6
Outras Opções Reais Híbridas

6.1.
Introdução

Nesse capítulo serão analisadas, de forma resumida, outras opções reais híbridas de importância para aplicações. Será dada uma ênfase especial nas chamadas *opções reais evolucionárias*, que combina a teoria de OR com métodos de computação evolucionária, em especial os algoritmos genéticos (AG). Esse método é destacado pela sua importância prática, pois é um método flexível e que permite resolver problemas complexos de otimização sob incertezas.

Em seguida serão analisadas, de forma bem mais sumária, algumas outras opções reais híbridas tais como a combinação da teoria de OR com a teoria das restrições, as *opções reais nebulosas* ("fuzzy"), e combinações da teoria das OR com as duas principais teorias de preferências, i. é, com a *teoria da utilidade esperada* e com a *teoria dos prospectos*. Fechando o capítulo serão mencionadas algumas combinações de interesse, por ex., com a teoria das *redes neurais*, com teorias *organizacionais* e de *planejamento estratégico*, e combinações com a *teoria de desenhos de sistemas computacionais*.

Muitas outras combinações começam a ser desenvolvidas na literatura de OR, com interesse prático variado. Esse é um campo de pesquisas de grande potencial, que pode gerar importantes benefícios na solução de problemas complexos. Além disso, essas combinações ajudam na popularização da teoria das OR em outras comunidades de pesquisas. Os desafios para esses pesquisadores são grandes, já que a teoria das OR demanda um investimento de tempo em estudos de relativamente complexos problemas de investimento sob incertezas, teoria de finanças, etc. Mas deve-se ter em mente que o prêmio pode ser elevado, se forem desenvolvidos métodos realmente inovadores e eficientes para a solução desses problemas.

6.2. Opções Reais Evolucionárias

A combinação da teoria das opções reais (OR) com a teoria de computação evolucionária, em especial com os *algoritmos genéticos*, chamada de opções reais evolucionárias, é uma das OR híbridas de maior potencial prático, pela sua flexibilidade de modelagem e pela facilidade relativa de ser entendida e usada[382].

A teoria das OR tem sido largamente usada para maximizar o valor de uma oportunidade de investimento sujeito a incertezas, restrições de tempo (expiração de direitos), flexibilidades disponíveis a um custo ou naturalmente nos projetos, etc. Em um artigo inicial nesse tema, Dias (2000), apontou dois problemas práticos importantes em modelos complexos de OR e de otimização sob incerteza de uma maneira geral. Eles são descritos a seguir.

O primeiro problema é a chamada *maldição da dimensionalidade* ("curse of dimensionality"), termo usado por Bellman e conhecido na literatura de programação dinâmica[383], que é a explosão exponencial do tempo computacional. No caso de OR, o método padrão de solução de equações diferenciais parciais (EDP) é o método de *diferenças finitas*. Quando o número de variáveis de estado é igual ou maior do que 4 (fontes de incerteza mais o tempo), geralmente o método se torna numericamente inviável para resolver a EDP. O antídoto padrão para o problema da dimensionalidade é a simulação de Monte Carlo, que a cada iteração amostra as distribuições de probabilidades das diversas variáveis aleatórias (v.a.), sendo que o tempo computacional, para o mesmo número de iterações, não cresce de forma relevante se acrescentar mais fontes de incertezas no sistema.

O segundo problema é a *maldição da modelagem* ("curse of modeling", ver por ex., Bertsekas & Tsitsiklis, 1996, preface), i. é, a formulação de um problema com um sistema explícito, de forma que se mudar alguns aspectos do problema é necessário mudar todo o procedimento de otimização. Por ex., num modelo de OR com EDP, caso se queira mudar o status da taxa de dividendos δ de determinístico para estocástico, o modelo de EDP muda totalmente e tem de ser reformulado totalmente para poder ser resolvido. Um método que use simulação de processos estocásticos e um algoritmo de otimização, poderia incorporar essa mudança de

---

382 Esse tópico é baseado em Dias (2001b).

383 Ver, por ex., http://www.stat.ucla.edu/~sabatti/statarray/textr/node5.html. Uma tradução alternativa é *curso* da dimensionalidade, no sentido de ser um problema inevitável (curso de rio).

status de maneira mais incremental ou modular, com ajustes menos drásticos no sistema de solução.

Esses dois problemas têm direcionado parte da pesquisa recente de OR para técnicas de solução que usam a flexível simulação de Monte Carlo. A aplicação do cap.5 (item 5.2) é um exemplo, que considerou quatro fontes de incerteza (variáveis P, I_D, q, B) e mais o tempo como variável de estado. Por isso, foi desenvolvida no cap. 3 toda uma teoria sobre *distribuição de revelações* para suportar aplicações importantes tais como a seleção de alternativas de investimento em informação considerando várias fontes de incertezas técnicas e de mercado. Essa teoria será útil nas aplicações de OR evolucionárias.

O maior problema do uso de simulação de Monte Carlo com OR é a dificuldade de realizar a *otimização* (tradicionalmente "backward") com a *simulação* ("forward"), que é necessário no caso de opções americanas, que são mais comuns no caso de OR. Ou seja, simular é fácil, difícil é otimizar, i. é, calcular a curva de gatilhos da OR. Lembrar (cap.2) que a curva de gatilhos dá a regra ótima de decisão e o valor da OR é condicional a essa regra ótima.

Devido a essas demandas da complexa realidade de análise econômica, existe uma grande quantidade de artigos focando no uso de simulação de Monte Carlo para opções americanas[384]. Longstaff & Schwartz (2001, o mais citado), Broadie & Glasserman (1997) e Ibáñez (2004), são exemplos (existem dezenas).

A abordagem de OR evolucionárias pode ser vista como uma das alternativas de otimização para usar a simulação de Monte Carlo. Ou seja, é uma maneira mais direta de otimizar o valor da OR que permite o uso de simulação de Monte Carlo para representar de maneira flexível o problema das incertezas. A principal ferramenta de otimização das OR evolucionárias é o método dos algoritmos genéticos (AG) com estruturas de dados, i. é, *programação evolucionária* no sentido de Michalewicz (1996). O problema de otimização é abordado através da evolução de soluções em direção a um ótimo, usando *operadores genéticos* tais como operadores especiais de cruzamento ("crossover") e mutação. O método de AG segue os princípios de evolução de Darwin, de forma que existem analogias: os candidatos a solução ótima são os *cromossomas*, que

[384] Até o início da década de 90, era considerado inviável usar simulação de Monte Carlo para resolver problemas de opções do tipo americana.

tem *genes* (características dos cromossomas), com a evolução se dando por reprodução (operadores de cruzamento) e mutação. Existe uma *população* de cromossomas que evoluem ao longo de *gerações*. Os mais bem adaptados (mais ajustados, “fitness”) cromossomas têm mais chances de passarem o seu material genético (genes) para as gerações seguintes. Aqui, “adaptação” significa valor de OR de um projeto ou uma alternativa de investimento. O cromossomas aqui é o conjunto de características da regra de decisão que maximiza o valor da OR.

As literaturas de algoritmos genéticos e programação evolucionária são relativamente recentes, mas são bem desenvolvidas. Os livros clássicos e/ou mais citados são: Holland (1975), Goldberg (1989), Davis (Eds.) (1991) e Michalewicz (1996). As primeiras aplicações de AG em OR foram Winston (1999) e Dias (2000, 2001). A aplicação referencial desse item é a mesma do item 5.2, de seleção de alternativas de investimento em informação. Mas aqui o objetivo é descrever os conceitos envolvidos na metodologia e seu potencial prático, por ser um método flexível (pode-se usar qualquer processo estocástico simulável, incluir novas opções e regras, etc.) e de uso geral (não tem os problemas de modelagem específica, reportados no início desse item) para complexos problemas de otimização em OR.

O grande apelo de AG é o alto *paralelismo implícito*. Holland provou esse paralelismo dos AG em seus teoremas de *esquemas* (“schema”). Esquema é um gabarito de similaridade descrevendo um subconjunto de fileiras (“strings”) com similaridades em certos pontos da fileira. Por ex., a fileira (*, *, c, d), onde * é “não se preocupe”, é um esquema. Para a representação binária, pode ser provado que o processamento de uma população de somente n cromossomas, cada geração do AG processa de forma útil algo como n^3 esquemas! Esse é o paralelismo implícito do AG, que explica a sua alta eficiência computacional quando comparado com outros algoritmos, ver Goldberg (1989, p. 40-45).

O trabalho da abordagem evolucionária é gerar regras de decisão (curvas de gatilhos) que maximizem o valor da OR. Para fazer isso, a curva de gatilhos precisa ser codificada por um conjunto de genes com as características dessa curva de gatilhos. Em Dias (2001) isso é realizado através de dois pontos livres (unidos por segmentos de retas) e uma função. Para isso, é conveniente fazer uma mudança de variáveis na escala do tempo, reportando o tempo τ que falta para a expiração da OR ($\tau = T - t$) em vez do tempo cronológico. Com isso, é possível usar a conhecida função logarítmica. Assim, a curva de gatilhos é modelada com dois pontos livres, que representam a curva de gatilhos perto da expiração, e uma função logarítmica[385], para a maior parte da curva de gatilhos. Essa função é:

$$\mathbf{(V/I_D)^* = c + d \ln(\tau)} \qquad \mathbf{(368)}$$

Onde "c" e "d" são coeficientes da função (a serem evoluídos) e τ o tempo para a expiração. A Figura 80 ilustra a representação da curva de gatilhos como um cromossoma com dois pontos livres e a função logarítmica da eq. (368).

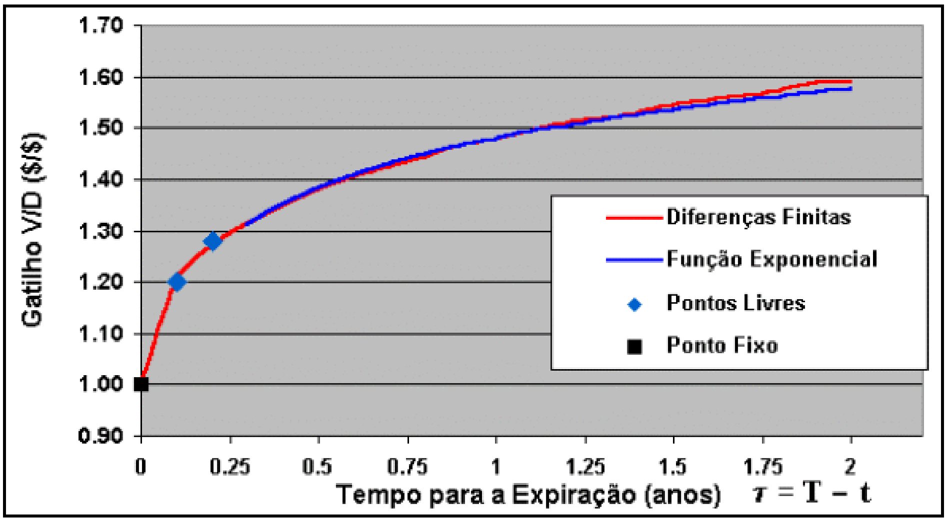

Figura 80 – Curva de Gatilhos Representada por Cromossoma

O ponto fixo para $\tau = 0$, é a regra de OR para a condição terminal (expiração) que, no caso, coincide com a regra do VPL = V – I_D, i. é, invista se o VPL > 0 ou invista se V / I_D > 1, nessa abordagem normalizada (ver as vantagens dessa normalização da curva de gatilhos no item 5.2). A Figura 80 mostra também uma solução obtida com o método de AG (em azul) e a solução "teórica" do método das diferenças finitas.

Note que essa abordagem é bem geral no sentido que essa idéia pode ser usada para resolver qualquer problema de *fronteira livre* ("free boundary"), não só no contexto de finanças. A idéia é usar funções e pontos, cujos valores e/ou parâmetros (coeficientes) são selecionados num processo evolutivo. É possível também selecionar a própria função (exponencial, polinômio, etc.) com esse processo evolutivo. Para casos muito complexos, essa pode ser a melhor alternativa.

---

[385] Para opções americanas de *venda*, Ju (1998) usa a função exponencial multi-peças para aproximar a curva de gatilhos. Para opções americanas de *conpra*, a aproximação logarítmica é uma idéia análoga, graças à conhecida simetria entre opções de venda e de compra.

A experiência com esse problema mostra que perto da expiração a curva de gatilhos tem um comportamento mais variável (e menos ajustada à função logarítmica). Os pontos livres são flexíveis o suficiente para capturar essas variações. Essa representação heurística da curva de gatilhos com 4 elementos é suficientemente simples e alcança o conjunto de possíveis soluções ótimas. No modelo de algoritmo genético, cada cromossoma tem 4 genes representando os 4 elementos que caracterizam a curva de gatilhos. Os genes são o par de pontos livres (a, b) e os coeficientes da curva logarítmica (c, d). A Figura 81 ilustra essa codificação de genes do cromossoma-gatilho.

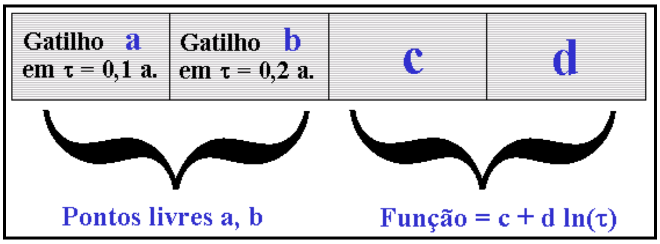

Figura 81 – Genes do Cromossoma-Gatilho

O vetor $(a, b, c, d)^T$ é decodificado para a curva de gatilhos $(V/I_D)_t$, através da função geração do vetor $(V/ I_D)_t$. Os pontos livres "a" e "b" são escolhidos serem V/I_D respectivamente nos instantes $\tau = 0{,}1$ e $\tau = 0{,}2$ ano (perto da expiração, onde a função logarítmica não funciona bem). Entre o ponto fixo ($V/ I_D = 1$ em $\tau = 0$) e os pontos livres, é usada uma interpolação linear. A curva logarítmica "começa" (do ponto de vista da expiração) no ponto imediatamente após o ponto "b" (i. é, em $0{,}2 + \Delta t$, onde Δt é o intervalo discreto de tempo usado na solução).

É importante colocar também algumas restrições para o AG, a fim de acelerar a convergência do algoritmo. Para isso, é usada a heurística de que a curva de gatilhos é monotonicamente decrescente (crescente) com o tempo cronológico (expiração)[386]. Assim, existem as seguintes restrições no modelo:

$$\mathbf{b > a} \tag{369}$$

$$\mathbf{c + d * \ln(0.2 + \Delta t) > b} \tag{370}$$

Note que ambas são restrições lineares (o argumento logaritmo é um argumento, não um gene). Em adição a essas restrições é necessário especificar o

[386] Como provado por Villeneuve (1999, prop.3.4), para opções gerais do tipo americana de compra sobre diversos ativos, a *superfície* de gatilhos é contínua em [0, T), é convexa em V ∈ (0, ∞) e o limite para t → T existe e é conhecido (condição de expiração).

domínio para os genes. O modelo irá trabalhar com representação em ponto flutuante (números reais) em vez da representação binária (comum em AG). Esses domínios, para o caso específico analisado, são:

$$\mathbf{a} \in (\mathbf{1.0, 1.6});$$

$$\mathbf{b} \in (\mathbf{1.0, 1.8});$$

$$\mathbf{c} \in (\mathbf{1.0, 2.0}); \text{ e}$$

$$\mathbf{d} \in (\mathbf{0.0, 0.6})$$

O método dos AG é sumarizado como segue. Os passos compreendem:

- a inicialização da população (conjunto inicial de soluções candidatas, as quais necessitam ser factíveis com as restrições e com os domínios dos genes);
- a valoração dos cromossomas (a parte mais complexa, a qual usará a simulação de Monte Carlo e os conceitos de OR) a qual é feita em paralelo para cada geração;
- a ordenação ("ranking") dos cromossomas para a seleção dos pais;
- a seleção dos pais para a reprodução;
- a reprodução com a ajuda dos operadores genéticos de cruzamento e mutação (gerando um novo conjunto de soluções candidatas); e
- o processo evolui através de gerações (o procedimento acima é repetido para n gerações), até um ótimo (ou mais freqüente, até perto do ótimo) solução ser alcançada. A Figura 82 ilustra esse procedimento em forma de fluxograma.

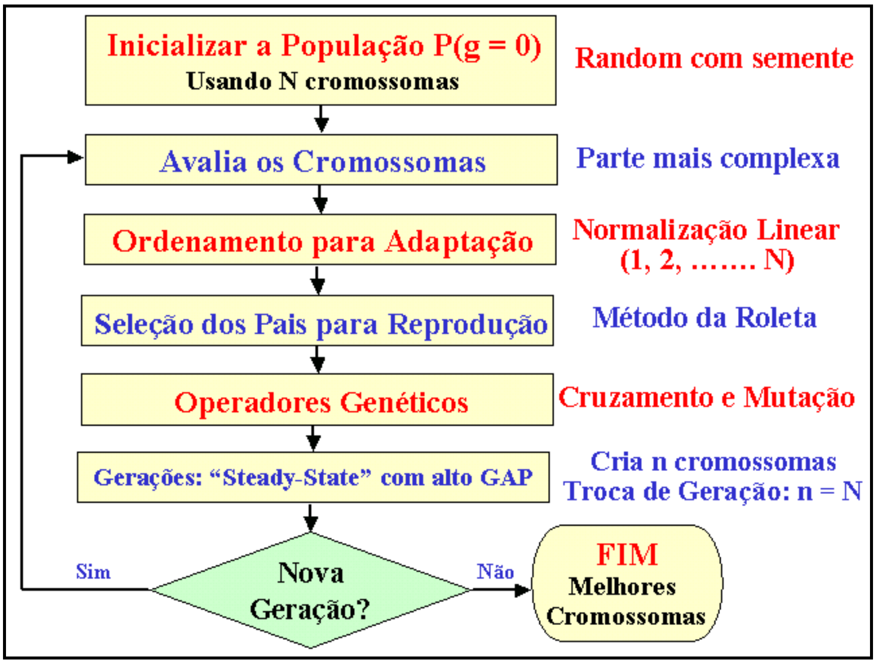

Figura 82 – Fluxograma do Método de Algoritmos Genéticos

Em Dias (2001b), o problema foi resolvido através do desenvolvimento de um software em C++. Em Dias (2000) foi usado o ambiente Excel com o software comercial RiskOptimizer, onde foram reportadas algumas críticas a esse programa porque ele usa uma pressão de seleção muito baixa e não permite o usuário alterar esse parâmetro. Em C++ foi adaptado código aberto em C do programa *Genocop*, desenvolvido por Michalewicz. Nesse programa foram usados 5 operadores genéticos: mutação uniforme; mutação não-uniforme; cruzamento aritmético; cruzamento simples; e cruzamento heurístico.

O fluxograma anterior é relativo à parte do AG, sem considerar a incerteza. A Figura 83 apresenta o fluxograma da modelagem sob incerteza, no contexto de OR. Ou seja, esse é o fluxograma básico das opções reais evolucionárias.

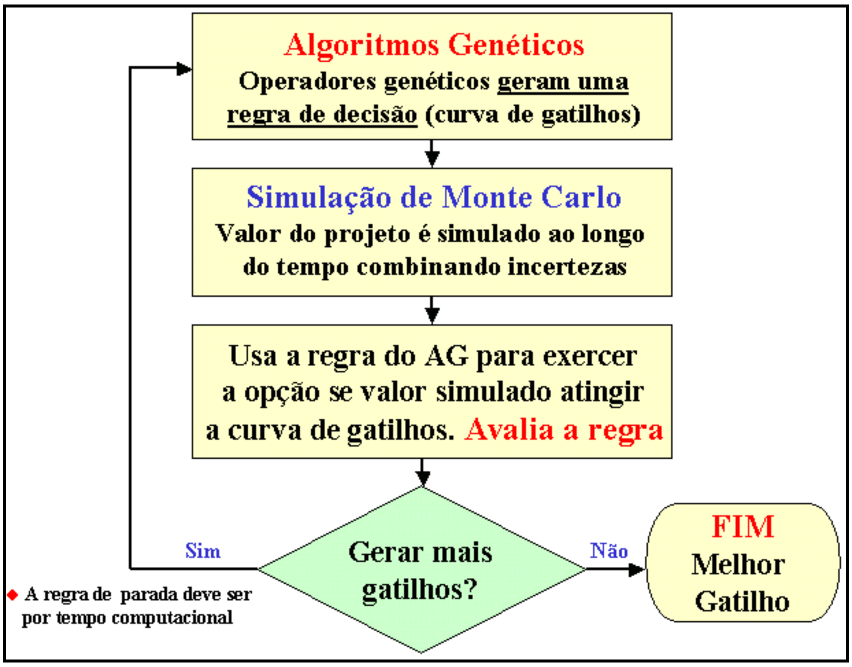

Figura 83 – Fluxograma das Opções Reais Evolucionárias

Com a simulação de Monte Carlo se simula as incertezas (processos estocásticos neutros ao risco, combinado com distribuições de revelações na data de revelação) e se usa a curva de gatilhos de cada cromossoma como regra de exercício da opção daquele cromossoma. Essas regras são valoradas: em cada iteração da simulação, cada vez que o valor normalizado do projeto toca a curva de gatilho, ocorre o exercício da opção, que gera um valor (VPL) de exercício, que é trazido a valor presente com a taxa livre de risco, armazenado, é feita nova iteração, etc. (ver Figura 75 do cap. 5).

Uma série de detalhes práticos computacionais, de interesse para a implementação e desenvolvimento de software, é discutido em Dias (2001b). Lá se usou uma população de 40 cromossomas e 31 gerações em vários experimentos com diversas alternativas de investimento em informação. Um dos principais problemas do método de AG é o tempo computacional para avaliar todos os cromossomas de todas as gerações, usando simulação de Monte Carlo. Usando um Pentium III com 800 MHz, os tempos médios foram: tempo por cromossoma de 1,42 seg.; tempo por geração de 56,87 seg.; e tempo total (40 cromossomas e 31 gerações) de 29,38 min. Os valores obtidos foram muito próximos dos valores teóricos (diferenças da ordem de 0,5%) e as curvas de gatilho também bastante próximas, visualmente. Foram usados dois processos estocásticos e 5 alternativas de investimento em informação.

A Figura 84 ilustra uma típica evolução do valor da OR evolucionária através das gerações desse processo. Note que às vezes o valor dá saltos devido à entrada de novos cromossomas bem sucedidos.

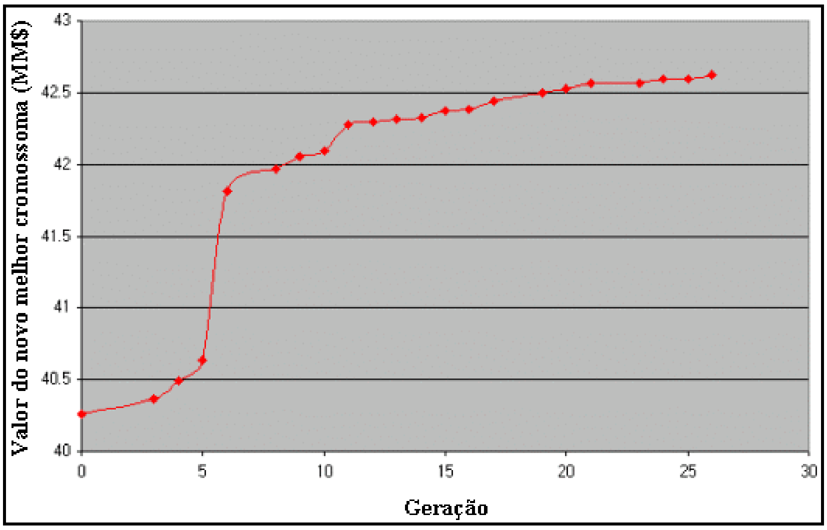

Figura 84 – Evolução do Melhor Cromossoma-Gatilho

A abordagem de OR evolucionárias se mostrou competitiva na aplicação em Dias (2001b), em relação a outros métodos mais tradicionais, tais como o método diferencial (EDP). Além disso, a abordagem evolucionária parece ser muito mais flexível para a escolha dos processos estocásticos e no modo de combinar incertezas técnicas e de mercado.

6.3. Outras Opções Reais Híbridas da Literatura

A combinação da teoria das opções reais com outras teorias vem sendo realizada para atender aplicações específicas. Geralmente se tem um problema em que tradicionalmente vem sendo aplicada uma certa teoria. Com a ótica de opções reais, se observa que o problema pode ser mais bem analisado com técnicas de opções reais especialmente na especificação do valor resultante (“payoff”) – usando o valor da opção real, e na especificação da decisão ótima (gatilho, momento ótimo de exercício da opção), mas sem rejeitar toda a teoria tradicional que analisa o problema. A seguir serão apresentados alguns exemplos.

6.3.1. Teoria das Restrições Combinada com Opções Reais

Rochman (2002) analisou a combinação da *teoria das restrições* com a teoria das opções reais, através de métodos de contabilidade gerencial para avaliar uma firma. A teoria das restrições (TOC) é um ramo da *ciência de gerenciamento* inventado pelo físico e consultor de negócios Eliyahu M. Goldratt, exposto no popular livro “A Meta”[387] (ver, por ex., McMullen, Jr., 1998, p.2-3, 30).

TOC vê uma firma como um sistema cuja meta é lucrar no curto e longo prazo, sujeito a condições de segurança e satisfação dos empregados e sujeito à satisfação do cliente. Para atingir a meta, a firma tem de identificar e gerenciar as suas *restrições* – ou limites. Essas restrições tanto podem ser externas – tais como o mercado, o governo, a legislação, etc., como podem ser internas – tais como uma máquina, capacidade instalada, normas da companhia, sistema contábil, etc. Restrição aqui significa qualquer limitação que impeça que o sistema atinja um desempenho maior em relação à sua meta. Todo sistema tem pelo menos uma restrição, caso contrário seu desempenho seria infinito. A identificação das restrições permite focar as ações de melhoria para permitir aumentar o desempenho, por ex., numa corrente o elo mais fraco é que tem de ser reforçado para aumentar a capacidade de tração da corrente, é inútil reforçar os elos fortes.

TOC é uma ferramenta usada para um processo dinâmico de melhoria da firma em direção a meta. Rochman (2002) caracteriza esse processo dinâmico através de 5 passos:

1. Identificar as restrições do sistema;
2. Decidir como explotar as restrições do sistema;
3. Subordinar todo o resto à decisão acima;
4. Elevar as restrições do sistema; e

[387] Escrito no começo da década de 80 esse livro (*best-seller*) expõe a sua teoria na forma de um romance e mostra a dificuldade de um gerente de fábrica em administrar sua empresa. Nele, Goldratt critica os métodos de administração tradicionais e propõe métodos científicos simples.

5. Se nos passos anteriores uma restrição tiver sido quebrada, voltar ao passo 1. Não permitir que a inércia cause uma restrição ao sistema.

Para evitar que inércia se torne uma restrição, Goldratt criou os chamados "processos de raciocínio da TOC". Esses processos são baseados na lógica e nas relações de causa-efeito da física e foram criados para ajudar a resolver problemas de gerenciamento da firma. "Árvore-Lógica" e suas variantes são ferramentas típicas desses processos. Os três questionamentos principais gerados com esses processos são: O que mudar? Para o que mudar? e Como causar a mudança?

Na prática a TOC é implementada através de um sistema de contabilidade gerencial adaptado para essa metodologia conhecido por "throughput accounting". Esse sistema usa 5 medidas ou métricas que são fornecidas pelo sistema contábil, incluindo conceitos relacionados à produção, investimento/estoques, despesas operacionais, lucro líquido e retorno do investimento (ROI). Essa última métrica é simplesmente o lucro líquido dividido pelo investimento.

Rochman (2002) coloca como a meta do sistema maximizar o ROI sujeito às restrições do sistema, e no seu exemplo considera dois produtos, sendo que o preço de um dos produtos segue um processo estocástico. Ele apresenta uma metodologia para considerar a flexibilidade no "mix" de produção de forma a calcular o valor da firma gerenciada por TOC em termos de opções reais.

Uma crítica relevante que se pode fazer ao modelo de TOC em Rochman (2002) é que o ROI não é a métrica mais adequada para a análise econômica.

Por outro lado, TOC é uma metodologia que trabalha dinamicamente as restrições de modo a aumentar o número e o valor das opções operacionais da firma. Por ex., se a firma tem um conjunto ("mix") de produtos possíveis de serem produzidos, em função da demanda por cada produto a firma pode não só fazer alocações ótimas de curto prazo das produções de cada produto, como também trabalhar as novas restrições para aumentar o desempenho em direção à meta de lucro, dada a evolução do mercado. Se a firma é gerenciada de forma a mudar dinamicamente em direção à meta, isso aumenta o valor da opção de alterar o "mix" de produção.

A discussão acima conclui que se a firma A usa o TOC enquanto que a firma B não usa o TOC, *ceteris paribus*, a firma A terá maior valor de opção real do que a firma B. Isso sugere a seguinte aplicação básica da teoria das opções reais híbridas na ciência de gerenciamento:

- Os ganhos no uso do TOC, observados em várias industrias, podem (devem) ser computados por opções reais, capturando a dinâmica de melhoria contínua em direção a meta de lucro num mercado onde as demandas (preços) absoluta e relativa dos produtos são estocásticas.

6.3.2. Opções Reais Nebulosas

A combinação da teoria ou lógica nebulosa ("fuzzy"), também chamada de *lógica difusa*, com a teoria das opções reais, vem sendo desenvolvida especialmente pela escola européia (finlandesa em particular). Um exemplo de aplicação em OR é do artigo de Zmeskal (2001), que valorou uma firma como uma opção européia. A lógica nebulosa procura modelar a incerteza de uma maneira alternativa à teoria da probabilidade, conhecida pela *teoria da possibilidade*. Ela procura trabalhar a imprecisão da informação fornecida pelas pessoas de uma maneira lógica e matemática, usando algumas operações. O seu sucesso está ligado à capacidade de quantificar *conceitos psicológicos e discursos*. Como usa conceitos simples de teoria dos conjuntos, esse método não demanda em si grande conhecimento matemático, o que permite uma popularização em várias áreas do conhecimento. Quando os conjuntos nebulosos são usados para fazer operações aritméticas, eles são chamados *números "fuzzy"*.

Por meio de um conceito conhecido como função pertinência, pode-se descrever quantitativamente o entendimento de dado atributo e refiná-lo de forma iterativa até obter uma precisão desejada. Um conjunto nebuloso é definido no contexto de um discurso e pode ser representado como um conjunto de pares ordenados de um elemento genérico x e seu grau de pertinência p. Esse grau de pertinência é obtido através de uma função de pertinência, a qual mapeia os elementos do conjunto do discurso no intervalo unitário [0, 1]. Sendo mapeado de forma similar ao feito com a probabilidade (também no intervalo unitário), é natural que se pense em usar essa representação em simulações de Monte Carlo e em outros métodos em que a teoria mais tradicional de probabilidades é aplicada.

Lazo (2004) fez um detalhado estudo em aplicações de OR, usando números "fuzzy" para representar as incertezas técnicas. Ele obteve uma grande redução do tempo computacional em relação aos casos em que foram usadas distribuições de probabilidades convencionais.

6.3.3. Opções Reais e Teoria da Utilidade Esperada

Alguns autores, especialmente aqueles com formação na escola de análise de decisão tradicional (ver item 3.1, ou o livro texto de Raiffa, 1968), desenvolveram modelos e aplicações combinando a teoria das OR com a teoria de preferências chamada de teoria da utilidade esperada. Um dos artigos mais conhecidos nessa área é o de Smith & Nau (1995). Eles apontam que a análise de decisão estende as aplicações de OR para o caso de mercados incompletos. Numa linha similar aparece também o artigo de Henderson & Hobson (2002).

Na literatura aplicada de OR, existem vários artigos combinando a teoria da utilidade com OR. Dois exemplos em petróleo são: Lima & Suslick & Nepomuceno Filho (2004) e McCardle & Smith (1998). Entretanto, a tese irá discordar de McCardle & Smith (1998, abstract) de que a teoria das opções seja sinônimo de "ativos contingentes" e que a programação dinâmica estocástica não seja ferramenta da teoria das OR e sim especificamente de análise de decisão. Como discutido no cap.2, a principal característica da teoria das OR é ressaltar o valor da opcionalidade que existe na imensa maioria das decisões de investimento, especialmente sob incerteza, e não *como* essa opcionalidade é valorada. Lembrar, por ex., que o livro de Dixit & Pindyck (1994) usa tanto o método de ativos contingentes como a programação dinâmica para buscar o valor da opção real e a regra ótima que o maximiza.

A função utilidade U(x) mais usada nesses modelos é a utilidade exponencial, como por ex. em Lima & Suslick & Nepomuceno Filho (2004) e em Smith & Nau (1995). Essa função é dada pela equação abaixo para um valor monetário x qualquer:

$$\mathbf{U(x) = a - b\ exp(- x / \varsigma)} \qquad \mathbf{(371)}$$

Onde a e b são constantes e ς é um índice de aversão ao risco. Sendo x uma v.a., usa-se o conceito de *utilidade esperada* E[U(x)] nas decisões baseadas nessa teoria clássica de preferências.

As críticas no uso da teoria da utilidade de um decisor no caso de corporações são: (a) o decisor pode considerar aversão a riscos que são diversificáveis para os acionistas, mas não para os empregados; (b) o decisor avalia riscos em geral de forma diferente do mercado; (c) o decisor pode embutir preferências regionais na avaliação de riscos; (d) o decisor muda, tem objetivos de curto-prazo devido aos incentivos contábeis e isso pode influenciar a sua utilidade. Isso tudo pode levar a uma discrepância entre valores de mercado e valores do decisor, o que é ruim mesmo com as imperfeições do mercado.

Uma alternativa interessante nessa integração de teorias foi a do artigo de Kasanen & Trigeorgis (1995), em que os autores propõem uma função utilidade do mercado no lugar da utilidade do decisor que é mais subjetiva e instável. Seria uma *utilidade agregada* dos investidores da corporação. Alguns autores criticam isso afirmando que o mercado não pode ter utilidade (Teisberg, 1995, p.45, n. 7).

Na abordagem de Smith & Nau (1995), a integração de OR e análise de decisão é feita da seguinte forma: (a) usam-se probabilidades (ou processos estocásticos) neutras ao risco para a incerteza de mercado; (b) computa-se o VPL usando a taxa livre de risco; e (c) calculam-se prêmios de risco para o caso da incerteza técnica e a seguir usam-se certezas equivalentes baseadas nas preferências dadas pela função utilidade exponencial. A discordância do autor dessa tese se dá no último item, já que a incerteza técnica não demanda prêmio por investidores diversificados, que é o caso de acionistas de corporações como as que atuam no setor petróleo (ver item 3.1).

Como foi comentado antes, o autor da tese considera que o nicho mais importante (e correto) de aplicação para a combinação da teoria das OR e da teoria de preferências (a utilidade esperada é de longe a mais importante), é o de opções reais para o consumidor. Ou seja, considerar as preferências dos consumidores ao desenhar produtos com opções (ou flexibilidades) embutidas. Um exemplo é o fenômeno dos chamados “restaurantes a quilo”, onde o consumidor tem uma grande flexibilidade para escolher a quantidade e tipos de alimentos, conforme as suas preferências, além de atender outra preferência dos mesmos como a necessidade de alimentação rápida nos grandes centros urbanos. Outro exemplo é o automóvel “flex-fuel”, onde o consumidor pode escolher o combustível em função do preço e reduz bastante o risco de desabastecimento de álcool, o qual o consumidor brasileiro tem grande aversão [388].

[388] O desabastecimento do mercado de álcool automotivo foi um dos grandes motivos da queda drástica das vendas de automóveis a álcool no Brasil na década de 90.

6.3.4. Opções Reais e Preferências via Teoria dos Prospectos

A principal alternativa à teoria da utilidade esperada para modelar as preferências de agentes tomadores de decisão é a *teoria dos prospectos* ("prospect theory"), apresentada no artigo seminal de Kahneman & Tversky (1979). Essa teoria foi laureada com o Prêmio Nobel de Economia em 2002 de Kahneman (Tversky faleceu em 1996) por "*ter integrado métodos de pesquisa da psicologia na ciência econômica, especialmente no que concerne a julgamento humano e decisão sob incerteza*"[389]. Deve-se ressaltar que essa foi uma vitória da abordagem híbrida na ciência, pois houve a combinação de psicologia e economia/finanças.

O nome "prospectos" é derivado da análise empírica de como as pessoas escolhem prospectos com diferentes valores do binômio risco-retorno. Experimentos mostram que a escolha dos prospectos não é consistente com a teoria da utilidade esperada, enquanto que a teoria dos prospectos incorpora esses fatos empíricos observados. Assim, a teoria dos prospectos é uma *teoria positiva* (como as pessoas decidem) enquanto que a teoria da utilidade esperada é predominantemente uma *teoria normativa* (como as pessoas *devem* decidir)[390].

Incorporando os fatos empíricos estilizados, Kahneman & Tversky (1979) desenvolvem uma teoria que é consistente com o comportamento das pessoas em jogos lotéricos (e outros jogos de azar) e em seguro. Nesses prospectos as pessoas <u>superestimam resultados de baixa probabilidade</u>, que seriam inconsistentes com outras escolhas das pessoas à luz da teoria da utilidade esperada. Na teoria dos prospectos, a função valor V(.) é atribuída a ganhos e perdas em relação a um ponto de referência ξ (*status-quo*) em vez de atribuir ao valor do ativo em si. Além disso, essa função valor é normalmente côncava para ganhos e convexa para perdas, e tem uma maior inclinação (mais severa) para perdas que para ganhos, ou seja, a derivada à esquerda é maior que a derivada à direita do ponto de status-quo, $V'(\xi-) > V'(\xi+)$. Assim existe uma "quina" no ponto ξ que torna a função valor não diferenciável. A Figura 85 a seguir ilustra a função valor nessa teoria.

---

[389] Tradução do comunicado curto oficial do Prêmio Nobel em Econômica de 2002.

[390] List (2004) em uma série de experimentos mostrou que a teoria dos prospectos é mais consistente com o comportamento de consumidores inexperientes, enquanto que consumidores muito experientes se comportam de maneira mais consistente com a teoria clássica da utilidade.

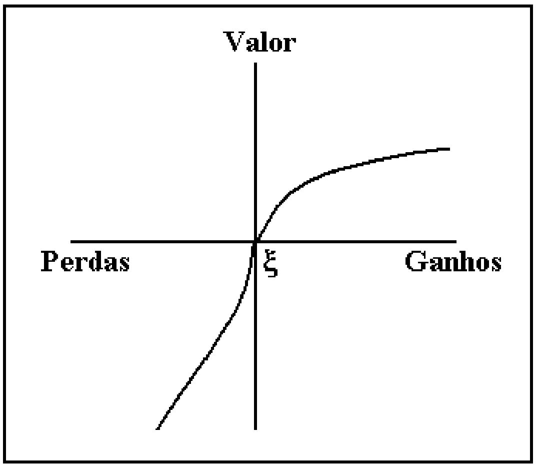

Figura 85 – Função Valor na Teoria dos Prospectos

O artigo recente de Kyle & Ou-Yang & Xiong (2004) faz uma combinação da teoria dos prospectos com a teoria das opções reais. Além da relevância teórica de combinar duas teorias premiadas com o Prêmio Nobel, o artigo tem grande importância prática, pois apresenta metodologias para trabalhar com uma função valor não-diferenciável. A condição de primeira ordem para otimização não pode ser aplicada. Como Kyle et al ressaltam, a *condição de contato-suave* ("smooth-pasting") – suficiente para o ótimo sob incerteza no caso tradicional, também não pode ser aplicada no contexto da função valor usada na teoria dos prospectos.

Eles analisam a decisão individual de um agente que tem um projeto, que pode se pagar imediatamente em caso de ocorrência de um evento que segue um processo de Poisson. O agente pode esperar por esse evento ou liquidar o projeto (exercer uma opção real) obtendo como compensação um valor que flutua segundo um movimento geométrico Browniano (MGB). Assim, é um problema de *parada ótima* tradicional, como em opções reais, mas com complicações derivadas da função valor da teoria dos prospectos. O agente tem uma função preferência (valor) com duas peças de função exponencial. O ponto de referência ξ (*status-quo*) nesse artigo é assumido ser o ponto de nivelamento ("*break-even*"), $\xi = 0$, em que o projeto apenas se paga. Acima de ξ a função valor é exponencial côncava (ganhos) e abaixo de ξ é exponencial convexa (perdas) com parâmetros tais que existe uma *quina* na junção ξ dessas duas exponenciais.

O uso da teoria dos prospectos num contexto dinâmico, em que a função valor depende de uma variável que segue um processo estocástico, apresenta a desvantagem de trabalhar com uma função-valor não diferenciável. Isso significa que não é possível aplicar o Lema de Itô, ferramenta fundamental para cálculo de derivativos. Logo, trabalhar com teoria de prospecto é mais complicado matematicamente do que no caso de utilidade esperada ou em opções reais tradicionais. Felizmente existe uma *generalização do Lema de Itô* para funções de variáveis estocásticas não diferenciáveis, usando o conceito de *tempo local*, chamada de Fórmula de Tanaka[391]. Essa fórmula inclui um termo em que o tempo local ao redor do status-quo, $L(\xi)$, multiplica a diferença das duas derivadas da função valor (derivadas à direita e à esquerda), isto é, $L(\xi)\ [V'(\xi+) - V'(\xi-)]$ no caso mais simples de V ser função duma única variável estocástica, por ex., $V(P)$ onde P é o preço do produto.

O artigo se beneficiou das propriedades do tempo local $L(0)$ ser não-negativo e ser um processo não-decrescente para demonstrar uma regra de parada ótima (regra de exercício da opção). Como na teoria de prospecto a função valor é tal que $V'(\xi+) - V'(\xi-) < 0$, o termo adicional da Fórmula de Tanaka reduz o valor esperado da função valor $E_t[V_{t+s}]$, como ocorre quando se aplica o conceito de *desigualdade de Jensen* em função convexa.

Dependendo dos parâmetros do problema (das duas peças de funções exponenciais e do processo estocástico), em vez de uma solução de gatilho dada pela condição de contato suave ("smooth-pasting"), eles obtêm uma *solução de córner*, em que a estratégia ótima é liquidar o projeto (exercendo a opção) no ponto de nivelamento ξ. Para provar isso eles aplicaram a Fórmula de Tanaka, mostrando que a função valor tem *valor esperado máximo* se a opção for exercida quando o valor do projeto atingir o ponto de nivelamento. Intuitivamente: (a) se o projeto está hoje na faixa de perdas, a convexidade da função valor fará que ele espere até pelo menos o projeto atingir ξ, antes de liquidar o projeto; (b) se o projeto está hoje na faixa de ganhos, a grande aversão a perdas fará com que ele liquide o projeto se seu valor cair para o ponto ξ. Para outros parâmetros, pode ser ótima a liquidação imediata do projeto apenas no caso de iniciar com ganhos (e esperar por ξ em caso de iniciar com perdas). Em outros cenários de parâmetros, se obtém a liquidação imediata seja iniciando na região de perdas ou de ganhos,

[391] Ver Karatzas & Shreve (1991, seção 3.6) para detalhes da Fórmula de Tanaka e sobre o conceito de *tempo local*. Recordar que esse conceito foi mencionado no capítulo 2 para justificar a inexistência de "quinas" na função valor da opção com alternativas de escala de investimento.

ou até pode ser ótimo nunca liquidar o projeto espontaneamente (nesse caso só seria liquidado com a ocorrência do evento de Poisson).

Assim esse artigo mostrou que: (a) se necessita da versão mais geral do Lema de Itô – a Fórmula de Tanaka; (b) em vez de gatilhos obtidos através da condição de contato suave se pode ter obter soluções de córner para o problema de maximização; (c) pode até nunca haver solução.

Deve-se notar também, conforme ressaltam Kyle et al, que a teoria dos prospectos é uma teoria de escolha onde o "consumo" *ocorre apenas uma vez*. Aqui, apenas quando o agente liquida o projeto é que ele realiza valor (o ganho, ou a perda, ou zero) e a sua preferência é afetada[392]. Ou seja, não considera o efeito seqüencial de ter perdas enquanto espera.

Assim eles analisaram um caso teórico de grande relevância para mostrar os problemas e cuidados a tomar, mas ainda sem uma ligação mais forte com um problema prático bem definido de opções reais. A aplicação prática dessa teoria ainda tem se concentrado na decisão individual de compra ou venda de ativos de um portfólio. A extensão para opções reais é um trabalho ainda a ser feito.

6.3.5. Outras Opções Reais Híbridas

Dentro da linha de inteligência computacional, uma outra combinação de interesse da teoria das OR é com a teoria das redes neurais (ou neuronais). Taudes & Natter & Trcka (1998) usam redes neurais numa avaliação de OR de um *sistema manufaturado flexível*. Eles usam programação dinâmica sob incerteza com o algoritmo de *têmpera simulada* ("simulated annealing")[393] para selecionar os pesos da rede neural, que aproximam a função valor da OR. A incerteza é considerada através de uma simulação de Monte Carlo. A combinação mais geral da programação dinâmica com as redes neurais é chamada de *neuro-programação*

[392] Estudos experimentais, coerentes com a teoria dos prospectos, mostram que no problema de decisão de portfólio os indivíduos tendem a vender os ativos "ganhadores" (para realizar ganhos) e manter os ativos "perdedores" (para evitar realizar perdas e/ou esperar pelo "break-even") no portfólio. Mas se ao final de um certo período eles forem obrigados a vender todos os ativos, essa tendência diminui (ver Kyle et al, 2004, nota 11).

[393] Esse algoritmo usa a analogia entre o modo como um metal se resfria até uma estrutura cristalina de energia mínima ("annealing") e a busca por um mínimo de um sistema. Na simulação, cada iteração busca um ponto candidato a ser o mínimo na vizinhança do atual candidato e para isso usa a diferença entre os valores obtidos pela função-objetivo, chamada "função energia".

dinâmica ("neuro-dynamic programming"). Para teoria detalhada e estudos de casos, ver Bertsekas & Tsitsiklis, 1996.

Outra metodologia de OR híbrida advinda de teorias de inteligência computacional, usa a programação genética, especialmente a *regressão simbólica*. A idéia da programação genética é evoluir programas de computador para solucionar problemas, geralmente estruturados diagramas de árvores. A idéia da regressão simbólica é evoluir funções matemáticas a fim de obter uma solução, ou mais provavelmente, uma aproximação analítica para um certo problema. Para obter uma solução matemática, a regressão simbólica usa um conjunto de funções e operações matemáticas que são combinadas e evoluem visando resolver o problema com uma equação que seja função de todos os parâmetros relevantes. Posternak (2004) usou essa metodologia para obter uma aproximação analítica para a curva de gatilhos de uma opção cujo ativo básico segue um processo de reversão à média. Existem muitas aproximações analíticas para o caso de opções americanas de ativos que seguem um movimento geométrico Browniano, mas nenhuma para o caso de processos de reversão à média. Daí a relevância desse método. Esse é um caminho que ainda necessita de muito desenvolvimento.

Uma combinação de grande interesse vem sendo desenvolvida por dois professores de Harvard, Baldwin & Clark, sobre o poder da modularidade no desenho de sistemas computacionais em corporações e organizações de forma geral. Eles combinaram as teorias de organização industrial, opções reais e arquitetura computacional numa teoria de regras do "design" detalhada no livro texto Baldwin & Clark (2000). Os conceitos de OR permitem quantificar o valor de alternativas de sistemas computacionais com arquiteturas modulares. A visão modular permite que o sistema tenha grande flexibilidade e o valor dessa flexibilidade é maior quanto maior for a incerteza que afete o sistema em estudo. Os módulos dão grande agilidade para se adaptar às mudanças que são mais prováveis de ocorrer em caso de maior incerteza.

Existe também uma escola que combina a visão de OR com teorias sobre o pensamento estratégico especialmente em corporações. O uso de opções permite uma nova abordagem do modo de pensamento empresarial. Ajuda, por ex., a mudar a atitude em relação à incerteza, em que a visão de "medo da incerteza e minimizar investimentos" é trocada para "ganhar com a incerteza e maximizar a aprendizagem". A idéia é enfatizar e buscar oportunidades, inclusive os investimentos incrementais derivados dos ativos existentes. A alavancagem através de opções de crescimento, mantém a firma "melhor capacitada para o jogo de negócios". Essa alavancagem diferencia a estratégia de opções da estratégia tradicional de diversificação, que só reduz o risco.

A estratégia dá as linhas-guia para a ação, mas o ambiente de negócios está em constante mudança. A análise de cenários faz as firmas pensarem em vários futuros possíveis, mas se tem de traçar hoje apenas uma estratégia para o futuro incerto, o que cria uma tensão entre estratégia e cenários que a teoria de OR pode ajudar. Assim, é necessário construir flexibilidade dentro do plano estratégico e é aí que entra o pensamento de opções. Uma das ênfases dos artigos de OR combinados com teorias de estratégia é no investimento em *capacidades*. Esse foi o foco de artigos como Kogut & Kulatilaka (2003). Também o livro de McGrath & MacMillan (2000) segue a linha de visão de OR para discutir a estratégia empresarial num mundo de freqüentes mudanças, i. é, incertezas.