

## 2

### Revisão Bibliográfica

#### 2.1. Tipos de Deformação

No concreto sob carregamento há três tipos de deformações: deformações elásticas, deformações plásticas e deformações viscosas. Pode também existir uma combinação entre elas como: deformações elasto-plásticas ou visco-elásticas. Essas combinações complicam o entendimento dessas deformações. A deformação elástica é instantânea, linear e completamente reversível. Assim,

$$\sigma = E\varepsilon \quad (\text{Eq. 2.1})$$

onde  $\varepsilon$  é a deformação específica total.

A elasticidade retardada pode ser considerada como uma forma de fluência, caracterizada por um arranjo molecular desordenado, e é completamente reversível já que a energia produzida não é dissipada e sim armazenada no material [1]. Num corpo-de-prova sólido submetido a tensão, a deformação instantânea é comandada pelo módulo de elasticidade do sistema combinado, logo após esta fase, há uma percolação dos líquidos, e devido ao aumento da pressão interna na parte sólida, tendo assim um acréscimo de deformação.

A deformação plástica esta ligada diretamente à irreversibilidade de posição de partes que compõem um corpo, ou para distorções sem uma mudança volumétrica:

$$\varepsilon = F(\sigma, t) \quad (\text{Eq. 2.2})$$

A plasticidade esta ligada geralmente ao arranjo molecular dos cristais, e pode ser associada ao ajuste atômico das moléculas vizinhas. Um material puramente plástico não apresenta fluência propriamente dita, com a aplicação de uma tensão que produziria uma deformação correspondente à inércia mecânica da peça não permitiria que houvesse mudanças futuras nas deformações.

Hansen [5] classificou as deformações do concreto submetido à carga contínua de acordo com os itens descritos na Tabela 2.1.

Tabela 1.1 – Classificação das deformações com o tempo.

| Deformações   | Instantâneas | Dependentes do tempo |
|---------------|--------------|----------------------|
| Reversíveis   | Elástica     | Elástica Retardada   |
| Irreversíveis | Plástica     | Viscosa              |

Ambas as deformações dependentes do tempo representam a fluência: a deformação elástica retardada como fluência primária ou básica, portanto, reversível, e a deformação viscosa como fluência secundária. Segundo Hansen [5] a fluência total é a soma das duas.

## 2.2. Fluência

Como mostrado no item anterior, o concreto está sujeito a vários tipos de deformações, dependentes do tipo de carregamento ao qual é solicitado, e do tempo de duração dessas solicitações.

A fluência é um fenômeno que consiste num acréscimo de deformações quando o concreto é submetido a carregamento constante de longa duração, como mostra a Figura 2.1. Pode se apresentar como havendo uma contensão tal que um concreto sob tensão esteja submetido a uma deformação constante, a fluência se manifesta como uma redução progressiva da tensão com o tempo, Figura 2.2. Como esse acréscimo de deformação pode ser muito maior do que a deformação devida somente ao efeito do carregamento, a fluência tem considerável importância na análise das estruturas.

É difícil distinguir exatamente o que é deformação elástica e o que é fluência, pois com o tempo o módulo de elasticidade cresce fazendo com que a deformação elástica diminua progressivamente como mostra a Figura 2.1. A rigor o que exceder essas deformações elásticas são as deformações plásticas, como a retração e a fluência, embora uma parte dessas deformações seja reversível.

Convém frisar que a fluência é dividida em duas partes: a primeira é chamada de fluência verdadeira ou básica, e a segunda de fluência por secagem (Figura 2.1).

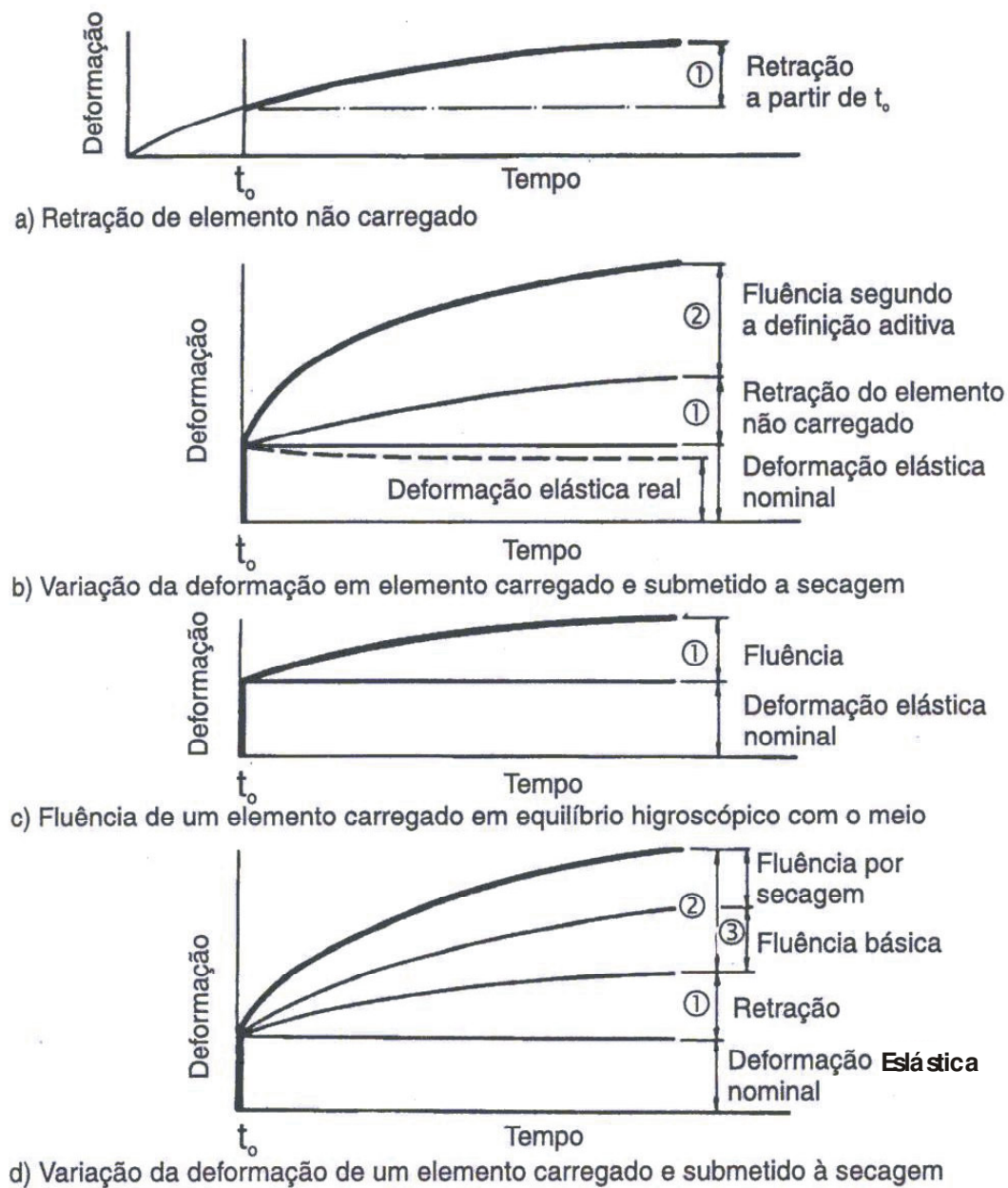


Figura 2.1 – Deformação dependente do tempo em concreto sob carga constante [8].

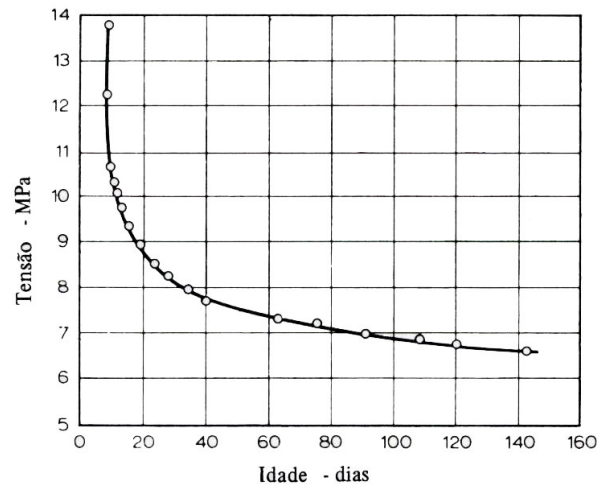


Figura 2.2 – Relaxação de tensão sob deformação constante [8].

Se a carga for removida ocorre um decréscimo imediato da deformação igual a deformação elástica. Essa recuperação instantânea é seguida de um decréscimo progressivo da deformação, denominado recuperação por fluência. A recuperação por fluência não é completa, pois a fluência não é um fenômeno simplesmente reversível, de modo que qualquer carga aplicada, mesmo que seja por um certo período, resulta numa deformação residual (Figura 2.3).

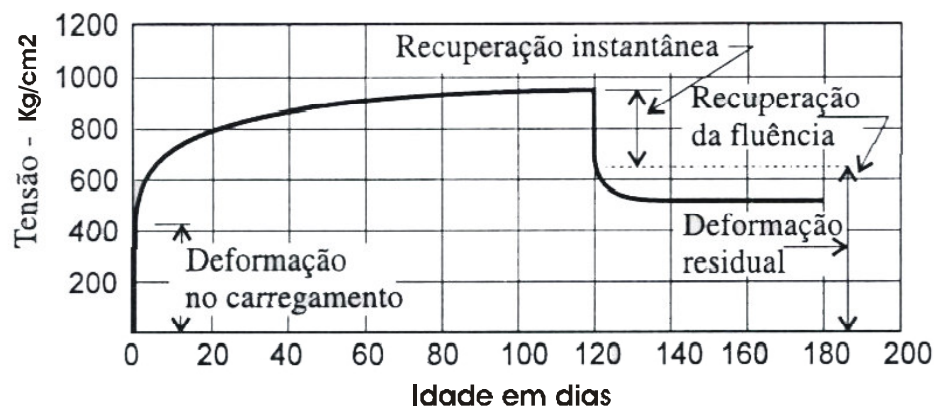


Figura 2.3 – Recuperação da fluência numa amostra de argamassa submetida a uma tensão de 14,8 MPa, numa umidade relativa do ar de 95%, e em seguida descarregada; adaptada de [1].

Para o cálculo da fluência admite-se o princípio da superposição dos efeitos, que consiste em: a deformação total é medida no corpo-de-prova submetido à carga contínua, e outro corpo-de-prova igual é submetido às mesmas condições

durante o mesmo período, porém, sem carga, faz-se uma medida da retração. Para se determinar a deformação referente à fluência, basta subtrair a deformação total da retração, sendo isso uma simplificação cômoda, que não induz a erros sérios, sendo muitas vezes conveniente de ser utilizada, exceto em análises mais rigorosas.

O princípio da superposição é um método seguro para o concreto no que diz respeito a deformações, porém, este princípio só é válido para materiais elásticos ou visco-elástico. Nenhuma superposição pode ser aplicada para um material plástico [5].

Essa simplificação é cômoda, mas, os fenômenos da retração e da fluência são interdependentes, logo não pode ser aplicado o princípio da superposição dos efeitos. A retração aumenta a fluência [6].

### **2.3. Princípio da Superposição**

Uma teoria de reversibilidade de fluência foi proposta por McHenry [7] em 1943, a qual é denominada de princípio da superposição. A fluência é considerada como um fenômeno elástico atrasado, no qual a recuperação total é impedida somente por hidratação adicional de cimento. Assim, a remoção da carga é tratada como uma carga negativa que induz uma fluência negativa, e oposta à que seria causada por uma carga positiva. A deformação produzida no concreto em um tempo  $t$  para um incremento de tensão aplicada em um tempo  $t_0$ , são independentes dos efeitos de qualquer tensão aplicada antes ou depois do tempo  $t_0$ . O incremento de tensão pode ser positiva ou negativa, próxima da resistência última.

Na Figura 2.4 observa-se que a recuperação da fluência é, em qualquer tempo, a diferença entre a deformação atual e a deformação que existiria ao mesmo tempo se o concreto estivesse sendo sujeito à tensão original. O princípio é válido para o cálculo simplificado.

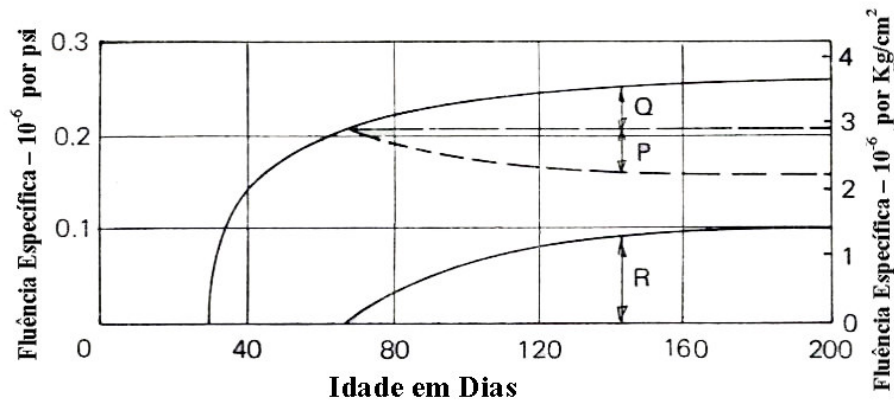


Figura 2.4 – Princípio da superposição de deformações por fluência; adaptada de [1].

O resultado experimental em concreto-massa obtido na U.S. Bureau of Reclamation [8] admite este conceito do princípio da superposição. Testes em concretos curados sob carga mostram que a recuperação da fluência proposta pelo princípio da superposição pode ser maior do que a recuperação real. Logo, só uma pequena parte da fluência por secagem pode ser reversível.

De acordo com o princípio de superposição o valor de  $(R-Q)/P$  sempre deveria ser unitário. Davies [9] considerou a deformação total, mas talvez seja mais razoável verificar o princípio de superposição com referência à deformação por fluência somente. A Tabela 2.2 fornece os dados provenientes dos testes de Davies [9] para concretos de idades diferentes a uma umidade relativa de 56% a 79%. Observa-se que a recuperação teórica sempre é maior que recuperação real.

Tabela 2.2 – Dados dos testes de Davies [11].

| Resistência Nominal do Concreto (kg/cm <sup>2</sup> ) | Agregados          | Deformação (10 <sup>-6</sup> por psi) |       |       | Relação (R-Q)/P |
|-------------------------------------------------------|--------------------|---------------------------------------|-------|-------|-----------------|
|                                                       |                    | R                                     | Q     | P     |                 |
| 210                                                   | Agregados Leves    | 0,184                                 | 0,022 | 0,160 | 1,01            |
| 320                                                   |                    | 0,138                                 | 0,025 | 0,102 | 1,11            |
| 490                                                   |                    | 0,101                                 | 0,002 | 0,070 | 1,41            |
| 630                                                   |                    | 0,098                                 | 0,002 | 0,078 | 1,23            |
| 210                                                   | Areia e Pedregulho | 0,178                                 | 0,006 | 0,062 | 2,78            |
| 320                                                   |                    | 0,116                                 | 0,005 | 0,058 | 1,91            |
| 490                                                   |                    | 0,063                                 | 0,002 | 0,052 | 1,17            |
| 630                                                   |                    | 0,066                                 | 0,002 | 0,046 | 1,39            |

A diferença no caso do agregado leve é menor do que com areia e agregados normais. Esta diferença pode estar ligada ao baixo módulo de elasticidade dos agregados leves. Observa-se que em concretos com agregados leves a deformação elástica em descarga é, nos testes de Davies [9], sempre maior que a deformação elástica em aplicação de carga, enquanto o contrário ocorre com concretos com agregados normais.

Kimishima [10] encontrou um valor para a recuperação de fluência menor que o valor proposto pelo princípio da superposição. Na realidade a recuperação por fluência a qualquer tempo depois do descarregamento, é menor que a fluência do concreto virgem de carregamento à mesma idade, na qual o elemento de recuperação é descarregado.

Segundo Bäckström [11] isto também se aplica à flexão: com exceção de descarga a idades abaixo de 28 dias, a recuperação de fluência de vigas que curaram durante sete dias em água, e foram armazenadas ao ar livre com umidade relativa de 60%, são menores do que o determinado pelo princípio da superposição (Figura 2.5).

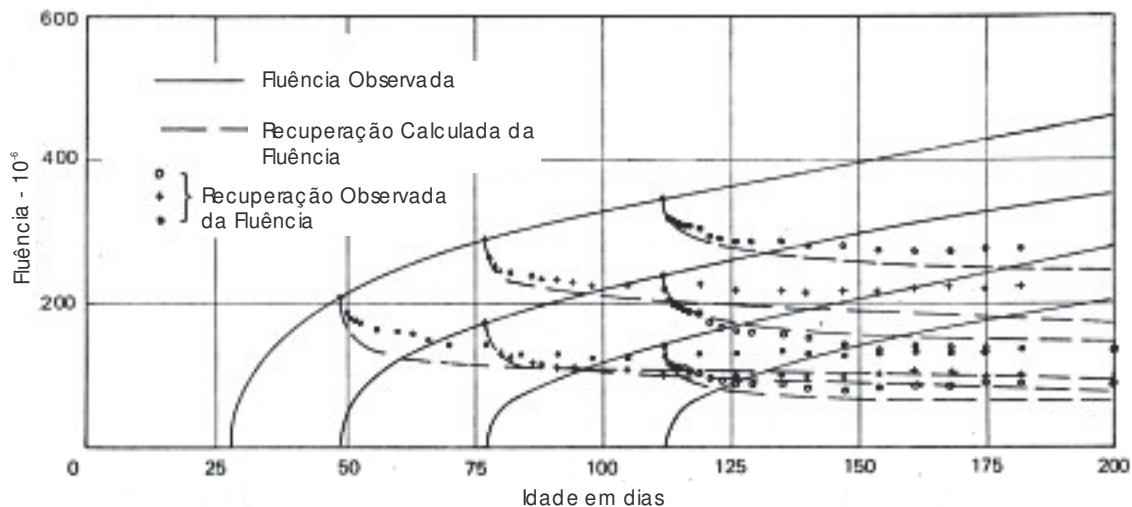


Figura 2.5 – Princípio da superposição de deformações por fluência; adaptada de [14].

Testes de Kimishima e Kitahara [12] apresentaram conceitos que sob iguais condições, o princípio da superposição superestima a recuperação de fluência.

Os resultados das deformações são subestimados quando a carga decresce, e superestimados quando a carga aumenta.

## 2.4.

### Fatores que Afetam a Fluência

Vários fatores afetam a fluência, porém, é muito difícil analisar somente um desses fatores, já que muitas propriedades do concreto têm ligação direta com a fluência, pois na dosagem do concreto não é possível alterar um fator sem que pelo menos outro seja modificado.

A fluência do concreto depende do tipo de agregado, do tipo de cimento, da umidade do ar, da resistência do concreto, da intensidade da tensão aplicada, da espessura fictícia da peça e do tempo.

### 2.4.1.

#### Influência dos Agregados

Observa-se que é a pasta de cimento hidratado que apresenta fluência, sendo o papel do agregado basicamente a contenção. Os agregados normais não apresentam fluência quando o concreto é submetido a tensões usuais. Portanto, a

fluência é uma função do teor em volume da pasta de cimento no concreto, porém, essa dependência não é linear.

Neville [13] propôs que a fluência do concreto  $c$ , o teor em volume de agregado  $g$ , e o teor em volume de cimento não hidratado  $u$ , estão relacionados pela expressão seguinte:

$$\log\left(\frac{c_p}{c}\right) = \alpha \log\left(\frac{1}{1-g-u}\right) \quad (\text{Eq.2.3})$$

onde  $c_p$  é a fluência da pasta de cimento usada no concreto, e

$$\alpha = \frac{3(1-\mu)}{1 + \mu + 2(1-2\mu_a) \frac{E}{E_a}} \quad (\text{Eq.2.4})$$

onde  $\mu_a$  é o coeficiente de Poisson do agregado,  $\mu$  é o módulo de Poisson do material envolvente (concreto),  $E_a$  é o módulo de elasticidade do agregado, e  $E$  é o módulo de elasticidade do material envolvente. Essa expressão se aplica para agregados leves ou normais (Figura 2.6).

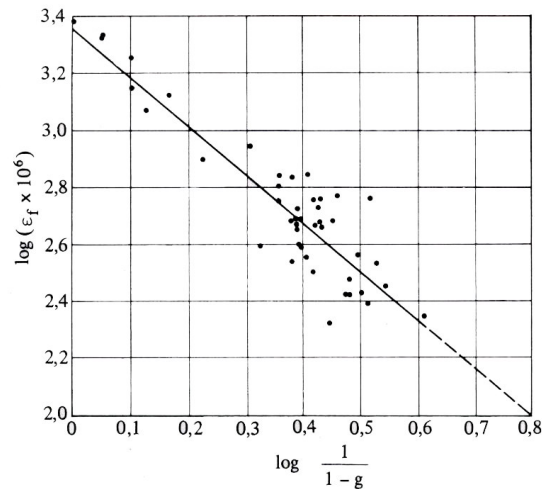


Figura 2.6 – Relação entre a fluência e o volume de agregados [8].

Foi proposto por Neville [13] que o tamanho e a forma dos agregados seriam fatores que afetam a fluência, no entanto, a principal influência, direta ou

indireta, é o teor de agregado, desde que se obtenha um adensamento pleno do concreto.

O módulo de elasticidade do agregado é um dos fatores mais importantes. Quanto maior o módulo de elasticidade, maior o efeito de contenção oferecido pelo agregado à fluência potencial da pasta de cimento hidratado. A porosidade também é levada em consideração devido ao fato de desempenhar uma função direta de troca de umidade no interior do concreto. Essas trocas podem ser associadas com a fluência, criando condições para fluência por secagem.

Devido a grande variação de agregados do mesmo tipo mineralógico e petrológico, não é possível fazer uma afirmativa generalizada de seu efeito sobre a fluência.

Rüsch et al. [14] encontraram, após 18 meses de carga a uma umidade relativa de 18%, valores de fluência crescente de acordo com o agregado da mistura com a seguinte ordem: basalto, quartzo, seixo, mármore, granito e arenito. Com uma diferença de cinco vezes do maior para o menor valor encontrado.

Os agregados leves apresentam fluência maior devido ao módulo de elasticidade desses agregados, e a velocidade da fluência com o tempo diminui menos lentamente do que no caso de agregados normais, isso para o caso de concretos com o mesmo teor de agregado. Porém, nos casos de agregados leves há uma deformação elástica maior.

#### **2.4.2. Tipos de Cimento**

O tipo de cimento tem efeito direto na fluência devido à resistência do concreto no momento de aplicação da carga, sendo melhor utilizar cimentos do mesmo tipo na mesma estrutura. Sob esse aspecto, tanto os cimentos Portland dos diversos tipos quanto os cimentos aluminosos, resultam sensivelmente em valores iguais de fluência. A velocidade de aumento de resistência têm efeito sobre a fluência.

A variação de resistência do concreto sob carga é importante na avaliação da afirmativa precedente, sobre qual tipo de cimento afetará mais a fluência. Para uma mesma relação tensão / resistência, no momento de aplicação da carga, a fluência é tanto menor quanto maior o aumento relativo da resistência além desse

momento. Assim, a fluência aumenta nesta ordem para cimentos: de baixo calor de hidratação, comuns e de alta resistência inicial. No entanto, não existe dúvidas de que para uma tensão constante a uma mesma idade, a fluência aumenta para os cimentos na seguinte ordem: alta resistência inicial, comum e de baixo calor de hidratação. Essas afirmativas levam a necessidade de estudos mais claros sobre os fatores da fluência [5].

O modelo de evolução da fluência não é alterada pela presença de cinza volante classe C ou F, escórias de alto-forno e sílica ativa, ou até mesmo pela combinação desses materiais. Já a fluência por secagem é afetada pela permeabilidade e pela difusividade da pasta de cimento hidratada.

O efeito da hidratação na fluência foi relatado por Buil e Acker [15] que descobriram que a sílica ativa não afeta a fluência, mas reduz bastante a fluência por secagem. A explicação mais provável é de que a hidratação da sílica ativa diminui a quantidade de água disponível que possa ser retirada do gel, e garantindo um aumento da resistência a longo prazo. Os cimentos com cinza volante e escórias de alto forno também apresentam uma fluência pequena a longo prazo.

Os concretos feitos com cimentos expansivos apresentam maior fluência do que os concretos feitos com cimentos do tipo Portland [5].

Não foi definido ainda um modelo confiável para prever o efeito dos aditivos redutores de água. Sabe-se apenas que os aditivos a base de lignossulfonato levam à uma fluência maior do que aqueles a base de ácidos carboxílicos.

### **2.4.3. Influência da Umidade**

A umidade relativa do ar que envolve o concreto é o parâmetro mais importante que afeta a fluência. De modo geral pode-se dizer que quanto menor a umidade maior será a fluência. Na Figura 2.7 observam-se peças curadas com umidade de 100% e depois carregadas e expostas a diversas umidades. As velocidades da fluência nesse período variam de modo correspondente, mas a idades posteriores as velocidades são diferentes. A umidade relativa tem um efeito menor, ou quase nenhum, para os casos em que a peça atinge o equilíbrio

higroscópico com o meio antes da aplicação da carga. Na prática não é a umidade relativa que tem efeito sobre a fluência, mas o processo de secagem.

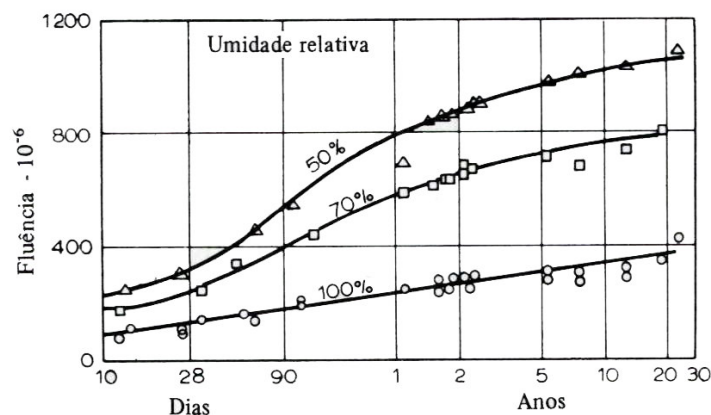


Figura 2.7 – Fluência do concreto curado durante 28 dias e depois carregado; adaptada de [22].

Bazant e Xi [16] sugerem que em lugar da fluência por secagem existe uma retração elevada, induzida por tensão causada por movimentação de água entre os poros capilares e poros do gel. Neste estágio verifica-se que a fluência e a retração se apresentam em níveis elevados, mas isso não significa que ambos tenham a mesma causa, mas podem estar ligados ao mesmo aspecto estrutural da pasta de cimento hidratada. A Figura 2.8 indica outra relação entre retração e fluência.

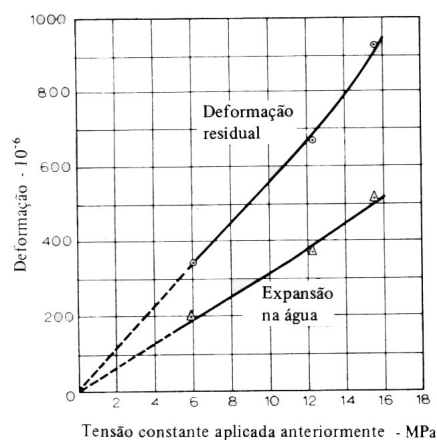


Figura 2.8 – Relação entre tensão mantida e a expansão em água e deformação residual do concreto; adaptada de [8].

A Figura 2.9 mostra a verificação da deformação com o tempo de um elemento carregado, conservado alternadamente em água e ar com umidade de 50%. As ordenadas representam a variação da deformação a partir da deformação existente depois de 600 dias sob carga, conservado ao ar. Na água o elemento carregado apresenta uma fluência relativa à expansão do elemento não carregado, mas no ar é igual a variação da deformação de todos os elementos.

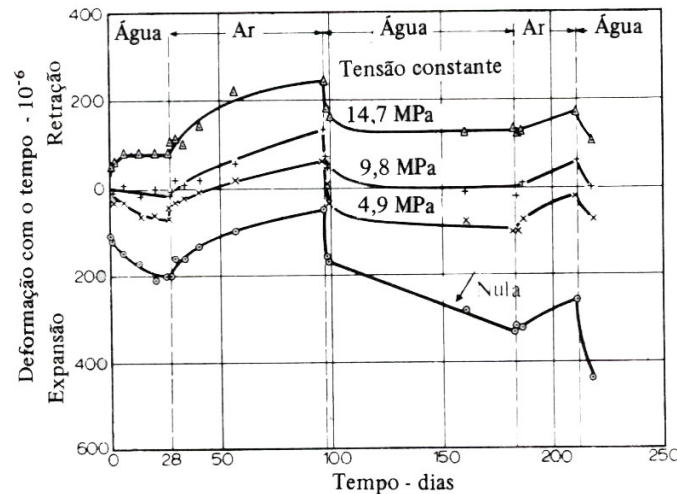


Figura 2.9 – Deformação com o tempo de concretos submetidos a diferentes tensões, conservados alternadamente em água e ar com umidade relativa de 50%; adaptada de [8].

Observa-se que a fluência diminui com o aumento das dimensões do elemento, o que pode ser devido aos efeitos da retração, e ao fato de que a fluência na superfície ocorre sob condições de secagem e, portanto, é maior que no interior do elemento, onde as condições se aproximam da cura de grandes massas. Com o tempo a secagem no interior do concreto, onde este já estará bastante hidratado, e tendo atingido uma resistência mais alta, resultará numa fluência menor. Em concretos selados não pode haver efeitos da dimensão. O efeito das dimensões pode ser melhor representado como uma função da relação volume / área-superficial do elemento de concreto. Essa relação é mostrada na Figura 2.9, onde se observa que a forma do elemento tem menor importância do que no caso da retração, mas não são iguais às velocidades de aumento da fluência e da retração, indicando que ambos os fenômenos têm a mesma função da relação

volume / área-superficial. Esses dados são válidos para retração e fluência com umidade relativa do ar de 50%.

#### **2.4.4. Influência da Resistência**

Existe uma proporcionalidade direta entre a fluência e tensão aplicada, exceção feita para elementos carregados a idades muito pequenas. Não existe um limite inferior da proporcionalidade, isto porque o concreto é passível de fluência mesmo sob tensões muito pequenas. O limite superior de proporcionalidade é alcançado quando surgem no concreto microfissuras. Isto ocorre a uma tensão expressa como fração da resistência, menor para materiais mais homogêneos. Essa fração situa-se, usualmente entre 0,4 e 0,6, mas ocasionalmente pode atingir valores tão baixos como 0,3, ou altos até 0,75. Esse último valor se aplica a concretos de alta resistência. Em argamassas os valores situam-se no intervalo entre 0,8 a 0,85. Ngab et al. [17] encontraram uma relação de 65% para testes em concreto com resistência de 39 MPa. Smadi et al. [18] encontraram para concretos com resistência entre 35 MPa a 40 MPa uma relação limite de aproximadamente 75%, e para concretos com resistência entre 60 MPa e 70 MPa encontraram uma relação entre 75 e 80%. Iravani e MacGregor [19] encontraram para concretos com resistência entre 65 MPa a 75 MPa, 95 MPa a 105 MPa e 120 MPa as relações de 70 a 75%, 75 a 80% e 85 a 90%, respectivamente.

Conclui-se que no intervalo das tensões nas estruturas em serviço é válida a proporcionalidade entre fluência e a tensão, e para esses casos as expressões da fluência partem dessa hipótese. A recuperação da fluência também é proporcional à tensão aplicada previamente.

Acima do limite de proporcionalidade, a fluência aumenta com o aumento da tensão a uma razão crescente, e existe uma relação tensão / resistência acima da qual a fluência produz a *ruptura por fluência*. Essa relação tensão / resistência situa-se no intervalo de 0,80 a 0,90 da resistência estática a curto prazo. A fluência aumenta a deformação total, até que seja atingido um valor limite que corresponde à deformação máxima admitida para o concreto. Essa afirmativa implica num conceito de ruptura baseado na deformação limite, pelo menos na pasta de cimento hidratada endurecida.

A resistência do concreto afeta consideravelmente a fluência: dentro de um grande intervalo a fluência é inversamente proporcional à resistência do concreto no momento da aplicação da carga. Essa proporcionalidade foi amplamente confirmada. Pode não ser uma relação fundamental, mas é muito conveniente, pois na prática a resistência do concreto é especificada, e a tensão sob carga mantida é calculada pelo projetista. Por essa razão, a abordagem a partir da relação tensão / resistência é considerada mais prática do que a consideração do tipo de cimento, da relação água / cimento, e da idade.

De modo análogo, não se considera a idade propriamente dita, sendo sua influência considerada por meio da resistência do concreto. É oportuno lembrar que mesmo concretos bem antigos apresentam fluência, como foi observado em ensaios feitos com concretos com 50 anos de idade.

#### **2.4.5. Relação entre Fluência e Tempo**

A fluência é normalmente determinada pela medição da variação com o tempo da deformação de um corpo-de-prova submetido a uma tensão constante, e conservado em condições apropriadas. O método ASTM C 512-87 (reaprovado em 1994) descreve uma armação dotada de uma mola que mantém num corpo-de-prova cilíndrico de concreto, uma carga constante independente de variações do comprimento. No entanto, para ensaios comparativos de concretos com agregados não conhecidos, pode-se usar um dispositivo mais simples tal como ilustrado na Figura 2.10. Neste dispositivo a carga deve ser ajustada de tempos em tempos, sendo o seu valor indicado por um dinamômetro em série com o corpo-de-prova.

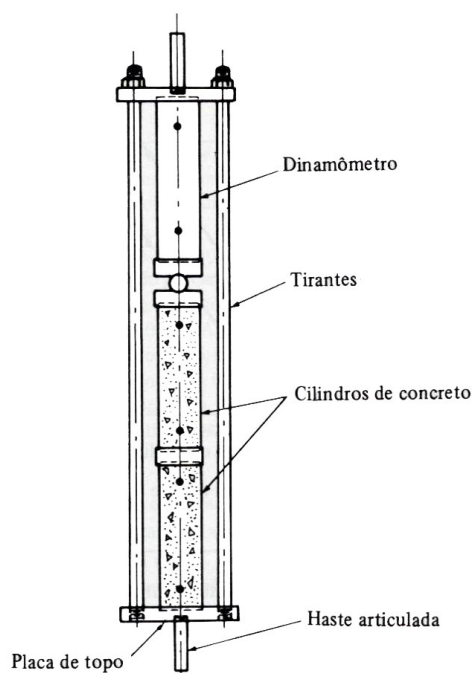


Figura 2.10 – Pórtico simples para determinação da fluência do concreto sob tensão aproximadamente constante; adaptada de [8].

A fluência prossegue durante muito tempo, praticamente indefinido. As determinações de que se dispõe indicam que ainda ocorrem pequenos aumentos de deformações após 30 anos, como mostra o gráfico da Figura 2.11, e foram interrompidas devido a interferências pela carbonatação. No entanto, a velocidade da fluência diminui continuamente, e geralmente se admite que a fluência tenda para um valor limite após um tempo infinito, fato que ainda não foi comprovado.

A Figura 2.11 mostra as medidas a longo prazo de Troxell et al. [20]. Tomando-se como unidade de fluência após um ano sob carga, os valores da fluência média em idades mais avançadas são mostrados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Valores de fluência após 30 anos medidos por Troxell et al. [22].

| Idade (anos) | Deformação Específica (%) |
|--------------|---------------------------|
| 2            | 1,14                      |
| 5            | 1,20                      |
| 10           | 1,26                      |
| 20           | 1,33                      |
| 30           | 1,36                      |

Esses valores mostram que a fluência final pode ser maior do que 1,36 vezes a fluência após 1 ano, contudo, para efeitos de cálculo muitas vezes se toma o valor referente a 30 anos como o valor final.

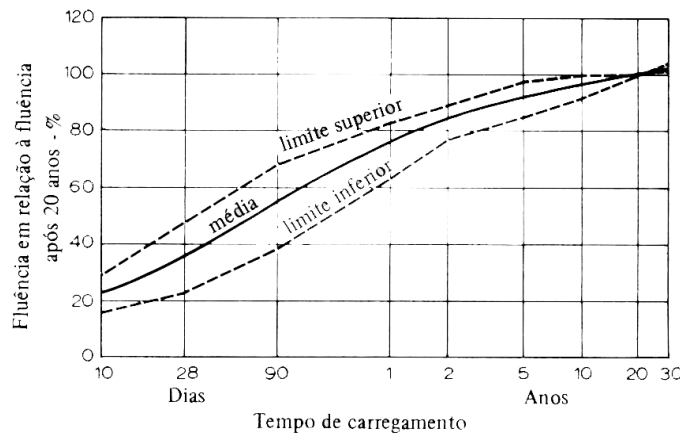


Figura 2.11 – Intervalo das curvas fluência-tempo para concretos conservados em ambientes com diferentes umidades relativas; adaptada de [22].

## 2.5. Natureza da Fluência

Na Figura 2.3 observa-se que a fluência e a recuperação são fenômenos relacionados, mas a natureza desse relacionamento não está totalmente estabelecida. O fato de que a fluência é parcialmente reversível, sugere que ela pode consistir de uma deformação visco-elástica parcialmente reversível (consistindo de uma fase puramente viscosa e outra puramente elástica) e, possivelmente, de uma deformação plástica não reversível.

Uma deformação elástica é sempre recuperável com o descarregamento. Uma deformação plástica nunca é recuperável, e é dependente do tempo e não existe proporcionalidade entre a deformação plástica e a tensão aplicada, ou entre a tensão e a velocidade de deformação. Uma deformação viscosa nunca é recuperável no descarregamento, sempre depende do tempo, e sempre existirá proporcionalidade entre a velocidade da deformação viscosa e a tensão aplicada, e, portanto, entre a tensão e a deformação num momento dado. Esses diferentes tipos de deformações estão resumidos na Tabela 2.1.

Foi desenvolvido por McHenry [7] um tratamento possível da recuperação parcial da fluência a partir da superposição de deformações. Esse tratamento estabelece que as deformações produzidas no concreto a qualquer tempo  $t$ , por um incremento de tensão aplicado em um momento qualquer  $t_o$ , são independentes dos efeitos de qualquer tensão aplicada antes ou depois de  $t_o$ . Entende-se que o incremento de tensão tanto pode ser de compressão ou de tração, isto é, também pode ser um alívio da carga. Se uma tensão de compressão ou de tração é removida à idade  $t_I$ , a recuperação resultante da fluência será igual à fluência de um elemento semelhante submetido a uma tensão igual de compressão à idade  $t_I$ . A recuperação é representada pela diferença entre a tensão real em qualquer momento e a tensão que existiria no mesmo momento, se o elemento continuasse submetido à tensão de compressão inicial.

Uma comparação das deformações reais calculadas (sendo os valores calculados a diferença entre duas curvas experimentais) para concretos selados, isto é, sujeitos unicamente à fluência básica. Evidencia-se que em todos os casos a deformação real depois da remoção da carga foi maior do que a deformação residual prevista pelo princípio da superposição. Observa-se que a fluência real é menor do que a esperada. Um erro semelhante é encontrado quando se aplica esse princípio a elementos com tensão variável. Aparentemente o princípio da superposição não satisfaz plenamente os fenômenos da fluência e da sua recuperação da fluência.

O fator mais preponderante na fluência é a pasta de cimento hidratado. A fluência esta relacionada com a movimentação interna de água absorvida ou intercrystalina, isto é, à percolação interna. Ensaios de Glucklich [21] mostram que um concreto do qual foi removida toda a água evaporável não apresentou praticamente nenhuma fluência. As mudanças no comportamento da fluência do concreto a altas temperaturas, sugere que nesse estágio cessa o papel da água, e o gel se torna sujeito a deformações por fluência.

Como a fluência pode ocorrer em concreto-massa, segue-se que a percolação da água para o exterior do concreto não é essencial para a fluência básica, porém, esse processo pode ocorrer na fluência por secagem. É possível a percolação interna da água das camadas hidratadas para os vazios como os poros capilares. Uma evidência direta do papel desses vazios é a relação entre a fluência e a

resistência da pasta de cimento hidratado. Aparentemente a fluência é uma função do espaço não preenchido, e pode se considerar que são os vazios do gel que determinam a resistência e a fluência. Neste ultimo caso os vazios podem ser relacionados com a percolação. O volume de vazios é uma função da relação água / cimento, e é influenciado pelo grau de hidratação.

Os poros capilares não permanecem preenchidos, nem sob a pressão hidrostática, quando imersos em água. A percolação interna é possível em qualquer condição de conservação. O fato de que a fluência de um elemento que não se retrai é independente da umidade relativa, indica que é a mesma a causa fundamental da fluência “no ar” e “na água”.

A curva de fluência-tempo mostra um decréscimo nítido na sua inclinação, e indica que trata-se de uma mudança, possivelmente gradativa, no mecanismo da fluência. É concebível que a inclinação diminua com o mesmo mecanismo persistindo sempre, mas é plausível conceber que depois de muitos anos sob carga a espessura das camadas da água absorvida possa ser reduzida, a tal ponto que mais nenhuma redução seja possível sob a mesma tensão. Portanto, é provável que a parte lenta da fluência seja devida a outras causas além da percolação, mas somente pode haver deformação na presença de alguma água evaporável. Isso pode sugerir escoamento ou escorregamento viscoso entre as partículas de gel. Esses mecanismos são incompatíveis com a influência da temperatura sobre a fluência, e pode explicar também o caráter nitidamente irreversível da fluência a longo prazo.

Observações de fluência sob carregamento cíclico, e especialmente da elevação de temperatura no interior do concreto sob essas solicitações, levaram a novas hipóteses sobre a fluência. A fluência sob tensões cíclicas é maior do que sob tensão estática igual ao valor médio dessas tensões. Essa fluência aumentada é em grande parte irrecuperável, e consiste de uma fluência acelerada devida a um escorregamento viscoso das partículas de gel da fluência aumentada, devida a uma quantidade limitada de microfissuras logo nos primeiros estágios do processo. Dados experimentais sobre a fluência à tração e à compressão, sugerem que o comportamento é melhor explicado por uma combinação da percolação com as teorias de cisalhamento da fluência.

Geralmente é pequeno o papel da microfissuração, e exceto na fluência cíclica, é provavelmente limitado aos concretos carregados quando ainda bem novos, com relações tensão / resistência maiores do que 0,6.

Verifica-se que o mecanismo da fluência ainda necessita de estudos mais conclusivos.

## **2.6.**

### **Efeitos da Fluência**

A fluência tem efeitos sobre as deformações e flechas, e muitas vezes também sobre a distribuição de tensões, mas esses efeitos variam com o tipo de estrutura.

A fluência do concreto simples não tem influencia direta sobre a resistência, contudo, sob tensões muito altas, acelera a aproximação da deformação limite sob a qual a ruptura do elemento estrutural pode ocorrer. Isso é válido somente quando a carga mantida é cerca de 85% ou 90% da carga estática de ruptura instantânea.

Nos pilares de concreto armado a fluência resulta numa transferência gradativa de carga do concreto para armadura. Quando o aço escoar qualquer acréscimo de carga passa para o concreto, de tal modo que as resistências plenas, tanto do aço como do concreto, se desenvolvem antes que haja ruptura. Em colunas carregadas excêntrica, a fluência aumenta a flecha, e pode levar a ruptura por flambagem. Em estruturas estaticamente indeterminadas, a fluência pode aliviar concentrações de tensões induzidas pela retração, por variações térmicas ou pela movimentação das fundações. No cálculo dos efeitos da fluência nas estruturas, é importante lembrar que a deformação real com o tempo não é a fluência “livre” do concreto, mas um valor modificado pela quantidade e posição da armadura.

A fluência também pode levar a flechas excessivas de elementos estruturais e causar outros problemas de utilização, principalmente em edifícios de grande altura e pontes muito longas.

Os efeitos da fluência podem ser prejudiciais, mas como um todo, a fluência, ao contrário da retração, é benéfica, aliviando concentrações de tensões, e

contribuiu bastante para o sucesso do concreto como material estrutural. Foram desenvolvidos métodos racionais de projeto que consideram a fluência em vários tipos de estruturas. No caso específico do elemento estrutural estudado nesse trabalho, a fluência aumenta a flecha (excentricidade de 2ª ordem), aumentando as tensões, e podendo levar a ruptura da estrutura.

## 2.7. Outras Influências

O efeito da temperatura sobre a fluência apresenta interesse em aplicações de concreto protendido em usinas nucleares, bem como de outros tipos de estruturas como, por exemplo, pontes. A velocidade da fluência aumenta com a temperatura até cerca de 70°C. Para um concreto de traço 1:7, com relação água / cimento 0,6, ela se torna cerca de 3,5 vezes maior do que a 21°C. Essas diferenças na velocidade persistem durante pelo menos 15 meses sob carga. A Figura 2.12 ilustra a evolução da fluência com a temperatura. Esse comportamento talvez seja devido a desabsorção de água da superfície do gel, de modo que gradativamente somente o gel se torne a única fase sujeita a difusão molecular, o escoamento tangencial diminui a velocidade da fluência. É possível que parte do aumento da fluência do concreto carregado a altas temperaturas seja devido à menor resistência do concreto a essas temperaturas.

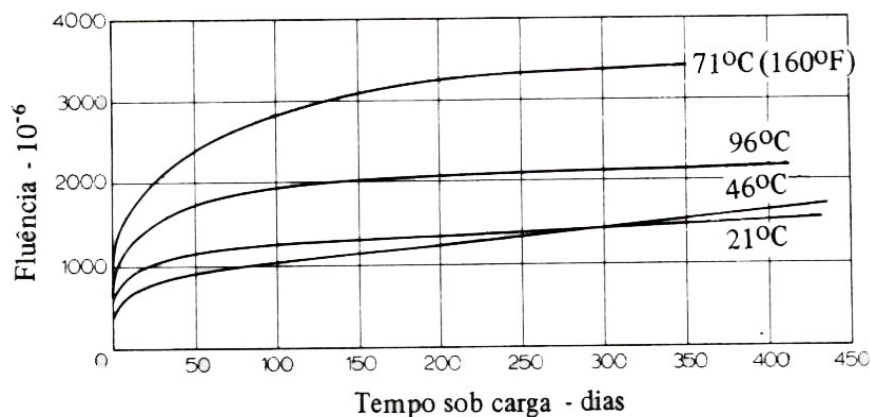


Figura 2.12 – Relação entre fluência e tempo sob carga para concretos conservados em diferentes temperaturas; adaptada de [8].

Quanto ao efeito de baixas temperaturas o congelamento produz uma velocidade inicial maior da fluência, que diminui rapidamente tendendo para zero. Para as temperaturas entre  $-10^{\circ}\text{C}$  e  $-30^{\circ}\text{C}$ , a fluência é cerca da metade da fluência a  $20^{\circ}\text{C}$ .

Grande parte dos resultados de ensaios foi obtida sob manutenção de carga constante. Observou-se que para uma carga alternada, com um certo valor médio de relação tensão / resistência, resulta uma deformação em função do tempo maior do que a carga estática correspondente ao mesmo valor dessa relação. Isso é ilustrado na Figura 2.13, para o caso em que a carga alternada varia entre as relações tensão resistência 0,35 e 0,05, enquanto a carga estática representa 0,35 da resistência. A Figura 2.13 mostra a deformação sob a ação de uma relação tensão / resistência 0,35 e para carregamentos cíclicos (variando entre 0,45 e 0,25). A deformação sob carregamento cíclico é provavelmente função do mesmo mecanismo que a fluência sob carga estática, de modo que pode ser justificado o uso da palavra “fluência” nos dois casos. Aparentemente um carregamento cíclico resulta numa velocidade de fluência maior às primeiras idades, e leva a maiores valores a longo prazo.

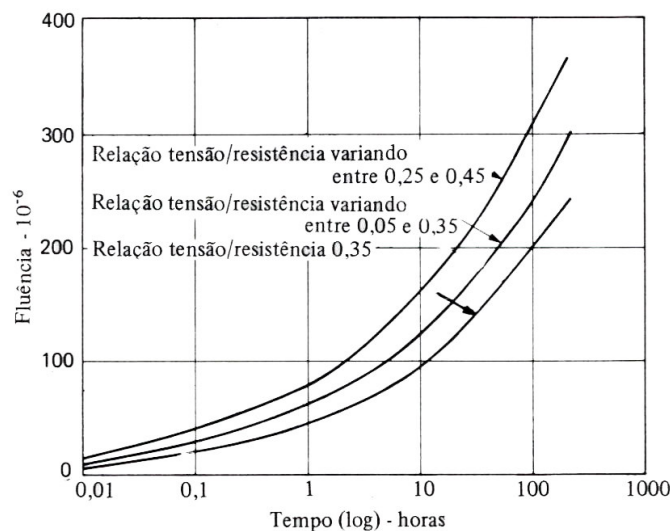


Figura 2.13 – Fluência devida a carregamento estático e sob carregamento cíclico; adaptada de [8].

Essa análise se refere à compressão uniaxial, mas a fluência também ocorre em outros tipos de carregamento, sendo especialmente útil as informações

nessas condições para estabelecer a natureza da fluência. Os dados experimentais são limitados, e em muitos casos não é possível uma avaliação quantitativa e uma comparação com o comportamento à compressão. Por esse motivo as análises são, em geral, qualitativas e genéricas.

A fluência do concreto-massa sob tração uniaxial é de 20 a 30% maior que sob tensão de compressão de valor igual. A diferença depende da idade do carregamento, e pode ser de até 100% para conservação a uma umidade e 50% para concreto carregado às primeiras idades. No entanto, existem algumas evidências contraditórias, de modo que afirmativas sobre fluência à tração são duvidosas. As curvas fluência-deformação à tração têm, de modo geral, a mesma forma das curvas à compressão, mas o decréscimo da velocidade de fluência com tempo é muito menos pronunciado que na compressão, pois o aumento de resistência com a idade é menor. A secagem acentua a fluência à tração como no caso da compressão. Quando sob tração direta ocorre ruptura de modo semelhante ao da compressão uniaxial, mas a relação crítica tensão / resistência é provavelmente apenas 0,7, Shkoukani [22].

A fluência ocorre sob torção e é influenciada pela tensão, pela relação água / cimento, e pela umidade do ambiente qualitativamente, do mesmo modo que a fluência à compressão. A curva fluência-tempo tem a mesma forma. A relação da fluência para a deformação elástica na torção foi obtida como sendo igual à da compressão, Lambotte [23].

Sob compressão uniaxial ocorre fluência não somente na direção axial, mas também nas direções normais. Isso é denominado como *fluência transversal*.

Para um estado de tensão triaxial há evidências de que não é válida a superposição das deformações de fluência devidas a cada tensão separadamente, de modo que a fluência sob estado múltiplo de tensões não pode ser obtida a partir de determinações das fluências uniaxiais. A fluência sob compressão multiaxial é menor do que sob compressão uniaxial com o mesmo valor na direção considerada. Mesmo sob compressão hidrostática existe uma fluência considerável.

## 2.8. Métodos de Cálculo

### 2.8.1. Método do Módulo Efetivo [24]

Proposto por O. Faber em 1927, o método do módulo efetivo para análise da fluência em elementos de concreto, consiste em analisar a fluência por meio da redução do módulo de elasticidade do concreto, introduzindo-se um módulo de elasticidade fictício  $E_e$  da seguinte maneira:

$$E_e = \frac{E(t_o)}{[1 + \phi(t, t_o)]} \quad (\text{Eq. 2.5})$$

onde

$\phi(t, t_o)$  = coeficiente de fluência no instante  $t$  para o concreto carregado na idade  $t_o$ ;

$E(t_o)$  = módulo de elasticidade na idade  $t_o$ .

Este módulo fictício é utilizado em análises elásticas. Portanto, a deformação por fluência na idade  $t$  depende somente do valor da tensão naquele instante, não se levando em conta o comportamento da variação de tensão. Deduz-se que o módulo efetivo dá bons resultados, somente quando a tensão no concreto não varia significativamente durante o período de observação e quando a influência da idade do concreto não é expressiva, caso dos concretos com idades avançadas.

Em situação de tensões decrescentes, as deformações são subestimadas e, em situação inversa, as deformações são superestimadas. Havendo remoção da tensão aplicada, temos uma completa recuperação nas deformações.

### 2.8.2. Método Melhorado de Dischinger [24]

L. F. Nielsen propôs adicionar a parcela elástica lenta reversível à parcela elástica instantânea, e tratar a parcela da deformação lenta irreversível de maneira separada.

Então teremos nessas condições para uma carga inicial aplicada na idade  $t_o$ , a função de fluência será expressa da seguinte forma:

$$\Phi(t, t_o) = \frac{1}{E_d} + \frac{\phi_f(t) - \phi_f(t_o)}{E(t_o)} \quad (\text{Eq. 2.6})$$

onde

$$\frac{1}{E_d} = \frac{1}{E(t_o)} + \frac{\phi_d}{E(t_o)} \quad (\text{Eq. 2.7})$$

$E_d$  = módulo de elasticidade fictício.

Para cargas subseqüentes aplicadas em idades  $t' > t_o$

$$\Phi(t, t') = \frac{1}{E_d} + \frac{\phi_f(t) - \phi_f(t')}{E(t_o)} \quad (\text{Eq. 2.8})$$

onde

$$\frac{1}{E_d} = \frac{1}{E(t')} + \frac{\phi_d}{E(t_o)} \quad (\text{Eq. 2.9})$$

Nielsen recomendou  $\phi_d = 1/3$  e posteriormente, Rush propôs o valor de  $\phi_d = 0,4$  para  $(t' - t_o) > 90 \text{ dias}$ , valor este adotado pela NRB 6118/2003.

## 2.9.

### Flambagem por Fluência de Pilares Esbeltos

Em muitos casos a fluência não afeta substancialmente a resistência dos elementos, mas em pilares esbeltos e arcos rasos, a fluência pode produzir deformações levando a uma instabilidade, e com isso resultando numa redução da capacidade de carga dos elementos.

O método do módulo efetivo pode ser aplicado para análise de pilares esbeltos, mas há uma dificuldade considerável na determinação de valores contínuos do módulo, devido a uma mudança na linha neutra fazendo com que ocorra um histórico de tensão diferente das fibras do elemento. Formulações matemáticas do problema de flambagem por fluência, conduzem a soluções complicadas, e sua exatidão não está garantida devido à natureza das aproximações consideradas.

Considerando-se um pilar de concreto armado com seção retangular  $L \times D$ , submetido a um carregamento constante  $P$  com uma excentricidade  $e$ , a flecha elástica do pilar na aplicação da carga em um tempo  $K_o$  é uma função do tipo  $\delta(K_o)$ .

O valor de  $\delta(K_o)$  aumenta com o tempo, tornando o pilar instável. Na Figura 2.14 a curva representa a relação entre o momento resistente da seção  $M_r$  e a flecha. Para se obter esta curva é necessário conhecer a relação interna de forças e deformações, a geometria do elemento, as condições de contorno, e a magnitude da carga aplicada.

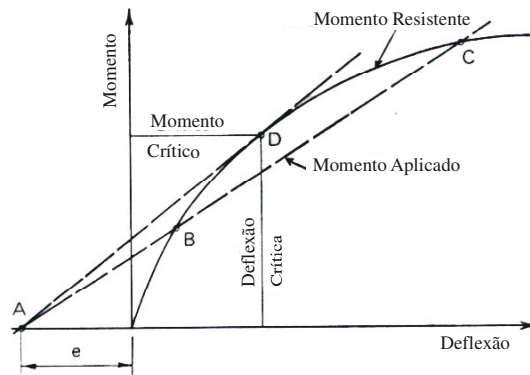


Figura 2.14 – Relação momento-curvatura para um pilar esbelto; adaptada de [1].

Na Figura 2.14 a linha cheia representa o momento aplicado  $M_a = P(e + \delta)$ , tem-se duas interseções B e C, onde B representam uma condição de equilíbrio estável e C representa a condição de equilíbrio instável. No outro caso tem-se  $M_r = M_a = P[e + \delta(T)]$ .

A carga máxima que pode ser aplicado a um pilar com uma excentricidade  $e$ , é representada pela linha reta A tangencial à curva momento-curvatura. O ponto de interseção D é definido como a flecha crítica, e o momento crítico que leva a instabilidade.

Porém, no problema de flambagem por fluência surgem considerações complicadas, devido ao fato de que a curva momento-curvatura é uma função da fluência, que é função do tempo.

A Figura 2.15 mostra a curva momento-curvatura variando com o tempo. Quando a linha tracejada, relativa ao momento aplicado, se torna tangencial à curva, ocorre instabilidade para o tempo  $T_f$ .

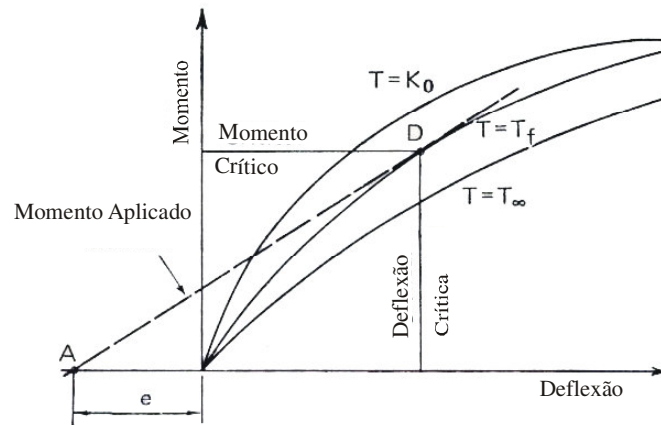


Figura 2.15 – Variação da relação momento-curvatura para um pilar esbelto com o tempo; adaptada de [1].

Para determinar a relação momento-curvatura-tempo é necessário conhecer as deformações no concreto. Baseado nos testes de Rasch [25] e Rüsch et al. [26] a variação da deformação específica última  $\epsilon_u$  nas fibras da zona de compressão, com tempo submetido a carga, assume o que é mostrado na Figura 2.16 para  $\varphi$  variando entre 0,5 e 3,5. Nesta figura a deformação específica última pode chegar a 0,0035, valor adotado pelo C.E.B para resistência última de projeto.

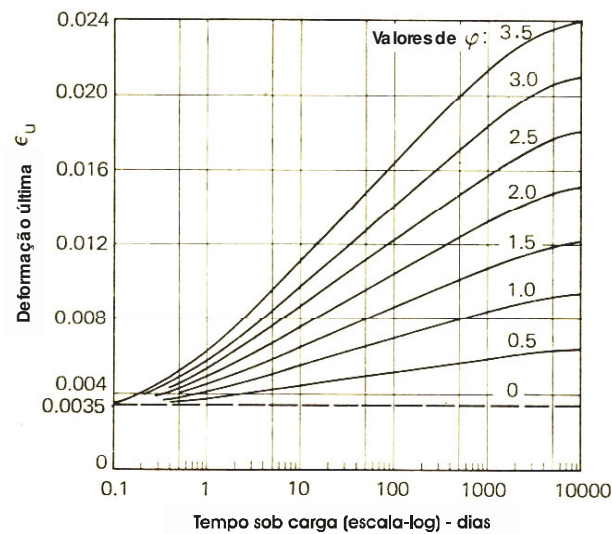


Figura 2.16 – Relação entre deformação última nas fibras comprimidas e tempo sob carga para vários valores de  $\varphi$ , adaptada de [1].

A capacidade de carga da zona comprimida é dada por:

$$F_u = \alpha_u f_c' bkd \quad (\text{Eq. 2.10})$$

onde  $\alpha_u f_c'$  = resistência média na zona comprimida,  $b$  = largura do elemento, e  $kd$  = altura da zona comprimida.

A linha de ação de compressão  $F_u$  situa-se a uma distância  $\beta_u kd$  da fibra mais comprimida. O valor de  $\alpha_u$  e  $\beta_u$  são representados no gráfico da Figura 2.17 para vários valores de  $f_c'$ .

Para uma deformação  $\varepsilon < \varepsilon_u$ , onde  $\varepsilon_u$  é a deformação específica última, o valor da carga  $F$ , comparado com  $F_u$ , é multiplicada por um fator  $k_\alpha$ , (Figura 2.18). Então:

$$F = k_\alpha \alpha_u f_c' bkd \quad (\text{Eq. 2.11})$$

onde  $k_\alpha \alpha_u f_c'$  = média de tensão na zona comprimida.

Essa aproximação assume uma distribuição linear de deformação. E considerando-se que o concreto não resiste a tensão de tração, e que a aderência entre o concreto e o aço, permite que os dois materiais tenham a mesma deformação.

Os dados da Figura 2.16, 2.17 e da 2.18 fornecem informações adequadas do comportamento da zona de compressão num tempo  $T$ , e satisfatórias para cálculos analíticos. Consequentemente, a relação momento-curvatura pode ser determinada utilizando-se um procedimento iterativo. Dada a curvatura, a flecha pode ser calculada, desde que o modo de flambagem do pilar seja conhecido. Geralmente é adotada uma forma senoidal, mas se ocorrer em grandes deformações somente na seção média do pilar, a suposição de proporcionalidade entre curvatura e momento leva a uma superestimativa da curvatura próximo as extremidades do pilar, que tem uma rigidez mais elevada. Este erro pode ser compensado ignorando-se a contribuição curvatura na flecha das extremidades da peça. Então para um pilar rotulado, a curvatura máxima é  $\phi_{\max} = \varepsilon_{\max} / kd$  e a flecha máxima é  $\delta_{\max} = \phi_{\max} L^2 / \pi^2$ , onde  $L$  é o comprimento do pilar.

Um valor mais real da flecha pode ser obtido pela determinação da curvatura na seção crítica ao longo do comprimento do pilar, e usando-se um procedimento numérico como o método das diferenças finitas.

A flecha calculada é fornecida pela expressão para momento aplicado  $M_a = P.(e + \delta_{\max})$ , que é então comparada com o momento resistente  $M_r$ . Se a condição  $M_a > M_r$  for alcançada na vida útil do pilar, então o elemento se torna instável. O tempo em que isso ocorre pode ser calculado como mostra o exemplo a seguir.

Uma pequena modificação nesse procedimento é necessária no caso de pilares quadrados, pois eles flambam na direção diagonal, transformando a zona comprimida numa forma triangular. Como consequência, os valores de  $\epsilon_u$  e  $\alpha_u$  são afetados, inicialmente aumentando cerca de 15% [25] e posteriormente reduzindo aproximadamente 10% [26]. A linha de compressão é movida para extremidade a uma profundidade de  $1,5k_\beta\beta_u kd$ , comparado com  $k_\beta\beta_u kd$ , quando a zona comprimida tem a forma retangular.

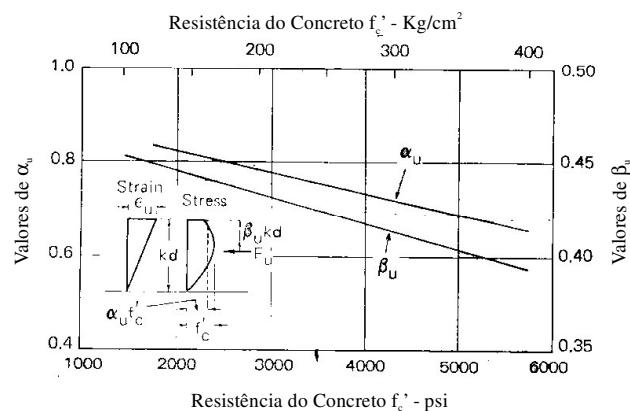


Figura 2.17 – Variação de  $\alpha_u$  e  $\beta_u$  com a resistência do concreto; adaptada de [1].

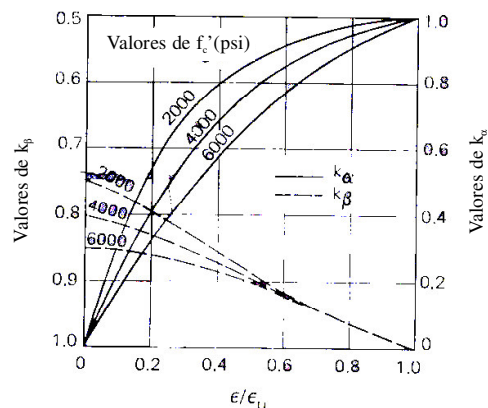


Figura 2.18 – Variação de  $k_\alpha$  e  $k_\beta$  com a resistência do concreto; adaptada de [1].

## 2.10. Efeitos de Segunda Ordem

### - NBR 6118:2003 [27]

Nas estruturas de concreto armado, o estado limite último de instabilidade é atingido sempre que, ao crescer a intensidade do carregamento e, portanto, das deformações, há elementos submetidos a flexo-compressão em que o aumento da capacidade resistente passa a ser inferior ao aumento da solicitação.

Três tipos de instabilidade são classificados nesta norma:

- a) Nas estruturas sem imperfeições iniciais, pode haver (para casos especiais de carregamento) perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio (flambagem).
- b) Em situações particulares (estruturas abatidas), pode haver perda de estabilidade sem bifurcação do equilíbrio por passagem brusca de uma configuração para outra reversa da anterior (ponto limite com conversão).
- c) Em estruturas de material de comportamento não-linear, com imperfeição geométrica inicial, não há perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio, podendo, no entanto, haver perda de estabilidade quando, ao crescer a intensidade do carregamento, o aumento da capacidade resistente da estrutura passa a ser menor do que o aumento da solicitação (ponto limite sem reversão).

Efeitos de 2ª ordem são aqueles que se somam aos obtidos numa análise de primeira ordem (em que o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial), quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada. Podendo ser desprezado sempre que não representem acréscimo superior a 10% nas reações e nas solicitações relevantes da estrutura.

Para elementos isolados os efeitos de 2ª ordem podem ser desprezados também quando o índice de esbeltez for menor do que o valor limite de esbeltez  $\lambda_1$ , que dependem de diversos fatores, mas os preponderantes são:

- a excentricidade relativa de 1ª ordem  $e_1/h$  ;
- a vinculação dos extremos da coluna isolada;
- a forma do diagrama de momento de 1ª ordem;

e pode ser calculado por,

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \quad (\text{Eq. 2.12})$$

onde

$$\frac{35}{\alpha_b} \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (\text{Eq. 2.13})$$

Onde o valor de  $\alpha_b$  deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

a) para pilares bi-apoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40 \quad (\text{Eq. 2.14})$$

sendo:

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,40$$

onde:

$M_A$  e  $M_B$  são momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para  $M_A$  o maior valor absoluto ao longo do pilar bi-apoiado e para  $M_B$  o sinal positivo, se tracionar a mesma face que  $M_A$ , e negativo caso contrário.

b) para bi-apoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1,0$$

c) para pilares em balanço:

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85$$

sendo:

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85$$

onde:

$M_A$  é o momento de 1ª ordem no engaste e  $M_C$  é o momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

d) para pilares bi-apoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo dado por  $M_{1d,min} = Nd(0,015 + 0,03/h)$

$$\alpha_b = 1,0$$

A consideração da fluência em pilares deve ser obrigatória quando o índice de esbeltez for maior ou igual a 90 ( $\lambda = l_e / i$ ) e pode ser efetuada de maneira aproximada, considerando excentricidade adicional  $e_{cc}$  dada por:

$$e_{cc} = \left( \frac{M_{Sg}}{N_{Sg}} + e_a \right) \left( 2,718^{\frac{\varphi N_{Sg}}{N_e - N_{Sg}}} - 1 \right) \quad (\text{Eq. 2.15})$$

Onde:

$$N_e = \frac{10E_{ci}I_c}{l_e^2} \quad (\text{Eq. 2.16})$$

é a carga de flambagem de Euler;

$e_a$  é a excentricidade devida a imperfeições locais;

$M_{Sg}$  e  $N_{Sg}$  são os esforços solicitantes devido à combinação quase permanente;

$\varphi$  é o coeficiente de fluência;

$E_{ci}$  é o módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias;

$I_c$  é o momento de inércia da seção de concreto;

$l_e$  é comprimento equivalente.

## 2.11.

### Cálculo do Coeficiente de Fluência

#### - Pela NBR-6118/2003 [27]

$$\varphi(t, t_o) = \varphi_a + \varphi_{\infty} \cdot [\beta_f(t) - \beta_f(t_o)] + \varphi_{d_{\infty}} \cdot \beta_d \quad (\text{Eq. 2.17})$$

Onde:

$t$  = é a idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

$t_o$  = idade fictícia do concreto quando carregado, em dias;

$\varphi_a$  = coeficiente de fluência rápida, determinado pela expressão.

Com:

$$\varphi_a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_o)}{f_c(t_{\infty})} \right] \quad (\text{Eq. 2.18})$$

onde:

$\frac{f_c(t_o)}{f_c(t_{\infty})}$  = é a função do crescimento da resistência do concreto com idade;

$\varphi_{\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível.

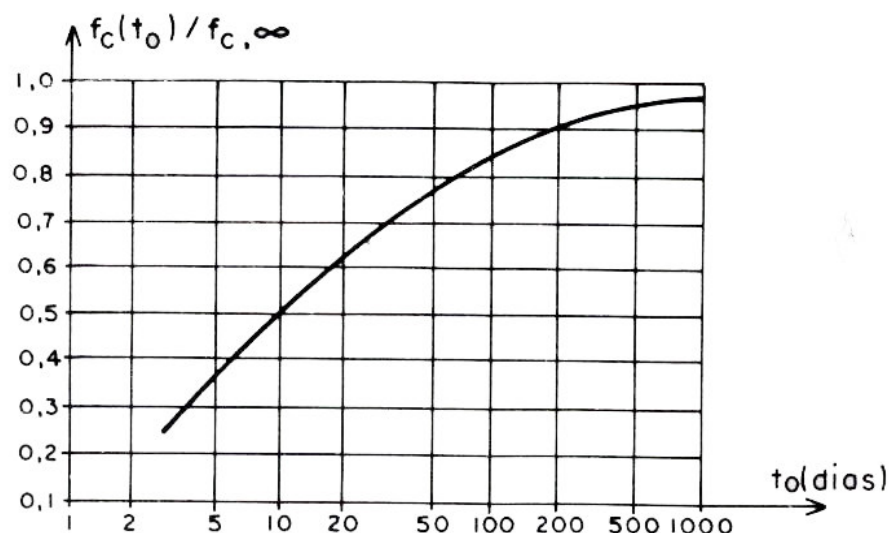


Figura 2.19 – Variação da resistência do concreto com a idade; adaptada de [40].

$\varphi_{lc}$  é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente  $U$ , em porcentagem, e da consistência do concreto dada pela Tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Valores numéricos usuais para a determinação da fluência e da retração.

| Ambiente                                              | Umidade<br>U % | Fluência $\varphi_{lc}^{1)}$         |     |       | Retração $10^4 \varepsilon_{ls}^{2)}$ |      |       | $\gamma^{4)}$ |
|-------------------------------------------------------|----------------|--------------------------------------|-----|-------|---------------------------------------|------|-------|---------------|
|                                                       |                | Abatimento de acordo com a NRB NM 67 |     |       |                                       |      |       |               |
|                                                       |                | 0-4                                  | 5-9 | 10-15 | 0-4                                   | 5-9  | 10-15 |               |
| Na água                                               | -              | 0,6                                  | 0,8 | 1,0   | +1,0                                  | +1,0 | +1,0  | 30,0          |
| Em ambientes muito úmidos imediatamente acima da água | 90             | 1,0                                  | 1,3 | 1,6   | -1,0                                  | -1,3 | -1,6  | 5,0           |
| Ao ar livre, em geral                                 | 70             | 1,5                                  | 2,0 | 2,5   | -2,5                                  | -3,2 | -4,0  | 1,5           |
| Em ambiente seco                                      | 40             | 2,3                                  | 3,0 | 3,8   | -4,0                                  | -5,2 | -6,5  | 1,0           |

1)  $\varphi_{lc} = 4,45 - 0,035U$  para abatimento no intervalo de 5 a 9 cm e  $U \leq 90\%$ .

2)  $10^4 \varepsilon_{ls} = -6,16 - (U/48) + (U^2/1590)$  para abatimentos de 5 a 9 cm e  $U \leq 90\%$ .

3) Os valores de  $\varphi_{lc}$  e  $\varepsilon_{ls}$  para  $U \leq 90\%$ , e abatimento entre 0 e 4 cm são 25% menores, e para abatimentos entre 10 e 15 cm são 25% maiores.

$$4) \gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1U) \text{ para } U \leq 90\%.$$

Para efeito de cálculo as mesmas expressões, e os mesmos valores numéricos podem ser empregados no caso de tração. Para o cálculo dos valores de fluência e retração, a consistência do concreto é aquela correspondente à obtida com o mesmo traço sem adição de superplastificante ou superfluidificante.

$\varphi_{2c}$  é o coeficiente da espessura fictícia  $h_{fic}$  da peça, e é dado por:

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (\text{Eq. 2.19})$$

sendo:

$$h_{fic} = \gamma \frac{2Ac}{U_{ar}} \quad (\text{Eq. 2.20})$$

e  $\gamma$  o coeficiente dependente da umidades relativa do ar:

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1U) \quad (\text{Eq. 2.21})$$

Sendo  $Ac$  a área da seção transversal da peça, e  $U_{ar}$  a parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar.

$\beta_f(t)$  ou  $\beta_f(t_0)$  são os coeficientes relativos à deformação lenta irreversível, que são dependentes da idade do concreto (Figura 2.20).

$\beta_d(t)$  é o coeficiente relativo a deformação lenta irreversível, função do tempo  $(t-t_0)$ .

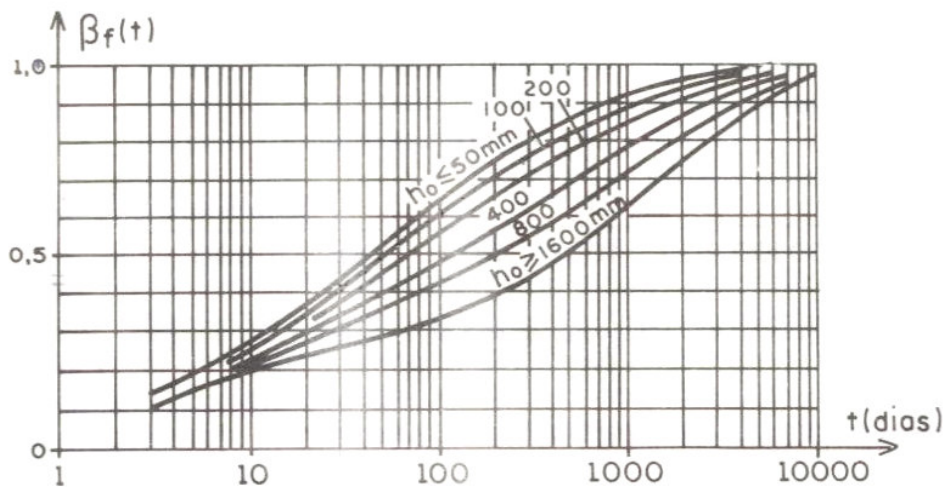


Figura 2.20 – Variação de  $k_\alpha$  e  $k_\beta$  com a resistência do concreto; adaptada de [37].

Esses coeficientes são obtidos po meio das seguintes expressões:

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (\text{Eq. 2.22})$$

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (\text{Eq. 2.23})$$

onde:

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113$$

$$B = 768h^2 - 3060h^2 + 3234h - 23$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931$$

- h é a espessura fictícia em metros;

- A idade fictícia do concreto é dada por:

$$t = \alpha \sum \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i} \quad (\text{Eq. 2.24})$$

onde t é a idade fictícia,  $\alpha$  é o coeficiente dependente da velocidade de endurecimento do concreto. Na falta de dados experimentais podem se usados os dados da Tabela 2.5.

Tabela 2.5 – Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento.

| Cimento Portland (CP)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $\alpha$ |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---|
| De endurecimento lento (CPIII e CPIV, todas as classes de resistência)                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 1        | 1 |
| De endurecimento lento (CPII e CPII, todas as classes de resistência)                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 2        |   |
| De endurecimento rápido (CP V-ARI)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 3        |   |
| Onde:<br>CP I e CP I-S – Cimento Portland Comum<br>CP II-E, CP II-F e CP II-Z – Cimento Portland Composto<br>CP III – Cimento Portland de Alto Forno<br>CP IV – Cimento Portland Pozolânico<br>CP V-ARI – Cimento Portland de Alta Resistência Inicial<br>Rs – Cimento Portland Resistente a Sulfatos (propriedade específica de alguns cimentos citados) |          |   |

**- Pelo CEB-FIP Model Code 1990 (MC90) [28]**

$$\phi(t, t_o) = \phi_o \beta_c (t - t_o) \quad (\text{Eq. 2.25})$$

onde:

$\phi_o$  = notional creep coefficient;

$\beta_c$  = coeficiente dependente do desenvolvimento da fluência com tempo

sob carga;

t = é a idade do concreto no momento considerado;

$t_o$  = é a idade na qual o concreto foi carregado, ajustado pelas equações 2.26 e 2.27.

$$t_o = t_{o,T} \left[ \frac{9}{2 + (t_{o,T} / t_{1,T})} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ dias} \quad (\text{Eq. 2.26})$$

Essa correção na idade do concreto depende do tipo de cimento utilizado na mistura:

$\alpha = -1$  para cimentos de endurecimento lento;

$\alpha = 0$  para cimentos de endurecimento normal ou endurecimento rápido;

$\alpha = +1$  para cimentos de endurecimento rápido e de alta resistência.

onde:

$t_{o,T}$  = é a idade na qual o concreto é carregado, ajustado pela equação 2.31;

$t_{1,T} = 1$  dia.

$$t_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp \left[ 13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i) / T_o} \right] \quad (\text{Eq. 2.27})$$

onde:

$t_T$  = é a idade do concreto ajustada pela temperatura que substitui t nas equações;

$\Delta t_i$  = é o número de dias ao qual a temperatura se manteve igual a T;

$T(\Delta t_i)$  = é a temperatura durante o período  $\Delta t_i$ ;

$T_o = 1^\circ \text{C}$ .

$$\phi_o = \phi_{RH} \beta(f_{cm}) \beta(t_o) \quad (\text{Eq. 2.28})$$

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH / RH_o}{0,46(h / h_o)^{1/3}} \quad (\text{Eq. 2.29})$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{(f_{cm} / f_{cmo})^{0,5}} \quad (\text{Eq. 2.30})$$

$$\beta(t_o) = \frac{1}{0,1 + (t_o / t_1)^{0,2}} \quad (\text{Eq. 2.31})$$

$$h = 2 \frac{Ac}{U} \quad (\text{Eq. 2.32})$$

onde:

RH = é a umidade relativa do ar, em %;

RH<sub>o</sub> = 100%;

Ac = área da seção transversal da peça;

U = perímetro da seção transversal da peça em contato com o ar;

f<sub>cm</sub> = é a resistência a compressão do concreto aos 28 dias, em MPa;

f<sub>cmo</sub> = 10 MPa.

$$\beta_c(t - t_o) = \left[ \frac{(t - t_o) / t_1}{\beta_H + (t - t_o) / t_1} \right]^{0,3} \quad (\text{Eq. 2.33})$$

$$\beta_H = 150 \left[ 1 + \left( 1,2 \frac{RH}{RH_o} \right)^{18} \right] \frac{h}{h_o} + 250 \leq 1500 \quad (\text{Eq. 2.34})$$