. Assim como no experimento anterior, a estrutura foi categorizada pelos grupos de colunas CC, OC e IC, porém, desta vez, cada um foi subdividido em dois subgrupos, totalizando seis grupos por pavimento (CC1, CC2, OC1, OC2, IC1 e IC2). A configuração dos sistemas de contraventamento disponíveis é descrita na Figura 7.43.

A disposição dos pilares e vigas seguiu um padrão recorrente, com cada grupo de pilares se repetindo a cada dois andares e as vigas a cada cinco níveis. Quanto às combinações de carga, a estrutura foi submetida a uma carga gravitacional atuando sobre as vigas. Especificamente, as vigas internas suportaram uma carga gravitacional de 19,41 kN/m, enquanto as vigas externas foram submetidas a uma carga de 6,45 kN/m. Adicionalmente, foram aplicadas cargas nodais de vento à estrutura em duas combinações distintas, atuando em cada uma das fachadas perpendiculares. Informações detalhadas sobre essas cargas de vento nodais específicas estão disponíveis na Tabela 7.17.

Os gráficos que exibem todas as soluções encontradas e a frente de Pareto contendo apenas as soluções não dominadas são apresentados nas Figuras 7.44(a) e 7.44(b), respectivamente. Os resultados detalhados obtidos no Experimento 3.2 referentes às seis soluções não dominadas, incluindo o tipo de sistemas de contraventamento, os perfis de cada grupo de pilares, as orientações desses pilares, as restrições e funções objetivo, e uma porcentagem relativa do peso final para essas soluções estão disponíveis na Tabela 7.18. Por fim, a Figura 7.45 ilustra as seis soluções não dominadas com detalhes da configuração do sistema de contraventamento, da orientação dos grupos de pilares e dos diferentes perfis atribuídos aos pilares, destacados em cores diferentes.

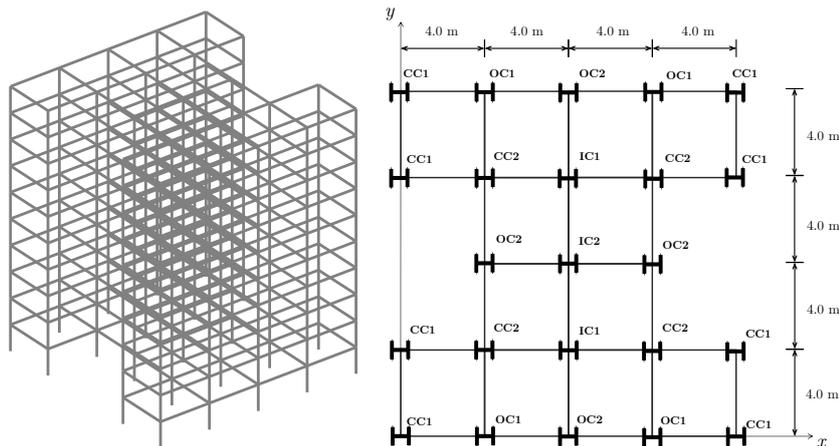


Figura 7.42: Pórtico de 10 andares e 8 baias, visão 3D e em planta.

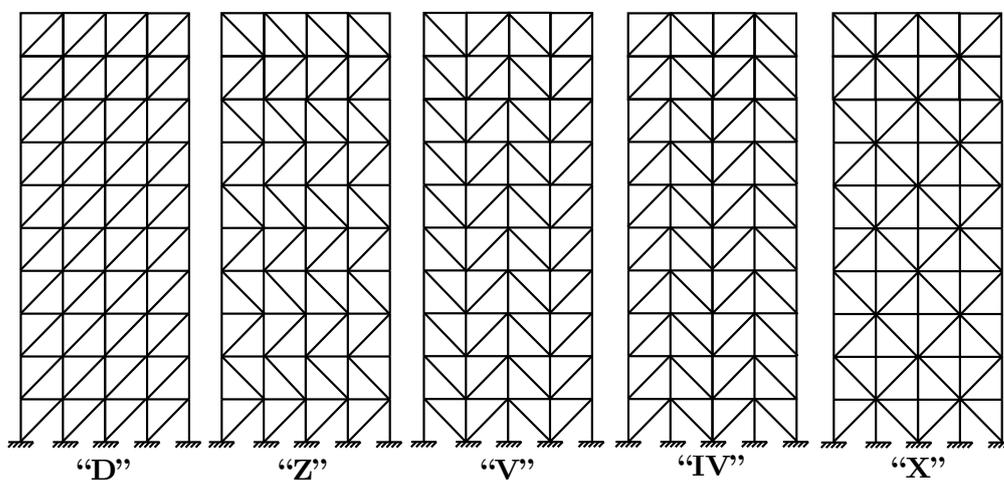


Figura 7.43: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 10 andares e 8 baias.

Tabela 7.17: Experimento 3.2 - Carga de vento atuante nos nós.

Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)	Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)
1	3	2.50	5.00	6	18	5.14	10.28
2	6	3.95	7.90	7	21	5.34	10.68
3	9	4.36	8.72	8	24	5.51	11.02
4	12	4.67	9.34	9	27	5.67	11.34
5	15	4.93	9.86	10	30	2.91	5.82

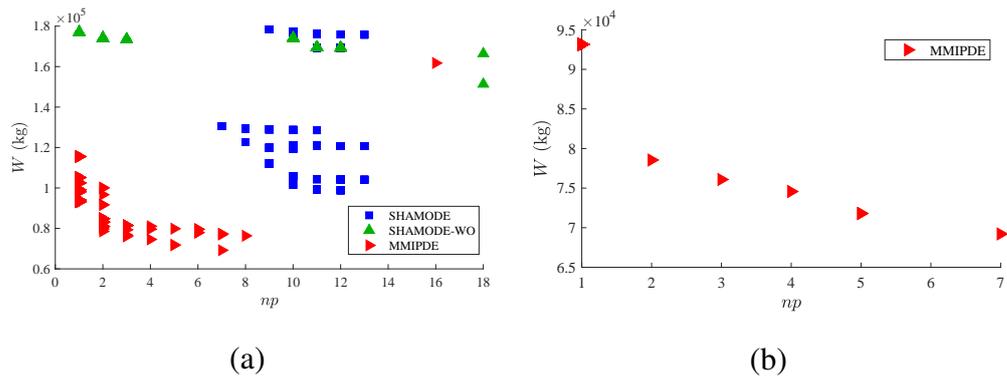


Figura 7.44: Soluções encontradas para o Exp 3.2. (a) Todas as soluções; (b) Soluções não dominadas.

Tabela 7.18: Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-3.2.

Contraventamento	V	V	V	IV	V	V
Grupo (Pav.)	Perfis W (Orientações dos Pilares)					
CC1 (1-2)	200x71 (←)	200x71 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (←)	200x52 (←)
CC1 (3-4)	200x71 (←)	150x22.5 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (←)
CC1 (5-6)	200x71 (←)	150x22.5 (I)	150x29.8 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (←)
CC1 (7-8)	200x71 (←)	150x22.5 (I)	150x29.8 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (←)
CC1 (9-10)	200x71 (←)	150x22.5 (I)	150x29.8 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (←)
CC2 (1-2)	200x71 (←)	200x71 (←)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)
CC2 (3-4)	200x71 (←)	200x71 (←)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)
CC2 (5-6)	200x71 (←)	200x71 (←)	200x46.1 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	200x41.7 (I)
CC2 (7-8)	200x71 (←)	200x71 (←)	200x46.1 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	150x37.1 (I)
CC2 (9-10)	200x71 (←)	150x22.5 (←)	150x29.8 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)
OC1 (1-2)	200x71 (←)	200x71 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (←)
OC1 (3-4)	200x71 (←)	200x71 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	200x52 (I)	200x52 (←)
OC1 (5-6)	200x71 (←)	200x71 (I)	150x29.8 (I)	150x29.8 (I)	150x29.8 (I)	150x29.8 (←)
OC1 (7-8)	200x71 (←)	200x71 (I)	150x29.8 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)
OC1 (9-10)	200x71 (←)	150x22.5 (I)	150x29.8 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)
OC2 (1-2)	200x71 (I)	200x71 (I)	200x46.1 (←)	150x29.8 (I)	150x29.8 (←)	150x29.8 (I)
OC2 (3-4)	200x71 (I)	200x71 (I)	150x29.8 (←)	150x22.5 (I)	150x29.8 (←)	150x29.8 (I)
OC2 (5-6)	200x71 (I)	200x71 (I)	150x29.8 (←)	150x22.5 (I)	150x29.8 (←)	150x29.8 (I)
OC2 (7-8)	200x71 (I)	150x22.5 (I)	150x29.8 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x29.8 (I)
OC2 (9-10)	200x71 (I)	150x22.5 (I)	150x29.8 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (I)
IC1 (1-2)	200x71 (←)	200x71 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)
IC1 (3-4)	200x71 (←)	200x71 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)	200x52 (I)	200x52 (I)
IC1 (5-6)	200x71 (←)	200x71 (I)	200x46.1 (I)	200x35.9 (I)	200x35.9 (I)	200x35.9 (I)
IC1 (7-8)	200x71 (←)	200x71 (I)	150x29.8 (I)	150x29.8 (I)	150x29.8 (I)	150x29.8 (I)
IC1 (9-10)	200x71 (←)	150x22.5 (I)	150x29.8 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)
IC2 (1-2)	200x71 (←)	200x71 (←)	250x73 (←)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)
IC2 (3-4)	200x71 (←)	200x71 (←)	250x73 (←)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)
IC2 (5-6)	200x71 (←)	200x71 (←)	250x73 (←)	250x73 (I)	250x73 (I)	250x73 (I)
IC2 (7-8)	200x71 (←)	200x71 (←)	200x46.1 (←)	250x73 (I)	250x73 (I)	150x37.1 (I)
IC2 (9-10)	200x71 (←)	200x71 (←)	150x29.8 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)
OB (1-5)	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13
OB (6-10)	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13	150x13
IB (1-5)	310x21	310x21	310x21	310x21	310x21	310x21
IB (6-10)	310x21	310x21	310x21	310x21	310x21	310x21
BC (1-10)	200x26.6	200x26.6	200x26.6	200x26.6	200x26.6	200x26.6
Valores das restrições e funções objetivo						
$LRFD_{max}(\mathbf{x})$	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
$V_{max}(\mathbf{x})$	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18
$d_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	0.8	0.9	0.8	0.8	0.9	0.9
$\delta_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	13.2	14.8	13.9	17.1	14.8	15.9
$W(\mathbf{x})$ (kg)	93150	78549	76089	74573	71802	69213
$np(\mathbf{x})$	1	2	3	4	5	7
Variação do peso em porcentagem						
%	100.00	84.32	81.68	80.06	77.08	74.30

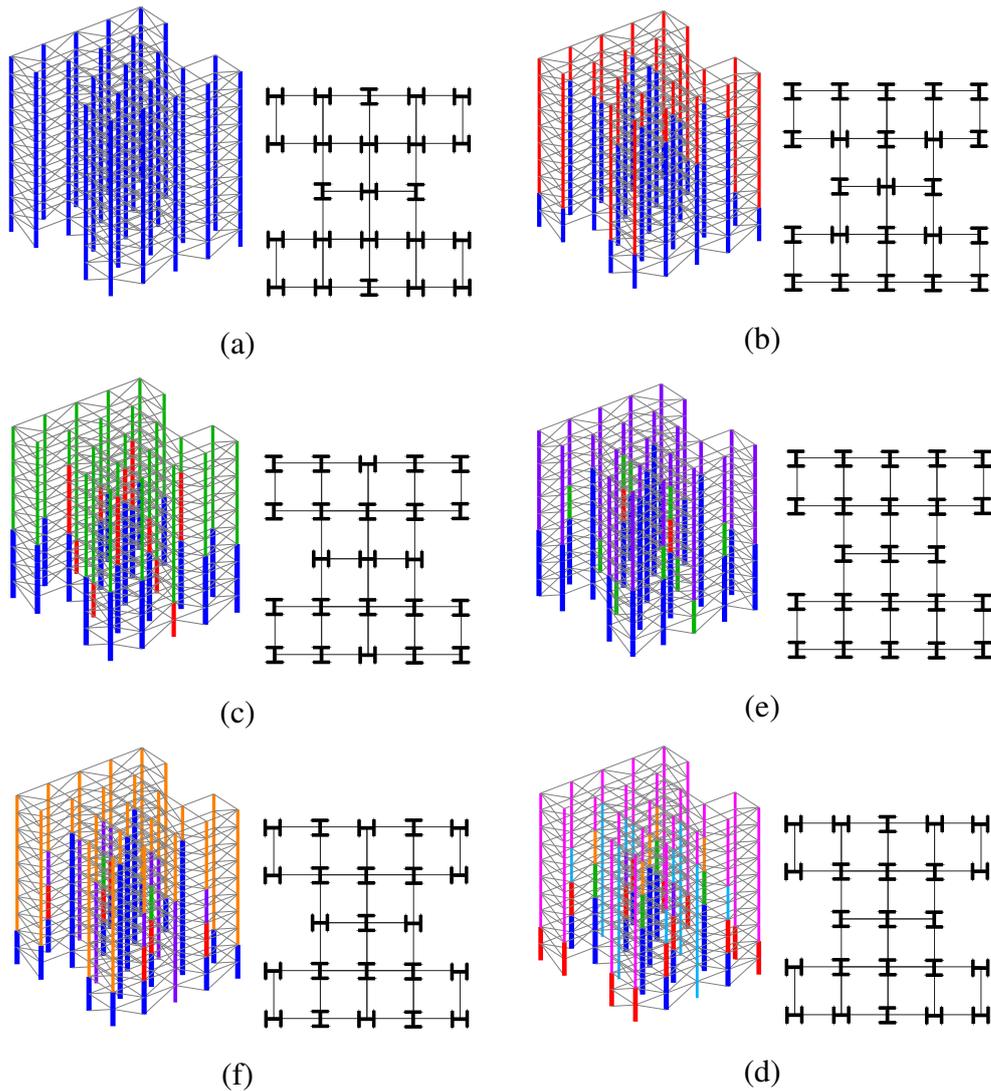


Figura 7.45: Modelos 3D e em planta das soluções não dominadas do Exp-3.2. (a) $np = 1$; (b) $np = 2$; (c) $np = 3$; (d) $np = 4$; (e) $np = 5$; (f) $np = 7$.

Analisando os resultados da Tabela 7.18, de forma semelhante ao Experimento 3.1, observamos que o sistema de contraventamento predominante entre as soluções não dominadas é a configuração “V”, com exceção da solução em que $np(\mathbf{x}) = 4$, que utiliza o sistema de contraventamento “IV”.

Ao definir o peso da estrutura mais pesada ($W(\mathbf{x}) = 93150$ kg, $np(\mathbf{x}) = 1$) como ponto de referência, correspondendo a 100% do peso, observa-se uma considerável redução de peso ao aumentar o número de perfis de $np(\mathbf{x}) = 1$ para $np(\mathbf{x}) = 2$, alcançando uma redução de 15,68% e resultando em $W(\mathbf{x}) = 78549$ kg. Em seguida, ao passar de $np(\mathbf{x}) = 2$ para $np(\mathbf{x}) = 3$, observa-se uma diminuição de apenas 2,64% (de 84,32% para 81,68% do maior peso).

A solução mais leve obtida ($W(\mathbf{x}) = 69213$ kg, $np(\mathbf{x})=7$) representa 74,30% do peso da estrutura mais pesada, apesar de utilizar sete vezes mais perfis. A curva de *trade-off*, representada na Figura 7.44(b), fornece uma orientação valiosa para o

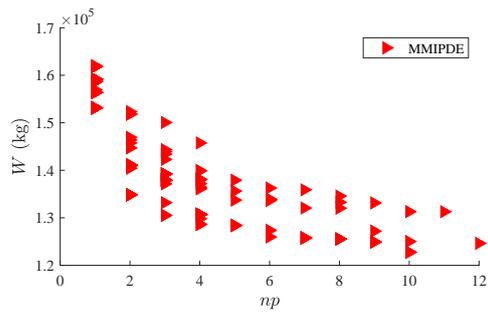
tomador de decisão que busca um equilíbrio ideal entre redução de peso e utilização de perfis distintos. Por fim, destaca-se que as soluções com $np(\mathbf{x})=2$ e $np(\mathbf{x})=5$ também são alternativas interessantes disponíveis para o tomador de decisão.

7.3.3

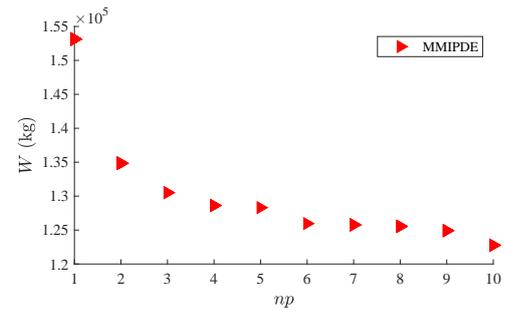
Pórtico de 12 andares e 12 baias (Exp-3.3)

O último modelo analisado neste conjunto de experimentos é um pórtico tri-dimensional composto por doze andares e doze baias, conforme ilustrado anteriormente na Figura 7.34, onde os grupos de pilares por pavimento já estão definidos. As diversas configurações de contraventamento são representadas nas Figuras 7.35 e 7.36. A disposição dos pilares e vigas segue um padrão recorrente, com cada grupo de colunas repetindo-se a cada dois andares e as vigas a cada quatro andares. No experimento, foram consideradas combinações de carga, incluindo uma carga de gravidade atuando nas vigas. Especificamente, as vigas internas suportaram uma carga gravitacional de 22,21 kN/m, enquanto as vigas externas receberam uma carga gravitacional de 7,85 kN/m. Além disso, as cargas nodais do vento foram aplicadas à estrutura em conjunto com a carga gravitacional. Os detalhes completos sobre as cargas de vento nodais aplicadas podem ser encontrados na Tabela 7.17.

Os gráficos apresentando todas as soluções encontradas, bem como a frente de Pareto com apenas as soluções não dominadas, são fornecidos nas Figuras 7.46(a) e 7.46(b), respectivamente. As dez soluções não dominadas são representadas na Figura 7.47, destacando em diferentes cores as diversas seções empregadas nos pilares. A Tabela 7.19 oferece os resultados detalhados obtidos no Exp-3.3, incluindo informações sobre os tipos de sistemas de contraventamento, os perfis de cada grupo de pilares, as orientações desses pilares, as restrições e as funções objetivo. Além disso, apresenta uma porcentagem relativa do peso final referente a essas soluções. As seis soluções extraídas estão ilustradas na Figura 7.48, com detalhes sobre a configuração do sistema de contraventamento, a orientação dos grupos de pilares e os diferentes perfis atribuídos às colunas, destacados em cores distintas.



(a)



(b)

Figura 7.46: Soluções encontradas para o Exp 3.3. (a) Todas as soluções; (b) Soluções não dominadas.

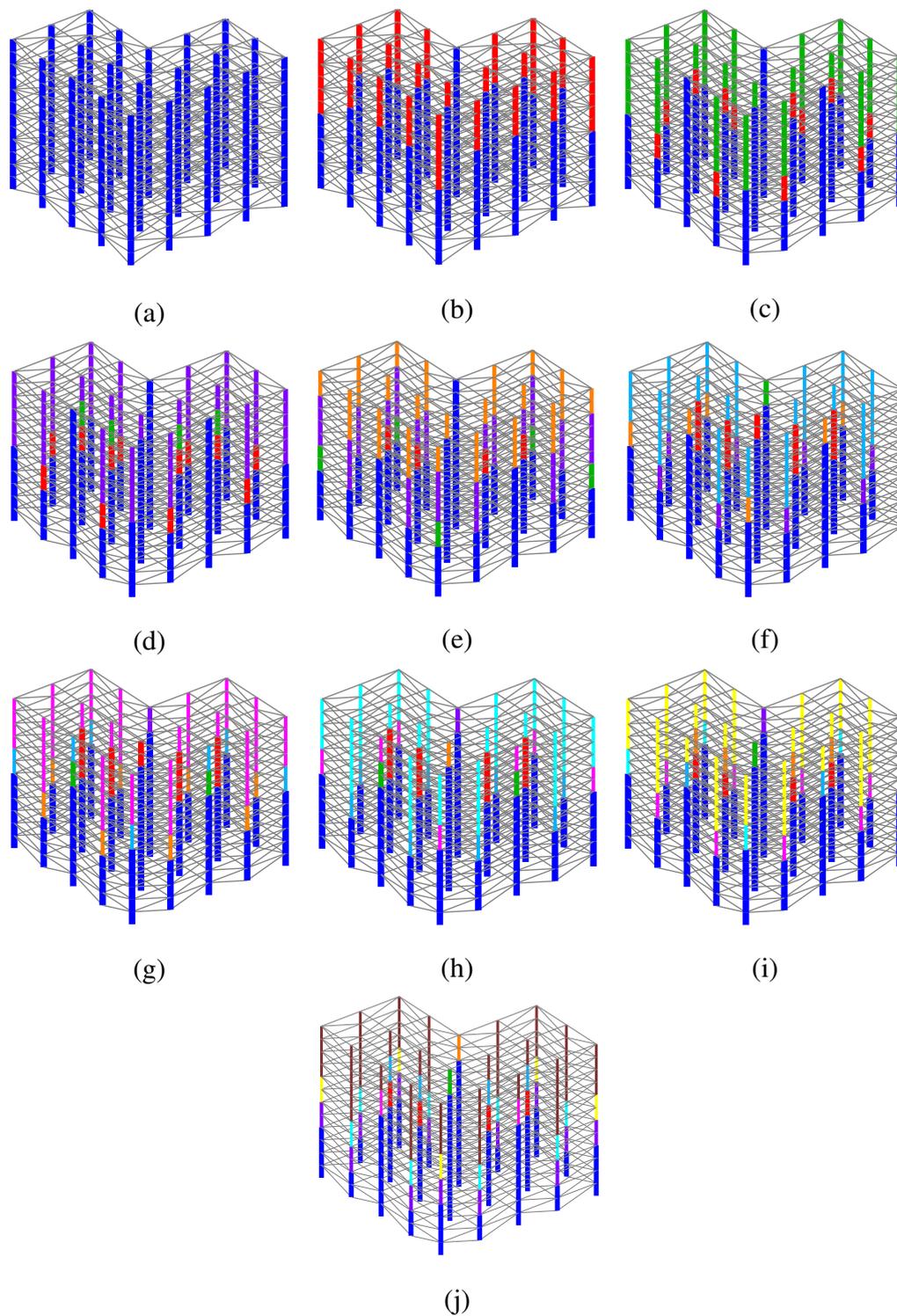


Figura 7.47: Todas as dez soluções não dominadas encontradas para o Exp-3.3.

Tabela 7.19: Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-3.3.

Contraventamento	X	X	V	V	V	V
Grupo (Pav.)	Perfis W (Orientações dos Pilares)					
CC1 (1-2)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)
CC1 (3-4)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)
CC1 (5-6)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)	200x86 (I)
CC1 (7-8)	360x110 (←)	150x22.5 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x29.8 (I)	150x29.8 (I)
CC1 (9-10)	360x110 (←)	150x22.5 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)
CC1 (11-12)	360x110 (←)	150x22.5 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)
CC2 (1-2)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)
CC2 (3-4)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)
CC2 (5-6)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)
CC2 (7-8)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)
CC2 (9-10)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)
CC2 (11-12)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	200x59 (←)	200x59 (←)
OC1 (1-2)	360x110 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (←)
OC1 (3-4)	360x110 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (←)	200x86 (←)
OC1 (5-6)	360x110 (I)	250x115 (I)	250x85 (←)	250x85 (I)	150x37.1 (←)	150x37.1 (←)
OC1 (7-8)	360x110 (I)	250x115 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (←)
OC1 (9-10)	360x110 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (←)
OC1 (11-12)	360x110 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (←)
OC2 (1-2)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)
OC2 (3-4)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)
OC2 (5-6)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)
OC2 (7-8)	360x110 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)
OC2 (9-10)	360x110 (←)	150x22.5 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	200x35.9 (I)	200x35.9 (I)
OC2 (11-12)	360x110 (←)	150x22.5 (←)	250x115 (←)	250x115 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)
IC1 (1-2)	360x110 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (←)
IC1 (3-4)	360x110 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (←)
IC1 (5-6)	360x110 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (←)
IC1 (7-8)	360x110 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x85 (I)	250x89 (←)	250x89 (←)
IC1 (9-10)	360x110 (I)	250x115 (←)	250x85 (I)	200x35.9 (I)	200x52 (←)	200x52 (←)
IC1 (11-12)	360x110 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	150x22.5 (←)
IC2 (1-2)	360x110 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)
IC2 (3-4)	360x110 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)
IC2 (5-6)	360x110 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)
IC2 (7-8)	360x110 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)
IC2 (9-10)	360x110 (I)	250x115 (I)	250x115 (I)	250x115 (←)	250x115 (I)	250x115 (I)
IC2 (11-12)	360x110 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (I)	150x22.5 (←)	250x62 (I)	250x62 (I)
OB (1-4)	250x17.9	250x17.9	250x17.9	250x17.9	250x17.9	250x17.9
OB (5-8)	250x17.9	200x19.3	200x19.3	200x19.3	200x19.3	200x19.3
OB (9-12)	250x17.9	250x17.9	250x17.9	250x17.9	250x17.9	250x17.9
IB (1-4)	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9
IB (5-8)	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9
IB (9-12)	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9	360x32.9
BC (1-12)	150x18	150x18	150x18	150x18	150x18	150x18
Valores das restrições e funções objetivo						
$LRFD_{max}(\mathbf{x})$	0.98	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99
$V_{max}(\mathbf{x})$	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
$d_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
$\delta_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	8.3	9.1	11.2	11.3	10.6	10.9
$W(\mathbf{x})$ (kg)	153140	134845	130513	128622	124929	122763
$np(\mathbf{x})$	1	2	3	4	9	10
Variação do peso em porcentagem						
%	100.00	88.05	85.22	83.98	81.59	80.16

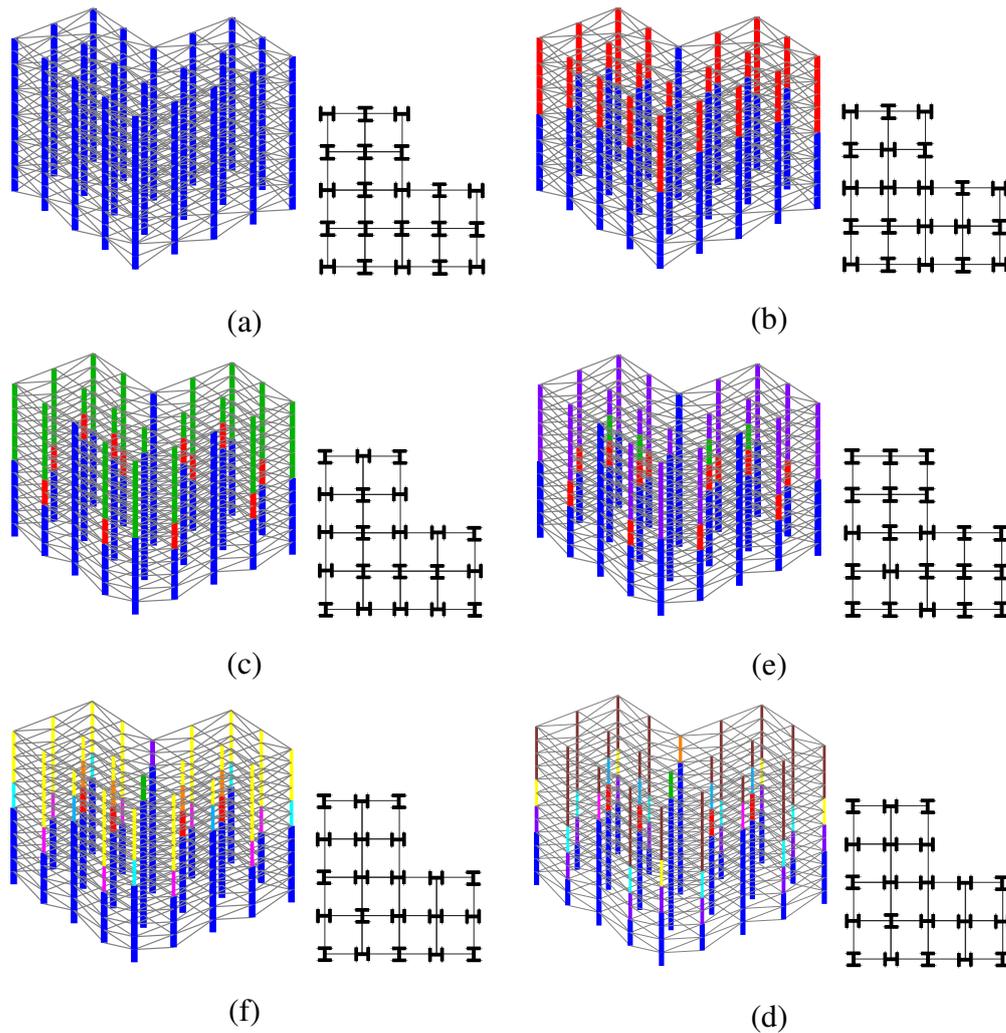


Figura 7.48: Modelos 3D e em planta das soluções não dominadas detalhadas na Tabela 7.19 do Exp-3.3. (a) $np = 1$; (b) $np = 2$; (c) $np = 3$; (d) $np = 4$; (e) $np = 9$; (f) $np = 10$.

A partir dos resultados fornecidos na Tabela 7.19, foram comparadas seis das dez soluções não dominadas, com $np(\mathbf{x})=1$, $np(\mathbf{x})=2$, $np(\mathbf{x})=3$, $np(\mathbf{x})=4$, $np(\mathbf{x})=9$ e $np(\mathbf{x})=10$.

Inicialmente, destaca-se as configurações dos sistemas de contraventamento apresentadas por essas soluções. As duas soluções mais pesadas ($np(\mathbf{x})=1$, $np(\mathbf{x})=2$) adotam o sistema de contraventamento “X”, enquanto a configuração “V” é predominantemente mais adequada para as outras soluções.

Outro aspecto crucial da análise é a relação entre o peso total da estrutura e o número de perfis diferentes atribuídos aos pilares. Considerando a solução com $np(\mathbf{x})=1$ como referência, que representa 100% do peso ($W(\mathbf{x})=153140$ kg), um aumento de um perfil na solução, transformando-se em $np(\mathbf{x})=2$, resulta em uma redução de peso para 134845 kg, representando uma diminuição de 11,95%. Além disso, a solução com dez perfis diferentes ($np(\mathbf{x})=10$) apresenta peso de 122763 kg,

indicando uma redução de 19,84% em relação a $np(\mathbf{x})=1$ e 7,89% em comparação com $np(\mathbf{x})=2$. Consequentemente, para obter uma redução de peso inferior a 8% em relação a $np(\mathbf{x})=2$, é necessário aumentar a utilização de oito perfis diferentes. Isso demonstra uma vantagem significativa na obtenção da frente de Pareto através da solução de um problema multiobjetivo, pois fornece informações valiosas para o projetista. O projetista pode avaliar explicitamente a redução de peso alcançável reduzindo o número de perfis empregados.

Após análise visual da Figura 7.46(b), as soluções não dominadas $np(\mathbf{x})=2$, $np(\mathbf{x})=3$ e $np(\mathbf{x})=10$ são alternativas muito competitivas quando comparadas com suas soluções vizinhas.

7.3.4

Resumo dos perfis dos pilares das soluções extraídas (Exp-3)

A Tabela 7.20 apresenta os melhores pesos $W(\mathbf{x})$, o número de colunas diferentes $np(\mathbf{x})$ e os perfis W atribuídos às colunas correspondentes obtidos em cada experimento desse conjunto, com o intuito de fornecer uma visão geral sobre todas as soluções analisadas.

Tabela 7.20: Resumo dos diferentes perfis atribuídos às colunas para o Exp-3.

Exp.	$W(\mathbf{x})$ (kg)	$np(\mathbf{x})$	Perfis W empregados nos pilares																	
3.1	29978	1	360x91																	
3.1	22271	2	310x79	150x22.5																
3.1	20992	3	310x79	200x35.9	150x22.5															
3.1	20947	5	250x73	200x53.90	200x46.1	150x22.5														
3.2	93150	1	200x71																	
3.2	78549	2	200x71	150x22.5																
3.2	76089	3	250x73	200x46.1	150x29.8															
3.2	74573	4	250x73	200x35.9	150x29.8	150x22.5														
3.2	71802	5	250x73	200x52	200x35.9	150x29.8	150x22.5													
3.2	69213	7	250x73	200x52	200x41.7	200x35.9	150x37.1	150x29.8	150x22.5											
3.3	153140	1	360x110																	
3.3	134845	2	250x115	150x22.5																
3.3	130513	3	250x115	250x85	150x22.5															
3.3	128622	4	250x115	250x85	200x35.9	150x22.5														
3.3	124929	9	250x115	250x89	250x62	200x59	200x52	200x35.9	150x37.1	150x29.8	150x22.5									
3.3	122763	10	250x115	250x89	250x62	200x86	200x52	200x59	200x35.9	150x37.1	150x29.8	150x22.5								

7.3.5

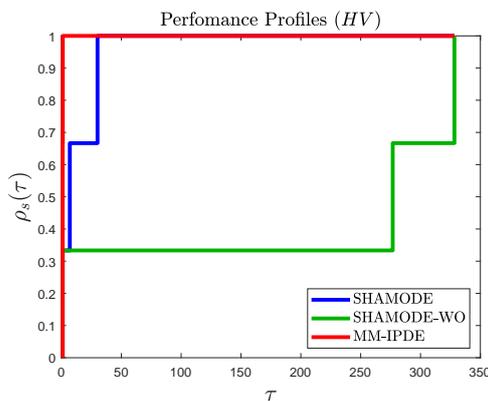
Indicadores de desempenho (Exp-3)

Os resultados, conforme representados na Tabela 7.21, indicam que o MMIPDE alcançou um desempenho geral superior. Porém, vale ressaltar que para o Exp-3.1, o SHAMODE obteve o melhor resultado em termos de avaliação de HV. Esta análise confirma a observação intuitiva dos resultados, uma vez que todas as soluções não dominadas obtidas nos três experimentos originaram-se do algoritmo MMIPDE. Além disso, a Figura 7.49 apresenta o perfil de desempenho para os três experimentos, avaliando o melhor desempenho com base na área sob a curva. Notavelmente, o algoritmo MMIPDE superou os demais em ambos os indicado-

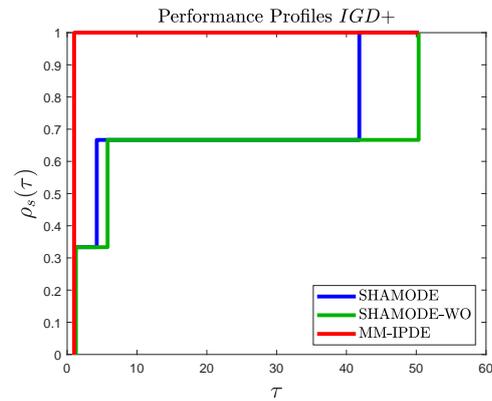
res, demonstrando sua superioridade na resolução dos problemas analisados neste conjunto de experimentos.

Tabela 7.21: Indicadores de performance para o Exp-3.

Exp.	SHAMODE		SHAMODE-WO		MMIPDE	
	Média	DP	Média	DP	Média	DP
HV						
3.1	0.100112	0.13708	0.095828	0.072414	0.088684	0.063723
3.2	0.089039	0.087668	0.00189	0.002261	0.620434	0.238654
3.3	0.024462	0.038091	0.00266	0.005676	0.736355	0.076952
IGD+						
3.1	0.449912	0.130968	0.478681	0.198052	0.383559	0.092626
3.2	0.895925	0.35042	1.2238	0.114524	0.211338	0.309472
3.3	1.144828	0.306432	1.377285	0.142133	0.02736	0.012164



(a)



(b)

Figura 7.49: Perfis de desempenho para conjunto de experimentos 3. (a) HV: Áreas normalizadas: MMIPDE = 1.00; SHAMODE = 0.96; SHAMODE-WO = 0.39; (b) IGD+: Áreas normalizadas: MMIPDE = 1.00; SHAMODE = 0.70; SHAMODE-WO = 0.63.

7.4 Experimento 4

O quarto experimento tem como objetivo integrar toda a complexidade da modelagem previamente realizada com a análise de segunda ordem que considera os efeitos $P-\delta$ e $P-\Delta$ de forma aproximada. Esta consideração é realizada por meio do método da amplificação de esforços, o qual é detalhado na seção 5.5.4. Este problema será abordado com quatro objetivos distintos: a minimização do peso, a minimização do deslocamento máximo no topo, a maximização da primeira frequência de vibração e a maximização do fator de carga crítica. O modelo em

estudo consiste em um pórtico de 16 andares e 16 baias, ilustrado na Figura 7.50. As cargas de vento são detalhadas na Tabela 7.22 e as cargas gravitacionais atuantes nas vigas são de 7,85 kN/m nas externas e 22,21 kN/m nas internas. Os esforços solicitantes de cálculo são determinados por meio das Equações (5-47), (5-48) e (5-49). O modelo a ser otimizado é ilustrado na Figura 7.50 e consiste em um pórtico espacial de 16 andares e 16 baias com a altura do pavimento igual a 3,5 m. Este modelo é inspirado em um pórtico estudado por Hasaņebi (2017). A Figura 7.51 disponibiliza as configurações de contraventamento disponíveis para o projeto. A exemplo do que ocorreu no segundo conjunto de experimentos (Seção 7.2), seis soluções com os mesmos valores de pesos de importância para os objetivos são extraídas e detalhadas.

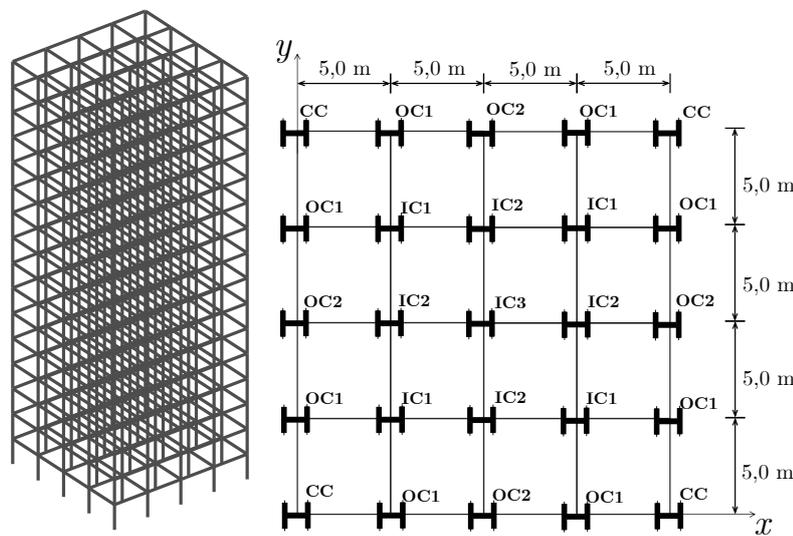


Figura 7.50: Pórtico de 16 andares e 16 baias, visão 3D e em planta.

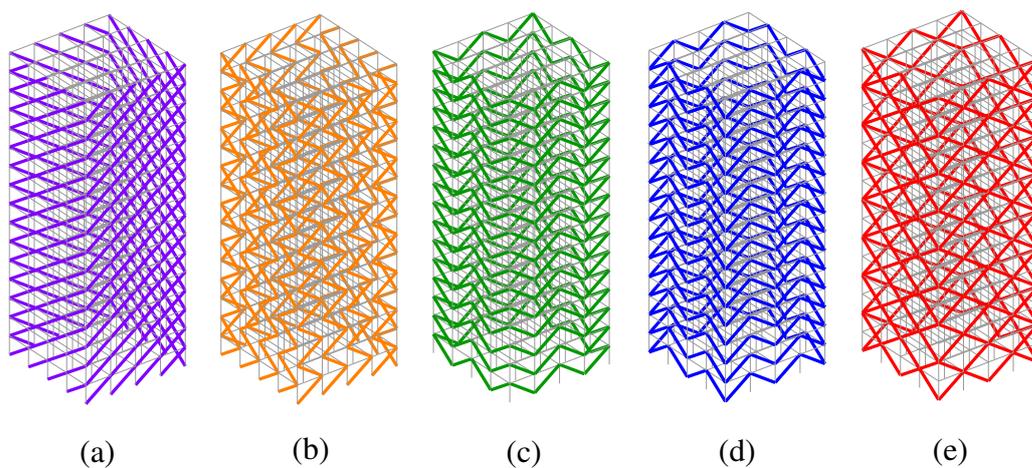


Figura 7.51: Configurações de contraventamento possíveis para o pórtico de 16 andares e 16 baias visão 3D. (a) Diagonal; (b) "Z"; (c) "V"; (d) "IV"; (e) "X".

Tabela 7.22: Experimento 4 - Carga de vento atuante nos nós.

Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)	Andar	Altura (m)	C.N. (kN)	M.N.(kN)
1	3,5	5,52	11,04	9	31,5	8,55	17,10
2	7,0	5,88	11,76	10	35,0	8,77	17,54
3	10,5	6,52	13,04	11	38,5	8,98	17,96
4	14,0	7,00	14,00	12	42,0	9,17	18,34
5	17,5	7,40	14,80	13	45,5	9,35	18,70
6	21,0	7,74	15,48	14	49,0	9,52	19,04
7	24,5	8,04	16,08	15	52,5	9,68	19,36
8	28,0	8,31	16,62	16	56,0	4,92	9,84

São realizadas cinco execuções independentes para uma população de 50 vetores candidatos e 200 gerações. Esse processo é realizado para os algoritmos SHAMODE, SHAMODE-WO e MMIPDE. A fronteira de Pareto obtida com os seis cenários extraídos são ilustrados na Figura 7.52 no plano e na Figura 7.53 em perspectiva. As soluções extraídas são detalhadas na Tabela 7.23 e ilustradas na Figura 7.54.

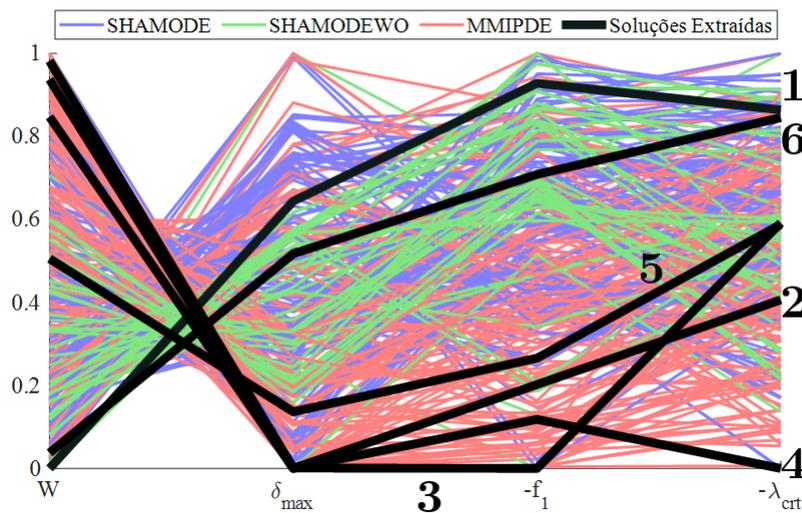


Figura 7.52: Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-4.

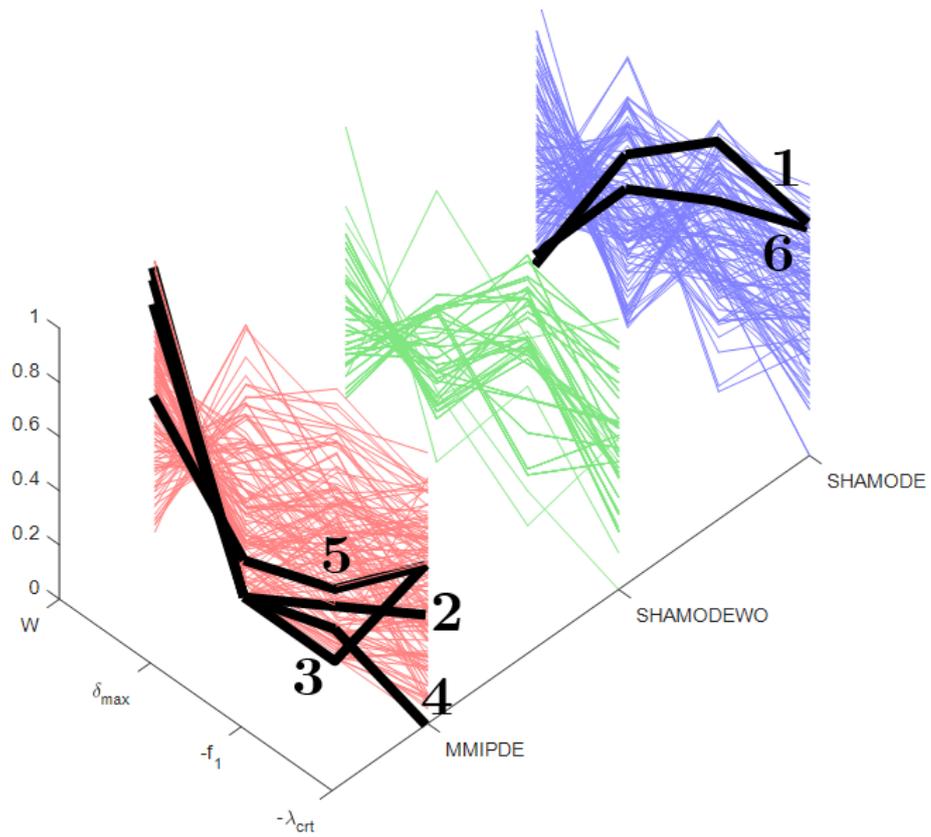


Figura 7.53: Todas as soluções encontradas e extraídas para o Exp-4 em perspectiva.

Tabela 7.23: Detalhamento dos melhores resultados encontrados para o Exp-4.

Cenário	1	2	3	4	5	6
Pesos	[1 0 0 0]	[0 1 0 0]	[0 0 1 0]	[0 0 0 1]	[.25 .25 .25 .25]	[.7 .1 .1 .1]
Contraentamento	IV	X	X	X	X	IV
Grupo (Pavimentos)	Perfis W (Orientações dos Pilares)					
CC (1-4)	360x91	360X122	360X122	360X122	310x117	360x110
CC (5-8)	250x80	360X122	360X122	360X122	310x117	250x85
CC (9-12)	200x52	360X122	360X122	360X122	310x117	200x52
CC (13-16)	200x35.9	310x79	360X122	360X122	310x117	200x35.9
OC1 (1-4)	360x91	360X122	360X122	360X122	310x117	360x110
OC1 (5-8)	310x97	360X122	360X122	360X122	310x117	310x110
OC1 (9-12)	250x62	360X122	360X122	360X122	310x117	250x80
OC1 (13-16)	200x46.1	360X122	360X79	360X122	310x117	200x41.7
OC2 (1-4)	360x122	360X122	360x122	360x122	310x117	360x122
OC2 (5-8)	360x101	360X122	360X122	360X122	310x117	360x101
OC2 (9-12)	360x101	360X122	360X122	360X122	310x117	360x91
OC2 (13-16)	360x91	360X122	360X122	360X122	310x117	360x91
IC1 (1-4)	310x117	360X122	360x122	360X122	310x117	310x117
IC1 (5-8)	310x97	360X122	360X122	360X122	310x117	310x107
IC1 (9-12)	310x97	360X122	360X122	360X122	310x117	310x97
IC1 (13-16)	200x59	360X122	360X122	250x80	310x117	200x53
IC2 (1-4)	250x89	360X122	360X122	360x122	310x117	250x101
IC2 (5-8)	250x85	360X122	360X122	360X122	310x117	250x85
IC2 (9-12)	250x73	360X122	360X122	360X122	310x117	250x73
IC2 (13-16)	200x53	360X122	360X122	360X122	310x110	200x53
IC3 (1-4)	310x125	360X122	360X122	360x122	310x117	310x117
IC3 (5-8)	250x101	360X122	360X122	360X122	310x117	250x89
IC3 (9-12)	250x73	360X122	360X122	360X122	310x117	250x62
IC3 (13-16)	200x35.9	360X101	360X122	360X122	310x117	200x35.9
OB (1-4)	310x28.3	610x125	610X113	610X125	530x66	310x28.3
OB (5-8)	530x74	410x75	610X125	610X125	530x66	530x72
OB (9-12)	200x15	610x125	610X125	610X125	530x72	200x22.5
OB (13-16)	310x21	610x113	610X125	610X125	360x64	310x38.7
IB (1-4)	310x21	610x113	610X125	610X125	530x72	310x23.8
IB (5-8)	410x60	610x125	610X125	610X125	530x92	410x53
IB (9-12)	200x26.6	610x101	610X125	610X125	530x72	200x22.5
IB (13-16)	250x28.4	410x53	610X125	410x67	530x72	250x32.7
BC (1-16)	410x38.8	610x125	610X125	610X125	530x85	410x46.1
Valores das restrições e funções objetivo						
$LRFD_{max}(\mathbf{x})$	0.99	0.62	0.63	0.69	0.68	0.85
$V_{max}(\mathbf{x})$	0.38	0.15	0.06	0.13	0.10	0.35
$d_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	2.1	1.0	1.0	1.0	1.2	1.9
$\delta_{max}(\mathbf{x})$ (mm)	28.9	13.8	13.9	13.9	17.1	25.9
$f_i(\mathbf{x})$ (Hz)	0.46	1.13	1.32	1.21	1.07	0.66
$\lambda_{crit}(\mathbf{x})$	1.04	2.51	1.88	3.81	1.94	1.09
$W(\mathbf{x})$ (kg)	285022	695269	760631	739056	529834	303142
Algoritmo	SHAMODE	MMIPDE	MMIPDE	MMIPDE	MMIPDE	SHAMODE

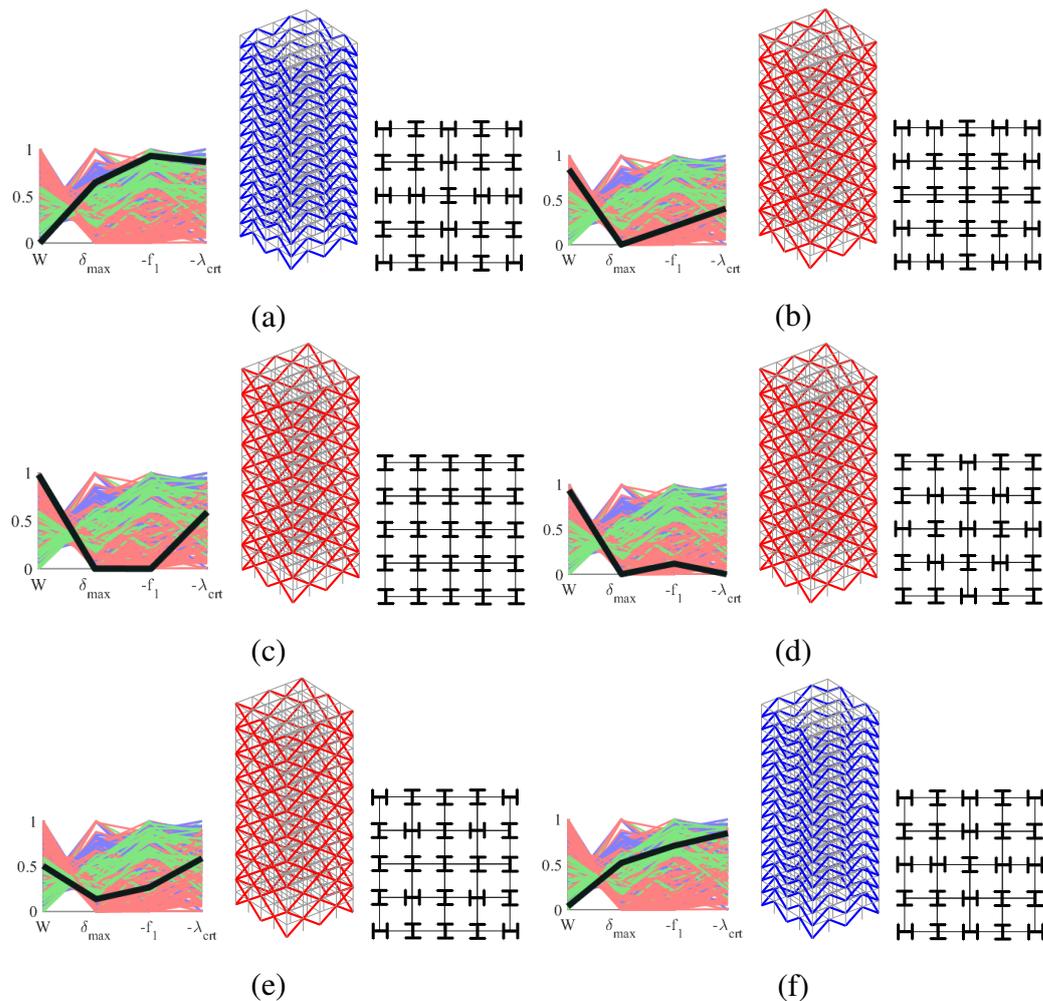


Figura 7.54: Modelos 3D e em planta das soluções extraídas em cada cenário do Exp-4. Cenários: (a) 1; (b) 2; (c) 3; (d) 4; (e) 5; (f) 6.

Uma análise pertinente realizada neste experimento focaliza os baixos fatores de carga crítica, os quais indicam uma estrutura submetida a solicitações significativas, aproximando-se de um estado de instabilidade global. Este fenômeno é atribuído à altura considerável do edifício, que resulta no acúmulo de cargas substanciais nos pilares inferiores. Além disso, a inclusão dos efeitos de segunda ordem por meio do método de amplificação dos esforços impacta diretamente nas solicitações sobre os elementos estruturais, agravando o autovalor obtido através da análise das matrizes de rigidez elástica e geométrica (Equação A-19).

Em contextos que envolvem edifícios de alturas superiores às abordadas neste exemplo, é imperativo um escopo de busca que englobe perfis metálicos soldados, dada a limitação dos perfis laminados neste estudo. Adicionalmente, a frequência de vibração em edifícios mais altos tende a ser consideravelmente baixa devido à alta flexibilidade e à concentração de massas nodais nas interseções dos painéis de laje. Os valores encontrados variam entre 0,46 Hz e 1,32 Hz. A adoção de perfis soldados e a consideração de subsistemas de contraventamento adicionais, como

paredes de cisalhamento ou núcleos rígidos, emergem como soluções viáveis para mitigar esses desafios.

Em relação aos objetivos delineados, é relevante destacar as soluções apresentadas pelos quatro primeiros cenários, os quais demonstram os melhores desempenhos em cada objetivo, com uma ênfase predominante em um objetivo principal em detrimento dos demais três. A solução mais leve do conjunto de soluções de Pareto (cenário 1) exibe um peso de $W(\mathbf{x}) = 285.022$ kg, associado a um sistema de contraventamento em formato de “V” invertido. As soluções correspondentes aos cenários 2, 3 e 4 apresentam, respectivamente, os melhores resultados em termos de deslocamento máximo no topo $\delta(\mathbf{x}) = 13,8$ mm, frequência de vibração $f_1(\mathbf{x}) = 1,32$ Hz e fator de carga crítica $\lambda_{crt}(\mathbf{x}) = 3,81$, todas com sistema de contraventamento em formato de “X”.

8 Conclusões

A sistemática proposta nesta tese visa abordar os desafios complexos da otimização multiobjetivo de pórticos espaciais de aço, considerando fontes de não-linearidade e diversas configurações de contraventamento como variáveis de projeto. Os objetivos específicos foram delineados para alcançar esse propósito, incluindo desde uma revisão sistemática da literatura até a condução de experimentos numéricos de complexidade gradativa. O objetivo principal foi atingido ao aplicar uma metodologia para a otimização abrangente da configuração estrutural, orientação dos pilares e seleção de perfis metálicos, bem como a utilização de um método de extração de soluções não dominadas da fronteiras de Pareto com o intuito de subsidiar as decisões do projetista.

Os experimentos numéricos conduzidos neste estudo demonstraram a eficácia das metodologias propostas, fornecendo soluções viáveis para uma variedade de cenários com objetivos distintos. A análise dos resultados permitiu trazer observações importantes sobre a influência das diferentes variáveis de projeto no desempenho estrutural, permitindo que os projetistas tomem decisões mais informadas e fundamentadas. Nestes experimentos, diversas contribuições inovadoras foram evidenciadas. A consideração simultânea do sistema de contraventamento, orientação dos pilares e perfis metálicos como variáveis de projeto representou uma abordagem pioneira, visando otimizar o desempenho estrutural de maneira abrangente. Além disso, a incorporação de até quatro funções objetivo simultaneamente destacou-se em relação à abordagem convencional, que geralmente se restringe a dois objetivos por vez. Adicionalmente, uma metodologia de agrupamento automático de membros para os pilares foi executada através de uma formulação multiobjetivo. Finalmente, no último experimento realizado, uma abordagem multiobjetivo, considerando diferentes sistemas de contraventamento e efeitos de segunda ordem foi realizada. Essa abordagem também foi apontada como inovadora pela revisão bibliográfica sistemática feita nesta tese.

A metodologia apresentada nesta pesquisa oferece vantagens significativas aos projetistas, permitindo a extração de soluções viáveis que consideram os *trade-offs* entre os objetivos conflitantes. Essa abordagem é particularmente relevante para projetos de grande porte, onde a estimativa precisa do custo da estrutura e seus parâmetros de desempenho é crucial. Ao abordar esses problemas complexos,

os projetistas obtêm informações valiosas sobre o sistema de contraventamento e a combinação das orientações das seções de perfil, resultando em estruturas mais econômicas e eficientes em termos de desempenho.

Como continuidade da pesquisa, é possível explorar ainda mais as metodologias de otimização propostas, considerando outros tipos de estruturas e variáveis de projeto, além de outras funções objetivo. Além disso, a aplicação dessas técnicas em projetos reais pode fornecer vislumbres adicionais sobre sua eficácia e aplicabilidade prática. Futuros trabalhos também podem se concentrar na integração de métodos de análise mais avançados, como por exemplo métodos incrementais iterativos e na consideração de aspectos ambientais e sustentáveis na otimização estrutural, bem como detalhamento de soluções extraídas através de softwares especializados em estruturas de aço. A consideração de métodos de aprendizado de máquina para a minimização dos altos custos computacionais que chegam à mais de 30 horas nos experimentos mais complexos, envolvidos nas análises das soluções candidatas nos processos evolucionários também é uma possível vertente de atuação. Essas direções de pesquisa têm o potencial de contribuir significativamente para o avanço da engenharia civil e a criação de estruturas mais eficientes e sustentáveis.

Referências bibliográficas

AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION. **Manual of Steel Construction**: Load and resistance factor design. Chicago: AISC, 2001.

ARORA, J. S. **Optimization of structural and mechanical systems**. Singapore: World Scientific, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123:1989**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro: ABNT Editora, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681:2004**: Ações e segurança nas estruturas - procedimento. Rio de Janeiro: ABNT Editora, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800:2008**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro: ABNT Editora, 2008.

AZEVEDO, I. S.; SILVA, A. R. D. d.; SILVEIRA, R. A. d. M. Influence of inverted-v-braced system on the stability and strength of multi-story steel frames. **REM-International Engineering Journal**, SciELO Brasil, v. 76, p. 39–46, 2023.

AZUMA, R. M. **Otimização multiobjetivo em problema de estoque e roteamento gerenciados pelo fornecedor**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Faculdade Estadual de Campinas, 2011.

BABAEI, M.; SANAEI, E. Multi-objective optimal design of braced frames using hybrid genetic and ant colony optimization. **Frontiers of Structural and Civil Engineering**, Springer, v. 10, n. 4, p. 472–480, 2016.

BARADARAN, M.; MADHKHAN, M. Determination of optimal configuration for mega bracing systems in steel frames using genetic algorithm. **KSCE Journal of Civil Engineering**, Springer, v. 23, n. 8, p. 3616–3627, 2019.

BARBOSA, H.; LEMONGE, A. An adaptive penalty scheme in genetic algorithms for constrained optimization problems. *In*: **GECCO'02: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference**. New York: Morgan Kaufmann Publishers, 2002. p. 287–294. ISBN 1-55860-878-8.

BARBOSA, H.; LEMONGE, A.; BORGES, C. A genetic algorithm encoding for cardinality constraints and automatic variable linking in structural optimization. **Engineering Structures**, v. 30, p. 3708–3723, 2008.

BARBOSA, H. J.; BERNARDINO, H. S.; BARRETO, A. M. Using performance profiles to analyze the results of the 2006 cec constrained optimization competition. *In: IEEE. IEEE congress on evolutionary computation*. Barcelona, 2010. p. 1–8.

BARBOSA, H. J.; LEMONGE, A. C. **An adaptive penalty method for genetic algorithms in constrained optimization problems**. Vienna: INTECH Open Access Publisher, 2008.

BARBOSA, H. J.; LEMONGE, A. C.; BORGES, C. C. A genetic algorithm encoding for cardinality constraints and automatic variable linking in structural optimization. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 30, n. 12, p. 3708–3723, 2008.

BATHE, K.-J. **Finite element procedures**. New Jersey: Prentice Hall, Pearson Education, Inc., 1996.

BELLEI, I. H. *et al.* **Edifícios de múltiplos andares em aço**. São Paulo: Pini, 2008.

BRAGA *et al.* Intervention cost optimization of bracing systems with multi-performance criteria. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 182, p. 185–197, 2019.

BUREERAT, S.; SRIWORAMAS, K. Population-based incremental learning for multiobjective optimisation. *In: SPRINGER. Soft Computing in Industrial Applications: Recent Trends*. Warsaw, 2007. p. 223–232.

BURTON, H. V. *et al.* Multi-objective performance-based design optimization of a controlled rocking steel braced frame system. *In: FARSANGI, E. N. et al. (Ed.). Resilient Structures and Infrastructure*. Singapore: Springer, 2019. p. 243–268.

ÇARBAŞ, S. Optimum structural design of spatial steel frames via biogeography-based optimization. **Neural Computing and Applications**, Springer, v. 28, n. 6, p. 1525–1539, 2017.

CARMO, C. S. T. **Structural engineering and architecture collaboration through structural optimization within the BIM methodology**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2019.

CARVALHO, J. P. G. **Otimização estrutural mono e multiobjetivo de treliças considerando frequências naturais de vibração, carga crítica de flambagem e agrupamento ótimo de barras e materiais**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Faculdade Federal de Juiz de Fora, 2019.

CHEN, W. F.; LUI, E. M. **Structural stability: Theory and implementation**. New York: Elsevier, 1987.

CHEN, W.-K. **Stability design of steel frames**. New York: CRC press, 2018.

CLOUGH, R.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. Berkley: Computer & Structures, Inc., 1995.

COELLO, C. A. C.; SIERRA, M. R. A study of the parallelization of a coevolutionary multi-objective evolutionary algorithm. *In: SPRINGER. MICAI 2004: Third Mexican International Conference on Artificial Intelligence. April 26-30*. Mexico City, 2004. p. 688–697.

COLORNI, A. *et al.* Distributed optimization by ant colonies. *In: ISAL. Proceedings of the first European conference on artificial life*. Paris, 1991. v. 142, p. 134–142.

COOK, R. D. *et al.* **Concepts and applications of finite element analysis**. Madison: John wiley & sons, 2002.

CORTEZ, L. A. da R. *et al.* Uso das estruturas de aço no brasil. **Caderno de Graduação-Ciências Exatas e Tecnológicas-UNIT-ALAGOAS**, v. 4, n. 2, p. 217–217, 2017.

DEB, K. **Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms**. Kanpur: John wiley & sons, 2001.

DEB, K. *et al.* A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. **IEEE transactions on evolutionary computation**, IEEE, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.

DENYER, D.; TRANFIELD, D. Producing a systematic review. **The SAGE Handbook of Organizational Research Methods**, Sage Publications Ltd, 2009.

DOLAN, E. D.; MORÉ, J. J. Benchmarking optimization software with performance profiles. **Mathematical programming**, Springer, v. 91, p. 201–213, 2002.

EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. *In: IEEE. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*. Nagoya, 1995. p. 39–43.

ELKASSAS, E.; SWELEM, S. Optimization of bracing systems using neural networks. *In: TOPPING, B. (Ed.). Proceedings of the Eighth International Conference on Engineering Computational Technology*. Stirlingshire: Civil-Comp Press, 2012.

FABBRI, S. *et al.* Using information visualization and text mining to facilitate the conduction of systematic literature reviews. *In: International Conference on Enterprise Information Systems*. Wroclaw: Springer, 2012. p. 243–256.

FAKURY, R. H.; SILVA, A.; CALDAS, R. B. **Dimensionamento de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto**. São Paulo: Person Education do Brasil, 2016.

FARAHMAND-TABAR, S.; ASHTARI, P. Simultaneous size and topology optimization of 3d outrigger-braced tall buildings with inclined belt truss using genetic algorithm. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, Wiley Online Library, v. 29, n. 13, p. e1776, 2020.

FELIPPA, C. A. Introduction to finite element methods. **University of Colorado**, Boulder CO, v. 885, 2004.

FOUTCH, D. A.; YUN, S.-Y. Modeling of steel moment frames for seismic loads. **Journal of Constructional Steel Research**, Elsevier, v. 58, n. 5-8, p. 529–564, 2002.

GANDOMI, A. H. *et al.* **Metaheuristic applications in structures and infrastructures**. London: Elsevier, 2013.

GHOLIZADEH, S.; POORHOSEINI, H. Seismic layout optimization of steel braced frames by an improved dolphin echolocation algorithm. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 54, n. 4, p. 1011–1029, 2016.

HA *et al.* Optimization of nonlinear inelastic steel frames considering panel zones. **Advances in Engineering Software**, Elsevier, v. 142, p. 102771, 2020.

HAFTKA, R. T.; GÜRDAL, Z. **Elements of structural optimization**. Waterloo: Springer Science & Business Media, 2012. v. 11.

HASANÇEBI, O. Cost efficiency analyses of steel frameworks for economical design of multi-storey buildings. **Journal of constructional steel research**, Elsevier, v. 128, p. 380–396, 2017.

HASANÇEBI, O. Optimum design of steel frames with sizing and orientation design variables using a reformulated evolution strategy. **Structures**, v. 52, p. 273–285, 2023.

HASANÇEBI, O. *et al.* Optimum design of high-rise steel buildings using an evolution strategy integrated parallel algorithm. **Computers & structures**, Elsevier, v. 89, n. 21-22, p. 2037–2051, 2011.

HOLLAND, J. Genetic algorithms and the optimal allocation of trials. **SIAM J. Comput.**, v. 2, n. 2, p. 88–105, 1973.

ISHIBUCHI, H.; MASUDA, H.; NOJIMA, Y. Sensitivity of performance evaluation results by inverted generational distance to reference points. *In*: IEEE. **Congress on evolutionary computation (CEC)**. Vancouver, 2016. p. 1107–1114.

KAMESHKI, E.; SAKA, M. Optimum design of nonlinear steel frames with semi-rigid connections using a genetic algorithm. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 79, n. 17, p. 1593–1604, 2001.

KAVEH, A. **Advances in metaheuristic algorithms for optimal design of structures**. Tehran: Springer, 2014.

KAVEH, A.; FARHOUDI, N. Layout optimization of braced frames using differential evolution algorithm and dolphin echolocation optimization. **Periodica Polytechnica Civil Engineering**, v. 59, n. 3, p. 441–449, 2015.

KAVEH, A.; FARHOUDI, N. Dolphin monitoring for enhancing metaheuristic algorithms: Layout optimization of braced frames. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 165, p. 1–9, 2016.

KAVEH, A. *et al.* Layout optimization of planar braced frames using modified dolphin monitoring operator. **Periodica Polytechnica Civil Engineering**, v. 62, n. 3, p. 717–731, 2018.

KHALEDY *et al.* Multi-objective optimisation of steel moment frames subjected to blast. **International Journal of Structural Engineering**, Inderscience Publishers (IEL), v. 10, n. 1, p. 77–94, 2019.

KHAN, K. S. *et al.* Five steps to conducting a systematic review. **Journal of the royal society of medicine**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 96, n. 3, p. 118–121, 2003.

KICINGER *et al.* Evolutionary multiobjective optimization of steel structural systems in tall buildings. *In*: OBAYASHI, S. *et al.* (Ed.). **Evolutionary Multi-Criterion Optimization**. Matsushima: Springer, 2007. p. 604–618.

KICINGER, R.; ARCISZEWSKI, T. Multiobjective evolutionary design of steel structures in tall buildings. *In*: **AIAA 1st Intelligent Systems Technical Conference**. Chicago: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2004.

KREMPSEER, E. *et al.* Performance evaluation of local surrogate models in differential evolution-based optimum design of truss structures. **Engineering Computations**, Emerald Publishing Limited, v. 34, n. 2, p. 499–547, 2017.

KRIPKA, M.; DREHMER, G. Geometric optimization of steel trusses with parallel chords. **Journal of Construction Engineering**, v. 1, n. 3, p. 129–138, 2018.

KUKKONEN, S.; LAMPINEN, J. Comparison of generalized differential evolution algorithm to other multi-objective evolutionary algorithms. *In*: **Proceedings of the 4th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS2004)**. Edinburgh: IEEE, 2004.

KUKKONEN, S.; LAMPINEN, J. An extension of generalized differential evolution for multi-objective optimization with constraints. *In*: SPRINGER. **Parallel Problem Solving from Nature-PPSN VIII: 8th International Conference. Proceedings 8**. Brimingham, 2004. p. 752–761.

KUKKONEN, S.; LAMPINEN, J. Gde3: The third evolution step of generalized differential evolution. *In*: IEEE. **2005 IEEE congress on evolutionary computation**. Edinburgh, 2005. v. 1, p. 443–450.

LAMPINEN, J. *et al.* De's selection rule for multiobjective optimization. **Lappeenranta University of Technology, Department of Information Technology, Tech. Rep**, p. 03–04, 2001.

LI, M.; ZHEN, L.; YAO, X. How to read many-objective solution sets in parallel coordinates [educational forum]. **IEEE Computational Intelligence Magazine**, IEEE, v. 12, n. 4, p. 88–100, 2017.

LIU *et al.* Multiobjective optimization for performance-based seismic design of steel moment frame structures. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, Wiley Online Library, v. 34, n. 3, p. 289–306, 2005.

LIU, M. Seismic design of steel moment-resisting frame structures using multiobjective optimization. **Earthquake Spectra**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 21, n. 2, p. 389–414, 2005.

MADAVAN, N. K. Multiobjective optimization using a pareto differential evolution approach. *In*: IEEE. **Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation. CEC'02 (Cat. No. 02TH8600)**. Honolulu, 2002. v. 2, p. 1145–1150.

MARTHA, L. **Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos**. Rio de Janeiro: Elsevier Brasil, 2010.

MCGUIRE, W. *et al.* **Matrix structural analysis**. New York: John wiley & sons, 2014.

MCKENNA, F.; FENVES, G. L. An object-oriented software design for parallel structural analysis. *In*: **Advanced technology in structural engineering**. Philadelphia: ASCE, 2000. p. 1–8.

MIRJALILI, S.; LEWIS, A. The whale optimization algorithm. **Advances in engineering software**, Elsevier, v. 95, p. 51–67, 2016.

PANAGANT, N.; BUREERAT, S.; TAI, K. A novel self-adaptive hybrid multi-objective meta-heuristic for reliability design of trusses with simultaneous topology, shape and sizing optimisation design variables. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 60, p. 1937–1955, 2019.

PAPADRAKAKIS *et al.* Multi-objective optimization of skeletal structures under static and seismic loading conditions. **Engineering Optimization**, Taylor & Francis, v. 34, n. 6, p. 645–669, 2002.

PARREIRAS, R.; VASCONCELOS, J. Decision making in multiobjective optimization aided by the multicriteria tournament decision method. **Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications**, Elsevier, v. 71, n. 12, p. e191–e198, 2009.

PAVLOVČIČ *et al.* Cost function analysis in the structural optimization of steel frames. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 28, n. 4, p. 286–295, 2004.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático**. Rio de Janeiro: Grupo Gen-LTC, 2000.

PRICE, K. *et al.* **Differential evolution: a practical approach to global optimization**. Berlin: Springer Science & Business Media, 2006.

RAFTOYIANNIS, I. G. The effect of semi-rigid joints and an elastic bracing system on the buckling load of simple rectangular steel frames. **Journal of Constructional Steel Research**, Elsevier, v. 61, n. 9, p. 1205–1225, 2005.

RAMIRES, F. B. *et al.* Genetic algorithm optimization of composite and steel endplate semi-rigid joints. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 45, p. 177–191, 2012.

RESENDE, C. H. *et al.* A comparative analysis of structural optimization of spatial steel frames considering different bracing systems. *In: Proceedings of the XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*. Foz do Iguaçu, Brasil: ABMEC, 2020.

RESENDE, C. H. *et al.* Global stability and natural frequencies of vibration in multi-objective optimization of 3d steel frames. *In: Proceedings of the XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*. Foz do Iguaçu, Brasil: ABMEC, 2020.

RESENDE, C. H. *et al.* Single and multi-objective optimization of spatial steel frame considering different bracing systems. *In: Proceedings of the PANACM 2021 - XLII Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*. Rio de Janeiro, Brasil: ABMEC, 2021.

RESENDE, C. H. *et al.* Tri-objective optimization of steel frames with the bracing system configuration as a design variable. *In: Proceedings of the XLIII Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*. Foz do Iguaçu, Brasil: ABMEC, 2022.

RESENDE, C. H. *et al.* Multi-objective structural optimization of spatial steel frames with column orientation and bracing system as design variables. **Advances In Computational Design**, Techno-Press, Ltd., v. 8, n. 4, p. 327–351, 2023.

RESENDE, C. H. *et al.* Automatic column grouping of 3d steel frames via multi-objective structural optimization. **Buildings**, MDPI, v. 14, n. 1, p. 191, 2024.

RESENDE, C. H.; LEMONGE, A. C.; MARTHA, L. F. Tri-objective optimization of 3d steel frames considering columns orientation and bracing system configuration as design variables. *In: Proceedings of the XLIV Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*. Porto, Portugal: ABMEC, 2023.

RICHARDSON, J. N. *et al.* Flexible optimum design of a bracing system for façade design using multiobjective genetic algorithms. **Automation in construction**, Elsevier, v. 32, p. 80–87, 2013.

SEABRA, J. M. P. Book. **UML - Unified Modelling Language: Uma Ferramenta para o Design de Software**. Rio de Janeiro: Ciencia Moderna, 2013. ISBN 9788539904518.

SIERRA, M. R.; COELLO, C. C. A new multi-objective particle swarm optimizer with improved selection and diversity mechanisms. **Technical Report of CINVESTAV-IPN**, <http://delta.cs.cinvestav.mx/~ccoello/techreports/evocinv-05-2004.pdf>, 2004.

SORIANO, H. L. **Introdução à dinâmica das estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

SRISOMPORN, S.; BUREERAT, S. Geometrical design of plate-fin heat sinks using hybridization of moea and rsm. **IEEE Transactions on components and packaging technologies**, IEEE, v. 31, n. 2, p. 351–360, 2008.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces: technical report tr-95-012. **International Computer Science, Berkeley, California**, 1995.

TANABE, R.; FUKUNAGA, A. Success-history based parameter adaptation for differential evolution. *In*: IEEE. **2013 IEEE congress on evolutionary computation**. Cancun, 2013. p. 71–78.

TANG *et al.* Evidence theory and differential evolution based uncertainty quantification for buckling load of semi-rigid jointed frames. **Sadhana**, Springer, v. 40, n. 5, p. 1611–1627, 2015.

TRANFIELD, D.; DENYER, D.; SMART, P. Towards a methodology for developing evidence-informed management knowledge by means of systematic review. **British journal of management**, Wiley Online Library, v. 14, n. 3, p. 207–222, 2003.

TU *et al.* Performance-based multi-objective collaborative optimization of steel frames with fuse-oriented buckling-restrained braces. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, Springer, v. 61, n. 1, p. 365–379, 2020.

VAZ, L. E.; PEREIRA, A.; MENEZES, I. F. M. **Programação Matemática: Teoria, Algoritmos e Aplicações na Engenharia**. Rio de Janeiro: PUC-RJ, 2012.

WANSASUEB, K. *et al.* Multiobjective meta-heuristic with iterative parameter distribution estimation for aeroelastic design of an aircraft wing. **Engineering with Computers**, Springer, p. 1–19, 2022.

WEAVER, W.; GERE, J. M. **Matrix analysis of framed structures**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990.

YANG, Y.-B.; SHIEH, M.-S. Solution method for nonlinear problems with multiple critical points. **AIAA journal**, v. 28, n. 12, p. 2110–2116, 1990.

YAZDI *et al.* Fuzzy multi-objective genetic algorithm in determination of optimum mid connection location of off-centre bracing system. *In: 2010 3rd International Conference on Advanced Computer Theory and Engineering*. Chengdu: IEEE, 2010. v. 3.

ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength pareto approach. **IEEE transactions on Evolutionary Computation**, IEEE, v. 3, n. 4, p. 257–271, 1999.

ZITZLER, E. *et al.* Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review. **IEEE Transactions on evolutionary computation**, IEEE, v. 7, n. 2, p. 117–132, 2003.

A

Análise matricial de pórticos espaciais

Os modelos estruturais abordados neste trabalho são os pórticos espaciais de aço, os quais se caracterizam como estruturas reticuladas tridimensionais sujeitas a todos os tipos de solicitações e deslocamentos (Figura A.1) possíveis em um elemento reticulado. Os pórticos espaciais são considerados o caso mais abrangente das estruturas reticuladas, uma vez que cada nó apresenta seis graus de liberdade, compostos por três translações e três rotações. Os elementos reticulados nesse tipo de estrutura são rigidamente conectados nos nós, o que permite a transmissão de esforços e a compatibilização de deslocamentos e rotações. Todas as formulações matriciais e implementações dos problemas seguem as diretrizes estabelecidas por Weaver e Gere (1990).

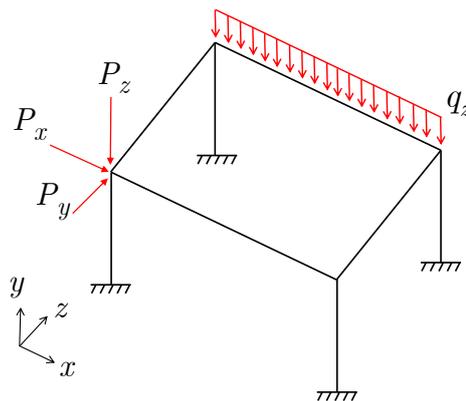


Figura A.1: Pórtico espacial genérico. Adaptado de Martha (2010).

A.1

Elemento de pórtico espacial

Um elemento representativo de um pórtico espacial i , com nós inicial j e final k , é apresentado com seus 12 graus de liberdade locais na Figura A.2. Nessa representação, x_m coincide com o eixo do próprio elemento, sendo direcionado do nó inicial para o nó final. Os eixos y_m e z_m são ortogonais e alinhados com os eixos principais de inércia da seção transversal, estabelecidos com um ângulo α de defasagem em relação aos eixos globais, o qual será introduzido posteriormente. Ao lidar com problemas que envolvem uma grande estrutura, composta por vários elementos com diversas orientações, é necessário adotar um sistema de eixos

globais, para o qual os graus de liberdade locais devem ser projetados (Figura A.3). Assim, as componentes das matrizes de rigidez locais de cada elemento devem ser submetidas a uma transformação linear de rotação para o referencial global da estrutura (WEAVER; GERE, 1990).

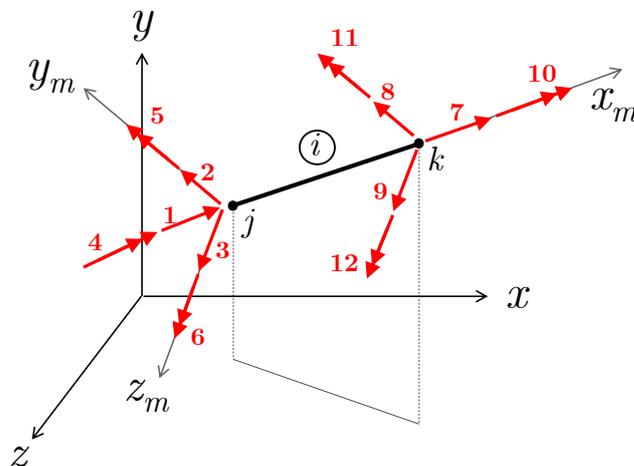


Figura A.2: Elemento de pórtico espacial no referencial local. Adaptado de Weaver e Gere (1990).

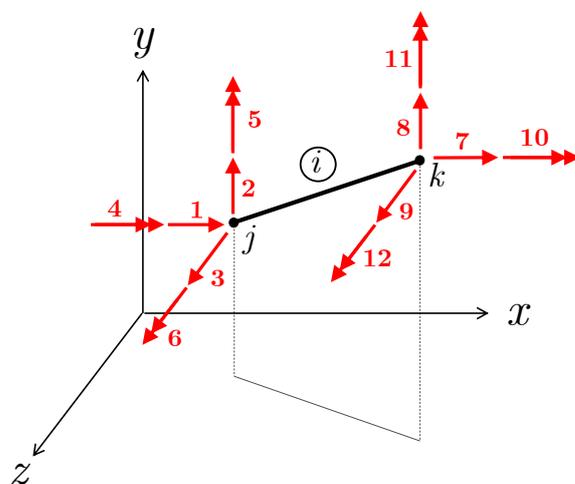


Figura A.3: Elemento de pórtico espacial no referencial global. Adaptado de Weaver e Gere (1990).

A matriz de rigidez elástica do elemento do pórtico espacial em coordenadas locais, denotada por K_{el} , é expressa pela Equação (A-1), onde E representa o módulo de elasticidade longitudinal do material, G é o módulo de elasticidade transversal, L é o comprimento do elemento, A é a área da seção transversal, I_x é a inércia à torção, e I_y e I_z são os momentos de inércia em torno dos eixos principais de menor e maior inércia, respectivamente.

$$\mathbf{K}_{el} = E \begin{bmatrix} \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} & 0 & -\frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} \\ & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ & & & \frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{4I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & \frac{2I_y}{L^2} & 0 \\ & & & & & \frac{4I_z}{L^2} & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2I_z}{L^2} \\ & & & & & & \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_x}{L^2} \\ & & & & & & & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{GI_x}{EL} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{4I_y}{L^2} & 0 \\ & & & & & & & & & & & \frac{4I_z}{L^2} \end{bmatrix} \quad (\text{A-1})$$

A.2

Matriz de rotação e referencial global

A matriz de rotação pode ser determinada de forma genérica com base na orientação dos eixos locais, os quais são definidos por meio de cossenos diretores e um ângulo de rotação da seção em torno do próprio eixo. Nas estruturas metálicas em geral, especialmente quando se empregam perfis duplamente simétricos, como os perfis I e H, os eixos principais de inércia, denominados localmente como y_m e z_m , estão contidos nos planos vertical ($x - y$) e horizontal ($x - z$), respectivamente. Entretanto, em um pórtico espacial de aço, uma barra pode ter seus eixos principais em quaisquer direções, rotacionados por um ângulo α em torno do eixo x_m . A matriz de rotação, conforme definida pela Equação (A-2), é obtida como resultado de três rotações sucessivas. A primeira consiste em uma rotação de um ângulo β em torno do eixo y , seguida por uma rotação de um ângulo γ em torno do eixo z_β , e, por fim, uma rotação de um ângulo α em relação ao eixo x_m . A Figura A.4 ilustra as três rotações sucessivas mencionadas anteriormente (WEAVER; GERE, 1990).

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\alpha \mathbf{R}_\gamma \mathbf{R}_\beta \quad (\text{A-2})$$

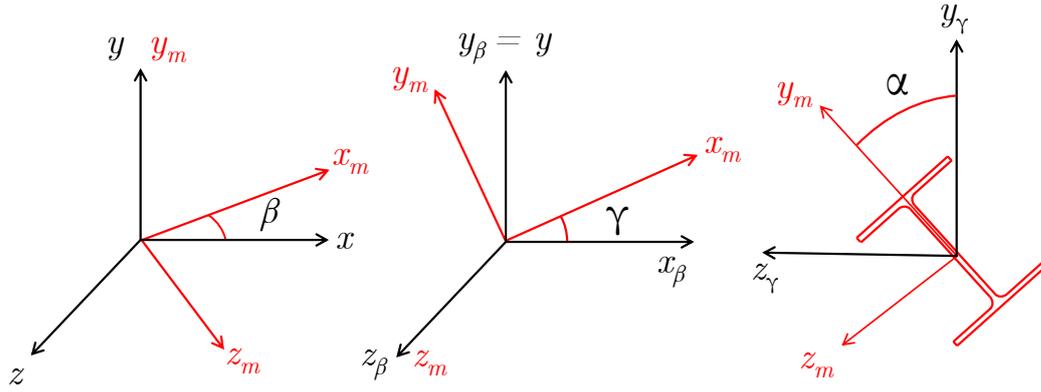


Figura A.4: Rotações sucessivas que compõem a transformação geral para uma rotação qualquer.

A matriz \mathbf{R} , obtida a partir da Equação (A-2), é expressa em termos dos cossenos diretores (C_x , C_y e C_z) e do ângulo α , como definido na Equação (A-3). Os cossenos diretores podem ser determinados diretamente com base nas coordenadas nodais e no comprimento L dos elementos, conforme apresentado nas Equações (A-4) e (A-5). Na formulação abordada neste estudo, o caso específico de elementos verticais ($C_x = 0$ e $C_z = 0$) é tratado de maneira distinta por meio da matriz de rotação \mathbf{R}_v , cuja descrição encontra-se na Equação (A-6). Detalhes sobre a obtenção das componentes dessa matriz estão descritos em Weaver e Gere (1990).

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} C_x & C_y & C_z \\ \frac{-C_x C_y \cos(\alpha) - C_z \sin(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & (\sqrt{C_x^2 + C_z^2}) \cos(\alpha) & \frac{-C_y C_z \cos(\alpha) + C_x \sin(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \\ \frac{C_x C_y \sin(\alpha) - C_z \cos(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} & -(\sqrt{C_x^2 + C_z^2}) \sin(\alpha) & \frac{C_y C_z \sin(\alpha) + C_x \cos(\alpha)}{\sqrt{C_x^2 + C_z^2}} \end{bmatrix} \quad (\text{A-3})$$

$$C_x = \frac{x_k - x_j}{L} \quad C_y = \frac{y_k - y_j}{L} \quad C_z = \frac{z_k - z_j}{L} \quad (\text{A-4})$$

$$L = \sqrt{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2 + (z_k - z_j)^2} \quad (\text{A-5})$$

$$\mathbf{R}_v = \begin{bmatrix} 0 & C_y & 0 \\ -C_y \cos(\alpha) & 0 & \sin(\alpha) \\ C_y \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (\text{A-6})$$

Como os elementos de pórticos espaciais possuem 12 graus de liberdade, a matriz de rotação aplicada à matriz de rigidez deve ter as mesmas dimensões. Para isso, a matriz de rotação \mathbf{R} é repetida a cada três graus de liberdade na diagonal de uma matriz de dimensões maiores, resultando na matriz de rotação total \mathbf{R}_T de dimensões 12x12, conforme definido na Equação (A-7). Com a matriz \mathbf{R}_T devidamente definida, torna-se possível determinar a matriz de rigidez elástica local do elemento \mathbf{K}_{eg} no sistema de coordenadas globais da estrutura, conforme expresso na Equação (A-8).

$$\mathbf{R}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (\text{A-7})$$

$$\mathbf{K}_{eg} = \mathbf{R}_T^T \mathbf{K}_{el} \mathbf{R}_T \quad (\text{A-8})$$

Após a avaliação da matriz de rigidez elástica de cada elemento no referencial global \mathbf{K}_{eg} , torna-se possível determinar a matriz de rigidez global de toda a estrutura \mathbf{K} . Essa matriz global, de dimensões $m \times m$, onde m corresponde ao número de nós multiplicado por 6 (os graus de liberdade por nó), é determinada por meio de um processo conhecido como *assembly*. Nesse processo, cada matriz de elemento contribui para os seus respectivos graus de liberdade, os quais estão mapeados na estrutura global. Uma vez que a matriz de rigidez global da estrutura é determinada, os deslocamentos nodais em coordenadas globais \mathbf{u} podem ser encontrados resolvendo o sistema descrito na Equação (A-9), onde \mathbf{f} representa o vetor de forças nas coordenadas globais.

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \mathbf{K}\mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \mathbf{K}^{-1}\mathbf{f} \end{aligned} \quad (\text{A-9})$$

A.3

Ações nas extremidades dos elementos

Para determinar os esforços solicitantes em uma estrutura reticulada, é necessário conhecer as ações nas extremidades de cada elemento da estrutura, bem como o carregamento aplicado nos nós. Para isso, inicialmente é preciso rotacionar o vetor de deslocamentos nodais obtidos em coordenadas globais (\mathbf{u}), utilizando a transformação de rotação descrita na Equação (A-10), a fim de determinar o vetor de deslocamentos nas extremidades de cada elemento em coordenadas locais (\mathbf{u}_{el}).

$$\mathbf{u}_{el} = \mathbf{R}_T \mathbf{u} \quad (\text{A-10})$$

As ações nas extremidades de cada elemento i , representadas por \mathbf{A}_{ei} , são obtidas através do produto da matriz de rigidez do elemento no referencial local \mathbf{K}_{el} pelo vetor de deslocamentos em coordenadas locais \mathbf{u}_{el} , acrescido de uma parcela que engloba os esforços de reação devido a cargas aplicadas ao longo do elemento, conhecidos como ações de engastamento perfeito \mathbf{A}_{el_i} . A expressão matricial que calcula as ações nas extremidades dos membros é descrita pela Equação (A-11).

$$\mathbf{A}_{ei} = \mathbf{A}_{el_i} + \mathbf{K}_{el} \mathbf{u}_{el} \quad (\text{A-11})$$

A.4 Análise dinâmica

A Equação (A-12) descreve o equilíbrio de sistemas dinâmicos discretizados, onde $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}$, $\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}$ e $\mathbf{K}\mathbf{u}$ representam, respectivamente, as forças inerciais, as forças de amortecimento e as forças elásticas. As forças inerciais são obtidas multiplicando-se a matriz de massa \mathbf{M} pelo vetor de aceleração $\ddot{\mathbf{u}}$, as forças de amortecimento são obtidas multiplicando-se a matriz de amortecimento \mathbf{C} pelo vetor de velocidade $\dot{\mathbf{u}}$, e as forças elásticas, conforme discutido anteriormente (Equação (A-9)), são calculadas aplicando-se a matriz de rigidez \mathbf{K} ao vetor de deslocamentos \mathbf{u} . O vetor de forças \mathbf{f} representa as forças externas de excitação que atuam na estrutura (CLOUGH; PENZIEN, 1995).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (\text{A-12})$$

Para determinar as frequências naturais de uma estrutura em vibrações livres, é necessário desconsiderar as parcelas da equação matricial de equilíbrio referentes às forças de amortecimento e às forças de excitação. Isso leva à redução da Equação (A-12) para a Equação (A-13).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (\text{A-13})$$

A determinação das frequências naturais de vibração da estrutura se resume a resolver o problema de autovalor e autovetor descrito na Equação (A-14). Este problema de autovalor, para um sistema estrutural com n graus de liberdade, resulta em n pares de soluções (ω_1^2, Φ_1) , (ω_2^2, Φ_2) , ..., (ω_n^2, Φ_n) , onde os autovalores correspondem às frequências naturais de vibração (ω_i) associadas aos autovetores que representam os modos de vibração da estrutura (Φ_i) com $i = 1, 2, \dots, n$ (BATHE, 1996).

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) \Phi_i = 0 \quad (\text{A-14})$$

A matriz de massa consistente do elemento de pórtico no referencial local (\mathbf{M}_{el}) é calculada segundo a Equação (A-15). Onde \mathbf{N} é a matriz de funções

de forma, ρ é a massa específica do material, A a área da seção transversal e L o comprimento do elemento. O resultado da matriz de um elemento genérico já determinada é expresso na Equação (A-16), onde I_x é a inércia à torção do elemento (COOK *et al.*, 2002).

$$\mathbf{M}_{el} = \int_0^L \mathbf{N}^T \mathbf{N} A \rho dx \quad (\text{A-15})$$

$$\mathbf{M}_{el} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L \\ & & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ & & & \frac{140I_x}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{70I_x}{A} & 0 & 0 \\ & & & & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ & & & & & 4L^2 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ & & & & & & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L \\ & & & & & & & & 156 & 0 & 22L & 0 \\ & & & \text{sim.} & & & & & & \frac{140I_x}{A} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 4L^2 & \\ & & & & & & & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A-16})$$

As mesmas matrizes de transformação utilizadas na matriz de rigidez são empregadas para avaliar a matriz de massa do elemento nas coordenadas globais da estrutura, denotada por \mathbf{M}_{eg} (Equação (A-17)). De maneira análoga à geração da matriz de rigidez global (\mathbf{K}), é possível obter a matriz de massa global da estrutura (\mathbf{M}) por meio do *assembly* das matrizes locais, as quais são mapeadas conforme os graus de liberdade globais. Com a matriz de massa e de rigidez da estrutura em mãos, é possível resolver o problema de autovalor generalizado (Equação (A-14)) para determinar as frequências e os modos naturais de vibração.

$$\mathbf{M}_{eg} = \mathbf{R}_T^T \mathbf{M}_{el} \mathbf{R}_T \quad (\text{A-17})$$

A.5 Análise da estabilidade global

A análise da estabilidade global de estruturas reticuladas tem como objetivo calcular os efeitos de segunda ordem e os fatores de carga crítica que, quando multiplicados pelo carregamento atuante, podem levar a estrutura a um modo de instabilidade ou flambagem. Para isso, é necessária uma análise elástica de segunda ordem, na qual os efeitos dos deslocamentos e deformações da estrutura são considerados na formulação da equação de equilíbrio (Equação (A-18)), resultando em uma modificação na matriz de rigidez global da estrutura

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_G) d\Delta = df \quad (\text{A-18})$$

A matriz de rigidez geométrica \mathbf{K}_G representa a variação na rigidez da estrutura devido aos efeitos dos deslocamentos e deformações considerados. Os vetores $d\Delta$ e df representam, respectivamente, os vetores de deslocamentos e cargas incrementais. Para determinar os fatores de carga crítica de flambagem elástica, é necessário considerar a equação de equilíbrio no estado crítico em sua forma de problema de autovalor generalizado (Equação (A-19)), similar ao problema das frequências naturais de vibração para análise dinâmica.

Para resolver o problema de autovalor, a matriz de rigidez geométrica é avaliada para um dado carregamento de referência \mathbf{P}_{ref} , do qual se assume que a distribuição de esforços internos gerados leva à carga crítica \mathbf{P}_{crit} . Em outras palavras, qualquer redistribuição de esforços entre o carregamento de referência e a carga crítica é desconsiderada. Por esse motivo, essa abordagem também é conhecida como análise de estabilidade linearizada (MCGUIRE *et al.*, 2014).

A matriz de rigidez geométrica do elemento de pórtico espacial em coordenadas locais (\mathbf{K}_{Gel}), conforme detalhado por McGuire *et al.* (2014), é apresentada na Equação (A-20), onde T e L representam, respectivamente, o esforço axial atuante na barra e o comprimento da mesma. Logicamente, a matriz local precisa passar pelos mesmos processos de transformação de rotação e *assembly* mencionados anteriormente para gerar a matriz de rigidez geométrica global da estrutura \mathbf{K}_G .

$$(\mathbf{K} + \lambda\mathbf{K}_G)\Delta = 0 \quad (\text{A-19})$$

$$\mathbf{K}_{Gel} = \frac{T}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} \\ \frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 \\ \frac{I_t}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{I_t}{A} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2L^2}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & \frac{6}{5} & 0 & 0 & -\frac{L}{10} & 0 \\ & & & & & & \frac{6}{5} & 0 & \frac{L}{10} & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{I_t}{A} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (\text{A-20})$$