



João Paulo Araujo Alves

**Extensão das metodologias das tensões equivalentes de
Goodman, Gerber e Soderberg no regime de fadiga de
altíssimo ciclo**

PROJETO DE GRADUAÇÃO

Projeto de graduação apresentado ao Departamento de Engenharia
mecânica PUC-RIO

Orientador: Prof. Marcos Venicius Soares Pereira

Coorientadora: Maria Clara Carvalho Teixeira

Rio de Janeiro

Junho de 2024

Agradecimento

Agradeço em primeiro lugar a Deus pela oportunidade de viver e aproveitar as oportunidades da vida.

Agradeço minha avó Maria José por me apoiar em todas as minhas decisões.

Agradeço minha noiva Bruna Lander por todos esses anos de alegria, amor, suporte e parceria.

Agradeço minha mãe Claudia Alves e minha irmã Lorena Araujo por me apoiarem.

Agradeço minha sogra Angelica por me apoiar como filho.

Agradeço ao meu orientador Prof. Marcos Venicius por todo conhecimento orientação e oportunidade.

Agradeço a minha coorientadora Maria Clara pela amizade e todo suporte e conhecimento que obtive nesses anos que trabalhamos juntos.

Agradeço aos amigos Tiago Castro e Rodrigo Lazzarotto por toda parceria acadêmica e gentileza para partilhar seus conhecimentos.

Agradeço a PUC-Rio por minha formação.

Agradeço, por fim, a todos os amigos que adquiri e o empenho dos professores em tornar o ensino da PUC-RIO excelência.

Resumo

Alves, João Paulo Araujo; Pereira, Marcos Venicius Soares (Orientador); Teixeira, Maria Clara Carvalho (Coorientadora). **Extensão das metodologias das tensões equivalentes de Goodman, Gerber e Soderberg no regime de fadiga de altíssimo ciclo.** Rio de Janeiro, 2024, p.46. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Neste trabalho foram avaliadas as possibilidades da aplicação da proposta de Goodman, Gerber e Soderberg para equivalências entre tensões em carregamentos não reversíveis e totalmente reversíveis.

Corpos de prova do aço estrutural DIN 34CrNiMo6 foram usinadas com geometrias em conformidade com passagem de ondas ultrassônicas pelas amostras. Em sequência estes corpos de prova foram submetidos à duas séries distintas de carregamento; uma com tensão média diferente de zero (carregamento não reversível) e outra com tensões equivalentes para tensão média igual a zero (carregamento totalmente reversível).

Os resultados mostraram que o modelo de Goodman apresentou uma maior aplicabilidade para Mega e Giga ciclos de carregamentos (10^6 - 10^9 ciclos), seguido do modelo de Soderberg e, por fim, Gerber.

Palavras-chave

Ultralonga vida em fadiga; carregamentos não reversíveis; carregamentos reversíveis; tensão média

Abstract

Alves, João Paulo Araujo; Pereira, Marcos Venicius Soares (Advisor); Teixeira, Maria Clara Carvalho (Co-advisor). **Extension of Goodman, Gerber and Soderberg equivalent stress methodologies in the ultra-high cycle fatigue regime**. Rio de Janeiro, 2024, p.46. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

This work, evaluated the applicability of Goodman, Gerber and Soderberg proposal for equivalent stresses in non-reversible and fully reversible loads were evaluated.

Specimens of DIN 34CrNiMo6 structural steel were machined with geometries in accordance with the passage of ultrasonic waves through the samples. Subsequently, these specimens were subjected to two distinct loading series; one with non-zero mean stress (non-reversed stress) and another with equivalent stresses for mean stress equal to zero (completely reversed stress).

The results indicated that Goodman's model has a higher applicability for Mega and Giga load cycles (10^6 - 10^9 cycles), followed by Soderberg's model and, finally, Gerber's.

Keywords

Ultra-long fatigue life; non-reversed stress; reversed stress; mean stress

Sumário

1 Introdução.....	10
2 Revisão bibliográfica	12
2.1 Fadiga	12
2.3 Projeto de corpo de prova para ensaios ultrassônicos.....	21
2.4 Efeito da tensão média em fadiga	22
3 Material e procedimento experimental	25
3.1 Material.....	25
3.2 Geometria do corpo de prova.	26
3.3 Ensaios de fadiga de altíssimo ciclo	27
3.4 Determinação das tensões de ensaios	31
3.4.1 Série 1	31
3.4.2 Série 2	32
3.5 Número de ciclos por ensaio.....	32
4 Resultados e discussões.....	33
4.1 Avaliação da equivalência de Goodman	33
4.2 Diagramas de Haigh.....	38
5 Conclusão	42
6 Referências bibliográficas.....	44

Lista de Figuras

Figura 1: Esquema de nucleação a partir de um concentrador de tensão [6]

Figura 2: Esquema de nucleação a partir do movimento das bandas de deslizamento [6]

Figura 3: Esquema de nucleação a partir do movimento das bandas de deslizamento [8]

Figura 4: Gráfico do método de Wöhler [8]

Figura 5: Tempo de teste para ensaios ultrassônico [11]

Figura 6: Set-up do teste ultrassônico de fadiga demonstrando a distribuição tensão-deslocamento durante o carregamento do corpo prova a 20 kHz [20]

Figura 7: Projeto de espécimes de Bathias [9]

Figura 8: Efeito da tensão média sobre a vida em fadiga [3]

Figura 9: Modelos de Goodman, Soderberg e Gerber [adaptado de [3]]

Figura 10: Diagrama de Haigh [8]

Figura 11: Geometria do corpo de prova ampulheta para ensaios $R = -1$

Figura 12: Geometria do corpo de prova ampulheta para ensaios $R \neq -1$

Figura 13: Equipamento de ensaios ultrassônico em fadiga

Figura 14: Montagem do corpo de prova no equipamento Shimadzu [8]

Figura 15: Tela do sistema de controle do equipamento

Figura 16: Montagem de ensaios com tensão média [8]

Figura 17: Tela do sistema de controle da transversina

Figura 18: Comparação de vidas em fadiga com $R \neq -1$ e $R = -1$

Figura 19: Efeitos das razões de carregamento sobre a vida-fadiga do material

Figura 20: Diagrama de Haigh para um *run out* de 10^6

Figura 21: Diagrama de Haigh para um *run out* de 10^7

Figura 22: Diagrama de Haigh para um *run out* de 10^9

Lista de símbolos e abreviaturas

σ	Tensão
$\Delta\sigma$	Variação de tensão
σ_{max}	Tensão máxima
σ_{min}	Tensão mínima
σ_a	Amplitude de tensão
σ_m	Tensão média
R	Razão de carregamento
ΔK	Intensidade de carregamento
da/dN	Propagação de trinca
S-N	Tensão - número de ciclos
LCF	Low cycle fatigue
HCF	High cycle fatigue
σ_y	Limite de escoamento
LF	Limite de fadiga
VHCF	Very high cycle fatigue
N_f	Número de ciclos para falha
σ_u	Limite de resistência mecânica
DIN für Normung)	Instituto Alemão para Normatização (Deutsches Institut für Normung)
ρ	Densidade
E	Modulo de elasticidade

σ_{eqG}	Tensão equivalente de Goodman
Cp	Corpo de prova
JP	Razão de número de ciclos entre a série 1 e série 2
F	Falha em fadiga
NF	Não falha em fadiga

1 Introdução

Fadiga é considerada como a falha mecânica mais recorrente em componentes de todos os campos da Engenharia [1] e que resulta do desenvolvimento progressivo de trincas sob a ação repetida de tensões (carregamentos cíclicos). Sendo assim, devido a extrema relevância de danos por fadiga na previsão e controle de falhas, uma boa parte de pesquisas e recursos financeiros, a nível mundial, tem sido destinado para avaliações e previsões do comportamento de materiais sob condições cíclicas de carregamento.

Em função do desenvolvimento tecnológico atual, a vida-fadiga de inúmeros componentes mecânicos e estruturais pode ultrapassar a fronteira da fadiga de alto ciclo, estabelecida convencionalmente em 10^7 ciclos [2]. Com isto, a avaliação do comportamento em fadiga de longa duração tornou-se extremamente importante para projetos de componentes e estruturas que atingem $10^7 - 10^{12}$ ciclos durante a vida em serviço, criando o conceito de fadiga de altíssimo ciclo. No entanto, os critérios de fadiga usualmente adotados nas normas de projeto são desenvolvidos com base em uma vida-fadiga de $10^6 - 10^7$ ciclos, muito abaixo dos $10^9 - 10^{12}$ ciclos alcançados em serviço por componentes que experimentam uma super longa vida em fadiga.

Quanto nos carregamentos cíclicos não randômicos, estes se dividem totalmente ou parcialmente reversíveis. Enquanto nos carregamentos totalmente reversíveis a razão de carregamento e tensão média equivalente a -1 e zero, respectivamente, naqueles parcialmente reversíveis estes parâmetros se tornaram maiores do que -1 e diferentes de zero. Entretanto, experimentalmente, pode não ser possível ensaios parcialmente reversíveis.

Neste contexto, Goodman, Soderberg e Gerber [3] de maneira independente, propuseram metodologias de avaliação do efeito de tensões médias diferentes de zero em corpos de prova submetidos a carregamentos totalmente reversíveis, isto é, em ensaios cíclicos com tensões médias equivalentes a zero. Sendo assim, este trabalho de conclusão de curso teve como objetivo avaliar a eficiência destas metodologias, de larga aplicação nos regimes de baixo e alto ciclos, no regime de fadiga de altíssimo ciclo, ou seja, após 10^7 ciclos de carregamento.

2 Revisão bibliográfica

2.1 Fadiga

O processo de dano por fadiga ocorre em estruturas e componentes mecânicos sobre carregamentos cíclicos durante períodos de serviço. Em resposta, estudos e pesquisas sobre o tema são de grande relevância para a indústria, visando compreender a complexidade dos carregamentos cíclicos, os mecanismos de dano, a resistência à fadiga, a possibilidade de detecção de trincas por métodos de inspeção não destrutiva, entre outros. A importância desses estudos tem como cerne a prevenção de fraturas catastróficas ou sucateamento prematuro de componentes estruturas. Projetos de fadiga podem ser baseadas em vida infinita ou intolerância ao dano, metodologia que baseia na propagação controlada de trinca permitindo reparos programados [4,5].

A fadiga ocorre através de duas etapas, a nucleação e a propagação de trincas. Cargas cíclicas sejam elas elásticas ou plásticas geram acúmulos de dano, que são interpretadas dentro de Ciências dos Materiais como movimentos das discordâncias, que por consequência, inicia o processo de nucleação de uma trinca devido a diferença entre as cargas máxima e mínima aplicadas. O processo de nucleação pode ocorrer por duas razões distintas; pela existência de um concentrador de tensão ou na ausência de um concentrador de tensão, a nucleação ocorre devido a movimentação das bandas de deslizamentos [6]. Ambos os modos são exemplificados nas Figuras 1 e 2.



Figura 1 – Esquema de nucleação a partir de um concentrador de tensão (Imagem cedida pelo orientador)

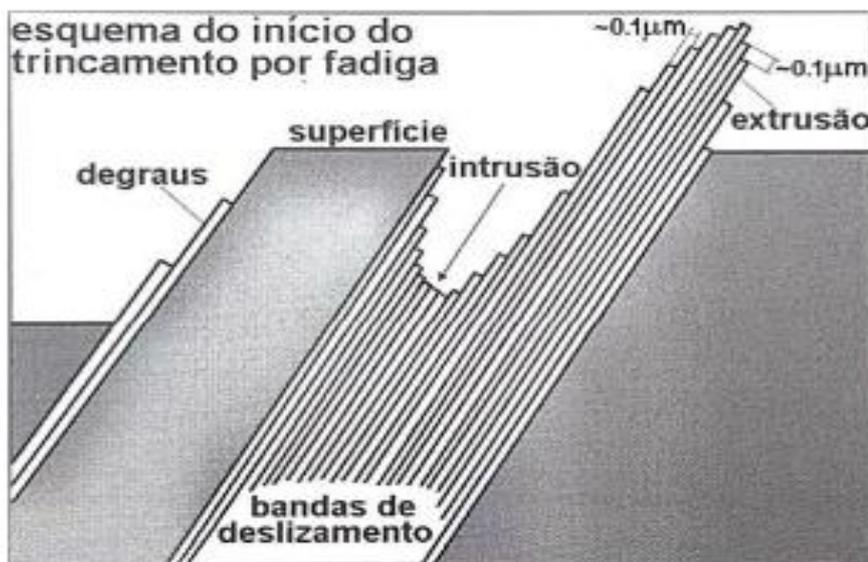


Figura 2 – Esquema de nucleação a partir do movimento das bandas de deslizamento [6]

Mesmo em cargas de serviço totalmente elásticas, o componente possui, seja pela sua geometria ou pela existência de defeitos metalúrgicos, concentradores de tensão que transformam essas cargas elásticas em plásticas, no campo microscópico ou macroscópico. Após esgotamento da capacidade local de plastificação, o material fica impedido de absorver energia do carregamento e, por consequência, abre superfícies chamadas

de trinca. Com a nucleação da trinca, surge a segunda etapa da falha por fadiga, quando a trinca começa a se propagar com contínuo carregamento que sofre. A própria ponta da trinca torna-se um concentrador de tensão que permite a plastificação em sua frente, e segue esgotando plasticidade do material abrindo mais superfície. O efeito se torna vicioso, fazendo com que a trinca cresça cada vez mais, até atingir o que é conhecido como tamanho crítico. Até atingir o tamanho crítico, a trinca se propaga de forma estável, ou seja, seu crescimento é paulatino, possível de ser acompanhado; ao atingir o tamanho crítico ela passa a propagar de forma instável. No crescimento instável, a velocidade de propagação aproxima-se da velocidade do som, tornando a falha em fadiga perigosa, já que é impossível impedir sua propagação, ocasionando a falha súbita, o que Wöhler, o pioneiro nos estudos de fadiga, observou nos eixos de trem [7].

Os ciclos de carregamentos em fadiga são descritos como curvas senoidais de tensão em relação ao tempo, como exemplificado na Figura 3. A partir dessa forma de análise são obtidas as seguintes informações como: variação de tensão, amplitude de tensão, tensão média, razão de tensões, que resultam nas Equações 1 - 4, respectivamente.

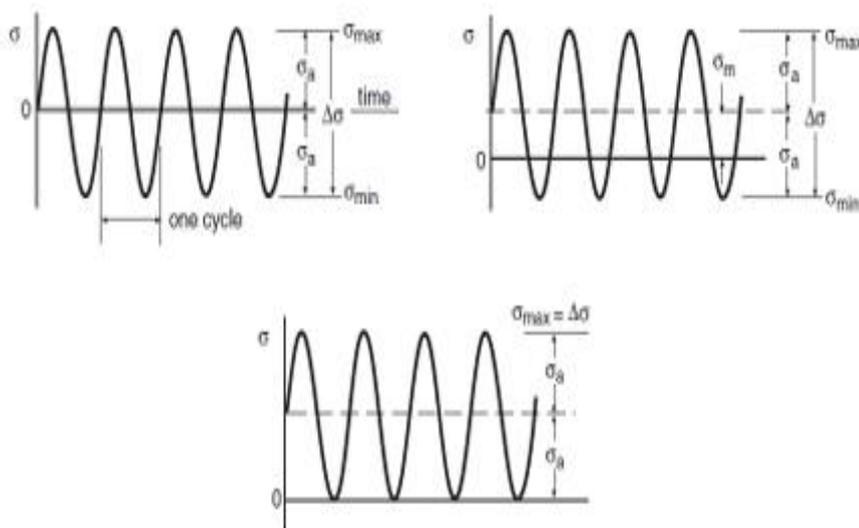


Figura 3 - Carregamento em relação ao tempo [8]

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (1)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (3)$$

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (4)$$

Basicamente, existem dois tipos distintos, embora complementares, de estudos da previsão da vida útil em fadiga [1]. No primeiro, enfoca-se a variação da intensidade de carregamento (ΔK) com a propagação de trinca (da/dN), que permite um desenvolvimento expressivo das técnicas de projeto, bem como a inclusão da etapa de propagação de trincas na estimativa de vida-fadiga do componente. No segundo tipo de estudos, opta-se pela vida-fadiga expressa pelo número de ciclos até a falha (curvas S – N), em função das deformações impostas no material, o que caracteriza dois regimes de carregamento: o regime de baixo ciclo, caracterizado por tensões nominais que excedem o limite de escoamento do material e o regime de alto ciclo, no qual as tensões cíclicas são de ordem elástica. Em termos tecnológicos, a associação entre a vida-fadiga e o número de ciclos para a falha permite a modelagem da resistência à fadiga do material no regime de alto ciclo em função das tensões cíclicas aplicadas e, conseqüentemente, a previsão da vida útil da grande maioria dos componentes estruturais e mecânicos em serviço.

Avanços progressivos nos campos da Mecânica da Fratura e Integridade Estrutural proporcionaram o surgimento de uma nova filosofia de projeto, a Tolerância ao Dano [4], que se baseia numa propagação controlada de trincas (falha controlada), favorecendo ações programadas de reparo ao invés de manutenções extemporâneas, fratura catastrófica ou sucateamento prematuro do componente ou estrutura. Sabe-se que na fadiga de alto ciclo, a nucleação e etapa I de propagação (crescimento incipiente de trinca) consomem grande parte da vida útil do material [1]. Porém, como muitas vezes não é possível garantir a inexistência de trincas

em componentes ou estruturas e, ainda, detectar trincas na etapa I, o período de propagação subsequente (etapa II) torna-se de fundamental importância para a previsão da vida residual, justificando pesquisas que envolvam ensaios não destrutivos para indicações de trincas. Isto porque a Tolerância ao Dano somente pode ser aplicada se houver a detecção de descontinuidades no material em tempo útil, o que possibilita análises do risco de continuidade de operação do equipamento até uma próxima parada programada de manutenção.

2.2 Fadiga de altíssimo ciclo

A curva de Wöhler ou curva tensão-números de ciclos para a falha (*stress-number of cycles*, S-N) apresentada na Figura 4, é largamente utilizada na caracterização da vida-fadiga de materiais estruturais [1]. Em ensaios convencionais, a curva S-N apresenta um número máximo de 10^7 ciclos, associada com os regimes de fadiga de baixo ciclo (*low cycle fatigue*, LCF), até 10^4 ciclos e amplitudes de tensão acima do limite de escoamento (σ_y) do material, e fadiga de alto ciclo (*high cycle fatigue*, HCF), entre $10^5 - 10^7$ ciclos e amplitudes de tensão abaixo do σ_y do material. No regime de HCF, normalmente entre 10^6 e 10^7 ciclos, se encontra o limite de fadiga (LF) convencional do material, definido como equivalente a 35% do seu limite de resistência mecânica. Para fins de projeto, componentes e estruturas submetidos a tensões cíclicas abaixo do LF do material apresentam uma vida infinita em fadiga [1].

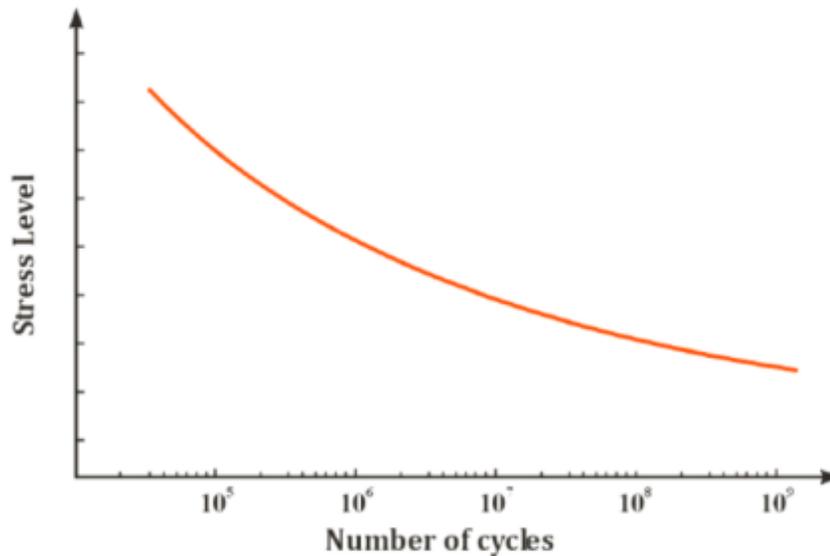


Figura 4 – Gráfico do método de Wöhler [8]

A fadiga de altíssimo ciclo assumiu, também, grande importância por ter estabelecido que uma tensão limite de fadiga (endurance limit) não existe em muitos casos. A maioria dos projetos mecânicos e estruturais considera que os materiais ferrosos apresentam vida infinita quando submetidos a tensões cíclicas abaixo do limite de fadiga. Porém, estudos recentes [5-9] ressaltam o fato de que a maioria dos materiais, incluindo ligas ferrosas, apresentam falhas em até 10^9 ciclos; acima disto, a fadiga de altíssimo ciclo é um resultado da iniciação de trincas subsuperficiais ou internas, associadas com defeitos locais nos materiais. Assim, há uma crescente compreensão de que um projeto seguro em fadiga, baseado no critério da vida infinita do material, pode ter se tornado inadequado em certos casos. Alguns materiais exibem um limite de fadiga que decresce continuamente após um grande número de ciclos ($10^6 - 10^9$), tornando a resistência à fadiga num dado número de ciclos mais importante do que o próprio limite de fadiga.

Avanços no comportamento em fadiga de altíssimo ciclo (*very high cycle fatigue*, VHCF) foram iniciados por Bathias [9], com base nos conceitos de máquinas ultrassônicas de fadiga desenvolvidas por Manson em 1950 [10], possibilitando compreender o desempenho de materiais, principalmente materiais metálicos, em regime de ciclo muito longo (após 10^7). Dispositivos

piezoelétricos, operando até 20 kHz, foram desenvolvidos, que permitiu testes de VHCF eficientes e confiáveis com uma duração muito mais curta. Para que as amostras atinjam 10^9 ciclos em um teste de fadiga convencional são necessários quatro meses de carga cíclica, enquanto em testes ultrassônicos de fadiga levam apenas 14 horas.

As configurações de teste equipadas com dispositivos ultrassônicos são adequadas para testes de fadiga no regime VHCF, onde frequências, variando de 15 a 30 kHz, podem ser alcançadas, resultando em uma diminuição drástica no tempo e custo experimental. A Figura 5 apresenta a demanda de tempo para ensaios de fadiga com frequência ultrassônica em máquinas ultrassônicas, enquanto na Tabela 1 é apresentada uma comparação entre os tempos demandados para ambos os ensaios de fadiga.

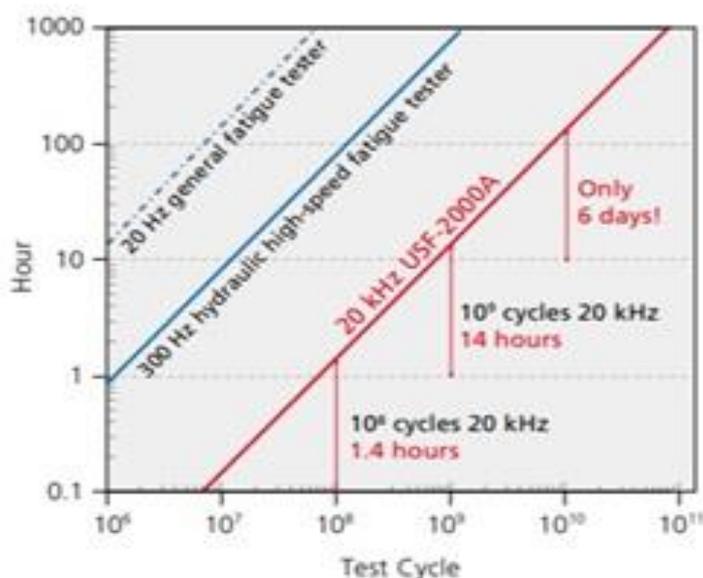


Figura 5 – Tempo de teste para ensaios ultrassônico [11]

Tabela 1 – Comparação entre ensaios convencionais e ultrassônicos de fadiga (Teixeira, 2022)

Número de ciclos	Convencional (100 Hz)	Ultrassônico (20 kHz)
10^7	1 dia	9 minutos
10^8	4 meses	14 horas
10^9	3 anos	6 dias

O conceito de ensaio ultrassônicos de fadiga foi introduzido no início do século passado, quando o primeiro sistema de ressonância de 116 Hz foi desenvolvido por Hopkinson em 1911 [12]; naquela época, a frequência mais alta de teste de fadiga de um sistema acionado mecanicamente não excedia 33 Hz. Em 1925, Jenkin [13] cruzou a fronteira de frequência de 1 kHz usando um procedimento semelhante à técnica de Hopkinson. Mais tarde, em 1929, Jenkin e Lehman [14], utilizando um sistema de ressonância de ar pulsante, atingiram uma frequência de 10 kHz. Então, em 1950, Manson [10] fez um desenvolvimento relevante na técnica de teste de fadiga ultrassônica, usando ondas ultrassônicas de alta potência para induzir a fadiga de materiais, introduzindo transdutores piezoelétricos. Portanto, foi possível transformar sinais elétricos de 20 kHz em vibrações mecânicas de mesma frequência. Mais tarde, Girard (1959, 92 kHz) [15] e Kikukawa (1965, 199 kHz) [16] também contribuíram para o desenvolvimento de testes de fadiga. Contudo, os equipamentos ultrassônicos atuais continuam baseados no modelo de Manson [12,17].

Os avanços nos testes de fadiga ultrassônica foram iniciados por Bathias e Stanlz – Tschegg. Além disso, Bathias deixou diversas contribuições na área de fadiga de altíssimo ciclo, dentre as quais deixou uma importante afirmação “Não existe vida de fadiga infinita para materiais metálicos” [15,17]; o primeiro a propor testes de amostras padrão.

A maioria dos testes VHCF é realizada sob condições uniaxiais, com cargas de amplitude constante e variável. Porém, Vieira [18,19] relata testes VHCF realizados sob condição multiaxial, fazendo uso de um dispositivo autoprojeto para máquina de fadiga ultrassônica que, combina cargas axiais e torcionais devido a um único transdutor piezoelétrico.

Na ausência de padronização, as máquinas de ensaio ultrassônico diferem de laboratório para laboratório, mas os componentes principais são comuns a todos eles e mostrados na Figura 6:

1. Um gerador de energia, responsável por transformar o sinal de tensão de 50 a 60 Hz em sinal elétrico senoidal ultrassônico de 20 kHz.

2. Um conversor piezoelétrico, excitado pelo gerador de energia, que transforma o sinal elétrico em ondas ultrassônicas longitudinais e vibração (carga mecânica) de mesma frequência.
3. Um *horn* ultrassônico que amplifica a vibração proveniente do conversor piezoelétrico para obter a amplitude de deformação necessária, na seção intermediária da amostra (necessária para a realização dos testes).
4. Computador para aquisição de dados.

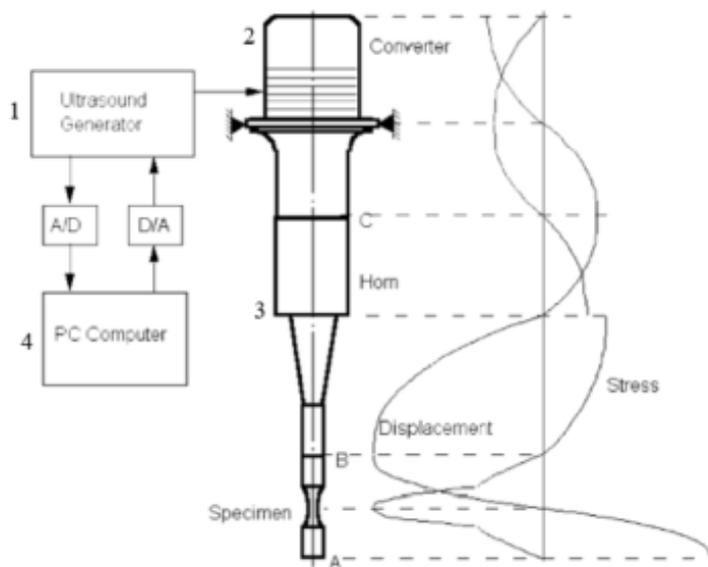


Figura 6 – Set-up do teste ultrassônico de fadiga demonstrando a distribuição tensão-deslocamento durante o carregamento do corpo prova a 20 kHz [20]

Como pode ser visto na Figura 6, os equipamentos de teste (conversor, *horn* e corpo de prova) são essenciais para a geração do carregamento ultrassônico, pois formam um sistema de ressonância mecânica contendo três nós de deslocamento e quatro nós de tensão; a tensão máxima atua no meio do corpo de prova (um dos nós de deslocamento), enquanto o deslocamento atinge seu máximo nas extremidades do corpo de prova (pontos A e B).

Um computador integrado na configuração de teste realiza o controle da máquina ultrassônica e a aquisição de dados de teste durante o teste

VHCF. Outros componentes podem ser vistos na máquina de teste ultrassônico de fadiga, como sistemas de registro (unidades de amplitude e controle, contador de ciclos e osciloscópio), sistemas de medição (sensor de deslocamento) e sistemas de refrigeração (é utilizado ar comprimido limpo e seco). A máquina trabalha em vibração livre e os corpos de prova devem ser projetados de forma que sua frequência de ressonância corresponda à mesma do *horn* e do conversor.

Normalmente, os testes VHCF são realizados totalmente reversíveis (taxa de carga $R = -1$). Porém, algumas máquinas permitem ensaios com outras relações de carregamento, ou seja, com tensões médias atuantes no corpo de prova. Neste caso, um *horn* adicional, idêntico ao primeiro, é fixado na parte inferior do corpo de prova. A pré-tensão de tração é então aplicada à amostra, seguida pela sobreposição de uma carga ultrassônica.

2.3 Projeto de corpo de prova para ensaios ultrassônicos

Os corpos de prova são usinados de acordo com a geometria proposta por Bathias. O comprimento do corpo de prova é calculado com base nas propriedades mecânicas dos materiais (módulo de elasticidade e densidade), a fim de obter um comprimento de ressonância. A Equação 10, garante que o corpo de prova tenha o tamanho adequado para operar na mesma frequência que o sistema de fadiga ultrassônica. Desta forma, o espécime fica em ressonância com o atuador piezoelétrico e horn [9].

$$L1 = \frac{1}{k} \arctan \left\{ \frac{1}{k} [\beta \coth(\beta L2) - \alpha \tan(\alpha L2)] \right\} \quad (10)$$

onde

$$\alpha = \frac{1}{L2} \operatorname{arccosh} \left(\frac{R2}{R1} \right) \quad (11)$$

e

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - k^2} \quad (12)$$

Onde $k = \frac{2\pi f}{c}$, $c = \sqrt{\frac{Ed}{\rho}}$, E , d , f e ρ são, respectivamente, módulo de elasticidade dinâmico, frequência de ressonância e densidade [9].

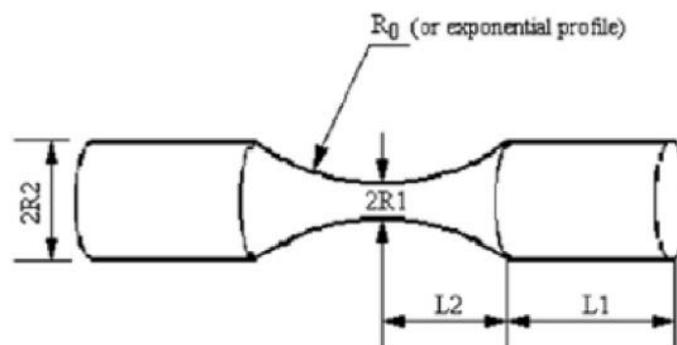


Figura - 7. Projeto de espécimes de Bathias [9]

2.4 Efeito da tensão média em fadiga

Na literatura, ensaios em fadiga, na sua grande maioria, são carregamentos totalmente reversíveis ($\sigma_m=0$); porém na indústria ou em aplicações acadêmicas, os carregamentos são combinados e acabam gerando carregamento não reversíveis ($\sigma_m \neq 0$) [3]. Os efeitos da tensão média na vida-fadiga do material agem durante a propagação da trinca. Se tensões trativas, mantém os flancos da trinca permanentemente abertos, mesmo com relaxação da tensão, favorecendo o crescimento da trinca. A Figura 8 apresenta, esquematicamente, o efeito da tensão média sobre o número

de ciclos para falha. Desta figura, se observa que níveis σ_m estão associadas com os níveis σ_a para um determinado N_f .

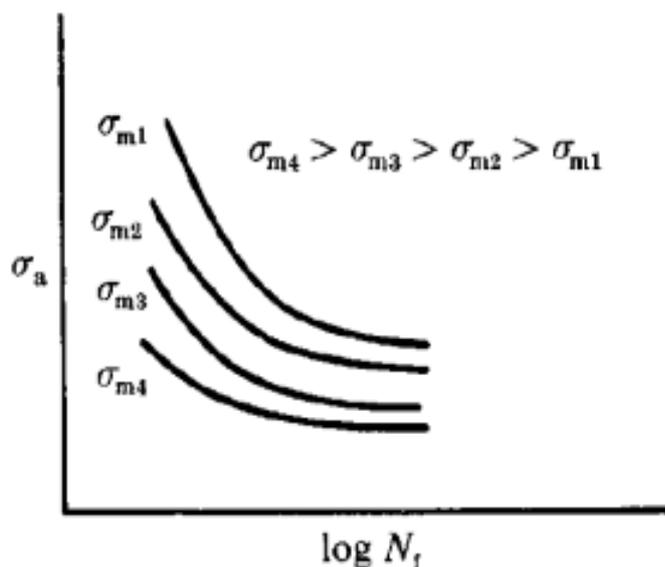


Figura 8 - Efeito da tensão média sobre a vida em fadiga [3]

Em paralelo as descobertas do efeito da tensão média, Goodman, Soderberg e Gerber [3] propuseram equações que correlacionam carregamentos reversíveis e não reversíveis, ou seja, para um caso em que ocorra carregamento totalmente reversível ($\sigma_a \neq 0$ e $\sigma_m = 0$), existe uma quantidade de carregamentos não reversíveis ($\sigma_a \neq 0$ e $\sigma_m \neq 0$) que resulta na mesma vida em fadiga. Goodman afirma que essa relação entre carregamentos descrevem uma reta com limite de carregamento médio igual a limite de ruptura do material; Gerber propõe que a relação descreva uma parábola com mesmo limite de Goodman; já Soderberg considera que a relação se comporta de forma linear, como Goodman, sendo limite de carregamento médio equivalente o limite de escoamento do material. A Figura 9 exemplifica, os modelos de Goodman, Gerber e Soderberg, enquanto as Equações 13 – 15 apresentam os respectivos modelos matemáticos.

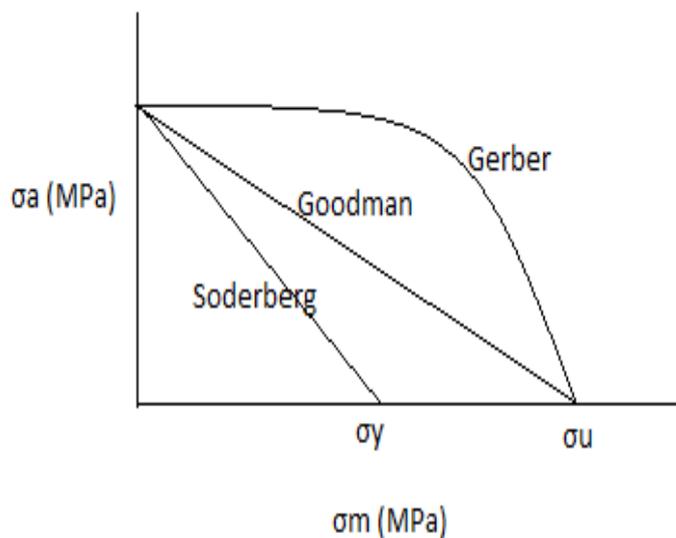


Figura 9 – Modelos de Goodman, Soderberg e Gerber (Adaptado de [3])

$$\sigma_{a(R \neq -1)} = \sigma_{a(R=-1)} \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^1 \right] \quad (13)$$

$$\sigma_{a(R \neq -1)} = \sigma_{a(R=-1)} \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 \right] \quad (14)$$

$$\sigma_{a(R \neq -1)} = \sigma_{a(R=-1)} \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_y} \right)^1 \right] \quad (15)$$

A partir das equações de equivalência de tensões, o diagrama de Haigh descrever os modelos dentro da abordagem dos diagramas de análise de falha (*Failure Analysis Diagram* - FAD). Os FAD's são diagramas que utilizam critérios para avaliar se um componente mecânico falha ou não em função do carregamento da relação adotada. O diagrama de Haigh compreende que se as retas de Goodman e Soderberg ou a parábola de Gerber são os limites entre vida-fadiga finita e infinita. Todos os pontos abaixo destes limites, são condições de carregamentos que levam o componente a vida infinita. Já os pontos que estiverem acima das curvas de Goodman, Gerber e Soderberg, indicam que o componente falhará ou estará na eminência de falha. A Figura 10 apresenta o gráfico de Haigh com as curvas de Goodman, Gerber e Soderberg.

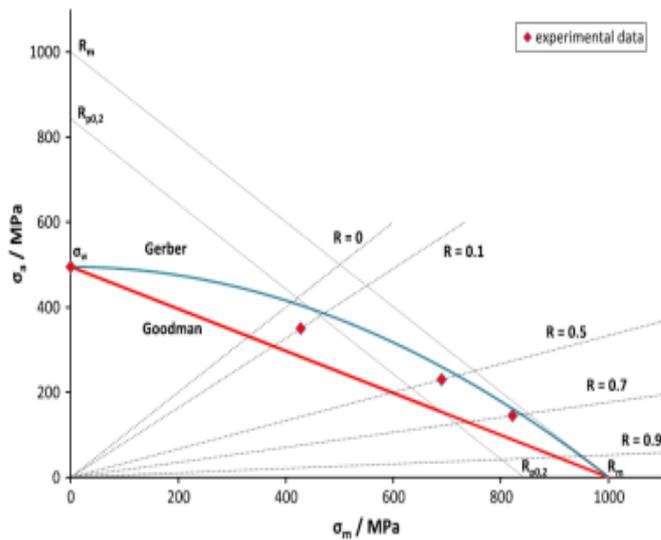


Figura 10 - Diagrama de Haigh [8]

3 Material e procedimento experimental

3.1 Material

O material escolhido foi o aço DIN 34CrNiMo6 adotado na fabricação de eixos virabrequins, cuja sua composição química e propriedades mecânicas são apontadas nas Tabelas 2 e 3 respectivamente.

Tabela 2 - Composição química do material (Teixeira, 2022).

Aço	C (%)	Cr (%)	Mo (%)	Ni (%)	Fe (%)
DIN 34CrNiMo6	0,38	1,51	0,24	1,75	restante

Tabela 3 - Propriedades mecânicas do material (Teixeira, 2022).

Aço	σ_u (MPa)	σ_y (MPa)	E (GPa)	ρ (kg/m ³)
DIN 34CrNiMo6	900	760	207	7870

3.2 Geometria do corpo de prova.

A geometria dos corpos de prova segue as Equações 10 - 12 apontadas anteriormente. Os corpos possuem um ou duas roscas para ensaios reversíveis ($R=-1$) e não reversível ($R\neq-1$), respectivamente, conforme apresentado na Figura 11 e 12.

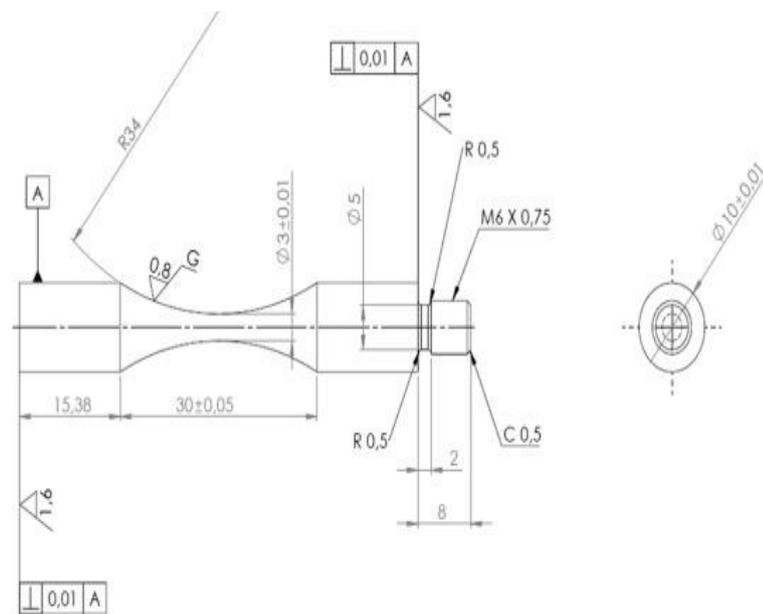


Figura 11 - Geometria do corpo de prova ampulheta para ensaios $R = -1$

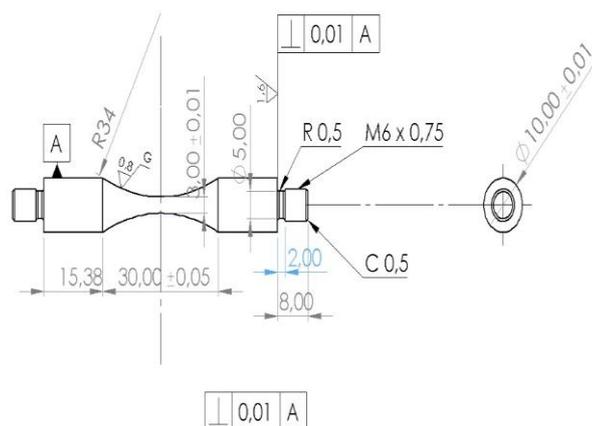


Figura 12 – Geometria do corpo de prova ampulheta para ensaios $R \neq -1$

3.3 Ensaio de fadiga de altíssimo ciclo

Os ensaios foram feitos no Laboratório de Fadiga de Altíssimo Ciclo (LABFADAC) que faz parte do Departamento de Engenharia Química e de Matérias (DEQM) da PUC-RIO. O laboratório possui uma máquina ultrassônica de ensaios de fadiga, que permite carregamentos uniaxiais tração/compressão, modelo USF-2000A do fabricante Shimadzu.

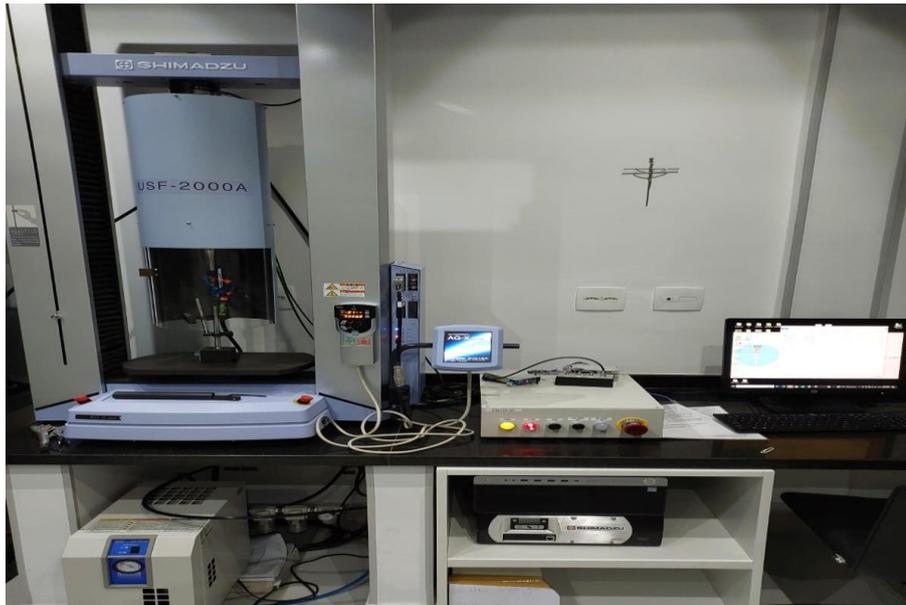


Figura 13 – Equipamento de ensaios ultrassônico em fadiga

Em ensaios de carregamento totalmente reversível, o espécime foi fixado com sua única rosca voltada para cima e sua parte inferior fica livre. Uma vez que o corpo e prova tenha sido roqueado, foi ajustado o sistema de resfriamento por ar comprimido, com o objetivo de garantir estabilidade térmica do material. A Figura 14 mostra a montagem de um corpo de prova para o início do ensaio.



Figura 14 – Montagem do corpo de prova no equipamento Shimadzu [8]

No sistema de controle do ensaio, mostrado na Figura 15, foi inserido a tensão de trabalho e o tempo de pulsação - pausa do estímulo mecânico. O equipamento permite tanto o controle do tempo em que o espécime sofre carregamento (pulsação), quanto do período em que não sofre carregamento (pausa), procedimento experimental que tem como finalidade garantir a não elevação da temperatura do corpo de prova durante o ensaio.

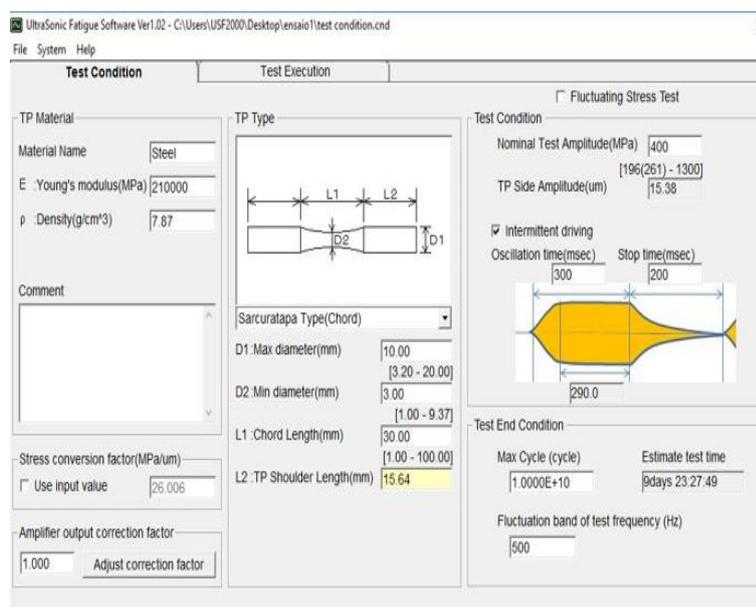


Figura 15 – Tela do sistema de controle do equipamento.

Para executar ensaios com carregamentos não reversíveis, o corpo de prova possuía duas roscas. Na parte inferior do espécime foi acoplado um sistema fixação, com o intuito de gerar uma pré-carga trativa associada com os deslocamentos das transversinas do equipamento, como mostra a Figura 16. O corpo de prova passava operar com dois sistemas de controle: um apresentado na Figura 15, atuando com carregamento dinâmico e um segundo que monitorava o deslocamento da transversina controlado por uma célula de carga de 10 kN, como mostrado da Figura 17.



Figura 16 – Montagem de ensaios com tensão média [8]

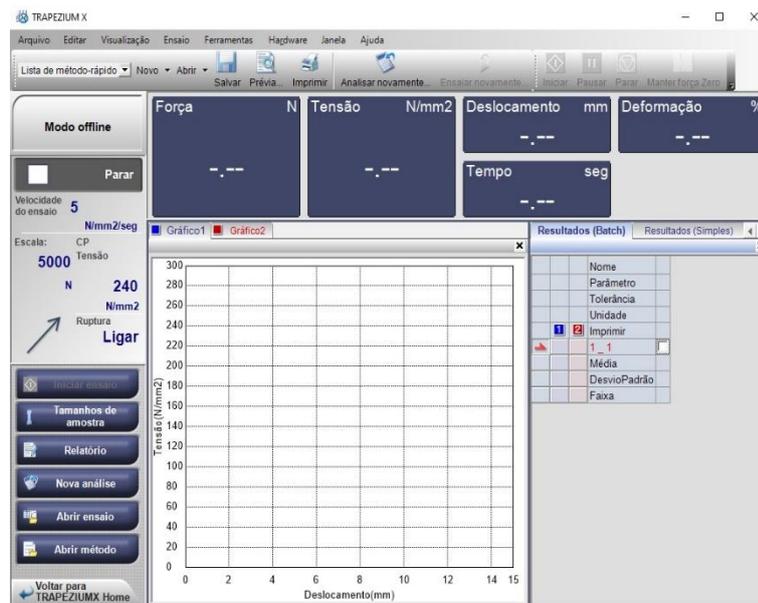


Figura 17 – Tela do sistema de controle da transversina

3.4 Determinação das tensões de ensaios

No escopo desse trabalho foram ensaiadas duas séries de corpos de prova: uma série de ensaios de carregamento não reversíveis (série 1) e outra série de ensaios de carregamento totalmente reversível (série 2)

3.4.1 Série 1

As amplitudes das tensões desta série de ensaios foram definidas a partir da escolha de 3 diferentes razões de carregamento (R), R=0, R=-0,25 e R=-0,5. Sendo assim, foram adotadas amplitude de tensão (σ_a) na faixa de 0,35-0,50 do limite de resistência mecânica do material (900 MPa). Com a determinação de R e σ_a , os valores correlatos da tensão média (σ_m) foram calculados por meio da Equação 16. A Tabela 4 resume os parâmetros de carregamentos adotados na série 1 de ensaios de fadiga de altíssimo ciclo

$$\sigma_m = \sigma_a \frac{(-R-1)}{(R-1)} \quad (16)$$

Tabela 4 – Tensões adotadas na série 1 de ensaios

R (-)	σ_a (MPa)	σ_m (MPa)
0	360	360
	315	316
-0,25	360	216
	400	240
-0,50	360	120
	400	133
	450	150

3.4.2 Série 2

Para ensaios com carregamento totalmente reversíveis, os parâmetros de carregamento foram definidos a partir da tensão equivalente de Goodman (σ_{eqG}), Equação 13, com base no par de tensões σ_a/σ_m apresentados na Tabela 4. Por sua vez, a Tabela 5 resume os parâmetros de carregamento adotados na série 2.

Tabela 5 - Tensões adotadas na série 2 de ensaios

σ_a (MPa)	σ_m (MPa)	σ_{eqG} (MPa)
360	360	600
315	316	485
360	216	474
400	240	545
360	120	415
400	133	470
450	150	540

3.5 Número de ciclos por ensaio

Os ensaios foram conduzidos até o número alvo de 10^9 ciclos (*run out*) ou a falha das amostras, condicionalmente do ensaio que ocorresse primeiro.

4 Resultados e discussões

4.1 Avaliação da equivalência de Goodman

A Tabela 6 apresenta os resultados dos ensaios da série 1

Tabela 6 – Resultado da série 1 de ensaios

Corpo de prova	σ_a (MPa)	σ_m (MPa)	R (-)	$2\sigma_a$ (MPa)	n_f (Ciclos)
7	315	315	0	630	1,43E+06
8	315	315	0	630	7,00E+06
9	315	315	0	630	3,40E+07
11	360	360	0	720	6,01E+06
12	360	360	0	720	4,40E+06
10	360	360	0	720	2,43E+06
5	360	216	-0,25	720	5,97E+07
1	360	120	-0,50	720	1,31E+08
2	360	120	-0,50	720	2,44E+08
3	400	133	-0,50	800	3,57E+08
6	400	240	-0,25	800	2,52E+05
4	450	150	-0,50	900	3,65E+05

A Tabela 6 apresenta os valores da vida-fadiga do material após os ensaios com carregamento não reversível, adotando uma ordem crescente do parâmetro $2\sigma_a$, inicialmente se observa uma tendência de redução da vida-fadiga com o aumento de $2\sigma_a$ para R=0. Tendência que pode ser notada na vida-fadiga do material nos demais parâmetros de ensaio, quando variado $2\sigma_a$ e R.

A Tabela 7 apresenta os resultados dos ensaios da série 2.

Tabela 7: Ensaio com carregamento totalmente reversíveis

Corpo de prova	R (-)	σ_{eqG} (MPa)	n_f (Ciclos)
1	-1	415	1,00E+09
2	-1	415	1,00E+09
3	-1	470	5,40E+07
5	-1	474	3,52E+07
7	-1	485	4,77e+05
8	-1	485	1,86E+06
9	-1	485	2,40E+06
4	-1	540	4,09E+05
6	-1	545	7,04E+05
10	-1	600	5,75E+05
11	-1	600	5,37e+05
12	-1	600	6,22E+05

Ao analisar a Tabela 7 fica claro que conforme o aumento da tensão equivalente de Goodman (σ_{eqG}) ocorre queda no número de ciclos para falha do material. Esta observação está de acordo com a redução da vida-fadiga do material com o aumento da tensão de ensaio preconizada pela curva de Wöhler.

Uma comparação de vida-fadiga do material adotando carregamentos não reversíveis e totalmente reversíveis pode ser encontrada na Tabela 8.

Tabela 8 – Comparação da série 1 e série 2

Série 1	Série 2	JP
Cp-1	Cp-1	0,13
Cp-2	Cp-2	0,24
Cp-3	Cp-3	6,6
Cp-4	Cp-4	0,86
Cp-5	Cp-5	1,76
Cp-6	Cp-6	0,36
Cp-7	Cp-7	3
Cp-8	Cp-8	3,8
Cp-9	Cp-9	14,1
Cp-10	Cp-10	4,2
Cp-11	Cp-11	11,2
Cp-12	Cp-12	7,1

Ainda nesta tabela, JP representa a razão entre número de ciclos para falha de corpo de prova da série 1 e seu correlato da série 2, ou seja, quando a tensão de Goodman é equivalente à σ_a e σ_m .

$$JP = \frac{N_{f(série1)}}{N_{f(série2)}} \quad (17)$$

Sendo assim, $JP < 1$ significa que $\sigma_{eqG} > (\sigma_a/\sigma_m)$ e consequentemente, Goodman superestima a vida-fadiga do material. De maneira oposta, $JP > 1$, Goodman subestima a vida-fadiga do material.

Nesta abordagem houve uma quantidade maior de vida-fadiga subestimada por Goodman, o que leva a crer que a teoria de Goodman pode não ser estendida para fadiga de altíssimo ciclo. Entretanto, está afirmação se baseia em um diminuto número de ensaios e, consequentemente, não existe uma segurança estatística.

A Figura 18 apresenta a relação o número de ciclos para falha das séries 1 e 2 graficamente.

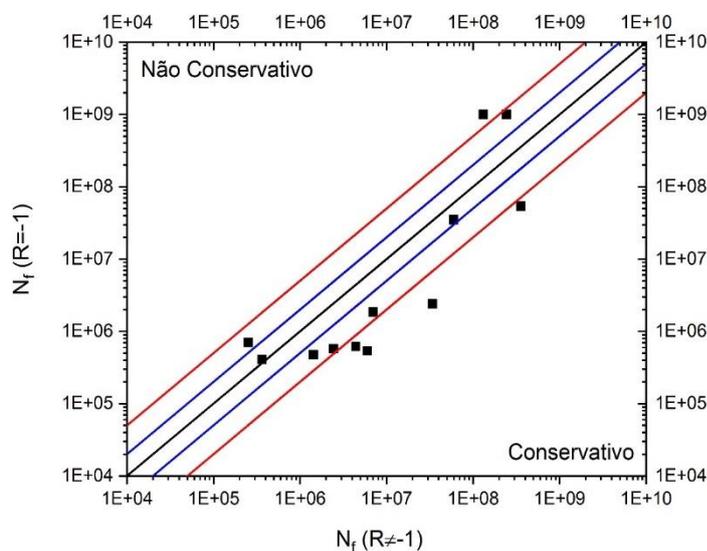


Figura 18 – Comparação de vidas em fadiga com $R \neq -1$ e $R = -1$.

A Figura 18 foi demonstra a dispersão de assertividade do modelo de Goodman. A linha central representa o caso ideia onde ambos os resultados tiveram o mesmo número de ciclos. Devido a dispersão já prevista na literatura, foi criado a banda de dispersão 2x e 0,5x, representados pelas linhas azuis, onde os resultados podem ser dispersos em no máximo 2 vezes ou no mínimo 0,5 vezes entre si. Também foi colocado uma segunda banda de dispersão, representada pelas linhas vermelhas, onde a dispersão pode atingir resultados em no máximo 5 vezes ou em 0,2 vezes entre si.

Ao analisar a Figura 15 a maioria dos pontos estão no quadrante que indica um modelo conservativo, porém o modelo de equivalência de Goodman busca a assertividade entre os ensaios. Alguns pontos ultrapassaram a banda de dispersão vermelha, criada para observar discrepância além da normalidade. A Tabela 8 mostra os erros percentuais e dimensiona que para os experimentos feitos nesse trabalho o modelo de Goodman não atendeu as expectativas.

Tabela 9 – Relação de erro entre os valores esperados e experimentados.

Ensaio	Erro percentual (%)
1	86,90
2	75,60
3	561,11
4	10,76
5	69,60
6	64,20
7	199,79
8	276,34
9	1316,67
10	322,61
11	1019,18
12	607,40

A Figura 19 apresenta a relação entre tensão máxima e número de ciclos.

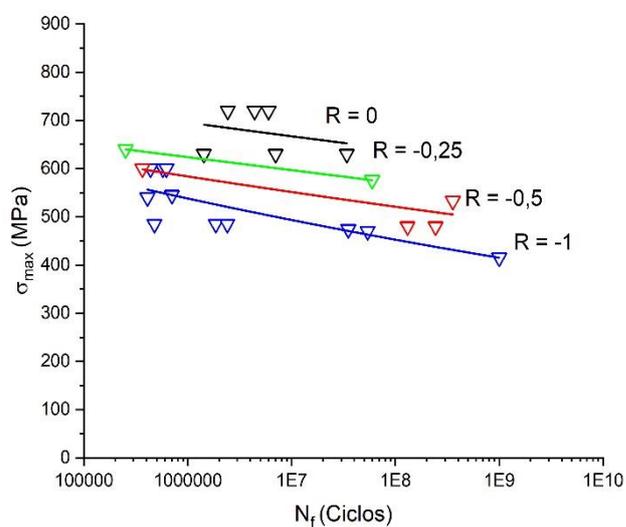


Figura 19 – Efeitos das razões de carregamento sobre a vida-fadiga do material.

Ao analisar a Figura 19, os ensaios realizados mantiveram coerência com o que é apontado na literatura. Mesmo com poucos pontos, foi observado

a relação de queda de σ_{\max} com a queda de R, isto significa que menores números de ciclos para a falha do aço DIN 34CrNiMo6 foram associadas com menores razões de carregamento. Isto porque, menores razões de carregamento provocam aumento no dano do material.

4.2 Diagramas de Haigh

As Figuras 20, 21 e 22, representam os diagramas de Haigh com os resultados deste trabalho, foram plotados da seguinte forma:

1) Com base nos resultados da série 2 e a curva de Wöhler plotada na Figura 16, foi construído a equação de Basquin (Equação 18) para R=-1.

$$\sigma = 919,97 * N_f^{-0,03871} \quad (18)$$

Usando a Equação 18, foram determinadas as tensões de 539 MPa, 493MPa e 412 MPa, associados com run outs de 10^6 ciclos, 10^7 ciclos e 10^9 ciclos, respectivamente.

2) Com base em cada uma das tensões mencionadas em (1) acima, foram adotadas as equações de Goodman, Gerber e Soderberg, Equações 13, 14 e 15, respectivamente, com o objetivo de plotar, nesta ordem, as curvas de equivalência de Goodman, Gerber e Soderberg.

3) Em sequência os pontos da série 1 foram plotados no diagrama de Haigh, que congrega as curvas de Goodman, Gerber e Soderberg.

O gráfico de Haigh indica que todos os pontos abaixo das curvas de equivalência, são pontos que não deveriam falhar. Em oposto, todos os pontos acima das curvas de equivalência estão na eminência de falha ou deveriam falhar.

Para melhor entender os modelos de equivalência, foram estabelecidos primariamente como *run out*, valores de 10^6 ciclos e 10^7 ciclos. Isso porque os modelos foram propostos em época que os ensaios de fadiga atingiam, usualmente 10^6 ciclos e 10^7 ciclos. Em seguida foi adotado como *run out*, o valor de 10^9 para observar a congruência em um novo regime de fadiga.

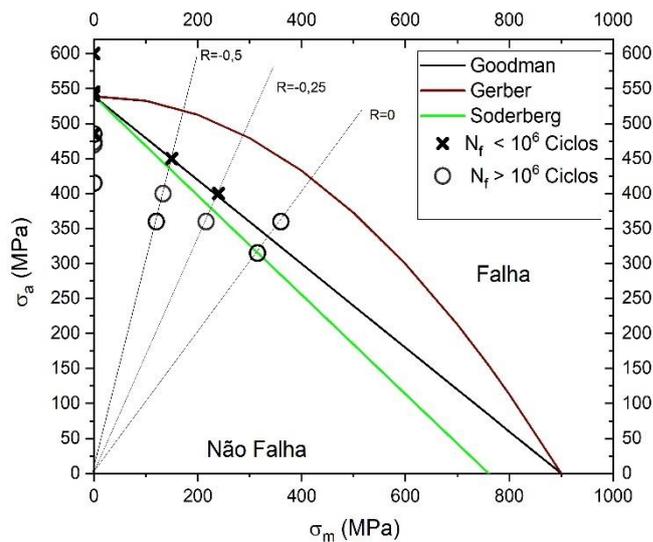


Figura 20 – Diagrama de Haigh com critério de falha em *run out* de 10^6 .

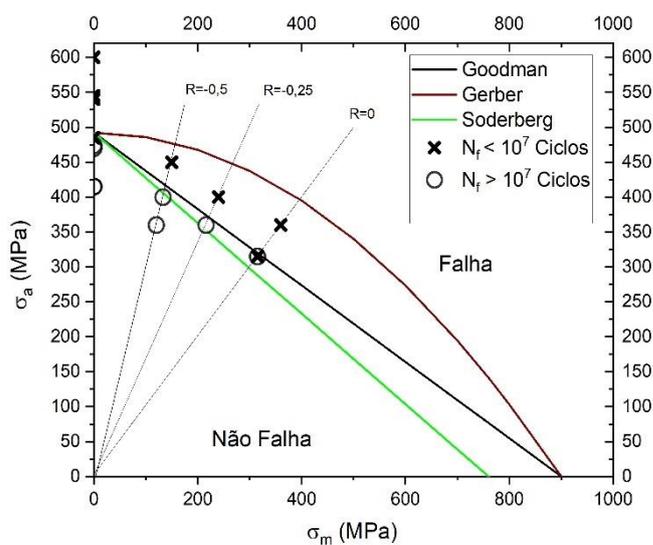


Figura 21 – Diagrama de Haigh com critério de falha em *run out* de 10^7 .

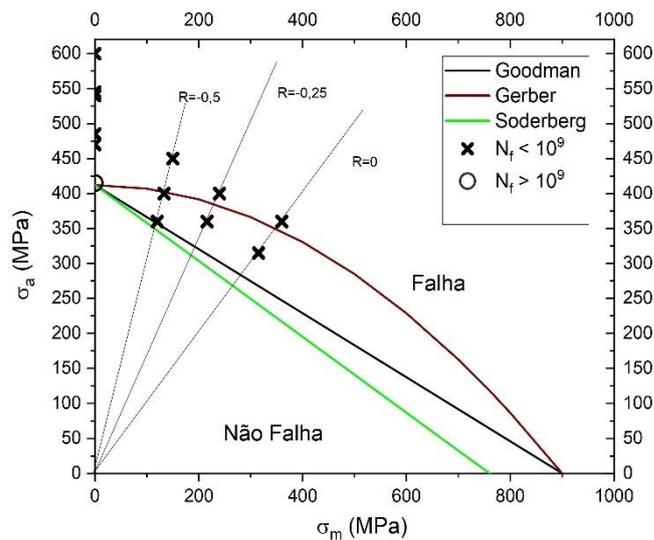


Figura 22 – Diagrama de Haigh com critério de falha em *run out* de 10^9 .

O diagrama de Haigh indica que todos os pontos abaixo da curva de Goodman, Gerber e Soderberg, estariam associados com *run out* de corpos de prova entre 10^6 ciclos - 10^9 ciclos. Em contrapartida, pontos acima da curva são indicativos de carregamentos no material que provocariam sua falha.

Após analisar as Figuras 20, 21 e 22, foram construídas as tabelas 10, 11 e 12, a fim de gerar um resumo de erro dos modelos dentro do espaço amostral estudado.

Tabela 10 – Porcentagem de erro para cada modelo em *run out* 10^6 ciclos.

Modelos	Erro (%)
Goodman	14
Gerber	71
Soderberg	28

Tabela 11 – Porcentagem de erro para cada modelo em *run out* 10^7 ciclos.

Modelos	Erro (%)
Goodman	14
Gerber	42
Soderberg	25

Tabela 12 – Porcentagem de erro para cada modelo em *run out* 10^9 ciclos.

Modelos	Erro (%)
Goodman	0
Gerber	28
Soderberg	0

Dentre os três modelos abordados adotados no diagrama de Haigh, Goodman obteve melhor precisão, de maneira contrária no que foi visto na Tabela 8. Tal análise demonstra que os modelos de equivalência mantem uma coerência mesmo em ensaios ultrassônicos.

5 Conclusão

Este trabalho de conclusão de curso teve como objetivo avaliar a eficiência destas metodologias, de larga aplicação nos regimes de baixo e alto ciclos, no regime de fadiga de altíssimo ciclo, ou seja, após 10^7 ciclos de carregamento.

Para tal, foram ensaiadas duas séries distintas de corpos de prova submetidas a carregamentos não reversíveis (série 1) e totalmente reversíveis (série 2). Com base nos resultados apresentados, se pode concluir que:

- 1) Em uma análise simples, sem um tratamento estatístico de resultados, a vida-fadiga do aço DIN 34CrNiMo6 determinada pela tensão equivalente de Goodman aparentou ser subestimando quando comparada com seus pares nos carregamentos não reversíveis.
- 2) O gráfico log-log de vidas em razões de carregamento $R=-1$ versus $R \neq -1$ mostra uma assertividade pelo modelo Goodman de 50% dentro da banda de dispersão $5x - 0,2x$.
- 3) Em relação ao diagrama de Haigh, para todos os *run outs* adotados, 10^6 ciclos – 10^9 ciclos, o modelo de Goodman obteve erros inferiores a 15%. Em síntese, Goodman indicou que pode ser válido em ensaios ultrassônicos e em regime de fadiga de altíssimo ciclo.
- 4) Já quanto a Gerber, foi observado que o erro do modelo se manteve o maior entre os três modelos, algo previsível, já que o modelo de Gerber é não conservativo.
- 5) De maneira contrária no observado no modelo de Gerber, o modelo de Soderberg teve uma redução do erro com o aumento do *run out* de 10^6 ciclos – 10^9 ciclos, isso porque Soderberg possui uma filosofia conservativa.

Como sugestões para futuros trabalhos, se tem:

- 1) Para melhor avaliar a equivalência de tensões se faz necessário um número maior de experimentos ou uma abordagem distinta da escolhida nesse trabalho.
- 2) Esse documento avaliou uma condição de carregamento não reversível para um totalmente reversível. É necessário que se avalie para um carregamento totalmente reversível vários outros carregamento não reversível como os modelos preveem.
- 3) Trabalhos futuros podem abordar os outros dois modelos de equivalência, Soderberg e Gerber, a fim de observar a vida em fadiga em carregamento reversível e suas equivalências não reversíveis.

6 Referências bibliográficas

- [1] SURESH, S. ***Fatigue of Materials***. Cambridge University Press, Cambridge, 1991
- [2] WANG, Q., KHAN, M.K. and BATHIAS, C. ***Current Understanding of Ultra-High Cycle Fatigue***. Theoretical & Applied Mechanics Letters, 2 (2012).
- [3] DIETER, G. E. ***Mechanical metallurgy : SI metric edition***. Boston: Mcgraw Hill, 1988.
- [4] SCHIJVE, J. ***Fatigue of Structures and Materials***. Springer, Amsterdam, 2009
- [5] ZERBST, U. et al. ***Fitness-for-Service Fracture Assessment of Structures Containing Cracks***. Elsevier, Oxford, 2017.
- [6] Castro, Tiago Lima d'Albuquerque. ***Previsão da Vida em Fadiga de Eixos Virabrequim e Componentes Mecânicos Estruturais sob Carregamento Multiaxial***. Rio de Janeiro, 2019. 100p. Dissertação de Mestrado – PUC-RIO
- [7] JOSEPH EDWARD SHIGLEY; JOHN JOSEPH UICKER. ***Theory of machines and mechanisms***. Auckland ; London: Mcgraw-Hill, 1980.
- [8] TEIXEIRA, Maria Clara Carvalho. ***Fatigue failure assessment in ultrasonic test based on temperature evolution and crack initiation mechanisms***. 2023. 103 p. Dissertação de doutorado — PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2023.
- [9] BATHIAS, C.; PARIS, P. C. ***Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice***. CRC Press, 2004.

[10] Manson, W.P. For a detailed analysis see Manson, W.P., ***Piezoelectric Crystals and their Application in Ultrasonics***. New York: Van Nostrand, p.161.

[11] Shimadzu: ***USF-2000A Very high cycle fatigue of engineering materials – A literature review***. Karlstad University Studies 2009:22.

[12] Hopkinson, B. ***For a detailed analysis see Hopkinson, B.*** Proc. R. Soc. A86:101.

[13] Jenkin, C. F. ***For a detailed analysis see Jenkin, C. F.***, Proc. R. Soc. A109:119.

[14] Jenkin, C. F., Lehman, G. D. ***For a detailed analysis see Jenkin, C. F., Lehman, G. D.***, Proc. R. Soc. A125:83.

[15] Girard, F., Vital, G. ***For a detailed analysis see Girard, F., Vital, G.***, Rev. Metall 56:25.

[16] Kikukawa, M., Ohji, K., Ogura, K. J. ***For a detailed analysis see Kikukawa, M., Ohji, K., Ogura, K. J.***, Basic Eng. (Trans ASME, D), 87:857.

[17] Bathias, C., referred by [13]. Bathias, C., ***Is there an infinity fatigue life in metals and alloys?*** EUROMECH 382/Fatigue life in the Gigacycle Regime Paris; June 29 – July 1.

[18] Vitaliy Kazymyrovych. ***Very high cycle fatigue of engineering materials - A literature review***. Karlstad University Studies 2009:22.

[19] Vieira, M., M. De Freitas, et al. ***Development of a Very High Cycle Fatigue (VHCF) Multiaxial Testing Device***. Frattura ed Integrita Strutturale 2016; 10(37): 131–37.

[20] Mughrabi, H., Antolovich S.D., A tribute to Claude Bathias – ***Highlights of his pioneering work in Gigacycle Fatigue***. International Journal of Fatigue. 2016; 93: 217-223.

[21] Costa, P., et al. ***Tension/torsion ultrasonic fatigue testing on a railway wheel*** *Procedia Structural Integrity*. 2020; 25: 445–453.