

# Série dos Seminários de Acompanhamento à Pesquisa

**DEI**  
DEPARTAMENTO  
DE ENGENHARIA  
INDUSTRIAL

Número 42 | 09 2022

## Otimização de bid de gerador hidroelétrico usando Regras de Decisão Linear

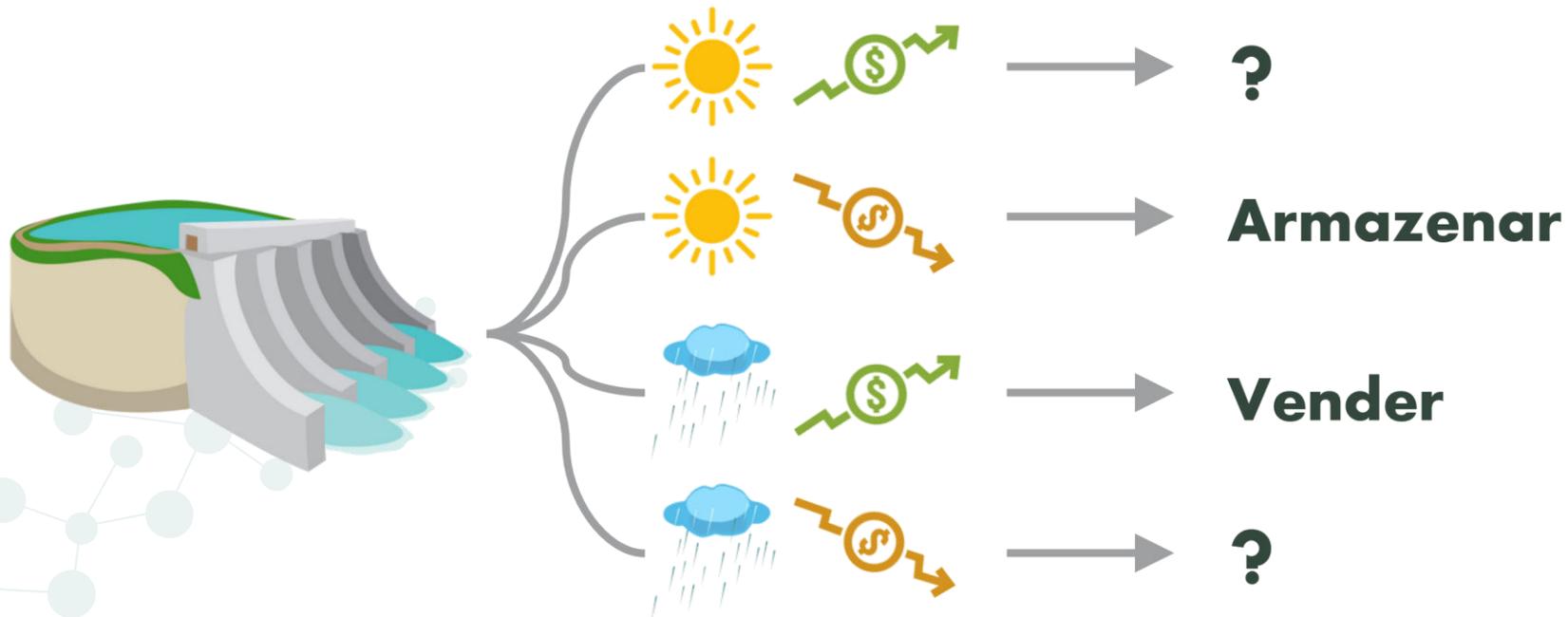
Autor:

Ana Beatriz Carvalho Werlang



# Motivação

- Um problema conhecido do setor elétrico é estimar o valor futuro da água e decidir se deve gerar com os recursos hídricos ou armazenar a água.
- Em um ambiente competitivo de mercados por oferta, os geradores devem desenvolver estratégias de bid (oferta) que maximizem suas receitas.



# Objetivo e premissas de modelagem

## Objetivo

- Definir um modelo para encontrar a oferta ideal de energia para uma usina hidrelétrica, de modo a:
  - **Maximizar o lucro esperado**
  - Garantir que a oferta é tecnicamente viável
- As **incertezas de preços e hidrologia** são introduzidas através de cenários.

## Premissas

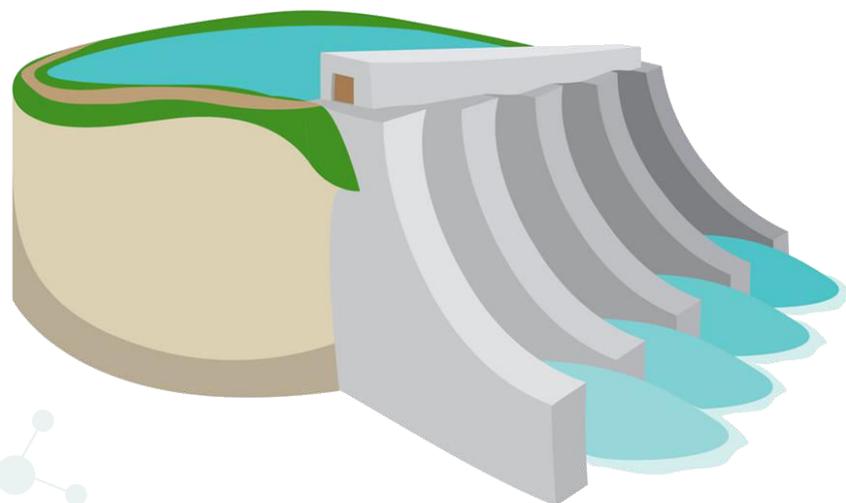
- O gerador é **price taker** e, portanto, seu bid não modifica os preços do mercado
  - Os preços de mercado são considerados variáveis exógenas
- O nível de produtividade não muda com o nível do reservatório

# Modelagem

## Cenários combinados



## Características do gerador



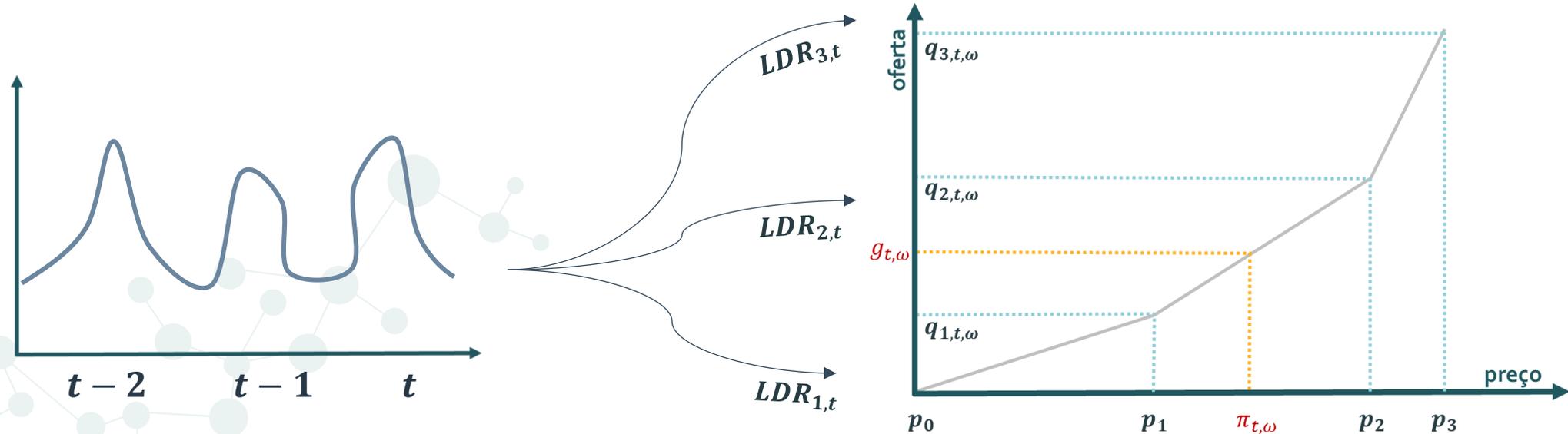
## Bid ideal (quantidade)



# Modelagem

- Para cada tempo  $t$  e cenário  $\omega$ , estimamos uma curva de oferta  $q_i$  em função de uma LDR nos preços e afluências passadas. Então, para cada preço sorteado  $\pi_{t,\omega}$  calculamos a geração  $g_{t,\omega}$  em função da seguinte curva:

$$g_{t,\omega} = q_{i(\omega),t,\omega} + \frac{q_{i(\omega)+1,t,\omega} - q_{i(\omega),t,\omega}}{p_{i(\omega)+1} - p_{i(\omega)}} (\pi_{t,\omega} - p_{i(\omega)})$$



# Modelagem

Modelagem  
não  
regularizada

Estima benchmarks  
para normalização

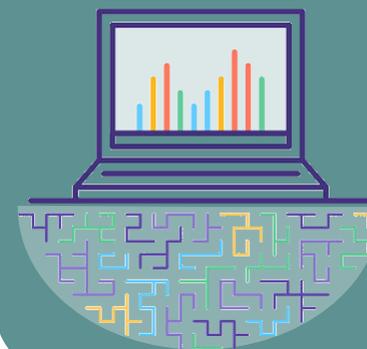
**Política**



**500**  
cenários

Define a regra de decisão

**Simulação**



**2,000**  
cenários

Testa a regra de decisão

# Modelagem – Passo 1: Não-Regularizado

Função Objetivo

$$\max_{\Theta} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{t \in T} \pi_{t,\omega} * g_{t,\omega}$$

# Modelagem – Passo 1: Não-Regularizado

## Função Objetivo

$$\max_{\Theta} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{t \in T} \pi_{t,\omega} * g_{t,\omega}$$

## Variáveis de Decisão em $\Theta$

$g_{t,\omega} \geq 0$  é a geração/bid no tempo  $t$  e cenário  $\omega$

$v_{t,\omega} \geq 0$  é o volume de água no reservatório no tempo  $t$  e cenário  $\omega$

$u_{t,\omega} \geq 0$  é a liberação de água do reservatório para o gerador (turbinamento) no tempo  $t$  e cenário  $\omega$

$q_{i,t,\omega} \geq 0$  é a quantidade ofertada no tempo  $t$  e cenário  $\omega$  para a discretização  $i$

$s_{t,\omega} \geq 0$  é o vertimento de água do reservatório no tempo  $t$  e cenário  $\omega$

$rev_{t,\omega} \geq 0$  é a receita do gerador no tempo  $t$  e cenário  $\omega$

$\alpha_{i,t}$  é a variável auxiliar LDR de intercepto para a discretização  $i$

$\beta_{i,t,j}$  é a variável auxiliar LDR para o preço para a discretização  $i$

$\gamma_{i,t,j}$  é a variável auxiliar LDR para a vazão para a discretização  $i$

$$\forall t \in T, \forall \omega \in \Omega$$

# Modelagem – Passo 1: Não-Regularizado

## Função Objetivo

$$\max_{\Theta} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{t \in T} \pi_{t,\omega} * g_{t,\omega}$$

## Variáveis Auxiliares

$\rho$  é a produtividade do gerador

$V_+$  é o limite máximo de capacidade do reservatório

$V_-$  é o limite mínimo de capacidade do reservatório

$V_i$  é o nível inicial do reservatório

$V_f$  é o nível final do reservatório

$G_+$  é o limite máximo de geração

$G_-$  é o limite mínimo de geração

$U_+$  é o limite máximo de turbinamento

$U_-$  é o limite mínimo de turbinamento

$$\forall t \in T, \forall \omega \in \Omega$$

# Modelagem – Passo 1: Não-Regularizado

## Função Objetivo

$$\max_{\Theta} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{t \in T} \pi_{t,\omega} * g_{t,\omega}$$

## Incerteza

$P_{\omega}$  é a probabilidade de cenário  $\omega$

$\pi_{t,\omega}$  é o preço do cenário  $\omega$  no tempo  $t$

$w_{t,\omega}$  é a vazão do cenário  $\omega$  no tempo  $t$

$$\forall t \in T, \forall \omega \in \Omega$$

# Modelagem – Passo 1: Não-Regularizado

## Função Objetivo

$$\max_{\Theta} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{t \in T} \pi_{t,\omega} * g_{t,\omega}$$

## Restrições

$$\text{Volume inicial}(\mathbf{t}, \omega): v_{0,\omega} = V_0$$

$$\text{Volume final}(\mathbf{t}, \omega): v_{T,\omega} = V_f$$

$$\text{Volume máximo}(\mathbf{t}, \omega): v_{t,\omega} \leq V_+$$

$$\text{Volume mínimo}(\mathbf{t}, \omega): v_{t,\omega} \geq V_-$$

$$\text{Descarga máxima}(\mathbf{t}, \omega): u_{t,\omega} \leq U_+$$

$$\text{Descarga mínima}(\mathbf{t}, \omega): u_{t,\omega} \geq U_-$$

$$\text{Geração máxima}(\mathbf{t}, \omega): g_{t,\omega} \leq G_+$$

$$\text{Geração mínima}(\mathbf{t}, \omega): g_{t,\omega} \geq G_-$$

$$\forall t \in T, \forall \omega \in \Omega$$

# Modelagem – Passo 1: Não-Regularizado

## Função Objetivo

$$\max_{\Theta} \sum_{\omega \in \Omega} \sum_{t \in T} \pi_{t,\omega} * g_{t,\omega}$$

## Restrições

$$\text{Balanço hídrico}(t, \omega): v_{t,\omega} = v_{t-1,\omega} + w_{t,\omega} - (u_{t,\omega} + s_{t,\omega})$$

$$\text{Linear Decision Rule}(i, t, \omega): q_{i,t,\omega} = \alpha_{i,t} + \sum_{j \in [L]} (\beta_{i,t,j} \pi_{t-j,\omega} + \gamma_{i,t,j} w_{t-j,\omega})$$

$$\text{Geração hidro}(t, \omega): g_{t,\omega} = q_{i(\omega),t,\omega} + \frac{q_{i(\omega)+1,t,\omega} - q_{i(\omega),t,\omega}}{p_{i(\omega)+1} - p_{i(\omega)}} (\pi_{t,\omega} - p_{i(\omega)})$$

$$\text{Geração hidro 2}(t, \omega): g_{t,\omega} = \rho u_{t,\omega}$$

$$\text{Oferta crescente: } q_{i+1,t,\omega} \geq q_{i,t,\omega}$$

$$\text{Oferta inicial: } q_{1,t,\omega} = 0$$

$$\text{Oferta máxima: } q_{N,t,\omega} \leq G_+$$

$$\forall t \in T, \forall \omega \in \Omega$$

# Modelagem – Passo 2: Política

## Função Objetivo

$$\max_{\Theta} \frac{\sum_{\omega \in \Omega} \sum_{t \in T} \pi_{t,\omega} * g_{t,\omega}}{\Omega \overline{Rev}_{nr}} - \lambda_1 * \left( \lambda_2 * \sum_{i,t,j} aux\beta + \frac{1}{1+|\beta_{nr}|} + aux\gamma + (1 - \lambda_2) * 0.5 * \sum_{i,t,j} aux\beta^2 + \frac{1}{1+|\beta_{nr}^2|} + aux\gamma^2 \right)$$

## Restrições

$$Aux\beta(i, t, j): aux\beta_{i,t,j} = |\beta_{i,t,j}|$$

$$Aux\gamma(i, t, j): aux\gamma_{i,t,j} = |\gamma_{i,t,j}|$$

$$\forall t \in T, \forall \omega \in \Omega$$

# Modelagem – Passo 3: Simulação

## Função Objetivo

$$\max_{\Theta} \pi * g - \lambda_1 * \sum_i folga_i - \lambda_s * spill$$

## Restrições

Para cada tempo  $t$  e cenário  $\omega$  temos:

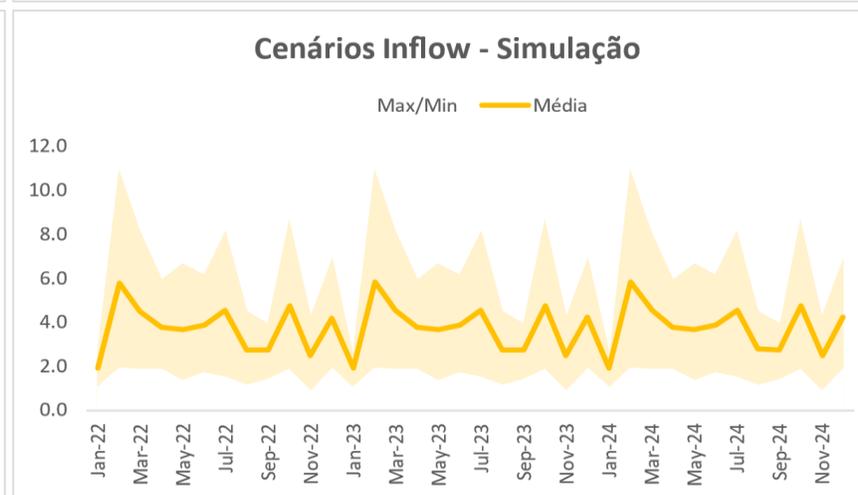
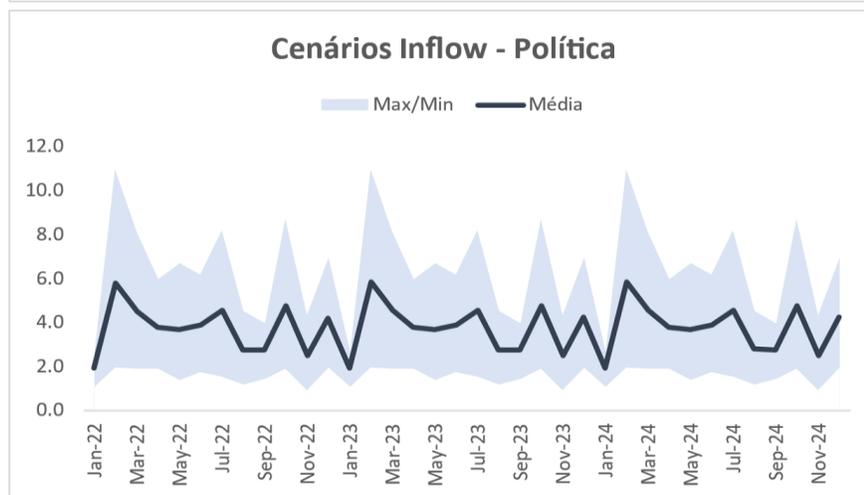
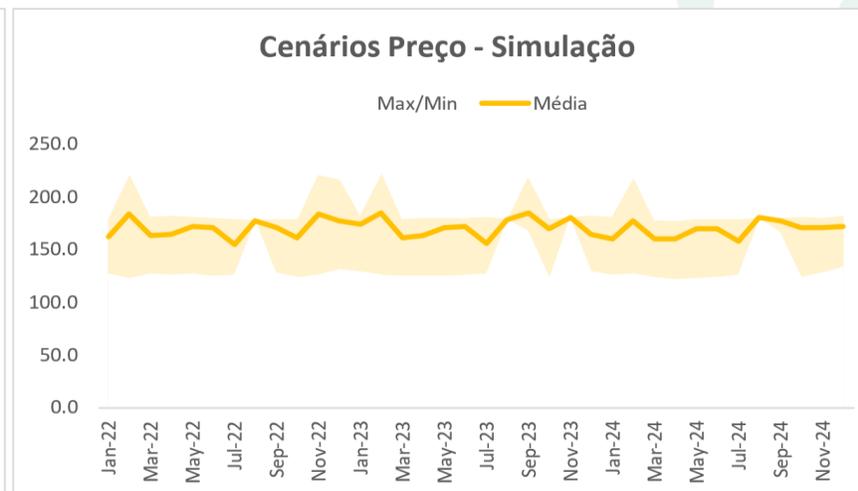
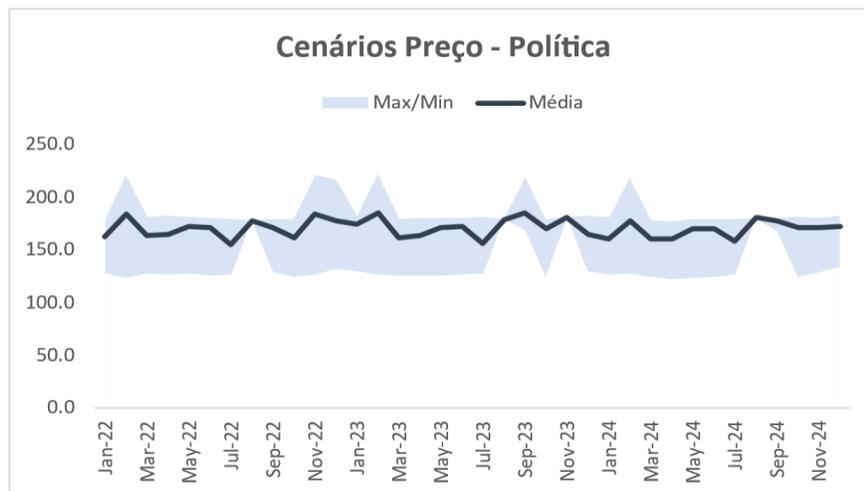
$$\mathbf{Folga}(i): folga_i = q_i - \alpha * \sum_{i,t,j} \beta_{opt} * \pi_{t-j,s} + \gamma_{opt} * wS_{t-j,s}$$

$$\forall t \in T, \forall \omega \in \Omega$$

# Modelagem – Exemplo

- Hidroelétrica 14 de Julho no Sul do Brazil
  - Capacidade instalada = 100 MW
  - $V_+ = 55 \text{ h}^3$
  - $V_- = 0 \text{ h}^3$
  - $\rho = 1$
  - $Q_+ = G_+ = \text{Capacidade instalada}$
  - $V_0 = V_f = \text{média}(V_-, V_+) = 22,5 \text{ h}^3$
- Análise do período de 3 ano em etapas mensais

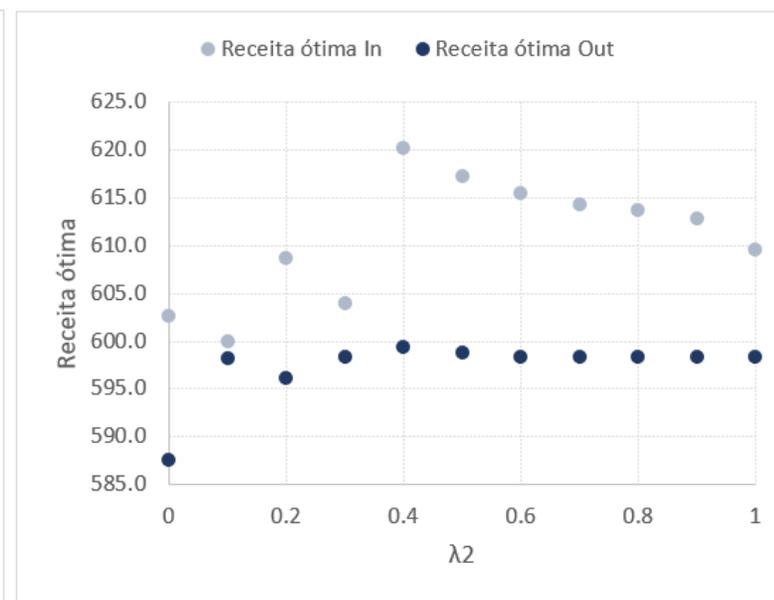
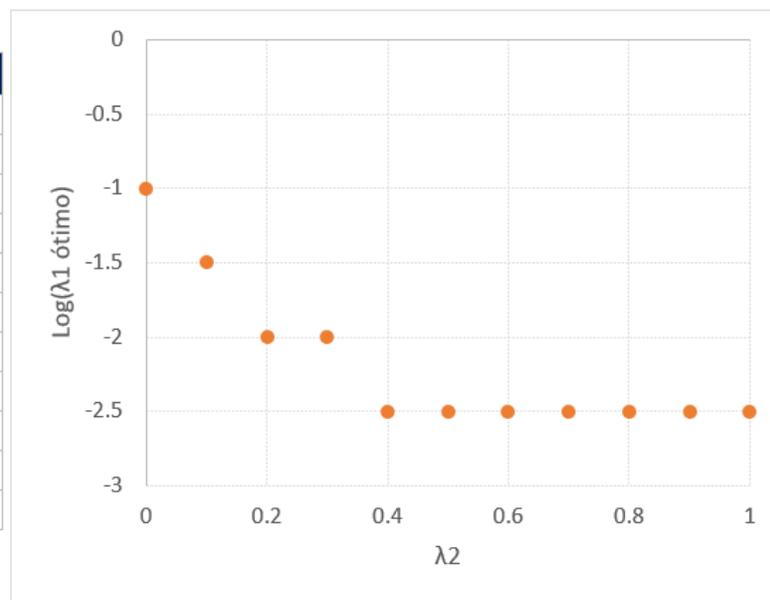
# Dados de entrada



# Testamos diferentes valores de $\lambda_2$

Testamos diferentes valores de  $\lambda_2$  (ponderação da componente linear na fórmula de regularização quadrática) e encontramos o  $\lambda_1$  (peso do componente de regularização) ótimo para ele:

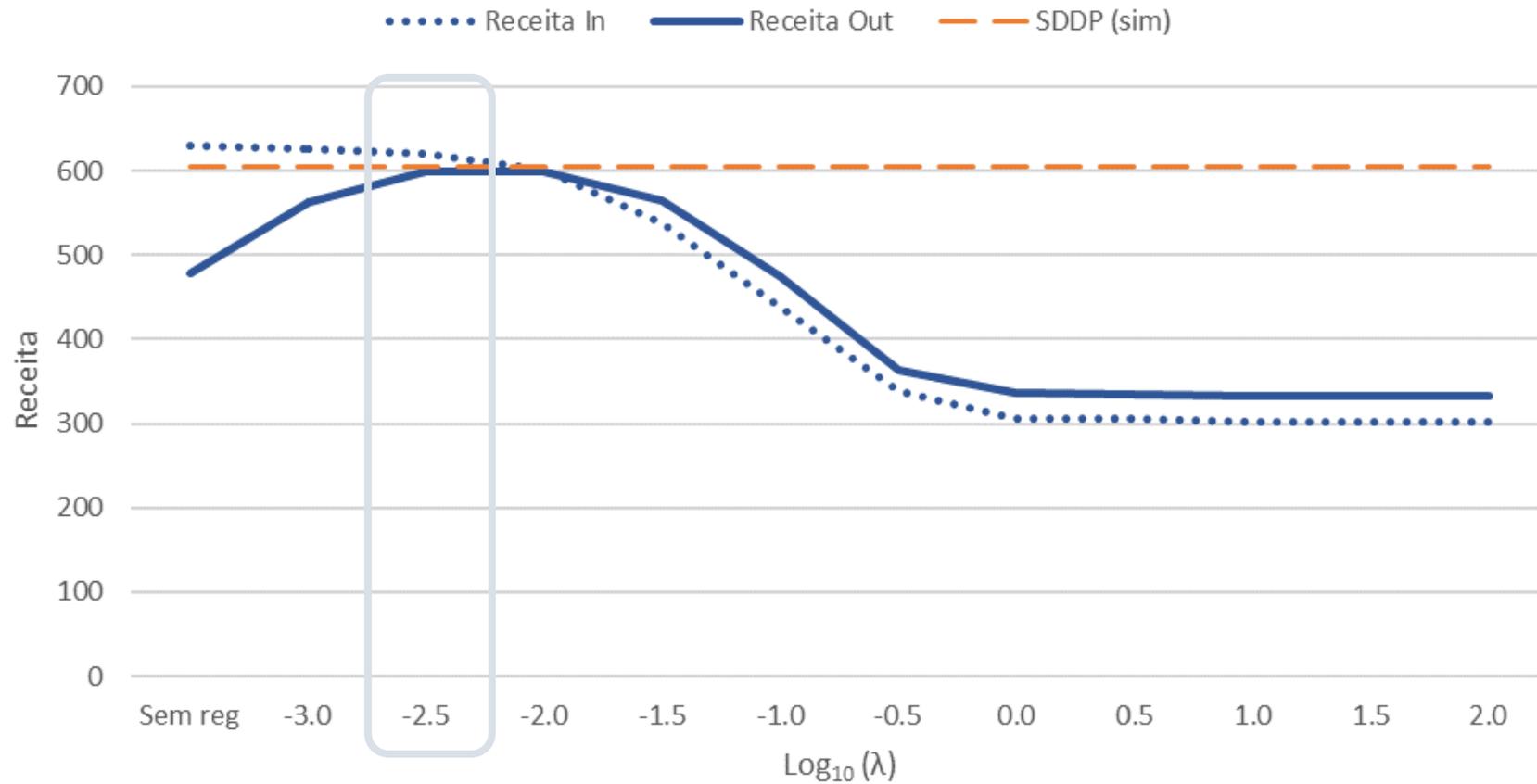
$\lambda_2$	$\text{Log}(\lambda_1 \text{ ótimo})$	Receita ótima In	Receita ótima Out
0	-1	602.6	587.6
0.1	-1.5	599.9	598.3
0.2	-2	608.7	596.1
0.3	-2	604.0	598.3
0.4	-2.5	620.3	599.4
0.5	-2.5	617.3	598.8
0.6	-2.5	615.5	598.4
0.7	-2.5	614.3	598.4
0.8	-2.5	613.8	598.4
0.9	-2.5	612.8	598.4
1	-2.5	609.6	598.3



A combinação que maximiza a receita (in sample e out sample) é  $\lambda_2 = 0.4$  e  $\text{log}(\lambda_1) = -2.5$

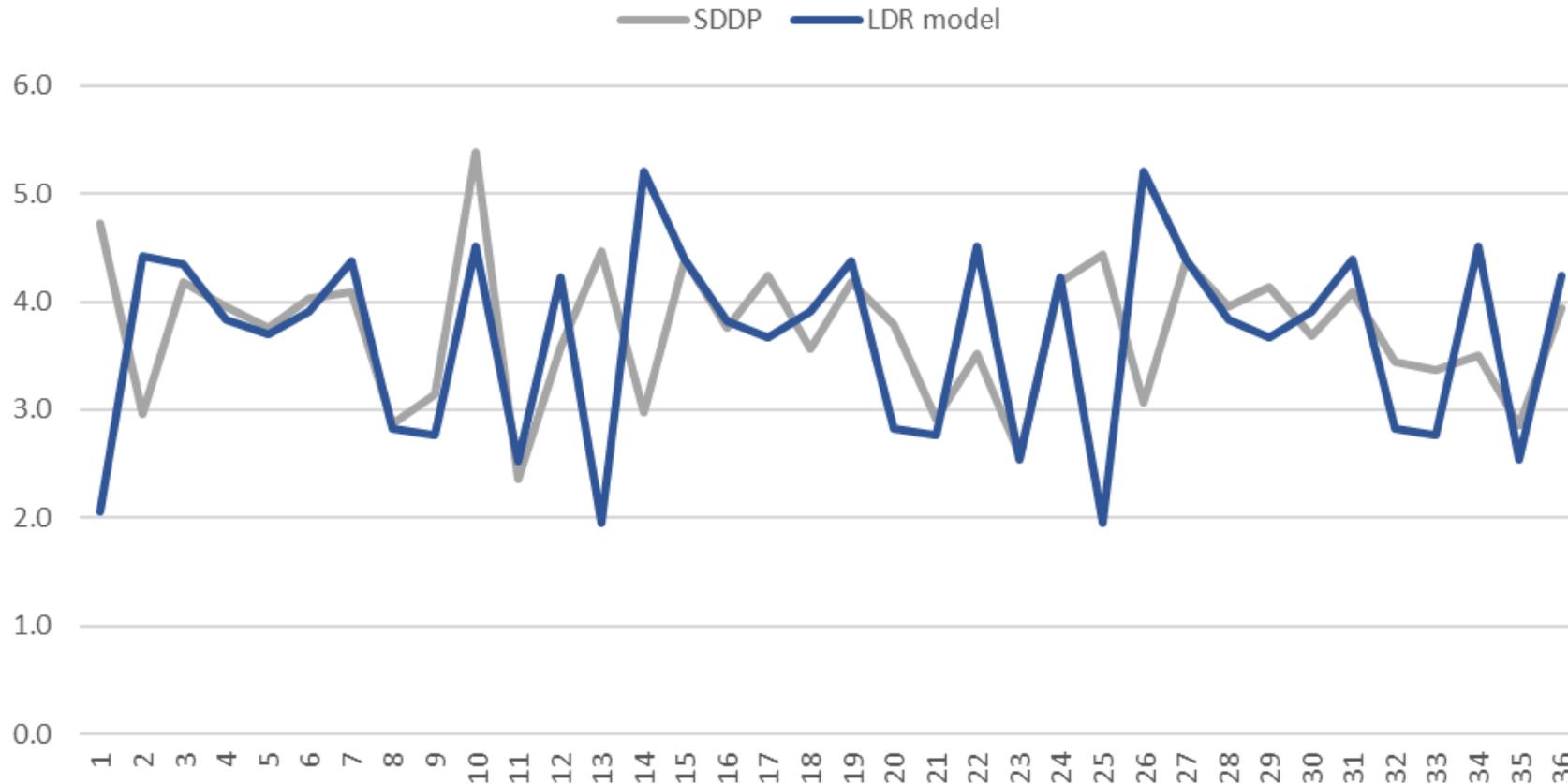
# Resultados - Receita

Receita para diferentes  $\lambda_1$  e  $\lambda_2 = 0.4$  versus receita na simulação do sistema:



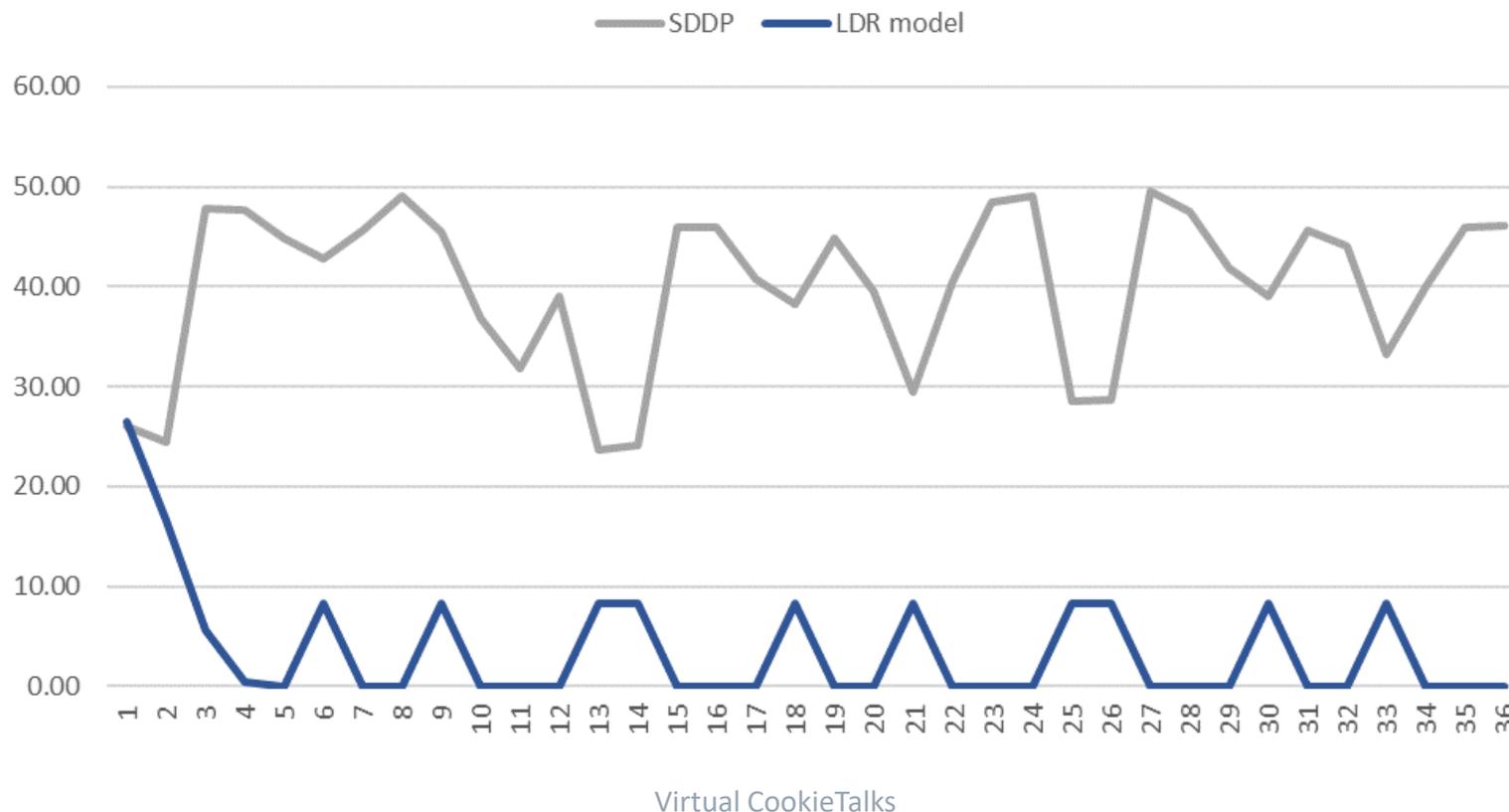
# Resultados - Geração

A geração resultante tem um comportamento similar ao do modelo que otimiza todo o sistema:



# Resultados – Gestão do reservatório

Apesar dos resultados de geração e receita bastante similares, a gestão de volume do reservatório no modelo LDR é mais agressiva que no modelo sistêmico. Isso poderia ser corrigido utilizando métricas de aversão à risco.



# Resultados – Impacto do Preço

As tabelas apresentam os valores médios de  $\beta$  e a contagem de  $\beta$  não-nulos para cada etapa  $i$  da curva e cada lag  $j$ .

**Average**

I/Lag	0	1	2	3	4	5	6
1	-3.0%	-0.6%	-0.7%	-0.8%	-0.5%	-0.5%	-0.3%
2	-3.2%	-47.7%	-0.5%	-0.5%	-0.5%	-0.8%	-0.7%
3	-3.2%	-0.4%	-0.7%	-1.0%	-0.6%	-0.5%	-0.7%
4	-3.2%	-0.4%	-0.7%	-0.4%	-0.6%	-0.4%	-0.7%
5	-3.1%	-0.5%	-0.7%	-1.8%	-0.3%	-0.5%	-0.7%
6	-3.3%	-0.4%	-0.1%	-0.8%	-0.9%	-0.7%	-0.7%
7	-3.3%	-0.6%	-0.1%	-0.7%	-0.9%	-0.6%	-0.7%
8	-3.2%	-0.6%	-0.1%	-0.8%	-0.9%	-0.6%	-0.7%
9	0.9%	-44.8%	20.5%	-4.4%	-1.0%	-0.3%	-0.4%
10	-3.7%	-0.4%	-0.4%	-0.3%	-0.8%	-0.9%	-0.4%

**Count != 0**

I/Lag	0	1	2	3	4	5	6
1	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00
2	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00
3	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00
4	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00
5	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00
6	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00
7	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00
8	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00
9	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00
10	36.00	35.00	34.00	33.00	32.00	31.00	30.00

Os  $\beta$  nunca são nulos, mas de forma geral temos valores de magnitude bem pequena e quase sempre negativos (como esperado), variando em média entre 0% e -6%. Quanto maior o lag, menor tende a ser a influência do preço.

# Otimização de bid hidroelétrico usando LDR



Apresentação Intermediária do Projeto de Fim de curso

Aluna: Ana Beatriz Carvalho Werlang

Contato: [anabeatriz@psr-inc.com](mailto:anabeatriz@psr-inc.com)

Orientador: Davi Valladão