

6

O Modelo STAR-Tree

6.1

Introdução

Nos últimos anos, muitos modelos não-lineares para a análise de séries temporais tem sido propostos, tanto na econometria clássica, onde os modelos de múltiplos regimes lineares, tais como o STAR [41], já citados nos Capítulos 2 e 4, têm recebido muita atenção, como na Teoria de Aprendizado de Máquina cujas redes neurais artificiais (RNA), modelos de particionamento recursivo, especialmente as árvores de classificação e regressão, e métodos de regressão não paramétrica ocupam importante espaço.

O modelo STAR pode ser visto como uma autoregressão linear cujos coeficientes são determinados pela posição do vetor de variáveis explanatórias dentro do denominado espaço de transição. Na prática, a questão principal a respeito destes modelos é: como descrever de forma compreensível a relação entre o espaço de transição e os coeficientes. Por outro lado, os modelos STAR possuem muitas propriedades herdadas dos modelos lineares e um número grande de ferramentas inferenciais para especificação, estimação, e testes diagnósticos.

A metodologia CART apresentada no Capítulo 3 tem como principal atrativo a interpretabilidade proporcionada pela estrutura de árvore de decisão obtida no modelo final que pode ser apresentado também como um conjunto de sentenças lógicas a respeito das variáveis explanatórias que conduzem a uma predição da resposta. Esta última característica é particularmente interessante em dados obtidos no mercado financeiro pois permite acessar prontamente o que o modelo está fazendo e tomar decisões com mais clareza.

Neste capítulo, procura-se seguir o mesmo raciocínio utilizado no Capítulo 5 para testar uma nova variação do modelo STAR, principalmente no que diz respeito à sua especificação. Nesta proposta, o espaço de transição é particionado através de uma árvore binária, como no algoritmo CART, e assim os coeficientes são determinados através da combinação de diferentes modelos autoregressivos de primeira ordem.

Optando por seguir a mesma nomenclatura dos modelos STAR, decide-se aqui denominar estes modelos de STAR-Tree, ou seja, um modelo STAR estruturado por árvores que pode utilizar variáveis exógenas no conjunto daquelas que ajudarão a compor o espaço de transição.

Este capítulo é propositivo, no sentido de que a ênfase não recai sobre o desenvolvimento teórico, que será uma extensão do que foi apresentado no Capítulo 5, mas sim sobre uma aplicação a dados do mercado financeiro. Lembra-se aqui que o algoritmo de especificação a ser proposto gera uma formulação inicial de um modelo MRSTAR que posteriormente pode ser analisado com as ferramentas propostas em [103]. Para verificar o desempenho preditivo, assim como o desempenho financeiro deste modelo, é utilizada a série diária de retornos da taxa de câmbio euro/dólar (EUR/USD) mensurada no período de outubro de 1994 a julho de 2001 e analisada em [63].

6.2

Modelos de Múltiplos Regimes para Séries Temporais

Diferentes abordagens tem sido utilizadas para descrever a existência de múltiplos regimes em séries temporais. Modelos do tipo Markov- Switching, introduzidos em [45, 47], explicam a evolução de uma série temporal em função de diferentes estados, geralmente não observáveis. Em [9], há aplicação desta abordagem para encontrar diferentes regimes na volatilidade de taxas de câmbio. Um modelo estruturado por árvores foi utilizado em [28] para detectar múltiplos regimes na economia dos Estados Unidos. O ciclo de negócios vem sendo constantemente analisado por modelos de múltiplos regimes, veja [103], [34] e [102]. Técnicas de Inteligência Artificial têm sido incorporadas nesta área, veja por exemplo a discussão em [61]. As redes neurais artificiais em [91] e o modelo de coeficientes flexíveis em [69] também são exemplos de modelagem híbrida nesta área.

Este trabalho é associado com os modelos MRSTAR (Multiple Regime Smooth Transition AutoRegression) cujas propriedades são apresentadas em [103]. Estes generalizam o modelo LSTAR para que sejam abrigados mais do que 2 regimes. Um modelo com 4 regimes que é uma extensão de (4-1) é mostrado em (6-1).

$$\begin{aligned}
y_t = & [(\alpha_0 + \beta_0 y_{t-1})F_1(s_{1t}; \boldsymbol{\theta}_1) + (\alpha_1 + \beta_1 y_{t-1})(1 - F_1(s_{1t}; \boldsymbol{\theta}_1))]F_2(s_{2t}; \boldsymbol{\theta}_2) \\
& + [(\alpha_2 + \beta_2 y_{t-1})F_1(s_{1t}; \boldsymbol{\theta}_1) + (\alpha_3 + \beta_3 y_{t-1})(1 - F_1(s_{1t}; \boldsymbol{\theta}_1))](1 - F_2(s_{2t}; \boldsymbol{\theta}_2)) \\
& + \varepsilon_t.
\end{aligned}
\tag{6-1}$$

Assumindo que as variáveis de transição s_{1t} e s_{2t} são conhecidas, note que os regimes em (6-1) são ponderados por uma composição de funções logísticas. Deste ponto em diante, estas composições serão denominadas funções de pertinência. Esta nomenclatura é emprestada da literatura sobre lógica nebulosa e será útil quando discutirmos a formulação do modelo estruturado por árvores.

Tabela 6.1: Parâmetros do Modelo MRSTAR

Regime	Parâmetros Lineares	Parâmetros Não-Lineares	Função de Pertinência
1	(α_0, β_0)	$(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)$	$F_1(\cdot)F_2(\cdot)$
2	(α_1, β_1)	$(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)$	$[1 - F_1(\cdot)]F_2(\cdot)$
3	(α_2, β_2)	$(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)$	$F_1(\cdot)[1 - F_2(\cdot)]$
4	(α_3, β_3)	$(\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2)$	$[1 - F_1(\cdot)][1 - F_2(\cdot)]$

A Tabela 6.1 contém todas as informações sobre os regimes que são criados pelo modelo MRSTAR através da formulação em (6-1). O modelo pode ser interpretado sob diferentes perspectivas. Uma delas é que os coeficientes mudam suavemente ao longo do tempo de acordo com o par de variáveis de transição s_{1t} e s_{2t} . Do ponto de vista da Teoria de Aprendizado de Máquina, pode-se dizer que são formados 4 conjuntos nebulosos e cada observação na série temporal irá pertencer a todos estes conjuntos com diferentes graus de pertinência. Desta forma, pode-se também utilizar a inferência nebulosa (veja [56] e [84] como alternativa para obter previsões a partir deste modelo.

Para especificar o número de regimes, pode-se seguir uma seqüência de testes para verificar não-linearidade remanescente conforme os desenvolvimentos em [35] que testa, a cada passo, a inclusão de um regime adicional, ou então seguir a proposta em [104] que sempre duplica o número de regimes na hipótese alternativa.

6.3

O Modelo STAR-Tree

Considere o modelo STR-Tree mais simples em (5-1), que representa uma árvore com dois nós terminais. Nesta situação é ajustado, em cada folha,

um modelo constante. Ao analisar uma série temporal, estende-se esta idéia, substituindo o modelo constante por um modelo AR(1). Assim, em (6-2) é obtida a formulação mais simples do modelo que será aqui denominado STAR-Tree.

$$y_t = (\alpha_1 + \beta_1 y_{t-1})G(\mathbf{z}_t; s_0, \gamma_0, c_0) + (\alpha_2 + \beta_2 y_{t-1}) [1 - G(\mathbf{z}_t; s_0, \gamma_0, c_0)] + \varepsilon_t, \quad (6-2)$$

Os modelos AR(1) ajustados nas folhas representam a inclusão de um parâmetro adicional, além da constante utilizada no modelo STR-Tree. Lembrando que $G(\cdot)$ é a função logística, caso a transição seja governada por y_{t-1} , o modelo apresentado em (6-2) é o mesmo LSTAR(1) cujo processo de estimação foi investigado no Capítulo 4. Aqui, assume-se que $\{\varepsilon_t\}$, $t = 1, 2, \dots$ é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e normalmente distribuídas com variância constante σ^2 .

A Figura 6.1 mostra como os parâmetros do modelo em (6-2) estão associados com os nós da árvore.

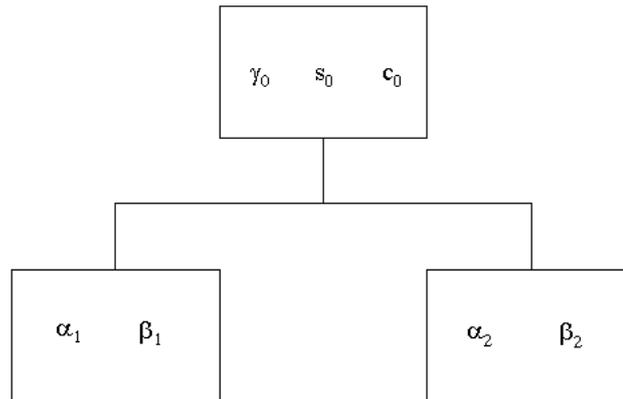


Figura 6.1: Parâmetros Do Modelo STAR-Tree para Árvore mais Simples

Aqui, considera-se também a transição é univariada e determinada através da seleção de um elemento do vetor:

$$\mathbf{z}_t = \{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}, x_{1,t}, \dots, x_{1,t-p_1}, \dots, x_{k,t}, \dots, x_{k,t-p_k}\}$$

de dimensão m , onde $m = p + \sum_{j=1}^k (p_j + 1)$ ¹.

¹A determinação de p e p_j , $j = 1, \dots, k$ neste caso é arbitrária, muito embora o tamanho do

O vetor \mathbf{z}_t contém defasagens da série temporal, variáveis exógenas e variáveis exógenas defasadas.

Um modelo STAR-Tree associado com uma árvore com profundidade d contendo o número máximo de folhas, ou seja, $K = 2^d$, pode ser escrito conforme:

$$y_t = H(\mathbf{z}_t; \boldsymbol{\psi}) = \sum_{k=1}^K (\alpha_{K+k-2} + \beta_{K+k-2} y_{t-1}) B_k(\mathbf{z}_t; \boldsymbol{\theta}_k) + \varepsilon_t, \quad (6-3)$$

onde $B_k(\mathbf{x}_t; \boldsymbol{\theta}_k)$, $k = 1, \dots, K$, são as funções de pertinência às folhas, definidas pelo produto de funções logísticas. O vetor de parâmetros

$$\boldsymbol{\psi} = (\alpha_{K-1}, \dots, \alpha_{2K-2}, \beta_{K-1}, \dots, \beta_{2K-2}, \boldsymbol{\theta}'_1, \dots, \boldsymbol{\theta}'_K)'$$

tem $r = 2K + 2N$ elementos, onde N é o número de nós intermediários(geradores).

A estimação dos parâmetros será feita pelo método dos mínimos quadrados não lineares, cujo estimador associado é obtido por:

$$\hat{\boldsymbol{\psi}} = \underset{\boldsymbol{\psi} \in \Psi}{\operatorname{argmin}} T^{-1} Q_T(\boldsymbol{\psi}) = \underset{\boldsymbol{\psi} \in \Psi}{\operatorname{argmin}} T^{-1} \sum_{t=1}^T q_t(\boldsymbol{\psi}), \quad (6-4)$$

onde $q_t(\boldsymbol{\psi}) = [y_t - H(\mathbf{z}_t; \boldsymbol{\psi})]^2$.

As ferramentas para diagnóstico do modelo também serão diferentes das utilizadas para o caso da regressão. Aqui pode-se, por exemplo, aplicar: o teste de constância dos parâmetros contra a alternativa de que estes mudam suavemente ao longo do tempo, teste de independência serial e teste de homocedasticidade.

Apesar da necessidade de tratar as peculiaridades decorrentes da análise de uma série temporal, o ciclo de modelagem é o mesmo apresentado na Figura 5.1.

6.3.1 Algoritmo de Especificação

A especificação do modelo STAR-Tree seguirá os mesmos passos do modelo STR-Tree. Esta será feita através de uma seqüência de testes do tipo ML (Multiplicadores de Lagrange). Como o modelo sofre dos mesmos problemas de identificabilidade do modelo STR-Tree, os testes serão aplicados aos coeficientes de regressões auxiliares, obtidas ao expandir as funções de transição em séries de Taylor de terceira ordem.

conjunto de dados seja um limitante natural.

Entretanto, algumas diferenças devem ser notadas em relação ao procedimento de especificação adotado no Capítulo 5. A primeira delas é que ao formular as regressões auxiliares, a quantidade de graus de liberdade será menor devido à presença do parâmetro adicional no modelo AR(1). Por considerar além das defasagens da própria série, as defasagens das variáveis exógenas, a seleção da variável de transição pode se tornar impraticável devido ao tamanho do vetor \mathbf{z}_t . O índice de tempo pode ser incluído no vetor \mathbf{z}_t , entretanto este será tratado como contínuo.

1. Criação da Primeira Profundidade da Árvore

Aplicar o Teste ML para linearidade fixando a ordem autoregressiva em 1 e escolhendo a variável de transição s_0 no conjunto $\mathbb{S} = \{1, 2, \dots, m\}$ que contém os índices dos elementos pertencentes ao vetor \mathbf{z}_t .

$$\mathcal{H}_0 : \text{AR}(1)$$

$$\mathcal{H}_1 : \text{LSTAR}(1)$$

Se o teste rejeitar a hipótese nula, seleciona-se a variável de transição em \mathbb{S} de acordo com o menor p-valor e os parâmetros do modelo LSTAR(1) são estimados por mínimos quadrados não lineares. Desta forma, o modelo resultante é (6-2).

Caso a hipótese não seja rejeitada, o algoritmo é encerrado e o modelo AR(1) é estimado.

2. Construção da Segunda Profundidade da Árvore

Após identificar e estimar o modelo com dois regimes, o processo de construção da árvore prosseguirá com a aplicação do teste ML para verificar a significância na criação de um novo regime. Nesta etapa, além de selecionar a variável de transição em \mathbb{S} , deve-se também ser selecionado o nó da árvore a ser dividido conforme as duas possibilidades na Figura 6.2.

Os modelos associados serão:

$$y_t = [(\alpha_3 + \beta_3 y_{t-1})F_1(s_1; \boldsymbol{\theta}_1) + (\alpha_4 + \beta_4 y_{t-1})(1 - F_1(s_1; \boldsymbol{\theta}_1))]F_0(s_0; \boldsymbol{\theta}_0) + (\alpha_2 + \beta_2 y_{t-1})(1 - F_0(s_0; \boldsymbol{\theta}_0)) + \varepsilon_t$$

ou

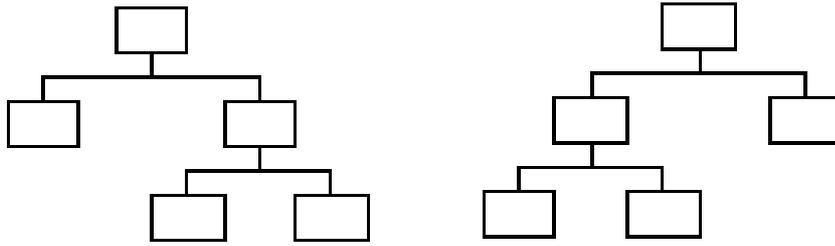


Figura 6.2: Possibilidades de arquiteturas na árvore com 3 folhas

$$y_t = (\alpha_1 + \beta_1 y_{t-1} F_0(s_0; \boldsymbol{\theta}_0)) + [(\alpha_5 + \beta_5) y_{t-1} (\alpha_6 + \beta_6 y_{t-1})] \\ (1 - F_0(s_0; \boldsymbol{\theta}_0)) + \varepsilon_t$$

Novamente o critério de seleção será a minimização do p-valor na aplicação do teste LM.

$$\mathcal{H}_0 : \text{LSTAR}(1)$$

$$\mathcal{H}_1 : \text{MRSTAR}(1) \text{ com 3 regimes}$$

Caso a hipótese nula acima seja rejeitada, os parâmetros são estimados da seguinte forma:

- (a) Fixando todos os parâmetros previamente estimados, isto corresponde aos parâmetros de $F_0(\cdot)$ e o modelo autoregressivo dentro do nó que não será dividido.
- (b) Estimando por mínimos quadrados não lineares os parâmetros dos novos regimes e da função que governa a transição entre estes.
- (c) Aplica-se um teste diagnóstico aos parâmetros dos novos regimes para verificar a significância.
- (d) Após o passo anterior, atualiza-se as estimativas de todos os parâmetros lineares, mantendo os não-lineares fixos.

Após a estimação dos parâmetros, é aplicado mais um teste nesta profundidade para verificar a significância na inclusão de mais um regime, o que tornaria a profundidade completa.

3. Construção da d -ésima Profundidade da Árvore

Na d -ésima profundidade, o procedimento será análogo. Supondo que na profundidade anterior haja N nós terminais, a construção da profundidade terá início com o teste :

$$\mathcal{H}_0 : \text{MRSTAR}(1) \text{ com } N \text{ regimes}$$
$$\mathcal{H}_1 : \text{MRSTAR}(1) \text{ com } N + 1 \text{ regimes}$$

A medida em que as hipóteses são rejeitadas, a sequência de testes prossegue com o incremento de um regime até esgotar todas as possibilidades na profundidade.

6.4

Aplicação à Série de Retornos Euro/Dólar

Aplica-se nesta seção, o algoritmo apresentado para construção de um modelo de transição suave entre múltiplos regimes para previsão da série de retornos diários da taxa de câmbio Euro/Dólar (EUR/USD). Para séries temporais desta natureza, há um certo ceticismo em relação ao uso de métodos de previsão que assegurem retorno financeiro. Este argumento é em geral apoiado pela teoria da eficiência de mercado. Entretanto, recentes evidências mostram que técnicas modernas de previsão podem ajudar a obter bons resultados neste tipo de análise.

Motivado pela recente literatura sobre o assunto, compara-se aqui a abordagem proposta com duas estratégias habituais utilizadas para previsão: o método Naive e os modelos ARMA ([17]). O primeiro destes representa uma prática usual para previsão de retornos em séries deste tipo enquanto o segundo representa uma modelagem linear a ser confrontada com a proposta não-linear desta tese.

Algumas medidas estatísticas e financeiras são utilizadas para comparar o desempenho dos 3 modelos citados. Ao analisar as medidas financeiras, é utilizada uma estratégia simples de negociação que vende a moeda quando a previsão indica valorização ou compra quando a previsão é negativa. Caso a série siga uma tendência, a moeda é mantida. Neste trabalho, não são considerados os custos de transação. Entretanto, fica claro a partir dos dados que em alguns casos não há ganho em negociar quando a valorização ou desvalorização é muito pequena.

6.4.1 Descrição dos Dados

O conjunto de dados é composto por retornos diários da taxa de câmbio Euro/Dólar (EUR/USD) obtidos da base de dados *Datastream* e utilizados em [63]. As observações foram tomadas no período compreendido entre outubro/1994 e julho/2001 (veja a Figura 6.3). Como o Euro não existia antes do ano de 1998, uma série sintética foi criada para cobrir este período. A metodologia para reconstruir a série foi baseada na história da taxa de câmbio Marco Alemão/Dólar (DEM/USD), pois a moeda alemã foi a principal referência europeia deste período.



Figura 6.3: Valor do Euro para 1 Dólar Americano- 1994 a 2001

Na Figura 6.3 é apresentada a evolução de p_t , o total de euros necessários para comprar um dólar americano. Pode ser visto que no final de 1994, o dólar era mais forte, fato que foi revertido em 1999. Fica claro na Figura 6.3 que a série é não estacionária o que pode criar dificuldades para aplicar a metodologia ARMA. Entretanto, não se trabalha aqui com a série original p_t mas com os retornos que são obtidos a partir de (6-5).

$$r_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} \quad (6-5)$$

A série de retornos que é mostrada na Figura 6.4 tem excesso de curtose e, através do teste Jarque-Bera, rejeita-se a hipótese de normalidade com um p-valor altamente significativo.

O conjunto de dados é dividido em dois períodos. o primeiro de outubro/1994 até maio/2000 foi usado como conjunto de treinamento no qual os modelos foram ajustados. O segundo período, de maio/2000 até julho/2001,

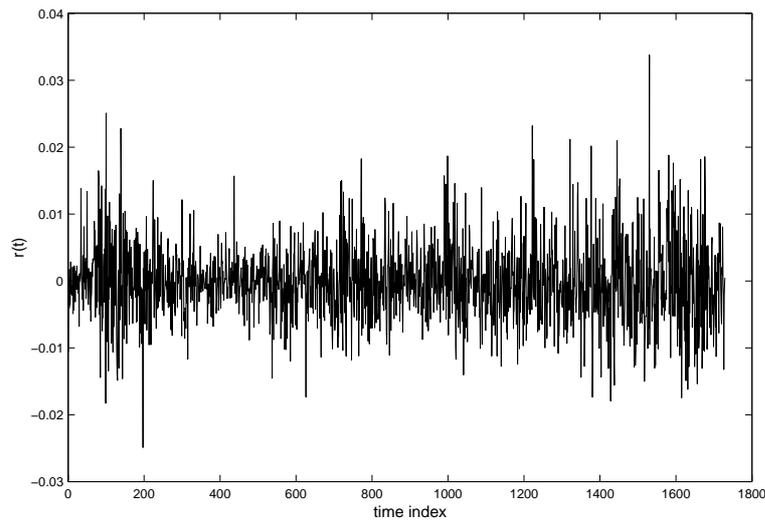


Figura 6.4: Série de retornos de EUR/USD 1994 a 2001

foi usado para validação do modelo e análises do tipo fora-da-amostra (*out-of-sample*). Mais detalhes sobre esta divisão são mostrados na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Descrição da Série Temporal EUR/USD

Descrição do Período	Número de Observações	Começo	Fim
Total	1749	17/10/1994	03/07/2001
Conjunto de Treinamento (in-sample)	1459	17/10/1994	18/05/2000
Conjunto de Validação (out-of-sample)	290	19/05/2000	03/07/2001

As variáveis explanatórias que serão utilizadas nesta aplicação são as mesmas selecionadas em [34]. Os autores identificaram 10 variáveis exógenas defasadas como sendo importantes na explicação da taxa de câmbio EUR/USD, conforme a Tabela 6.3.

Para utilizar o algoritmo STAR-Tree, foram acrescentadas à lista da Tabela 6.3 as séries variáveis:

- As 12 primeiras defasagens dos retornos da taxa de câmbio EUR/USD;
- As 6 primeiras defasagens dos retornos quadráticos da taxa de câmbio EUR/USD;
- Médias Móveis de 10 e 20 dias obtidas a partir da série de retornos da taxa de câmbio EUR/USD.

No total, foram 30 variáveis utilizadas como candidatas à variável de transição.

Tabela 6.3: Descrição das Variáveis Exógenas

Descrição da Variável	Mnemonic	Defasagem
Índice de Preço (Nikkei 225 Stock Average)	JAPDOWA(-1)	1
Índice de Preço (Nikkei 225 Stock Average)	JAPDOWA(-15)	15
Japan Benchmark Bond - RYLD. 10 YR (DS)-RED.	JPBRYLD(-9)	9
France Benchmark Bond 10 YR(DS)-RED.YIELD	FRBRYLD(-2)	2
Italy Benchmark Bond 10 YR(DS)-RED.YIELD	ITBRYLD(-2)	2
Taxa de Câmbio JPY/GBP	JAPAYESS(-1)	1
Taxa de Câmbio JPY/GBP	JAPAYESS(-10)	10
Taxa de Câmbio USD/GBP	USDOLLR(-12)	12
Brent Crude - mês corrente, fob USIBBL	OILBREN(-1)	1
Gold Bullion \$ 1 TROY OUNCE	GOLDBLN(-19)	19

6.4.2

Medidas de Avaliação dos Modelos

O desempenho dos modelos foi avaliado através de medidas estatísticas e financeiras. O objetivo das medidas estatísticas foi avaliar a qualidade das previsões um-passo-à-frente (\tilde{r}_t) para os retornos da série EUR/USD. Todas as medidas são apresentadas na Tabela 6.4.

Tabela 6.4: Medidas Estatísticas para Avaliar o Desempenho dos Modelos

Measure	Description
Erro Absoluto Médio	$MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \tilde{r}_t - r_t $
Erro Absoluto Médio Percentual	$MAPE = \frac{100}{T} \sum_{t=1}^T \left \frac{\tilde{r}_t - r_t}{r_t} \right $
Raiz do Erro Quadrático Médio	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\tilde{r}_t - r_t)^2}$
Coefficiente de Desigualdade de Theil	$U = \frac{RMSE}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\tilde{r}_t)^2 + \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t)^2}}$
Correção nas Mudanças de Direção	$CDC = \frac{100}{T} \sum_{t=1}^T D_t$
	$D_t = 1$ se $\tilde{r}_t \times r_t > 0$, caso contrário $D_t = 0$

Apesar da importância na avaliação de modelos, medidas estatísticas desempenham um papel secundário na modelagem de dados em finanças. Se o principal interesse reside em traçar estratégias de negociação com base nas previsões, o desempenho deve também ser avaliado em relação às medidas financeiras. A Tabela 6.5 traz uma lista de medidas financeiras que irão avaliar os ganhos obtidos a partir do uso de determinada técnica de previsão. Ao invés da previsão 1-passo-à-frente, estas medidas utilizam como informação principal R_t , a taxa de retorno após a simulação da negociação.

Tabela 6.5: Medidas Financeiras para Avaliação do Modelo

Medida	Descrição
Retorno Anualizado	$R^A = 252 \times \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t$
Retorno Acumulado	$R^C = \sum_{t=1}^T R_t$
Volatilidade Anualizada	$\sigma^A = \sqrt{252} \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2}$
Sharpe Ratio	$SR = \frac{R^A}{\sigma^A}$
% Negociações Lucrativas	$WT = \frac{\sum_{i=1}^{NT} PF_i}{NT}$

NT : número de transações
 $PF_i = 1$ se há lucro na i -ésima transação
 $PF_i = 0$ se há prejuízo na i -ésima transação

6.4.3

Modelo STAR-Tree Ajustado

O ajuste do Modelo STAR-Tree à série de retornos da taxa de câmbio resultou em uma árvore com 5 folhas. Isto significou o ajuste de 10 parâmetros lineares e 8 parâmetros não-lineares. A Figura 6.5 mostra a árvore associada com o modelo ajustado e os parâmetros estimados no interior dos nós terminais. Os parâmetros-não lineares estão associados aos nós intermediários que mostram a suavidade (γ_i) da transição entre dois regimes e o limiar suave (c_i).

Mais detalhes sobre os modelos autoregressivos são apresentados na Tabela 6.6. Pode ser visto que o quarto regime contém um regime autoregressivo explosivo. Entretanto, a variabilidade em torno destas estimativas é enorme devido à baixa taxa de pertinência alocada neste regime.

Tabela 6.6: Modelos AutoRegressivos dentre dos Nós Terminais

Regimes	Modelo AutoRegressivo	% de Pertinência
Regime 1	$\tilde{r}_t = -0.0485 + 0.0673 \times r_{t-1}$	80.59 %
Regime 2	$\tilde{r}_t = 0.6947 + 0.4447 \times r_{t-1}$	4.61 %
Regime 3	$\tilde{r}_t = -0.0722 - 0.1261 \times r_{t-1}$	10.85 %
Regime 4	$\tilde{r}_t = 2.625 - 2.0484 \times r_{t-1}$	0.34 %
Regime 5	$\tilde{r}_t = -0.3364 - 0.8294 \times r_{t-1}$	3.61 %

Uma importante característica apresentada na Tabela 6.6 é o predomínio do primeiro regime que contém 80.59 % da pertinência total. Por outro lado, o quarto regime tem apenas 0.34 % da pertinência total.

A equação do modelo é apresentada em 6-6 . Repare que a leitura e interpretação a partir da estrutura de árvore é muito mais intuitiva do que a

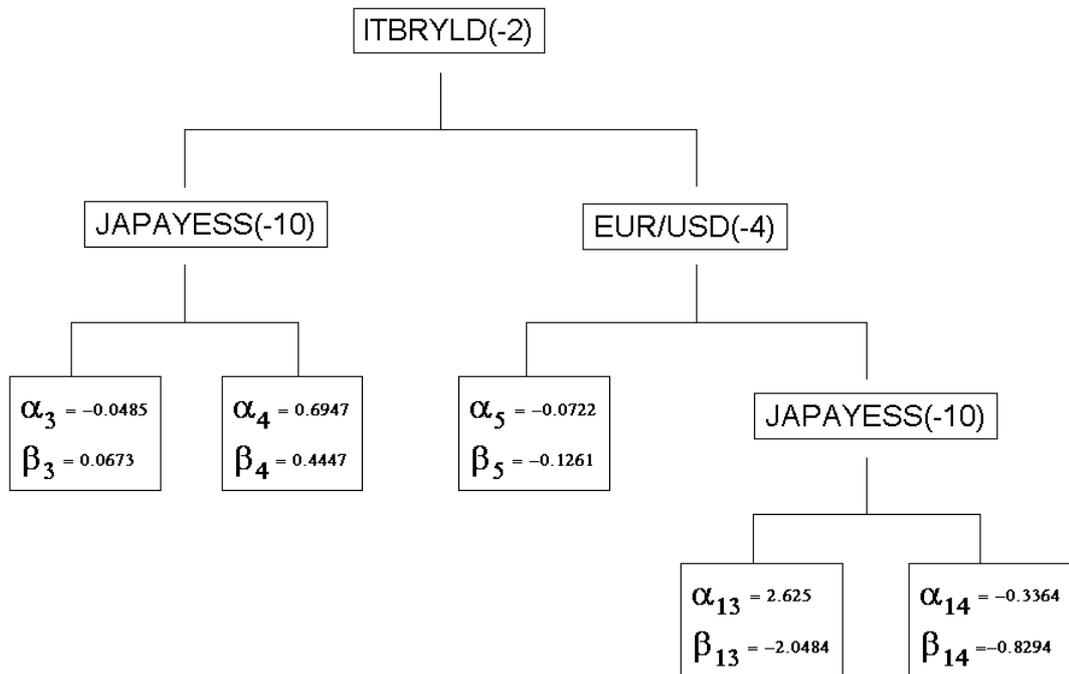


Figura 6.5: Fitted STAR-Tree Model to Euro/Dollar Returns

compreensão da composição entre as funções logísticas que determinam os regimes. Este modelo produziu interações de segunda e terceira ordem entre as variáveis selecionadas.

$$\begin{aligned}
 \tilde{r}_t = & \{(-0.0485 + 0.0673r_{t-1})F_1(s_1; 1.99, 1.902) + (0.6947 + \\
 & 0.4447r_{t-1})[1 - F_1(s_1; 1.99, 1.902)]\}F_0(s_0; 107.97, 0.795) + (-0.0722 - \\
 & 0.1261r_{t-1})F_2(s_2; 250, 0.237)[1 - F_0(s_0; 107.97, 0.795)] + \\
 & \{(2.625 - 2.0484r_{t-1})F_6(s_6; 2.5, -1.301) + \\
 & \}(-0.3364 - 0.8294r_{t-1})[F_6(s_6; 2.5, -1.301)][1 - \\
 & F_2(s_2; 250, 0.237)][1 - F_0(s_0; 107.97, 0.795)]
 \end{aligned} \tag{6-6}$$

O erro padrão da estimativa de um parâmetro linear foi estimado condicionalmente aos valores dos parâmetros não-lineares e posteriormente construído um intervalo de 95% de confiança. Estes resultados são mostrados na Tabela 6.7.

Na Tabela 6.7, pode-se verificar que é grande a amplitude dos intervalos de 95 % de confiança, inclusive incluindo o valor zero no regime 3. Mesmo os resultados (condicionais aos parâmetros não-lineares) indicando que não há significância estatística nos parâmetros do modelo AR(1), o modelo será usado com a finalidade de predição.

Tabela 6.7: Erro Padrão e Significância dos Parâmetros Lineares

Regimes	Parâmetros	Estimativa	Erro Padrão	Int.Conf.(95%)
Regime 1	α	-0.0485	0.0174	(-0.0833, -0.0136)
	β	0.0673	0.0309	(0.0055, 0.1292)
Regime 2	α	0.6947	0.1840	(0.3268, 1.0626)
	β	0.4447	0.1962	(0.0522, 0.8372)
Regime 3	α	-0.0722	0.0425	(-0.1573, 0.0128)
	β	-0.1261	0.0768	(-0.2797, 0.0275)
Regime 4	α	2.6250	0.5708	(1.4808, 3.7642)
	β	-2.0484	0.5663	(-3.1809, -0.9158)
Regime 5	α	-0.3364	0.0917	(-0.5197, -0.1530)
	β	0.8924	0.1596	(-1.1487, -0.5101)

Análise de Resíduos

Sabendo-se que o modelo STAR-Tree é especificado através de algumas suposições sobre o comportamento do erro, aplica-se após o ajuste um conjunto de diagnósticos sobre os resíduos.

Apresenta-se o gráfico com a sequência dos resíduos na Figura 6.6. Note que a variação destes está no intervalo $(-2.5, 2.5)$.

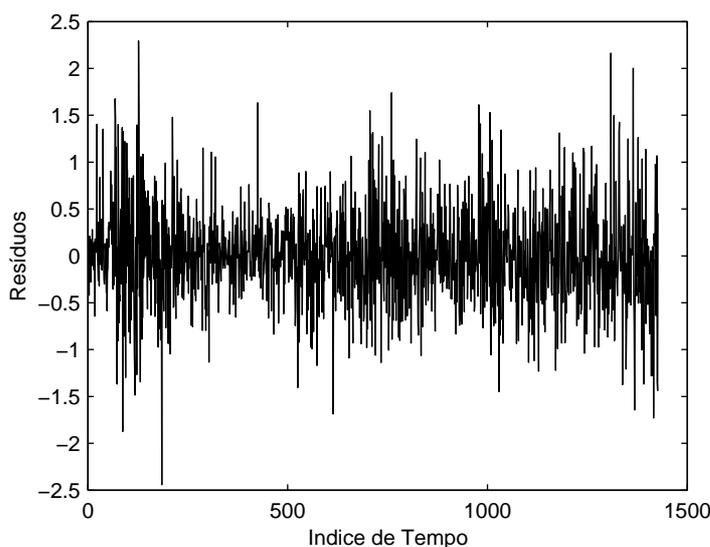


Figura 6.6: Sequência de Resíduos

Para verificar a normalidade, utiliza-se o gráfico de probabilidades normais em 6.8 e o histograma dos resíduos em 6.7.

Note na Figura 6.8 que as caudas da distribuição dos resíduos são mais pesadas do que as da distribuição normal. De fato, a volatilidade da série não é capturada por este modelo, o que pode ter desencadeado este comportamento. Deste fato, pode-se imaginar em modelar o quadrado dos retornos na tentativa de contemplar este fato estilizado.

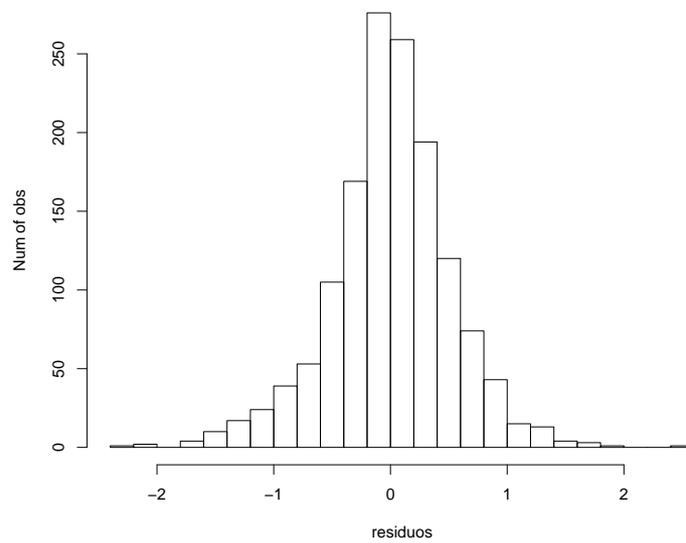


Figura 6.7: Histograma dos Resíduos

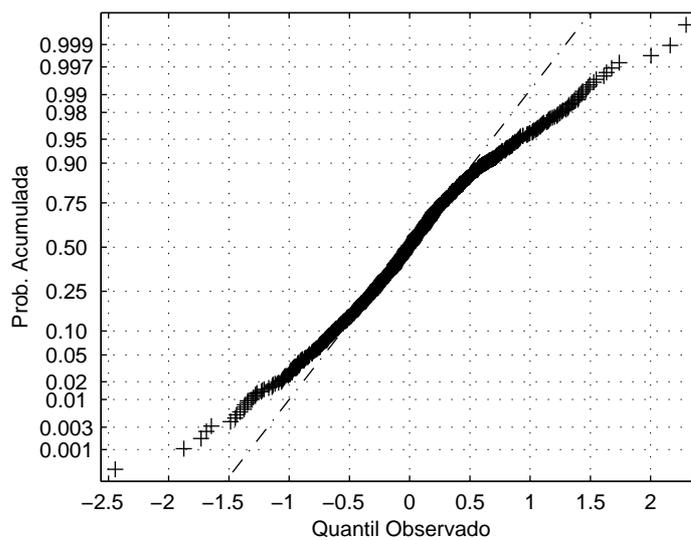


Figura 6.8: Gráfico de Probabilidades Normais dos Resíduos

O teste de Jarque-Bera aplicado aos resíduos rejeitou a hipótese de normalidade com nível descritivo abaixo de 1 %.

6.4.4 Resultados Estatísticos

Os resultados estatísticos foram avaliados dentro e fora-da-amostra, estando ilustrados nas Tabelas 6.8 e 6.9.

Tabela 6.8: Desempenho Estatístico (dentro-da-amostra)

Medidas	Modelos		
	NAIVE	ARMA	STAR-Tree
MAE	0.578	0.399	0.389
MAPE	338.230	120.293	121.490
RMSE	0.755	0.542	0.523
THEIL	0.704	0.863	0.799
CDC	47.162	51.647	52.628

De acordo com a Tabela 6.8, o desempenho do modelo STAR-Tree superou as outras alternativas em 3 dentre os 5 critérios. Fica claro a partir dos resultados que o modelo NAIVE é aquele que apresenta o pior dos desempenhos.

Devido à flexibilidade do modelo STAR-Tree, foi possível criar 3 diferentes previsões a partir do modelo STAR-Tree ajustado, cujas metodologias são descritas abaixo:

- Combinação de Regimes (RC) - Esta é a aplicação direta da metodologia STAR-Tree para produzir previsões. Ela usa a equação 6-6 para avaliar a previsão 1-passo-à-frente. Assim, as previsões são obtidas a partir da soma ponderada de modelos AR(1) na qual os pesos são obtidos pelas taxas de pertinência das observações a cada um dos regimes.
- Máxima Pertinência (MM) - Aqui, apenas olha-se para o regime mais identificado com uma observação, ou seja, aquele em que esta possui a maior das pertinências. Usa-se o modelo AR(1) deste regime para prever o retorno tal como seria feito nos modelos SETAR. Da Tabela 6.6, pode ser visto que o modelo associado ao Regime 1 será utilizado com frequência maior do que os demais, pois há a retenção de 80 % da pertinência total.
- Combinação Adaptativa de Regimes (ARC) - A idéia nesta estratégia é similar à RC, porém os parâmetros não lineares são re-estimados usando as últimas 252 observações que corresponderiam a um ano de observação.

Tabela 6.9: Desempenho Estatístico (fora-da-amostra)

Medidas Estatísticas	Modelos				
	NAIVE	ARMA	STAR-Tree(RC)	STAR-Tree(MM)	STAR-Tree(ARC)
MAE	0.801	0.564	0.577	0.570	0.543
MAPE	319.624	102.998	109.294	107.445	109.962
RMSE	1.017	0.737	0.752	0.748	0.714
U-Theil	0.690	0.908	0.862	0.848	0.804
CDC	55.862	53.793	57.931	58.276	61.034

Para a avaliação estatística fora-da-amostra na Tabela 6.9, observa-se que o modelo NAIVE apresentou a pior dentre todos os desempenhos. Para as estatísticas MAPE e U-Theil, o modelo ARMA superou as previsões dos modelos STAR-Tree, porém a abordagem adaptativa gerou resultados melhores para os outros critérios. Ressalta-se que o uso da máxima pertinência para escolher o regime gerou resultados melhores do que os obtidos pelo STAR-Tree(RC).

A Correta Mudança de Direção pode ser também considerada uma medida financeira pois ele mostra a capacidade do modelo acompanhar rapidamente as mudanças no mercado. Para este critério, a estratégia STAR-Tree(ARC) superou as demais.

6.4.5 Desempenho Financeiro

O desempenho financeiro foi avaliado com base em uma simples estratégia de negociação que compra a moeda quando a previsão é positiva e a vende se esta é negativa.

Custos de transação não são levados em consideração, embora estes pudessem ter mudado todos os resultados. Outras estratégias mais sofisticadas que usam limiares e medidas de repercussão também não foram utilizadas.

Neste caso, o interesse principal é avaliar o desempenho fora-da-amostra, o que iria representar uma aplicação destas técnicas de previsões à dados reais com interesse financeiro. Portanto, apresenta-se na Tabela 6.10 os resultados financeiros obtidos após a aplicação das técnicas de previsão.

Como fora dito anteriormente, há pouca correlação entre os desempenhos estatístico e financeiro. A abordagem NAIVE, que é uma técnica de previsão muito simples, superou praticamente todas as outras em vários critérios de acordo com a Tabela 6.10.

As técnicas NAIVE e STAR-Tree(RC) apresentaram resultados similares para os retornos acumulados e anualizados. Entretanto, o número de negociações

Tabela 6.10: Desempenho Financeiro (fora-da-amostra)

Medidas Financeiras	Modelos				
	NAIVE	ARMA	STAR-Tree(RC)	STAR-Tree(MM)	STAR-Tree(ARC)
Retornos Anual.	21.61%	9.00%	21.16%	18.38 %	27.54 %
Retornos Acum.	24.87%	10.35%	24.35%	21.15%	31.69%
Volatilidade Anual.	7.74%	8.50 %	7.97 %	7.59 %	7.95 %
Sharpe Ratio	1.76 %	0.66 %	1.67 %	1.53 %	2.18 %
Número de Transações	128	154	130	126	132
% de Negociações Lucrativas	37.50%	41.56 %	58.46 %	77.78 %	56.06%

vitoriosas é maior para o último modelo. Como os custos de transação não foram considerados, praticamente todas as estratégias negociaram com bastante frequência e o modelo STAR-Tree(MM), baseado na máxima pertinência, lucrou em praticamente 78 % das negociações. Os melhores resultados para as medidas de retorno e para o Sharpe ratio ocorreram para a estratégia adaptativa STAR-Tree(ARC).

6.5 Conclusões

Neste Capítulo, foi apresentada uma extensão do modelo STR-Tree, estudado no Capítulo 5, para a análise de séries temporais. Este modelo foi denominado STAR-Tree e sua construção segue os mesmos passos utilizados para o modelo STR-Tree, estando a principal diferença no ajuste de um modelo AR(1) nas folhas da árvore.

A proposta foi aplicada à série de retornos da taxa de câmbio EUR/USD (Euro/Dólar) e comparada com duas abordagens utilizadas com frequência na análise de séries temporais: o modelo ingênuo (NAIVE) e o modelo linear ARMA.

Ao avaliar o modelo em relação à critérios estatísticos, os resultados foram similares ao modelo ARMA(10,10), entretanto utilizando uma quantidade de parâmetros bem menor. Nestes critérios, o modelo NAIVE tem desempenho bem inferior aos demais.

O desempenho financeiro deste modelo foi equivalente à estratégia ingênua de utilizar o retorno atual para prever o retorno futuro. Entretanto, ao atualizar os parâmetros após cada previsão 1-passo-à-frente, esta abordagem adaptativa proporcionou retornos acumulados que estiveram acima de 30 %.

De forma geral, apesar da restrição em utilizar apenas modelos autoregressivos de ordem 1 nos regimes, o modelo mostrou-se competitivo, flexível nas estratégias de previsão e parcimonioso se comparado com o modelo ARMA.

Por outro lado, este não conseguiu, na aplicação proposta, capturar alguns fatos estilizados como o excesso de curtose e a volatilidade.