

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**MARCO ANTONIO GUIMARÃES DIAS**

**OPÇÕES REAIS HÍBRIDAS COM APLICAÇÕES EM  
PETRÓLEO**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial da PUC-Rio.

Orientador: José Paulo Teixeira

Rio de Janeiro, 31 de janeiro de 2005

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**MARCO ANTONIO GUIMARÃES DIAS**

## **OPÇÕES REAIS HÍBRIDAS COM APLICAÇÕES EM PETRÓLEO**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**José Paulo Teixeira**  
Orientador  
PUC-Rio

**Leonardo Lima Gomes**  
PUC-Rio

**Manuel José da Rocha Armada**  
Universidade de Minho, Portugal

**Marco Aurélio Pacheco**  
PUC-Rio

**Saul Suslick**  
Unicamp

**José Eugenio Leal**  
Coordenador(a) Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 31 de janeiro de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Marco Antonio Guimarães Dias**

Engenheiro Mecânico pela PUC-Rio em 1982 e Engenheiro de Petróleo pela Petrobras em 1984, trabalha desde 1983 na Petrobras onde é Consultor Sênior e coordena projetos de pesquisas em análise econômica de projetos. Mestre pela PUC-Rio (1996) em Engenharia de Produção, na área de Finanças e Análise de Investimentos. Dá cursos na Petrobras e PUC-Rio e palestras em várias universidades brasileiras e no exterior.

#### Ficha Catalográfica

Dias , Marco Antonio Guimarães

Opções reais híbridas com aplicações em petróleo / Marco Antonio Guimarães Dias; orientador: José Paulo Teixeira. – Rio de Janeiro: PUC, Departamento de Engenharia Industrial, 2005.

[19], 490 f. : il. ; 30 cm

Tese (doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial.

Incluí referências bibliográficas.

1. Engenharia industrial – Teses. 2. Finanças. 3. Opções reais. 4. Teoria dos jogos. 5. Investimento sob incerteza. 6. Medidas de aprendizagem. I. Teixeira, José Paulo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

Aos meus queridos pais Elzio e Neusa.  
À memória do brilhante colega Guilherme N. Teixeira.

## **Agradecimentos**

Agradeço a Petrobras pela liberação em tempo parcial e pelo suporte financeiro.

Agradeço ao meu orientador, Professor José Paulo Teixeira, pelos incentivos, conselhos, liberdade e apoio.

Agradeço aos meus pais, Elzio Dias e Neusa Maria Guimarães Dias, responsáveis pelo que tenho de melhor.

Agradeço a todos os meus familiares pelo incentivo, carinho, apoio e principalmente pela compreensão.

Agradeço ao meu irmão, Antonio Fernando Guimarães Dias, pela consultoria em informática, especialmente em Word, Windows e programas gráficos.

Agradeço a todos os professores da PUC e também professores externos (FGV e IMPA), pelos conhecimentos transmitidos nas disciplinas que cursei.

Agradeço pelo apoio crítico e paciência para ler e discutir os trabalhos que realizei, aos professores da última e decisiva banca, assim como aos professores das bancas anteriores de exame de qualificação e de proposta de tese.

Agradeço a todos os meus amigos e amigas, e em especial aos meus colegas de Petrobras, pelo incentivo e apoio.

Agradeço a PUC-Rio por toda uma formação educacional superior, onde fiz a graduação em engenharia, o mestrado e agora o doutorado.

## Resumo

MARCO ANTÔNIO GUIMARÃES DIAS. **OPÇÕES REAIS HÍBRIDAS COM APLICAÇÕES EM PETRÓLEO**. Rio de Janeiro, 2005. 509p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Essa tese, metodológica e normativa, estende a teoria moderna de avaliação econômica de projetos de investimento sob incertezas, conhecida por *teoria das opções reais*, do ponto de vista de uma companhia de petróleo que otimiza a alocação de recursos e investimento. A teoria das opções reais é combinada com outras teorias – daí o nome *opções reais híbridas* – de forma a efetuar uma análise mais abrangente e realista de problemas complexos da indústria de petróleo. As duas principais combinações analisadas nessa tese são: (a) a combinação da teoria das opções reais e teoria dos jogos – *jogos de opções reais* – de forma a considerar de forma endógena o comportamento estratégico das outras firmas, especialmente no jogo de parada ótima com externalidades positivas conhecido por guerra de atrito, e a possibilidade de *trocar esse jogo* por um jogo cooperativo de barganha; e (b) a combinação da teoria das opções reais com métodos probabilísticos e de decisão estatística Bayesianos – *opções reais Bayesianas* – gerando uma nova maneira de modelar a incerteza técnica de um projeto em modelos dinâmicos de opções reais. Essas duas combinações são re-combinadas para se obter uma solução adequada que capture as diferenças de valor da informação nos jogos não-cooperativo e cooperativo. Importantes variáveis tais como o fator de chance exploratório, o volume e a qualidade da reserva de petróleo, são modeladas através do desenvolvimento de uma nova teoria sobre *distribuições de revelações e medidas de aprendizagem*. De forma mais sucinta são analisadas outras opções reais híbridas, com destaque para a combinação da teoria das opções reais com a teoria de computação evolucionária – *opções reais evolucionárias* – com grande potencial em aplicações complexas de otimização sob incerteza. O método é exemplificado com uma aplicação usando algoritmos genéticos para evoluir a regra de decisão de exercício ótimo da opção real.

## Palavras-chave

opções reais, teoria dos jogos, opções reais híbridas, jogos de opções reais, opção real Bayesiana, medidas de aprendizagem, investimento sob incerteza.

## Abstract

MARCO ANTONIO GUIMARÃES DIAS. **HYBRID REAL OPTIONS WITH PETROLEUM APPLICATIONS**. Rio de Janeiro, 2005. xxxp. Doctoral Thesis - Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This methodological and normative thesis extends the modern economic valuation theory of projects under uncertainty, known as *real options theory*, from the point of view of an oil company that optimizes the allocation of investment and resources. The real options theory is combined with other theories – so the name *hybrid real options* – in order to perform a more comprehensive and realistic analysis of complex problems that arises from petroleum industry. The two main combinations analyzed here are: (a) the combination of real options theory with game theory – *real options games* – to consider endogenously the strategic behavior of other firms, especially in the optimal stopping game with positive externalities known as war of attrition, as well as the possibility to *change this game* by a cooperative bargain game; and (b) the combination of real options theory with methods from probability theory and Bayesian statistical decision – *Bayesian real options* – generating a new way to model technical uncertainty of a project in dynamic real options models. These two combinations are re-combined in order to obtain an adequate solution that captures the value of information differences in non-cooperative and cooperative games. Important variables like exploratory chance factor, volume, and quality of a petroleum reserve, are modeled with the development of a new theory on *revelation distribution* and *measures of learning*. In a more concise way, are analyzed other hybrid real options, highlighting the combination of real options theory with the evolutionary computation theory – *evolutionary real options* – with great potential in complex applications of optimization under uncertainty. This method is exemplified with an application using the genetic algorithms to evolve the decision rule for optimal exercise of a real option.

## Keywords

real options, game theory, hybrid real options, real option games, Bayesian real options, measures of learning, investment under uncertainty.

## Sumário

1	Introdução e Motivação	20
1.1.	Os Objetivos da Tese	20
1.2.	A Organização da Tese	22
2	Opções Reais Convencionais e Incerteza de Mercado	26
2.1.	Introdução à Teoria das Opções Reais	26
2.1.1.	Evolução Bibliográfica de Opções Reais	26
2.1.2.	Teoria das Opções Reais em Empresas e Instituições	30
2.1.3.	Introdução à Teoria das Opções Reais em Petróleo	43
2.2.	Incerteza de Mercado e Processos Estocásticos	55
2.3.	Modelos Para a Função VPL em Campos de Petróleo	73
2.4.	Alguns Modelos de Opções Reais Tradicionais em Petróleo	83
2.4.1.	O Modelo Clássico de Paddock, Siegel & Smith	83
2.4.2.	Modelo com Opção de Escala de Investimento	90
2.4.3.	Modelo com Opção de Expansão	95
2.4.4.	Modelo com Opções Estendíveis	102
2.4.5.	Modelo com Opção de Abandono	105
2.4.6.	Modelo de Opção de Mudança de Uso	108
2.4.7.	Modelos de Regulação e Incentivos em Petróleo	115
2.4.7.1.	Tempo de Expiração da Opção Exploratória	115
2.4.7.2.	Tarifa de Transporte de Gás Natural	118
2.4.7.3.	Regras de Leilão de Concessões e Outras Regras no E&P	119
2.4.8.	Poços Inteligentes e Outros Modelos de OR em Petróleo	124
3	Incerteza Técnica, Valor da Informação e Processo de Revelação	133
3.1.	Incerteza Técnica e Valor da Informação	133
3.1.1.	Introdução sobre Incerteza Técnica e a Teoria de Finanças	133
3.1.2.	Introdução à Análise de Valor da Informação	139
3.1.3.	Revisão da Literatura de VOI e Opções Reais Relacionadas	156
3.1.3.1.	Revisão da Literatura de Valor da Informação	156
3.1.3.2.	Teoria da Filtração Ótima Aplicada a Opções Reais e VOI	162
3.1.4.	Temas Clássicos de VOI e Conexões com Outras Teorias	167
3.1.4.1.	Concavidade e Não-Concavidade no Valor da Informação	167



3.1.4.2. Visão Estatística do VOI e Comparação de Experimentos	173
3.1.4.3. O Conceito de Entropia e a Teoria da Informação	178
3.1.4.4. Análise de Sensibilidade Global	183
3.2. Expectativas Condicionais e Distribuição de Revelações	184
3.2.1. Expectativas Condicionais	184
3.2.2. Processo de Revelação e Distribuição de Revelações	192
3.2.3. Discussão do Teorema e Exemplo Ilustrativo em Petróleo	203
3.3. Medidas de Dependência e Medidas de Aprendizagem	216
3.3.1. Medidas de Dependência de Variáveis Aleatórias	216
3.3.1.1. Introdução e Limites de Hoeffding-Fréchet para Dependência	216
3.3.1.2. Principais Medidas de Dependência	219
3.3.2. Propriedades Desejadas para Medidas de Aprendizagem	229
3.3.3. Outras Aplicações de $\eta^2$ e Decomposição do Aprendizado	245
3.3.4. Métodos Estatísticos Populares: Outra Vantagem de $\eta^2$	253
3.4. Processo de Revelação de Bernoulli	261
3.4.1. Distribuição de Bernoulli e Fator de Chance Exploratório	261
3.4.2. Distribuição Bivariada de Bernoulli: Fator de Chance e Sinal	273
3.4.3. Alguns Processos de Revelação de Bernoulli	289
3.4.3.1. Processos de Descoberta e Processos de Revelação de Bernoulli	289
3.4.3.2. Processos Convergentes, Recombinantes e Outros	299
3.4.4. Inferência para Distribuição de Bernoulli e Suas Limitações	311
4 Teoria dos Jogos e Jogos de Opções Reais	319
4.1. Teoria dos Jogos Tradicional	319
4.1.1. Introdução e Conceitos de Equilíbrio	319
4.1.2. Guerra de Atrito	326
4.1.2.1. Introdução	326
4.1.2.2. O Jogo da Espera na Perfuração Exploratória	329
4.1.2.3. Formalização e Estratégias da Guerra de Atrito	332
4.1.3. Jogos de Barganha	337
4.1.4. Outros Jogos de Interesse	344
4.1.4.1. Jogos de Informação Incompleta	344
4.1.4.2. Jogos de Leilões	348
4.1.5. Duopólios, Oligopólios e Outros Jogos	352
4.1.5.1. Duopólios e Jogos com Dois Jogadores	352
4.1.5.2. Oligopólios e Jogos de Quotas da OPEP	356
4.1.5.3. Jogos Evolucionários	359

4.2. Jogos de Opções Reais	360
4.2.1. Introdução e Estratégias de Gatilho	360
4.2.1.1. Histórico e Literatura de Jogos de Opções Reais	360
4.2.1.2. Estratégias de Gatilho em Jogos de Opções Reais	366
4.2.2. Duopólio sob Incerteza Simétrico	369
4.2.3. Duopólio Sob Incerteza Assimétrico	385
4.2.4. Oligopólio sob Incerteza	393
5 Aplicações de Opções Reais Híbridas em Petróleo	403
5.1. Introdução	403
5.2. Seleção de Alternativas de Investimento em Informação	404
5.2.1. Introdução	404
5.2.2. O Efeito da Incerteza Técnica no VPL de Desenvolvimento	405
5.2.3. A Combinação das Incertezas e as Alternativas de Aprendizagem	413
5.2.4. Exemplo Numérico e Momento de Adquirir Informação	420
5.3. Jogo Não-Cooperativo de Opções Exploratórias: Guerra de Atrito	426
5.4. Mudando o Jogo de Opção: De Guerra de Atrito para Barganha	442
6 Outras Opções Reais Híbridas	449
6.1. Introdução	449
6.2. Opções Reais Evolucionárias	450
6.3. Outras Opções Reais Híbridas da Literatura	457
6.3.1. Teoria das Restrições Combinada com Opções Reais	458
6.3.2. Opções Reais Nebulosas	460
6.3.3. Opções Reais e Teoria da Utilidade Esperada	461
6.3.4. Opções Reais e Preferências via Teoria dos Prospectos	463
6.3.5. Outras Opções Reais Híbridas	466
7 Conclusões	469
7.1. Principais Contribuições e Conclusões da Tese	469
7.2. Sugestões de Extensões do Trabalho	477
8 Referências Bibliográficas	479
9 Apêndices e Anexos	508
9.1. Demonstrações do Capítulo 2	508
9.2. Tempo de Toque, Fator de Desconto Esperado e Método Integral	508
9.3. Demonstração das Equações do Fator de Desconto Estocástico	509

## Lista de figuras

Figura 1 – Processo de Opções Reais Seqüenciais em E&P de Petróleo	45
Figura 2 – Incerteza de Mercado e Opção de Espera	47
Figura 3 – Revelação de Informação para o Segundo Prospecto	51
Figura 4 – Equação Visual de Opções Reais	55
Figura 5 – Movimento Geométrico Browniano	56
Figura 6 – Simulações: MGB Real x MGB Neutro ao Risco	58
Figura 7 – Movimento de Reversão à Média	60
Figura 8 – Estrutura a Termo do Mercado Futuro (WTI) em Outubro de 2004	60
Figura 9 – Regressão para Brent e Óleos Similares (Jan/70 a Out/2004)	62
Figura 10 – Preços do Petróleo Brent e Similares (Janeiro/1970 a Outubro/2004)	67
Figura 11 – VPL x P para Regime de Partilha de Produção	75
Figura 12 – VPL x P Não-Linear Devido à Opção de Abandono	76
Figura 13 – Modelos Lineares para a Função VPL(P)	79
Figura 14 – Valor da Opção Real em Função do Preço P	89
Figura 15 – Regra de Decisão de OR: Curva de Gatilhos	90
Figura 16 – VPL(P) para as Três Alternativas de Desenvolvimento	92
Figura 17 – Curvas de Gatilhos das Alternativas de Investimento	93
Figura 18 – Valor da Opção de Escala Antes da Expiração	94
Figura 19 – Depleção Secundária em Reservatório de Petróleo	98
Figura 20 – Linha de Tempo (anos) da Opção de Expansão	99
Figura 21 – Opções Estendíveis em Petróleo (Dois Períodos)	103
Figura 22 – Opção Estendível (MGB) na Primeira Expiração	104
Figura 23 – Efeito da Incerteza na Data de Abandono	107
Figura 24 – Valor do Projeto (Ativo) e Valor de Uso Alternativo	112
Figura 25 – Valor da Opção de Mudança de Uso Antes e na Expiração	115
Figura 26 – Poço Inteligente: Ganhos de Valor e de Redução de Incerteza	126
Figura 27 – Exemplo de Informação Perfeita ou Revelação Total	146
Figura 28 – Exemplo de Informação Imperfeita ou Revelação Parcial	152
Figura 29 – Árvore de Decisão com Teste Sísmico Perfeito	153
Figura 30 - Árvore de Decisão com Teste Sísmico Imperfeito	154
Figura 31 – Não-Concavidade do Valor da Informação	170
Figura 32 – Valor Líquido da Informação para Vários Graus de Informação	172

Figura 33 - $E[X   \Psi]$ como Projeção no Espaço $L^2$ de Hilbert	190
Figura 34 - Exemplo Ilustrando o Teorema 1 sobre Distribuição de Revelações	209
Figura 35 – Exemplo Estilizado de Delimitação de um Campo (Teorema 1)	211
Figura 36 – Distribuições de Revelações para o Exemplo do Teorema 1	214
Figura 37 – Diagrama de Árvore para o Exemplo do Teorema 1	215
Figura 38 – Exemplo Sobre Medidas de Dependência	229
Figura 39 - Exemplo do Teorema da Decomposição do Aprendizado	251
Figura 40 – Distribuição de Bernoulli: Massa (esquerda) e Acumulada (direita)	262
Figura 41 – Escala de Probabilidade Subjetiva para Fator de Chance	270
Figura 42 – Distribuição de Revelações de Bernoulli com Um Sinal	277
Figura 43 - Fatores de Chance Revelados x Raiz da Redução Esperada da Variância	286
Figura 44 – VOI versus Confiabilidade para Diversos $FC_0$	288
Figura 45 - VOI versus Medida $\eta^2$ para Diversos $FC_0$	289
Figura 46 – Processo de Revelação em Wang et al	292
Figura 47 – Processo de Revelação Não-Recombinante	294
Figura 48 – Processo de Revelação Decrescente Não-Recombinante	296
Figura 49 – Processo de Revelação Recombinante para um Sinal $S_k$	305
Figura 50 – Processo de Revelação Decrescente Recombinante	307
Figura 51 – Fator Redutor da Variância Esperada no Processo Recombinante	307
Figura 52 – Processo de Revelação de Bernoulli Recombinante com 5 Sinais	308
Figura 53 – Distribuição de Revelações de Bernoulli Após 10 Sinais	309
Figura 54 – Jogo do Medroso (“Chicken”)	327
Figura 55 – Prospectos Correlacionados em Blocos Vizinhos	330
Figura 56 – Alternativa de Condição Terminal na Guerra de Atrito	335
Figura 57 – Solução de Nash para o Jogo de Barganha Cooperativo	341
Figura 58 – Equilíbrios Clássicos em Duopólio	353
Figura 59 – Incerteza na Curva de Demanda	370
Figura 60 – Entradas do Líder e Seguidor no Duopólio Simétrico	379
Figura 61 – Valor em Colusão como Estratégia Dominante	380
Figura 62 – Região de Preempção Destruindo a Colusão	381
Figura 63 – Jogo Simultâneo em $t = \tau$	382
Figura 64 – Interpretação Geométrica da Probabilidade em Estratégias Mistas	384
Figura 65 – Valores do Líder, Seguidor e Simultâneo em Duopólio Assimétrico	388
Figura 66 – Gatilho do Líder Determinado pela Ameaça de Preempção do Rival	389
Figura 67 – Caso Sem Perigo de Preempção da Firma de Alto Custo	390

Figura 68 – Região de Preempção da Firma de Alto Custo	391
Figura 69 – Principal Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos no Duopólio Assimétrico	392
Figura 70 – ENPS Secundário no Duopólio Assimétrico	392
Figura 71 – Amostra da Demanda e Exercício Estratégico no Oligopólio de 10-Firmas	400
Figura 72 – Produção da Indústria sob Monopólio, Duopólio e Oligopólio (10-Firmas)	401
Figura 73 – Evolução de Preços e Barreira Refletora no Oligopólio de 10-Firmas	402
Figura 74 – Efeito da Incerteza Técnica no Valor do Projeto	408
Figura 75 – Valoração duma Alternativa de Investimento em Informação	419
Figura 76 – Líder e Seguidor na Guerra de Atrito Exploratória Simétrica	434
Figura 77 – Região Onde o Jogo Guerra de Atrito é Relevante	436
Figura 78 – Análise Conjunta Guerra de Atrito e Barganha	447
Figura 79 – Barganha versus Guerra de Atrito: Região de Interesse	448
Figura 80 – Curva de Gatilhos Representada por Cromossoma	453
Figura 81 – Genes do Cromossoma-Gatilho	454
Figura 82 – Fluxograma do Método de Algoritmos Genéticos	455
Figura 83 – Fluxograma das Opções Reais Evolucionárias	456
Figura 84 – Evolução do Melhor Cromossoma-Gatilho	457
Figura 85 – Função Valor na Teoria dos Prospectos	464

## Lista de tabelas

Tabela 1 – Técnicas Usadas Sempre ou Quase Sempre por Firms dos EUA e Canadá	35
Tabela 2 – Maior Incerteza de Mercado, Maior o Valor da Opção Real	48
Tabela 3 – Modelos de Preços do Petróleo para Uso em Opções Reais	65
Tabela 4 – Condições de Contorno Para os Modelos Lineares de VPL(P)	81
Tabela 5 – Exemplo de Opções Reais Comparando os Modelos de VPL(P)	82
Tabela 6 – Analogia Opção Financeira com a Opção Real de Paddock-Siegel-Smith	83
Tabela 7 – Condições de Contorno para as Opções Estendíveis	104
Tabela 8 – Cálculo dos VPLs Com e Sem a Informação Perfeita (em MM US\$)	151
Tabela 9 – Nomes e Usos da Medida de Aprendizagem Proposta	246
Tabela 10 – Propriedades da Distribuição de Bernoulli (Univariada)	263
Tabela 11 – Distribuição Bivariada de Bernoulli e Distribuições Marginais	276
Tabela 12 – Distribuições a Priori e Posterior Conjugadas (Bernoulli e Beta)	313
Tabela 13 - Probabilidades de Sucesso dos Prospectos Terem Selo	316
Tabela 14 – Lucros e Margens dos Equilíbrios dos Duopólios	353
Tabela 15 – Opções de Aprendizagem: Resultados para o Campo 1	422
Tabela 16 – Opções de Aprendizagem: Resultados para o Campo 2	423
Tabela 17 – Análise de Momento Ótimo de Aprendizagem para o Campo 1	425
Tabela 18 – Revelação de Informação x Janela Relevante da Guerra de Atrito	437

## Lista de lemas, proposições e teoremas

Proposição 1 – Processos Estocásticos Iguais de V e P	81
Proposição 2 – EDPs Iguais para os Modelos de Negócios e de Fluxo de Caixa Rígido	81
Proposição 3 – EDP do Valor da Opção Real $F(V, t)$	87
Proposição 4 – Incerteza Técnica Não Demanda Prêmio de Risco	135
Lema 1 – Existência da Expectativa Condicional	190
Lema 2 – Propriedades Fundamentais das Expectativas Condicionais	190
Proposição 5 – Processo de Revelação É Uniformemente Integrável	196
Teorema 1 – Propriedades da Distribuição de Revelações	198
Lema 3 – Propriedades do Coeficiente de Correlação	221
Lema 4 – Relação Medida de Aprendizagem $\eta^2$ e Coeficiente de Correlação	222
Proposição 6 – Propriedades da Medida de Aprendizagem $\eta^2$	239
Teorema 2 – Medida de Aprendizagem $\eta^2$ Atende os Axiomas	244
Lema 5 – Independência é uma Família	248
Teorema 3 – Decomposição do Aprendizado	249
Lema 6 – Sinal da Correlação na Distribuição Bivariada de Bernoulli	279
Teorema 4 – Medida $\eta^2$ para Distribuição Bivariada de Bernoulli	280
Proposição 7 – Variáveis Aleatórias de Bernoulli Intercambiáveis	284
Lema 7 – Condição Necessária para Haver Revelação Total	286
Proposição 8 – Métodos Diferencial e Integral para Resolver Jogos de OR	366
Proposição 9 – Alternativa Ótima de Investimento em Informação	415

## Lista de Símbolos, Abreviaturas e Siglas.

$0^+$  – próximo de zero e positivo, ligeiramente positivo

, – final de demonstração, “como queríamos demonstrar”

$\alpha$  – tendência (“drift”)

$\mathbf{B}$  – sigma-álgebra de Borel

$\delta$  – taxa de conveniência (“convenience yield”), taxa de distribuição de dividendos (“dividend yield”), taxa de distribuição de fluxos de caixa

$\mathbf{F}_n$  – filtração ou história ou informação acumulada até o estágio  $n$

$\eta^2(X|S)$  – redução percentual esperada de variância em  $X$  devido a  $S$

$I_S(\omega)$  – função indicador (igual a 1 se  $\omega \in S$ , e igual a 0 se  $\omega \notin S$ )

$\kappa$  – velocidade de reversão à média

$\mu$  – taxa de desconto ajustada ao risco, taxa de retorno total

$\mathbb{R}$  – conjunto dos números reais,  $(-\infty, +\infty)$

$\sigma$  – volatilidade

$\xi$  – parâmetro, ponto de status quo (depende do contexto)

$\mathbf{Z}$  – conjunto dos números inteiros

a.a. – ao ano

AG – algoritmos genéticos

ANP – Agência Nacional do Petróleo

$\operatorname{argmax}\{\cdot\}$  – (operador) argumento que maximiza a expressão  $\{\cdot\}$

ASG – análise de sensibilidade global

BG – British Gas

cap. – capítulo

cc. – condições de contorno

CEO – Chief Executive Officer (equivale a Diretor Presidente)

CFO – Chief Financial Officer (equivale a Diretor Financeiro)

CMPC – custo médio ponderado de capital

CUP – custo unitário de produção (preço de “break-even”)

$dz$  – incremento de Wiener



E – valor da opção exploratória  
E[.] – (operador) valor esperado  
E&P – exploração e produção (de petróleo)  
EDO – equação diferencial ordinária  
EDP – equação diferencial parcial  
EBN – equilíbrio Bayesiano de Nash  
EBP – equilíbrio Bayesiano perfeito  
EN – equilíbrio de Nash  
ENPS – equilíbrio de Nash perfeito em subjogos  
EPM – equilíbrio perfeito de Markov  
ESS – estratégia evolucionária estável (“evolutionary stable strategy”)  
eq., eqs. – equação, equações  
ex., exs. – exemplo, exemplos  
exp[.] – operador (função) exponencial  
F – valor da opção real, valor do seguidor (depende do contexto)  
FC – fator de chance (de sucesso exploratório)  
FCD – fluxo de caixa descontado  
GASBOL – gasoduto Brasil-Bolívia  
I – investimento  
i. é – isto é  
iid – independentes e identicamente distribuídos  
Inf, Inf{.} – (operador) ínfimo  
L – valor do líder  
LDA – lâmina d’água  
ln(.) – operador (função) logaritmo natural  
Max, Max{.} – (operador) máximo  
MGB – movimento geométrico Browniano  
Min, Min{.} – (operador) mínimo  
MIT – Massachusetts Institute of Technology (Cambridge, EUA)  
MM – milhões  
MM\$ - milhões de dólares americanos  
MRM – modelo de reversão à média  
OPEP – Organização dos Países Produtores de Petróleo

OR – opção real, opções reais, teoria das opções reais  
ORH – opção real híbrida, teoria das opções reais híbridas  
P&D – pesquisa e desenvolvimento  
p.a. – por ano  
Pravap – Programa de Recuperação Avançada de Petróleo  
P – preço do petróleo, medida de probabilidade (depende do contexto)  
P\* – preço de gatilho (preço de exercício ótimo da opção)  
P<sub>L</sub> – preço de gatilho do líder  
P<sub>F</sub> – preço de gatilho do seguidor  
Pr(.) – Probabilidade de ocorrência de um evento (operador)  
q.c. – quase certamente  
r – taxa de desconto (juros) livre de risco  
S – sinal, valor de exercício simultâneo da opção (depende do contexto)  
SPE – Society of Petroleum Engineers  
t<sub>F</sub> – instante de exercício ótimo da opção pelo seguidor  
t<sub>L</sub> – instante de exercício ótimo da opção pelo líder  
TBG – Transportadora Brasileira Gasoduto Bolívia Brasil S.A.  
TIR – taxa interna de retorno  
TOC – teoria das restrições (“theory of constraints”)  
ton. – toneladas  
U – valor da união de ativos no jogo de barganha  
V – valor do projeto completo, valor da reserva desenvolvida  
V\* – valor de gatilho para exercício da opção  
v.a. – variável aleatória ou variáveis aleatórias  
Var[.], var. – operador variância, variância  
VDI – valor esperado da decisão informada  
VDP – valor da decisão a priori  
VEII – valor esperado da informação imperfeita  
VEIP – valor esperado da informação perfeita  
VME – valor monetário esperado  
VOI – valor da informação (“value of information”)  
VPL – valor presente líquido

*Que a inspiração chegue não depende de mim.  
A única coisa que posso fazer é garantir que ela me encontre trabalhando.*  
Frase atribuída a Pablo Picasso