

## 2

# Opções Reais Convencionais e Incerteza de Mercado

### 2.1.

#### Introdução à Teoria das Opções Reais

##### 2.1.1. Evolução Bibliográfica de Opções Reais

Nesse item será apresentada uma curta revisão da evolução da teoria das opções reais sob o ponto de vista bibliográfico. Esse item é uma versão atualizada e ampliada de um pequeno artigo publicado pelo autor, Dias (1999), situando historicamente a teoria de OR dentro da teoria de finanças corporativas e de outros campos de conhecimento correlatos.

OR vem sendo considerado nas duas últimas décadas como o novo paradigma para a análise econômica de projetos. O termo “*real options*” (expressão em inglês para *opções reais*) foi cunhado pelo professor Stewart C. Myers do MIT em 1977, 4 anos após a publicação dos artigos seminais de Black & Scholes (1973) e Merton (1973) sobre valoração de opções financeiras. Myers (1977, abstract) caracterizou as oportunidades de investimento das firmas em *ativos reais* (ex.: projetos de investimento) como sendo análogas a opções de compra sobre esses ativos reais. Assim, a teoria das OR reconhece e valoriza o fato de que as firmas têm o direito mas não a obrigação de investir I num projeto que vale V. O brasileiro Tourinho (1979) foi o primeiro a aplicar as idéias da teoria das opções para valorar reservas de recursos naturais.

Precedendo o salto dado pela teoria de finanças na década de 70 através da teoria das opções, houve grandes avanços (ou mesmo o real nascimento) da teoria de finanças corporativas com algumas contribuições que foram reconhecidas com o Prêmio Nobel de Economia em 1990. Da década de 50, foram laureadas a teoria do portfólio (Markowitz) e as proposições de Modigliano & Miller sobre estrutura de capital. Da década de 60, foi premiada a teoria de apreçamento de ativos de capital (CAPM, “capital asset pricing model”) principalmente devido a Sharpe.

As bases para a teoria das opções começaram na década de 60 quando Samuelson (1965a), com ajuda do famoso matemático McKean, introduz o cálculo estocástico em finanças e deduz a condição de exercício ótimo da opção Americana perpétua, a qual ele chamou de condição de *contato-alto* (“high-contact”). Essa condição, *suficiente* para o exercício ótimo da opção, hoje é mais conhecida por *condição de contato suave* (“smooth-pasting condition”).

Outros precursores da teoria das opções reais vieram da literatura ambiental, com os artigos de Arrow & Fisher (1974) e Henry (1974a, 1974b). Eles mostraram que a *irreversibilidade* das decisões cria o chamado valor de opção.

A literatura de modelos de opções reais em revistas de finanças começa a aparecer na década de 80, incluindo um famoso número especial sobre OR da revista *Midland Corporate Finance Journal*, em 1987, com artigos gerenciais. Dentre os artigos de OR mais citados da década de 80, deve-se destacar ao menos:

- Kester (1984), sobre opções de crescimento das firmas e o efeito da competição, modelado de forma exógena (no tempo de expiração);
- Brennan & Schwartz (1985), que valoraram uma mina de cobre considerando a interação entre as opções reais (investimento, parada temporária, reativação e abandono da mina);
- Titman (1985), que aplicou a teoria das OR na valoração de terras urbanas, iniciando uma extensa literatura nesse setor;
- McDonald & Siegel (1986), sobre a opção de espera, possivelmente o artigo mais importante da década para a teoria de OR;
- Majd & Pindyck (1987), sobre o efeito do tempo de construção (“time to build”) e das opções seqüenciais;
- Trigeorgis & Mason (1987), sobre o valor da flexibilidade gerencial;
- Kulatilaka & Marks (1988), sobre a habilidade de não criar obrigações (compromissos) e o valor estratégico da flexibilidade;
- Paddock & Siegel & Smith (1988), com o modelo clássico de valoração de reservas de petróleo, que será analisado nesse capítulo;
- Pindyck (1988), sobre o conceito de irreversibilidade e escolha de capacidade (intensidade ótima de investimento);
- Ekern (1988), que analisou diferentes casos de investimentos em desenvolvimento de campos de petróleo;

- Dixit (1989a), que analisou a interação das decisões de entrada (investimento) e saída (abandono) de uma firma; e
- Sick (1989), sobre uma nova teoria de orçamento de capital (“capital budgeting”) com o uso de opções reais.

Na década de 90, houve um crescimento extraordinário na literatura de opções reais com centenas de artigos em diversas áreas de aplicação e com diferentes níveis de profundidade de abordagem. Dentre os artigos mais citados da década de 90, deve-se destacar pelo menos:

- Triantis & Hodder (1990), sobre a valoração de opções complexas;
- Ingersoll Jr. & Ross (1992), sobre o efeito da incerteza da taxa de juros sobre o valor das opções reais;
- Dixit (1992), mostrando que a teoria das OR explica o chamado efeito de histerese nas decisões de investimento;
- Trigeorgis (1993), sobre a interação de múltiplas opções reais, que em geral não são aditivas (menos que aditivas em geral);
- Pindyck (1993), sobre a combinação da incerteza técnica com a incerteza de mercado (que será discutido no capítulo 3);
- Leahy (1993), que mostrou a coincidência entre o valor de gatilho da opção real de um monopolista com o gatilho de entrada de uma firma no caso de competição perfeita (isso será discutido no cap. 4);
- Quigg (1993), sobre testes empíricos da teoria das OR;
- Kogut & Kulatilaka (1994), que viram as capacidades estratégicas da firma como uma plataforma de opções reais;
- Capozza & Li (1994), sobre a intensidade de investimento e o momento ótimo para desenvolver terrenos urbanos;
- Smith & Nau (1995), comparando e combinando a teoria das OR com a tradicional teoria de análise de decisão;
- Abel & Dixit & Eberly & Pindyck (1996), sobre a nova teoria de investimento sob incerteza;
- Schwartz (1997), comparando diferentes modelos para a incerteza nos preços da commodity e seu efeito no valor das OR;
- Laughton (1998), sobre a moderna valoração da flexibilidade no preço dos ativos e o desenvolvimento de um campo de petróleo; e

- Moel & Tufano (1999), analisando as regras de licitação para a concessão de uma mina (caso real), usando a teoria das OR.

Na década de 90 também surgiram os primeiros livros-texto dedicados exclusivamente a opções reais e também inúmeros livros com coletâneas de artigos de opções reais. Lund & Øksendal (1991) foi o primeiro livro com coletânea de artigos de opções reais. Dixit & Pindyck (1994) foi o primeiro livro-texto de opções reais. Hoje em dia existem numerosos livros disponíveis focando exclusivamente esse tema, alguns especializados numa indústria (energia, telecomunicações, P&D, etc.). Os principais livros-texto de opções reais são:

- Dixit & Pindyck (1994), pioneiro, clássico, com foco em métodos em tempo contínuo (equações diferenciais) e com ênfase econômica sobre o tema de OR, continua sendo o mais avançado na área;
- Trigeorgis (1996), abrangente, mostra tanto a valoração em tempo contínuo (embora menos profunda que em Dixit & Pindyck) como em tempo discreto, com ênfase financeira, é outro clássico de OR;
- Amram & Kulatilaka (1999), um texto popular com estilo gerencial, tem poucas equações e muita discussão de conceitos, apresentando exemplos modernos (como investimento em internet); e
- Copeland & Antikarov (2001), de nível intermediário, com foco quantitativo e prático, foi o primeiro livro de OR traduzido para o português.

Outros livros-texto de OR que merecem destaque são: (a) Buckley (1998), dirigido ao público de MBA e com foco em investimento multinacional considerando a incerteza na taxa de câmbio; (b) Winston (1999), que é mais uma coletânea de aplicações de OR que são resolvidas com software da Palisade (@Risk e RiskOptimizer); (c) Ottoo (2000), com foco em opções de expansão, P&D, tecnologia da informação e valoração de empresas; (d) Howell et al. (2001), dirigido a executivos, inclui uma discussão sobre decisões de investimento em clubes de futebol(!) usando OR; (e) Mun (2002), que apresenta uma visão simplificada de OR com diversas aplicações usando o software da Decisioneering (Crystal Ball for Real Options); (f) Rogers (2002), um livro prático, conciso e bem escrito, com nível de MBA; (g) Brach (2003), um bom livro prático, também dirigido ao público de MBA; e (h) Vollert (2003), um bom livro para o público

mais avançado (nível do Dixit & Pindyck), discute técnicas de controle ótimo estocástico aplicadas a OR.

Alguns outros livros-texto publicados são de menor interesse aqui, seja por ter um enfoque misto de opções financeiras/OR, de maior interesse para a área bancária, como os livros de Moore (2001) e Broyles (2003), ou por ser apenas discursivo (visão qualitativa), como Boer (2002), ou mesmo por nada acrescentar, como Razgaitis (2003). Alguns livros-texto que combinam OR com outras teorias (especialmente a teoria dos jogos), serão mencionados nos capítulos 4 e 6.

Em língua portuguesa, além da tradução de Copeland & Antikarov (2001), existem dois livros-texto (ambos de nível introdutório), sendo um do professor português Eurico Lopes (2001, segunda edição – a primeira edição é de 2000) e outro da professora brasileira Andrea Minardi (2004), já com uma breve introdução aos jogos de opções reais.

Existem vários livros de coletâneas de artigos de OR. Além de Lund & Øksendal (1991), já mencionado, os mais relevantes são: (a) Trigeorgis (1995), com vários artigos importantes<sup>3</sup>; (b) Alleman & Noam (1999), uma coletânea de artigos focado em investimentos em telecomunicações com nível introdutório; (c) Trigeorgis (1999), tem artigos gerenciais relevantes, alguns baseados em casos reais (Boeing, Glaxo-Wellcome, etc.); (d) Brennan & Trigeorgis (2000), com artigos mais avançados e dos mais citados, inclusive de jogos de OR; (e) Schwartz & Trigeorgis (2001), uma grande coleção de artigos com destaque para a boa seleção de artigos clássicos de OR; (f) Ronn (2002), uma extensa coletânea de artigos focada em energia, inclusive petróleo; e (g) Paxson (2003), com foco em aplicações de P&D, mas não exclusivamente.

### **2.1.2. Teoria das Opções Reais em Empresas e Instituições**

O mais antigo registro do uso da teoria das opções reais em empresas, data de 1985 quando a estudante de doutorado e consultora A. Kemna iniciou um longo trabalho na Shell holandesa que durou até 1990, desenvolvendo aplicações de OR em petróleo. Três dessas aplicações foram reportadas em Kemna (1993). Apenas alguns casos foram reportados de uso de OR no final da década de 80:

---

<sup>3</sup> Ver [http://www.puc-rio.br/marco.ind/bib\\_book.html#Trig](http://www.puc-rio.br/marco.ind/bib_book.html#Trig) para uma breve descrição e comentários de cada artigo desse livro.

além da Shell, a HP, a Digital (Trigeorgis, 1996, p.342-344) e o debate público na Noruega (Bjerksund & Ekern, 1990, nota da p.80). Na grande maioria dos casos as empresas só começaram a usar OR na década de 90, especialmente na segunda metade da década de 90.

Existem diversos artigos reportando aplicações de OR em empresas. Alguns dos mais famosos são listados a seguir. Nichols (1994) apresenta aplicações de OR na Merck, especialmente P&D de novos produtos farmacêuticos<sup>4</sup>. Kaslow & Pindyck (1994), analisam casos da New England Power Co., em que a aplicação de OR fez diferença na decisão de investimentos. Faulkner (1996), mostrou aplicações na Kodak em projetos de P&D. Corman (1997) fez uma reportagem sobre o uso de OR em algumas empresas (Merck, New England Power, Enron<sup>5</sup>, British Gas, etc.). Coy (1999) fez uma reportagem ainda mais ampla sobre casos reais de OR, destacando aplicações na Hewlett-Packard (HP)<sup>6</sup>, Enron, Airbus, Anadarko e Cadence, mas também mencionando outros casos reais na Apple, Stern Stewart, Toshiba, Chevron e Tennessee Valley Authority. Detalhes de aplicações na Airbus são mostrados em Stonier (1999). A concorrente Boeing também vem usando OR, especialmente no Canadá, como mostrou Sick (1999). A Boeing é uma das empresas com maior grau de difusão corporativa de OR, conforme reportado em recente palestra de Mathews (2004). Micalizzi (1999a e 1999b) apresentou aplicações de OR nas firmas farmacêuticas Schering Plough e Glaxo-Wellcome. Arnold & Shockley Jr. (2001) apresentou uma história de sucesso de OR na cervejaria Anheuser-Busch (“BUD”).

Triantis & Borison (2001) apresentam um importante levantamento da prática de OR, sintetizando as experiências na aplicação real de OR de 39 profissionais de 34 companhias agrupadas em 7 indústrias. As indústrias (e firmas entre parênteses) foram: (1) Produtos industriais e de consumo (DuPont, LLBean e Procter & Gamble); (2) Serviços financeiros (Credit Suisse First Boston e Morgan Stanley); (3) Informática e telecom (HP, Intel, Rockwell, Sprint e Ultratech); (4) Biotecnologia (Amgenm, Genentech e Genzyme); (5) Energia

---

<sup>4</sup> Ver Bowman & Moskowitz (2001) para uma análise recente dum caso de OR na Merck.

<sup>5</sup> O uso de OR e de outras ferramentas sofisticadas na Enron ajudaram o rápido crescimento dessa empresa na década de 90 e não tiveram nada a ver com as fraudes contábeis que a levaram a perder liquidez financeira e a conseqüente falência.

<sup>6</sup> Em conversa com um gerente da HP num seminário de OR em Chicago no ano 2000, ele afirmou que a HP usa opções reais em decisões de investimentos desde o final dos anos 80.

(Anadarko, Chevron, Cinergy, ConEdison, Conoco, Constellation Energy Group, Dynergy, El Paso, Enron, Lakeland Electric, Ontário Power Generation, Texaco, Wisconsin Public Service Co. e Xcel Energy); (6) Imobiliário (Beazer Homes); e (7) Transporte (Airbus, Boeing, British Airways, Canadian Pacific e General Motors). Eles também detalharam a experiência de três empresas aplicando OR (Genentech, Intel e Texaco), cujo sucesso as levaram a tomarem ações para uma difusão corporativa mais ampla. O caso Texaco será descrito ainda nessa seção.

Na maioria dos casos pesquisados em Triantis & Borison (2001) o uso de OR é recente (últimos 3 a 5 anos). Para essas empresas, OR não é vista como uma solução revolucionária e sim parte um processo evolutivo. Na maioria dos casos não foram pessoas da área de finanças que incentivaram o uso de ferramentas de OR e sim gerentes diretamente envolvidos em desenvolvimento do negócio, em planejamento estratégico, em operações, ou mesmo em marketing. Para alguns é surpresa que um dos setores que menos usam OR é o de bancos e serviços financeiros. Também, na literatura de OR as aplicações bancárias são minoria. No entanto, deve-se lembrar que OR faz muita diferença na valoração de empresas, que é uma atividade rotineira em vários bancos e firmas de serviços financeiros.

Triantis & Borison (2001) sintetizaram as técnicas ou processos de OR usadas nessas empresas pesquisadas em três classes:

1. Opções reais como uma maneira de pensar. Nesse caso OR é usada como linguagem, ajudando de forma qualitativa nas decisões.
2. Opções reais como uma ferramenta analítica. Modelos matemáticos são usados especialmente para análise de projetos bem definidos para a aplicação de OR.
3. Opções reais como um processo organizacional. Aqui OR é parte de um processo mais amplo, sendo usada como ferramenta gerencial para identificar e tirar proveito de opções estratégicas.

Tipicamente a adoção de OR muda o processo organizacional em diferentes maneiras. Primeiro, reforça a visão multidisciplinar das equipes, que trabalham nos estágios de formulação (“framing”), coleta de informações, análise e apresentação de resultados. Segundo, umenta a ênfase no valor do acionista, em oposição a métricas “intermediárias” como a produção, receita ou parcela do mercado. Terceiro, dá grande ênfase em dinâmica e aprendizagem.

Uma das diferenças importantes de OR e o método tradicional do fluxo de caixa descontado (FCD) na prática de investimentos é que OR *incentiva a realização de investimentos por fases*, pois valoriza a aprendizagem entre as fases. A informação obtida numa fase serve para decidir otimamente sobre o projeto da fase subsequente (exercer a opção adequada). Isso todos sabem mas o método do FCD não valora esse efeito, enquanto que OR o faz. Assim, frequentemente o método do FCD recomenda a realização de um mega-projeto, em uma única fase (buscando ganho de escala), enquanto que OR recomenda outra alternativa: dividir o investimento em fases para usar a informação. Além disso, o investimento em fases é visto nas empresas como mais prudente do que uma aposta alta num projeto ignorando a incerteza e o valor do aprendizado. Por isso o método do FCD gera decepções práticas. Por ser a aprendizagem e o valor da informação num contexto dinâmico destaques fundamentais da motivação prática de uso de OR em empresas, essa tese dará ênfase a essas questões, na busca de uma base teórica adequada que gere uma metodologia prática e consistente para quantificar a aprendizagem em problemas complexos de OR.

Triantis & Borison (2001, p.19) mostram que apesar da diversidade das experiências de aplicação de OR, observa-se um caminho comum para o sucesso na adoção de OR nas empresas. Esse caminho é em estágios – de forma análoga a um projeto de P&D. Os estágios chaves para ter sucesso na adoção de OR são:

- I. Conduzir um ou mais projetos pilotos, explicitamente experimentais;
- II. Com base nesses projetos, conquistar os gerentes médios e seniores;
- III. Codificar OR através de um grupo de especialistas, dar treinamento especializado e adaptar ferramentas aos clientes; e
- IV. Institucionalizar e integrar OR em toda a empresa.

Uma dos maiores desafios na aplicação de OR é o estágio IV, especialmente na área de *avaliação de performance interna e política de recompensa*. Para uma institucionalização de OR é necessário criar um sistema de incentivos para recompensar a criação e exercício ótimo de OR. A maioria das empresas que usam opções reais não atingiu o estágio IV. Isso não é surpresa já que a maioria das empresas começou a usar OR recentemente. Algumas empresas que estão entrando no estágio IV foram destaques no artigo de Triantis & Borison (2001): Genentech, Intel e Texaco.

Uma outra aplicação prática interessante de OR é a política de dar opções reais a consumidores, isto é, embutir opções reais nos produtos para eles se tornarem mais valiosos e atrativos para o consumidor. Um exemplo é o carro bi-combustível ou tri-combustível, denominado carro com motor flexível (“flex-fuel”). Sabe-se (ex.: Trigeorgis, 1996, p.344) que várias firmas da indústria automobilística começaram a usar OR nos anos 90. É provável que esses produtos tenham sido pensados e/ou sido aprovados/incentivados por pessoas treinadas em OR. Mas isso pode também ocorrer de forma intuitiva em muitos negócios. Por ex., o grande sucesso dos restaurantes “a quilo” no Rio de Janeiro (também os de *bufê*) é devido principalmente à *flexibilidade* que é dada ao consumidor para escolher a combinação de alimentos no seu prato. Projetos de embutir OR em produtos para o consumidor é o grande nicho de aplicações para um tipo especial de OR híbrida: a combinação de OR com uma *teoria de preferências* (teoria da utilidade, teoria dos prospectos), que será discutida no Cap.6.

Como estará a proporção de empresas usando OR nas principais economias? O artigo de Graham & Harvey (2001) apresenta um grande levantamento da prática de finanças corporativas em empresas de todos os tipos e tamanhos nos EUA e Canadá. Eles entrevistaram 392 CFOs (“Chief Financial Officer”, equivale a Diretor Financeiro) sobre a prática dessas empresas em relação a custo de capital, orçamento de capital (“capital budgeting”) e estrutura de capital. Essa pesquisa foi feita em fevereiro de 1999, com um questionário de mais de 100 perguntas. Não há notícia de uma pesquisa similar mais ampla e representativa (com a ajuda de 10 alunos de MBA). Sendo os entrevistados CFOs, aumenta a confiabilidade das respostas em termos de representar efetivamente as decisões de finanças corporativas dessas firmas, pelo menos nas principais decisões.

Em relação a pesquisas anteriores, Graham & Harvey (2001) verificou que o uso do VPL como ferramenta primária nas decisões de investimento teve um grande avanço. Por ex., uma pesquisa de 1977 mostrou o VPL como indicador primário em 9,8% dos casos, época em que a TIR (taxa interna de retorno) era o indicador primário nas decisões de investimento com 53,6%. Agora os percentuais de usos do VPL e da TIR são aproximadamente iguais.

A maioria das firmas usa mais de um indicador econômico nas decisões de investimento. Graham & Harvey deram uma lista de técnicas e/ou indicadores e perguntaram aos CFOs quais delas eram usadas numa graduação de zero a 4, sendo

0 igual a “nunca”, 3 igual “quase sempre”, 4 igual a “sempre”. O resultado mostrou um surpreendente rápido avanço do uso de opções reais.

A Tabela 1 a seguir (resumo da “table 2” de Graham & Harvey, 2001) resume os percentuais dessas técnicas/indicadores em que os CFOs afirmaram usar “sempre” (4) ou “quase sempre” (3) nas decisões de investimento, assim como a pontuação média obtida por cada técnica.

Tabela 1 – Técnicas Usadas Sempre ou Quase Sempre por Firms dos EUA e Canadá

Indicador/Técnica de Análise Econômica	% “sempre” ou “quase sempre”	Média
Taxa Interna de Retorno	75,61	3,09
Valor Presente Líquido	74,93	3,08
Tempo de Retorno Nominal	56,74	2,53
Taxa de Vedação (“hurdle rate”)	56,94	2,48
Análise de Sensibilidade	51,54	2,31
Abordagem de Múltiplos de Lucro	38,92	1,89
Tempo de Retorno Descontado	29,45	1,56
<b>Opções Reais</b>	<b>26,59</b>	<b>1,47</b>
Taxa de Retorno Contábil	20,29	1,34
Simulação ou “Value at Risk”	13,66	0,95
Valor Presente Ajustado (APV)	10,78	0,85
Índice de Lucratividade	11,87	0,83

Parece surpresa que OR tenha tido cerca do dobro do uso freqüente em relação à simulação de Monte Carlo ou “Value at Risk” (VaR)<sup>7</sup>. Claro que se somente bancos fossem consultados o percentual de uso de VaR seria próximo de 100%. Alguns críticos podem alegar que alguns CFOs confundiram o termo OR em projetos quando perguntados se “incorporaram as OR dum projeto na sua valoração”. Outros alegam que isso refletiu a *bolha* da “nova economia” com firmas usando OR para justificar qualquer investimento<sup>8</sup>. Essas críticas são pouco consistentes, pois: (a) Mesmo os CFOs com relativamente baixa escolaridade participam de seminários e tem contato com firmas de consultoria. Assim a grande maioria – senão todos, tem no mínimo uma idéia do que seja OR; (b) A maior pontuação de uso (com 1,55) foi de empresas da velha economia (“non-growth”) do que da nova economia (“growth”), que teve pontuação de 1,31. Assim, mesmo

<sup>7</sup> Indicador de exposição ao risco muito usado por bancos. Para detalhes, ver Jorion (2001).

<sup>8</sup> Também havia alguns analistas que justificavam o elevadíssimo valor das ações das empresas “.com” da nova economia através de um discurso de valor de OR. A alta demanda por OR fez surgir “consultores de OR” que não tinham base acadêmica para tal. Assim, é provável que uma parte dessas empresas da nova economia usaram OR de forma inadequada por má orientação.

que parte das empresas da nova economia esteja usando OR de forma inadequada, o resultado de Graham & Harvey não deixa de ser significativo e alentador.

Deve-se ter em mente que qualquer nova ferramenta – por melhor que seja na teoria e na prática, leva tempo para ser adotada nas empresas. Técnicas e conceitos de FCD levaram décadas para serem efetivamente usadas. Com OR isso não pode ser muito diferente, ainda mais com a maior complexidade dos modelos envolvidos. Mas os fatos têm mostrado uma adoção mais rápida que a esperada.

Note que a pesquisa de Graham & Harvey foi feita no início de 1999 e assim não capturou o grande crescimento de OR nos anos de 1999 a 2002 – período de grande quantidade de seminários gerenciais de OR e de maior concentração de lançamentos de livros de OR, um forte sinal de aquecimento da demanda por OR. Por ex., Champion (2002) reporta que a firma de consultoria Deloitte Consulting se capacitou na técnica de OR desde 1995, sem grande demanda na época, mas “desde o final do último ano” (2001) “ela tem tido 50 a 60 clientes interessados, um aumento dramático”.

Na indústria do petróleo, além da pioneira Shell<sup>9</sup> (Kemna, 1993), tem vários outros casos reportados na literatura, tais como Petrobras, Texaco, Anadarko, Chevron, Statoil, British Gas, BP, etc., principalmente na área de exploração e produção (E&P). Ver Dias (1996, Cap.2) para referências e detalhes. O caso da BP (especialmente o campo de Andrew) é reportado com algum detalhe em Leslie & Michaels (1997). Recentemente, a BP vem propondo uma abordagem diagramática de OR para facilitar a difusão corporativa de OR, ver Leppard & Cannizzo (2002). Um caso da Chevron é reportado por Valdmanis (1999)<sup>10</sup>. Serão descritos em algum detalhe apenas os casos da Anadarko, Texaco e da Petrobras.

Algumas empresas tiveram um impulso no uso de OR a partir duma história de sucesso interna. Foi o caso, por ex., da Anadarko (ver Coy, 1999): “*OR nos deu confiança para dar um valor maior na licitação do bloco no Golfo do México chamado Tanzanite, que provou ser rico em óleo e gás*”. A principal diferença aqui foi como OR capturou o valor adicional da possibilidade do bloco ter reservas maiores do que se enxergava com registros sísmicos. A licitação desse

---

<sup>9</sup> A maior aula prática de OR que o autor dessa tese teve foi quando analisou um contrato da Shell no Golfo do México em 1997, em que a Shell vendeu um bloco recebendo “apenas” uma série de OR contratuais, com tempos de maturação e condições de exercício bem desenhadas.

<sup>10</sup> Curiosamente, usando OR a Chevron investiu em um campo maduro da Califórnia (cujo valor por OR era muito maior que por FCD) e não investiu em exploração no Canadá.

bloco foi em 1990 e as importantes descobertas foram anunciadas em 1998. Aliás foi só a partir desse caso em 1998 é que se soube que a Anadarko tinha usado OR pelo menos desde 1990. Esse é um indício de que várias companhias de petróleo vêm usando OR de forma silenciosa em valoração de ativos importantes – como em leilões de direitos e aquisição/venda de ativos reais/firmas. Devido à interação estratégica com empresas competidoras nessas aplicações, a confidencialidade é necessária e isso tem limitado a divulgação de detalhes do uso real de OR.

No entanto, a divulgação de casos reais de OR permite ampliar o uso dessa técnica e isso trás benefícios estratégicos e até benefícios sociais. Primeiro, por facilitar negociações ganha-ganha entre as companhias. A ampliação do uso e entendimento de OR pelas firmas permite um diálogo mais equilibrado, aberto e menos assimétrico entre as companhias de petróleo na negociação de ativos em que o valor de opção tem claramente valor (ex., direitos exploratórios) e/ou em contratos de parceria. Segundo, McComarck & LeBlanc & Heiser (2003) destacam o benefício social com o uso mais amplo de OR, pois permite uma *coordenação no mercado* de energia que trás benefícios não apenas para os acionistas dessas companhias, como para os próprios consumidores. Por ex., projetos de “pico”<sup>11</sup> servem para limitar a disparada nos preços e/ou evitar/limitar um racionamento de energia, minimizando os problemas dos consumidores<sup>12</sup>.

Dentre os ativos de pico que podem ser justificados no portfólio através do conceito de OR (mas não com o FCD), pode-se mencionar: (a) unidade termoelétrica para épocas de falha na oferta hidroelétrica e/ou aumento da demanda de energia; (b) poços terrestres com baixa produtividade/alto custo, que podem ser reativados com altos preços; (c) reservas de óleo pesado ou mesmo de xisto, podem ser desenvolvidas economicamente no cenário de altos preços; (d) estocagem de gás natural em reservatórios de campos já depletados, que podem voltar a ser produzido em caso de aumento sazonal/eventual da demanda de gás.

O artigo McComarck & LeBlanc & Heiser (2003) revela um pouco da visão que a Anadarko tem sobre o uso de OR<sup>13</sup>. Eles separam os campos e poços que

---

<sup>11</sup> Projetos que operam apenas quando a demanda ou o preço sobe muito.

<sup>12</sup> Ao suavizar o ciclo de preços (altos e baixos), o uso maciço de OR pelas empresas tende a reduzir o valor da flexibilidade, i. é, o uso amplo de OR reduz o próprio valor das OR!

<sup>13</sup> LeBlanc é gerente de planejamento estratégico da Anadarko, enquanto que McComarck e Heiser são consultores da Stern Stewart (criador do EVA) e Accenture, respectivamente. No artigo, são feitas algumas citações de declarações do CEO da Anadarko defendendo a visão de OR.

tem maior potencial para gerência ativa de opções operacionais, dos ativos com menor potencial. A Anadarko divide os ativos do E&P em dois tipos: os “básicos” (“base-load”) de longo-prazo, e os de “pico”, com maior agilidade para responder aos cenários de curto prazo. Assim, os campos terrestres da Anadarko nos EUA e Canadá ainda não desenvolvidos (ou parcialmente desenvolvidos) são particularmente valiosos pela agilidade em aproveitar conjunturas favoráveis de picos de preços do óleo e gás natural, já que essas reservas podem ser desenvolvidas e colocadas em produção num período de tempo menor. Já um campo marítimo é muito menos ágil, pois o tempo para colocar em produção um campo desses leva tipicamente de 2 a 3 anos. Além disso, os ativos de pico têm menores custos fixos para serem suportados em caso de fechamento temporário dos mesmos em cenários desfavoráveis de preços. Já um campo marítimo tem custo elevado para manter a plataforma de produção parada, aguardando melhores preços do petróleo.

O caso da Texaco é baseado em Triantis & Borison (2001). A Texaco tinha uma forte competência em diversas técnicas de análise econômica de projetos tais como FCD, simulação de Monte Carlo e análise de decisão. No entanto, os resultados da aplicação dessas técnicas em licitações de blocos/ativos e em projetos de novas tecnologias eram desapontadores algumas vezes. Em adição, surgiam novas companhias de petróleo aumentando a competição. Procurando melhoramento em suas técnicas, a Texaco começou a explorar o conceito de OR, reconhecendo a sua superioridade em relação às abordagens convencionais. Primeiro começou com uma formulação estratégica ampla e robusta das oportunidades do seu portfólio. Segundo, OR tinha forte ligação com algumas ferramentas familiares tais como FCD, análise de decisão e teoria financeira. Terceiro, OR poderia ser aplicada num *processo escalar*, isto é, em caso de bons resultados o seu uso seria ampliado e adotado em maior escala na corporação, assim como poderia ser conectada em harmonia com outros processos gerenciais.

Com isso, a Texaco decidiu testar e potencialmente adotar OR com ajuda de consultores externos. Após o sucesso do projeto piloto de OR na área de E&P, OR começou a conquistar tanto os executivos da empresa como os gerentes da área de análise econômica de projetos. Com isso a Texaco treinou diversos especialistas em áreas chaves de negócios e iniciou uma aplicação mais ampla de OR em outras atividades de E&P, em negócios com novas tecnologias, e em novos negócios –

tais como “e-business” e portfólio internacional de “downstream” (refino de petróleo). Assim, OR se tornava uma ferramenta chave na avaliação estratégica de grandes investimentos.

Já com um acúmulo de experiências nessa área, o próximo passo da Texaco foi integrar melhor as OR com outros processos gerenciais (estágio IV citado acima). Os dois processos chaves nesse caso são: (a) execução do plano de investimentos através do *gerenciamento dinâmico de projetos*; e (b) *avaliação de desempenho*, de forma a prover *incentivos* adequados para o exercício ótimo das opções e gerenciamento de projetos baseado no valor. Outras metas da Texaco foram combinar as OR com o gerenciamento de riscos corporativo e integrar as OR no processo de planejamento de portfólio.

A Petrobras também tem uma série de sucessos no uso de OR em diferentes aplicações<sup>14</sup>. A primeira tese de OR de um funcionário da empresa foi em 1990 (Oliveira, 1990), mas o primeiro curso interno de OR só ocorreu em dezembro de 1996 e a demanda gerencial por aplicações de OR só começou a partir de 1998, como a maioria das empresas citadas por Triantis & Borison (2001).

Em 1998 a oportunidade surgiu com a estruturação do *financiamento de projeto* (“*project finance*”) do Campo de Marlim, o de maior produção na Bacia de Campos. Esse é um exemplo de como o pensamento de OR pode ser benéfico para ambas as partes (ganha-ganha). Como é típico nesse tipo de estruturação financeira, foi criada uma empresa-projeto que assumiu uma dívida de US\$ 1,3 bilhão e com um capital de risco (“equity”) de US\$ 200 milhões. A parcela de risco (ações da empresa-projeto) teria de ter uma remuneração de risco que refletisse o risco do negócio. O desenho dessa remuneração de risco era o desafio. A primeira contribuição de OR foi qualitativa. Existiam propostas na mesa de negociações (entre Petrobras e agentes financeiros/investidores) em que a remuneração de risco estava vinculada à performance da *produção*, da *receita bruta* ou até da *receita líquida*. Isso no entanto limitaria a flexibilidade da Petrobras na alocação ótima de recursos<sup>15</sup> (ex.: sondas) ao ter obrigações de

---

<sup>14</sup> Por razões de confidencialidade não é possível dar detalhes. Aqui serão comentados apenas os casos que se tornaram públicos e alguns marcos gerais de OR na Petrobras. Além disso, dos pontos de vista social, econômico e estratégico, é ótimo divulgar casos reais *ganha-ganha*.

<sup>15</sup> O ótimo para Marlim pode não ser o ótimo para o portfólio de projetos duma grande empresa. Por ex., pode ser ótimo num certo cenário deslocar uma sonda programada para Marlim, para efetuar uma manutenção em um poço de outro campo ou mesmo perfurar um poço pioneiro.

garantir uma certa performance de produção para atender os investidores de Marlim. Do lado dos investidores isso também era ruim, pois retirar a flexibilidade da Petrobras demandaria um custo de transação elevado para monitorar a produção e os custos do campo. Além disso, mesmo com auditorias, permaneceria o problema inevitável de desconfiança advinda da *assimetria de informação* (a Petrobras tem mais informação do que os investidores sobre o projeto e os recursos a usar). Ou seja, mesmo monitorando, haveria desconfiança.

Com argumentos de OR e de custos de transação e de agência, mostrou-se que era muito melhor vincular a remuneração risco apenas à variável preço do petróleo, preservando toda a flexibilidade da Petrobras de gerenciamento ótimo dos recursos e reduzindo a zero tanto o custo de monitoração como o problema da assimetria de informação. Uma vez aceita essa idéia, era necessário um modelo de risco para os preços do petróleo. Foi adotado um processo estocástico de reversão à média com saltos de Poisson, similar ao usado no artigo de OR de Dias & Rocha (1998)<sup>16</sup>. Assim, foram usadas tanto as OR “como um modo de pensar” (qualitativo), como uma ferramenta analítica através de um modelo matemático típico de OR, um processo estocástico de reversão à média com saltos para modelar preços do petróleo. No item 2.2 serão discutidas alternativas de processos estocásticos para os preços do petróleo. A formatação feita no financiamento de Marlim, acabou servindo de modelo para outros projetos de financiamento.

Uma outra história de sucesso de OR se deu em 1999. Com a abertura do setor petróleo brasileiro, a Agência Nacional do Petróleo (ANP) publicou na internet uma minuta para regular o tempo do período exploratório visando os leilões de direitos exploratórios. No início de 1998, Dias & Rocha (1998) escreveram um artigo de OR analisando essas regras e sugerindo uma dilatação desse prazo com base em OR. Em 1999, poucos meses antes do primeiro leilão no Brasil, houve um debate público sobre o tema, com o Deputado Delfim Netto e as companhias de petróleo em geral defendendo uma dilatação desse prazo. Foi enviado ao influente Deputado Federal (e ex-Ministro da Fazenda) Delfim Netto o artigo de Dias & Rocha (1998). Ele foi analisado na coluna do deputado no jornal *Folha de São Paulo* em 14 de abril de 1999 (Delfim Netto, 1999), que elogiou e

---

<sup>16</sup> Foi adotado um modelo mais fácil de simular e de estimar os parâmetros de reversão do que o modelo de Dias & Rocha (1998). Esse processo estocástico foi denominado de Modelo de Marlim. Para detalhes desse modelo, ver: [www.puc-rio.br/marco.ind/sim\\_stoc\\_proc.html#mc-mrj](http://www.puc-rio.br/marco.ind/sim_stoc_proc.html#mc-mrj)

ressaltou as conclusões do artigo defendendo o aumento do prazo exploratório. Poucos dias depois, a ANP sinalizou a reformulação das regras do leilão e depois aumentou o prazo para um valor próximo do que era defendido no artigo. Nunca se saberá se o artigo foi decisivo ou se apenas ajudou na pressão da indústria, mas o fato é que OR pela primeira vez participava de forma relevante de um debate público em jornal de grande circulação. Essa importante história de sucesso que deu um impulso adicional para a prática de OR na Petrobras. No item 2.4.7 serão mostrados outros detalhes da discussão de regulação no setor petróleo em geral e do modelo do artigo de Dias & Rocha (1998) em particular.

A partir de 1999 houve uma série de análises de OR em projetos específicos do E&P, principalmente para desenvolvimento de grandes campos, mas também para licitações (projeto “revelation” de 1999). A característica comum nessas análises é que foram todas centralizadas, feitas por um ou poucos especialistas. Em 2000, o tópico OR foi pela primeira vez incluído no Manual de Investimentos da Petrobras e houve pela primeira vez uma recomendação da Diretoria Executiva para análise de OR em projetos da área internacional. Em 2001 foi criado o primeiro projeto sistêmico de pesquisa, o Pravap-14, que desenvolveu inúmeros projetos de OR entre 2001 e 2004, tanto internamente como em associação com universidades, especialmente com a PUC-Rio, mas também com entidades externas (ex.: Ecole des Mines de Paris)<sup>17</sup>.

Um outro caso público de OR envolvendo a Petrobras e a ANP foi relativo à tarifa de gás do gasoduto Bolívia-Brasil (Gasbol) em 2000 e 2001. Houve um litígio entre a TBG (dona do gasoduto e controlada pela Petrobras) e as empresas “entrantes” Enersil e British Gas (BG) para livre acesso ao gasoduto. As entrantes Enersil e BG queriam não só acesso livre ao duto como pagar uma tarifa do tipo “take or pay”<sup>18</sup> mas com a flexibilidade de usar ou não o gasoduto. Ou seja, apreciavam a flexibilidade mas queriam pagar uma tarifa igual aos contratantes que não tem essa flexibilidade (alternativamente, era como se a flexibilidade não tivesse nenhum valor). Usando um modelo de OR que considera a demanda de gás estocástica e o exercício ótimo de opções contratuais, a TBG mostrou para a

---

<sup>17</sup> O Pravap, Programa de Recuperação Avançada de Petróleo, é um dos principais programas de pesquisa da Petrobras, com vários projetos sistêmicos tais como o Pravap-14.

<sup>18</sup> Contrato “take-or-pay” significa que a firma paga essa tarifa transportando ou não o gás. Variantes desse contrato que misturam opções e obrigações são chamados de contratos “swing”.

ANP que essa flexibilidade tinha valor e assim a tarifa tinha que ser maior para as entrantes quando comparada com a tarifa “take or pay”. A decisão da ANP foi permitir o livre acesso para o gasoduto mas pagando 11% a mais de tarifa (ver ANP, 2002, p.6-7). Uma outra história vencedora de opções reais, apesar da ANP ter arbitrado um prêmio menor do que o reivindicado pela TBG. Para outros detalhes desse modelo, ver o item 2.4.7.

Nos últimos anos a demanda por OR tem se mantido firme na Petrobras, especialmente na área internacional, em aplicações de valor da informação para o desenvolvimento dos campos e em treinamento. No entanto, há muito a ser feito. Em termos de difusão corporativa de OR, a Petrobras ainda não chegou ao estágio IV e está atrás de empresas de petróleo como a Texaco e Anadarko em vários aspectos. Mas deve-se notar que apenas a partir de 1997, com a abertura do setor petróleo, é que a necessidade de técnicas *mais sofisticadas* de análise econômica começou a se tornar mais visível. Em termos de treinamento, desde 1996 foram dados cursos longos (de 24 a 32 horas) de OR para cerca de 120 funcionários e cursos curtos (8 horas) para cerca de 200 funcionários. Parece muito mas a Intel, por ex., treinou em OR também mais de 300 funcionários mas em apenas três anos (Triantis & Borison, 2001, p.16).

Em relação à evidência empírica e testes econométricos da teoria de OR, ver referências e discussão em Dias (1996, item 2.7) ou Dixit & Pindyck (1994, cap.7 e 12). Para o leitor interessado, ver duas referências mais recentes sobre evidência empírica de OR: Harchaoui & Lasserre (2001) e Moel & Tufano (2002). Na área de petróleo, a evidência empírica é reportada em Paddock & Siegel & Smith (1988). Embora avanços nessa área tenham ocorrido desde 1996, o foco dessa tese é com a análise e aperfeiçoamento da teoria das OR como uma *teoria normativa* (como se *deve* proceder) e não como uma *teoria positiva* (como as firmas *têm* procedido). Dessa forma, aqui só será ressaltada a conclusão de Dias (1996) que as decisões das firmas são mais consistentes com a teoria de OR do que com a regra pura do VPL, mesmo quando essas firmas desconhecem a teoria das OR.

No entanto, para fechar esse tópico deve-se registrar um interessante teste prático, desenvolvido em um projeto do Pravap-14, do uso de OR nas decisões de desenvolvimento de campos de petróleo. Nesse teste, chamado de “back-testing” de OR x VPL, a idéia foi responder a pergunta: Se uma companhia de petróleo usasse OR em vez do critério do FCD (investir imediatamente se o  $VPL > 0$ ) para

aprovar projetos de seu portfólio, teria ela ganho mais dinheiro (VPL “ex-post”)? Os resultados desse teste são discutidos em Moszkowicz (2003). No caso base do teste, foi considerado dois tipos de projeto: os muito atrativos,  $VPL \gg 0$  (“deep-in-the-money”) e os ligeiramente atrativos,  $VPL = 0^+$  (“in-the-money”). O preço do petróleo foi a única variável estocástica, modelada como um movimento geométrico Browniano (MGB) e o início do *back-testing* foi em 1970.

Os principais resultados foram: para projetos muito atrativos, a regra de OR foi superior ao do FCD, mas em apenas 16,6% a mais de VPL acumulado *ex-post*. Já para projetos ligeiramente atrativos, a regra de OR foi muito superior à regra do FCD: o VPL *ex-post acumulado* na regra do FCD foi ligeiramente negativo, enquanto que o VPL *ex-post acumulado* na regra de OR foi significativamente positivo, mesmo sendo a metade do valor obtido com o caso de projetos “muito atrativos”. Isso porque, no caso de OR, não se investe logo no projeto que não está suficientemente atrativo (“deep-in-the-money”), se espera. Caso após um ano de espera os preços tenham melhorado o suficiente então se investe no projeto e, caso contrário, não se investe. Assim, como OR demanda um prêmio adicional para investir, a *probabilidade* do projeto ter um VPL ex-post negativo é menor do que se a regra do FCD for usada. É o *benefício da espera* (ou o *princípio das más notícias*, ver Dias, 1996, ou Dixit & Pindyck, 1994, p.40) funcionando na prática.

### 2.1.3. Introdução à Teoria das Opções Reais em Petróleo

A teoria de opções reais em petróleo começa com Tourinho (1979) e o modelo clássico de Paddock & Siegel & Smith (1988). Existem várias dezenas de artigos de opções reais em petróleo (algumas dezenas só na SPE, Society of Petroleum Engineers). Serão mencionados apenas alguns artigos mais conhecidos, parte deles analisados com algum detalhe em Dias (1996). Essa seção é parcialmente baseada em Dias (2004).

Ekern (1988), analisou o valor da opção de integrar um campo satélite em um sistema de produção existente quando o mesmo tiver capacidade ociosa versus a alternativa de maior investimento com uma plataforma de maior capacidade. Bjerksund & Ekern (1990) mostraram que para decisões de desenvolvimento inicial de campos de petróleo geralmente é possível ignorar tanto a opção de parada temporária como a de abandono *na presença da opção de postergar* o

investimento<sup>19</sup>. Kemna (1993) apresentou estudos de casos que ela desenvolveu durante a sua longa consultoria para a Shell (entre 1985 e 1990). Dias (1997) foi a primeira aplicação híbrida de opções reais com a teoria dos jogos no setor petróleo, usada para avaliar o momento ótimo para a perfuração exploratória (tema que será desenvolvido nessa tese). Dias & Rocha (1998) aplicaram pela primeira vez um processo estocástico de reversão à média com saltos de Poisson para preços do petróleo e analisaram as opções estendíveis na fase exploratória.

A grande maioria dos artigos de OR em petróleo é referente à área de E&P. Mas na área de refino existe também alguma literatura, como um dos casos descritos em Kemna (1993) e especialmente no artigo dos professores japoneses Imai & Nakajima (2000). Em aplicações típicas de refino, podem ser usados os modelos de histerese apresentados no capítulo 7 do livro-texto do Dixit & Pindyck (1994), em que é considerada a interação entre as opções de investimento, abandono, parada temporária e reativação.

Schwartz (1997) comparou modelos para preços do petróleo (e outras commodities), que serão discutidos nesse capítulo. Laughton (1998) mostrou que apesar das incertezas tanto no preço do petróleo como no volume de reservas aumentarem o valor do campo, a incerteza no preço do petróleo adia o exercício de todas as opções reais (da exploração ao abandono), enquanto que a incerteza técnica da reserva faz a exploração e a delimitação ocorrerem mais cedo. Cortazar & Schwartz (1998) aplicaram o flexível método da simulação de Monte Carlo para valorar a opção de desenvolver um campo de petróleo. Pindyck (1999) analisou o comportamento de longo prazo dos preços do petróleo e as implicações para modelos de opções reais (será visto aqui). Galli, Armstrong & Jehl (1999) discutiram e compararam OR, árvores de decisão e simulação de Monte Carlo em aplicações em petróleo.

Chorn & Croft (2000) estudaram o valor da informação de reservatório no contexto de OR. Saito et al. (2001) analisaram as alternativas de desenvolvimento de um campo combinando engenharia de simulação de reservatórios com opções reais. Kenyon & Tompaidis (1999, 2001) analisaram contratos de *leasing* para sondas marítimas usando OR. McCormack & Sick (2001) discutiram a valoração

---

<sup>19</sup> Isso foi analisado com mais detalhes na tese de doutorado de Bjerksund. Essa simplificação será assumida no modelo clássico descrito nesse capítulo e em outros modelos.

de reservas provadas não-desenvolvidas e também a correlação entre taxas diárias de sondas e preços do óleo e gás, a qual foi surpreendentemente próxima de zero. Sharma et al. (2002) analisaram com OR a tecnologia de *poços inteligentes*. Os livros de OR de Dixit & Pindyck (1994, principalmente o capítulo 12), Trigeorgis (1996, p. 356-363) e Amram & Kulatilaka (1999, capítulo 12), analisam modelos de investimento para a indústria de petróleo e de recursos naturais de forma geral.

Além dessa breve revisão da literatura, nessa seção serão mostrados exemplos simples para ilustrar conceitos e motivar o desenvolvimento de modelos mais complexos de OR em petróleo especialmente em E&P. Esses exemplos também irão motivar a modelagem da incerteza de mercado, da incerteza técnica e até da interação estratégica com outras firmas de petróleo. Será introduzida também a terminologia básica de investimentos em petróleo a ser usada na tese.

A Figura 1 mostra o processo típico de opções reais *seqüenciais* para as fases de investimento de E&P de petróleo, da exploração para a exploração.

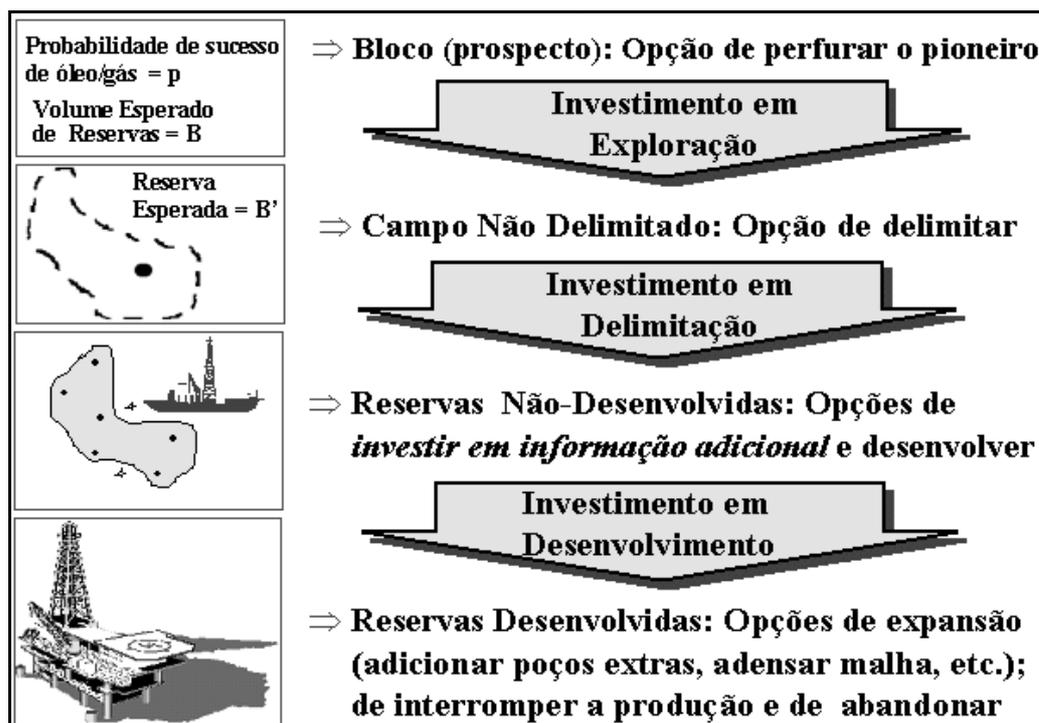


Figura 1 – Processo de Opções Reais Seqüenciais em E&P de Petróleo

A firma detém os direitos de um bloco exploratório obtido através de leilão ou adquirido no mercado. Durante a fase exploratória a firma tem de decidir se exerce a opção de perfurar um poço exploratório pioneiro (“wildcat well”), o qual é opcional na maioria dos casos. Esse investimento é totalmente irreversível. Caso essa opção seja exercida e em caso de sucesso (descoberta de óleo e/ou gás) a

firma obtém um campo não-delimitado, com elevada incerteza técnica. A firma tem a opção de investir na fase de delimitação (“appraisal phase”) através da perfuração de poços de delimitação e sísmica 3D adicional<sup>20</sup>. O objetivo é obter mais informações sobre o volume e qualidade das reservas, reduzindo a incerteza técnica e obtendo reservas não-desenvolvidas embora delimitadas. Quando a incerteza técnica remanescente não justifica investimentos em informação adicionais, a firma tem a opção de desenvolver a reserva através de um grande comprometimento de investimento na fase de desenvolvimento. A firma pode também devolver a reserva não-desenvolvida para a agência governamental ou esperar por melhores condições de mercado (até uma certa data). Em caso de desenvolvimento, a firma obtém reservas desenvolvidas. Finalmente, a firma tem opções operacionais durante a vida produtiva tais como a opção de expandir a produção (ex., através de poços opcionais), a opção de parada temporária, e até a opção de abandonar a concessão.

A valoração é feita de trás para frente (“backward induction”) como na *programação dinâmica*, ou seja, é necessário valorar a fase de desenvolvimento antes de, por ex., valorar o prospecto exploratório, já que o benefício esperado do prospecto está ligado ao valor do projeto de desenvolvimento (em que serão geradas as receitas).

Os modelos de opções reais dão duas respostas interconectadas, o valor da oportunidade de investimento (*valor da opção real*) e a regra ótima de decisão (o *gatilho* para o exercício ótimo da opção). Para ilustrar esses conceitos na área de petróleo, serão apresentados alguns exemplos simples que ilustram as diferenças entre OR e FCD. Entretanto, OR pode ser visto como a solução de um problema de otimização sob incerteza. Na maioria dos casos práticos tem-se:

Maximizar o VPL (função objetivo típica) através do gerenciamento ótimo das opções (flexibilidades gerenciais) relevantes, sujeito a:

- Incertezas de mercado (preço do óleo, taxa de sondas, etc.); e
- Incertezas técnicas (existência, volume e qualidade do petróleo).

---

<sup>20</sup> Sísmica de reflexão é um processo muito usado em exploração de petróleo onde se emite um pulso sonoro (detonando uma carga sísmica) que é refletido nas diversas camadas de sub-superfície, sendo esse sinal capturado através de geofones ou hidrofones. Dá indicações sobre as estruturas de sub-superfície (espécie de raios-x). Na sísmica 3D, o levantamento de dados sísmicos é feito com linhas de carga paralelas afastadas da mesma distância dos fones receptores, varrendo uma área. É mais precisa que a sísmica 2D, que só dá uma idéia de seções verticais locais.

Dentre as opções relevantes, podem ser citadas a opção de postergar o investimento (“timing option”), a opção de expandir a produção e a opção de abandonar a concessão. Serão vistos alguns modelos sobre essas opções.

O primeiro exemplo é na fase de desenvolvimento e servirá para ilustrar de forma intuitiva os conceitos básicos de OR tais como o valor adicional de OR na presença de *incerteza de mercado*, o *valor da espera* e o momento (“*timing*”) ótimo de investir, e a regra ótima de decisão (*gatilho*). Por razões de simplicidade, considere apenas dois períodos e dois cenários de incerteza de mercado. Essa será representada pelos preços do petróleo – que é de longe o parâmetro de mercado mais relevante e mais incerto para as decisões de investimento. Seja um campo de petróleo que foi descoberto e delimitado, mas não desenvolvido. Seja  $V$  o valor da reserva desenvolvida e  $I_D$  o custo de investimento para o desenvolvimento, de forma que o VPL de desenvolvimento da produção é dado pela equação:

$$\text{VPL}_{DP} = V - I_D \quad (1)$$

Tanto  $V$  como  $I_D$  já estão em valor presente na data de início de investimento. Considere o caso em que o valor da reserva desenvolvida é proporcional ao preço de longo-prazo do petróleo ( $P$ ), i.é,  $V = k \cdot P$ , onde o fator  $k$  depende do volume e qualidade da reserva de petróleo. No item 2.3 será discutida em detalhes a função  $\text{VPL}_{DP}$ . Suponha que a firma pode investir agora, ou devolver a concessão para a agência de petróleo, ou ainda adiar a decisão por um período (quando não poderá mais adiar a decisão). Se adiar a decisão, suponha que a expectativa de longo-prazo do preço do petróleo pode subir ou descer um dólar por barril, com 50% chances cada, conforme ilustrado na Figura 2 a seguir.

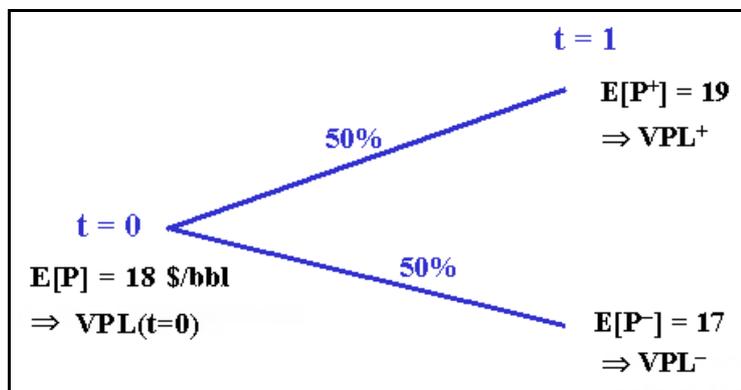


Figura 2 – Incerteza de Mercado e Opção de Espera

Ou seja, não se espera que os preços do petróleo aumentem, apenas que variem. Agora serão mostrados três exemplos simples. **Exemplo 1.a:** Considere

inicialmente os seguintes valores numéricos:  $k = 100$  e  $I_D = 1850$  MM\$. Pode-se verificar facilmente que o imediato investimento tem VPL negativo:  $VPL(t = 0) = 100 \cdot 18 - 1850 = -50$  MM\$. Numa análise tradicional, esse projeto seria considerado sem valor. Mas a incerteza e o caráter opcional do investimento irá adicionar valor: se adiar o investimento e o preço subir para 19 \$/bbl, então o VPL se tornará positivo:  $VPL^+ = 100 \cdot 19 - 1850 = +50$  MM\$. Isso ocorre com 50% chances. Com a mesma chance o preço pode cair e assim o VPL ficaria ainda mais negativo:  $VPL^- = 100 \cdot 17 - 1850 = -150$  MM\$, ou seja em média se teria o mesmo  $VPL(t = 0)$ . No entanto, graças ao caráter opcional do investimento, a firma que esperar só investirá se o preço subir, obtendo VPL positivo. Caso caia o preço, a firma não é obrigada a investir e assim o valor nesse cenário se torna zero e não o valor negativo. Considere uma taxa de desconto  $\mu$  de 10% no período. O valor da concessão  $F$  considerando a incerteza + opção é dada então pela equação:

$$F = \text{Max} [VPL(t = 0), E[\text{Max}\{0, VPL(t = 1)\}/(1 + \mu)]] \quad (2)$$

Onde  $E[.]$  é o operador de valor esperado e  $\text{Max}[.]$  é o operador de máximo. Assim, o valor da concessão nesse exemplo 1.a é:

$$F = \text{Max}[-50, (50\% \cdot 0 + 50\% \cdot 50)/1,1] = +22,73 \text{ MM\$}$$

Ou seja, o campo é bem mais valioso que a análise tradicional (sem considerar a opção de espera) indica. A diferença entre essas análises é igual ao prêmio da opção real de espera. Ignorar isso gera erros evidentes com importantes conseqüências não apenas para as *decisões de investimento* como também para *negociações de ativos* entre companhias de petróleo.

É fácil verificar também que uma maior incerteza de mercado aumenta o valor da oportunidade de investimento, pois gera um prêmio de opção maior. Exs.: (i) os dois cenários com 16 e 20 \$/bbl (em vez de 17 e 19) ou (ii) 5 cenários com 20% chances cada, para preços de 16, 17, 18, 19 e 20 \$/bbl. A Tabela 2 mostra os resultados para esses exemplos e para o caso-base, em função da variância.

Tabela 2 – Maior Incerteza de Mercado, Maior o Valor da Opção Real

Cenários Equiprováveis	Variância	VPL(t = 0)	Opção Real (F)	Prêmio
Caso-Base (17 e 18 \$/bbl)	1	50	22.73	72.73
5 cenários: 16, 17, 18, 19 e 20 \$/bbl	2	50	36.36	86.36
2 cenários extremos: 16 e 20 \$/bbl	4	50	68.18	118.18

Assim, “quanto maior a incerteza de mercado maior o valor de opção de um ativo” é mais um conceito geral em OR que não era percebida pela metodologia tradicional. Note que esse conceito independe da exata modelagem probabilística (ex.: real ou neutra ao risco, qual o processo estocástico exato), embora o seu valor exato dependa. Processos estocásticos serão visto ainda nesse capítulo.

Agora considere o **exemplo 1.b**:  $k = 100$  e  $I_D = 1750$  MM\$ (ou seja, o investimento agora é menor). Pode-se verificar que assim o  $VPL(t = 0)$  se tornou positivo:  $VPL(t = 0) = 100 \cdot 18 - 1750 = + 50$  MM\$. Esse é o valor da concessão ou falta algum valor de opção? Deve-se investir imediatamente ou a espera ainda tem valor? Pela teoria tradicional, deve-se investir em projetos de VPL positivo imediatamente (considere não haver restrições orçamentárias). Mas a teoria das OR insiste que se deva comparar as alternativas mutuamente exclusivas entre investir agora e investir mais tarde (a depender do cenário). Para responder basta aplicar a eq. (2) e verificar que  $F > VPL(t = 0)$  e logo a espera tem valor:

$$F = \text{Max}[+ 50, (50\% \cdot 0 + 50\% \cdot 150)/1,1] = 68,18 \text{ MM\$}$$

Assim mais uma vez a concessão tem valor maior que o VPL, i.é, o VPL subestima o valor da concessão. Além disso, é ótimo esperar, mesmo com o VPL em  $t = 0$  sendo positivo e apesar de não se esperar uma melhora do mercado, apenas que o futuro é incerto. Essa é outro conceito de OR que se opõe ao método tradicional: contraria a regra do FCD de investir logo que o VPL seja positivo.

Será que é *sempre* ótimo esperar quando existe incerteza? A resposta é não, mas o projeto precisa estar suficientemente lucrativo em relação à incerteza corrente. Na linguagem de opções, o projeto precisa estar “deep-in-the-money”. Para ver isso, considere finalmente o **exemplo 1.c**:  $k = 120$  e  $I_D = 1750$  MM\$, ou seja, o fator  $k$  é maior (campo de maior reserva ou de melhor qualidade). Logo,  $VPL(t = 0) = 120 \cdot 18 - 1750 = + 410$  MM\$<sup>21</sup>. Já a espera não tem valor, pois a opção seria exercida nos dois cenários de  $VPL(t = 1)$ , ou seja, o valor da opção real é igual ao  $VPL(t = 0)$  nesse caso, conforme se vê aplicando a eq. (2):

$$F = \text{Max}[410, (50\% \cdot 290 + 50\% \cdot 530)/1,1] = \text{Max}[410, 410/1,1] = 410 \text{ MM\$}$$

Por continuidade das funções  $F$  e  $VPL$ , entre os valores dos parâmetros dos exemplos 1.b e 1.c existe um  $VPL^*(t = 0)$  tal que se fica indiferente entre investir

<sup>21</sup> A planilha *miscelanea1.xls* (ver CD-Rom) resolve os exemplos 1.a, 1.b e 1.c.

já ou esperar, i.é, existe um  $VPL^*(t=0) = F$ . Dado que o investimento é constante, pode-se dizer que existe um valor de reserva desenvolvida  $V^*$  o qual se ficaria indiferente entre esperar e investir já. Esse valor  $V^*$  a partir do qual se deve investir imediatamente é chamado de valor de *gatilho* (“threshold” ou “trigger”) da OR e dá a regra ótima de exercício da opção. Aqui a regra é investir já desde que  $V \geq V^*$ . Em muitos casos se olha diretamente a variável de mercado preço do petróleo  $P$  e a solução do problema de OR passa por calcular o *gatilho  $P^*$*  a partir do qual se deve investir já. O cálculo do gatilho (ou de uma curva temporal de gatilhos) será visto em várias passagens dessa tese.

O segundo exemplo é na fase de exploração, onde a principal incerteza é sobre a existência de petróleo. Suponha uma firma com direitos exploratórios em um bloco com dois prospectos distintos mas com mesma idade geológica (mesmo “play” geológico). Esses prospectos foram mapeados através de registros sísmicos<sup>22</sup>. O *fator de chance* FC (ou *probabilidade de sucesso*) de encontrar petróleo é 30% para ambos os casos. O custo de perfuração nessa área é de  $I_W =$  US\$ 30 milhões para cada poço exploratório. Em caso de sucesso, o projeto de desenvolvimento tem um VPL de US\$ 95 milhões em cada caso. Ou seja, os prospectos são equivalentes economicamente. Na análise econômica tradicional, o valor do prospecto é dado *valor monetário esperado*<sup>23</sup> (VME) definido por:

$$VME = -I_W + [FC \cdot VPL] \quad (3)$$

Como os prospectos são iguais, ambos tem o mesmo VME negativo que é:

$$VME = -30 + [0,3 \times 95] = -1,5 \text{ milhões } \$$$

São os prospectos sem valor para a firma de petróleo? Para responder essa questão é necessário considerar dois aspectos não incluídos no cálculo tradicional do VME acima: a *revelação de informação* e a natureza *opcional* da perfuração. Esses prospectos são dependentes por estarem no mesmo “play” geológico. Assim, é necessário considerar uma *perfuração seqüencial* de forma que o resultado do primeiro poço revela informações sobre o outro prospecto. Em caso de sucesso no primeiro prospecto (revelação de informação *positiva*), aumenta a

<sup>22</sup> A sísmica de reflexão permite identificar estruturas com chances de armazenar petróleo. Mas só com a perfuração é que se pode verificar se a estrutura tem petróleo ou se tem apenas água. Além disso, existem incertezas na interpretação sísmica (no tempo de reflexão e na velocidade).

<sup>23</sup> Termo largamente usado na economia da exploração para valorar um prospecto considerando a chance de sucesso.

chance de ter petróleo também no outro prospecto, de forma que o fator de chance do segundo prospecto  $FC_2^+$  aumenta. Em caso de insucesso no primeiro prospecto (“poço seco”), o fator de chance do segundo prospecto  $FC_2^-$  diminui. Imagine que um geólogo usando um método *Bayesiano* achou que em caso de sucesso o fator de chance aumenta para  $FC_2^+ = 50\%$ . Para ser consistente, a chamada *lei das expectativas iteradas*<sup>24</sup> exige que em caso de insucesso se tenha  $FC_2^- = 21,43\%$ . A Figura 3 mostra os fatores de chance para o segundo prospecto, antes e depois (condicionais) da revelação de informação com a perfuração do primeiro poço.

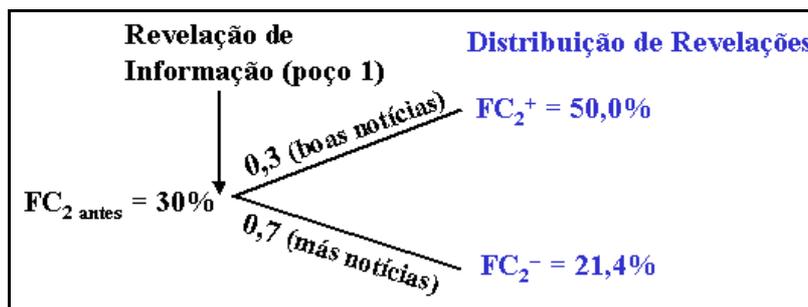


Figura 3 – Revelação de Informação para o Segundo Prospecto

Se o primeiro prospecto for perfurado e o resultado for uma revelação de informação negativa (más notícias, poço seco), o VME do segundo prospecto é revisado para um valor ainda mais negativo. Entretanto, a firma não precisa perfurar o segundo prospecto porque a perfuração é uma opção, não é uma obrigação. Assim, em caso de revelação negativa a firma pára as perdas e o segundo prospecto vale zero. Entretanto, em caso de revelação positiva (boas notícias) com a perfuração do primeiro prospecto (que tem apenas 30% de chance), o VME revisado é positivo:  $VME_2^+ = -30 + [0,50 \times 95] = +17,5$  MM\$ (ver eq. 3). Logo, considerando tanto a *revelação de informação* da primeira perfuração como o *caráter opcional* da segunda perfuração, o valor do bloco é:

$$E[VME_1 + \text{opção}(VME_2)] = -1,5 + [(0,7 \times \text{zero}) + (0,3 \times 17,5)] = +3,75 \text{ MM\$}$$

Um bloco que aparentemente não tinha valor é muito melhor que a análise tradicional indica. A fonte de valor de OR está ligada à *regra de decisão ótima*: “Perfure o primeiro prospecto. Exerça a opção de perfurar o segundo prospecto *somente* em caso de revelação de informação positiva na primeira perfuração”. Os fatores-chave para esse valor positivo foram a *natureza opcional* da perfuração

<sup>24</sup> O valor esperado (média) da distribuição de expectativas condicionais é igual ao valor esperado original (da distribuição a priori). Isso será mostrado/provado/detalhado no capítulo 3.

dos prospectos e o efeito da *revelação de informação* de prospectos dependentes. Na falta de qualquer um desses dois fatores-chave, o valor do bloco seria igual ao calculado com a análise tradicional. A modelagem da incerteza técnica e da revelação de informações será tratada em detalhes no capítulo 3.

Existem importantes conseqüências para *negociações* entre companhias de petróleo que podem ser inferidas com esse exemplo simples. Tanto para compra de direitos (“*farm-in*”) como para venda de direitos (“*farm-out*”) de blocos exploratórios, essas firmas podem perder muito dinheiro se usarem apenas ferramentas tradicionais, ignorando o caráter opcional dos investimentos e a revelação de informação com o planejamento seqüencial dos investimentos.

Além disso, a companhia de petróleo pode desenhar algumas operações especiais de parceria usando esses conceitos. No exemplo acima, a firma (companhia X) poderia vender 100% dos direitos do primeiro prospecto por um valor igual a *zero* para uma outra firma (companhia Y), exigindo “apenas” que a companhia Y perfure imediatamente o (primeiro) prospecto e que forneça toda a informação da perfuração para o proprietário original desse prospecto (companhia X). Nesse caso, o VME do bloco para a companhia X se eleva para + 5,25 MM\$ porque a companhia X não perfura o primeiro prospecto que tem  $VME_1 = - 1,5$  MM\$. Esse tipo de negociação é possível porque as companhias de petróleo têm diferentes avaliações para o mesmo prospecto: para aceitar o negócio a companhia Y avalia que o primeiro prospecto tem VME positivo. Essa assimetria de valoração é devida principalmente a diferenças na *interpretação geológica*, mas outros fatores também influenciam tais como taxas de desconto diferentes, diferentes expectativas para o preço de longo-prazo do petróleo, etc. Ou seja, a assimetria de valoração e a visão de OR geram oportunidades “ganha-ganha” para parcerias entre companhias de petróleo.

Usando o mesmo exemplo, a situação é um pouco mais complicada se originalmente esses prospectos estiverem em dois blocos vizinhos, com duas companhias distintas detendo os direitos em cada bloco. Claramente continuaria existindo o potencial “ganha-ganha” de negociação<sup>25</sup>, mas uma companhia poderia achar que a outra irá perfurar primeiro e, em vez de tentar um contrato de parceria, simplesmente esperar que a outra perfure primeiro a fim de usar essa

---

<sup>25</sup> Por ex., trocando 50% dos direitos de cada prospecto, repartindo o lucro de 3,75 MM\$.

informação grátis<sup>26</sup> para sua própria decisão (agindo como um “free-rider”). A outra firma pode pensar o mesmo e também esperar.

Esse jogo da espera é conhecido como jogo de *guerra de atrito*. A negociação do desenho e dos valores em contratos de parceria é modelada através dos *jogos de barganha*. Esses assuntos fazem parte do ramo de conhecimento conhecido como *teoria dos jogos*, que será discutido juntamente com a teoria dos *jogos de opções reais* nos capítulos 4 e 5.

Em vista dos exemplos acima, a característica opcional de um ativo (ex.: poder postergar a decisão de investir) comparado a um ativo que não tenha essa característica (ex.: o mesmo ativo mas com a decisão sendo “agora ou nunca”), sugere a seguinte definição de opcionalidade:

**Definição. Opcionalidade de um ativo:** é a qualidade de um ativo em possuir opções embutidas. É o caráter opcional do ativo. A diferença de valor entre um ativo real com opcionalidade e o mesmo ativo sem opcionalidade, define o valor do prêmio de OR, que dá o valor da opcionalidade do mesmo.

A consideração do valor da opcionalidade é o que distingue o método de OR do método tradicional. Dessa forma, aqui é assumido que o que caracteriza o método de OR é considerar o valor da opcionalidade e não a exata modelagem probabilística para valorá-la. Dentro dessa definição, OR é mais ampla do que alguns pesquisadores sugerem e permite que se usem métodos híbridos para a descrição probabilística e para otimização sob incerteza. Com isso, essa tese discorda das críticas de Schwartz (1996) ao livro do Dixit & Pindyck (1994) em que Schwartz condena o método da *programação dinâmica* para avaliar OR no caso de *mercado incompleto*<sup>27</sup>. Isso tem levado a alguns autores fazerem uma distinção entre modelos de opções reais e modelos de investimento sob incerteza. Quando o mercado é incompleto, o ajustamento ao risco do valor de um ativo não é único (existem várias ou infinitas *medidas equivalentes de martingale*). Schwartz (1996) sugere que o único meio de selecionar essa medida é através de um modelo de equilíbrio. Mas se o mercado é incompleto, então essa seleção irá

---

<sup>26</sup> O resultado da perfuração de um poço pioneiro é considerado “informação relevante” para as bolsas de valores e tem de ser tornadas públicas imediatamente. Além disso, em vários países as agências reguladoras também exigem essa divulgação.

<sup>27</sup> Se o número de estados da natureza (mercado) for maior que o de ativos independentes com preços associados a esses estados, o mercado é incompleto; se for igual o mercado é dito completo; e se for menor então existe arbitragem (ver, por ex., Tavella, 2002).

dependem de preferências ao risco e assim não se pode dizer que o uso de uma taxa de desconto exógena refletindo as preferências ao risco (usada por Dixit & Pindyck) esteja errada. Na prática corporativa, a única *referência* agregada de preferência ao risco está embutida na taxa de desconto ajustada ao risco usada na corporação. Dessa forma, parece melhor usar essa referência do que modelos teóricos de equilíbrio (descritos, por ex., em Duffie, 2001)<sup>28</sup> em que a estimativa de parâmetros para determinar o prêmio de risco é muito difícil e não menos arbitrário que o prêmio de risco embutido na taxa de desconto corporativo.

Como em Dixit & Pindyck (1994, p.7), essa tese não fará distinção entre os termos opções reais e investimento sob incerteza, e defende o uso mais amplo do termo opções reais para abrigar inclusive métodos híbridos para enriquecer essa teoria e permitir resolver problemas mais complexos. A essência das OR é valorar a opcionalidade de um ativo – um conceito que resistirá ao tempo, e não exatamente como isso é feito (que evolui com os avanços da teoria de finanças)<sup>29</sup>. Entretanto, isso não significa que se pode usar qualquer coisa<sup>30</sup>. Uma estimativa, mesmo imperfeita, baseada em dados de mercado é sempre preferível a uma estimativa baseada em preferências individuais. Além disso, se é razoável supor que o mercado é completo (como geralmente ocorre com OR em petróleo), não há porque usar o método da programação dinâmica se o método dos ativos contingentes pode e deve ser aplicado, dando um valor único de mercado.

Para ilustrar melhor o conceito de opcionalidade, a Figura 4 apresenta a *equação visual de opções reais*. Suponha um projeto que hoje tem um VPL (ou VME) negativo, mas a decisão de investimento pode ser postergada em até 5 anos. Na expiração (T), o valor desse ativo incluindo a sua opcionalidade é dado pela equação  $F(T) = \text{Max}[VPL, 0] = \text{Max}[V - I, 0]$ .

---

<sup>28</sup> Aliás, Duffie (2001) dedica um capítulo do livro para a programação dinâmica. Apenas o fator de desconto é baseado na função utilidade, que pode ser a de um *agente representativo*. Numa corporação, quem seria esse agente? A teoria de *agência* sugere que não se use a utilidade do presidente ou outro executivo para determinar o prêmio de risco de uma corporação. A taxa de desconto corporativa pelo menos reflete preferências *agregadas* dos acionistas em relação ao risco.

<sup>29</sup> Por ex., o belo resultado de Black & Scholes (1973) que o valor da opção independe da taxa de crescimento do ativo básico, não é válido se o ativo seguir um modelo de reversão à média.

<sup>30</sup> Mesmo em mercados incompletos, o conceito de arbitragem impõe limites ao que pode ser usado na valoração de ativos.

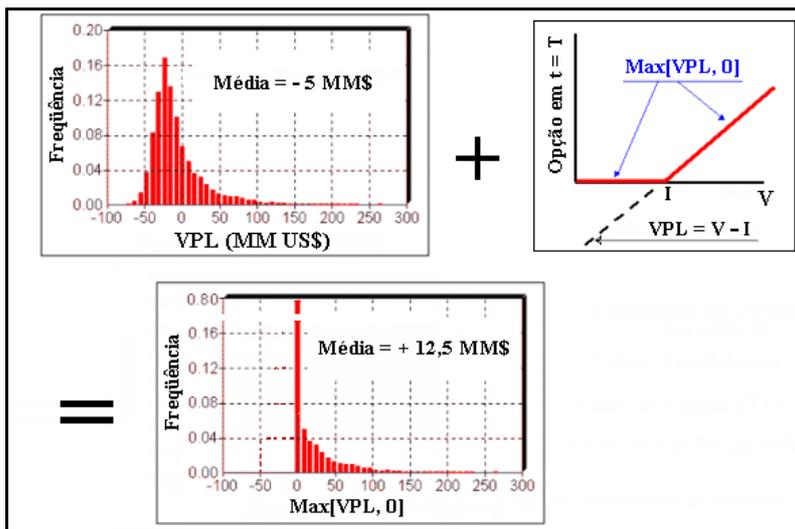


Figura 4 – Equação Visual de Opções Reais

Dada a natureza estocástica das variáveis usadas no cálculo do VPL, a primeira distribuição<sup>31</sup> na Figura 4 representa os possíveis valores do VPL desse projeto se o investidor esperar para decidir na data T. Como o investimento é opcional, nessa data ele só será feito se for positivo. Isso provoca uma assimetria na distribuição, fazendo com que os valores negativos se tornem zero, gerando uma massa concentrada no valor zero, como “resultado da equação”. Essa equação captura a essência intuitiva do pensamento de opções.

## 2.2. Incerteza de Mercado e Processos Estocásticos

O processo estocástico (de longe) mais usado tanto em opções financeiras como em opções reais é o *movimento geométrico Browniano* (MGB). Uma das causas dessa popularidade é que o MGB possui excelentes propriedades matemáticas (tais como a homogeneidade, que será vista depois). Esse processo estocástico é usado tanto no modelo clássico de Black & Scholes (1973) e Merton (1973) para opções financeiras, como no modelo clássico de Paddock, Siegel & Smith (1988) de opções reais em petróleo.

No modelo de Paddock, Siegel & Smith (1988), a variável estocástica básica (chamada de “underlying asset” ou *ativo básico* no contexto de opções) é o valor da reserva desenvolvida V, mas em vários outros modelos a variável estocástica

<sup>31</sup> Em geral se usa distribuições ajustadas ao risco ou neutra ao risco, o que permite usar a taxa de desconto livre de risco para atualizar o valor da opção, ver item 2.2

básica é o preço do petróleo P. Sob a hipótese do MGB, a variável estocástica (V ou P) tem, a cada instante futuro t uma distribuição lognormal.

A equação de um processo estocástico em tempo contínuo para o ativo básico P, estabelece a variação infinitesimal dP para uma variação de tempo infinitesimal dt. Para o movimento geométrico Browniano essa equação é:

$$dP = \alpha P dt + \sigma P dz \quad (4)$$

Onde  $\alpha$  é a tendência ou “drift”,  $\sigma$  é a volatilidade e dz é o conhecido *incremento de Wiener* dado por:

$$dz = \varepsilon \sqrt{dt}, \text{ com } \varepsilon \sim N(0, 1) \quad (5)$$

Onde  $\sim N(0, 1)$  significa ter distribuição *Normal padronizada* (média zero, variância 1) de probabilidade. Sob a hipótese do MGB, a previsão dos preços tem as seguintes expressões para a média e a variância em função do tempo, onde a notação  $P_0$  é o valor inicial (conhecido), i.é,  $P(t=0)$ :

$$E[P(t)] = P_0 \exp(\alpha t) \quad (6)$$

$$\text{Var}[P(t)] = [P_0 \exp(\alpha t)]^2 [\exp(\sigma^2 t) - 1] \quad (7)$$

Onde  $\exp(.)$  é o operador exponencial. Note pela eq.(7) que a variância é ilimitada, i.é, quando  $t \rightarrow \infty$ ,  $\text{Var}[P] \rightarrow \infty$ . A Figura 5 ilustra o MGB para preços, mostrando uma seqüência de distribuições lognormal com variâncias que crescem monotonicamente com o horizonte temporal de previsão, e média (ou tendência ou “drift”  $\alpha$ ) que cresce (ou decresce se  $\alpha < 0$ ) exponencialmente.

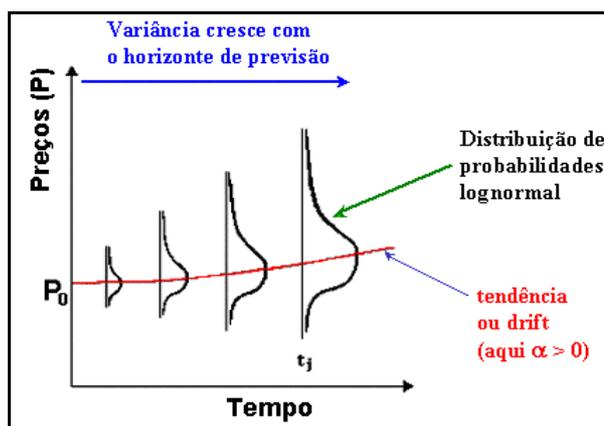


Figura 5 – Movimento Geométrico Browniano

É oportuno definir uma variação (ou melhor, uma *translação vertical*) do MGB. É o chamado MGB *livre de risco*. Esse processo pode ser obtido através

da subtração de um prêmio de risco  $\pi$  da tendência *real*  $\alpha$ . Pode-se demonstrar facilmente<sup>32</sup> que a *tendência neutra ao risco*  $\alpha - \pi$  é igual a:

$$\alpha - \pi = r - \delta \quad (8)$$

Onde  $r$  é a *taxa de desconto livre de risco* e  $\delta$  é interpretada como a *taxa de conveniência* (“convenience yield”), se o ativo básico for o preço  $P$  de uma commodity<sup>33</sup>, ou como a *taxa de distribuição de dividendos*<sup>34</sup> (“dividend yield”), se o ativo básico for o valor  $V$  da reserva desenvolvida ou do projeto operando. Assim, a equação *neutra ao risco* do movimento geométrico Browniano é:

$$dP = (r - \delta) P dt + \sigma P dz \quad (9)$$

Comparando a eq.(9) com a eq.(4), vê-se que apenas o termo de tendência mudou. O processo *neutro ao risco* (penalizado pelo prêmio de risco) é usado para avaliar opções e derivativos em geral, enquanto que o processo *real* é usado para fazer previsões e em algumas aplicações como em cálculo de “value at risk”.

A Figura 6 mostra duas amostras de caminho (“sample paths”) de um preço seguindo um MGB real e duas amostras de caminho equivalentes (mesmos parâmetros e mesmos choques estocásticos  $dz$ ) para o caso de um MGB neutro ao risco. Note que a diferença é que a amostra neutra ao risco é sempre menor que a amostra real (a diferença é o prêmio de risco). Por isso se diz que a simulação neutra ao risco de um processo estocástico é a simulação real penalizado por um valor igual ao prêmio de risco.

---

<sup>32</sup> A taxa ajustada ao risco é  $\mu = r + \pi$ . Em equilíbrio, essa é a taxa de retorno total do ativo i.é,  $\mu = \alpha + \delta$  (ganho de capital mais dividendos). Igualando  $\alpha + \delta = r + \pi$ , obtém-se a eq.(8).

<sup>33</sup> O conceito de taxa de conveniência foi introduzido por Kaldor e Working, ver Brenann (1958). Essa taxa  $\delta$  explica certos fenômenos de preços futuros e estoques de commodities.

<sup>34</sup> Ou ainda taxa de distribuição de fluxos de caixa..

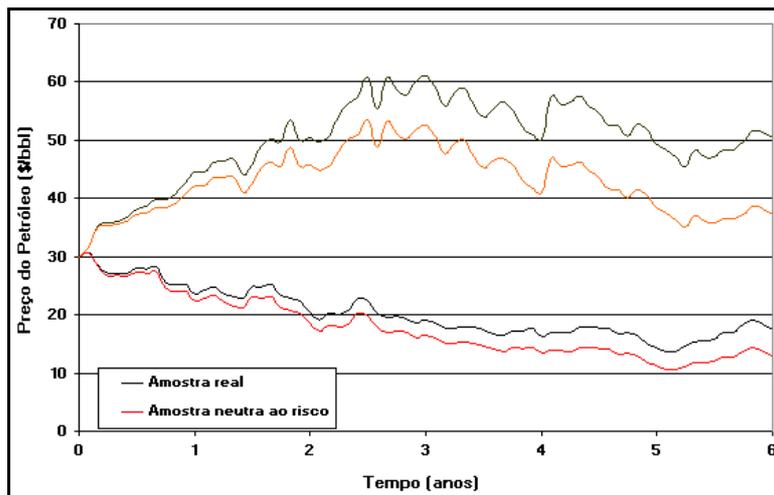


Figura 6 – Simulações: MGB Real x MGB Neutro ao Risco

A taxa de conveniência  $\delta$  pode ser definida e estimada com o mercado futuro. Seja  $P_0$  o preço à vista (ou do contrato de maturidade mais curta em  $t = t_0$ ) e  $P_\tau$  o preço de um contrato futuro com maturidade  $t = \tau$ . A relação entre esses dois preços é mostrada a seguir, que define a taxa de conveniência.

$$P_\tau = P_0 \exp[(r - \delta)(\tau - t_0)] \quad (10)$$

Para preços de commodities em geral – e para preços do petróleo em particular, muitos especialistas argumentam ser mais realista considerar um *modelo de reversão à média* (MRM) para os preços devido à lógica econômica de balanço oferta x demanda. A intuição por trás do MRM é que se o preço da commodity estiver distante (acima ou abaixo) de um certo preço de equilíbrio (ou média) de longo prazo  $\bar{P}$ , forças de mercado agirão para puxar os preços de volta para o nível de equilíbrio  $\bar{P}$ . Do lado da oferta, as forças de mercado irão agir para aumentar (se  $P > \bar{P}$ ) ou reduzir (se  $P < \bar{P}$ ) a produção e o investimento no setor. Do lado da demanda, a mesma tende a cair em caso de altos preços e tende a aumentar em caso de baixos preços. No caso de petróleo, podem ser relevantes os papéis da OPEP (Organização dos Países Produtores de Petróleo) e da intensidade e sucesso dos investimentos em E&P das companhias de petróleo fora da influência da OPEP. Esses mecanismos de mercado criam uma força de reversão análoga à *força de uma mola*: ela é mais forte quanto mais longe estiver o preço  $P$  em relação ao seu nível de equilíbrio  $\bar{P}$ .

Ao contrário do MGB, existem diversos modelos de reversão à média. O mais simples é o modelo que trabalha com o logaritmo dos preços, o qual segue

um processo conhecido por *processo (aritmético) de Ornstein-Uhlenbeck*<sup>35</sup>. As equações (onde  $\ln(\cdot)$  é o operador logaritmo natural) para esse processo são:

$$\mathbf{x} = \ln(\mathbf{P}) \quad (11)$$

$$d\mathbf{x} = \kappa (\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) dt + \sigma dz \quad (12)$$

Onde  $\kappa$  é a velocidade de reversão,  $\bar{\mathbf{x}}$  é o valor de equilíbrio de longo-prazo, e os demais termos são como no MGB.

A variável  $x$  tem distribuição Normal e, portanto (pela eq. 11), a variável  $P$  tem distribuição lognormal. As equações para a média e variância da variável estocástica  $x$  são dadas pelas expressões a seguir, onde  $x_0 = x(t=0) = \ln(P_0)$

$$E[x(t)] = x_0 \exp(-\kappa t) + \bar{x} (1 - \exp(-\kappa t)) \quad (13)$$

$$\text{Var}[x(t)] = [1 - \exp(-2\kappa t)] \sigma^2 / 2\kappa \quad (14)$$

A interpretação da eq. (13) é que o valor esperado é um valor intermediário entre o valor inicial  $x_0$  e a média de longo-prazo  $\bar{x}$ , onde os pesos são taxas de declínio e esses pesos somam um. Note na eq. (14) que a variância é *limitada*, ao contrário do MGB, pois  $\text{Var}[x(t=\infty)] = \sigma^2/2\kappa$ .

Uma medida mais intuitiva de velocidade de reversão é a medida de lentidão de reversão chamada *meia-vida*  $H$  (“half-life”). Esse é o tempo esperado para uma variável alcançar a metade da distância entre o valor corrente e o nível de equilíbrio. Para o MRM descrito pela eq. (12), prova-se<sup>36</sup> que a meia-vida é:

$$H(x) = \ln(2) / \kappa \quad (15)$$

Em modelos de reversão à média, o parâmetro  $\delta$  (taxa de conveniência) é endógeno ao modelo e função do preço do petróleo. Ele é dado pela equação:

$$\delta = \mu - \alpha = \mu - \kappa (\bar{x} - x) \quad (16)$$

Existem pelo menos duas maneiras de relacionar a variável estocástica  $x$  com a variável de real interesse  $P$ . A primeira é com a simples eq. (11), usada por ex. em Schwartz (1997, modelo 1). A desvantagem é que  $\bar{P} \neq \exp(\bar{x})$  e também

<sup>35</sup> Estudado primeiro em Uhlenbeck & Ornstein (1930), daí o nome.

<sup>36</sup> Ver a demonstração em [www.puc-rio.br/marco.ind/half-life.html](http://www.puc-rio.br/marco.ind/half-life.html).

$E[P(t)] \neq \exp(E[X(t)])$ . A segunda maneira, tem-se tanto  $\bar{P} = \exp(\bar{x})$  como  $E[P(t)] = \exp(E[X(t)])$ , mas a relação entre  $x$  e  $P$  é um pouco mais complicada<sup>37</sup>:

$$P(t) = \exp\{x(t) - 0,5 \text{Var}[x(t)]\} \quad (17)$$

A Figura 7 ilustra a reversão à média com o preço corrente acima do preço de equilíbrio.

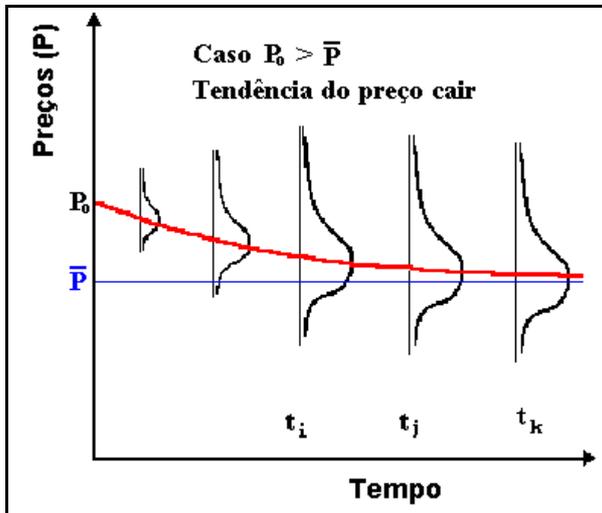


Figura 7 – Movimento de Reversão à Média

A curva que começa em  $P_0$  (vermelha) é a curva de valor esperado dos preços  $P(t)$ , os quais decrescem com o horizonte temporal de previsão se  $P_0 > \bar{P}$ . Essa curva de tendência vai em direção ao nível de equilíbrio  $\bar{P}$  para modelos de reversão à média. Esse comportamento é mais consistente com o fenômeno chamado *backwardation* dos mercados futuros, quando o preço de um contrato futuro é inferior tanto ao preço à vista (*spot*) como a preços de contratos de maturidade mais curta. Ver Bessembinder et al. (1995, p.373-374) para esse ponto e para testes econométricos. Com o MGB, é necessário que a taxa de conveniência  $\delta$  varie com o tempo (revertendo à média!) para explicar os fatos estilizados da estrutura a termo dos preços futuros. A Figura 8 mostra que em outubro de 2004 a estrutura a termo dos preços do petróleo (WTI) estava em *backwardation*.

<sup>37</sup> Para detalhes, ver [www.puc-rio.br/marco.ind/sim\\_stoc\\_proc.html](http://www.puc-rio.br/marco.ind/sim_stoc_proc.html).

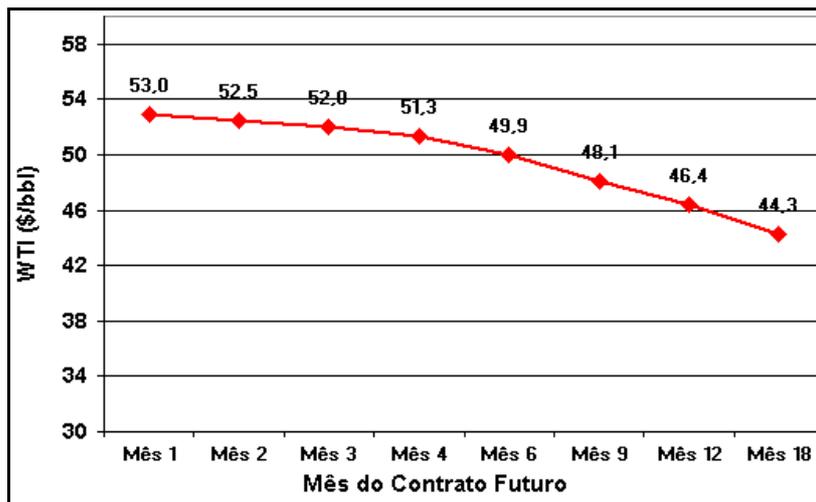


Figura 8 – Estrutura a Termo do Mercado Futuro (WTI) em Outubro de 2004

Apesar da distribuição dos preços futuros também ser lognormal como no MGB, note na Figura 7 que a variância cresce durante um certo tempo até  $t_i$  e depois permanece praticamente constante, conforme os comentários à eq. (14). A razão é o trabalho da força de reversão à média que, mesmo num futuro muito distante, não permite (faz improvável) que os preços  $P$  se afastem demais de  $\bar{P}$ .

O modelo de reversão à média é mais consistente com os mercados futuros, com testes econométricos *de longo-prazo* e com a teoria microeconômica. No entanto, o MGB é muito mais simples de usar. As questões que surgem são: É errado usar o MGB em aplicações de opções reais (como fizeram Paddock, Siegel & Smith, a ser visto)? É mesmo melhor o MRM que o MGB. É significativo o erro ao usar o MGB em vez do MRM? Qual é um bom valor para o preço de equilíbrio  $\bar{P}$ ? Essa seção discute essas e outras questões relacionadas analisando dois artigos relativamente recentes e importantes de dois dos mais importantes pesquisadores de processos estocásticos para preços de commodities, Robert Pindyck (MIT) e Eduardo Schwartz (UCLA). Mas antes será feita uma pequena discussão sobre um teste econométrico simples, usando regressão, em especial pelo apelo intuitivo.

O teste mais simples é através de uma regressão linear simples entre o retorno logaritmo (natural) dos preços do petróleo em relação ao nível corrente do logaritmo do preço do petróleo, ou seja, fazer uma regressão com a equação:

$$\ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) = a + (b - 1) \ln(P_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (18)$$

Onde  $\varepsilon_t$  é o erro da previsão de retorno (relacionado à volatilidade) que é calculado junto com os coeficientes  $a$  e  $b$ . Esse último, dá a inclinação da reta da regressão e é o fator chave do teste. A idéia é que se os preços seguirem um MGB,

o retorno deve independe do nível de preços correntes e assim a inclinação deve ser próxima de zero ( $b \cong 1$ ). Já na hipótese alternativa de MRM, o retorno depende do nível em que se encontram os preços (preços altos tendem a cair e preços baixos a subir) e assim o parâmetro  $b$  deveria indicar um valor significativamente diferente de 1 (menor que 1, dando uma inclinação negativa). Usando dados do petróleo Brent e óleos de qualidade similar<sup>38</sup>, se obteve o seguinte gráfico da Figura 9 para preços nominais entre janeiro de 1970 e outubro de 2004.

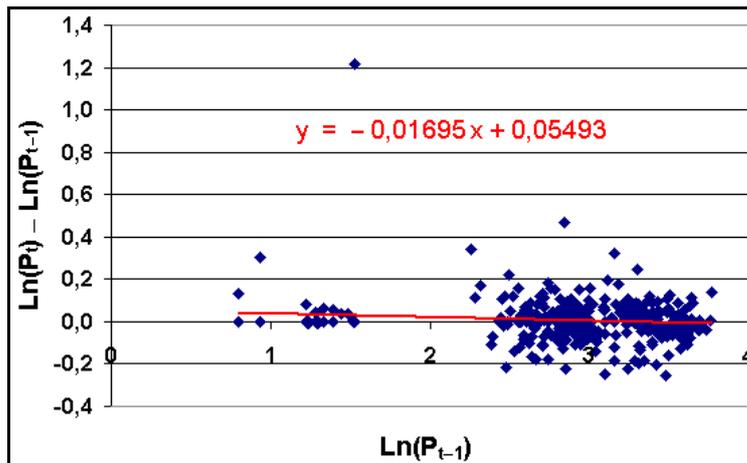


Figura 9 – Regressão para Brent e Óleos Similares (Jan/70 a Out/2004)

Note na Figura 9 que a inclinação da reta praticamente inexistente e assim visualmente parece que o retorno independe do nível corrente de preços (alto ou baixo), apontando que a hipótese do MGB não pode ser rejeitada a favor do MRM. Realmente, o teste econométrico padrão chamado de *teste da raiz unitária de Dickey-Fuller* (ver, por ex., Pindyck & Rubinfeld, 1991, p.459-465) não consegue rejeitar a hipótese do MGB nem para 1% e nem para 5% de significância para esse período de 34 anos. Outras tentativas (por ex., usando preços reais em vez de nominais, e/ou usando um período um pouco mais curto) também não conseguem fazer o teste de Dickey-Fuller rejeitar a hipótese do MGB. Consoante com os testes do autor, Dixit & Pindyck (1994, p.404n) apontaram que testes econométricos não puderam rejeitar a hipótese do MGB quando 30 anos de dados foram usados. Somente nos testes em que foram usados 117 anos de dados é que o MGB foi rejeitado em favor do MRM.

Alguns autores podem questionar se o uso de séries temporais tão longas (117 anos usado em Pindyck & Rubinfeld, 1991) é adequado, pois pode ter havido

<sup>38</sup> Dados do CD-Rom mensal do Fundo Monetário Internacional, IFS (International Finance Statistics) para Brent datado e óleos similares, complementado por dados da Platts.

*mudança estrutural* durante tão longo período (ver por ex., Maddala & Kim, 1998, cap. 13). No mercado de petróleo o aparecimento da OPEP no início dos anos 70<sup>39</sup> pode indicar uma quebra estrutural desse mercado em termos de séries temporais. Perron (1989) argumenta que houve uma mudança estrutural com o choque do petróleo de 1973 que afetou várias séries temporais da economia, prejudicando os resultados do teste tradicional de raiz unitária nessas séries.

Por outro lado, séries mais longas têm vantagens importantes, conforme demonstrado no livro texto de Campbell & Lo & MacKinlay (1997, p.364):

- (a) Para estimativa de tendência, quantidade de dados não resolve. O melhor estimador é aquele baseado no maior intervalo de tempo. Ou seja a variância (erro) do estimador de tendência é proporcional a  $\sigma^2/T$ , onde T é o “time-span” (intervalo de tempo). Assim, quanto maior esse intervalo T, melhor a estimativa (menor o erro);
- (b) Para estimativa de volatilidade, a quantidade de dados é o que resolve e não o intervalo tempo (ao contrário do caso da tendência). Isso porque a variância (erro) do estimador de volatilidade é proporcional a  $2 \sigma^4/n$ , onde n é o número de observações (quantidade de dados).

Esse resultado motivou Pindyck e Rubinfeld (e outros) a usarem séries temporais muito longas para analisar o problema de tendência, crucial na comparação MGB x MRM. O dilema é que uma série muito longa pode não ser adequada por problemas de mudança (ou quebra) estrutural, conforme discutido antes. Assim, esse é um problema teórico e prático a ser ainda muito amadurecido.

Pindyck (1999) discutiu a evolução de longo prazo dos preços do petróleo usando 127 anos de dados. Ele detetou reversão à média, mas a velocidade de reversão encontrada foi menor (meia-vida de 5 anos) que a apresentada em alguns outros artigos (meia-vida de um a dois anos). No seu modelo, os preços do petróleo reverterem para uma curva quadrática de equilíbrio em forma de U (em vez de um nível fixo  $\bar{P}$  mostrado na Figura 7). O argumento para o modelo em U é que ele é consistente com modelos de reservas naturais exaustivas que incorpora mudanças tecnológicas. Ele apresenta um modelo de reversão para preços do petróleo chamado de *Ornstein-Uhlenbeck multivariado* onde os preços reverterem

---

<sup>39</sup> A OPEP foi criada em 1960, mas somente nos anos 70 é que ela se tornou uma força atuante no mercado.

para essa curva de equilíbrio de longo prazo, onde essa curva de equilíbrio é ela mesma estocástica e segue um MRM.

Em outras palavras, Pindyck argumenta que o modelo de reversão à média é melhor para os preços do petróleo, mas o preço de equilíbrio futuro é incerto e a reversão é lenta. Para o caso de elevados preços (que vem ocorrendo em 2004), uma razão para a lentidão da reversão é que os investimentos de E&P levam muitos anos para colocar petróleo novo no mercado (efeito do “*tempo-de-construção*”). Além disso, em geral existe uma *inércia* de investimento (demora no exercício de opções) no lado da oferta que é explicada com modelos de opções reais. Ver a discussão sobre *histerese* em Dixit & Pindyck (1994, cap. 7).

Pindyck (1999) conclui que, para aplicações como opções reais “*a premissa do MGB é improvável que leve a grandes erros na regra ótima de investimento*”. Essa conclusão é reafirmada em artigo mais recente (Pindyck, 2001). Assim, o simples modelo clássico (a ser visto) de Paddock, Siegel & Smith (1988) que usa o MGB, é uma razoável aproximação.

Schwartz (1997) compara 4 modelos para o comportamento estocástico dos preços de commodities: o MGB, o MRM “puro”, e os chamados **modelos de dois-fatores e de três-fatores**. O modelo de reversão à média *puro* é aquele das eqs. (10) e (11), em que a reversão à média se dá nos preços para um nível fixo (não-estocástico) de equilíbrio e sem qualquer outra variável estocástica. O modelo de dois-fatores é devido a Gibson & Schwartz (1990), no qual o preço do petróleo P segue um MGB mas a *taxa de conveniência*  $\delta$  dessa commodity segue um MRM. O modelo de *três-fatores* é como o de dois-fatores mas tendo a taxa de juros livre de risco  $r$  como a terceira variável estocástica e seguindo outro MRM. Ou seja, os modelos multi-fatores combinam o MGB e o MRM e assim o uso desses modelos deve levar a resultados intermediários entre o MGB e o MRM.

Schwartz (1997) prefere os modelos de dois e três fatores, os quais são menos previsíveis que os MRM puros. Ele apresenta um exemplo de opções reais no qual o MRM puro induz um erro maior (comparado com os modelos de dois e três fatores) que o MGB nas decisões de investimento. Mas alerta que o MGB pode induzir ao um adiamento demasiado do investimento por negligenciar fenômenos de reversão à média.

Considerando ambos (Pindyck e Schwartz) pontos de vista para modelos de OR, pode-se concluir que o MGB é uma boa aproximação em diversos casos. Interessante, em um projeto do Pravap-14 em que se comparou com um “back-testing” a performance da regra de OR versus a regra do FCD (ver o final do item 2.1.2), quando se usou o MGB a performance (soma de VPLs *ex-post*) foi muito melhor do que quando se usou o MRM. Ver os resultados em Moszkowicz (2003) e em Schäffer (2003). Embora não seja uma prova teórica de superioridade do MGB, assim como no exercício de Schwartz (1997), esse é outro *indicativo* que o MGB pode ser melhor que o MRM puro em aplicações de OR.

Entretanto, o MGB pode ser inadequado quando o preço à vista está *demasiado* longe de um nível de equilíbrio de longo prazo. A severidade da inclinação da curva de estrutura a termo do mercado futuro é um bom *indicador* se os preços à vista estão muito longe desse equilíbrio de longo prazo ou não. Apesar da vasta literatura científica, a modelagem de preços de petróleo é um tema ainda muito complexo e desafiador, de forma que uma boa dose de bom senso é necessário para a escolha do melhor modelo em cada situação.

Sob o paradigma do MGB, toda a variação no preço do óleo é um choque permanente na tendência de longo prazo projetada, enquanto que o modelo de reversão à média pura assume exatamente o oposto, i.é, que cada oscilação de preço é só um desvio temporário do previsível nível de equilíbrio de longo prazo. Ambos os pontos de vista parecem demasiadamente drásticos. Um ponto de vista mais razoável parece ser um modelo que não seja nem “tão imprevisível” quanto o MGB e nem “tão previsível” quanto o MRM. Três tipos de modelos com esse ponto de vista intermediário são discutidos a seguir. A Tabela 3 sumariza as alternativas de modelos de processos estocásticos para preços do petróleo.

Tabela 3 – Modelos de Preços do Petróleo para Uso em Opções Reais

Tipo de Modelo Estocástico	Nome do Modelo	Principais Referências
Modelo “Imprevisível”	Mov. Geom. Browniano	Paddock, Siegel & Smith (1988)
Modelo “Previsível”	Reversão à Média (pura)	Schwartz (1997, modelo 1)
Modelos Mais Realistas	Modelos de 2 e 3 fatores	Gibson & Schwartz (1990) e Schwartz (modelos 2 e 3)
	MRM com preço de equilíbrio estocástico	Pindyck (1999) e Baker, Mayfield & Parsons (1998)
	MRM + Poisson (saltos)	Dias & Rocha (1998)

Como em Pindyck (1999) e em Baker, Mayfield & Parsons (1998), outros autores como Pilipovic (1998, p.64-65) e Schwartz & Smith (2000) também apresentaram um modelo de reversão em direção a um nível *estocástico* de equilíbrio de longo prazo. Tanto Baker, Mayfield & Parsons (1998) como Schwartz & Smith (2000) concluíram que seu modelo é equivalente ao modelo de dois-fatores ( $P$  seguindo um MGB e  $\delta$  seguindo um MRM). Curiosamente, Schwartz & Smith também concluíram que para muitos investimentos de longo prazo, se pode avaliar com segurança investimentos usando apenas o preço de equilíbrio como variável estocástica, modelando-o com um MGB!

Isso significa que se pode usar um MGB com *baixa volatilidade* para modelar a *expectativa de longo prazo dos preços do petróleo* em modelos de opções reais. A baixa volatilidade é por causa do fato estilizado que a volatilidade dos preços futuros – assim como a das expectativas futuras, é menor do que a volatilidade dos preços à vista (spot). Isso é um fato do mercado futuro. Em várias aplicações dessa tese – onde apenas preços de longo prazo são relevantes, se irá seguir a sugestão de Schwartz & Smith (2000), trabalhando apenas com a expectativa de longo prazo seguindo um MGB. O mercado futuro fornece um *proxy* desse valor tanto em termos de valor corrente como de volatilidade.

O terceiro modelo apresentado na Tabela 3 da classe “mais realista” é devido a Dias & Rocha (1998), os primeiros a modelar um **MRM com saltos de Poisson** tanto para preços de petróleo como para aplicações de OR em geral. Dias & Rocha (1998) consideraram a reversão à media em situações normais de

mercado<sup>40</sup>, mas permitiram a ocorrência de grandes *saltos* devido a notícias anormais (raras), que são modeladas com um processo de Poisson. Em outras palavras, algumas vezes ocorrem notícias muito relevantes e surpreendentes como guerras, colapso de mercados, surpresas da OPEP, etc., gerando uma mudança radical de expectativas em relação ao balanço oferta versus demanda no mercado de petróleo. Esses tipos de notícias causam uma grande variação em semanas ou poucos meses. A Figura 10 mostra os preços históricos nominais do petróleo (média mensal) desde 1970, e com uma escala apropriada de longo-prazo (adequada para investimentos em E&P) em que fica evidente a ocorrência de grandes saltos em alguns momentos da história, inclusive o mais recente em 2004.

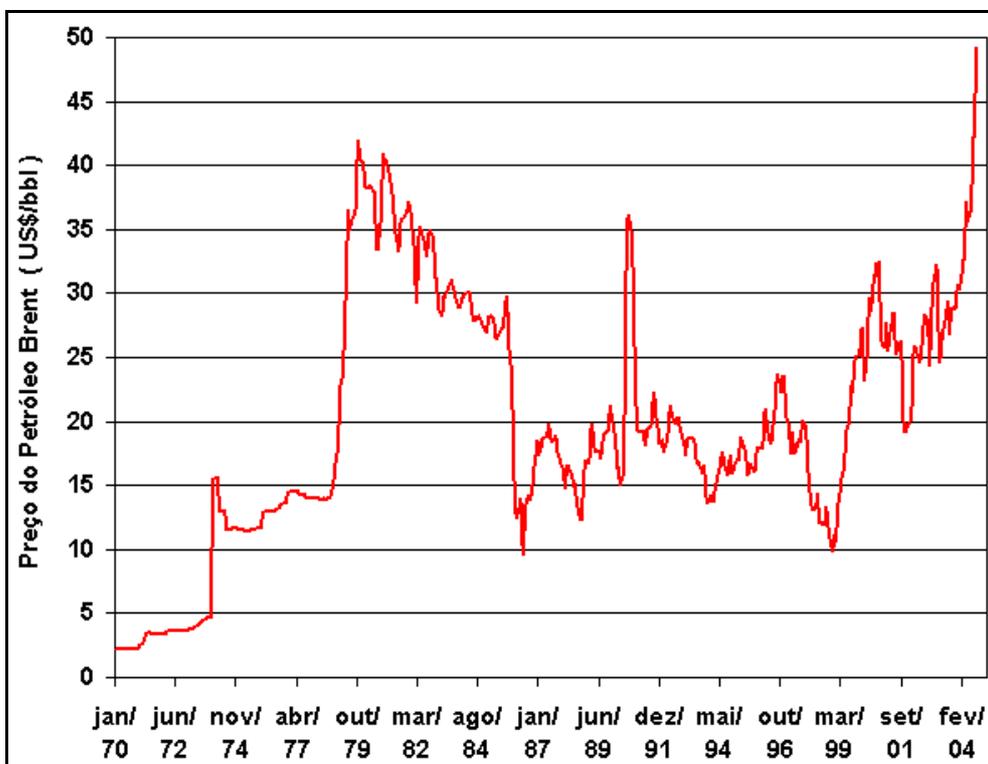


Figura 10 – Preços do Petróleo Brent e Similares (Janeiro/1970 a Outubro/2004)

Na Figura 10 pode-se observar *saltos para cima* (“jumps-up”) em 1974, 1979, 1990, 1999, 2002 e 2004; e *saltos para baixo* (“jumps-down”) em 1986, 1991, 1997 e 2001. Como nos dois outros modelos “mais realistas”, o modelo de MRM + saltos não é tão previsível quanto o MRM puro (devido ao componente de saltos) e nem tão imprevisível quanto o MGB (devido ao termo de reversão).

<sup>40</sup> Em Dias & Rocha (1998) a reversão é em direção a um valor fixo de equilíbrio de longo prazo (\$20/bbl). Entretanto, como principal sugestão de futuro melhoramento para o modelo, eles sugeriram considerar, adicionalmente, o preço de equilíbrio como sendo também estocástico.

No modelo original de Dias & Rocha (1998), os preços do petróleo foram descritos pela seguinte equação de reversão à média com saltos:

$$\frac{dP}{P} = [\kappa (\bar{P} - P) - \lambda k] dt + \sigma dz + dq, \text{ sendo}$$

$$dq = \begin{cases} 0, & \text{com probabilidade } 1 - \lambda dt \\ \phi - 1, & \text{com probabilidade } \lambda dt \end{cases}$$

$$k = E[\phi - 1] \tag{19}$$

Onde  $\lambda$  é a frequência de saltos (para cima e para baixo, cada um com frequência  $\lambda/2$ ),  $dq$  é um processo de Poisson independente de  $dz$ ,  $\phi$  é distribuição de probabilidade do tamanho dos saltos,  $k$  é definido acima, e os demais parâmetros são como antes. Na primeira linha da eq. (19), o primeiro termo é a tendência de um processo de reversão à média<sup>41</sup> usado em Dixit & Pindyck (1994, cap.12), chamado de *Ornstein-Uhlenbeck geométrico*, e o último termo é o processo de Poisson que gera saltos com probabilidade  $\lambda dt$ .

Embora tenha obtido resultados consistentes, o modelo de Dias & Rocha (1998) – em particular a escolha dos termos de reversão à média, tem problemas práticos para a estimação de parâmetros e para aplicações que requer a simulação de Monte Carlo do processo estocástico. Em virtude disso, foi adotado no financiamento de Marlim um modelo um pouco diferente, mais prático, que será chamado de modelo de Marlim. Esse modelo é descrito pela equação a seguir:

$$dx = \kappa (\bar{x} - x) dt + \sigma dz + dq$$

$$dq = \begin{cases} 0, & \text{com probabilidade } 1 - \lambda dt \\ \phi, & \text{com probabilidade } \lambda dt \end{cases} \tag{20}$$

Aqui não existe o termo de compensação de Poisson por ser simétrica a distribuição do tamanho dos saltos (e assim o valor esperado não depende do processo de Poisson). Nesse caso,  $dx$  não tem distribuição Normal pois os saltos geram “caudas gordas” (“fat tails”) na distribuição. Os principais momentos probabilísticos (média, variância, assimetria e curtose) para esse processo foram deduzidos por Das (1998) usando a *equação diferencial estocástica de Komolgorov* que descreve a evolução da função densidade de probabilidade de uma variável estocástica (ver, por ex.: Dixit & Pindyck, p.88-92). Aqui serão

<sup>41</sup> O termo  $-\lambda k$  é um termo de compensação devido a distribuição dos saltos não ser simétrica. Com esse termo, o valor esperado de  $P(t)$  independe dos saltos e o processo vira um *martingale*. Essa compensação de Poisson foi usada desde o artigo clássico de Merton (1976).

mostradas apenas a média e variância desse processo. A média é igual ao da eq. (13) e a relação entre  $x$  e  $P$  é dada pela eq. (17). Já a variância do MRM com saltos de Poisson é dada pela seguinte equação (Das, 1998):

$$\text{Var}[x(t)] = (1 - e^{-2\kappa t}) \cdot (\sigma^2 + \lambda \cdot E[\phi^2]) / (2\kappa) \quad (21)$$

A eq. (21) mostra que, no longo prazo, a variância é limitada (como no MRM puro) e alcança o valor assintótico de  $(\sigma^2 + \lambda \cdot E[\phi^2]) / (2\kappa)$ . Deve-se lembrar que  $E[\phi^2] \neq (E[\phi])^2$  e assim  $E[\phi^2]$  é calculado por integração numérica<sup>42</sup>:

$$E[\phi^2] = \int \phi^2 f(\phi) d\phi \quad (22)$$

Onde  $f(\phi)$  é a função densidade de probabilidades de  $\phi$ . O aspecto particular do modelo de reconhecer a possibilidade de (grandes) saltos ou choques, pode induzir a melhores decisões corporativas em vários casos. Por ex., em títulos de créditos ligados ao preço do petróleo (“oil-linked credit securities”) e em outros acordos/contratos referenciados ao preço do petróleo, a possibilidade de saltos ressalta a conveniência de colocar limites superior (“cap”) e/ou inferior (“floor”) no *spread* do título de crédito. Por ex., em dezembro de 1998, o preço do médio do petróleo (Brent) ficou abaixo de 10 \$/bbl. Nessa época, a Petrobras e as instituições de crédito consideraram o modelo de reversão à média com saltos e estabeleceram os limites (*cap* e *floor*) na taxa de remuneração de títulos de risco em um importante contrato “ganha-ganha” ligado aos preços do petróleo (ver item 2.1.2). Um ano depois os preços do petróleo tinham subido cerca de 150% e o “cap” protegeu a Petrobras de pagar mais do que o desejável com o salto para cima em 1999. No ano 2000, os preços do petróleo alcançaram 30 \$/bbl, três vezes o preço na época do contrato, e a proteção do “cap” permaneceu importante.

Assim, para modelagem de preços do petróleo essa tese tem duas recomendações. Para casos em que se precisa de modelos mais realistas ou que precise considerar tanto o curto como o longo prazo, o modelo de Marlim é uma boa alternativa, podendo ser ainda melhor se considerar o preço de equilíbrio de longo prazo como sendo também estocástico (extensão do Modelo de Marlim). Para análises de longo-prazo e/ou em estudo em que é necessário apenas um mapeamento razoável do comportamento dos preços do petróleo, essa tese

---

<sup>42</sup> Ver [www.puc-rio.br/marco.ind/sim\\_stoc\\_proc.html#mc-mrj](http://www.puc-rio.br/marco.ind/sim_stoc_proc.html#mc-mrj) para a simulação do modelo de Marlim e [www.puc-rio.br/marco.ind/rev-jump.html](http://www.puc-rio.br/marco.ind/rev-jump.html) para MRM com saltos em geral.

considera uma boa alternativa a sugestão de Schwartz & Smith (2000) de modelar apenas o preço de equilíbrio de longo prazo como uma variável estocástica seguindo um MGB. Como fazer isso será agora brevemente discutido.

Existem algumas alternativas para se estabelecer o equilíbrio de longo prazo do preço do petróleo. A estimativa usando o MRM tradicional é fácil de ser feita<sup>43</sup> mas *não é adequada* pois é uma estimativa que usa toda a série de preços para estimar um  $\bar{P}$  fixo, enquanto que num modelo como o sugerido por Schwartz & Smith (2000), o nível de equilíbrio é dinâmico e seguindo um MGB. A alternativa natural seria então a estimativa estatística complexa de um modelo MRM com  $\bar{P}$  estocástico (MGB por ex.), onde todos os parâmetros tem de ser estimados conjuntamente. Nesse caso, os dois processos (o MRM de P e o MGB de  $\bar{P}$ ) devem ser correlacionados positivamente. A estimativa de parâmetros desse processo ainda deve ser mais estudada na literatura para poder ser usada na prática. Isso porque, devido ao grande número de parâmetros a estimar, existe o sério problema de “*overfitting*” (super ajustamento) em que o modelo se ajusta muito bem aos dados passados mas tem um péssimo *poder de previsão* e pouca aderência com os fatos estilizados<sup>44</sup>.

A segunda alternativa, que ainda é a mais usada nas empresas, se baseia em análise de cenários – a visão *cenarista*, que fornece previsões de preços de longo prazo. Essa visão geralmente tem uma forte dose de análise subjetiva e tem um grande potencial de erros grosseiros. Por exemplo, durante os elevados preços do início dos anos 80, havia previsões freqüentes de preços por volta de 100 US\$/bbl para o ano 2000. Já na década de 90 houve exatamente o oposto.

Uma das previsões baseadas em cenários mais famosas pelo *erro*, ocorreu após os baixos preços de final de 1998<sup>45</sup> e foi publicada no talvez mais respeitado semanário de economia, *The Economist*, no início de março de 1999 (Cheap Oil, 1999). Nessa reportagem vários cenaristas, inclusive o respeitado Cambridge Energy Research Associates (CERA) fizeram previsões de preços de longo prazo

---

<sup>43</sup> Por ex., ver em [www.puc-rio.br/marco.ind/revers.html#mean-rev](http://www.puc-rio.br/marco.ind/revers.html#mean-rev) como obter todos os parâmetros do MRM com uma regressão de um modelo AR1 (autoregressivo de primeira ordem).

<sup>44</sup> Ex.: pode haver um ajustamento *ótimo* num modelo em que a *volatilidade* do mercado a vista (*spot*) é estimada como sendo menor que a estimada para o preço de equilíbrio. Isso contraria tanto os fatos elementares do mercado futuro, como o que se observa nas expectativas de longo prazo em companhias de petróleo e bancos. Assim, esses parâmetros *não* poderiam ser usados.

<sup>45</sup> Em dezembro de 1998 a média do petróleo Brent data foi inferior a US\$ 10/bbl.

entre 5 e 10 US\$/bbl, que ficaram rapidamente *muito* distante da realidade. Era o auge da “bolha” da *nova economia*, e o petróleo, pertencente à “velha economia”, era apontado como cada vez menos relevante na economia. A justificativa dos cenaristas era que, com as *novas tecnologias* e *ganhos de produtividade*, a tendência era haver preços ainda menores para o petróleo devido aos baixos custos de extração e a abundância. O fato é que a partir daquele momento os preços do petróleo começaram a dar um salto para cima, passando de pouco mais de 10 \$/bbl para 20 US\$/bbl já em agosto de 1999, e depois não experimentaram mais valores (média mensais Brent datado) sequer abaixo de US\$ 18/bbl, sendo sua média no período agosto/1998 a outubro/2004 superior a US\$ 28/bbl.

Na mesma época em que esses cenaristas fizeram suas previsões, o mercado futuro apontava para uma recuperação de preços (estrutura a termo do mercado futuro em *contango*), ou seja, o erro de quem investia no mercado futuro foi *bem menor* do que o erro dos cenaristas mencionados na reportagem da The Economist. Conforme mencionado antes, o modelo de Marlim, que apontava preços de longo prazo de US\$ 20/bbl, errou ainda menos.

A terceira alternativa para estimar um  $\bar{P}(t)$  inicial de um MGB é usar o mercado futuro como “proxy” para o valor corrente, que também pode ser usado para estimar a volatilidade (mais baixa que no caso do preço spot). Esse proxy tem apoio na literatura mais recente especialmente usando técnicas de *cointegração*<sup>46</sup>, como discutido em Gülen (1998). Esse artigo suporta a hipótese de que o preço do mercado futuro é um previsor *não-tendencioso* do preço spot<sup>47</sup>, usando dados do mercado Nymex (New York Mercantile Exchange). O artigo também destaca que, na prática, o mercado futuro vem sendo usado como referência, por ex., com a decisão do U.S. Minerals Management Service de adotar os preços do mercado futuro como padrão para calcular os royalties sobre a produção de petróleo, abandonando o padrão de preços “postados” (mercado à vista com entrega física). Também, muitos consultores da área de petróleo recomendam o uso do mercado futuro no lugar de “previsões internas” (ex.: Gallant, Kieffel & Chatwin, 1999).

Assim,  $\bar{P}(t)$  na sugestão de Schwartz & Smith poderia ser uma extrapolação dos preços da estrutura a termo do mercado futuro que se observa na data  $t$ . Por

---

<sup>46</sup> A técnica de cointegração, que analisa séries temporais econômicas com *tendências comuns*, deu o Prêmio Nobel em Economia ao britânico Clive Granger em 2003.

<sup>47</sup> Não rejeita a hipótese de prêmio de risco igual a zero e fator multiplicativo igual a 1.

ex., a estrutura a termo mostrada na Figura 8 pode ser extrapolada fazendo algumas regressões não-lineares razoáveis. Usando uma função logarítmica, um valor de longo prazo (10 anos) seria em outubro de 2004 entre 39 e 40 US\$/bbl, enquanto uma função potência daria uma extrapolação entre 40 e 41 US\$/bbl<sup>48</sup>. Um ano antes em outubro de 2003 (antes do salto de 2004), essas mesmas extrapolações apontavam preços entre 23 e 24 US\$/bbl, quando o preço à vista estava em torno de 30 US\$/bbl (contra 53 US\$/bbl em outubro de 2004).

No entanto, se basear apenas no mercado futuro tem as suas limitações, pois mesmo que ele seja eficiente (não-tendencioso), apresenta erros importantes em termos de prever o futuro preço spot. Talvez uma boa saída seja *condicionar* a estimativa da segunda alternativa (estimativa do MRM + MGB correlacionados) com um intervalo de valores de  $\bar{P}$  indicado por estudos baseados na terceira alternativa (mercado futuro), a fim de minimizar a possibilidade de “overfitting”.

Os baixos preços do petróleo na década de 90, tanto no mercado à vista como nas expectativas de longo prazo, levaram a uma *onda de fusões* de grandes (BP-Amoco, Exxon-Mobil, Total-Fina-Elf, Chevron-Texaco, dentre outras) e de pequenas empresas de petróleo. Uma análise apressada poderia concluir que as empresas estavam exercendo otimamente uma *opção de contração* através duma fusão, cujo objetivo primário era corte de despesas operacionais, especialmente na área de pessoal<sup>49</sup>. O problema é que essa contração tem efeitos *irreversíveis* tais como perder mão-de-obra treinada e altamente especializada, que levam anos para serem treinadas. Dificilmente essa mão-de-obra estará disponível para ser recontratada numa eventual posterior expansão do setor com uma melhora nos preços. Assim, essas companhias de petróleo talvez não tenham percebido que as fusões reduziram as suas *capacidades* para uma eventual expansão. Dada a volatilidade dos preços do petróleo e aos aspectos de reversão, talvez a opção de contração (fusão) não estivesse suficientemente madura para ser exercida. Talvez os *incentivos de curto prazo* dos executivos dessas empresas tenham precipitado o exercício dessas opções. Realmente, as fusões geraram ganhos importantes de

---

<sup>48</sup> As funções usadas foram  $y = -3,085 \ln(x) + 54,516$  e  $y = 54,735 x^{-0,06297}$ , onde  $x$  é o número de meses e  $y$  o preço (longo prazo) previsto. Deve-se ter cuidado com o problema de “overfitting”: a função quadrática se ajustou melhor aos dados, mas previu preços futuros inicialmente caindo e depois subindo, sendo que a previsão para 10 anos foi maior que 130 \$/bbl.

<sup>49</sup> No anúncio da fusão, o CEO da Chevron afirmou esperar um corte de cerca de 4000 empregos e redução de custo imediato da ordem de US\$ 1 bilhão (O'Reilly, 2000).

curto e médio prazo para os acionistas dessas companhias. Mas o fato é que, nos anos recentes de elevados preços do petróleo, essas empresas tiveram performance inferior às companhias “nacionais” de petróleo, que não se envolveram em fusões no período de baixos preços<sup>50</sup>. Mais uma vez é necessário que haja um sistema de incentivos que premie o exercício ótimo de opções reais, para substituir o sistema de incentivos contábil tradicional que tem um viés de curto prazo que muitas vezes leva ao exercício (ou a falta de exercício) sub-ótimo das opções reais.

### 2.3. Modelos Para a Função VPL em Campos de Petróleo

Nessa tese será útil desenvolver uma forma funcional para calcular o valor presente líquido (VPL) em caso de exercício da opção de desenvolvimento do campo de petróleo. É de interesse para as aplicações dessa tese (e de OR em geral) que o VPL seja uma função do preço do petróleo e de outras variáveis relevantes tais como a qualidade e o volume dessa reserva a ser desenvolvida. Em especial, a parametrização do VPL em fatores chaves, é de grande utilidade em trabalhos que envolvem a simulação de Monte Carlo do VPL.

Considere a eq. (1),  $VPL = V - I_D$ . Como foi visto,  $V$  é o valor da reserva desenvolvida ou, em termos mais gerais, é o valor do projeto operando ou pronto para operar. Em termos de fluxo de caixa,  $V$  pode ser visto como o valor presente das receitas líquidas de custos operacionais e impostos. Já o investimento  $I_D$  pode ser visto como o valor presente dos investimentos líquidos de benefícios fiscais. No caso da indústria de E&P de petróleo,  $V$  pode ser estimado também a partir do *mercado de reservas desenvolvidas* (ver Dias, 1996, para uma discussão detalhada desse mercado). Na linguagem de OR,  $V$  (ou  $P$ ) é o ativo básico e  $I_D$  o preço de exercício da opção.

Existem pelo menos três alternativas para considerar tanto as incertezas técnicas como as de mercado na função VPL. Primeiro usando um *modelo paramétrico* tão simples quanto possível, que considere os fatores chaves para a valoração econômica. Essa parametrização pode vir de uma visão de negócios do

---

<sup>50</sup> Ver o relatório Credit Suisse First Boston (2004) que mostra a tendência recente de melhora das “National Oil Companies” em relação às “majors” e a contribuição diferenciada dos preços do petróleo para isso. Por ex., baseado em dados de 2003, a Petrobras foi considerada a companhia “top performer 2004” do setor de E&P, dentre todas as companhias integradas.

projeto ou usando como base a planilha de fluxo de caixa. Essa alternativa será detalhada nessa seção.

A segunda alternativa é simular explicitamente todo o fluxo de caixa, por ex., uma integral com receitas e custos escritos como funções de variáveis com incerteza<sup>51</sup>. Mas uma planilha de fluxo de caixa para avaliar um projeto de desenvolvimento de um campo de petróleo é em geral bastante complexa, com inúmeras variáveis, e várias regras e tipos de tributos – especialmente com a atual legislação de impostos e taxas no Brasil, demandando um grande tempo computacional em simulações de Monte Carlo. Além disso, pode ser muito difícil colocar na planilha relações funcionais para rever custos operacionais, curvas de produção, investimentos, etc., em aplicações como as de valor da informação, em que o VPL tem de ser avaliado para cada novo cenário revelado pelo investimento prévio em informação, que muda o volume e a qualidade das reservas. Na análise de sensibilidade do investimento versus o VPL, maior investimento geralmente significa maior quantidade de poços, o que implica em maior custo operacional, já que o custo de manutenção dos poços é um dos itens mais importantes. Mas também implica em maior receita atualizada, etc. Assim, complexas relações de dependência funcionais são necessárias para usar a planilha completa de fluxo de caixa em vários (mas não todos) problemas de OR.

Mas a alternativa de usar em problemas de OR a planilha de fluxo de caixa completa de forma recursiva como “calculadora de VPL”, não deve ser descartada em ambientes mais profissionais, pois a questão do tempo computacional é cada vez menos restritiva com a evolução da informática. O problema mais difícil é a questão de relações de dependência entre as variáveis na planilha. Mas isso vem sendo trabalhado pelas companhias de petróleo, que cada vez mais fazem análises de risco em cima da planilha de fluxo de caixa descontado e fazem análises de sensibilidade mais amplas em problemas de valor da informação.

A terceira alternativa para a função VPL, especialmente em simulações de Monte Carlo para cálculo de valor da informação, é o uso de complexos modelos de fluxo de caixa e ferramentas de simulação de reservatórios em paralelo (“tandem”). Ou seja, toda a complexidade da segunda alternativa, mas com uma

---

<sup>51</sup> A alternativa de modelar todo o fluxo de caixa foi usada num projeto do Pravap-14 de opção de expansão da produção através de novos poços (ver item 2.4.3). Mas esse caso foi mais simples que o caso geral porque o fluxo de caixa foi estabelecido para o poço em vez do campo.

análise ainda mais detalhada da incerteza técnica e do estudo de investimento ótimo (especialmente o número de poços ótimo). Nesse caso, as incertezas técnicas são introduzidas a nível mais básico, no *simulador de reservatórios*, que gera uma distribuição de curvas de produção e seus valores associados para  $V$  e  $I_D$  (e logo para o VPL) na planilha de FCD. O problema adicional é que o simulador de reservatórios é chamado em cada iteração da simulação de Monte Carlo, demandando um tempo computacional ainda proibitivo. Um simulador de reservatórios resolve um *sistema* de equações diferenciais parciais (chamadas de *equações da difusividade*) e por isso é bem lento com a atual tecnologia. No futuro, essa pode ser a alternativa mais realista e recomendada.

Assim, aqui se optará pela primeira alternativa. Agora serão discutidas as alternativas existentes para a adequada parametrização do VPL em função das variáveis relevantes com incerteza de mercado (preços de petróleo é a principal variável) ou com incerteza técnica (qualidade e quantidade de reservas).

A parametrização da função VPL depende primeiro do regime fiscal onde o campo de petróleo está localizado. Os dois principais regimes fiscais na indústria de E&P de petróleo são o *regime de concessões* – usado em países como o Brasil, EUA, Inglaterra e outros, e o *regime de partilha da produção* – usado por ex. na África. Ver por ex. Johnston (1995) para uma discussão dos regimes fiscais em petróleo. Para concessões, é muito razoável assumir que o VPL é uma *função linear*<sup>52</sup> dos preços do petróleo, que será discutido a seguir. Para o regime de partilha da produção, isso não é razoável. A Figura 11 a seguir mostra um típico gráfico não-linear da função VPL(P) para o regime de partilha da produção (baseado em um caso real, mas com uma translação vertical).

---

<sup>52</sup> Esse é um fato estilizado conhecido por pessoas que trabalham com planilhas de FCD no regime de concessão, ao fazer a análise de sensibilidade VPL x P.

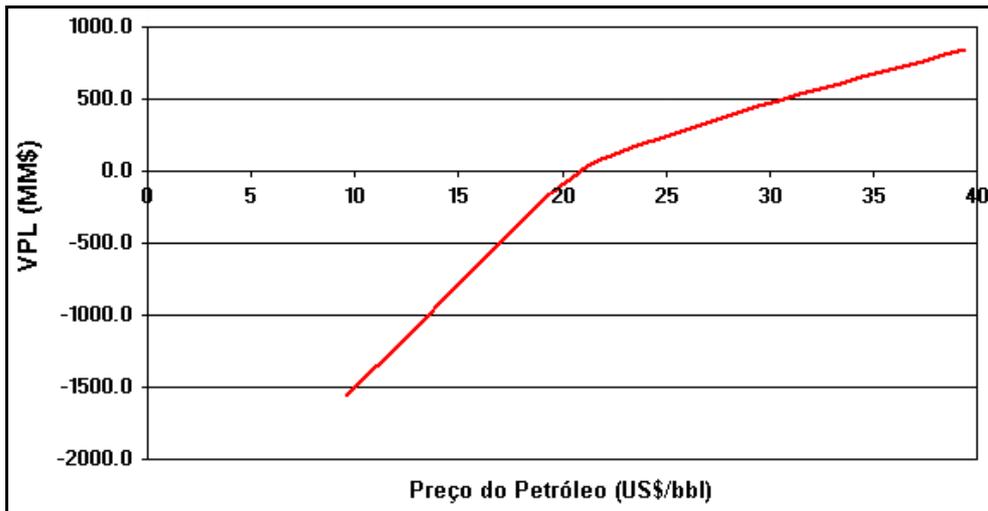


Figura 11 – VPL x P para Regime de Partilha de Produção

No modelo de concessão a função VPL é linear em P. No entanto, isso não considera a *opção de abandono* (só o custo de abandono) e outras *opções operacionais*, as quais introduziriam não-linearidades na função VPL. É oportuno apresentar um gráfico mostrando como se dá o efeito de não-linearidade na função VPL quando é considerada a opção de abandono<sup>53</sup>. O caso a seguir é baseado em Dixit & Pindyck (1994, p.188, eq.12), um caso simples por não existir custo de abandono. Apesar da simplicidade, o gráfico dá uma intuição qualitativa adequada do efeito da opção de abandono nessa função VPL, conforme mostra a Figura 12.

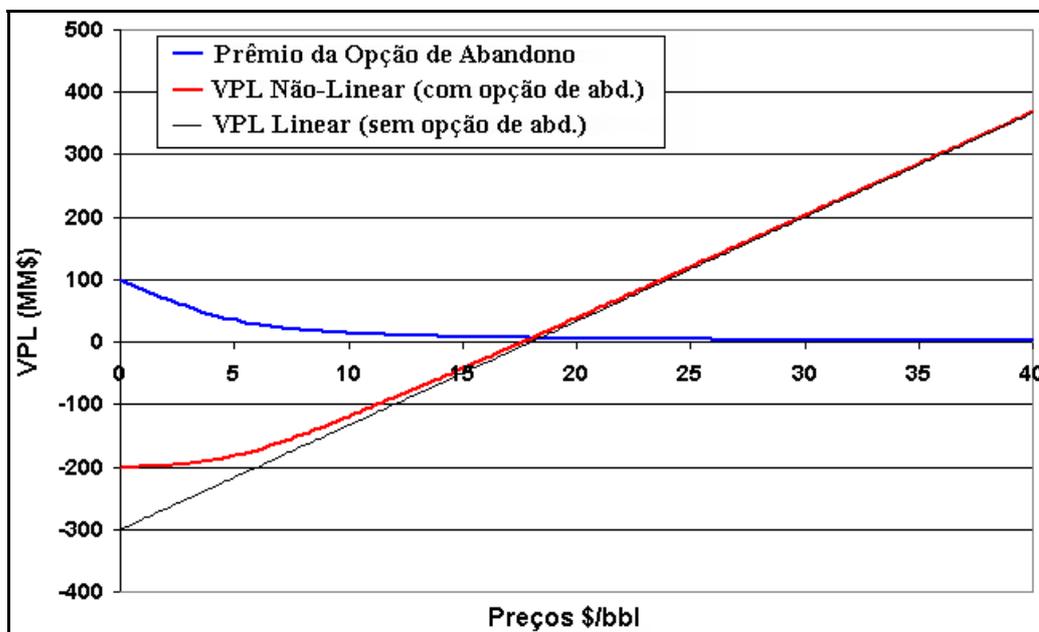


Figura 12 – VPL x P Não-Linear Devido à Opção de Abandono

<sup>53</sup> Para maiores detalhes desse e de outros tópicos sobre a função VPL, inclusive planilhas relacionadas, ver [www.puc-rio.br/marco.ind/payoff\\_model.html](http://www.puc-rio.br/marco.ind/payoff_model.html).

Observa-se na Figura 12 que a opção de abandono só é relevante para o caso baixos preços, onde ela adiciona um prêmio relevante para a função VPL<sup>54</sup>. No entanto, quando os preços estão baixos a probabilidade de exercer a opção de investir nesse projeto é pequena. Quando a opção de investir no projeto está atrativa para ser exercida, a opção de abandono vale pouco. Isso dá uma intuição de um dos motivos que, conforme apontaram Bjerksund & Ekern (1990), se pode geralmente desprezar a opção de abandono *na presença* da opção de investir (opção de espera). O outro motivo é que os projetos de desenvolvimento da produção são de longa vida<sup>55</sup> e assim o abandono fica distante no tempo e seu valor é baixo devido ao efeito da taxa de desconto.

O modelo linear mais simples é considerar que o valor de mercado da reserva desenvolvida  $V$  é proporcional ao preço do petróleo  $P$ . Considere também que  $V$  é proporcional ao *volume da reserva*  $B$  (número de barris). Esse modelo será chamado de *modelo de negócios* (“business model”) e é dado por:

$$V = q B P \quad (23)$$

Onde  $q$  é chamado de *qualidade econômica da reserva*. Note que, da forma mais simples possível, a eq. (23) considera os três principais fatores no valor da reserva desenvolvida, i.é, o preço do petróleo ( $P$ ), a quantidade ( $B$ ) e a qualidade ( $q$ ) da reserva.

A motivação para o nome “modelo de negócios” é proveniente das negociações no mercado de reservas<sup>56</sup>, porque o produto  $q.P$  é o valor de um barril de reserva desenvolvida. A *regra de bolso* do “um-terço” é bem conhecida nos EUA, onde o valor médio pago por um barril de reserva desenvolvida é 33% do preço do petróleo na cabeça do poço, ver Gruy, Grab & Wood (1982)<sup>57</sup>. O valor de 1/3 pode ser apenas um caso particular nesse modelo, mas no caso de usar dados do mercado de reserva desenvolvida para *decisões de investimento*, o valor de  $q$  na eq. (23) tem de ser reduzido por um fator de desconto para considerar o

<sup>54</sup> Aqui se usa o termo VPL para o “payoff” resultante do exercício da OR de desenvolver o campo. Outros poderiam preferir que o termo VPL fosse usado apenas para o caso tradicional.

<sup>55</sup> Tipicamente o investimento em desenvolvimento é alto de forma que o projeto só é viável se no início a receita for  *muito maior* que o custo operacional. Assim, durante vários anos a probabilidade de abandono é muito baixa. Com o declínio da produção, isso vai mudando.

<sup>56</sup> Ver Adelman, Koehn & Silva (1989, Table 2) ou Adelman & Watkins (1996) para dados e discussão sobre o valor de mercado de uma reserva desenvolvida e a discussão em Dias (1996).

<sup>57</sup> A regra do “um-terço” foi usada em exemplos em Paddock, Siegel and Smith (1988).

efeito do tempo de construção especialmente em reservas marítimas (*offshore*)<sup>58</sup>. Lembrar que  $V$  na eq. (23) está em valor presente na data de exercício da opção, i.é, na data de início de investimentos. Em geral se pode estimar o valor de  $q$  usando uma planilha de FCD (ver abaixo) ou usando dados de mercado de reservas se estiver disponível. O parâmetro  $q$  é chamado de qualidade econômica da reserva porque  $V$  aumenta monotonicamente com  $q$  e porque  $q$  depende da qualidade da rocha reservatório e da qualidade dos fluídos. É claro que o valor de  $q$  é menor que um, pois existem custos operacionais, taxas e tempo para trazer à superfície e vender um barril de reserva do reservatório. Para o caso geral (válido para VPL não-linear), a qualidade econômica da reserva é definida por:

$$q(P) = \frac{1}{B} \frac{\partial V(P)}{\partial P} \quad (24)$$

Se  $V$  é linear em  $P$ , a qualidade econômica é independente de  $P$  e é constante. A qualidade  $q$  é um parâmetro agregado que reflete fatores técnicos (qualidade da rocha, dos fluídos, etc.) e fatores econômicos (custo operacional, taxas, taxa de desconto ajustada ao risco, etc.). Assim, em alguns problemas pode ser de interesse decompor essa qualidade  $q$  como o produto de dois fatores, um refletindo apenas a qualidade técnica da reserva  $q_T$  e outro refletindo apenas aspectos econômicos de mercado, a qualidade de mercado da reserva  $q_M(t)$ . Logo, a qualidade econômica da reserva  $q$  pode ser vista como:

$$q(P, t) = q_T q_M(P, t) \quad (25)$$

Dessa forma, quando se estudar a incerteza na qualidade  $q$  pode-se considerar ambas as incertezas, técnica e de mercado. No caso de  $q_M$  pode ser conveniente estabelecer um valor em  $t = 0$  igual a 1, i. é,  $q_M(t = 0) = 1$  e assumir algum processo estocástico para esse fator. No entanto, é necessário modelar o processo estocástico de  $q_M(t)$  de forma que o seu valor não suba muito – pois o produto  $q(t)$  precisa ser menor que 1, e nem desça para valores igual ou menor que zero. Uma maneira seria colocar uma *barreira refletora* em algum nível superior (por ex.,  $q_M$  seria refletido para baixo toda vez que alcançasse o valor de 1,5) e uma *barreira absorvente*<sup>59</sup> no valor igual a zero.

<sup>58</sup> Tipicamente leva três anos entre o início de investimento e o início da produção. Dixit & Pindyck (1994, cap.12) usou a taxa  $\delta$  para atualizar o valor da reserva para a data de exercício.

<sup>59</sup> Para discussão de barreiras refletoras e absorventes, ver Dixit (1993a).

A alternativa linear para o modelo de negócios é o chamado *modelo do fluxo de caixa rígido*, que é apresentado na equação abaixo.

$$V = q' B P - C \quad (26)$$

Nessa equação,  $B$  representa o volume de reserva (como antes),  $q'$  é a qualidade econômica da reserva para esse modelo, e  $C$  é interpretado como o custo operacional em valor presente. O nome modelo do fluxo de caixa rígido é porque ele parece ser mais consistente com o FCD tradicional.

Em geral,  $C$  é função de  $B$ . Uma variante do modelo da eq. (26) é considerar  $C$  como uma função linear<sup>60</sup> de  $B$ :

$$C = c_1 B + c_2 \quad (27)$$

Onde  $c_1$  pode ser interpretado como um custo operacional variável (por barril) atualizado<sup>61</sup> e  $c_2$  um custo operacional fixo atualizado.

Combinando a eq. (1) com as eqs. (23) e (26) se obtém os dois modelos lineares para o  $VPL(P)$ , que são mostrados na Figura 13.

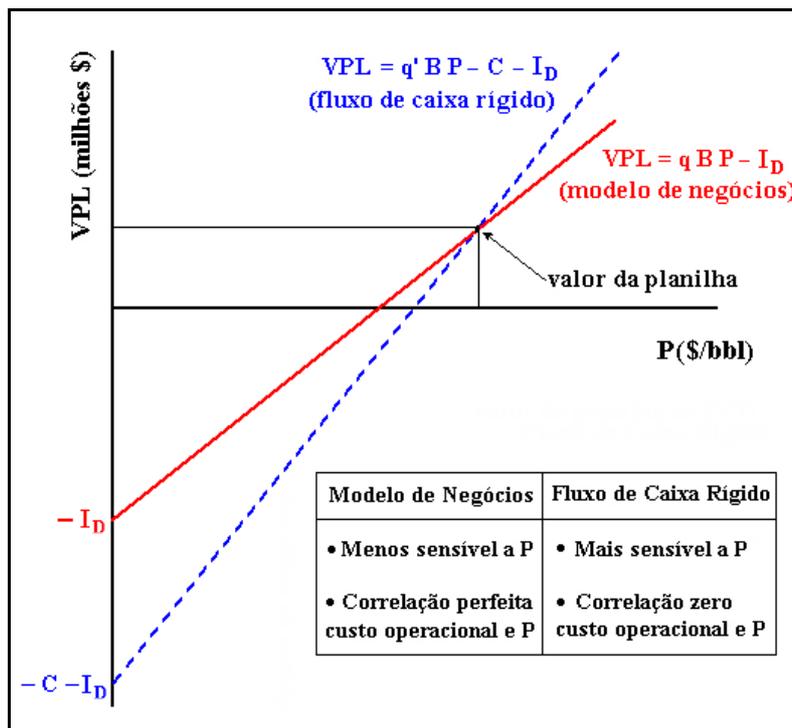


Figura 13 – Modelos Lineares para a Função  $VPL(P)$

<sup>60</sup> Em algumas indústrias se poderia usar função quadrática de custos, por ex., o aumento da produção se dá com horas extras ou com turno noturno a um custo unitário maior. Isso não ocorre com produção de petróleo (os poços operam 24 horas/dia, se parar muitas vezes tem custo de reabertura) e o custo de pessoal é *custo fixo*. Custos variáveis aqui são principalmente os custos com produtos químicos e custos de transporte, que são exatamente proporcionais à produção.

<sup>61</sup> Na indústria é mais comum o uso de um volume de reserva atualizado  $B' < B$ . Nesse caso se teria  $c_1'$  que seria um custo operacional variável médio. Mas isso daria no mesmo:  $c_1' B' = c_1 B$ .

O gráfico da Figura 13 é construído a partir do valor da planilha de FCD, em que se plota o VPL do caso-base para o preço (médio) do petróleo usado<sup>62</sup>. Esse ponto é comum aos dois modelos. O outro ponto para definir a reta é plotado para  $P = 0$ , em cada modelo. No caso do modelo de negócios  $VPL(P = 0) = -I_D$  (lembrar que  $I_D$  é o valor presente dos investimentos líquidos de benefícios fiscais) e para o modelo de fluxo de caixa rígido é  $VPL(P = 0) = -C - I_D$ .

Na Figura 13 se vê claramente (pela inclinação das retas) que o modelo de negócios é mais conservador em termos de variação do VPL com os preços do petróleo do que o de fluxo de caixa rígido. Será visto que isso também resultará em valores mais conservadores para o valor da opção real e menor valor de gatilho para o modelo de negócios, comparado ao outro modelo.

Pode-se raciocinar que o modelo do fluxo de caixa rígido assume que não existe correlação entre o preço do petróleo e os custos operacionais, o que não parece ser realista<sup>63</sup>. Por outro lado, o modelo de negócios assume o oposto, que o custo operacional tem correlação perfeita e proporcional ao preço do petróleo (e logo  $q$  reflete também o efeito do custo operacional), o que também não parece ser realista. A verdade deve estar entre os dois modelos, o que sugere que em problemas práticos se calcule o valor da OR pelos dois modelos a fim de ter uma idéia do *intervalo* de variação do valor da OR e do gatilho.

Já o investimento para desenvolver o campo  $I_D$ , é uma função do tamanho do campo (ou melhor, do volume de reservas  $B$ ). Quanto maior o campo, maior o investimento (ótimo) necessário, pois reservas maiores requerem uma maior quantidade de poços, maior capacidade de processo da planta, maior diâmetro dos dutos, etc. Já a qualidade  $q$  tem efeitos contrários sobre o investimento ótimo requerido para desenvolver a reserva. Por um lado, a produção por poço tende a ser maior, exigindo maior capacidade de processo e maior diâmetro de dutos, aumentando o investimento. Por outro lado, a maior produtividade por poço tende a reduzir a quantidade ótima de poços para explorar a reserva, reduzindo o

---

<sup>62</sup> Quando na planilha se usa uma estrutura a termo em vez de um único preço de petróleo, o preço usado na Figura 13 é o preço médio ponderado pela *produção* e pelo *efeito de desconto*: os preços nos primeiros anos de produção são mais relevantes tanto porque a produção é muito maior no início do que no final, como também pelo efeito de desconto mais severo em fluxos longínquos.

<sup>63</sup> Por ex., a média dos preços do petróleo Brent (IPE, 1º mês) em 2002 foi de 25,01 \$/bbl e em 2003 foi de 28,47 \$/bbl, um aumento de 13,8%. Os custos operacionais para as empresas integradas de petróleo subiram 15% no mesmo período e os custos de investimentos mais de 40%, conforme relatório do Credit Suisse First Boston (2004, p. 3).

investimento. Assim, aqui será considerado que o investimento ótimo para desenvolver a reserva será função de  $B$ , mas não de  $q$ .

Análises do autor (regressões  $I_D \times B$ ) com o portfólio de projetos da Petrobras mostram que é bastante razoável considerar a função  $I_D(B)$  como *linear em  $B$* , desde que condicional a um intervalo de aplicação. Essa equação é dada por:

$$I_D(B) = c_f + c_v B \quad (28)$$

Onde  $c_f$  é um parâmetro de custo fixo e  $c_v$  é um parâmetro de custo variável (com  $B$ ). No caso marítimo, deve-se estimar esses parâmetros da eq. (28) por intervalo de lâmina d'água (LDA)<sup>64</sup>, por meio de uma regressão linear.

Além disso, o investimento  $I_D$  depende de variáveis (incertas) de mercado (custos de estaleiros, taxas diárias de sondas, etc.). Assim, em alguns modelos, pode ser de interesse que  $I_D$  também evolua como um processo estocástico, em geral correlacionado (positivamente) com o preço do petróleo. Seja  $v(t)$  um choque estocástico de *mercado* que altera o valor de  $I_D$  ao longo do tempo, i. é, seja  $v(t = 0) = 1$  e  $v(t > 0)$  incerto e seguindo um processo estocástico qualquer. Dessa forma, a equação geral para  $I_D(B, t)$  é dada por:

$$I_D(B, t) = v(t) [c_f + c_v B] \quad (29)$$

Nos modelos usados nessa tese, o custo de abandono e recuperação ambiental é considerado um investimento e seu valor presente está incluído no valor de  $I_D$ . Para modelos de opção de abandono seria necessário separá-los.

As seguintes proposições sobre o modelo de negócios e sobre o modelo do fluxo de caixa rígido são demonstradas no apêndice (cap. 9).

**Proposição 1:** Se o preço do petróleo segue um movimento geométrico Browniano, com parâmetros  $\alpha$ ,  $\delta$ , e  $\sigma$ , e se  $V(P)$  é definido pela eq. (23) (modelo de negócios), então  $V$  também segue um movimento geométrico Browniano e com os mesmo com parâmetros  $\alpha$ ,  $\delta$ , e  $\sigma$ .

**Proposição 2:** Considere o problema clássico de escolha do momento ótimo de investimento (opção real de espera) para o desenvolvimento de um campo de petróleo com tempo de expiração finito. Se o preço do petróleo segue um movimento geométrico Browniano, então a equação diferencial parcial estocástica que rege o valor da opção real  $F(P, t)$  é exatamente a mesma tanto no

<sup>64</sup> Por ex.,  $LDA < 200$  m. (águas rasas);  $200 < LDA < 500$  (águas intermediárias); etc.

modelo de negócios como no modelo do fluxo de caixa rígido e é dada pela eq (29) abaixo. A diferença se dá apenas nas condições de contorno (cc.), as quais são mostradas na Tabela 4.

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 F_{PP} + (r - \delta) P F_P - r F + F_t = 0 \quad (30)$$

Onde os subscritos denotam derivadas parciais. Essa equação é igual à famosa equação de Black & Scholes & Merton (versão com dividendos contínuos) se substituir o valor da ação por P.

Tabela 4 – Condições de Contorno Para os Modelos Lineares de VPL(P)

Tipo de Condição de Contorno	Modelo de Negócios	Modelo de Fluxo de Caixa Rígido	Equações
Trivial, $P = 0$	$F(0, t) = 0$	$F(0, t) = 0$	(31a) (31b)
Expiração: $t = T$	$F(P, T) = \max(q B P - I_D, 0)$	$F(P, T) = \max(q' B P - C - I_D, 0)$	(32a) (32b)
Continuidade (“value matching”) em $P = P^*$	$F(P^*, t) = q B P^* - I_D$	$F(P^*, t) = q' B P^* - C - I_D$	(33a) (33b)
Contato suave (“smooth pasting”) em $P = P^*$	$F_P(P^*, t) = q B$	$F_P(P^*, t) = q' B$	(34a) (34b)

Onde  $P^*$  é o gatilho a partir do qual é ótimo o imediato investimento. A outra variável de estado é o tempo  $t \in [0, T]$ , onde  $T$  é o tempo legal de expiração do direito de investir no desenvolvimento do campo. A inserção das equações das cc. dentro da Tabela 4 facilita a comparação das mesmas. A solução da eq. (30) sujeita às cc. das equações da Tabela 4, pode ser obtida através do método das diferenças finitas, ou através de aproximações analíticas, ou outras (inclusive por simulação de Monte Carlo para opções americanas).

Na prática, a recomendação da tese é que a companhia de petróleo use os dois modelos. A idéia é que os modelos de negócios e do fluxo de caixa rígido estabelecem, respectivamente, os limites inferiores e superiores de opções reais, tanto para o valor da OR quanto para o gatilho de investimento ótimo.

Agora será mostrado um exemplo de OR que foi resolvido com os dois modelos para efeito de comparação. Os resultados estão mostrados na Tabela 5 abaixo<sup>65</sup>. Os parâmetros usados foram  $r = \delta = 6\%$  p.a.,  $\sigma = 20\%$  p.a.,  $T = 2$  anos,  $C = 400$  MM\$ e os demais são mostradas na Tabela 5.

<sup>65</sup> As planilhas disponíveis em [www.puc-rio.br/marco.ind/payoff\\_model.html](http://www.puc-rio.br/marco.ind/payoff_model.html) resolvem esse exemplo. Lá também se discute outros detalhes desses modelos lineares.

Tabela 5 – Exemplo de Opções Reais Comparando os Modelos de VPL(P)

	Modelo de Negócios	Modelo de Fluxo de Caixa Rígido
V (MM\$)	640	640
$I_D$ (MM\$)	500	500
$VPL = V - I_D$ (MM\$)	140	140
Opção Real F (MM\$)	147,53	178,95
Gatilho P* (\$/bbl)	21,88	24,24
Probabilidade de Exercício (%)	84,3	71,2
Tempo Esperado de Exercício (condicional a haver) (anos)	0,61	1,06

A Tabela 5 mostra que foram obtidos valores mais conservadores para o valor da opção real e menor valor de gatilho para o modelo de negócios, quando comparado com o modelo de fluxo de caixa rígido. Esses são resultados típicos desses modelos e dão os dois limites mencionados. O modelo de negócios, por ser mais simples e com menos parâmetros, será usado nas aplicações da tese.

## 2.4. Alguns Modelos de Opções Reais Tradicionais em Petróleo

### 2.4.1. O Modelo Clássico de Paddock, Siegel & Smith

No começo dos anos 80, Paddock, Siegel & Smith começaram uma pesquisa no Laboratório de Energia do MIT usando a teoria das opções para estudar o valor de blocos marítimos nos leilões de direitos exploratórios nos EUA, assim como o momento ótimo de investimento. Eles escreveram uma série de artigos, dois deles publicados: Siegel, Smith & Paddock (1987) e Paddock, Siegel & Smith (1988). O modelo de Paddock, Siegel & Smith (PSS) é o mais popular de OR para aplicações em E&P de petróleo, merecendo destaque no livro de Dixit & Pindyck (1994, cap.12), que descrevem esse modelo de uma maneira mais compacta e didática. Esse modelo clássico é útil tanto para o propósito de aprendizagem de conceitos de OR, como para uma primeira aproximação na análise de investimento para o desenvolvimento de reservas de petróleo, mesmo considerando que na vida real são necessários modelos que se ajustam melhor às características do mundo real. Esse modelo tem vantagens práticas – quando

comparado com outros modelos, devido a sua simplicidade e aos poucos parâmetros de entrada que necessitam serem estimados. Um atrativo de PSS é a simples analogia entre as opções financeiras de Black-Scholes-Merton e o valor da opção real de uma reserva não-desenvolvida de petróleo. Essa analogia é mostrada na Tabela 6.

Tabela 6 – Analogia Opção Financeira com a Opção Real de Paddock-Siegel-Smith

Opção Financeira (Black-Scholes-Merton)	Opção Real (Paddock-Siegel-Smith)
Valor da opção financeira	Valor da opção real de uma reserva não-desenvolvida (F)
Preço corrente da ação	Valor corrente da reserva desenvolvida (V)
Preço de exercício da opção	Custo de investimento para desenvolver a reserva ( $I_D$ )
Taxa de distribuição de dividendos da ação	Fluxo de caixa líquido de depleção como proporção de V ( $\delta$ )
Taxa de juros livre de risco	Taxa de juros livre de risco (r)
Volatilidade da ação	Volatilidade do valor da reserva desenvolvida ( $\sigma$ )
Tempo de expiração do contrato de opção	Tempo de expiração dos direitos de investimento ( $\tau$ )

A analogia acima é também útil para outras aplicações de OR. Em vez do valor da reserva desenvolvida, é possível considerar qualquer valor V de projeto operando (ou pronto para operar) como ativo básico para esse modelo de opções. Por exemplo, F poderia ser uma terra urbana não desenvolvida, V o valor de mercado de um hotel ou edifício, e  $I_D$  o investimento para construir o hotel ou edifício. Na falta de um valor de mercado explícito para V, é possível computar V como o valor presente da receita líquida de custos operacionais e impostos. Conforme a eq. (1) o tradicional valor presente líquido é dado por  $VPL = V - I_D$ , onde  $I_D$  é o valor presente do fluxo de investimentos para desenvolvimento líquidos de benefícios fiscais. Em PSS, o investimento  $I_D$  é análogo ao preço de exercício da opção financeira, pois é o compromisso que a companhia de petróleo assume quando exerce a opção real de desenvolver o campo.

O tempo para a expiração ( $\tau$ ) dessa OR é o tempo até a data legal que os direitos de investir expiram. Nessa data a companhia de petróleo tem uma oportunidade do tipo “agora ou nunca”: ou a firma se compromete com um plano de investimento imediato ou devolve os direitos de concessão para a agência do governo que regula o setor petróleo. Esse tempo varia de 3 a 10 anos na grande

maioria dos países (no Brasil até 9 anos). Em outras aplicações de OR pode não existir data de expiração, i.é, há casos de *opções perpétuas* (o que não ocorre com as opções financeiras), por ex., no caso de desenvolvimento de terrenos urbanos (e de re-desenvolvimento). Em outros, como patentes e direitos autorais, podem levar décadas para expirar a opção real de exploração exclusiva desses direitos.

Volatilidade ( $\sigma$ ) em PSS é o desvio-padrão anual de  $dV/V$ . Como foi visto na Proposição 1, no caso de  $V$  ser proporcional a  $P$ , as volatilidades de  $P$  e  $V$  são iguais e assim é mais prático estimar a volatilidade de  $V$  usando uma série temporal de preços do petróleo. Dixit & Pindyck (1994, cap. 12) recomenda  $\sigma$  entre 15% e 25% por ano. Alguns autores (ex.: Baker, Mayfield & Parsons, 1998, p.119) usam valores maiores para  $\sigma$ , em torno de 30% p.a. Estimativas recentes do autor usando dados de janeiro de 1985 a outubro de 2004, para os petróleos Brent (IPE, bolsa de Londres) e WTI (NYMEX, bolsa de New York), indicavam volatilidades em torno de 30% para preços spot e 15% para preços futuros longos.

Outra possibilidade para estimar a volatilidade de  $V$ , e considerando outras variáveis com incerteza de mercado além do preço do petróleo (por ex., a taxa diária de sondas e outros custos), é a simulação de Monte Carlo dos diversos processos estocásticos dessas variáveis que evoluem no mercado e que afetam  $V$ . Essa metodologia é recomendada por Copeland & Antikarov (2001, cap. 9), que dessa forma obtém uma variância combinada em  $t = 1$  ano e, com a ajuda da equação da variância do MGB (a eq. (7) mas para  $V$  em vez de  $P$ ), se pode estimar a volatilidade de  $V$ . Nessa abordagem, Copeland & Antikarov (2001, ver também cap.8) recorrem a um teorema de Samuelson (1965b) que tem as seguintes implicações: mesmo que existam várias variáveis estocásticas seguindo diferentes processos estocásticos tais como reversão à média e outros e mesmo que esses processos sejam correlacionados, o retorno agregado da firma (ou agregado do projeto  $V$ ) é aproximadamente um MGB. Isso implica que o retorno da firma segue um MGB mesmo que haja variações cíclicas em vários componentes desse retorno. Copeland & Antikarov usam esse teorema de Samuelson para defender o uso do MGB a nível agregado de projeto  $V$  em aplicações gerais de OR. As vantagens são: (a) o MGB é muito mais simples de trabalhar em OR do que os outros processos; e (b) nessa abordagem são

consideradas várias fontes de incerteza de mercado em  $V$  e não apenas a (ou as poucas) mais importante(s) como em outros modelos de OR.

Na analogia da *taxa de dividendos* (“dividend yield”)<sup>66</sup>, a taxa de distribuição de fluxo de caixa  $\delta$  é o fluxo de caixa operacional líquido (anual) como uma porcentagem de  $V$ . Para reservas de petróleo, existe o fenômeno da *depleção*, já que existe uma quantidade finita de petróleo no reservatório e sua pressão vai declinando com o passar do tempo produtivo. Isso gera um declínio na produção do campo ao longo da vida da reserva, que pode ser capturada pela *taxa de declínio*  $\omega$ . A equação para estimar  $\delta$  incluindo a taxa de declínio é apresentada no artigo original de Paddock, Siegel & Smith (1988) e também em Dixit & Pindyck (1994)<sup>67</sup>, que assume um fluxo de caixa muito simplificado. Mas aqui serão apresentados a seguir dois caminhos mais práticos para estimar  $\delta$ .

Para o modelo que assume que  $V$  é proporcional a  $P$ , conforme a Proposição 1, é possível interpretar  $\delta$  como a *taxa de conveniência* (líquida) do preço do petróleo e assim estimar  $\delta$  usando dados do mercado futuro, aplicando a eq. (10).

O segundo caminho é uma regra prática usando uma perspectiva de longo prazo que é útil para OR. Qual é um bom valor prático para a taxa de conveniência  $\delta$ ? Pickles & Smith (1993) sugerem a taxa de juros livre de risco, i.é., fazer  $\delta = r$ . Eles escreveram (p.20-21): “*We suggest that option valuations use, initially, the 'normal' value of net convenience yield, which seems to equal approximately the risk-free nominal interest rate*”<sup>68</sup>.

A EDP do modelo de PSS para o valor da OR (ou valor da reserva não-desenvolvida) é idêntica à famosa EDP de Black-Scholes-Merton com dividendos contínuos, que por sua vez é igual à eq. (30) se substituir  $P$  por  $V$ . Ou seja, a EDP

<sup>66</sup> Os fluxos de caixa do projeto são como “dividendos” que são ganhos apenas se a OR é exercida e o ativo básico inicia operações. Logo, a taxa de dividendos é um *custo de oportunidade da espera* que o investidor incorre se ele tem a opção mas não o ativo básico. Em contraste, a taxa de juros  $r$  remunera a *política de espera* (imagine que o investidor aplica  $I_D$  no banco). Logo,  $r$  e  $\delta$  tem efeitos opostos em ambos no valor da opção e nos gatilhos de exercício ótimo, e assim é frequente se ver a diferença  $r - \delta$  em equações de derivativos, por ex., na EDP da eq. (30).

<sup>67</sup> Uma prova detalhada das equações de Paddock, Siegel & Smith (1988) está disponível em [www.puc-rio.br/marco.ind/petmodel.html](http://www.puc-rio.br/marco.ind/petmodel.html).

<sup>68</sup> Na valoração livre de risco, muito usada para precificar opções, a tendência neutra ao risco é  $r - \delta$  (eq. 8). Usando a sugestão de Pickles & Smith ( $r = \delta$ ) se obtém um processo neutro ao risco *sem tendência* (ou igual a zero), o que soa razoável para um equilíbrio de longo-prazo neutro ao risco. Schwartz (1997, p.969) usa a taxa de juros  $r = 6\%$  p.a. e uma taxa de conveniência para o *cobre* de 12%. Entretanto, ele sugere (nota 34) uma taxa de conveniência de *longo prazo* de 6%, i.é., igual ao valor da taxa de juros, assumindo assim  $\delta = r$ , como sugerido por Pickles & Smith!

da opção do tipo *americana* é igual a da opção do tipo *européia*. O que muda são apenas as condições de contorno (cc), pois as opções americanas têm duas cc *adicionais* para levar em conta a possibilidade de exercício antecipado (antes da expiração)<sup>69</sup>. A dedução da EDP do valor de uma OR é oportuna para resumir o método dos *ativos contingentes* (“contingent claims”).

O método dos ativos contingentes se baseia no conceito de *arbitragem*<sup>70</sup>. Um dos principais caminhos (ver a excelente exposição de Dixit & Pindyck, 1994) é construir um *portfólio livre de risco* formado pela compra (venda) da opção real F e pela venda (compra) de n unidades do projeto V. A idéia não é comprar ou vender fisicamente esses ativos e sim relacionar matematicamente essas variáveis (F e V) sabendo que o retorno exigido pelo investidor para um portfólio livre de risco é a taxa livre de risco r (independentemente de preferências do investidor). Com isso se evita o problema complexo de estimar a taxa ajustada ao risco de uma opção. Assim, se escolhe o valor de n de tal forma que o retorno desse portfólio seja livre de risco. Esse valor de n é conhecido por “*delta hedge*” e em geral basta fazer  $n = F_V$  (derivada parcial de F em relação a V) para eliminar os termos com risco na equação do retorno do portfólio. A outra ferramenta básica na derivação da EDP é o *Lema de Itô*<sup>71</sup>, ferramenta de cálculo estocástico que permite expandir o valor da opção em função das *variáveis de estado* (aqui V e t).

**Proposição 3:** A EDP que descreve o valor da opção real de maturidade finita  $F(V, t)$  de investir no ativo básico  $V(t)$  que segue um MGB com parâmetros  $\alpha = \mu - \delta$  e  $\sigma$ , sendo a taxa livre de risco constante e igual a r, é dada por:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{VV} + (r - \delta) V F_V - r F + F_t = 0 \quad (35)$$

Prova: A prova ilustrará os passos típicos para a obtenção da EDP de OR pelo método dos *ativos contingentes*. Essa metodologia é *geral*, mas os passos serão ilustrados para mostrar o caso da opção  $F(V, t)$  de PSS:

- a) Escreva a equação do portfólio ( $\Phi$ ) livre de risco:  $\Phi = F - n V$ ;
- b) Escreva o retorno de  $\Phi$  num tempo dt:  $r \Phi dt = r (F - n V) dt$ ;

<sup>69</sup> Opções americanas podem ser exercidas em qualquer data até (inclusive) a expiração, enquanto que as opções européias só podem ser exercidas na expiração.

<sup>70</sup> Uma oportunidade de arbitragem é um plano de consumo que é sempre não-negativo e estritamente positivo em pelo menos um evento, e tem custo inicial não-positivo (Huang & Litzenberger, 1988, p.226). Para uma discussão detalhada de arbitragem, ver Varian (1987).

<sup>71</sup> Ver Dixit & Pindyck (1994, cap. 3). O Lema de Itô está para o cálculo estocástico assim como a expansão de Taylor está para o cálculo ordinário.

c) Escreva o retorno de  $\Phi$  também como a soma algébrica dos retornos dos ativos componentes desse portfólio. Para isso, lembrar que o retorno total é a soma da taxa de ganho de capital ( $\alpha$ ) com a taxa de dividendos ( $\delta$ ). Note também que a opção pode variar (ganho de capital  $dF$ ) mas não distribui dividendo. Assim o retorno do portfólio também é:  $dF - n (dV + \delta V dt)$ ;

d) Iguale as duas equações do retorno do portfólio (ver itens b e c) e obtenha:  $r (F - n V) dt = dF - n (dV + \delta V dt)$ ;

e) Para obter  $dF$  usa-se o Lema de Itô:  $dF = F_V dV + \frac{1}{2} F_{VV} (dV)^2 + F_t dt$ ;

f) Para obter  $(dV)^2$  eleva-se ao quadrado a equação diferencial que descreve o processo estocástico da variável básica (aqui  $dV = \alpha V dt + \sigma V dz$ ), obtendo  $(dV)^2 = \sigma^2 V^2 dt$  (os termos em  $dt$  de ordem  $> 1$  são desprezados);

g) Substitua esse resultado na equação de  $dF$  (item e), e obtenha  $dF = F_V dV + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{VV} dt + F_t dt$ ;

h) Substitua esse resultado na equação do retorno (item d) e obtenha a equação  $r (F - n V) dt = (F_V - n) dV + \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F_{VV} dt + F_t dt - n \delta V dt$ ;

i) Para desaparecer o termo estocástico desse retorno (portfólio sem risco) é necessário eliminar o termo  $dV$  (pois função de  $dz$ ). Para isso basta fazer  $n = F_V$ . Substituindo  $n$ , se chega a EDP da OR, eq. (35).  $\square$

Resolvendo essa EDP numericamente se obtém dois resultados interligados, o *valor da opção real*  $F(V, t)$  e a regra ótima de decisão dada pelo gatilho  $V^*(t)$ . Lembrar os exemplos simples do início desse capítulo para a intuição desses conceitos. Aqui, graças à analogia feita, qualquer bom software que resolva o problema de uma opção americana de compra (com dividendos contínuos) também resolve o modelo de OR de PSS<sup>72</sup>.

A regra de decisão dada pelo valor *crítico* ou *gatilho*  $V^*(t)$ , determina o valor mínimo em que a OR está suficientemente atrativa (“deep-in-the-money”) para ser exercida. Ou seja, deve-se investir otimamente somente se  $V(t) \geq V^*(t)$ . Para modelos em que  $V$  é proporcional a  $P$ , é mais fácil raciocinar com  $P^*(t)$ , o preço do petróleo que faz um específico campo de petróleo não-desenvolvido ficar “deep-in-the-money”. Nesse caso, a regra é investir quando  $P \geq P^*$ .

<sup>72</sup> Por ex., a planilha “Timing”, disponível em [www.puc-rio.br/marco.ind/timing.html](http://www.puc-rio.br/marco.ind/timing.html).

A Figura 14 apresenta uma solução típica para um campo não-desenvolvido com 100 milhões de barris de reserva ( $e q = 0,187$ , logo  $V = 18,7 \times P$ ). As curvas representam valores de OR para os casos de 5 anos para a expiração dos direitos ( $\tau = 5$  anos), um ano ( $\tau = 1$  ano) e na expiração ( $\tau = 0$ ). Na última situação, conhecido com o caso “agora ou nunca”, a regra do VPL é válida de forma que o valor da OR é o máximo entre o VPL e zero.

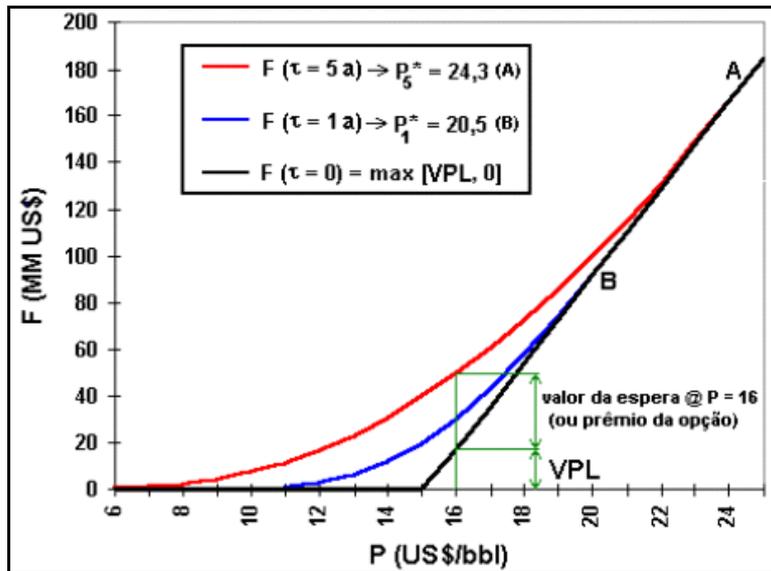


Figura 14 – Valor da Opção Real em Função do Preço P

A Figura 14 mostra que para  $P = 15$   $\$/bbl$  o VPL é zero. Assim,  $15$   $\$/bbl$  é o preço de nivelamento (“*break-even price*” ou CUP, custo unitário de produção) para esse projeto. A Figura 14 também mostra que para  $16$   $\$/bbl$  o VPL é positivo, mas o valor líquido da espera, chamado de *prêmio da opção* (a diferença  $F - VPL$ ), para  $\tau = 5$  anos não é zero – ele é até maior que o VPL. Logo, a  $16$   $\$/bbl$  política ótima nesse exemplo é “esperar e ver”. O prêmio da opção é *zero* apenas no ponto de tangência entre a curva de opções (azul e vermelha) e a linha do VPL (preta), o qual ocorre somente nos pontos de gatilho A ( $P^*(\tau = 5) = 24,3$   $\$/bbl$ ) e B ( $P^*(\tau = 1) = 20,5$   $\$/bbl$ ). O contato suave das curvas da OR nos pontos A e B ilustra a condição de contorno também chamada de “contato suave” (ver eq. 34a e eq. 34b).

A Figura 15 apresenta a curva de gatilhos para esse mesmo exemplo, desde o instante inicial (faltando  $\tau = 5$  anos para a expiração) até a expiração. Note que os pontos A e B correspondem aos casos mostrados antes na Figura 14.

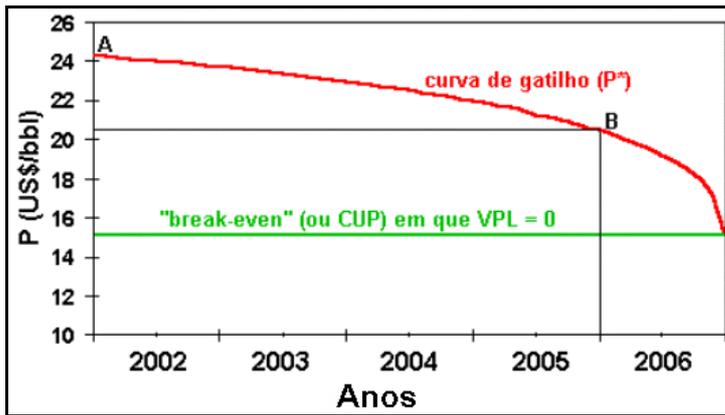


Figura 15 – Regra de Decisão de OR: Curva de Gatilhos

Note a diferença de regras de decisão da teoria de OR (curva vermelha) e do FCD (linha verde): no primeiro caso o projeto precisa ser suficientemente robusto para se investir imediatamente (em cima ou acima da curva de gatilhos), enquanto que para o FCD basta o preço estar acima do CUP. Somente na expiração (caso “agora ou nunca”) é que a regra das OR colapsa para a regra do FCD, i. é, investir se  $VPL \geq 0$  ou, de forma equivalente, se  $P \geq CUP$  (aqui o  $CUP = 15$  \$/bbl).

#### 2.4.2. Modelo com Opção de Escala de Investimento

Nessa e nas próximas seções, serão apresentados alguns modelos desenhados para importantes aplicações em desenvolvimento da produção de petróleo. As idéias dessa e da próxima seção foram mais tarde desenvolvidas e detalhadas em projetos do Pravap-14 entre a Petrobras e a PUC-Rio. O modelo apresentado nessa seção foi detalhado em Dias & Rocha & Teixeira (2003).

Considere um campo de petróleo delimitado mas ainda não-desenvolvido, sendo que o preço do petróleo é a fonte de incerteza relevante. Em adição ao problema de momento ótimo de investimento (investir já ou “esperar e ver”), se pode também escolher uma de um conjunto de alternativas mutuamente exclusivas de escala para desenvolver o campo. Assuma que o volume de reservas  $B$  é aproximadamente o mesmo para todas as alternativas de escala.

Será usada a função  $VPL(P)$  dada pelo simples “modelo de negócios” (eq. 23, conjugada com a eq. 1) para desenvolver essa aplicação, mas pode-se trabalhar perfeitamente com o modelo de fluxo de caixa rígido (eq. 26) de maneira similar. Nessa aplicação, o conceito de *qualidade econômica da reserva* ( $q$ ) joga um papel essencial. Essa qualidade depende de vários fatores técnicos e econômicos tais

como a qualidade do fluido, a qualidade do reservatório, o custo operacional e taxas (regime fiscal), a taxa de desconto, etc. Mas esse fator também depende da intensidade de capital (investimento) aplicada para desenvolver essa reserva, i. é, o número de poços usados, a capacidade da planta de processamento, o diâmetro dos dutos de escoamento da produção, etc. Uma maior quantidade de poços significa produção mais rápida (e logo maior valor presente para a receita) e um maior valor para  $q$  do que se for usado uma menor quantidade de poços de desenvolvimento. Entretanto, a alternativa com mais poços tem um maior custo de investimento  $I_D$ , e assim existe um “trade-off” (troca parcial) entre  $q$  and  $I_D$  quando se escolhe a quantidade de poços para desenvolver a reserva. A solução desse dilema, a escolha da escala ótima sob incerteza de mercado, é o objeto dessa seção. Se a OR de desenvolver o campo de petróleo com a alternativa  $j$  for exercida, se obtém o seguinte VPL <sub>$j$</sub> :

$$\text{VPL}_j = V_j - I_{Dj} = (q_j \cdot P \cdot B) - I_{Dj} \quad (36)$$

O conceito de qualidade  $q$  facilita a análise de alternativas mutuamente exclusivas para desenvolver o campo sob incerteza, porque o “trade-off” de  $V$  com o investimento  $I_D$  é capturado por um simples parâmetro  $q$ <sup>73</sup>. A seleção da melhor alternativa para desenvolver um campo é exemplificada considerando três alternativas  $A_1(I_{D1}, q_1)$ ,  $A_2(I_{D2}, q_2)$  e  $A_3(I_{D3}, q_3)$ , onde  $I_{D1} < I_{D2} < I_{D3}$  e  $q_1 < q_2 < q_3$ . Qual a alternativa com maior VPL corrente? A resposta depende do preço do petróleo. A Figura 16 apresenta os VPLs das três alternativas como função dos preços do petróleo, conforme a eq. (36). Em OR, esse é o gráfico da situação “agora ou nunca” (ou seja, na data de expiração da opção).

---

<sup>73</sup> No modelo de fluxo de caixa rígido, se captura com duas variáveis,  $q'$  e  $C$ .

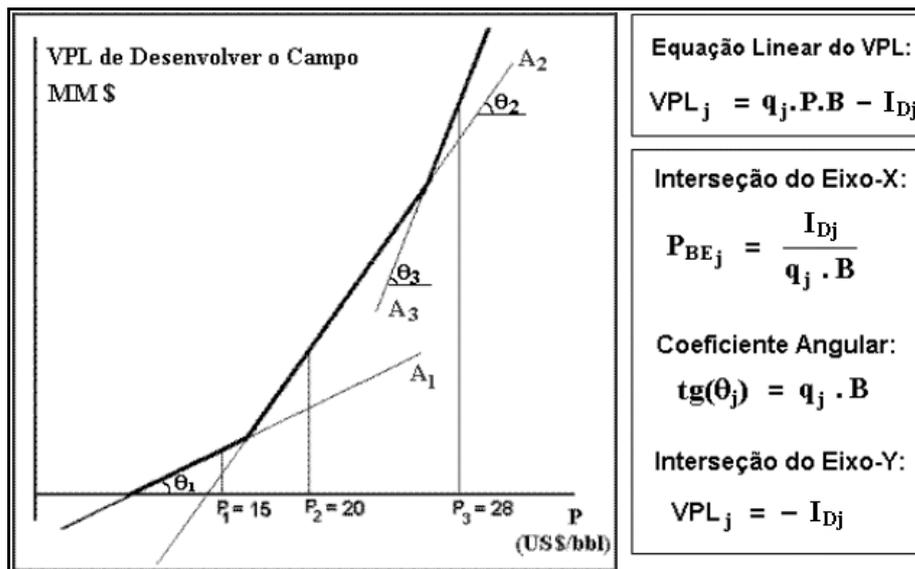


Figura 16 – VPL(P) para as Três Alternativas de Desenvolvimento

Cada alternativa tem um coeficiente angular específico, assim como uma interseção específica no eixo dos X. Esse último ocorre para  $VPL = 0$ , de forma que dá o CUP (preço de “break-even” em US\$/bbl) para cada alternativa. Já a interseção com o eixo dos Y dá o custo de desenvolvimento  $I_{Dj}$  da alternativa  $j$ . Já o coeficiente angular (tangente de  $\theta_j$ ) é relacionado à qualidade  $q_j$ . Esses parâmetros são fáceis de obter com uma planilha de FCD.

A Figura 16 também mostra que, para baixos preços do petróleo, por ex., para  $P_1 = 15$  \$/bbl, a alternativa 1 tem o maior VPL, enquanto que para um preço intermediário  $P_2$  a melhor é a alternativa 2. Já a alternativa 3 é mais atrativa para o caso de preços mais elevados do petróleo, com em  $P_3$ . Assim, nessa situação “agora-ou-nunca” a melhor alternativa de escala depende do preço do petróleo (ou da expectativa corrente de longo prazo para  $P$ , ver item sobre processos estocásticos). Entretanto, os preços do petróleo são incertos e em geral a decisão não é do tipo “agora-ou-nunca”, a companhia de petróleo tem algum tempo antes da expiração dos seus direitos de investir em desenvolvimento. Qual a melhor decisão nesse caso? Será melhor investir numa alternativa que já esteja “deep-in-the-money” ou é melhor esperar para ver a possibilidade de investir numa alternativa mais atrativa numa data futura?

A Figura 17 mostra o mapeamento dos gatilhos das alternativas ao longo do tempo, mostrando as regiões de exercício ótimo para cada alternativa (brancas) e as regiões de espera (cinzas), de dois anos antes da expiração até a expiração. Esse gráfico foi feito com ajuda do software do projeto de pesquisa Pravap-14.

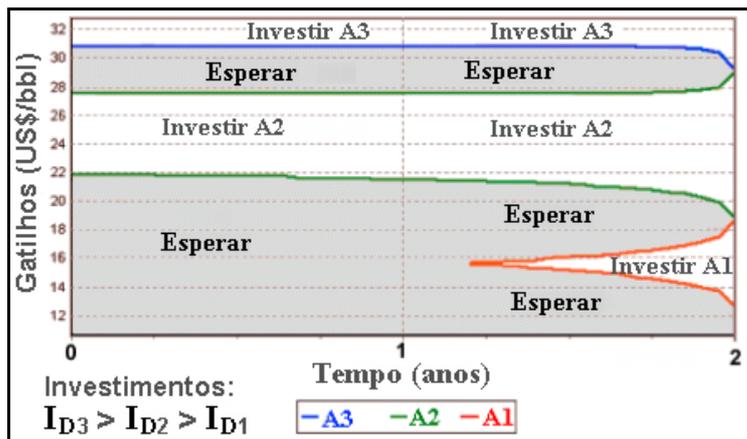


Figura 17 – Curvas de Gatilhos das Alternativas de Investimento

Note que, na expiração ( $t = 2$ ), a regra de investimento é escolher a alternativa com maior VPL (a regra indicada na Figura 16, mas para um caso numérico um pouco diferente). A Figura 17 mostra que, para dois anos antes da expiração ( $t = 0$ ) e para um preço do petróleo de US\$ 28/bbl, a política ótima de investimento é “esperar e ver”. Se o preço do petróleo aumentar para US\$ 31/bbl, a melhor ação é investir imediatamente na alternativa 3 (A3), enquanto que se o preço cair para US\$ 27,5/bbl o ótimo é investir logo na alternativa 2. A intuição por trás do ultimo caso é que se o preço do petróleo cair para US\$ 27,5/bbl, o valor da espera pela alternativa 3 é menor que o valor de exercer a alternativa 2. Em outras palavras, o custo de postergar o exercício da alternativa 2 é maior que o benefício da espera pelo possível maior benefício de exercer eventualmente a alternativa 3 no futuro (a depender da evolução dos preços do petróleo).

Assim, a Figura 17 mostra a existência de *regiões intermediárias de espera*, por ex., para  $t = 1$  ano existe essa região de espera entre as regiões de exercício ótimo das alternativas 2 e 3 para  $P$  entre 21,7 e 30,9 US\$/bbl. A existência dessa região intermediária de espera não foi considerada no artigo de Dixit (1993b), que apresenta esse modelo para o caso de opção perpétua<sup>74</sup>.

A Figura 18 mostra o gráfico dos VPLs das alternativas e o valor da opção real de escala (curva vermelha) para uma data anterior a expiração. Note a existência da região intermediária de espera entre as alternativas 2 e 3.

<sup>74</sup> No ano 2000, usando aproximações analíticas, o autor da tese encontrou essa surpreendente região de espera que contrariava Dixit (1993b). Isso motivou dois projetos do Pravap-14 para confirmar sua existência. Primeiro um projeto usando algoritmos genéticos e mais tarde um projeto usando o método tradicional de EDP. Com esse último projeto do Pravap-14, mais preciso que o primeiro, foi definitivamente confirmada a existência dessas regiões.

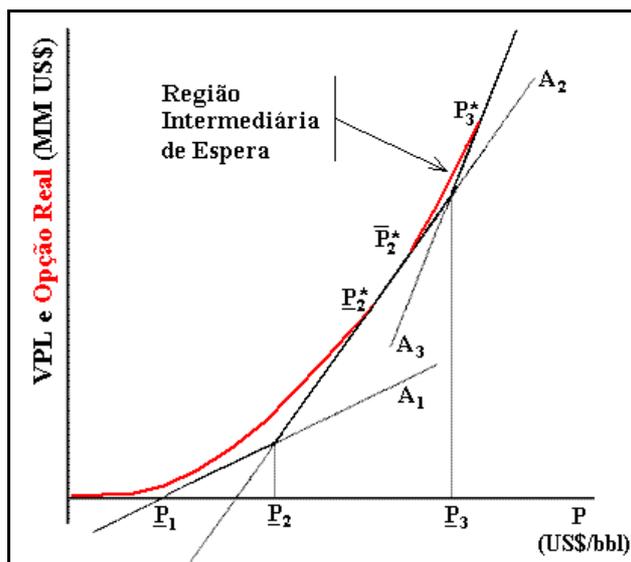


Figura 18 – Valor da Opção de Escala Antes da Expiração

Assim, a função valor da opção  $F(P, t)$  não possui “quinas”, exceto na expiração. Trabalhando independentemente e com opção perpétua (em vez de opção finita como aqui), Décamps & Mariotti & Villeneuve (2003) *provaram* matematicamente que essa região de espera em torno do ponto de indiferença entre os VPLs das alternativas 2 e 3 *sempre* ocorre (região é não-vazia) se eventualmente for ótimo investir na alternativa 2. Eles mostraram que se o “investimento em um projeto de escala menor for eventualmente ótimo, ... a região de investimento ótimo é dicotômica”. Eles mostraram (proposição 3.2) que o ponto de indiferença onde  $VPL_{A2} = VPL_{A3}$  não pertence à região de exercício ótimo. Ou seja, não pode haver “quinas” (descontinuidade na derivada) da função valor da opção. Eles provaram isso com ajuda do conceito de *tempo local*<sup>75</sup> para o *semimartingale* contínuo  $P(t)$ , aplicado a esse ponto de indiferença<sup>76</sup>.

Provavelmente a conclusão de Décamps & Mariotti & Villeneuve (2003) é ainda mais geral, sendo também *sempre* verdade para opções de maturidade finita, *exceto* na expiração da opção. Dias & Rocha & Teixeira, 2003, mostraram que isso é verdade para opções finitas pelo menos em todos os exemplos em que trabalharam, mas não foi feita uma prova formal que isso sempre ocorre.

<sup>75</sup> Ver, por ex., Karatzas & Shreve (1991, seção 3.6) para uma discussão sobre *tempo local*.

<sup>76</sup> Agradeço ao Professor Thomas Mariotti por me informar sobre seus resultados e pela proveitosa discussão por *e-mail* sobre o modelo de Dixit (1993b).

### 2.4.3. Modelo com Opção de Expansão

Nessa seção será apresentado um modelo de opção de expansão através de poços opcionais. Essa seção está baseada principalmente em Dias (2001a) e Dias (2004). O modelo anterior de análise de alternativas de escala sob incerteza de mercado proporciona uma importante ferramenta prática para avaliar a *intensidade ótima de investimento* para desenvolver um campo de petróleo. No entanto, o modelo é simples e por isso tem suas limitações. Por exemplo, ele não considerou a incerteza técnica remanescente sobre o tamanho e/ou qualidade da reserva. Ele também não considerou a possibilidade de prover as alternativas de menor escala com opções de expansão, de forma que em caso de cenários favoráveis (por ex., altos preços do petróleo), a produção possa ser aumentada.

Isso pode ser feito adicionando alguns poços ao sistema de produção e, em muitos casos, acrescentando módulos de processo para aumentar a capacidade do sistema de produção. No mar, isso é factível apenas *se* a plataforma for planejada, na fase de projeto, com áreas e cargas livres que tornem viáveis a interligação de novos poços e a instalação de novos módulos, para a eventualidade do exercício da opção. Ou seja, principalmente para o caso de plataformas marítimas, para embutir uma opção de expansão da produção na alternativa de escala escolhida existe um custo relevante, pois áreas e cargas em plataformas são caras, especialmente em sistemas flutuantes de produção (usado em águas profundas). Também, os dutos de escoamento da produção (oleoduto e gasoduto) podem ser dimensionados com um diâmetro um pouco maior (a um certo custo) que o necessário para atender a eventualidade de uma expansão da produção.

Em relação à incerteza técnica, a opção de expansão pode ser particularmente importante. Muitas vezes a melhor maneira de reduzir a incerteza técnica da reserva ao um nível adequado (a ser definido), é com o investimento prévio em informação, i. é, *antes do desenvolvimento* se investe em informação através da perfuração de poços adicionais de delimitação, ou testes em poços existentes, ou investindo num sistema piloto de produção, dentre outras *alternativas de investimento em informação*. Isso será estudado no cap. 3 e cap. 5.

Entretanto, algumas vezes o melhor caminho para reduzir a incerteza técnica remanescente na reserva é usando a *informação gerada pela produção acumulada*

*no campo*, por ex., analisando o comportamento dessa produção em vários pontos do reservatório (vários poços) e/ou medindo a pressão de fundo de poço depois de meses ou poucos anos de produção. Nesses casos, o investimento em informação antes do desenvolvimento não é adequado devido ao baixo potencial de revelar informação vis a vis o custo de obter essa informação.

Para esses casos o melhor meio para obter essa informação (reduzir a incerteza técnica) é embutindo opções de expansão na alternativa selecionada para desenvolver o campo. Dessa forma, dependendo da informação revelada pela produção acumulada sobre a quantidade e qualidade da reserva, se decide exercer ou não a opção, assim como que opção exercer (quais dos poços opcionais perfurar). Assim, em muitos casos pode ser ótimo planejar *poços opcionais* no plano de investimento. Esses poços serão perfurados (opções serão exercidas) em caso de combinações de cenários de mercado (preço do petróleo, taxas de sonda) e de cenários técnicos revelados com a informação proveniente da produção acumulada do reservatório. Em adição, a localização ótima exata de cada um dos poços opcionais, irá depender da informação obtida com a produção inicial do campo. O tema incerteza técnica será discutido em detalhes no cap. 3, mas esse exemplo será mais uma motivação para a análise do cap. 3, em especial o uso do conceito de distribuição de revelações, que é particularmente útil nos casos práticos de opção de expansão por permitir usar a simulação de Monte Carlo para combinar cenários de mercado (distribuições de processos estocásticos) com cenários técnicos revelados pela informação (distribuições de revelações).

Além da alternativa de embutir uma opção de expansão deixando áreas e cargas na plataforma, se poderia analisar a possibilidade de esperar o próprio declínio da produção (depleção do reservatório) que com o passar do tempo deixaria capacidade ociosa de processo. Com isso se poderia incorporar poços opcionais à plataforma quando a capacidade de processamento permitisse, conforme o simples modelo de OR de Ekern (1988). Mas mesmo nesse caso é necessário considerar a possível nova carga na plataforma dos novos *risers*<sup>77</sup> dos poços opcionais, assim como o possível custo adicional devido à modificação na *configuração submarina* (“subsea layout”) para considerar a possibilidade das

---

<sup>77</sup> Riser é um termo técnico usado na indústria para as *tubulações verticais* (muitas vezes flexíveis) que sobem na plataforma, ligando os poços à plataforma e a plataforma aos dutos submarinos de escoamento da produção processada.

linhas de fluxo dos poços opcionais irem em direção à plataforma. Também, em muitos casos o declínio da produção de óleo é acompanhado com um aumento da produção de água, de forma que a capacidade total da planta aos líquidos (óleo + água) não fica ociosa com o declínio da produção de óleo.

Entretanto, esses custos de embutir a opção de expansão são, em geral, só uma fração do investimento total e podem ter um grande potencial de benefícios ao perfurar esses poços apenas em cenários favoráveis de reservatório e/ou cenários favoráveis de mercado. Por outro lado, como o custo de embutir a opção de expansão se dá na fase de construção e o benefício só ocorre meses ou poucos anos após o início da produção, o efeito do desconto desses benefícios distantes reduz a atratividade da opção, de forma que é necessária uma valoração cuidadosa dos custos e benefícios da opção de expansão através de poços opcionais.

A análise econômica da opção de expansão com poços opcionais requer um estudo detalhado da contribuição marginal de cada poço no desenvolvimento global da reserva. Nesse estudo é necessário identificar os *poços candidatos* que podem se tornar poços opcionais. Poços com elevado risco de reservatório são candidatos primários porque com novas informações de reservatório esses poços poderiam se tornar desnecessários ou a sua localização ótima no reservatório poderia ser diferente. Outros poços candidatos a opcionais são aqueles que apresentaram VPL marginal negativo ou mesmo apenas um pouco positivo na análise da contribuição marginal de cada poço<sup>78</sup> de forma que a opção de perfurar esses poços não está suficientemente madura (não está “deep-in-the-money”).

Um aspecto que algumas vezes pode ser importante é a *depleção secundária* na área do reservatório que seria drenada por poços opcionais. A produção dos principais poços causa um diferencial de pressão no reservatório, induzindo alguma migração de petróleo da área dos poços opcionais para a área em que está havendo produção. Na maioria dos casos, a migração de petróleo no reservatório não significa que esse óleo será produzido pelos poços principais em operação pois esse petróleo pode ficar retido em zonas de baixa produtividade, ou mesmo pode levar um tempo excessivo (muitos anos) para chegar na distante região produtora. Em muitos casos esse petróleo jamais será produzido (campo será

---

<sup>78</sup> O método direto de estimar o VPL marginal de um poço é através da simulação do reservatório com e sem cada poço. Com as curvas de produção em cada caso, são calculados os dois VPLs, sendo que o VPL marginal de cada poço é a diferença entre esses VPLs.

abandonado antes). Essa depleção secundária age como um *dividendo* perdido pelo dono da opção, causando o mesmo efeito que a taxa de dividendos no modelo tradicional de OR – é maior o incentivo para exercer logo a opção (perfurar logo o poço opcional) quanto maior for o efeito da depleção secundária. Em outras palavras, a depleção secundária é um custo de oportunidade adicional da espera. A Figura 19 ilustra o fenômeno da depleção secundária num campo de petróleo.

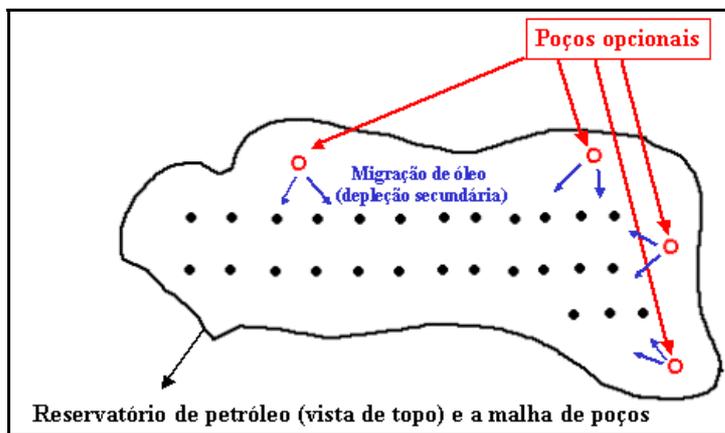


Figura 19 – Depleção Secundária em Reservatório de Petróleo

O método geral para analisar a opção de expansão através de poços opcionais, desde um ponto de vista prático, é:

- Defina a quantidade de poços “deep-in-the-money” para começar o plano básico de investimento em desenvolvimento da reserva, fazendo a análise da contribuição marginal de cada poço no VPL do campo através de diversas simulações de reservatórios;
- Defina a quantidade máxima de poços opcionais;
- Defina o momento esperado (pela produção acumulada) que a informação do reservatório será revelada (informação acumulada é suficiente para rever o estudo de geologia de reservatórios);
- Defina a produção marginal de cada poço opcional como função de parâmetros incertos e os possíveis cenários (distribuições de revelação a serem vistas no cap. 3) a serem revelados pela produção acumulada;
- Considere o fenômeno da depleção secundária nas áreas dos poços opcionais, caso se queira esperar mais após aprender sobre o reservatório;
- Simplifique o esforço computacional limitando a expiração da opção de perfurar os poços opcionais – lembrar que o VPL marginal desses poços é declinante devido à depleção secundária e pelo efeito da taxa de desconto;

- Adicione incerteza de mercado, simulando o processo estocástico para os preços do petróleo e talvez para a taxa diária de sondas que podem perfurar e completar esses poços opcionais;
- Combine as incertezas usando a simulação de Monte Carlo;
- Use uma curva de gatilhos para considerar o exercício ótimo antecipado da opção de perfurar os poços marginais e calcule o valor dessa opção; e
- Compare esse valor de opção com o custo de embutir a opção de expansão. O valor da opção de expansão deve ser maior que o custo de embutir a opção para justificar esse custo de flexibilidade no plano de desenvolvimento.

A Figura 20 apresenta a linha de tempo do problema da opção de expansão para um campo marítimo típico, que ajuda a entender os aspectos práticos da modelagem desse problema.

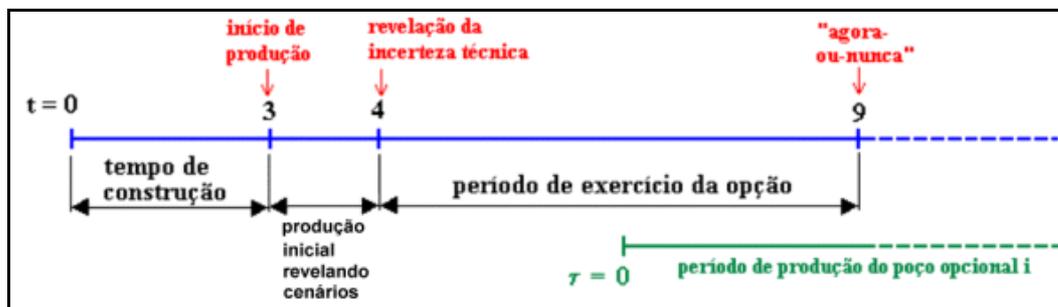


Figura 20 – Linha de Tempo (anos) da Opção de Expansão

A linha de tempo da Figura 20 considera um tempo de construção de três anos, do início do investimento até o início de produção em  $t = 3$  anos. Entre os anos 3 e 4, a produção inicial dos poços (não-opcionais) e eventuais testes de produção gera toda a informação técnica relevante nesse exemplo. Para o período entre o ano 4 e o ano 9, o exercício da opção de perfurar poços opcionais é considerado. A data limite de exercício (expiração) das opções no ano 9 é somente um valor prático devido tanto a depleção secundária como ao efeito de desconto de benefícios distantes que reduzem o seu valor (presente), de maneira que o valor da opção é muito pequeno após o ano 9 para propósitos práticos (lembre que o custo de embutir a opção de expansão se dá entre  $t = 0$  e  $t = 3$ ).

A Figura 20 também apresenta a linha de tempo para o poço opcional  $i$  que pode ser perfurado em qualquer data entre os anos 4 e 9.

Nesse exemplo, a simulação de Monte Carlo *para a incerteza técnica* é feita apenas em  $t = 4$ . A simulação do processo estocástico dos preços do petróleo

começa em  $t = 0$  e é necessária apenas até o exercício da opção de perfuração (em  $\tau_i = 0$  para o poço opcional  $i$ ). Depois do exercício da opção, é necessária somente a curva de valor esperado do preço do petróleo, pois aqui não são consideradas outras opções (como a opção de abandono), que poderiam introduzir assimetrias na distribuição de valor de cada poço. Para calcular o valor da opção real pelo método dos *ativos contingentes* e usando a *simulação de Monte Carlo*, deve-se trabalhar com valores neutros ao risco. A função *valor neutro ao risco* do poço opcional  $i$ ,  $V_i$  é dada pela seguinte integral (Dias, 2001):

$$V_i = \int_{t=\tau_i}^{\tau_i+30} \text{Max}(0, \{[P(t) Q_i(t)] - [COV_i Q_i(t)] - [COF_i - [ROY P(t) Q_i(t)]]\} (1 - T_c) e^{-r(t-\tau_i)} dt \quad (37)$$

Onde  $Q_i(t)$  é a curva de produção esperada para o poço  $i$ ,  $COV_i$  é o custo operacional variável desse poço,  $COF_i$  é o custo operacional fixo devido a esse poço (custo de manutenção do poço),  $ROY$  é a alíquota de royalties de produção (taxa típica aplicada à produção de petróleo) e  $T_c$  é a alíquota marginal corporativa de imposto de renda mais contribuição social. Está sendo considerado um tempo de produção fixo de 30 anos e custo de abandono igual a zero, para simplificar. O preço de exercício da opção do poço  $i$  (não mostrada na eq. 37) é a soma do custo de *perfuração* desse poço, com o custo de *completação* (equipagem do poço para poder produzir) e o custo de *linhas de fluxo + riser* desse poço, para interligá-lo à plataforma de produção. Note na eq. (37) que  $V_i$  está atualizado para a data de exercício da opção (em  $\tau_i$ ) com a taxa livre de risco  $r$ . Já o valor da opção, calculado na data  $\tau_i$ , deverá ser atualizado novamente com a taxa livre de risco até a data  $t = 0$ , a fim de poder comparar a soma dos valores das opções,  $\Sigma F_i$ , com o custo de embutir a opção real no projeto.

Na eq. (37),  $P(t)$  representa a curva de valor esperado do processo estocástico *neutro ao risco*. Lembrar que o valor da opção ( $F_i$ ) e a determinação do valor ótimo de exercício ( $V_i^*$ ) são calculados simulando processos estocástico neutros ao risco quando se usa o método de ativos contingentes. Nesse exemplo, está sendo considerado que a única fonte de incerteza de mercado é o preço do petróleo. Todos os fatores de custos são determinístico nesse exemplo.

Já  $Q(t)$ , que também é incerto na data  $t = 0$ , não precisa nenhum ajuste ao risco em sua distribuição de probabilidades, já que o risco técnico é diversificável

e não demanda prêmio de risco para acionistas de companhias de petróleo, assumindo que são investidores diversificados (ver detalhes no cap. 3). A curva  $Q_i(t)$  é uma função dos fatores incertos relacionados ao volume de reservas a ser drenado pelo poço  $i$ ,  $B_i$ , e à qualidade (produtividade) dessa reserva. A qualidade da reserva aqui será capturada por um *fator de declínio principal*  $\omega_i$ , pois quanto maior for esse fator, mais rápida a reserva  $B_i$  será produzida (e assim maior o valor presente de  $V_i$ ). Além disso, o potencial de produção  $Q_i(t)$  é penalizado por um outro fator de declínio  $\beta_i$ , causado pela depleção secundária, de forma que a curva de produção  $Q_i(t)$  do poço  $i$  é dada pelas equações:

$$Q_i(t) = Q_i'(0) e^{-\omega_i(t-\tau_i)} \quad , \quad t \geq \tau_i \quad (38a)$$

$$Q_i'(0) = Q_i(0) e^{-\beta_i(t-4)} \quad , \quad t \geq 4 \quad (38b)$$

$$Q_i(0) = \frac{1.000.000 * B_i}{365 * \sum_{t=0}^{29} e^{-\omega_i t}} \quad (38c)$$

Onde  $Q_i(0)$  é a produção inicial do poço  $i$  caso o início da produção ocorra no ano 4 em barris de óleo equivalente por dia (boe/dia); e  $Q_i'(0)$  é a produção inicial do poço  $i$  na data de exercício da opção (em boe/dia).  $B_i$  está em MM bbl.

Os valores de declínio  $\omega_i$  e  $\beta_i$  devem ser obtidos preferencialmente por simulação de reservatórios. Caso não seja possível/conveniente (prospecto exploratório, por ex.), pode-se usar uma média da área ou usar analogias com reservatórios similares. No caso de  $\beta_i$ , a simulação de reservatórios deve considerar a produção com os poços opcionais entrando na data  $t = 4$  anos (imediate exercício da opção de expansão) e em datas subsequentes. Isso permite até estimar um  $\beta_i(t)$ . Em vez das eqs. (37\_), a alternativa de usar diretamente simuladores de reservatórios para obter  $Q_i(t)$  é possível, mas pode demandar um trabalho muito maior em termos computacionais e de preparação de dados de entrada. Mas o uso de simuladores para obter  $Q_i(t)$  é uma tendência para o futuro.

Dessa forma são simuladas as incertezas técnicas na data de revelação de informação (ou data de revisão do estudo de reservatórios), que nesse exemplo ocorre no ano  $t = 4$  (um ano de produção acumulada). A informação gerada após  $t = 4$  é considerada irrelevante para alterar o modelo de reservatórios (ou os ajustes posteriores são considerados de pequena monta).

A simulação de Monte Carlo para avaliar OR em geral necessita de ser acompanhado por um algoritmo de otimização. Até cerca de 10 anos atrás se considerava inviável o uso de simulação de Monte Carlo para avaliar opções do tipo americana, que são a maioria dos casos de OR. No entanto, hoje existem inúmeras maneiras de se fazer isso. O mais popular método hoje é o chamado método dos *mínimos quadrados*, detalhado no artigo de Longstaff & Schwartz (2001), que tem sido analisado em livros textos tais como Tavella (2002).

A implementação dessa opção de expansão demanda um gerenciamento ativo em todas as fases do projeto. A comunicação entre as equipes de projeto nas diferentes fases do mesmo (estudo conceitual, estudo de viabilidade, projeto básico, projeto executivo, construção e montagem) é necessária para preservar a flexibilidade embutida na unidade de produção (plataforma) e na configuração submarina. Caso contrário, o desejo de “otimização” e “redução de custo” podem destruir o valor dessa opção em fases subseqüentes por equipes de projeto não-informadas sobre o valor dessa flexibilidade.

O modelo aqui apresentado pode ser inserido dentro da análise de alternativas de escala apresentada no item 2.4.2, ou seja, analisando cada alternativa com e sem opção de expansão. Isso foi implementado numa etapa posterior de um projeto do Pravap-14 e mostrou que alternativas de menor escala que eram praticamente dominadas por outras de maior escala, recuperavam a sua competitividade quando se acrescentam opções de expansão. Os problemas advindos dessa combinação de modelos são: (a) requer um maior cuidado na preparação dos dados de entrada do modelo para cada alternativa; e (b) é computacionalmente muito intensivo. Esse último é um problema cada vez menor com o avanço de velocidade dos computadores.

#### **2.4.4. Modelo com Opções Estendíveis**

Essa seção é baseada no artigo de Dias & Rocha (1998). As opções reais estendíveis ocorrem ou ocorreram no setor de exploração de petróleo em algumas regiões tais como na Europa (Kemna, 1993), Brasil e EUA. A idéia é que a expiração da opção pode ser estendida (ou prorrogada) para uma data futura a um certo custo. Em Kemna (1993), a análise considerava que se estava na *primeira expiração* da opção de investir para desenvolver o campo, de forma que o objetivo

era calcular o valor de uma opção simples a fim de verificar se ela pagava o custo de estender por mais um período essa opção. No caso esse custo era a perfuração de um poço exploratório que se sabia de antemão que seria seco. No setor petróleo o custo para estender a opção, muitas vezes é a realização de investimento exploratório adicional no bloco em questão (ou o pagamento do equivalente em dinheiro para a agência reguladora governamental). Em Dias & Rocha (1998) foi estudado o caso mais complexo em que se quer avaliar um bloco oferecido que tem essa característica de, após certo período se estender (ou não) o período da opção de desenvolvimento de um campo de petróleo descoberto no bloco.

Opções estendíveis ocorrem também no mercado financeiro e foi estudado pioneiramente por Longstaff (1990). O livro texto de Briys et al (1998) dedica um capítulo às opções estendíveis (cap. 16). Opções estendíveis são mais gerais que opções compostas pois podem ser vistas como o máximo entre uma opção de compra comum (“vanilla”) e uma opção composta (“call on a call”, opção de compra sobre opção de compra) menos o custo para obtê-la.

No caso de OR em petróleo, na maioria das vezes existem duas expirações. Mas existem casos (Brasil) de até três expirações. Considere o caso com duas expirações, sendo a primeira ocorrendo em  $t = T_1$ , quando a companhia de petróleo tem três opções: desenvolver o campo; devolver o bloco/campo para o governo; e estender a maturidade da opção para  $t = T_2$  (segunda expiração) a um custo  $K$  (que pode ser um investimento exploratório adicional). A Figura 21 ilustra as opções envolvidas na valoração de opções estendíveis em dois períodos.

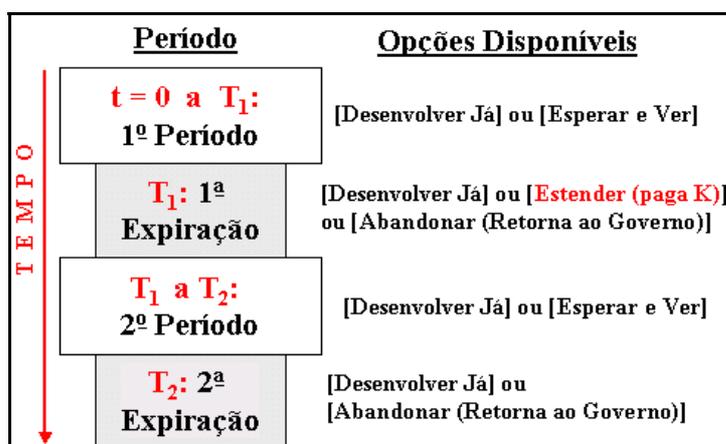


Figura 21 – Opções Estendíveis em Petróleo (Dois Períodos)

Escrevendo o resultado do exercício da opção como uma função do preço do petróleo, *i. é.*, o VPL de desenvolvimento como  $VPL(P)$ , obtém-se uma EDP para

o valor da opção  $F(P, t)$  de desenvolver o campo. No caso do preço (de longo prazo) seguir um MGB, essa EDP é igual à eq. (30) apresentada anteriormente. Em Dias & Rocha (1998) foi considerado um processo estocástico de reversão à média com saltos e assim a EDP é um pouco diferente. As condições de contorno são mostradas a seguir na Tabela 7, para o caso do valor da reserva desenvolvida  $V(P)$  ser descrita pelo modelo de negócios, eq. (23)<sup>79</sup>. Nessas equações,  $F_1$  denota o valor da opção no primeiro período, ou seja, vale para  $t \in [0, T_1]$ ;  $F_2$  denota o valor da opção no segundo período, i. é, vale para  $t \in [T_1, T_2]$ ; e  $F$  (sem índice) é geral, valendo para os dois períodos, i. é, para  $\forall t \in [0, T_2]$ .

Tabela 7 – Condições de Contorno para as Opções Estendíveis

Tipo de Condição de Contorno	Condição de Contorno	Equações
Trivial, $P = 0$	$F(0, t) = 0$	(39)
Primeira Expiração: $t = T_1$	$F_1(P, T_1) = \text{Max}[q B P - I_D, F_2(P, t) - K, 0]$	(40)
Continuidade (“value matching”) em $P = P^*, \forall t$	$F(P^*, t) = q B P^* - I_D$	(41)
Segunda Expiração: $t = T_2$	$F_2(P, T_2) = \text{Max}[q B P - I_D, 0]$	(42)
Contato suave (“smooth pasting”) em $P = P^*, \forall t$	$F(P^*, t) = V_P(P^*) = q B$	(43)

A Figura 22 a seguir mostra a curva do valor da opção real (ou valor da concessão) em  $t = T_1$  para o caso do preço do petróleo seguir um MGB.

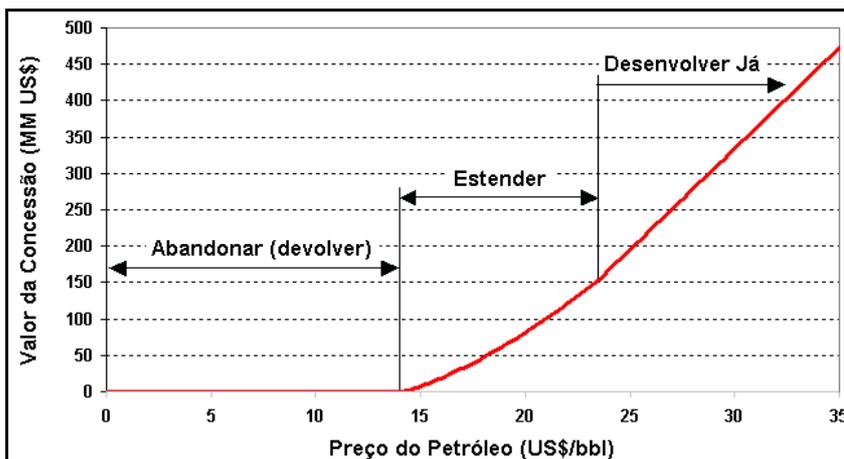


Figura 22 – Opção Estendível (MGB) na Primeira Expiração

Note que o gráfico da Figura 22 é similar ao caso de uma opção tradicional na expiração ( $\text{Max}[VPL(P), 0]$ ), com exceção dos valores da opção em um

<sup>79</sup> É um pouco diferente de Dias & Rocha (1998), onde os resultados foram normalizados pelo volume de reserva: lá o VPL, a opção  $F$  e o investimento  $I_D$ , são valores *por barril*.

intervalo de preços (aqui entre ~ 14 e 23,8 US\$/bbl) onde, em vez de uma linha reta, aparece uma curva. Essa curva ocorre pois nesse intervalo é ótimo pagar um valor K para estender a maturidade da opção real e assim é uma *curva de valor de opção*. Para valores abaixo de US\$ 14/bbl, o ótimo é devolver o campo para a agência governamental (não vale a pena nem pagar K e nem desenvolver o campo), enquanto que para valores superiores a US\$ 23,8/bbl, o melhor é desenvolver logo o campo (a concessão estaria “deep-in-the-money”). O formato desse gráfico é similar ao mostrado em Longstaff (1990, Fig.1, p.939). Para outros detalhes sobre opções estendíveis, ver Dias & Rocha (1998)<sup>80</sup>.

#### 2.4.5. Modelo com Opção de Abandono

Assim como foi visto que a opção de investir (desenvolver) é análoga a uma opção de compra (americana), a opção de abandono também pode ser vista como análoga a uma *opção de venda*. Essa analogia muitas vezes é usada em software para opções reais de abandono de um projeto, mas não exclusivamente.

O abandono de um campo de petróleo é inevitável em função do declínio da produção de um campo de petróleo ao longo dos anos. Um fator de declínio de produção típico é da ordem de 10% ao ano. A análise da opção real de abandono em campos de petróleo é importante na prática por pelo menos três razões.

Primeiro, para determinar o momento ótimo de se tomar uma decisão irreversível de abandonar esse campo. Será aqui visto que o uso do fluxo de caixa descontado (FCD) leva ao abandono prematuro do campo quando comparado com a teoria das OR.

Segundo, na análise de valor de campos maduros (campos próximos do final da vida produtiva) para efeito de venda total ou parcial, a não consideração do valor das OR leva a companhia de petróleo a subestimar o valor dos campos e assim vendê-los barato. Lembrar (item 2.1.2) que a Chevron usou OR para valorar e comprar campos maduros (possivelmente o vendedor subestimou o valor desses campos ao ignorar o valor das OR em campos maduros).

Terceiro, as reservas do campo (volume recuperável de petróleo) são subestimadas quando se usa o FCD como critério de abandono, em vez da teoria

---

<sup>80</sup> Ver também [www.puc-rio.br/marco.ind/extend.html](http://www.puc-rio.br/marco.ind/extend.html) para discussões adicionais.

das OR, devido ao abandono prematuro recomendado pelo FCD. Assim, a teoria das OR é bastante relevante para efeito de estimar o volume de reservas.

Note que para efeito de cálculo de reservas, a consideração da data esperada de abandono é bem relevante em qualquer fase da vida do campo (mesmo antes de ser desenvolvido), pois o indicador “volume de reservas” é nominal (não sofre efeito de desconto de atualização, como ocorre com valor monetário). Já para decisões de desenvolvimento do campo, o valor da opção real de abandono geralmente não é muito relevante devido ao efeito do desconto, já que a vida produtiva esperada de campos de petróleo em geral é superior a 20 anos. Rever a discussão da Figura 12 sobre o efeito da OR de abandono na função VPL(P).

O abandono de campos de petróleo incorre em custos de tamponamento seguro dos poços, remoção de equipamentos e recuperação ambiental. São os *custos de abandono*, os quais podem ser substanciais para campos marítimos<sup>81</sup>. As decisões de abandono ou de *desinvestimento*, na presença de custos de abandono, são similares às decisões de investimento. Conforme definem Dixit & Pindyck (1994, p.3), “*investimento é o ato de incorrer em custos imediatos na expectativa de futuros benefícios*” e “*uma firma que fecha uma planta que gera prejuízos está também ‘investindo’ ... benefício é a redução de perdas futuras*”. Assim a opção de abandono pode ser tratada de forma similar a opção de investir. Realmente, as opções de compra e de venda têm relações de *paridade* (ou simetria) entre si (mesmo as americanas, ver McDonald & Schroder, 1998). Isso significa que um software que resolve opções (americanas) de compra, resolve também opções (americanas) de venda através duma permutação específica dos dados de entrada.

Para entender a diferença entre os critérios do FCD e OR em relação ao abandono, especialmente o fato que o abandono é prematuro quando se usa o critério do FCD, considere um exemplo bem simples. Seja o custo de abandono igual a zero a fim de focar no efeito da incerteza na data de abandono. Considere que a decisão é entre abandonar no início do ano  $t$  ou no início do ano  $t + 1$ , sendo que não se pode abandonar depois do final de  $t + 1$  (imagine que é o limite legal do prazo da concessão e ela não será renovada). Assuma também que a incerteza é apenas no valor do fluxo de caixa no início de  $t + 1$  e que essa incerteza é

---

<sup>81</sup> O custo de abandono esperado do campo de Marlim, na Bacia de Campos, é da ordem de 500 milhões de dólares americanos.

representada apenas por dois cenários de mercado (preço do petróleo): otimista e pessimista. Imagine que a firma tem a prática de vender toda a produção do ano no mercado futuro, fixando o preço do início do ano. Assim, o fluxo de caixa líquido hoje, no início do ano  $t$ , é conhecido e igual a  $-1$  milhão de US\$ (prejuízo). A Figura 23 a seguir ilustra esse exemplo estilizado conceitual.

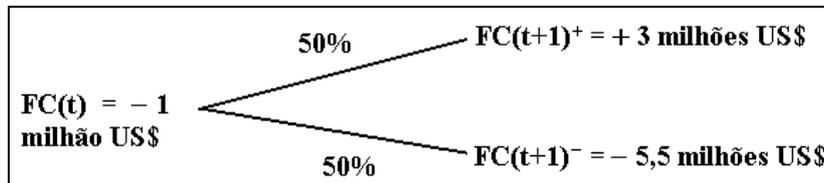


Figura 23 – Efeito da Incerteza na Data de Abandono

Note que o valor esperado em  $t + 1$ ,  $E[FC(t+1)] = 50\% \times 3 + 50\% \times (-5,5) = -1,25$  é menor que  $FC(t)$ . Isso ocorre por causa do declínio da produção ao longo do tempo. Um raciocínio de FCD poderia sugerir o imediato abandono (evitando o FC negativo de  $-1$  MM\$), sabendo-se que a tendência é *em média* o prejuízo aumentar. Mas como existe incerteza e opções, a teoria das OR pode recomendar a espera na decisão de abandono. Realmente, no início de  $t + 1$  se ocorrer o cenário otimista, a firma vai produzir até o final de  $t + 1$ ; enquanto se ocorrer o cenário pessimista ela exerce a opção de abandonar no início de  $t + 1$  (evitando o prejuízo de  $-5,5$  MM\$). Assim, em  $t + 1$  o valor de opção é  $50\% \times 3 + 0 = 1,5$  MM\$, valor positivo. Seja  $10\%$  a taxa de desconto. O valor atualizado é então  $= 1,5/1,1 = 1,364$  o que mais que compensa o prejuízo em  $t$ . Assim, o valor da opção no início do instante  $t$  é  $F(t) = \text{Max}[0, -1 + 1,364] = 0,364$  MM\$.

A regra de decisão das OR nesse exemplo é: (a) produza em  $t$  mesmo com prejuízo; (b) no início do ano  $t + 1$ , caso ocorra o cenário otimista, continue produzindo e ganhe  $5,5$  MM\$, caso contrário exerça a OR de abandono. Já o FCD recomendaria abandonar logo no início de  $t$ . Assim, a data de abandono das OR ocorre depois (ou melhor, nunca antes) da data recomendada pelo FCD.

Logo, usando o critério das OR a firma produz de um ano a dois anos *a mais* que no critério do FCD, nesse exemplo simples. Isso significa que o indicador “volume de reservas” é maior quando se leva em conta a incerteza de mercado e se reconhece que o abandono é uma opção. Portanto, o FCD não só subestima o valor do campo (especialmente em campos maduros) como também subestima o volume de reservas, devido a recomendar o abandono prematuro.

O esquema anterior pode ser generalizado com uma diferença de tempo pequena entre  $t$  e  $t + 1$ , e assim o raciocínio anterior é válido mesmo se a firma vende diariamente a produção no mercado spot. Com probabilidades ajustadas (neutras) ao risco e consistentes com um processo estocástico adequado e considerando um intervalo de tempo pequeno, pode-se aplicar as ferramentas tradicionais de solução de OR (binomial, métodos de EDP, etc.).

Os dois principais modelos de opção de abandono são devidos a Myers & Majd (1990) – que explora a analogia entre opção de abandono e opção financeira de venda, e os *modelos de histerese* descritos no capítulo 7 de Dixit & Pindyck (1994) – que considera a interação de outras opções como a de parada temporária e a de reativação, assim como os respectivos custos de preservação (em caso de parada temporária) e de reativação.

Uma extensão do modelo de Myers & Majd (1990), com duas variáveis estocásticas, pode ser usado também para a aplicação de *opção de troca de ativos* (“switch option”), em que se abandona um projeto em troca de outro projeto, i.é, se procura um uso alternativo para um ativo em um outro projeto. Isso será visto a seguir, sendo mencionado um caso real famoso da Petrobras.

#### **2.4.6. Modelo de Opção de Mudança de Uso**

Esse modelo é baseado no apêndice do artigo de Myers & Majd (1990). Tecnicamente é uma opção de troca de um ativo de risco por outro ativo de risco (“switch option”). Antes, será descrito um caso real de um ativo (navio P.P. Moraes) que foi usado em vários diferentes projetos ao longo de mais de 40 anos, o que ilustra a relevância da opção de mudança de uso no setor petróleo.

O Navio Presidente Prudente de Moraes (“P.P. Moraes”) foi construído no final da década de 50 no estaleiro da Verolme, na Holanda, com 32.945 ton. de porte bruto e comprimento de 202,54 m. (navio de porte médio). Em janeiro de 1959 foi incorporado à frota de petroleiros da Petrobras, sendo denominado “Presidente Juscelino” (presidente da época)<sup>82</sup>. Em 1966 teve um problema nas turbinas e caldeiras e foi enviado para um estaleiro de Baltimore (EUA), onde mudou o nome para “Presidente Prudente de Moraes”. Assim, o primeiro uso foi em projetos de transporte de petróleo na costa brasileira.

---

<sup>82</sup> Recentemente (2004), esse navio voltou a ser chamado “Presidente Juscelino”.

Em 1971 foi docado no Japão sofrendo a sua primeira conversão (primeiro exercício da opção de mudança de uso): aumento de capacidade para 53.600 ton. de porte bruto, com acréscimo no comprimento e na altura (acrécimo de uma extensão no meio do casco, e de uma faixa para elevá-lo). Assim, foi usado em viagens de longo curso internacionais (Líbia, Nigéria, Gabão, EUA, Venezuela), ainda no transporte de petróleo, mas ampliando os horizontes. Uma motivação para isso foi a elevação dos preços de fretes no mercado internacional.

Em 1976, uma nova e mais radical conversão em estaleiro no Japão fez o P.P. Moraes passar de navio-tanque para navio de processo, abandonando o transporte de petróleo para se dedicar à produção: sistema provisório de produção do campo de Garoupa, na Bacia de Campos, em 100 metros de lâmina d'água (considerada profunda na época). Houve atrasos e o sistema só entrou em produção em fevereiro de 1979. Foi o terceiro uso desse ativo e o segundo exercício da opção de mudança de uso.

Em outubro de 1981, com a instalação do sistema definitivo de Garoupa, o P.P. Moraes sofre nova mudança de uso, saindo de Garoupa e indo antecipar a produção do campo de Badejo, enquanto uma plataforma auto-elevatória era preparada para produzir o campo. Assim, o projeto provisório de Garoupa foi abandonado e o ativo usado em um novo projeto.

Após deixar o campo de Badejo três anos depois, ele sofre nova conversão em estaleiro do Rio de Janeiro: é instalado um sistema para processar também o gás natural e sofre uma adaptação no sistema de ancoragem. Em outubro de 1987 entra em produção a Fase 1 do campo de Albacora, registrando um recorde mundial de ancoragem (230 m.). O projeto de Albacora foi o mais longo da fase de navio de processo do P.P. Moraes: 5 anos e meio. Foi o quinto uso desse ativo e a quarta vez que a opção de mudança de uso foi exercida.

Em 1993 é desativado esse sistema piloto de Albacora (entrou o sistema definitivo). O P.P. Moraes é então docado em estaleiro no Rio de Janeiro para nova conversão. É instalado o maior sistema “turret” do mundo, tendo sido feito uma abertura de 12 metros de diâmetro na sua proa, além de outras adaptações e reformas na estrutura e na planta de processo. Em 1997 entra em produção o sistema piloto de Barracuda/Caratinga na Bacia de Campos, em lâmina d'água (LDA) de 840 metros. O nome do navio passa a ser Petrobras 34 (P-34).

Em 2003 foi abandonado o projeto piloto de Barracuda/Caratinga. A P-34 é novamente enviada para conversão em estaleiro visando produzir em LDA de 1350 metros em um novo projeto, dessa vez na costa do estado do Espírito Santo, no campo de Jubarte, com início de operação previsto para 2005. A obra inclui adaptação da planta de processamento para produzir/processar óleo pesado. Foi o sétimo uso desse ativo e a sexta vez que a opção de mudança de uso foi exercida!

O modelo de Myers & Majd (1990) com duas variáveis estocásticas é adequado para análise de várias (mas não todas) decisões irreversíveis de mudança de uso de ativos na indústria de petróleo, dentre as quais pode-se citar:

- (a) Conversão duma sonda de *perfuração* do tipo semi-submersível em um sistema flutuante de *produção*<sup>83</sup>, dependendo do valor da taxa diária de sonda no mercado e do valor de mercado do sistema flutuante de produção;
- (b) Essa mesma sonda de perfuração flutuante pode ser convertida num flotel, ou seja, um hotel flutuante usado para dar apoio operacional principalmente em instalações de novas plataformas;
- (c) Converter uma unidade semi-submersível que só perfura em águas rasas para ancorar em águas profundas e/ou instalar um sistema de posicionamento dinâmico, estendendo a aplicabilidade da sonda. Isso vai depender da diferença de taxas diárias de sondas do mercado para águas rasas e águas profundas;
- (d) A recompletação de um poço, abandonando uma zona produtora (com baixa vazão devido à depleção) para produzir outra zona do reservatório atravessada pelo poço; e
- (e) Abandono duma unidade de refino, convertendo-a numa unidade diferente (produto de maior valor ou de menor custo) ou até mesmo para aproveitar o terreno localizado na refinaria e/ou a capacidade das utilidades (geração elétrica, ar comprimido, sistema de VAC) associadas ao projeto para atender uma outra unidade.

Para o caso mais geral de uma seqüência de opções de mudança de uso, pode-se usar um modelo mais geral de opções compostas. O modelo de Myers & Majd considera apenas uma opção de mudança. Embora seja uma simplificação,

---

<sup>83</sup> Retira a torre de perfuração (e outros equipamentos) e instala uma planta de processo.

já é um grande avanço em relação ao método do FCD tradicional que não considera opções interagindo com a incerteza. Assim esse modelo já incorpora um valor adicional que o FCD não captura. Se incluir outras opções de mudança de uso, existirá um valor adicional não capturado pelo modelo de Myers & Majd (e que o modelo tradicional do FCD ficaria ainda mais distante), mas deve-se levar em conta que devido ao efeito do desconto do valor no tempo, essas opções da *segunda* mudança de uso em diante teriam valores presentes menores do que a primeira opção de mudança de uso (seriam efeitos de segunda ordem).

Para apresentar o modelo de Myers & Majd, primeiro deve-se definir o valor de uso alternativo. O valor de uso alternativo (E) (ou “salvage value” ou valor residual, ou valor de oportunidade), em qualquer instante, é o valor de mercado do ativo para o melhor uso alternativo. Esse valor tem de ser *líquido* de todos os custos para converter de um uso para o outro.

A Figura 24 a seguir, baseada em Myers & Majd (1990), mostra o valor corrente do projeto (V) e o valor de uso alternativo (E) dos ativos do projeto declinando exponencialmente com a passagem do tempo. Esses declínios esperados podem (e em geral são) diferentes. Por ex., no caso de um reservatório com duas zonas produtoras, enquanto a zona em produção sofre um esperado declínio exponencial, a zona alternativa (jazida mais profunda) tipicamente se mantém com o mesmo potencial (nesse caso a curva E seria uma reta horizontal). Já no caso de um petroleiro o uso principal no transporte de longo curso teria um valor declinante com o tempo (custo crescente com o tempo, restrições ambientais limitando o mercado<sup>84</sup>, etc.) enquanto que o uso alternativo como unidade de produção (FPSO<sup>85</sup>) teria um declínio menor no seu valor (teria algum declínio, já que os custos de conversão são crescentes com a idade/estado do navio).

---

<sup>84</sup> Ex: existem portos que exigem que os petroleiros tenham casco duplo para operar, por segurança ambiental (essa exigência não existia na época de construção de muitos petroleiros).

<sup>85</sup> Floating Production Storage and Offloading, unidade que processa e armazena petróleo.

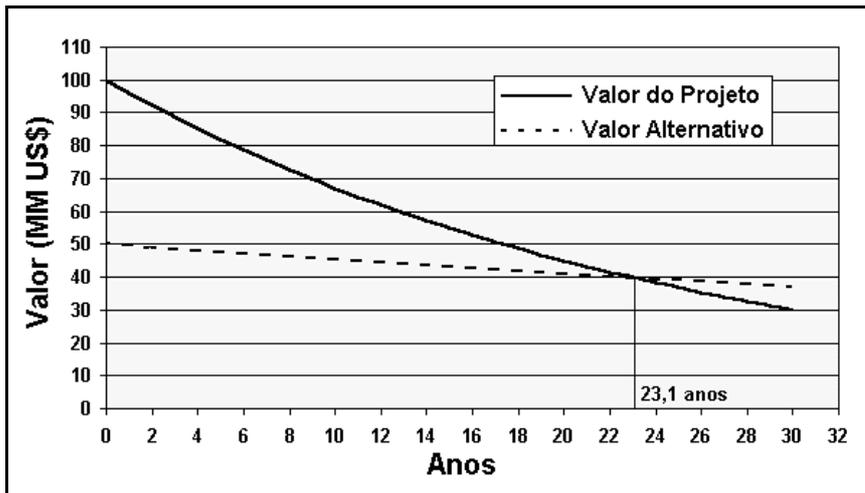


Figura 24 – Valor do Projeto (Ativo) e Valor de Uso Alternativo

Na Figura 24, se não houvesse nenhuma incerteza, haveria uma mudança de uso após 23,1 anos. No entanto, devido à incerteza em  $V$  e em  $E$ , o tempo em que isso ocorrerá é incerto. Adicionalmente, mesmo na situação dos dois ativos com valores iguais e um com tendência de declínio superior ao outro, devido à incerteza existente e a irreversibilidade associada a essa tomada de decisão, o exercício da opção de mudança de uso exige um valor superior ( $E > V$ ) por um montante igual ao chamado *prêmio de opção*, que é um custo de oportunidade adicional de abandonar o projeto em troca de outro.

Em outras palavras, é necessário considerar a probabilidade do valor do projeto  $V$  subir (ou declinar menos que o esperado) e/ou o valor de  $E$  declinar além do esperado, depois da firma incorrer no custo irreversível de conversão do ativo. Assim, o ativo  $E$  precisa estar suficientemente “deep in the money” para que a opção de mudança de uso seja exercida otimamente.

No caso mais geral do modelo de Myers & Majd, tanto o valor do projeto  $V$  como o valor de uso alternativo  $E$  são incertos (com tendências declinantes), ou seja,  $V$  e  $E$  seguem processos estocásticos. O modelo adota para ambos os ativos o MGB. Assim as equações estocásticas para  $V(t)$  e  $E(t)$  são:

$$dV/V = \alpha_V dt + \sigma_V dz_V \quad (44)$$

$$dE/E = \alpha_E dt + \sigma_E dz_E \quad (45)$$

Os ativos  $V$  e  $E$  em geral são correlacionados, e essa correlação geralmente é positiva, pois os usos alternativos são dentro da mesma indústria (no caso a do petróleo). Formalmente, se esses dois processos são correlacionados, então:

$$E[dz_V dz_E] = \rho dt \quad (46)$$

Onde  $\rho$  é o coeficiente de correlação entre os dois processos estocásticos.

Para deduzir a EDP do modelo de Myers & Majd (1990), pode-se usar o Lema de Itô para duas variáveis estocásticas, que dá a expansão de  $F(V, E, t)$ :

$$\begin{aligned} dF = & F_t dt + F_V dV + \frac{1}{2} F_{VV} (dV)^2 + F_E dE + \frac{1}{2} F_{EE} (dE)^2 + \\ & + \frac{1}{2} F_{VE} (dV \cdot dE) \end{aligned} \quad (47)$$

Onde os subscritos denotam derivadas parciais (ex.:  $F_{VE} = \partial^2 F / \partial V \partial E$ ). A correlação aparece no termo  $dV dE$ , por ex., se  $V$  e  $E$  seguem MGB correlacionados, então  $dV dE = \sigma_V \sigma_E V E \rho dt$  (como antes, os termos  $dt$  de expoente  $> 1$  são desprezados quando comparados com os termos em  $dt$ ).

No entanto, se os processos estocásticos de  $V(t)$  e  $E(t)$  são MGB, é possível reduzir a dimensionalidade do problema graças as excelentes propriedades matemáticas do MGB que o tornaram tão popular. Especificamente, como no clássico artigo de McDonald & Siegel (1986), o valor da opção  $F$  é homogêneo de grau um em  $V$  e  $E$ , enquanto que o gatilho normalizado  $(V/E)^*$  é homogêneo de grau zero, se  $V$  e  $E$  seguirem MGB em geral correlacionados. Homogeneidade de grau um significa que se dobrar ambos  $V$  e  $E$ , o valor da opção  $F$  será dobrado também<sup>86</sup>. Na aplicação, pode-se trabalhar normalizando os valores em relação à variável  $E$ , ou seja, defina  $\mathbf{p} = V/E$  e  $\mathbf{f} = F/E$ , então graças à homogeneidade de  $F$ :

$$F(V, E, t) / E = F(V/E, 1, t) = \mathbf{f}(\mathbf{p}, t) \quad (48)$$

Assim reduziu-se a dimensionalidade do problema, pois em vez de trabalhar com duas variáveis estocásticas  $V$  e  $E$ , se trabalha com apenas uma variável  $\mathbf{p}$ , resultando numa EDP mais simples de trabalhar e bastante familiar. Pode-se demonstrar<sup>87</sup> que essa variável estocástica  $\mathbf{p} = V/E$  segue o seguinte MGB:

$$d\mathbf{p} = (\alpha_V - \alpha_E + \sigma_E^2 - \rho \sigma_V \sigma_E) \mathbf{p} dt + (\sigma_V dz_V - \sigma_E dz_E)$$

Também se pode provar que a EDP do valor da opção normalizada  $\mathbf{f}(\mathbf{p}, t)$  é:

$$\frac{1}{2} (\sigma_V^2 - 2 \rho \sigma_V \sigma_E + \sigma_E^2) \mathbf{p}^2 \mathbf{f}_{pp} + (\delta_E - \delta_V) \mathbf{p} \mathbf{f}_p - \delta_E \mathbf{f} + \mathbf{f}_t = 0 \quad (49)$$

Note as semelhanças da eq. (49) com a eq. (30). Aqui  $\delta_E$  faz o papel da taxa de juros livre de risco  $r$  e, por comparação, a parcela entre parênteses no primeiro termo da eq. (49) é uma volatilidade do ativo básico normalizado  $\mathbf{p} = V/E$ , denominada volatilidade combinada  $\sigma_p$ :

<sup>86</sup> Uma função é homogênea de grau  $n$  em  $\mathbf{x}$  se  $F(t\mathbf{x}) = t^n F(\mathbf{x})$  para todo  $t > 0$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  (inteiros), sendo  $\mathbf{x}$  um vetor de variáveis.

<sup>87</sup> A demonstração é igual ao do caso análogo em Dias, 1996, onde as duas variáveis estocásticas eram o valor  $V$  e investimento  $I$ .

$$\sigma_p^2 = \sigma_V^2 - 2\rho\sigma_V\sigma_E + \sigma_E^2 \quad (50)$$

Essa eq. (50) também é conhecida por ser a variância da diferença de duas variáveis aleatórias correlacionadas  $V - E$ .

Outros parâmetros do modelo a serem estimados são as taxas de dividendos dos ativos  $V$  e  $E$ . Isso pode ser feito por pelo menos duas maneiras equivalentes:

- (a) Sabe-se que o retorno total ou a taxa ajustada ao risco é  $\mu = \alpha + \delta$ . Tendo a taxa  $\mu$  e uma estimativa do declínio ( $\alpha$ ), então a taxa de dividendos sai por diferença:  $\delta = \mu - \alpha$ . Na aplicação, a tendência  $\alpha$  é negativa, tanto para o valor corrente  $V$  como para o de uso alternativo  $E$ ; e
- (b) Na estimativa dos fluxos de caixa para calcular o atual valor de mercado de  $V$  ou  $E$ , basta fazer a relação entre o valor do fluxo de caixa de cada ano ( $t$ ) com o valor restante do projeto corrente  $V(t)$  ou do projeto alternativo  $E(t)$  (valor presente dos fluxos de caixa restantes a partir de  $t$ ) e depois tirar uma média<sup>88</sup> dos valores de  $\delta(t)$ .

Um exemplo: Se a taxa de declínio do ativo  $V$  é  $\alpha_V = -4\%$  pa. e a taxa de desconto (real e após os impostos) é  $\mu_V = 6\%$  pa., então a taxa de dividendos de  $V$  é  $\delta_V = 6 - (-4) = 10\%$  aa. Se a taxa de declínio do ativo  $E$  é  $\alpha_E = -1\%$  aa., e a taxa de desconto é  $\mu_E = 5\%$  aa., então  $\delta_E = 5 - (-1) = 6\%$  aa.

As condições de contorno da EDP dada pela eq. (49) devem considerar que o preço de exercício agora é unitário, mas essa é uma opção de venda (“put”). Ou seja, deve-se exercer a opção quando a variável  $p$  atingir um preço de gatilho  $p^* = (V/E)^*$ , suficientemente baixo pois  $E$  tem de ser suficientemente maior que  $V$  para que seja atrativo fazer a troca de  $V$  por  $E$ . Assim, se obtém condições de contorno facilmente, por ex., a condição de continuidade (“value matching”) é dada simplesmente por  $f(p^*, t) = 1 - p^*$ , enquanto que a condição de contato suave é ainda mais simples:  $f_p(p^*, t) = -1$ .

O gráfico típico do valor da opção de mudança de uso, para um certo momento  $t$  antes da expiração, é mostrado na Figura 25. Note que o perfil desse gráfico é igual ao de uma opção de venda (“put”) americana.

---

<sup>88</sup> Repare que a taxa de dividendos  $\delta$  não necessariamente é declinante: embora no caso os fluxos de caixa tenham tendência declinante, o valor do projeto também declina. Assim a razão  $\delta$  pode se manter aproximadamente constante. O artigo de Myers & Majd (1990) inclui um exemplo em que as taxas de dividendos variam com o tempo (3 taxas em 3 fases de  $V$ ).

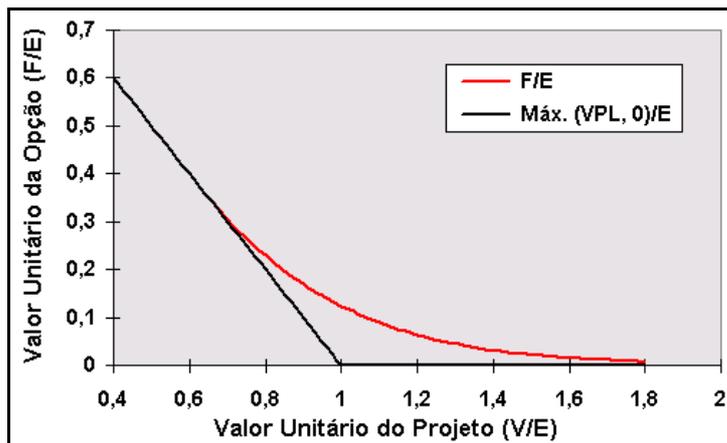


Figura 25 – Valor da Opção de Mudança de Uso Antes e na Expiração

O *tempo de expiração* da opção de mudança de uso é geralmente longo. Muitas vezes se pode colocar o tempo de vida do projeto, outras vezes colocar um valor perto da vida útil de algum equipamento chave do projeto, etc. Ao contrário do caso de concessões de blocos de exploração, em que o tempo de expiração é determinado no edital de licitação, no caso de petroleiros, sondas, unidades de refino, etc., esse tempo tem de ser estimado<sup>89</sup>.

#### 2.4.7. Modelos de Regulação e Incentivos em Petróleo

Nesse item será visto, de forma sumária, como a teoria das OR pode ajudar o *desenho de incentivos* e o aperfeiçoamento da regulação do setor petróleo. Serão apenas mencionados casos selecionados, alguns sendo aplicações reais de opções reais no setor petróleo. Em termos de literatura, existem artigos gerais (não específicos do setor petróleo) de regulação usando opções reais, como em Dixit (1991) e Teisberg (1988, 1993, 1994). Na indústria brasileira, os artigos de Gonçalves & Medeiros (2002) e de Santos & Guerra & Nunes (2001), tratam do tema. Há uma carência de literatura específica de regulação no setor petróleo.

##### 2.4.7.1. Tempo de Expiração da Opção Exploratória

O primeiro caso é sobre a regulação do tempo exploratório que as firmas tem para explorar um bloco. Após esse tempo a firma devolve o bloco todo exceto a área em que tenha sido descoberto algum campo (se houver). Nesse caso, a

<sup>89</sup> Existe uma literatura recente de opções com tempo de expiração incerto, por ex., Berrara (1999). Algumas aplicações de opções reais irão se beneficiar dos resultados desses estudos.

firma tem de apresentar um plano de imediato investimento no desenvolvimento do mesmo. Com a abertura do setor petrolífero brasileiro, esse tópico foi objeto de um debate público no Brasil, onde o artigo de Dias & Rocha (1998) teve uma importante participação, através de um artigo do ex-ministro e Deputado Federal Delfim Netto (1999).

Em 1997 uma nova lei foi aprovada no Congresso Nacional regulando a abertura do setor petrolífero brasileiro e definindo o regime fiscal (sistema de concessão). Essa lei previa a licitação de áreas para exploração de petróleo, abertas a todas as companhias que preenchessem um nível mínimo de capacitação técnica e econômica. No início de 1998, a ANP disponibilizou na internet (para debate e sugestões) a primeira minuta das regras para a licitação dos blocos exploratórios, que incluía o prazo do período exploratório e a característica de poder estender esses prazos em caso de novo comprometimento em investimento exploratório (visto no tópico sobre opções estendíveis). Em cima dessa minuta, foi escrito o artigo de Dias & Rocha (1998). Nesse artigo, foi analisada a proposta de prazo da minuta da ANP em relação aos prazos das fases de exploração, assim como alternativas para esses prazos.

Na minuta da ANP, a proposta era um prazo total de 5 anos, sendo três anos no primeiro período e uma extensão para mais dois anos em caso de comprometimento de fazer investimentos exploratórios adicionais (um ou dois poços, a depender da área). Esse prazo foi considerado muito curto pela indústria de petróleo, especialmente para casos como a exploração de águas profundas (áreas mais atrativas no Brasil) e em outros locais de difícil acesso e poucas informações existentes, como na Amazônia. Nos EUA, por ex., exploração de águas profundas tem de 8 a 10 anos de prazo exploratório. Apesar das reclamações, a ANP não parecia ceder. O argumento da ANP na época, para não aumentar o prazo é que isso iria adiar os investimentos no desenvolvimento da produção, mesmo para bons projetos, em caso de descoberta.

Após a publicação de um artigo do ex-Ministro e Deputado Federal Delfim Netto, a ANP finalmente aumentou o prazo para até 9 anos em até três períodos exploratórios. Ver item 2.1.2 para detalhes.

Aqui será visto os argumentos usados em Dias & Rocha (1998) para justificar a sugestão de aumento de prazo da opção exploratória.

Em Dias & Rocha (1998), argumentou-se que a política de prazo tem dois efeitos que o regulador tem de considerar. Primeiro, o valor do bônus que as empresas pagariam no leilão pelas áreas a serem licitadas. Uma política menos restritiva de prazo viabilizaria não só uma maior participação no leilão como cada companhia de petróleo tenderia a oferecer maiores bônus, uma vez que essas áreas se tornariam mais atrativas para as empresas. O segundo efeito é aumentar a espera, ou seja, aumentando o prazo exploratório, em caso de descoberta as companhias tenderiam a adiar os investimentos maiores que se dão na fase de desenvolvimento. Assim, existem dois efeitos contrários (maior bônus x maior espera) e o balanço ótimo é um tema complexo e aparentemente subjetivo.

Como foi aqui visto, os modelos de OR dão duas respostas básicas: o valor da oportunidade de investimento (valor da OR) e a regra ótima de decisão (ex.: gatilho para investir). Dias & Rocha (1998) argumentaram que o valor da OR é uma boa referência para o valor do bônus a ser pago, incluindo o efeito da incerteza de mercado e o efeito do prazo exploratório (= tempo de expiração da opção). Ou seja, quanto maior o valor da OR, maior o bônus esperado para o bloco. Por outro lado, o gatilho  $P^*$  é um bom indicador da espera: quanto maior o gatilho, mais as companhias iriam esperar. Por ex., um bom projeto que seria feito imediatamente com um prazo de 5 anos, poderia ser adiado se o prazo fosse aumentado para 8 anos pois o gatilho  $P^*$  subiria (quanto maior o prazo da opção, maior o gatilho necessário para fazê-lo imediatamente). Ou seja, o valor da opção e o valor do gatilho capturavam o dilema (“trade-off”) da política de prazos da concessão para o período exploratório.

Assim, foi visto o efeito de um aumento do prazo da opção tanto no valor da opção como no valor do gatilho. Usando um processo de reversão à média com saltos, Dias & Rocha (1998, Table 2) acharam que o aumento percentual no valor da opção (e logo no bônus) era maior ou bem maior do que o aumento no valor do gatilho. Por ex., passando de 5 anos para 8 anos (de prazo total), o valor da opção aumentava 19,2 %, enquanto que o gatilho aumentava apenas 3,2 %. No entanto, para valores de prazo superiores a 10 anos, o aumento no valor da opção era muito pequeno (4,5 % quando se aumentava de 10 para 12 anos) e assim, não parecia muito recomendável prazos superiores a 10 anos. Assim, o artigo sugeria que prazos entre 8 e 10 anos (por coincidência os prazos usados nos EUA) eram os mais adequados. Antes do primeiro leilão a ANP revisou o prazo para até 9 anos,

conforme reportado no item 2.1.2, o que estava consoante com as sugestões de Dias & Rocha (1998) e a prática da indústria.

#### **2.4.7.2.**

#### **Tarifa de Transporte de Gás Natural**

Outro caso real de regulação no setor petróleo brasileiro em que a teoria das OR teve uma importante participação foi o caso da tarifa para transporte de gás natural no gasoduto Bolívia-Brasil (GASBOL) nos anos de 2000 e 2001, que envolveu a companhia TBG<sup>90</sup>, proprietária do gasoduto, e as firmas British Gas (BG) e Enersil. Essa disputa envolvia duas questões: (1) livre acesso ao GASBOL por parte das empresas BG e Enersil, apesar de toda a capacidade estar vendida à Petrobras através de tarifa “take-or-pay” (também denominado contrato “firme”)<sup>91</sup>; (2) em caso de livre acesso, qual o valor da tarifa de transporte.

A solução arbitrada pela ANP para a primeira questão foi favorável ao pleito das empresas BG e Enersil, que conseguiram acesso na modalidade de transporte “não-firme” (ou “interruptível”), devido à ociosidade do duto na época. Na segunda questão, o valor da tarifa, é que entrou a análise de opções reais e que resultou numa vitória (ao menos parcial) para a TBG. O argumento básico é que os entrantes (BG e Enersil) teriam flexibilidade de firmarem contratos de acordo com a evolução da demanda. Caso a demanda caísse, esses contratos não seriam renovados e eles não seriam obrigados a pagar tarifas, como ocorreria se o contrato fosse do tipo “take-or-pay”. Assim, o contrato não-firme deveria pagar um prêmio adicional devido à maior flexibilidade que possui, quando comparada com a tarifa “take-or-pay”. Esse prêmio adicional é um prêmio de opções reais.

Em 11/01/2001, a TBG apresentou na ANP um modelo de opções reais para valorar a tarifa não-firme. Nesse modelo a demanda por gás é incerta e evolui segundo um movimento geométrico Browniano. Se a demanda sobe acima de um determinado patamar, os carregadores irão otimamente exercer a opção de fechar contratos padrões de 100.000 m<sup>3</sup>/d por um certo período e só nesse caso irão pagar tarifas. Caso a demanda caia e esses contratos não sejam renovados, os carregadores nada pagam de tarifa. Para maiores detalhes desse modelo, ver

---

<sup>90</sup> Transportadora Brasileira Gasoduto Bolívia Brasil S.A. (Petrobras é a maior acionista).

<sup>91</sup> Tarifa “take-or-pay” significa que o carregador do gás é obrigado a pagar uma tarifa ao transportador (TBG) considerando 100% de utilização, mesmo que use menos. Assim, é uma tarifa em que o carregador tem flexibilidade igual a zero (só tem obrigação, não tem opção).

Carvalhinho Filho & Dias (2001). A TBG argumentou que, simulando a incerteza e o exercício de opções de fechar contratos, o carregador deve ficar indiferente entre o custo das tarifas “firme” (TF) e “não-firme” (TNF) e isso só seria possível se a TNF fosse maior que a TF, com a diferença sendo o prêmio da flexibilidade (opção). Essa diferenciação pode ser feita através de um fator de carga (FCa) com valor entre 0 e 1, de forma que  $TNF = TF / FCa$ . Na simulação da TBG, foi encontrado um FCa de equilíbrio igual a 0,77 e foi reivindicado um FCa de 0,80. Já a BG pedia um  $FCa \geq 1$ . A arbitragem do conflito pela ANP resultou em um  $FCa = 0,9$  (ver ANP, 2001a e 2001b, p. 6-7 em ambos os documentos) o que resulta numa TNF superior em 11% ao valor da TF (“take-or-pay”) refletindo, pelo menos parcialmente, o valor de opção ou de flexibilidade maior.

Foi outra vitória da aplicação de OR na regulação do setor de petróleo e energia brasileiro. O mais importante é que a idéia de valor da flexibilidade foi incorporada em análises subseqüentes da ANP em outras regulamentações. Por ex., no documento ANP (2002, p.6-7), a ANP mostra a distinção entre os termos “capacidade de transporte até determinada Zona de Entrega” e “capacidade de entrega em determinado Ponto”, se dá pela flexibilidade, exemplificando:

*“...um Carregador pode contratar, por exemplo, 2 MMm3/d de Capacidade de Transporte até a Zona X, composta por quatro Pontos de Entrega, e contratar apenas 0,5 MMm3/d de Capacidade de Entrega em cada Ponto, ou, caso tenha interesse em uma maior flexibilidade de entrega, pagar uma tarifa de entrega mais elevada e dispor de até 2 MMm3/d de Capacidade de Entrega em cada Ponto, o que o permitiria, conforme a sua necessidade, entregar todo o seu gás em um único Ponto.”*

Ou seja, no contrato global (2 MMm3/d no exemplo) se o carregador quiser ter a *opção* de concentrar entregas maiores em alguns pontos e menos em outros, ele deve pagar pela flexibilidade adicional quando comparado ao contrato em que ele não tem essa flexibilidade. Mais uma vez o valor da opção (flexibilidade) é reconhecida pela ANP em seus pareceres que regulam o setor petróleo.

### **2.4.7.3.**

#### **Regras de Leilão de Concessões e Outras Regras no E&P**

Um outro caso real famoso (importante “case study” na Harvard Business School nos anos 90), dessa vez na mina peruana de Antamina, foi objeto de

análise dos incentivos embutidos nas regras do leilão da concessão sob o ponto de vista da teoria das opções reais em Moel & Tufano (1999). O objetivo do governo peruano era de conseguir o maior investimento possível da firma vencedora. Essa deveria investir em duas fases, uma fase exploratória (para determinar a quantidade e qualidade dos minérios) e uma fase de desenvolvimento da mina, em que os maiores investimentos seriam feitos. Na regra do leilão, o peso mais importante era a promessa de investimento na fase de desenvolvimento, caso a firma vencedora quisesse desenvolver a mina após a fase exploratória. Esse tipo de regra incentivou as firmas menores a fazerem lances mais agressivos, já que o desembolso imediato em bônus era relativamente pequeno.

Apesar das boas intenções (as intenções quase sempre são boas), Moel & Tufano (1999) mostraram que essa regra diminuía a probabilidade de serem feitos investimentos no desenvolvimento (exatamente o oposto da intenção), além de incentivar práticas condenáveis de difícil/custosa monitoração. Exs.: em alguns cenários, incentivam investimentos não-econômicos para complementar o valor prometido, com a aquisição de caminhões adicionais, helicópteros ou jatinhos, e/ou escolher uma alternativa com maior grau automação, mesmo sendo menos econômica, a fim de aumentar o investimento para reduzir o custo operacional (reduzindo o emprego de forma anti-econômica, o que acabou ocorrendo ao se optar por dutos de minério em vez de caminhões); ou até mesmo a prática de inflar preços de transferência na aquisição de bens e serviços de firmas afiliadas.

Assim a regra do leilão incentiva as firmas participantes (“bidders”) a prometerem um investimento elevado para desenvolver a mina, ou seja, a regra do leilão incentiva as firmas a prometerem um elevado *preço de exercício* da opção real de desenvolver a mina. No entanto, esse vultoso investimento só será justificado (a opção só será exercida) do ponto de vista racional se a fase de exploração mostrar resultados muito mais favoráveis do que o esperado. Caso contrário, a firma ganhadora poderá não desenvolver a mina e o governo peruano terá duas alternativas: (a) refazer todo o processo com uma nova licitação (adiando o desenvolvimento por mais alguns anos); (b) renegociar com a firma ganhadora para reduzir o montante de investimento prometido no leilão, a fim de iniciar logo o desenvolvimento da mina.

Um outro exemplo de boas intenções que podem gerar incentivos perversos e um alto custo de monitoração é o caso das regras de leilão da ANP para blocos

exploratórios no Brasil, onde os participantes devem ofertar, além do bônus, uma promessa de percentual mínimo de conteúdo nacional nos investimentos. Ou seja, a firma ganhadora deverá realizar o investimento com um percentual mínimo de compras no mercado nacional. Esse item tinha pouco peso nos primeiros leilões, mas no último leilão essa promessa se tornou bem mais importante do que o próprio bônus na pontuação do leilão<sup>92</sup>. Como no caso de Antamina, isso criou um incentivo para firmas (especialmente as de menor porte) a serem agressivas na promessa de conteúdo nacional (combinado com uma oferta pequena de bônus)<sup>93</sup>.

O problema é que os maiores investimentos só ocorrerão após a exploração e delimitação, na fase de desenvolvimento, que ocorrerá cerca de 7 a 10 anos após a data do leilão. Como estará a indústria nacional nessa época? Ela estará com capacidade ociosa ou não? Terá capacidade de atender toda a demanda prometida em prazos e custos razoáveis ou será um entrave no aumento da produção de petróleo? Estará a indústria nacional capacitada tecnologicamente para suprir nessa época os diversos bens e serviços necessários no percentual prometido? Como aferir/monitorar o conteúdo nacional? Ou seja, mais uma vez se tem uma regra bem intencionada, mas que na prática reduz a probabilidade de investimento no setor, incentiva firmas oportunistas a aproveitar a difícil monitoração e cria relevantes incertezas adicionais para firmas sérias, que não querem se comprometer com promessas que tem boa chance de não poderem ser cumpridas.

Para desenvolver a indústria nacional, parece melhor dar incentivos para ela aumentar a sua produtividade e a sua capacitação (inclusive investimento em tecnologias e em gestão) através de política tributária ou de instrumentos indiretos (ex.: investimento em educação) e não através de medidas protecionistas que trarão aumento de custos às empresas, incertezas adicionais aos investidores, custos adicionais de monitoração e redução da credibilidade do setor petróleo.

Já a inclusão na pontuação do leilão de blocos do item referente à promessa de investimento exploratório, embora menos grave que no caso do investimento de desenvolvimento (Antamina), também contribui para a *ineficiência* na alocação

---

<sup>92</sup> No leilão de 2004 os pesos foram os seguintes: (a) 40% para conteúdo local; (b) 30% para o bônus; e (c) 30% para o programa exploratório mínimo (promessa de investimento exploratório).

<sup>93</sup> Realmente, as empresas americanas Devon e Kerr-McGee e a coreana SK, ganharam o bloco CM-61 (que muitos consideravam o melhor bloco do leilão) mesmo oferecendo cerca de R\$ 10 MM a menos que a Petrobras, mas oferecendo um conteúdo nacional de 81% contra 60%.

de investimentos na economia. A perfuração de um poço exploratório que é esperado ser seco, só gera um crédito fiscal imediato e o “cumprimento da promessa”. Seria muito melhor para a economia que essa sonda perfurasse um poço numa área com real chance de descoberta ou que fosse usada para perfurar poços de desenvolvimento. Um caso real similar, que ocorreu com a Shell, foi apresentado no artigo da Kemna (1993) e discutido em Dias (1996).

Um outro problema de regulação, que cria incertezas desnecessariamente e gera incentivos perversos, é o caso do período da concessão na fase produtiva (período de *exploração*, não confundir com o período legal de *exploração*). De forma diferente de outras concessões, um campo petrolífero atinge um pico de produção nos anos iniciais e a seguir começa uma longa fase de declínio da produção (depleção do reservatório). Tipicamente, após 20 a 25 anos (período legal típico da concessão) a produção do campo é baixa, a indesejável produção de água é alta e o campo tem uma rentabilidade muito pequena. Não apenas no Brasil, mas em várias partes do mundo, as regras de renovação da concessão não são claras e dependerá muito da boa vontade política na época. Isso gera três tipos de incentivos perversos, o primeiro em relação ao reservatório, o segundo em relação à conservação/manutenção de equipamentos e o terceiro relativo ao reinvestimento na concessão.

O primeiro problema – relativo à gerência de reservatórios, é conhecido há décadas no mercado financeiro em casos de *financiamento de projetos* (“project finance”) e é conhecido como “depletion risk”. Esse é o risco da companhia de petróleo, ao ver se aproximar a data final em que ela poderá ter de devolver o campo para o governo, adotar uma política de produção que aumenta a produção no curto-prazo (aumentando a abertura do “bean”), mas que prejudica a produção no médio e longo prazo ao danificar o reservatório<sup>94</sup>. No caso de financiamento de projetos, onde uma parcela da receita esperada é usada para pagar os agentes financeiros, essa política gerava um excesso de receita alguns anos antes do final do financiamento (receita extra capturada pelas companhias de petróleo) e uma falta de receita mínima para pagar os agentes financeiros nos últimos anos do

---

<sup>94</sup> “Bean” é uma válvula que controla a abertura dos poços e assim a sua vazão e o diferencial de pressão no fundo do poço. Uma abertura excessiva danifica o reservatório ao produzir “cones de água” e/ou “cones de gás” e/ou tamponamento por migração de argilas e areias.

contrato de financiamento<sup>95</sup>. No caso da ameaça de retomada da concessão (falta de transparência na regra de prorrogação da concessão), existe o mesmo incentivo perverso para as companhias de petróleo: de forma discreta e de difícil monitoração e/ou punição, elas tem incentivos para aumentarem a produção no curto prazo em detrimento da produção de médio e longo prazo.

O segundo incentivo perverso é relativo à conservação e manutenção de equipamentos de produção (plataformas, poços, dutos, linhas de fluxo, etc.). Nas regras de concessão, em caso de devolução da concessão, os equipamentos de produção deixam de pertencer à companhia de petróleo e passam a ser propriedade do governo. Se a renovação da concessão é incerta, as companhias de petróleo tendem a reduzir os custos de manutenção ao mínimo necessário para a segurança de seu pessoal. A simples atividade de pintura (que previne corrosão da plataforma e equipamentos) tende a não ser feita nos últimos anos. Também, um poço que parar de produzir por problemas mecânicos, ficará parado, pois a empresa não tem incentivos de enviar uma sonda para fazer uma cara manutenção se o benefício tiver relevante probabilidade de ficar apenas (ou principalmente) com o governo e não com a empresa.

O terceiro incentivo perverso é em relação ao reinvestimento. Com o passar do tempo de produção e com ajuda de tecnologias de sísmica 4D<sup>96</sup>, a companhia de petróleo teria incentivos de reinvestir na concessão perfurando novos poços, ou mesmo um ajuste ótimo nas cotas de produção e injeção de água nos poços existentes que aumentaria a recuperação de petróleo, principalmente no médio e longo prazo. Se a renovação da concessão é incerta, a companhia de petróleo não tem os mesmos incentivos para fazer isso. Investimentos em sísmica 4D (especialmente nos últimos 5 a 10 anos da concessão) tendem a não ser feitos. O mesmo ocorre com investimento de *adensamento de malha* (perfuração de novos poços produtores). Assim, a falta de transparência nessas regras reduz os investimentos no setor, a produção de petróleo no país e os impostos que ela gera. Certamente os bem intencionados reguladores não têm essa intenção, mas o efeito prático da falta de transparência desconhece essas boas intenções.

---

<sup>95</sup> Nesse tipo estruturado de financiamento, é criada uma *empresa-projeto* fora do balanço da companhia de petróleo. Se a empresa-projeto ficar inadimplente, o prejuízo é dos financiadores.

<sup>96</sup> Sísmica 4D é uma sísmica 3D (pesquisa área e profundidade) feita repetidamente ao longo do tempo (a quarta dimensão). Ela permite, por ex., acompanhar melhor a performance de injeção de água e da produção de petróleo no reservatório, e assim otimizar a produção e a injeção.

#### 2.4.8. Poços Inteligentes e Outros Modelos de OR em Petróleo

Existem outros modelos de OR muito interessantes e que por falta de espaço não serão cobertos com o mínimo de detalhe que merece. Dentre esses modelos se destacam os de valoração de investimentos em *poços inteligentes* e os de desenvolvimento de *tecnologias para águas ultra-profundas*. Esses dois casos serão abordados brevemente nessa seção, sob o ponto de vista de OR.

Também existem modelos clássicos de OR que não são adequados para petróleo, especialmente E&P. Um exemplo é o “modelo de tempo de construção” de Majd & Pindyck (1987). Embora os campos marítimos levem tipicamente cerca de três anos para iniciar produção após o início de investimentos, esse caso é muito diferente das aplicações típicas desses modelos, que são as usinas nucleares, grandes usinas hidrelétricas e algumas grandes obras públicas (ex.: túnel sob o Canal da Mancha). Nesses casos, embora o tempo de construção seja geralmente maior (5 anos ou mais), essa não é a característica principal de diferenciação do caso de petróleo. Enquanto aquelas obras são feitas no próprio local onde será a produção (e logo se parar a obra só afeta o próprio local), uma plataforma marítima de petróleo é construída em um estaleiro e depois transportada para o local de produção. Assim, não existe a opção de deixar a plataforma parada no estaleiro no meio da construção aguardando melhores condições de mercado. Por isso os contratos dos estaleiros com as empresas de petróleo não permitem que essas fiquem exercendo opções de parada temporária do investimento. A existência de OR durante o tempo de construção é que caracteriza os “modelos de tempo de construção” e não simplesmente o tempo esperado de construção<sup>97</sup>. Assim, as conclusões de “modelos de tempo de construção” sobre o prêmio da OR sobre o VPL ou sobre o gatilho de imediato investimento, em geral não se aplicam ao caso de desenvolvimento da produção de petróleo e sim apenas a casos específicos citados. Como no FCD, em OR o tempo de construção é importante porque tem efeito no valor presente de receitas e custos, afetando o valor do ativo básico  $V$  (no *modelo de negócios* afeta o valor de  $q$ ) e o preço de exercício  $I_D$ .

---

<sup>97</sup> Como o tempo de construção é uma das diferenças entre opções financeiras e reais, muitos iniciantes no tema de OR tendem a achar que é necessário usar modelos de “tempo de construção” para serem mais realistas. Mas, na maioria dos casos, as opções nesse período não existem ou são pouco relevantes, como ocorre em desenvolvimento da produção de petróleo.

Já no caso de construção de *refinarias de petróleo* (que são construídas no próprio local), o modelo de tempo de construção pode ter relevância *se* o contrato com a construtora permitir (provavelmente a um certo custo) a interrupção.

Uma das mais naturais aplicações de OR em produção de petróleo é a valoração dos poços inteligentes ou poços espertos (“smart wells”). A tecnologia de poços inteligentes é recente (ainda em desenvolvimento), e seu custo em geral não pode ser justificado com a ferramenta tradicional do FCD. A valoração econômica de poços inteligentes através de OR é também bem recente. Existe um software comercial de OR para valorar poços inteligentes da firma WellDynamics. Aqui será discutida essa aplicação fazendo referência a dois artigos baseados nesse software, Sharma et al. (2002) e Han (2003).

Na completação convencional de um poço para produzir, são instalados equipamentos simples, onde os *canhoneados*<sup>98</sup> são fixos (abertos) e se quiser fechar parte deles (ex., por problemas de produção excessiva de água ou “cone de água”) é necessário o uso de sondas, que são caras especialmente em águas profundas. Além disso, poços convencionais não têm medições de fundo de poço de variáveis tais como vazão, pressão, percentagem de água, razão gás-óleo, etc.

Numa completação inteligente, são instalados no poço vários equipamentos adicionais mais sofisticados, requerendo um investimento incremental. Esses equipamentos em geral incluem sensores e medidores para a monitoração em tempo real de variáveis de fundo do poço e válvulas que permitem fechamento selecionado dos canhoneados, remotamente. Por ex., em caso do indesejável “cone de gás” (que não só reduz o fluxo de óleo como despressuriza o reservatório, reduzindo a recuperação de óleo), pode-se fechar apenas os canhoneados superiores remotamente, sem incorrer no custo de intervenção por sondas e num tempo muito menor que no caso de ter de mobilizar uma sonda.

O “grau de inteligência” de um poço pode variar, mas em geral significa um investimento adicional razoável, para o equipamento ser confiável em elevadas pressões e temperaturas do fundo do poço. A heterogeneidade da rocha reservatório faz com que, mesmos em campos bem delimitados, existam incertezas que impedem uma configuração ótima pré-determinada nos

---

<sup>98</sup> Canhoneados são perfurações no revestimento do fundo do poço por onde o petróleo é produzido (ou a água é injetada, em caso de poços injetores). Esses furos são feitos por projéteis disparados por equipamentos chamados *canhões*, daí o nome.

canhoneados de cada poço. Em águas profundas, onde as intervenções de sonda nos poços são ainda mais caras, essa tecnologia pode ser ainda mais relevante.

O benefício dos poços inteligentes está associado ao valor da flexibilidade operacional de ajustar as válvulas do fundo dos poços a partir da análise feita com a chegada (contínua) de novas informações dos sensores de fundo. A chegada dessas novas informações vai *reduzindo a incerteza técnica* sobre o comportamento do reservatório a nível “micro”, i. é, ao nível de cada poço.

Assim, poços inteligentes permitem o exercício ótimo de OR operacionais conforme a incerteza técnica vai sendo reduzida. Como mostrado tanto em Sharma et al. (2002) como em Han (2003), existem *dois benefícios* com essa tecnologia, a redução de incerteza e o ganho de valor (ou *salto de valor*). Para ilustrar esses dois benefícios eles usaram uma figura similar à mostrada na Figura 26 a seguir, onde as distribuições podem representar tanto as receitas líquidas de custos operacionais como retornos obtidos pelos poços convencionais e poços inteligentes.

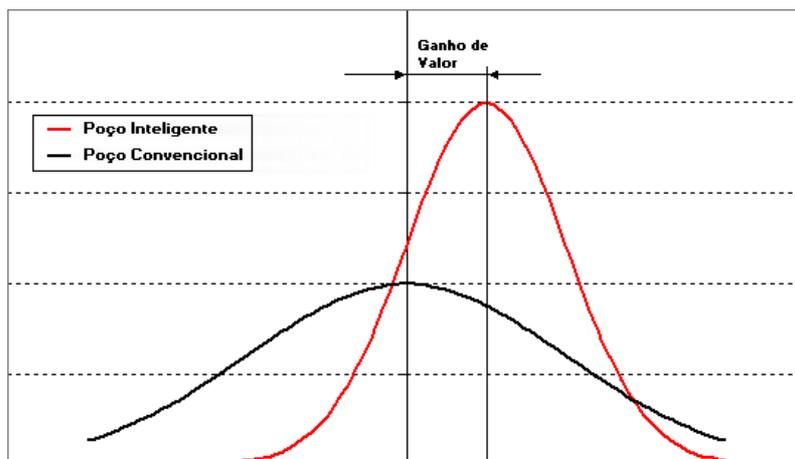


Figura 26 – Poço Inteligente: Ganhos de Valor e de Redução de Incerteza

O ganho de valor se dá principalmente através de redução da intervenção de sondas nos poços, redução de produção de água, aceleração da produção (aumenta o valor presente das receitas) e aumento da recuperação de óleo. Conforme os mencionados artigos argumentam, métodos tradicionais de valoração tais como o FCD, especialmente ignoram o valor advindo da redução na variância da incerteza técnica da produção. O valor da redução da incerteza com a chegada de novas informações que é especialmente capturada pela técnica de OR.

A discordância dessa tese em relação aos dois artigos mencionados está em como calcular o valor de OR dos poços inteligentes. Esses dois artigos usaram a

equação de Black & Scholes (1973) e a equação de Merton (1976) para a combinação de MGB e saltos (Poisson). A idéia dos saltos não é má, pois esses ganhos de valor ocorrem com uma certa frequência mas de forma aleatória, assim como os tamanhos desses saltos são incertos. No entanto, o uso de um processo de difusão (MGB) para a incerteza técnica incorre num relevante erro conceitual. A chave do erro está em como se interpreta a volatilidade e todo o processo de redução de incerteza com o acúmulo de informação. Isso será discutido em detalhes no cap. 3. Aqui, será descrito como os artigos interpretam a equação de Black & Scholes na aplicação de poços inteligentes (será usada a notação da tese).

O valor do ativo básico  $V$  é o valor presente das receitas líquidas esperadas com base na completção convencional. O preço de exercício é o valor presente do investimento  $I$  para obter  $V$ <sup>99</sup>. A volatilidade  $\sigma$  é a quantidade de incerteza em  $V$  que é resolvida (reduzida) no período  $t$ . A expiração da opção é o tempo para o primeiro benefício da completção inteligente. No lugar da taxa livre de risco  $r$  eles usam uma taxa de desconto ajustada ao risco, tal como o custo médio ponderado de capital (CMPC). Segundo os artigos, com a equação de Black & Scholes (sem dividendos) se captura o primeiro benefício que é a redução de incerteza.

O primeiro comentário é que embora a intuição esteja certa – a redução de incerteza tem um efeito que *lembra* a volatilidade ao aumentar o valor da opção, não há sentido em modelar a incerteza técnica (ou a redução da mesma) como um MGB, em que a variância cresce pelo simples passar do tempo e de forma ilimitada (ver detalhes no cap. 3). O uso de um tempo de expiração igual ao tempo do primeiro benefício, parece arbitrário mas de certa forma procura minimizar o erro de adotar um processo estocástico de difusão tais como o MGB, pois tempos maiores fariam a variância do MGB atingir valores demasiadamente elevados, resultando em valores exagerados do valor da opção, reduzindo a confiabilidade da valoração de OR. Outro problema é que mesmo que a informação chegue continuamente com o tempo de produção, a redução esperada de variância é maior no início da produção do que no final. Assim, a taxa de redução da variância vai diminuindo ao longo do tempo (com o acúmulo de informações) para valores bem

---

<sup>99</sup> Adotado em Sharma et al (2002). Em Han (2003),  $V$  e  $I$  são valores incrementais do poço inteligente em relação ao poço convencional. Ambos os casos tem os seus problemas.

menores que no início. Nesse caso a “volatilidade” deveria ser uma função decrescente com o tempo para tentar representar a redução esperada de incerteza.

Outro comentário é em relação ao uso da taxa de desconto CMPC em vez da taxa livre de risco. Isso tem sido usado em Dixit & Pindyck (1994) para o caso de *mercados incompletos* com o chamado método da *programação dinâmica*, que é uma alternativa ao método dos ativos contingentes. No entanto, não parece ser o caso de mercado incompleto. Além disso, o uso da solução analítica da equação de Black & Scholes supõe que se está usando o método dos ativos contingentes e não o da programação dinâmica. Assim, para um mínimo de consistência, deveria ser usada a taxa livre de risco  $r$  em vez do CMPC e as receitas em  $V$  deveriam ser calculadas com os preços do petróleo seguindo uma tendência livre de risco (ou seja, valores penalizados pelo prêmio de risco, como visto anteriormente).

O artigo de Sharma et al. (2002) detalha bem mais a metodologia de OR empregada do que o artigo de Han (2003). Eles apresentaram 4 exemplos de avaliação de OR em poços inteligentes por tipo de benefício: (a) redução do custo de intervenção nos poços; (b) aceleração da produção; (c) aumento do fator de recuperação de petróleo (aumento do volume de reservas  $B$ ); (d) aceleração da produção e aumento do fator de recuperação.

A alternativa proposta nessa tese para resolver esse tipo de problema de OR em que a incerteza técnica tem um papel chave é através de uma modelagem mais rigorosa desse tipo de incerteza. No próximo capítulo será visto como as reduções esperadas de variância dão diretamente as variâncias das *distribuições de revelações*, que podem ser usadas para calcular o valor da OR em simulações de Monte Carlo de forma consistente.

No entanto, há de se reconhecer a complexidade do tratamento da incerteza técnica de reservatórios. O ideal seria realizar milhares de simulações de reservatórios, para a mesma malha de poços, considerando os dois casos, poços convencionais e poços inteligentes. Cada uma das (milhares de) simulações consideraria um cenário de heterogeneidade e de outras características de reservatório (contato óleo-água, permeabilidade de falhas, etc.). No caso de poços inteligentes, quando por ex. começasse a ser revelado um cenário de “cone de água” num certo poço, seria exercida imediatamente a opção de fechar uma parte dos canhoneados inferiores. No caso de poço convencional, essa informação chegaria atrasada (pois não tem medição em tempo real) e com ruído (medição

apenas na plataforma e não no fundo do poço) e o tempo e o custo para mobilizar uma sonda seria considerado. Em muitos casos, com poço convencional o problema de “cone de água” não justificaria uma cara intervenção por sonda e assim, com essa tecnologia convencional, teria de conviver com a perda de produção de óleo e a redução de fator de recuperação. O problema é que a velocidade dos computadores de hoje ainda não permite que se façam milhares de simulações de reservatórios num tempo razoável.

Em resumo, a tecnologia de poços inteligentes é uma típica aplicação em que a teoria das OR pode fazer muita diferença na sua valoração, já que o cerne de seu valor é justamente a possibilidade de exercer opções operacionais (fechamento e abertura de válvulas) conforme os cenários de incerteza técnica forem sendo revelados ao longo da produção. No entanto, em vista da complexidade do problema da incerteza técnica e as limitações dos simuladores de reservatórios<sup>100</sup>, a valoração correta por OR ainda é um desafio. Para enfrentar esse desafio é necessário começar por uma modelagem mais rigorosa e adequada da incerteza técnica. O capítulo 3 dessa tese procura dar uma contribuição nessa direção.

O caso de valoração de investimento em *tecnologias para águas profundas e ultraprofundas* é outra aplicação em que o uso de OR pode ser decisivo quando comparado com a valoração tradicional do FCD. No Brasil, desde a década de 70 que se sabe que os maiores volumes de reserva a descobrir se encontram em águas profundas do litoral brasileiro. A história do investimento nessas tecnologias na Petrobras nos anos 80 e 90, principalmente através do Procap (Programa de Capacitação em Águas Profundas), é um ótimo exemplo para ilustrar o valor de OR dessas tecnologias. Izetti (2000), faz um resumo da história do Procap, analisa o valor de projetos de inovação tecnológica com ajuda da teoria das OR e exemplifica valorando a tecnologia de bombeamento centrífugo submerso em poços de petróleo.

O investimento de uma companhia de petróleo em tecnologias de águas profundas não apenas permite a viabilidade técnica e o aumento da atratividade

---

<sup>100</sup> Baixa velocidade, caracterização de incertezas técnicas de reservatórios ainda na infância, simuladores não preparados para realizar automaticamente o fechamento selecionado de canhoneados, etc. Isso faz com que a simulação de reservatórios seja uma restrição maior à rigorosa avaliação de poços inteligentes do que o necessário progresso de OR na área técnica.

econômica de projetos do portfólio de reservas não-desenvolvidas dessa firma, como dá a opção dessa companhia atuar de forma privilegiada em licitações de blocos exploratórios em várias partes do mundo. Além disso, a capacitação da companhia de petróleo nessa área a torna mais valiosa para realizar parcerias com outras companhias de petróleo que tenham reservas não-desenvolvidas e/ou prospectos exploratórios em águas profundas. A prática tem mostrado que a capacitação nessa área é um ativo valioso de uma companhia de petróleo, pois a tendência é que cada vez mais as novas descobertas no mundo sejam feitas em águas cada vez mais profundas.

Programas de investimentos nessas tecnologias, como o Procap, tem alocado recursos tanto em projetos de *extensão tecnológica* com em projetos de *inovação tecnológica*. O primeiro tem menor risco de falha, mas benefícios limitados, e se propõe a estender tecnologias usadas em águas mais rasas para águas mais profundas, procurando, por ex., fazer adaptações para resistir a maiores pressões e menores temperaturas. Já os projetos de inovação tecnológica são projetos mais arrojados e propõem mudanças mais profundas usando, por ex., novos conceitos, novos materiais, etc.

Não existe um modelo único de OR para valorar essas tecnologias. Isso irá depender do tipo de aplicação. A literatura de valoração de projetos de P&D com OR é vasta. Há muito tempo que patentes são vistas como OR, ver por ex., Pakes (1986). Existem modelos mais simplificados e outros mais realistas, mas mais complexos (mais parâmetros para estimar, mais intensivos computacionalmente, etc). Um bom exemplo de modelos mais elaborados e complexos é o de Schwartz & Zozaya-Gorostiza (2000). Mas existem muitos modelos mais simples que dão uma idéia muito melhor de valor da tecnologia do que o método tradicional de FCD. Um bom exemplo é Lint & Pennings (2001), baseada numa experiência real de aplicação de OR na Philips Eletronics, para avaliar o investimento no desenvolvimento de novos produtos.

As principais opções a serem consideradas em modelos para aplicações de P&D são a opção de abandono da pesquisa e a opção de desenvolvimento (transformar uma patente em produto comercial).

A primeira opção (de abandono) é mais valiosa quanto mais arrojada for a pesquisa. Isso porque maior é a probabilidade que o investimento em P&D leve a um resultado que não valha a pena patentear, por não obter uma solução técnica

adequada. Nesse caso a pesquisa pode ser abandonada, limitando as perdas. Mas os cenários em que esse investimento gera uma patente valiosa, podem justificar economicamente o início do investimento em P&D em produtos inovadores.

A segunda opção (de desenvolvimento) é típica da atividade de P&D. Patentes não são nada mais do que opções reais (americanas) de longa duração em que o detentor tem o direito de desenvolver com exclusividade produtos a ela relacionados. Como visto, essa opção tem de estar madura para ser exercida. Muitas vezes ainda existem incertezas técnicas que justificam o exercício em fases da opção de desenvolvimento: construção de protótipo, sistema piloto de produção, teste de mercado com produção limitada, etc.

Um exemplo simples é o investimento paralelo em duas tecnologias diferentes para a mesma aplicação. Muitos podem pensar que seria melhor investir numa tecnologia apenas. Mas o investimento nas duas tecnologias dá ao investidor a opção de investir no máximo de dois ativos de risco. Isso é bem conhecido na literatura de opções (desde pelo menos Stulz, 1982) e possibilidade de escolher a tecnologia de maior valor pode justificar o investimento adicional. Um exemplo é a concorrência em termos de *nicho de aplicação* das tecnologias de *separação submarina*<sup>101</sup> e de *bombeamento multifásico submarino*<sup>102</sup>. Enquanto a primeira é mais bem caracterizada como extensão tecnológica, a segunda está mais para inovação tecnológica. Um outro exemplo, na área de telecomunicações, seria o investimento em capacitação nas tecnologias ISDN e ADSL, que permitem um melhor aproveitamento de banda (ex.: em aplicações de banda larga para acesso à internet por linha telefônica) para a malha de linhas de cobre existente.

Uma pergunta típica a ser respondida com modelos de OR é até quanto vale a pena gastar para ter a capacitação que permita daqui a um ano implantar uma das duas tecnologias em um grande mercado? Para simplificar, suponha que a capacitação leve um ano e a firma terá naquela data uma opção “agora-ou-nunca” de implantar uma das duas tecnologias<sup>103</sup>. Sejam  $V_1$  e  $V_2$  os valores correntes de

---

<sup>101</sup> Equipamento submarino que separa os líquidos (óleo e água) do gás, envia esses fluidos em linhas separadas para a plataforma, reduzindo a contrapressão nos poços e aumentando a sua produção.

<sup>102</sup> Equipamento submarino que bombeia a mistura óleo + água + gás para a plataforma, reduzindo a contrapressão nos poços e aumentando a sua produção.

<sup>103</sup> No caso de petróleo pode-se pensar que campos importantes de águas profundas expiram daqui a um ano. Em telecomunicação, suponha que a entrada de concorrentes destrua a opção de implantar a tecnologia em caso de espera adicional.

mercado do desenvolvimento de projetos usando as tecnologias 1 e 2. Esses valores esses que seguem processos estocásticos correlacionados (se tem o mesmo nicho a correlação deve ser positiva). Os preços de exercício são  $I_1$  e  $I_2$  (investimentos para desenvolver o projeto com cada tecnologia). Nesse caso, se tem uma opção do tipo europeia de máximo de dois ativos de risco. Na expiração ( $t = T$ ), o valor da OR nesse caso é dado por:

$$F(V_1, V_2, I_1, I_2, T) = \text{Max}[(V_1 - I_1, V_2 - I_2, 0) \quad (51)$$

Pode-se resolver essa opção através da simulação de Monte Carlo neutra ao risco dos processos estocásticos correlacionados de  $V_1$  e  $V_2$ , aplicar a eq. (51) e calcular o valor presente multiplicando o resultado da média simulada da eq. (51) pelo fator de desconto livre de risco, que é igual a  $\exp(-rT)$ .

No caso de  $V_1$  e  $V_2$  seguirem MGB correlacionados e caso  $I_1 = I_2$ , pode-se aplicar uma fórmula analítica para resolver esse problema de OR, ver por ex., Haug (1998, p.57).

A vasta literatura de OR em P&D dá um conjunto de *opções* de modelos de OR, e o modelador deve selecionar o mais adequado em termos de aplicação e de balanço realismo x complexidade. Existem livros com coletâneas de artigos de OR em P&D, por ex., Paxson (2003). Também existem livros mais avançados, que inclusive considera aspectos estratégicos da ação de outras companhias usando a teoria dos jogos combinada com OR, os jogos de OR analisados em Huisman (2001). Esse será um assunto dos capítulos 4 e 5.