

6 Resultados

Neste capítulo mostraremos o comportamento das evoluções propostas em alguns exemplos. Faremos uma comparação dos três movimentos em configurações que apresentem ramos, cavidades, bolas com raios do mesmo tamanho e também buracos. Analisaremos também, através de gráficos, a eliminação das bolas supérfluas em cada etapa dos movimentos propostos.

Lembramos que eliminar as bolas supérfluas significa, em outras palavras, manter a escrita mínima da polibola durante a evolução.

Um aspecto importante a ser observado é a desconexão ou não da forma ao longo dos movimentos. Quando estamos interessados em obter uma simplificação conexa das polibolas, esta pode ser uma característica ruim. No entanto, esta propriedade pode ser bastante útil se estamos interessados em detectar “pescoços” de uma união de bolas.

Outro aspecto importante diz respeito aos exemplos que possuem buracos. Observemos que buracos “pequenos” tendem a se fechar mais rápido do que buracos “grandes”. Esta propriedade torna-se bastante útil quando estamos interessados em detectar os buracos de uma união de bolas.

6.1

Exemplo 1

Como primeiro exemplo, temos a configuração batizada de “centopéia”, vide figura 6.1. Neste exemplo, uma boa evolução deveria eliminar todos os ramos (“pernas da centopéia”) antes de desconectar a figura.

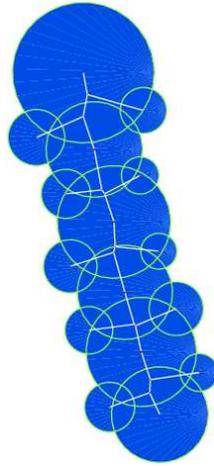


Figure 6.1: Centopéia

6.1.1

Primeiro Movimento

Neste primeiro movimento, observamos a eliminação dos ramos da centopéia. Após a simplificação do eixo medial, há o desconectamento da forma em um “pescoço”, vide figura 6.2.

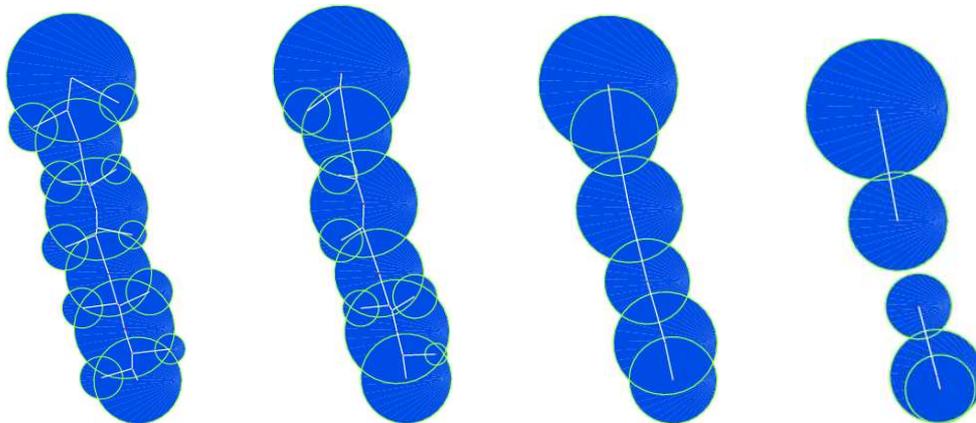


Figure 6.2: Centopéia: Primeiro Movimento

Antes de haver a desconexão da forma, observamos que a eliminação das bolas durante a evolução foi bastante rápida, vide gráfico 6.3.

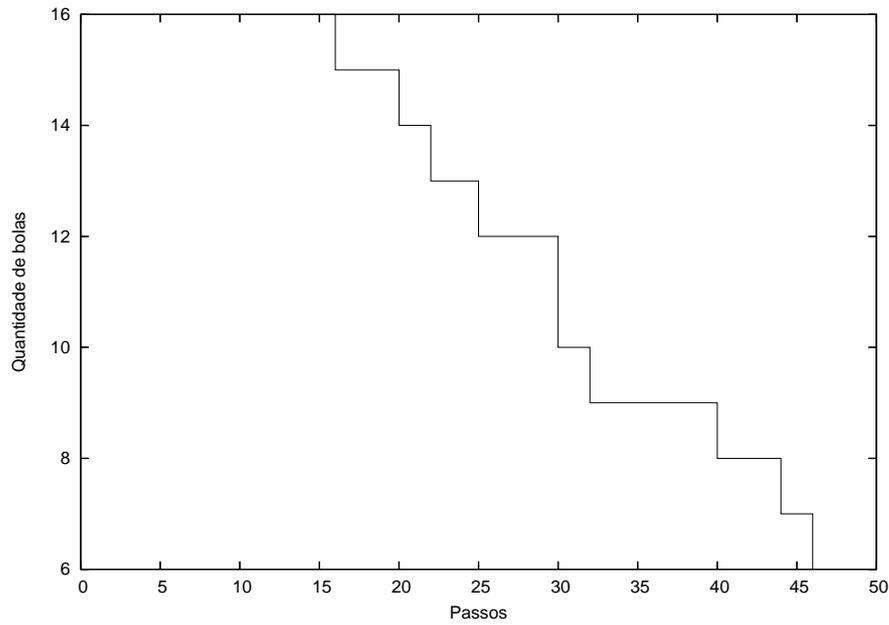


Figure 6.3: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.1.2

Segundo Movimento

Neste segundo movimento, também obtemos a eliminação dos ramos e consequentemente a simplificação da polibola. Como há o controle sobre a variação dos raios das bolas, conseguimos manter a forma conexa, vide figura 6.4.

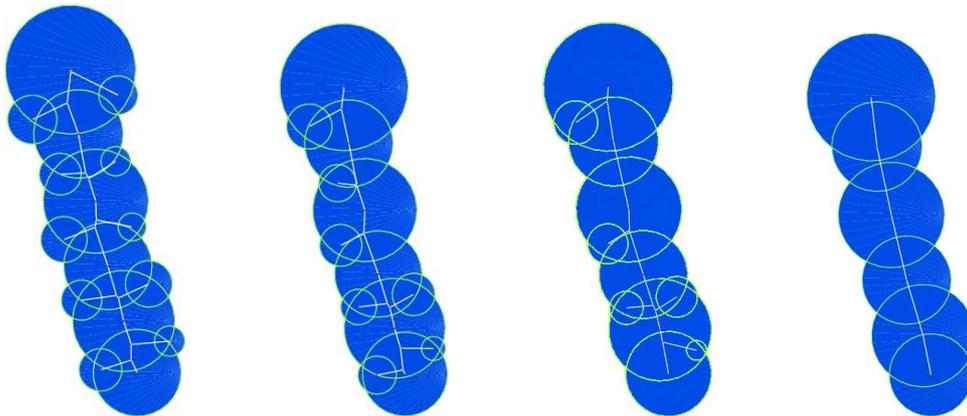


Figure 6.4: Centopéia: Segundo Movimento

A eliminação das bolas foi mais rápida neste movimento. Com menos iterações, chegamos ao mesmo número de bolas que no movimento anterior, vide gráfico 6.5.

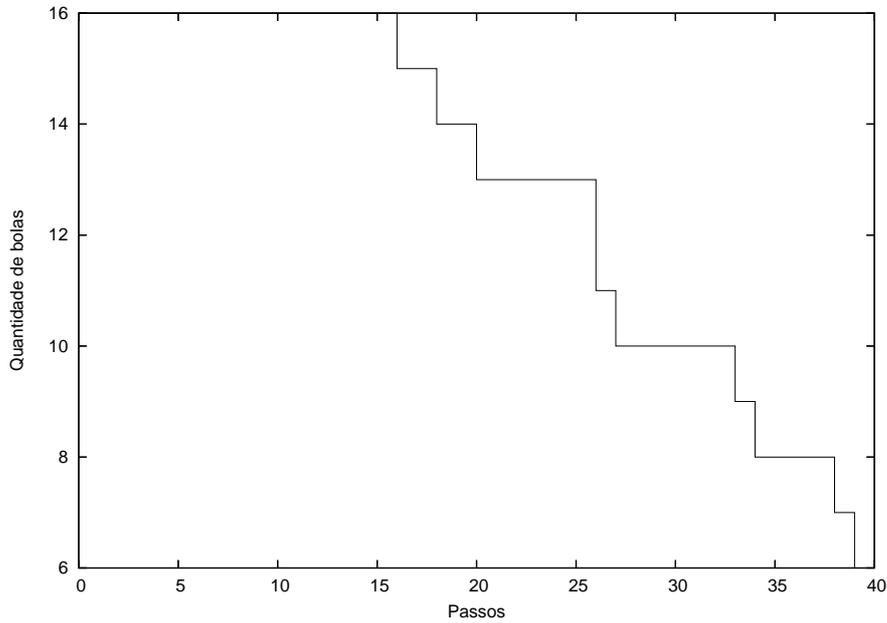


Figure 6.5: Eliminação das bolas superfluas em cada iteração

6.1.3 Terceiro Movimento

Neste exemplo, o comportamento do terceiro movimento é idêntico ao do segundo, pois nenhuma bola da centopéia pertencente ao eixo medial possui mais de duas ligações incidentes a ela e também não há o surgimento de bolas deste tipo ao longo dos movimentos anteriores.

6.2

Exemplo 2

Uma configuração cujas bolas estão dispostas formando um “U” caracteriza bem uma cavidade, vide figura 6.6. Eliminar uma cavidade significa, em outras palavras, arredondar a forma da união de bolas.

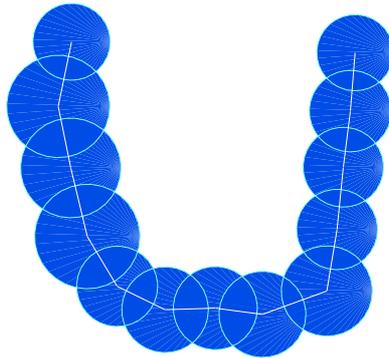


Figure 6.6: Bolas dispostas formando um “U”: cavidade

6.2.1

Primeiro Movimento

Neste exemplo, obtivemos o arredondamento da forma até uma determinada etapa, quando acontece o desconectamento da forma em um “pescoço”, vide figuras 6.7 e 6.8.

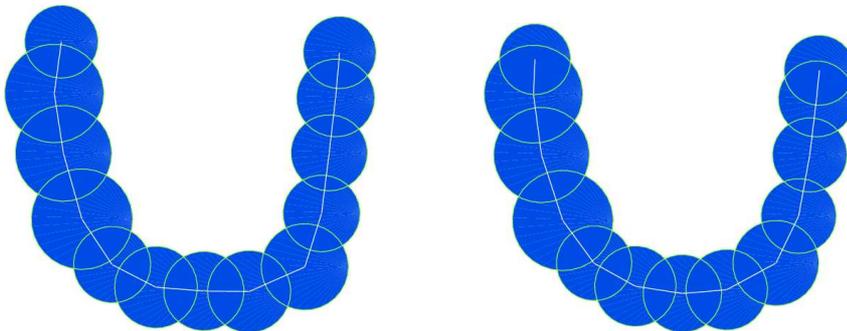


Figure 6.7: Primeiro Movimento: arredondamento da forma

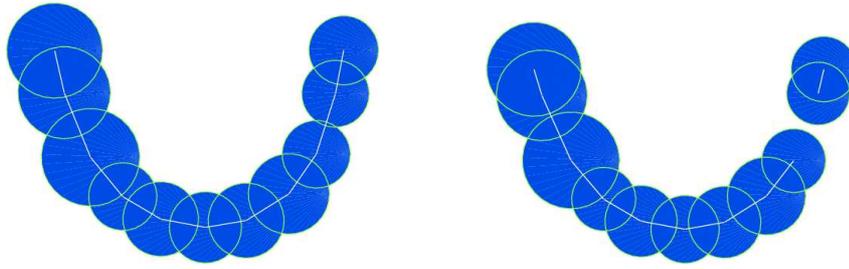


Figure 6.8: Primeiro Movimento: desconectou

A eliminação das bolas é bastante lenta neste exemplo. Antes que a forma se desconectasse, após mais de 140 iterações, conseguimos eliminar apenas duas bolas, vide gráfico 6.9.

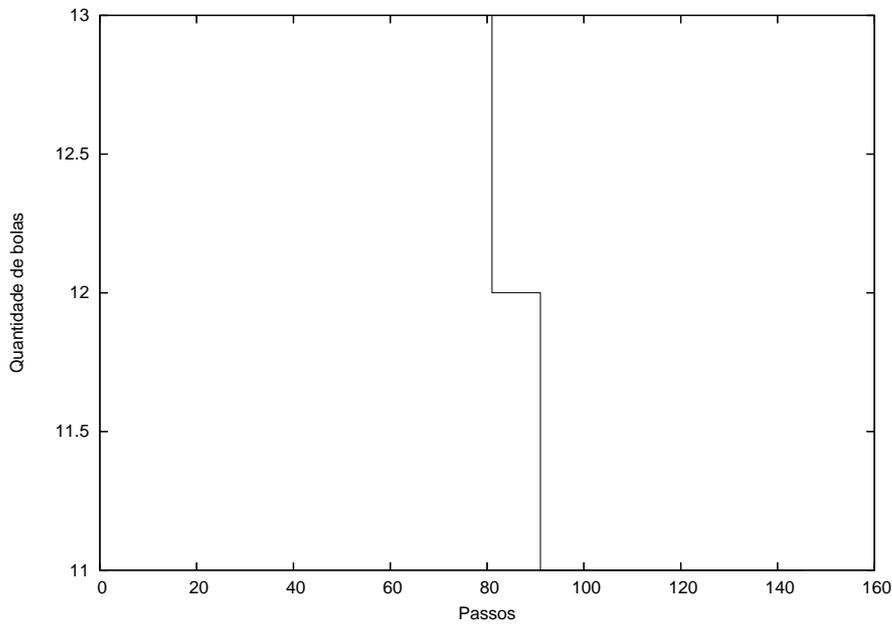


Figure 6.9: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.2.2 Segundo Movimento

Neste exemplo, o segundo movimento evitou o desconectamento da forma, assim como no exemplo anterior, vide figuras 6.10 e 6.11.

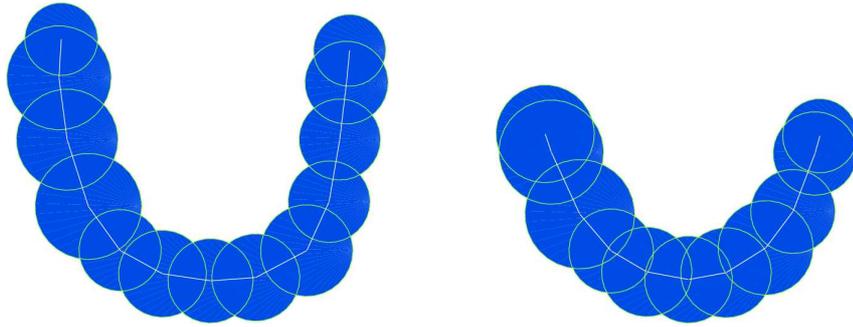


Figure 6.10: Segundo Movimento: arredondamento da forma

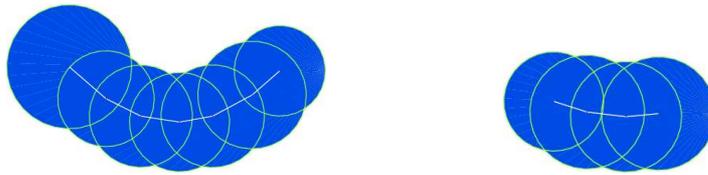


Figure 6.11: Segundo Movimento: evitou o desconectamento

Neste movimento, a eliminação das bolas também se deu de forma lenta, vide gráfico 6.12.

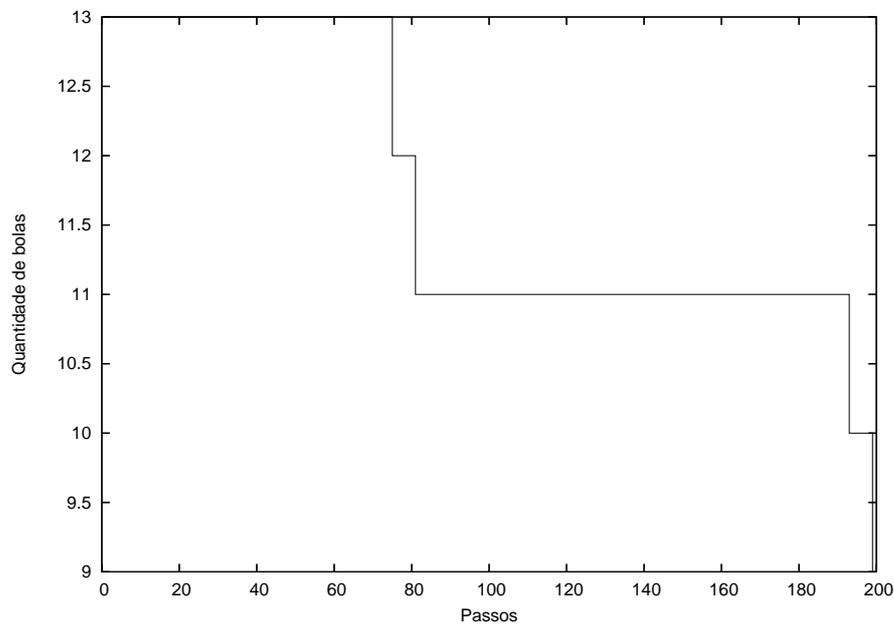


Figure 6.12: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.2.3 Terceiro Movimento

Pela mesma razão do exemplo anterior, o comportamento do terceiro movimento é idêntico ao do segundo.

6.3 Exemplo 3

Apresentaremos neste exemplo uma configuração simples que possui uma bola pertencente ao eixo medial com mais de duas ligações incidentes a ela, vide figura 6.13.

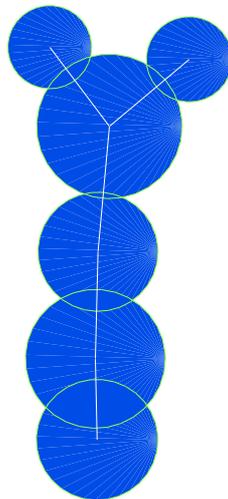


Figure 6.13: Configuração com uma bola com 3 arestas incidentes

6.3.1

Primeiro Movimento

Neste exemplo, a figura se desconecta rapidamente, vide figura 6.15.

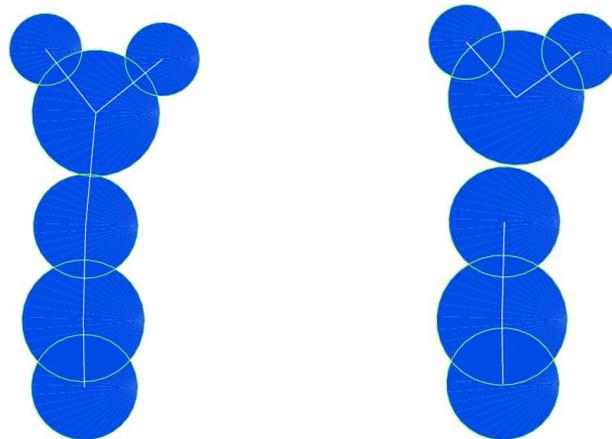


Figure 6.14: Primeiro Movimento: desconectamento rápido

6.3.2

Segundo Movimento

O segundo movimento apenas retardou um pouco o desconectamento da figura, já que nem todas as bolas têm seus raios alterados, vide figura 6.15.

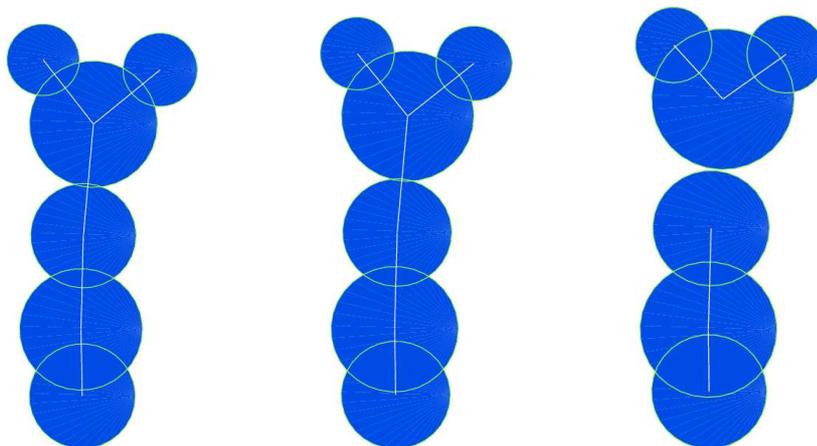


Figure 6.15: Segundo Movimento: não evitou o desconectamento

6.3.3 Terceiro Movimento

Neste exemplo, o terceiro movimento evitou o desconectamento da forma e permitiu a simplificação da polibola, vide figuras 6.16 e 6.17.

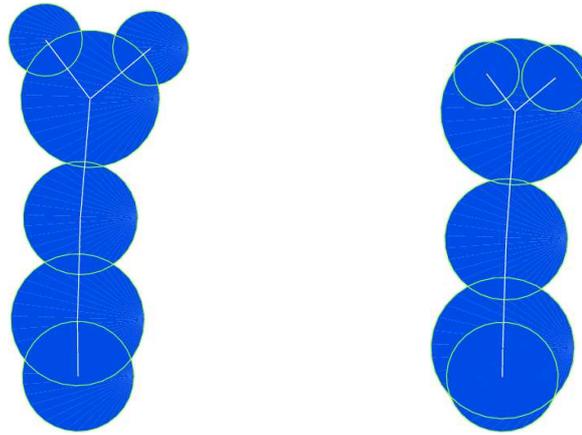


Figure 6.16: Terceiro Movimento: evitou o desconectamento

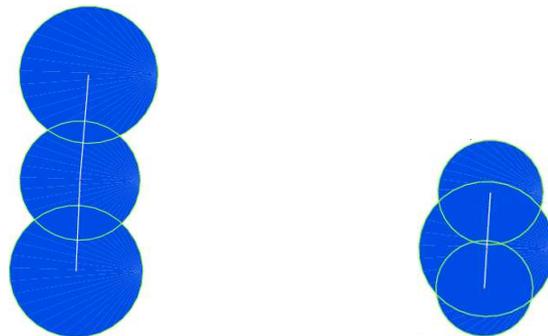


Figure 6.17: Terceiro Movimento: evitou o desconectamento

Nos movimentos anteriores, a forma se desconectou antes de ocorrer a eliminação de alguma bola. Já neste movimento, podemos observar que a simplificação demora a acontecer, no entanto, após a eliminação da primeira bola, outras duas são eliminadas logo em seguida, vide gráfico 6.18.

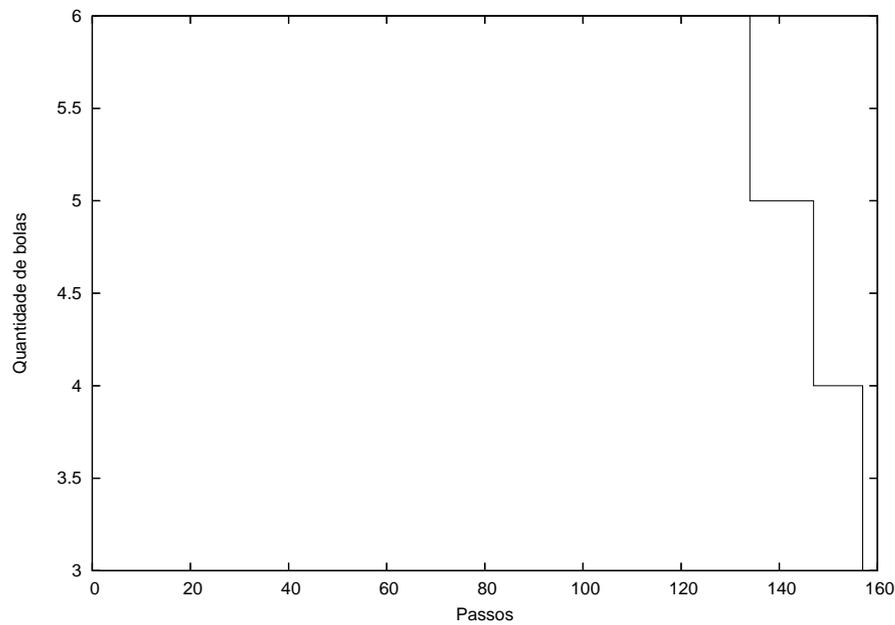


Figure 6.18: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.4

Exemplo 4

Este exemplo apresenta uma configuração com buraco que possui várias cavidades, vide figura 6.19.

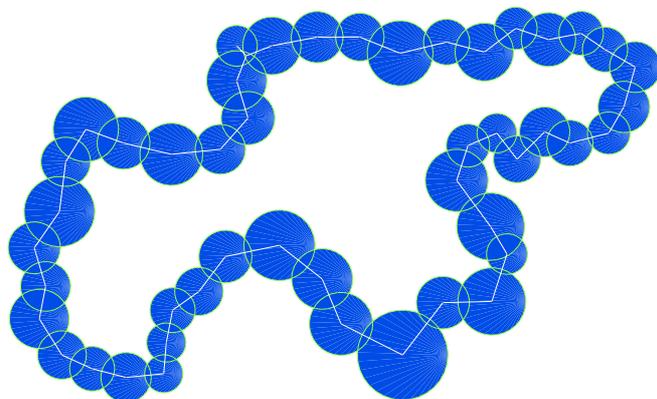


Figure 6.19: Configuração com buraco e algumas cavidades

6.4.1

Primeiro Movimento

Como já era previsto, este movimento desconectou a forma depois de uma determinada etapa, já que além de deslocar os centros das bolas na direção do eixo medial estamos variando também o tamanho dos raios, vide figuras 6.20 e 6.21.

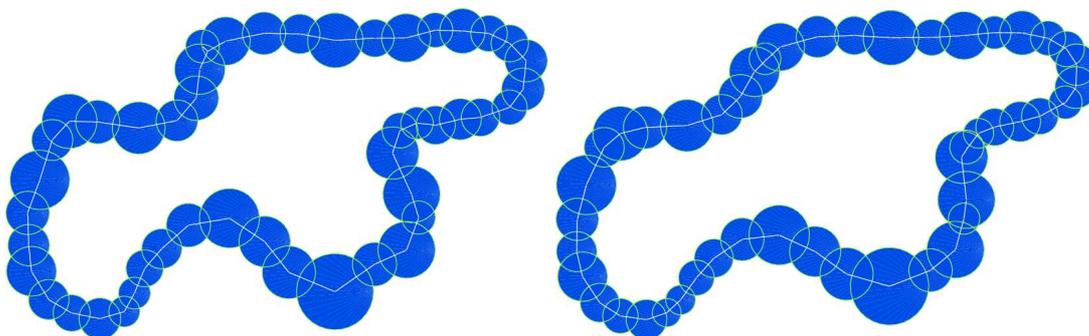


Figure 6.20: Primeiro Movimento: variação dos raios causa o desconectamento da forma

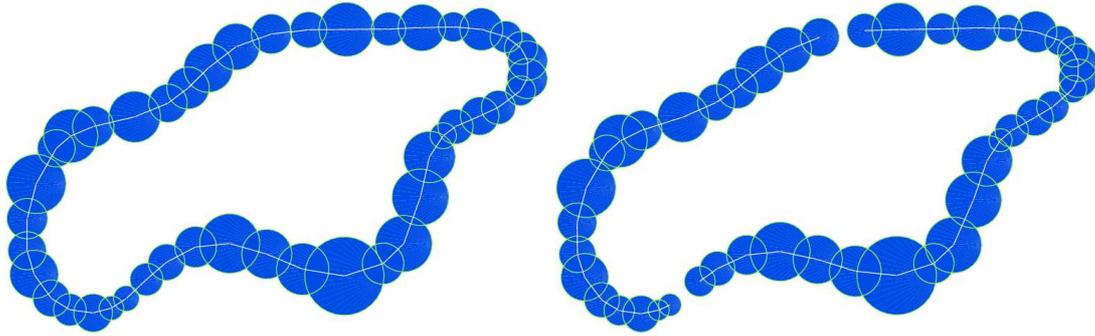


Figure 6.21: Primeiro Movimento: variação dos raios causa o desconectamento da forma

Conseguimos eliminar poucas bolas antes de ocorrer a desconexão da forma, vide gráfico 6.22.

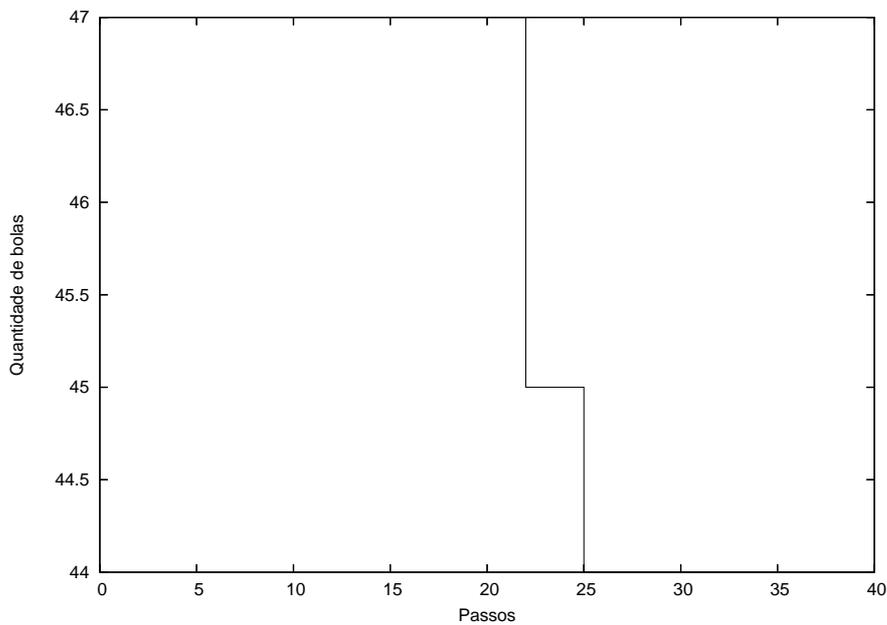


Figure 6.22: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.4.2 Segundo Movimento

Este movimento evitou o desconectamento da forma, pois não estamos variando o raio das bolas, vide figuras 6.23, 6.24, 6.25 e 6.26.

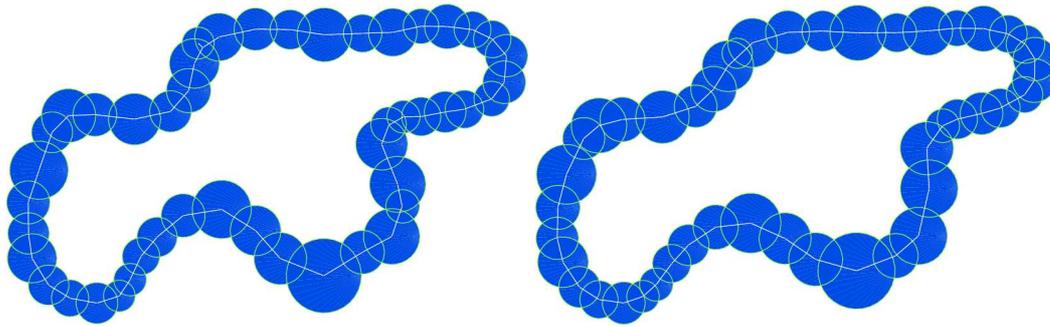


Figure 6.23: Segundo Movimento

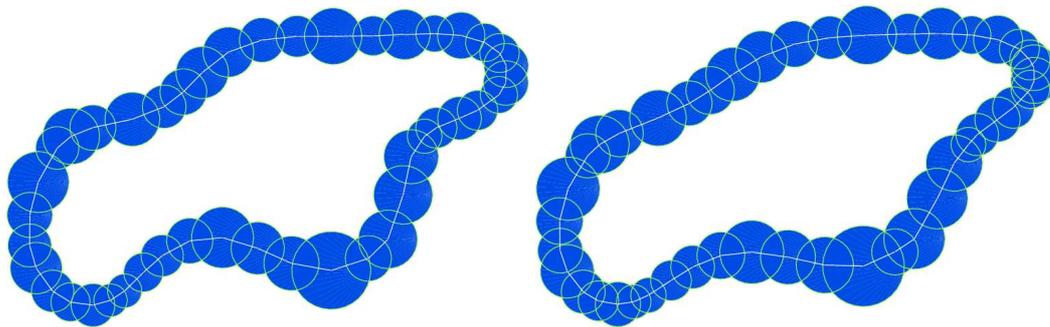


Figure 6.24: Segundo Movimento

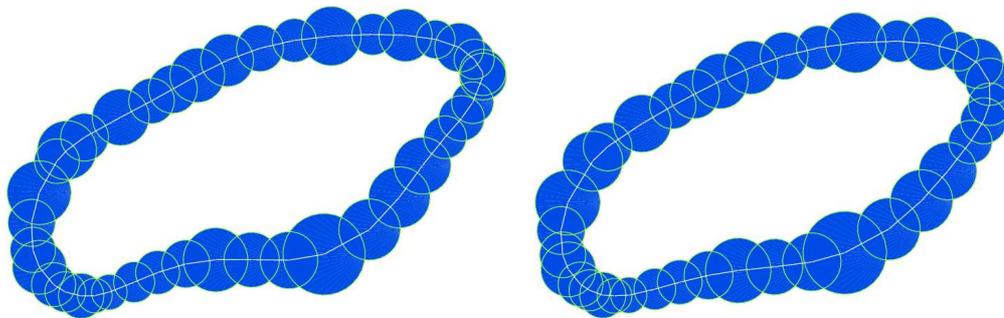


Figure 6.25: Segundo Movimento: eliminação das cavidades

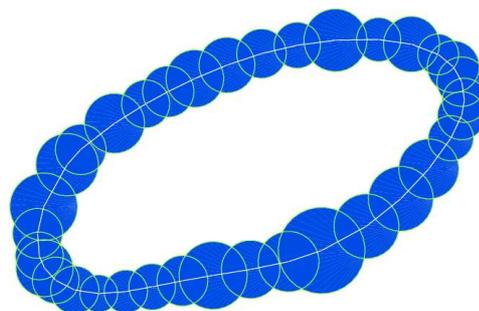


Figure 6.26: Segundo Movimento: arredondamento da forma

Com 20 iterações, conseguimos eliminar o mesmo número de bolas que o movimento anterior após 25. Entre 20 e 60 iterações a quantidade de bolas se mantém e como este movimento evitou o desconectamento da forma, conseguimos eliminar outras bolas após mais de 60 passos, vide gráfico 6.27.

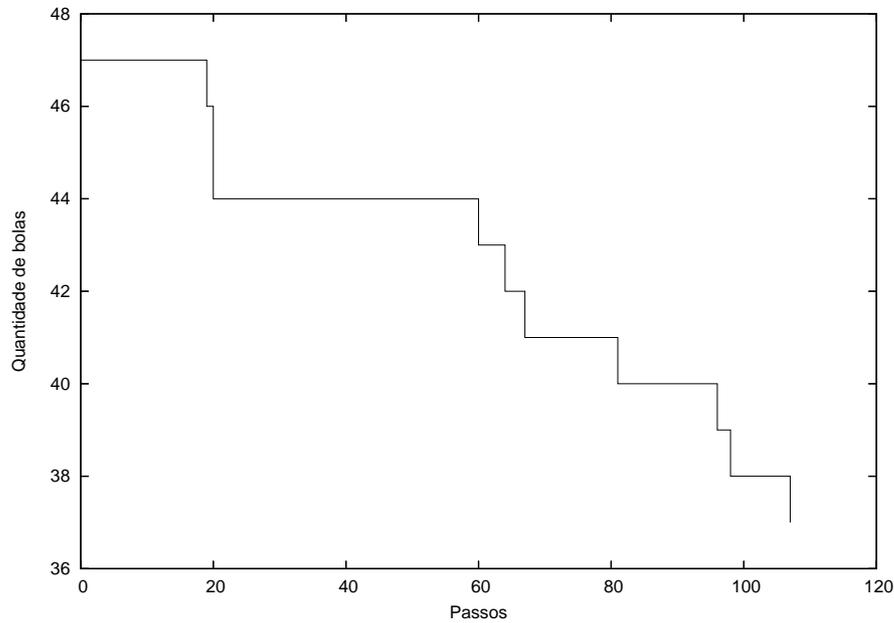


Figure 6.27: Eliminação das bolas superfluas em cada iteração

6.4.3 Terceiro Movimento

Este movimento produz o mesmo resultado que o movimento anterior, já que não existem bolas que são nós do eixo medial com três ou mais ligações incidentes.

6.5

Exemplo 5

Como quinto exemplo, tomamos uma configuração cujas bolas estão dispostas em espiral e possuem raios do mesmo tamanho, vide figura 6.28.

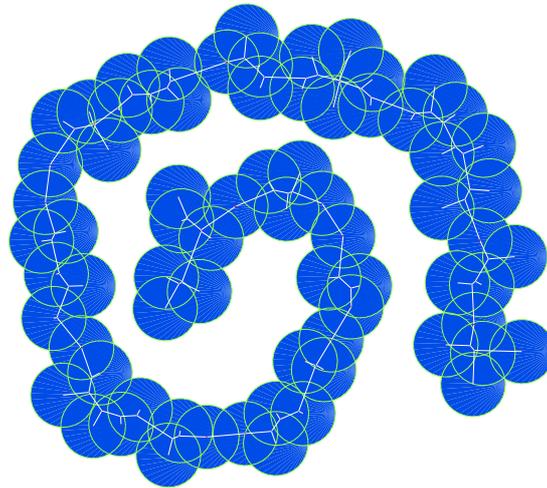


Figure 6.28: Espiral

6.5.1

Primeiro Movimento

Observemos que as bolas vão se alinhando ao longo do eixo medial, no entanto, o desconectamento em um “pescoço” neste exemplo também é inevitável, vide figuras 6.29, 6.30, 6.31 e 6.32.

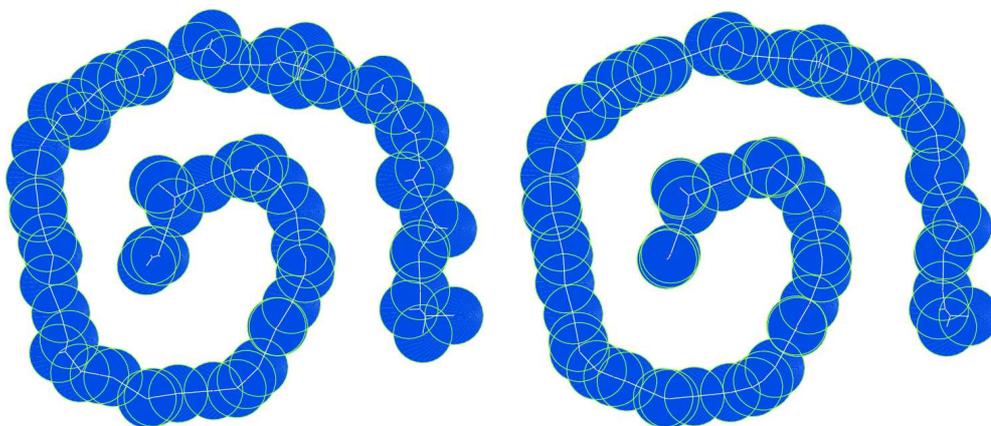


Figure 6.29: Ramos caminham em direção ao eixo medial

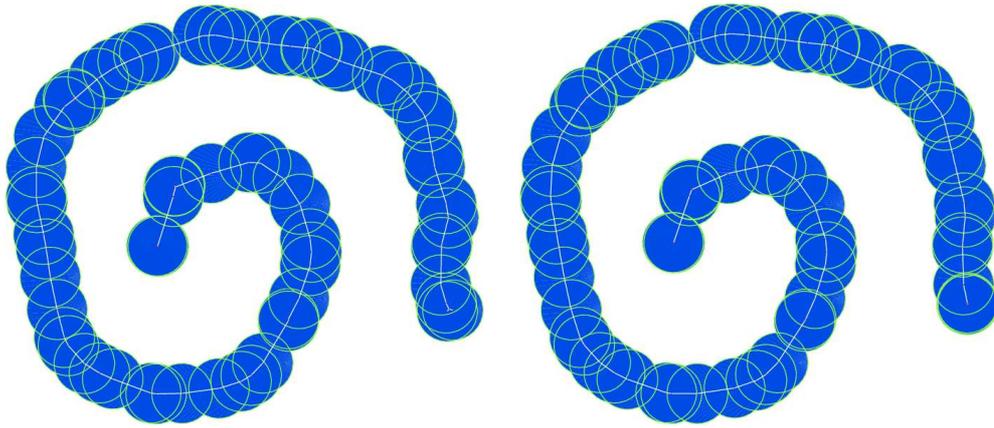


Figure 6.30: Alinhamento das bolas ao longo do eixo medial

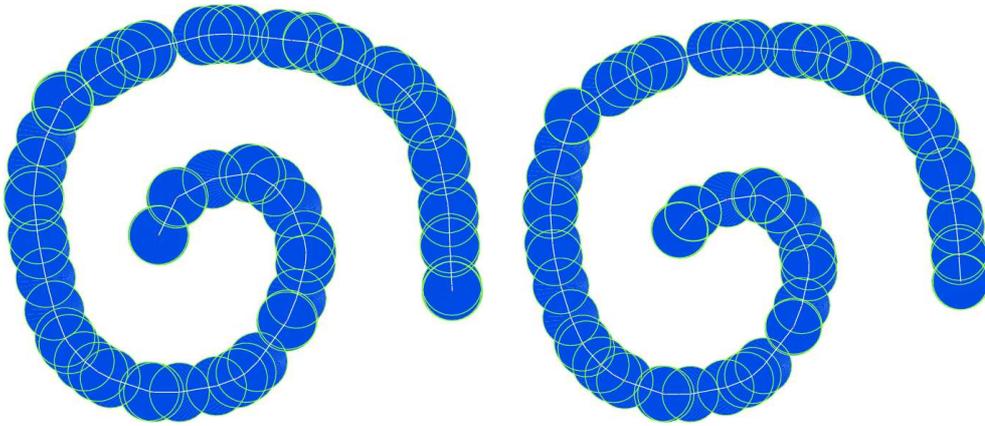


Figure 6.31: O Desconectamento da forma é inevitável

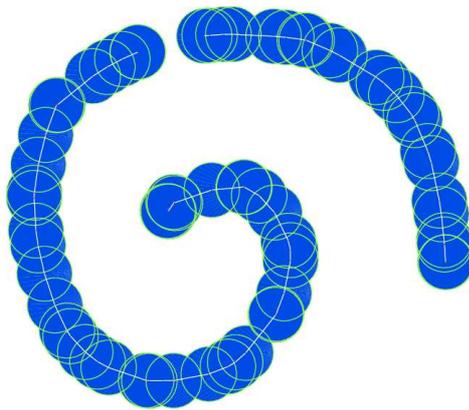


Figure 6.32: Desconectamento

A simplificação da forma em cada passo do movimento se deu conforme o gráfico 6.33.

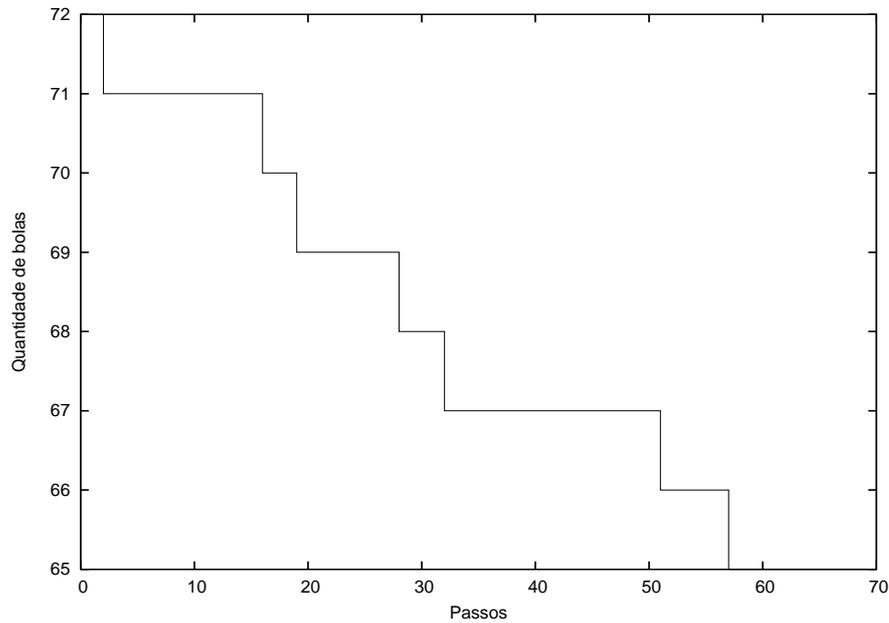


Figure 6.33: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.5.2

Segundo Movimento

Este movimento também evitou o desconectamento da forma e permitiu o desenrolamento do espiral, vide figuras 6.34, 6.35, 6.36 e 6.37.

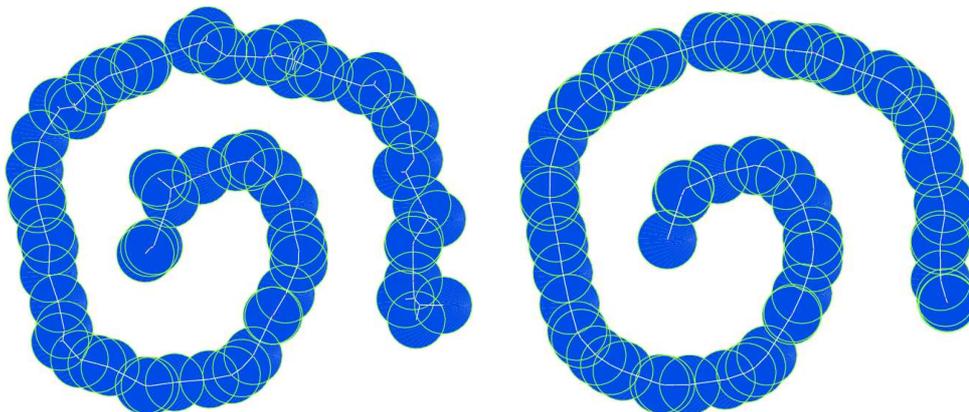


Figure 6.34: Ramos caminham em direção ao eixo medial

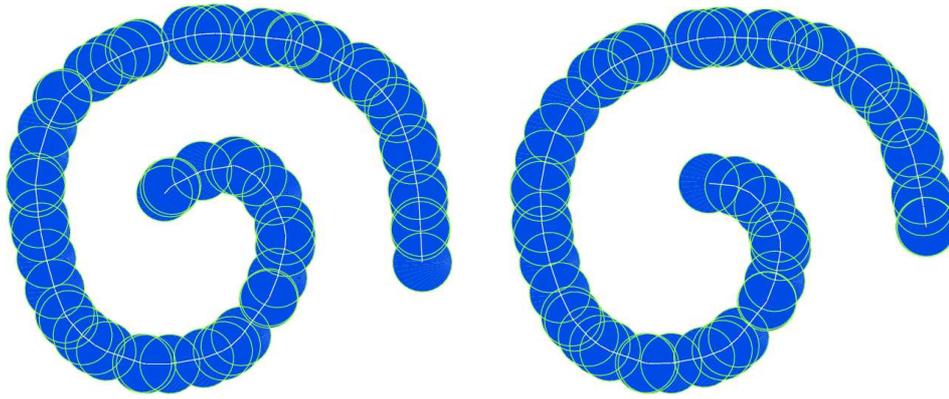


Figure 6.35: Alinhamento das bolas ao longo do eixo medial

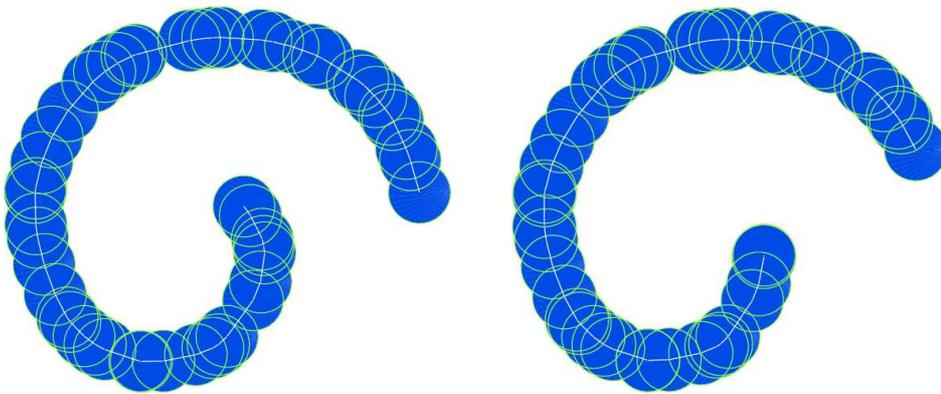


Figure 6.36: Alinhamento das bolas ao longo do eixo medial

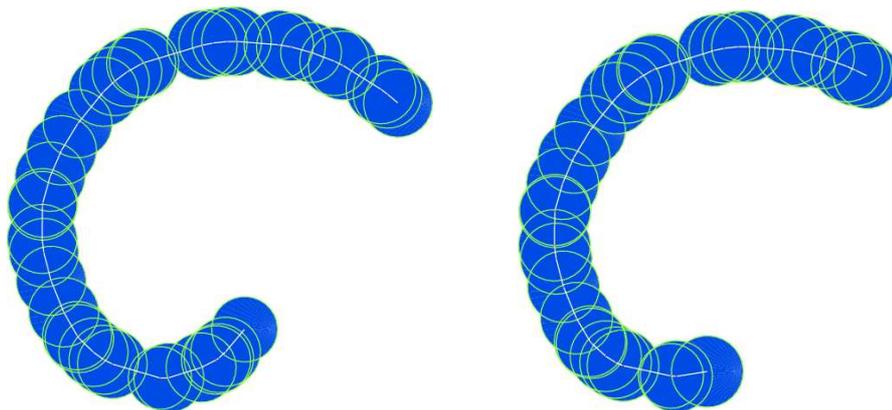


Figure 6.37: Desenrolamento do espiral

A eliminação das bolas supérfluas em cada etapa ocorreu conforme o gráfico 6.38.

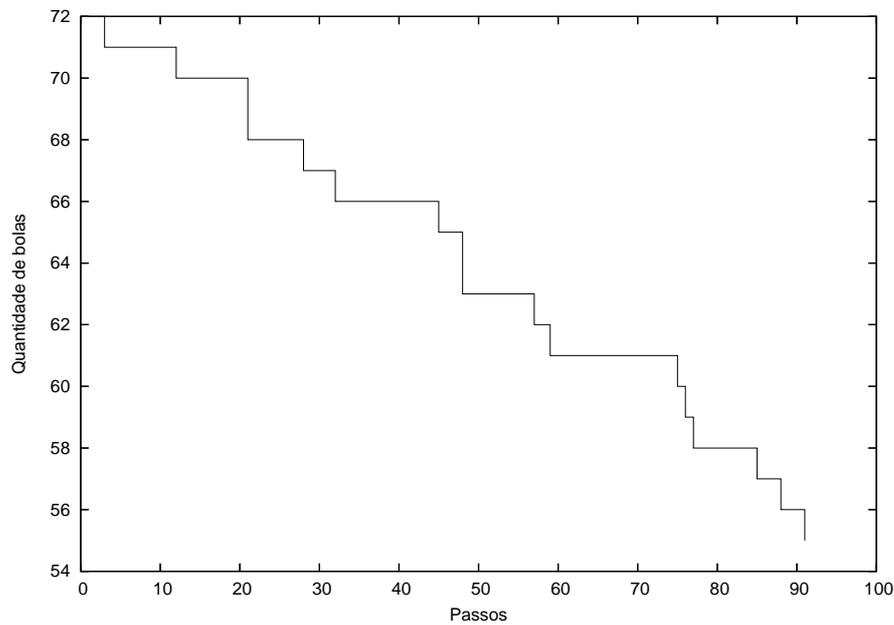


Figure 6.38: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.5.3 Terceiro Movimento

Apresentou comportamento análogo ao segundo movimento pelo mesmo motivo dos exemplos anteriores.

6.6

Exemplo 6

Apresentamos neste exemplo uma configuração batizada de “boneco”, vide figura 6.39.

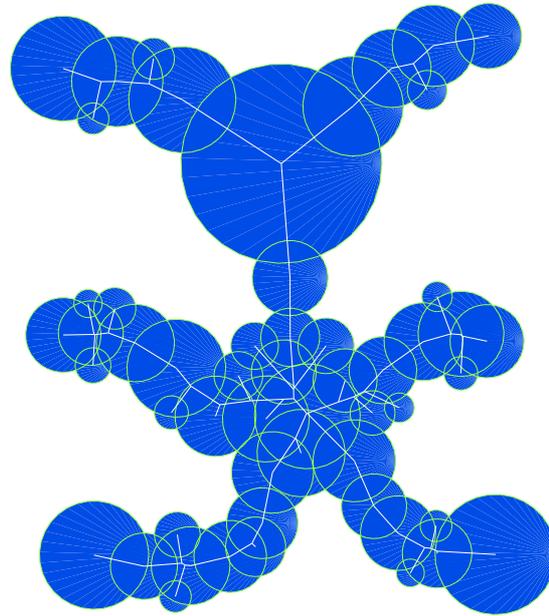


Figure 6.39: Boneco

6.6.1

Primeiro Movimento

Neste exemplo, conseguimos uma boa simplificação da polibola, através da eliminação dos ramos, antes que a figura se desconectasse, vide figuras 6.40 e 6.41.

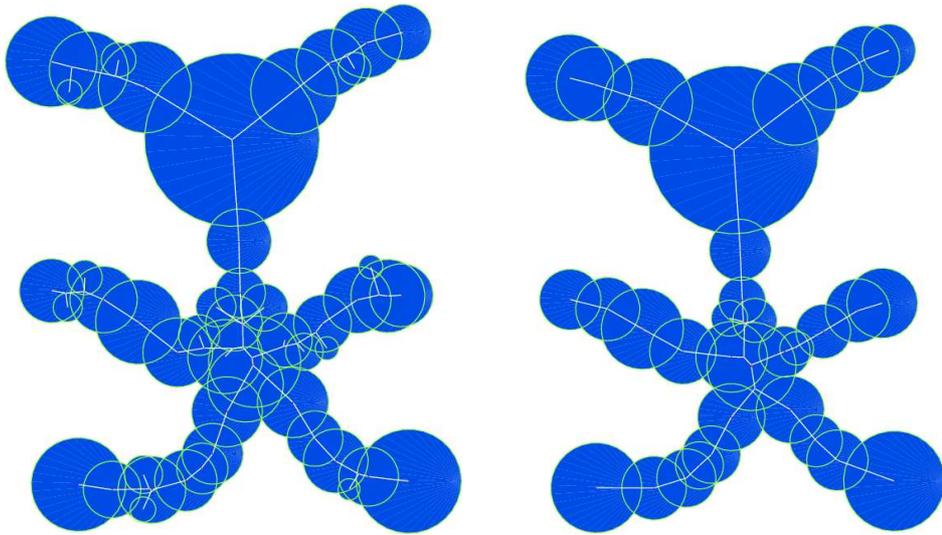


Figure 6.40: Simplificação

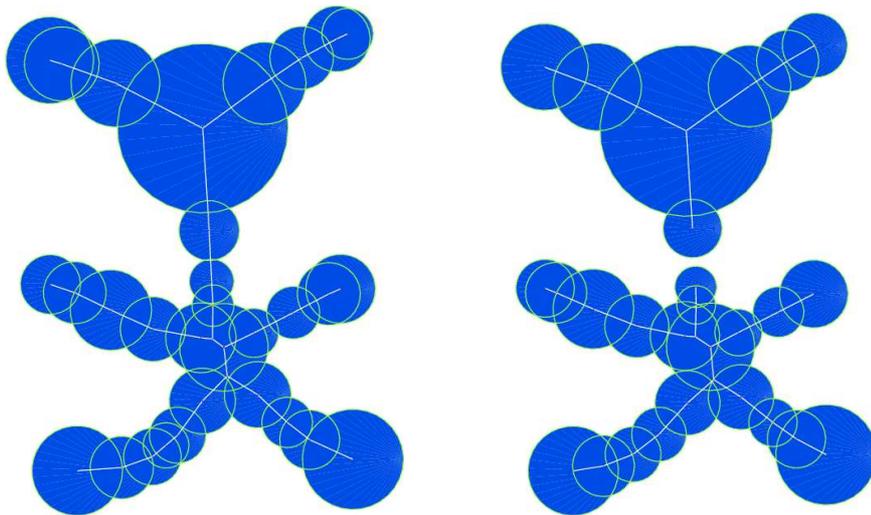


Figure 6.41: Desconectamento

Antes que a forma se desconectasse, conseguimos reduzir, praticamente, à metade a quantidade de bolas com apenas 27 iterações, vide gráfico 6.42.

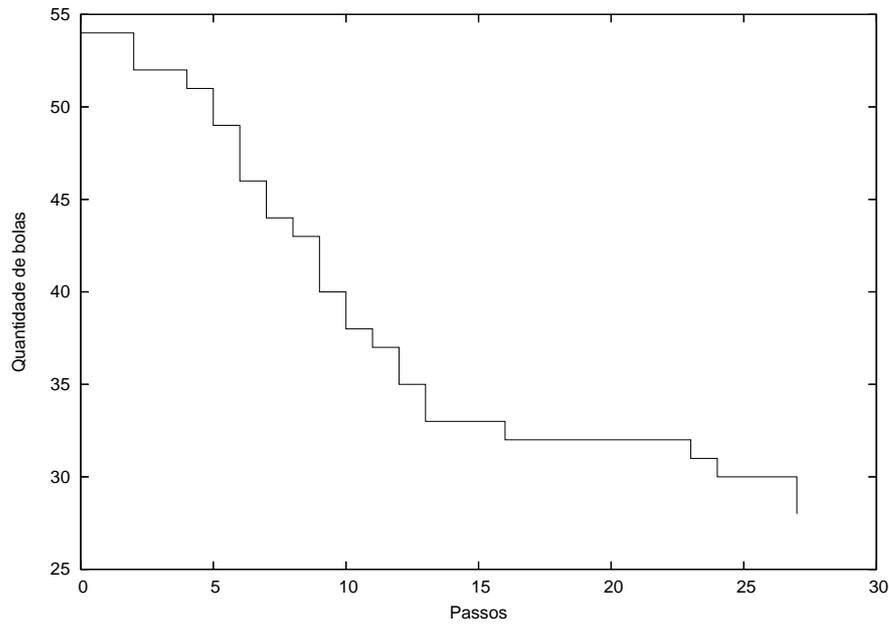


Figure 6.42: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.6.2

Segundo Movimento

Com este movimento, simplificamos a polibola e evitamos o desconectamento da forma, vide figuras 6.43, 6.44, 6.45 e 6.46.

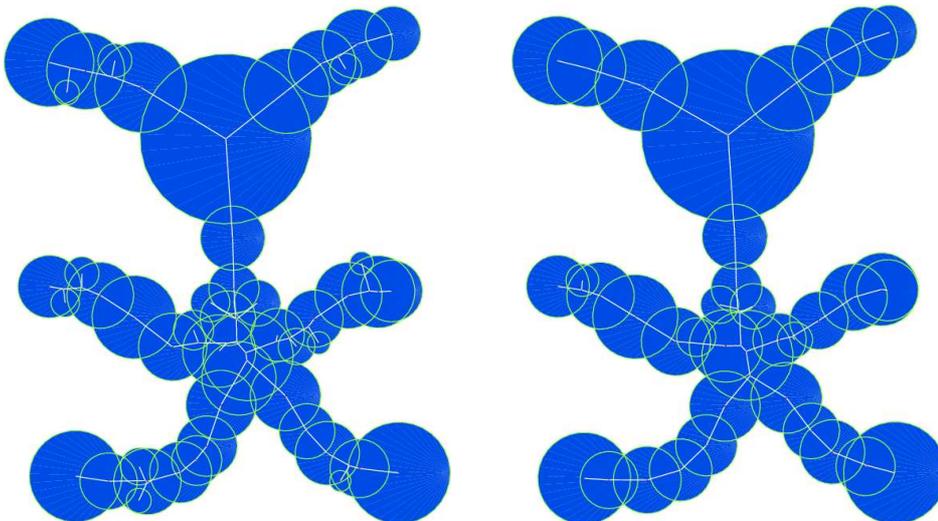


Figure 6.43: Simplificação

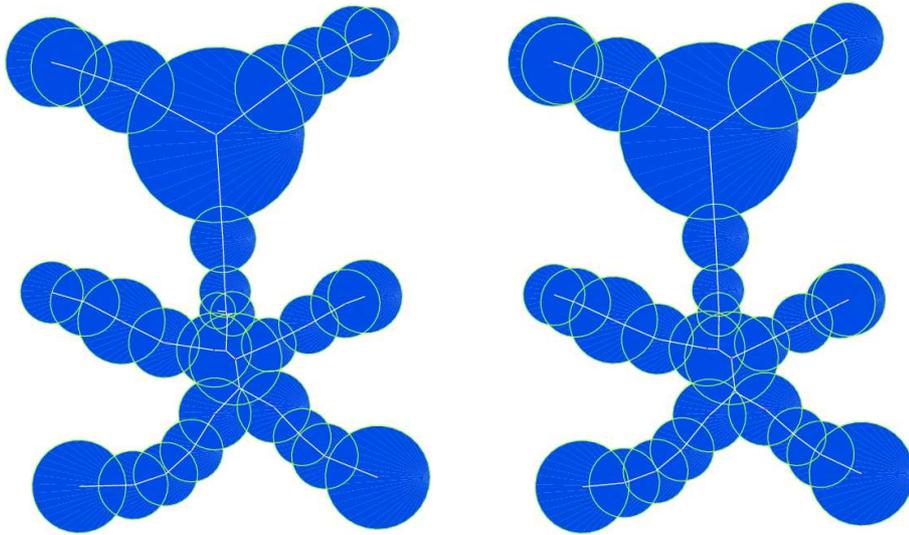


Figure 6.44: Simplificação

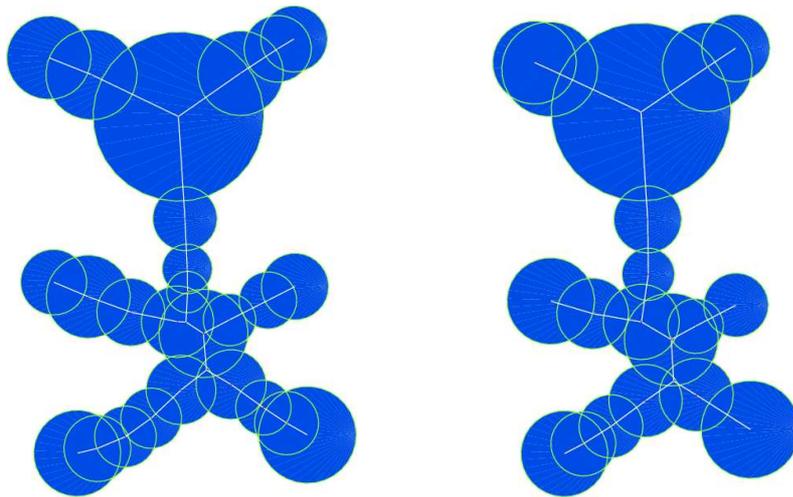


Figure 6.45: Simplificação

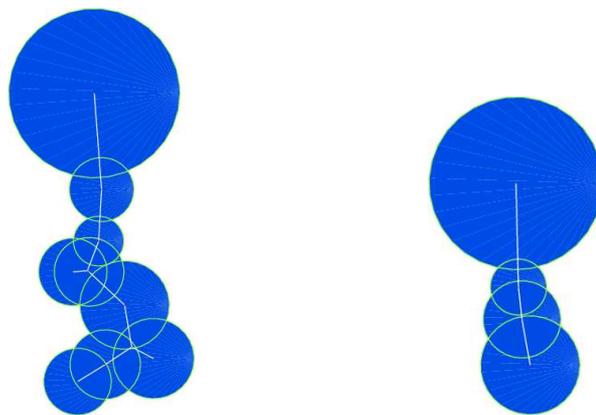


Figure 6.46: Simplificação

A eliminação de bolas mais significativa acontece nas 15 primeiras iterações, vide gráfico 6.47.

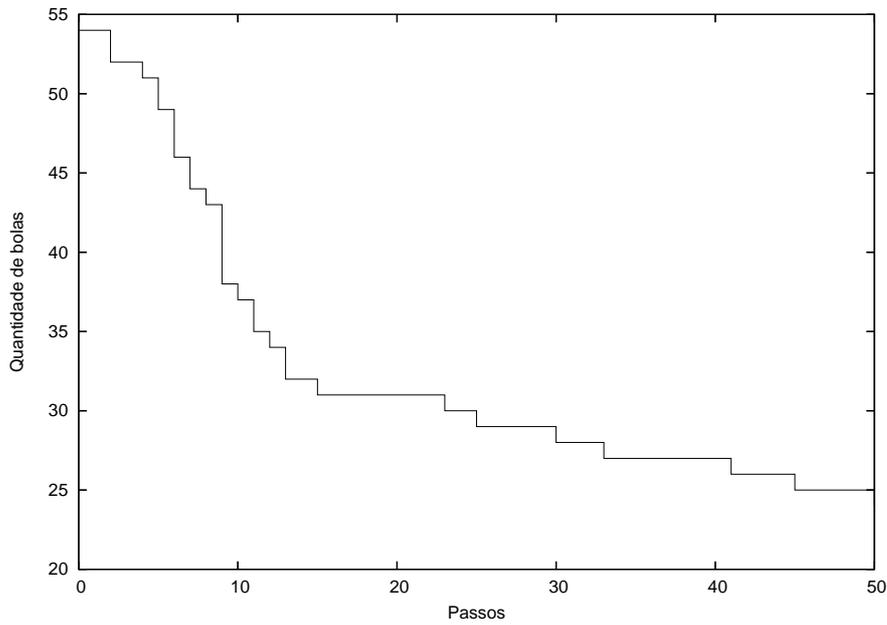


Figure 6.47: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.6.3 Terceiro Movimento

Obtivemos um resultado bastante similar ao movimento anterior, uma vez que este exemplo possui, ao longo da evolução, poucas bolas com mais de duas ligações do eixo medial incidentes, vide figuras 6.48, 6.49, 6.50 e 6.51. A eliminação das bolas em cada passo se dá de forma análoga ao movimento anterior.

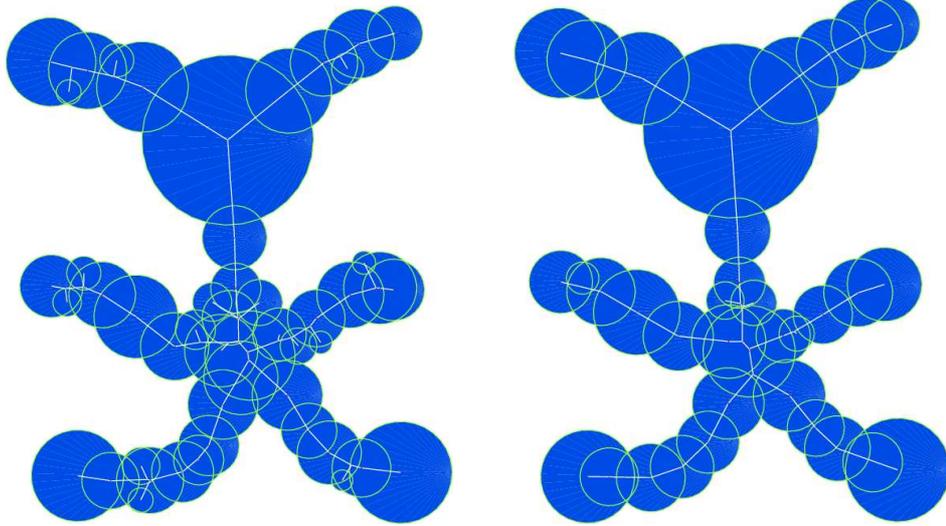


Figure 6.48: Simplificação

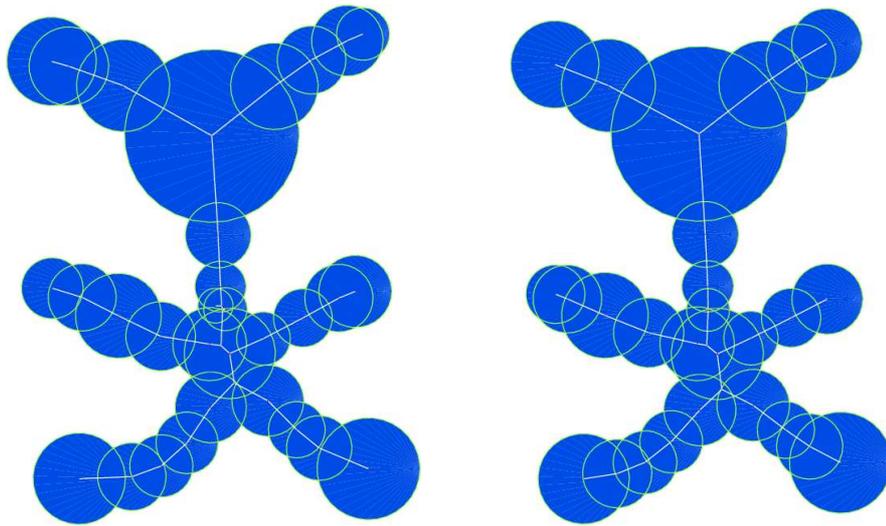


Figure 6.49: Simplificação

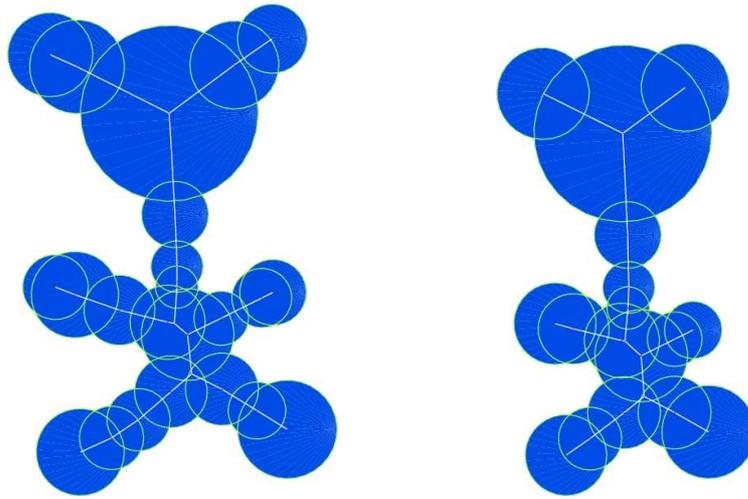


Figure 6.50: Simplificação

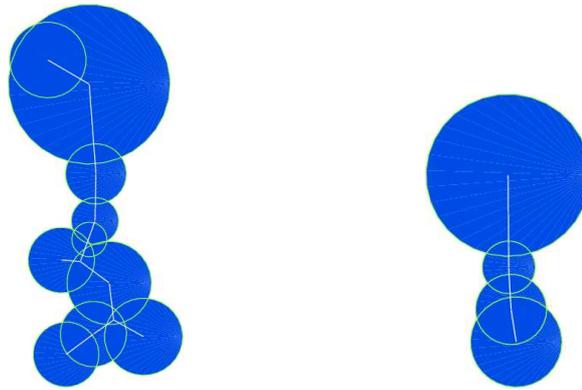


Figure 6.51: Resultado similar ao movimento anterior

6.7

Exemplo 7

Apresentamos como sétimo exemplo uma configuração que possui várias bolas com mais de duas ligações do eixo medial incidentes, vide figura 6.52.

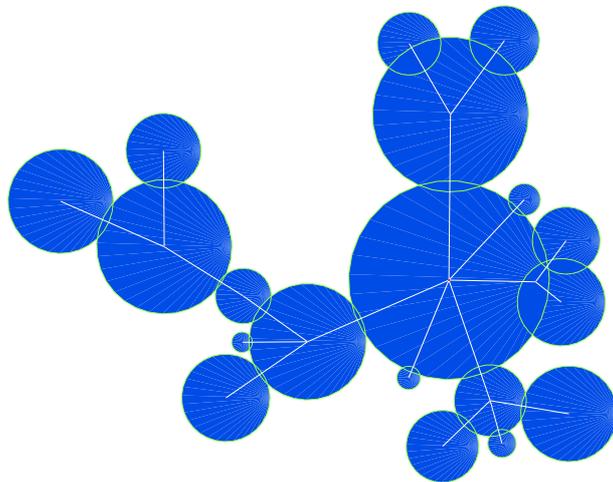


Figure 6.52: Várias bolas do eixo medial com mais de duas ligações incidentes

6.7.1

Primeiro Movimento

A ação deste movimento resultou no desconectamento da figura em vários pontos diferentes, vide figuras 6.53 e 6.54.

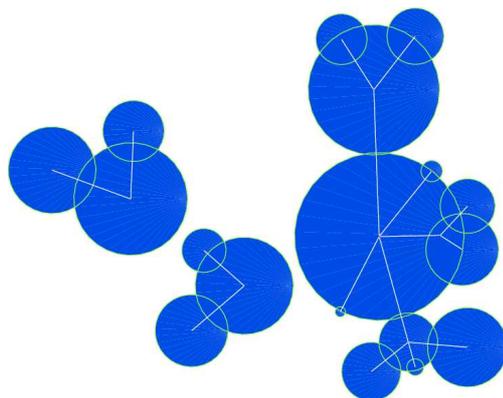


Figure 6.53: Desconectamento

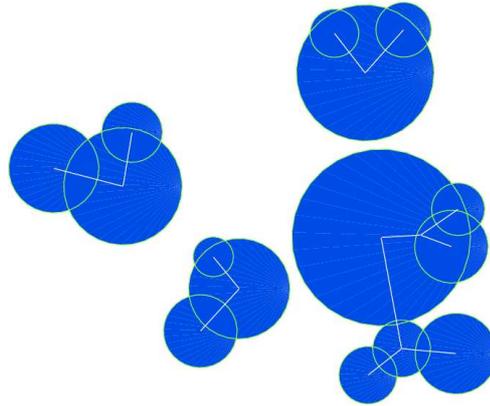


Figure 6.54: Desconectamento em vários pontos

6.7.2

Segundo Movimento

O segundo movimento manteve o resultado do movimento anterior, isto é, ele não foi suficiente para evitar com que a figura se desconectasse, vide figuras 6.55 e 6.56.

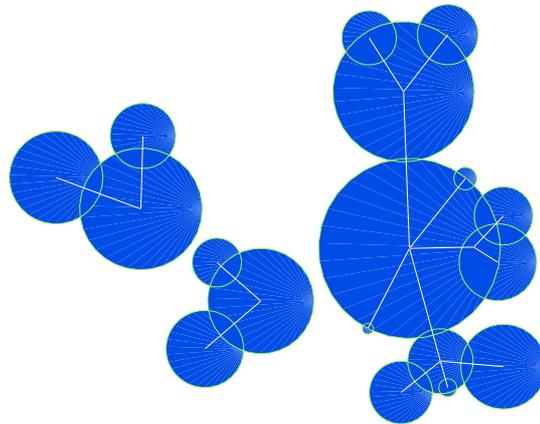


Figure 6.55: Desconectamento

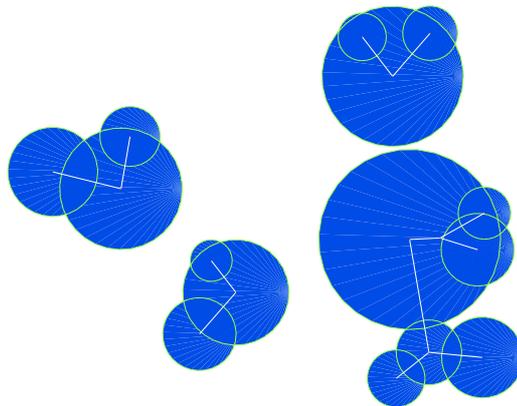


Figure 6.56: Não evitou o desconectamento em vários pontos

6.7.3 Terceiro Movimento

O controle do movimento das bolas do eixo medial que possuem mais de duas ligações incidentes evitou o desconectamento da forma, vide figuras 6.57 e 6.58.

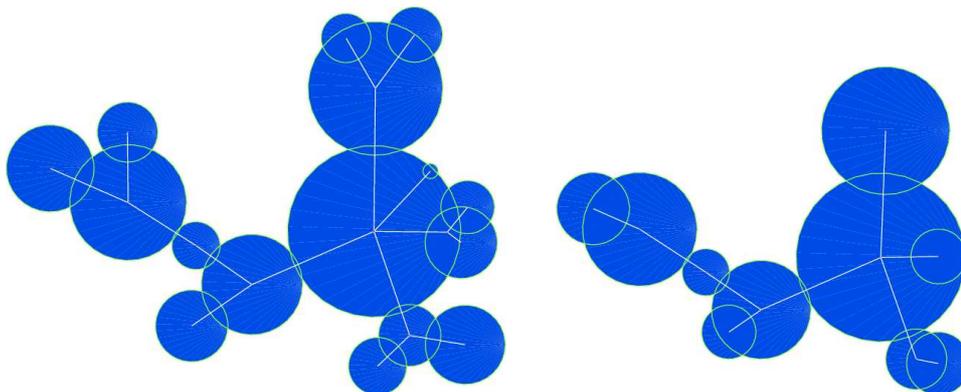


Figure 6.57: Simplificação

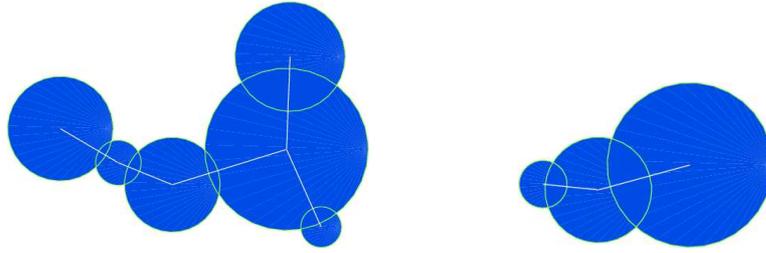


Figure 6.58: Evitou o desconectamento em vários pontos

Assim como no exemplo 3, a forma se desconectou antes de ocorrer a eliminação de alguma bola nos dois movimentos anteriores. Já o terceiro movimento possibilitou a simplificação da forma conforme o gráfico 6.59.

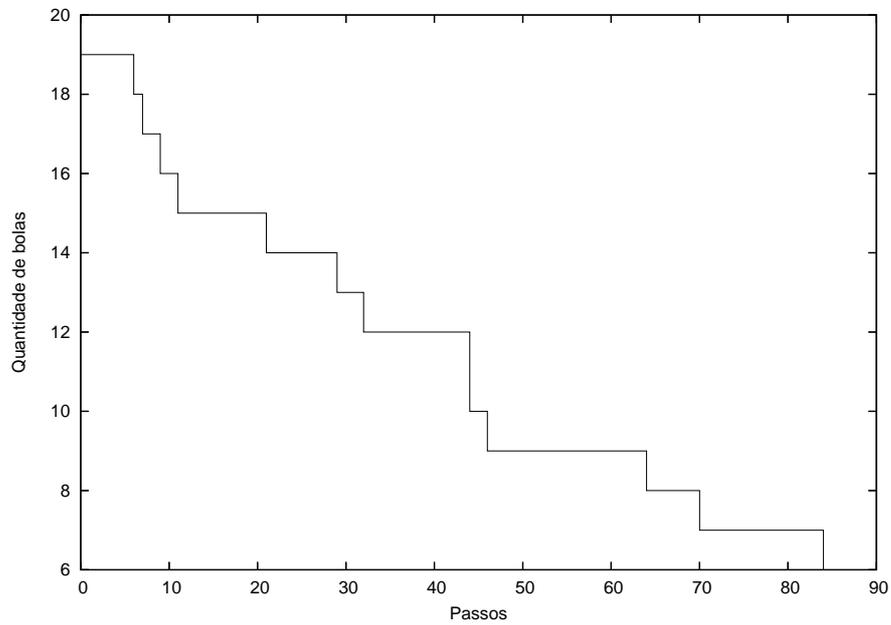


Figure 6.59: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.8

Exemplo 8

Neste exemplo, apresentamos uma configuração batizada de “cacho de uva” cujas bolas possuem raios do mesmo tamanho.

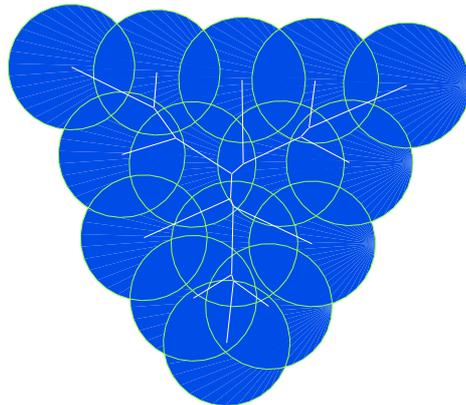


Figure 6.60: Bolas de mesmo raio

6.8.1

Primeiro Movimento

Este exemplo também apresentou uma boa simplificação, mas também aconteceu o desconectamento da forma, vide figuras 6.61, 6.62, 6.63 e 6.64.

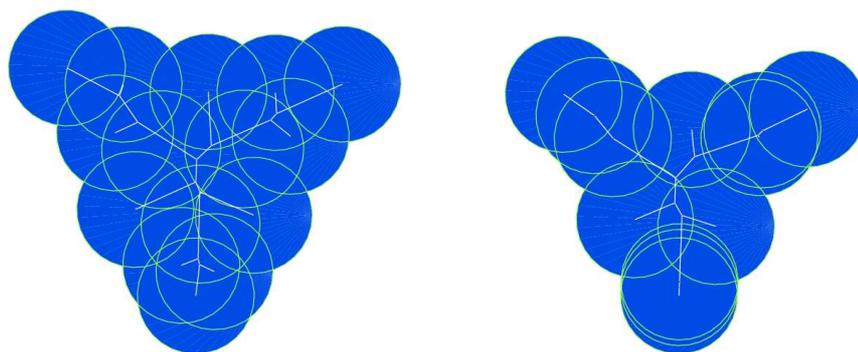


Figure 6.61: Simplificação

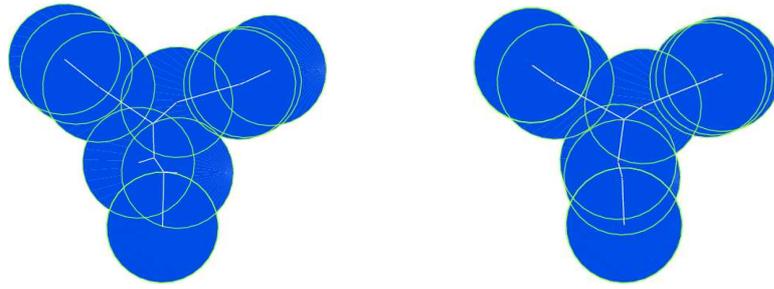


Figure 6.62: Simplificação

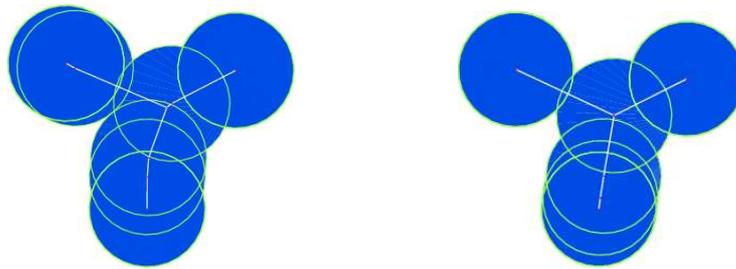


Figure 6.63: Simplificação

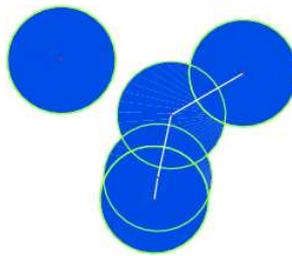


Figure 6.64: Desconectou

A eliminação das bolas supérfluas em cada iteração ocorreu conforme o gráfico 6.65.

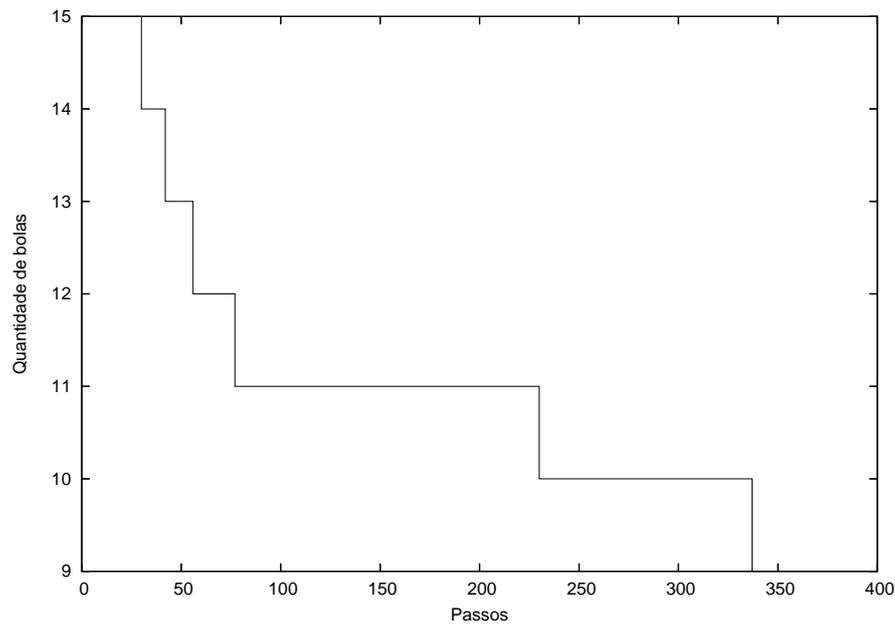


Figure 6.65: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.8.2

Segundo Movimento

Este movimento evitou o desconectamento da forma, vide figuras 6.66, 6.67 e 6.68.

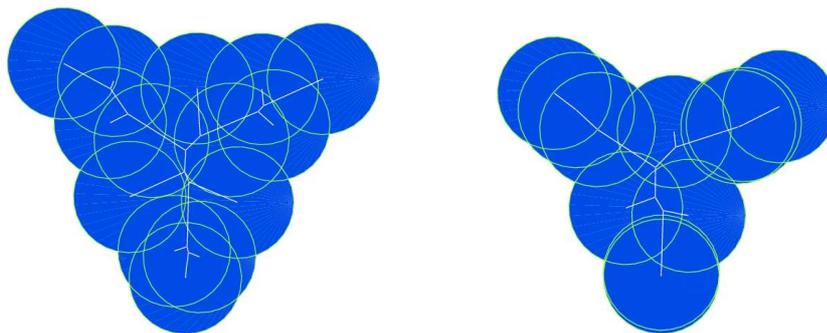


Figure 6.66: Simplificação

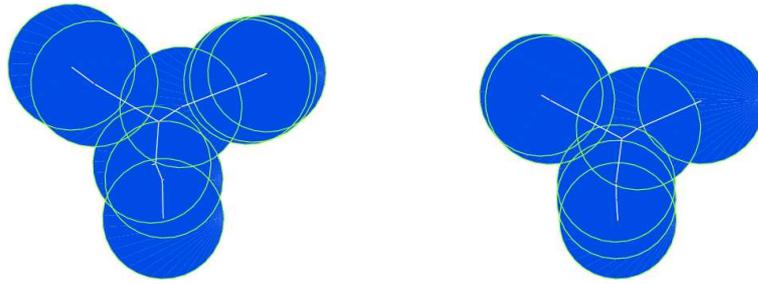


Figure 6.67: Simplificação

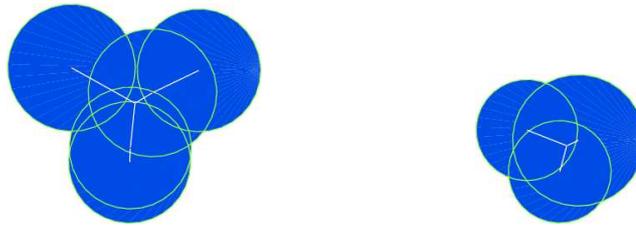


Figure 6.68: Simplificação

A simplificação da forma em cada etapa desta evolução se deu conforme o gráfico 6.69.

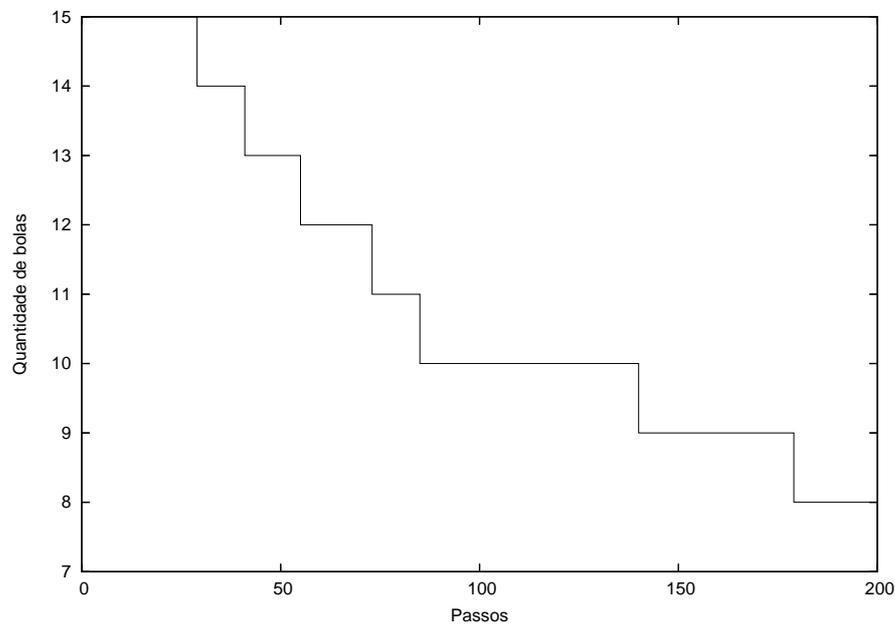


Figure 6.69: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.8.3

Terceiro Movimento

Este movimento apresenta comportamento análogo ao anterior.

6.9

Exemplo 9

Aqui apresentamos uma configuração com dois buracos, formando um “8”, figura 6.70.

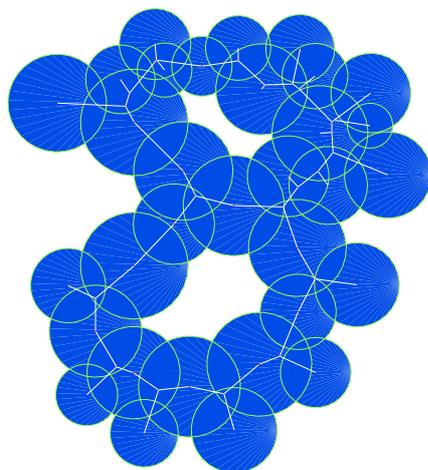


Figure 6.70: Configuração com dois buracos

6.9.1

Primeiro Movimento

Este movimento resultou na simplificação da polibola sem que a forma se desconectasse e sem que os buracos se fechassem, vide figuras 6.71 e 6.72. Mas, se continuarmos a evolução, é natural que haja o fechamento dos buracos devido a própria construção do movimento, vide figura 6.73.

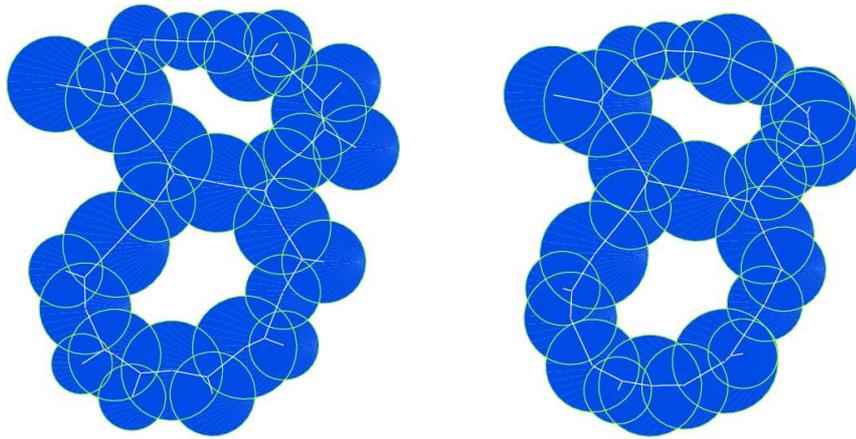


Figure 6.71: Simplificação

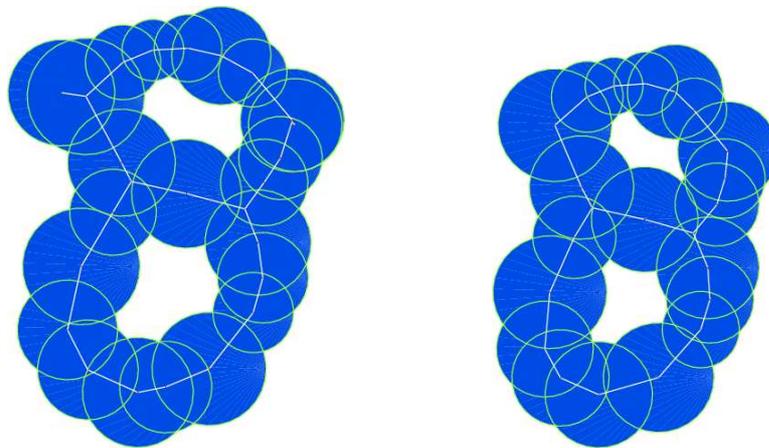


Figure 6.72: Simplificação

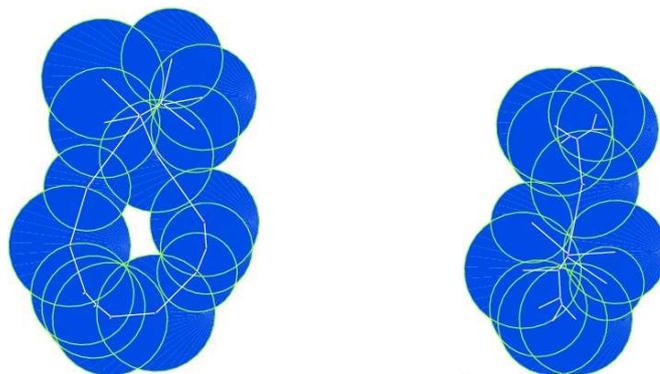


Figure 6.73: Fechamento dos buracos após a simplificação

A eliminação das bolas em cada etapa deste movimento, antes do fechamento dos buracos, ocorreu conforme o gráfico 6.74.

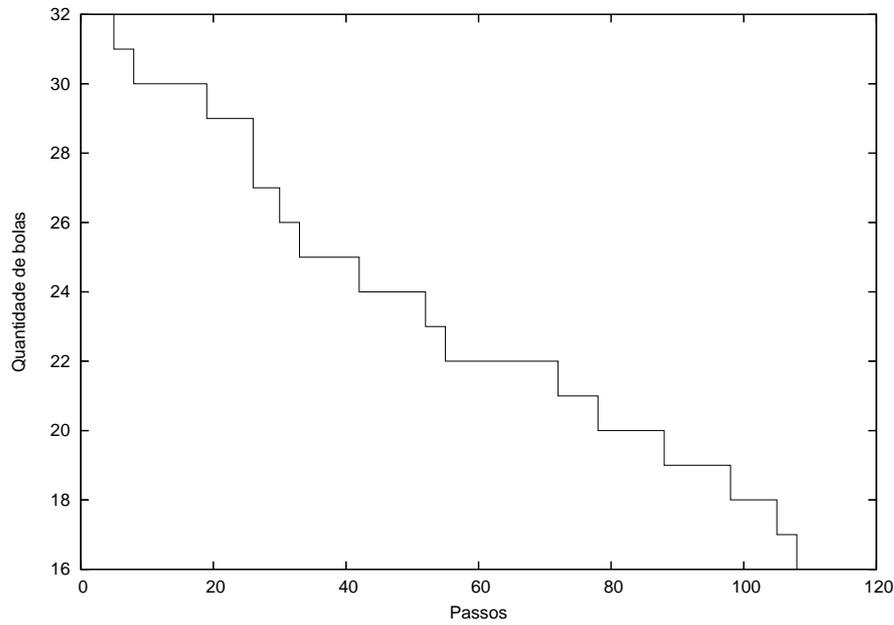


Figure 6.74: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.9.2

Segundo Movimento

Também resultou na simplificação da forma, vide figuras 6.75 e 6.76. Observemos que este movimento diminui o tamanho do buraco e a tendência é que este também se feche, como aconteceu no movimento anterior.

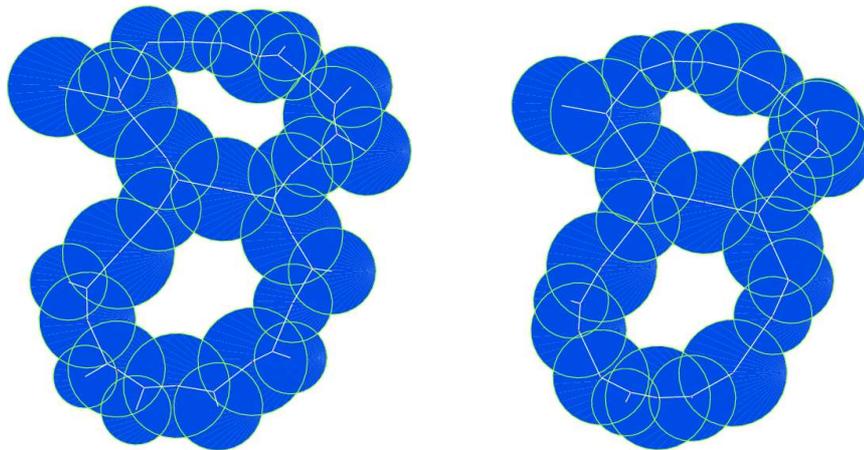


Figure 6.75: Simplificação

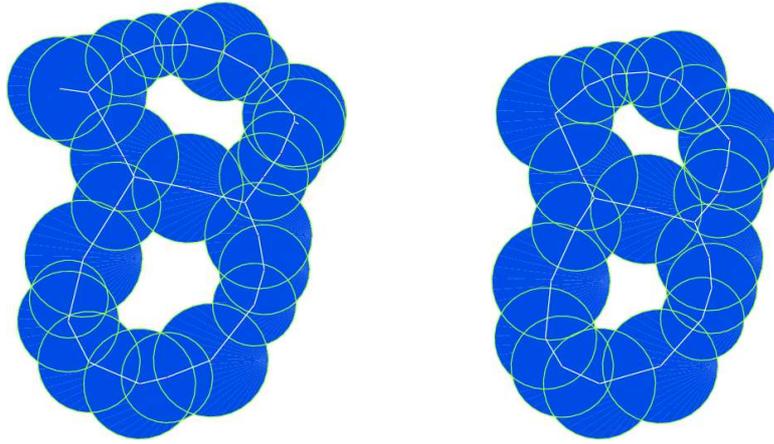


Figure 6.76: Simplificação

Neste movimento, a eliminação das bolas, antes do fechamento dos buracos, ocorreu conforme o gráfico 6.77.

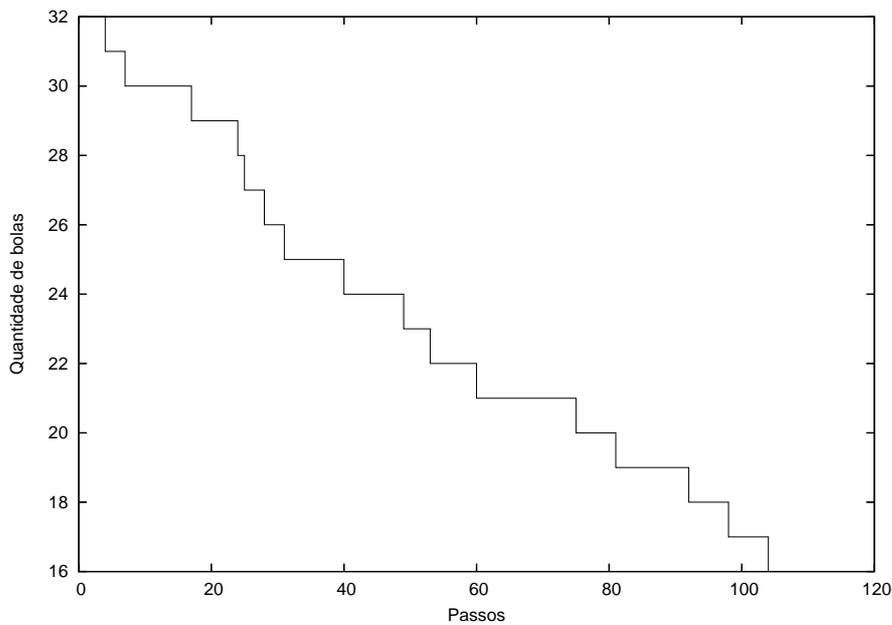


Figure 6.77: Eliminação das bolas supérfluas em cada iteração

6.9.3 Terceiro Movimento

Apresenta praticamente o mesmo comportamento do movimento anterior. Observe na figura 6.76 que há apenas o surgimento de uma bola no eixo medial com três ligações incidentes. Nesta etapa, portanto, não teríamos o deslocamento desta bola. No entanto, o ramo logo se aproxima e é eliminado, fazendo com que esta bola volte a se deslocar, vide também figura 6.76.

Em todos os exemplos, obtivemos a simplificação da polibola sem que a forma se desconectasse em pelo menos um dos movimentos. Resumimos este fato na tabela 6.1.

Resultados			
Exemplos	Movimento 1	Movimento 2	Movimento 3
1	Desconectou	Não desconectou	Não desconectou
2	Desconectou	Não desconectou	Não desconectou
3	Desconectou	Desconectou	Não desconectou
4	Desconectou	Não desconectou	Não desconectou
5	Desconectou	Não desconectou	Não desconectou
6	Desconectou	Não desconectou	Não desconectou
7	Desconectou	Desconectou	Não desconectou
8	Desconectou	Não desconectou	Não desconectou
9	Não desconectou	Não desconectou	Não desconectou

Table 6.1: Tabela des Resultados 1

Outro aspecto a ser observado diz respeito aos exemplos 4 e 9 que possuem buracos. No exemplo 4, a ação do movimento até os passos estudados não resultou no fechamento do buraco em nenhuma das variações da evolução. Mas é claro que o tendência é que este buraco se feche em alguma etapa mais adiante. Já no exemplo 9, o fechamento do buraco se deu em todos os movimentos, vide tabela 6.2. Esta propriedade pode ser bastante útil quando estivermos interessados em detectar buracos, pois buracos “pequenos” tendem a se fechar mais rápido do que buracos “grandes”.

Resultados			
Exemplos	Movimento 1	Movimento 2	Movimento 3
4	Não fechou	Não fechou	Não fechou
9	Fechou	Fechou	Fechou

Table 6.2: Tabela des Resultados 2