

**Henrique Dornellas Staib**

*Aplicação de Técnicas de Otimização Estrutural para Redução do Peso de uma Cama Hospitalar utilizando o Método dos Elementos Finitos*

**Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Ivan F. M. Menezes  
Coorientador: André de Paula Cavalcante

*Rio de Janeiro, 03 de dezembro de 2023*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer à toda minha família pela fonte de amor diária e razão de todo o esforço despendido ao longo de minha trajetória. Sem meus pais, Amândio e Christiane, e meus irmãos, Erika e Eduardo, nada disso faria sentido.

A todos os meus professores, os quais devo todo meu conhecimento adquirido em minha formação acadêmica. Aos funcionários diversos que auxiliaram na manutenção e limpeza da universidade.

Agradeço, em especial, ao meu orientador, Ivan Menezes, pela solicitude sem igual ao longo de todas as fases de meu projeto final, fazendo jus à didática em suas aulas. Ele é, sem dúvidas, um professor do qual eu me orgulho muito em ter sido aluno. Também especialmente, ao meu coorientador e engenheiro mecânico exemplar, André Cavalcante, o qual tenho o imenso prazer em chamar de tio.

A todos os amigos que fiz durante minha jornada no curso, principalmente ao Lucas Rodine, Matheus Barros e Matheus Blois, os quais fizeram parte de praticamente todos os desafios de minha formação.

Gostaria de fazer um agradecimento especial a Gustavo e Cassius, amigos que tenho certeza de que serão eternos e, apesar de não pertencerem à minha graduação, fizeram parte de bate-papos praticamente diários, os quais guardo com muita felicidade em meu coração. Essas conversas não têm preço e dão significado para a vida. Foram boas risadas.

Por fim, gostaria de ser grato pelas oportunidades que a vida me proveu, principalmente a minha família, amigos, professores e os momentos com os quais pude compartilhar com eles. Sinto-me, e sou, privilegiado e sortudo pelas pessoas que conheci e por tudo o que me foi proporcionado até o momento. Desejo, apenas, ser sábio o suficiente para tirar o máximo de proveito daquilo que me foi dado e das oportunidades que ainda estão por vir.

## RESUMO

Staib, Henrique Dornellas, Menezes, Ivan Fábio Mota de (orientador), Cavalcante, André de Paula (coorientador). **Aplicação de Técnicas de Otimização Estrutural para Redução do Peso de uma Cama Hospitalar utilizando o Método dos Elementos Finitos**. Rio de Janeiro, 2023. 50p. Trabalho de Conclusão – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A busca por estruturas mais leves tem sido muito frequente em diversos tipos de indústria. Nesse sentido, o presente trabalho tem o objetivo de promover a otimização da estrutura do leito de uma cama hospitalar, por meio da redução de suas dimensões e, conseqüentemente, do seu peso total.

A metodologia consiste em analisar a estrutura do leito da cama, determinar os pontos de apoio, os tipos de apoio utilizados e a distribuição dos carregamentos, com o intuito de determinar a possibilidade de redução do seu peso, mantendo os níveis de tensões atuantes dentro dos limites admissíveis para os materiais utilizados.

Os programas computacionais utilizados para a modelagem e as simulações numéricas foram, respectivamente, o *SOLIDWORKS* e o *MATLAB*. As modelagens geométricas das subestruturas que compõem o leito da cama foram fundamentais para a determinação dos modelos numéricos aqui analisados. Tais análises numéricas foram realizadas a partir de um código de elementos finitos, desenvolvido neste trabalho, utilizando o *MATLAB*. O objetivo principal deste código foi a realização de análises estáticas da estrutura, considerando pequenos deslocamentos e um comportamento linear elástico dos materiais. Para a etapa de otimização estrutural, foi desenvolvido um código *MATLAB* (utilizando a sua função interna “*fmincon*”), cujo objetivo foi a redução do peso da estrutura, por meio da redução das dimensões dos seus membros (i.e., diâmetros das seções transversais, consideradas tubulares), respeitando as tensões admissíveis dos materiais. Os resultados obtidos mostram uma grande redução do peso da estrutura, a partir das dimensões iniciais que são comumente adotadas comercialmente, comprovando assim a eficiência dos códigos desenvolvidos neste trabalho.

**Palavras-chave:** Otimização estrutural; Método dos elementos finitos; Redução de peso; Otimização paramétrica; *SOLIDWORKS*; *MATLAB*.

## ABSTRACT

Staib, Henrique Dornellas, Menezes, Ivan Fábio Mota de (advisor), Cavalcante, André de Paula (co-advisor). **Application of Structural Optimization Techniques for Weight Reduction of a Hospital Bed using the Finite Element Method.** Rio de Janeiro, 2023. 50p. Final Paper – Department of Mechanical Engineering, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

The pursuit of lighter structures has been increasingly common in various industries. In this context, the present work aims to promote a structural optimization of a hospital bed frame by reducing its dimensions, thus decreasing its overall weight.

The methodology involves analyzing the structure of the bed frame, determining its support points, types of supports used, and the distribution of loads to assess the potential for weight reduction while maintaining stress levels within acceptable limits for the materials used.

The computational programs employed for modeling and numerical simulations were SOLIDWORKS and MATLAB, respectively. The geometric modeling of the substructures comprising the bed frame was indispensable for determining the numerical models under scrutiny. These numerical analyses were conducted using a MATLAB finite element code developed within this study. The primary objective of this code was to perform static analyses of the structure, considering minor displacements and linear elastic behavior of the materials. A MATLAB code was devised for the structural optimization phase, leveraging its internal "*fmincon*" function. The aim was to reduce the structure's weight by reducing the dimensions of its components (i.e., diameters of tubular cross-sections) while adhering to the allowable stresses of the materials. The obtained results showcase a significant reduction in the structure's weight from the initially prevalent commercial dimensions, thereby affirming the efficiency of the codes developed in this study.

**Keywords:** Structural optimization; Finite element method; Weight reduction; Parametric optimization; *SOLIDWORKS*; *MATLAB*.

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
1.1 Motivação .....	9
1.2 Principais objetivos .....	10
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>11</b>
2.1 Trabalhos relacionados .....	11
2.2 Camas hospitalares .....	11
2.3 Análise estrutural .....	15
2.4 Otimização estrutural .....	16
2.5 Conceitos básicos de Mecânica dos Sólidos .....	19
<b>3. METODOLOGIA ADOTADA</b> .....	<b>26</b>
3.1 Desenvolvimento do trabalho .....	26
3.2 Resultados esperados .....	27
<b>4. MODELO NUMÉRICO</b> .....	<b>28</b>
4.1 Modelagem SOLIDWORKS .....	28
4.2 Modelagem MATLAB .....	34
<b>5. ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	<b>37</b>
<b>6. CONCLUSÕES</b> .....	<b>45</b>
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>47</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Cama manual (Fonte: [12]) .....	13
Figura 2 – Cama elétrica (Fonte: [12]) .....	13
Figura 3 – Exemplo de Otimização Paramétrica (Fonte: [14]) .....	17
Figura 4 – Exemplo de Otimização de forma (Fonte: [14]) .....	17
Figura 5 – Exemplo de Otimização Topológica (Fonte: [14]) .....	18
Figura 6 – Esforço normal ao longo do eixo “x”.....	20
Figura 7 – Esforço cortante perpendicular ao eixo “x”.....	20
Figura 8 – Resumo dos esforços atuantes em uma barra cilíndrica.....	21
Figura 9 – Tensões normais oriundas do esforço normal.....	22
Figura 10 – Tensões normais oriundas do momento fletor “ $M_y$ ” .....	22
Figura 11 – Tensões normais oriundas do momento fletor “ $M_z$ ” .....	22
Figura 12 – Tensões cisalhantes oriundas do esforço cortante “ $Q_y$ ” .....	23
Figura 13 – Tensões cisalhantes oriundas do esforço cortante “ $Q_z$ ” .....	23
Figura 14 – Tensões cisalhantes oriundas do momento de torção “ $M_x$ ”.....	24
Figura 15 – Localização do Ponto “A”, onde a Tensão de von Mises é máxima.....	25
Figura 16 – Modelagem da cama (utilizando o software SOLIDWORKS) .....	27
Figura 17 – IB 545-045 sem colchão e tampos de plástico ABS.....	28
Figura 18 – Estrutura de aço do leito completo.....	29
Figura 19 – Vista Superior da estrutura de aço do leito completo.....	29
Figura 20 – Vista Isométrica da cabeceira da cama .....	30
Figura 21 – Vista Superior da cabeceira da cama.....	30
Figura 22 – Vista Isométrica da estrutura da anca da cama .....	31
Figura 23 – Vista Superior da estrutura da anca da cama.....	31
Figura 24 – Vista Isométrica da estrutura das coxas da cama (com a parte inferior para cima)...	32
Figura 25 – Vista Superior da estrutura das coxas da cama .....	32
Figura 26 – Vista Isométrica da estrutura da peseira da cama (com a parte inferior para cima) .	33
Figura 27 – Vista Superior da estrutura da peseira da cama.....	33
Figura 28 – Estrutura da cabeceira.....	35
Figura 29 – Estrutura da anca.....	36
Figura 30 – Estrutura das coxas.....	36
Figura 31 – Estrutura da peseira.....	37
Figura 32 – Representação dos diâmetros médios “ótimos” das barras da cabeceira.....	40
Figura 33 – Representação dos diâmetros “ótimos” das barras da estrutura da anca .....	42
Figura 34 – Representação dos diâmetros “ótimos” das barras da estrutura das coxas .....	43
Figura 35 – Representação dos diâmetros “ótimos” das barras da peseira .....	45

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Principais propriedades do aço AISI 1020.....	34
Tabela 2 – Percentual de cada parte do corpo.....	38
Tabela 3 – Resultados para a cabeceira.....	39
Tabela 4 – Resultados para a estrutura da anca .....	41
Tabela 5 – Resultados para a estrutura das coxas .....	43
Tabela 6 – Resultados para a peseira .....	44

## LISTA DE SÍMBOLOS

$F$	Força [ $N$ ]
$M$	Momento [ $N \cdot m$ ]
$\rho$	Massa específica [ $\frac{g}{cm^3}$ ]
$E$	Módulo de elasticidade (módulo de <i>Young</i> ) [ $GPa$ ]
$\sigma_E$	Tensão de escoamento do material [ $MPa$ ]
$A$	Área da seção transversal da barra
$N$	Esforço normal [ $N$ ]
$Q$	Esforço cortante [ $N$ ]
$Q_y$	Esforço cortante na direção “y” [ $N$ ]
$Q_z$	Esforço cortante na direção “z” [ $N$ ]
$M_x$	Momento de torção [ $N \cdot m$ ]
$M_y$	Momento fletor em torno do eixo “y” [ $N \cdot m$ ]
$M_z$	Momento fletor em torno do eixo “z” [ $N \cdot m$ ]
$\sigma_{M_y}$	Tensão normal oriunda do momento fletor “ $M_y$ ” [ $MPa$ ]
$\sigma_{M_z}$	Tensão normal oriunda do momento fletor “ $M_z$ ” [ $MPa$ ]
$\sigma_N$	Tensão normal oriunda do esforço normal [ $MPa$ ]
$\sigma_M$	Tensão normal máxima oriunda dos momentos fletores $M_y$ e $M_z$ [ $MPa$ ]
$\sigma_M(\theta)$	Tensão normal oriunda dos momentos fletores $M_y$ e $M_z$ em função de “ $\theta$ ” [ $MPa$ ]
$\sigma^{VM}$	Tensão equivalente de <i>von Mises</i> [ $MPa$ ]
$\tau_{Q_y}$	Tensão cisalhante oriunda do esforço cortante “ $Q_y$ ” [ $MPa$ ]
$\tau_{Q_z}$	Tensão cisalhante oriunda do esforço cortante “ $Q_z$ ” [ $MPa$ ]
$\tau_{M_x}$	Tensão cisalhante oriunda do momento de torção “ $M_x$ ” [ $MPa$ ]
$d$	Diâmetro médio da seção transversal vazada da barra [ $m$ ]
$d_{ext}$	Diâmetro externo da seção transversal da barra [ $m$ ]
$t$	Espessura da seção transversal vazada da barra [ $m$ ]
$I_x$	Momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo “x” [ $kg \cdot m^2$ ]
$I_y$	Momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo “y” [ $kg \cdot m^2$ ]
$I_z$	Momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo “z” [ $kg \cdot m^2$ ]

## **1 INTRODUÇÃO**

A busca por projetos mais eficientes, sustentáveis e economicamente viáveis tem se tornado cada vez mais intensa na engenharia. O aprimoramento de tais projetos é essencial para que se alcance o máximo possível de determinado objetivo, seja na melhoria da eficiência, na segurança e/ou na redução de custos dos produtos desenvolvidos.

Em um contexto no qual a qualidade dos serviços de saúde desempenha um papel fundamental na vida dos indivíduos, as camas hospitalares são equipamentos cruciais para o cuidado e conforto dos pacientes. Este documento apresenta o relatório final das atividades desenvolvidas no meu TCC, relacionadas com a aplicação de técnicas de otimização estrutural para a redução do peso total da estrutura de uma cama hospitalar, garantindo a sua segurança e integridade.

### **1.1 Motivação**

Ao longo da história, a busca pela melhoria da saúde e bem-estar dos indivíduos tem sido uma constante na sociedade. Nesse sentido, as camas hospitalares se tornaram componentes fundamentais na recuperação dos pacientes, uma vez que o objetivo principal passou a ser a busca de um maior conforto e segurança e, conseqüentemente, a tentativa de redução do seu tempo de convalescença.

De 2012 a 2021, o percentual da população brasileira que representava indivíduos com 60 anos ou mais saltou de 11,3% para 14,7% [3] e as estimativas apontavam que esse número aumentaria para 18,7% em 2030 [4]. Tal fato implicou na crescente demanda por serviços de saúde, pois, com o envelhecimento, ocorre um aumento da probabilidade de surgimento de doenças crônicas ou enfermidades com necessidade de um repouso prolongado, como episódios de acidentes vasculares cerebrais, hipertensão arterial sistêmica, fraturas sérias devido à osteoporose e Diabetes Mellitus [2].

Portanto, em situações diversas, o paciente precisa ficar acamado. Dessa forma, a evolução estrutural das camas hospitalares, bem como o uso eficiente da matéria prima para sua confecção, tornam-se uma necessidade que acaba impulsionando essa linha de

pesquisa colaborativa entre as universidades e as empresas especializadas neste setor. Neste contexto, a otimização estrutural, associada ao método dos elementos finitos, tem como objetivo principal a redução do peso da cama e, simultaneamente, a garantia de sua integridade estrutural. Esta técnica se apresenta como uma alternativa bastante promissora para melhor atender os requisitos de mercado, minimizando o custo do produto fornecido e melhorando o atendimento ao cliente.

## **1.2 Principais Objetivos**

Este estudo visa, inicialmente, a realização de uma análise estrutural em uma cama hospitalar, disponível no mercado, utilizando um código *MATLAB*, desenvolvido pelo autor e seus orientadores, que utiliza o método dos elementos finitos para encontrar a distribuição de tensões ao longo dos membros estruturais e, conseqüentemente, identificar os pontos críticos da estrutura, *i.e.*, pontos com elevadas concentrações de tensão que possam desencadear algum processo de falha estrutural. Em seguida, a peça será submetida a um processo de otimização, também disponível no código *MATLAB* desenvolvido nesta pesquisa, cujo objetivo é a redução do peso total da peça (por meio da modificação das dimensões dos seus membros estruturais). Finalmente, uma nova análise estrutural, via método dos elementos finitos, será realizada na peça “otimizada” com o objetivo de verificar se as novas tensões ao longo dos membros estruturais se mantêm dentro dos limites admissíveis, *i.e.*, se satisfazem os critérios de resistência dos materiais envolvidos.

A redução do peso propiciará inúmeros benefícios, como redução da matéria prima utilizada; facilitação do manuseio; diminuição do risco de acidentes de trabalho devido ao elevado peso; facilitação do transporte para os locais de destino, dentre outros. De uma maneira geral, espera-se que os resultados obtidos neste trabalho, além da redução do custo de fabricação, possam também aumentar a eficiência do projeto de fabricação dessas peças.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Trabalhos relacionados**

A partir de uma breve pesquisa bibliográfica, foi possível colher informações sobre a análise de tensões em uma cama hospitalar, apresentada no trabalho de Ramos [1], que utilizou uma cama hospitalar com regulagem de altura, modelada no *SOLIDWORKS* e, em seguida, analisada no *MATLAB*. A cama estava configurada de forma a aplicar uma inclinação no dorso e pernas do paciente. Durante a simulação, a partir dos esforços solicitantes, foi verificado que a região de maior concentração de tensões se localizava entre os pontos de contato, mais especificamente entre o leito e as alavancas de elevação, na região do dorso; bem como nas hastes de angulação dos joelhos. As maiores tensões encontradas foram da ordem de  $73 \text{ MPa}$ , com uma simulação de carregamento de  $3140 \text{ N}$ . Este trabalho tem sido utilizado como referência básica para o desenvolvimento deste TCC, apesar da geometria utilizada ser um pouco diferente da que será adotada aqui. Em um outro trabalho [5], onde o objetivo era criar um sistema automático para o paciente realizar suas necessidades no leito, foi projetado um sistema onde parte da seção da cama, na região lombar do paciente, é retirada; deixando dois suportes simétricos e reforçados para compensar a estrutura faltante. Foi realizada, também, uma análise pelo método dos elementos finitos e as maiores tensões encontradas se concentravam nas estruturas de suporte do leito. A simulação foi feita com um paciente de  $200 \text{ kg}$  de massa e as maiores tensões encontradas foram da ordem de  $70 \text{ MPa}$ . Vale ressaltar que, apesar das configurações de carregamento serem razoavelmente distintas, as ordens de grandeza das tensões máximas encontradas em ambos os trabalhos foram semelhantes.

### **2.2 Camas hospitalares**

Nos hospitais da antiguidade, o tratamento dos enfermos era dado em ambientes parecidos com alojamentos, onde os doentes eram separados do restante de suas famílias, muitas vezes dividindo um mesmo cômodo com pessoas portando diversas

doenças diferentes, sem nenhum vestígio de conforto. Eles eram acomodados em redes, as quais, aos poucos, foram sendo substituídas por macas rudimentares.

Ao longo do tempo, novos estudos e aprimoramentos foram sendo realizados, ampliando o tamanho das macas para maior conforto. Mais tarde, tais aprimoramentos se expandiram para a implementação de abas laterais, criando mais segurança e evitando acidentes, como, por exemplo, quedas da cama [6].

No contexto do crescente desenvolvimento no *design* e capacidades de uma cama hospitalar, existem dois tipos principais disponíveis no mercado: as eletricamente motorizadas e as manuais. Estas últimas apresentam seu funcionamento a partir de manivelas para acionar seus movimentos, diferentemente das motorizadas, cujos movimentos são realizados por meio de atuadores elétricos.

A vantagem da cama manual (ver Figura 1) se apresenta, principalmente, na economia financeira, pois engloba apenas estruturas mecânicas no seu funcionamento. A desvantagem, advinda de sua simplicidade, está na necessidade de um operador para manusear as manivelas, ajustando a posição do paciente para a regulação desejada, o que não é feito de maneira rápida e prática. Já as camas eletricamente motorizadas (ver Figura 2), apesar de apresentarem um custo mais elevado e necessitarem de uma fonte de energia para o seu funcionamento, apresentam a facilidade de poderem ser controladas pelo próprio paciente por meio de um controle remoto, onde diversos movimentos podem ser executados pressionando-se apenas um botão. As Figuras 1 e 2 ilustram, respectivamente, uma cama manual e elétrica disponíveis no mercado.



*Figura 1: Cama manual (Fonte: [12])*



*Figura 2: Cama elétrica (Fonte: [12])*

Com relação aos movimentos possíveis de uma cama hospitalar, incluindo os movimentos da estrutura da cabeceira e região das pernas, bem como a variação da altura do leito em relação ao solo, os principais são [7]:

- Posição *Fowler*: nesta posição, o paciente fica semissentado, onde a cabeceira apresenta uma inclinação entre 30° e 90°;
- Posição *Semi-Fowler*: posiciona-se a cabeceira em 30° para reduzir a falta de ar, realizar a drenagem do pulmão, auxiliar na recuperação de cirurgias abdominais e prevenir a aspiração de líquidos e secreções em pacientes com baixos níveis de consciência;
- Posição sentado: para melhorar a ventilação pulmonar, posiciona-se o apoio das costas a 90° de forma a deixar o paciente sentado na cama;
- Posição vascular: posição onde a região das pernas é elevada em relação ao tronco, com leve flexão das articulações de joelho e quadril. Em diversos casos, o paciente lida com problemas de circulação nos membros inferiores, podendo levar a edemas e escaras. Tal posicionamento evita esse tipo de situação;
- Posição *Trendelenburg* [8]: a parte superior do dorso é abaixada e os pés elevados, de 0° a 12°, mantendo as alças intestinais na parte superior da cavidade abdominal. Utiliza-se essa posição para cirurgias de órgãos pélvicos, estados de choque, tromboflebitas e laparotomia de abdome inferior;
- Posição *Trendelenburg* reverso: nesta, a região do dorso é elevada e a dos pés abaixada, utilizada para cirurgias de cabeça, pescoço e operações ginecológicas, devido à redução de fluxo sanguíneo nessas áreas. É também utilizada para tratar embolismo aéreo venoso, melhorar a circulação na região cerebral, atingir um nível efetivo de anestesia epidural ou espinhal, prevenir bronco aspiração de vômitos e ingurgitar vasos do cérvix para a colocação de cateteres venosos centrais. Facilita, também, a respiração de pacientes obesos ou com sobrepeso, devido ao alívio de pressão na região do tórax.

Deve-se ressaltar a importância das camas com a capacidade de regulação da altura do leito em relação ao solo, em função do maior conforto e segurança que este movimento promove ao paciente, facilitando a entrada e saída da cama, bem como o acesso aos profissionais de saúde em casos de emergência [7].

### 2.3 Análise estrutural

Neste trabalho, será utilizado o Método dos Elementos Finitos (MEF) [20], uma ferramenta fundamental e bastante difundida na engenharia para o estudo e a compreensão do comportamento de estruturas complexas submetidas a diferentes carregamentos externos.

O MEF é uma técnica numérica que divide uma estrutura em partes menores, conhecidas como “elementos”, para permitir a transformação das equações diferenciais que governam um dado problema em um sistema de equações algébricas, facilitando assim a obtenção dos resultados (em geral, os deslocamentos da estrutura) e, posteriormente, a obtenção das deformações e tensões. Essas pequenas partes (ou elementos), que correspondem à discretização do domínio original do problema, são conectadas por pontos, denominados “nós” e o conjunto de todos os “nós” e “elementos” define a “malha de elementos finitos”.

Cada elemento é descrito por um campo de deslocamentos, pelas propriedades do material, pelas condições de contorno (suporte e carregamento) e pelas interações com os elementos vizinhos. As funções que descrevem os deslocamentos no interior dos elementos, denominadas funções de forma, têm um papel importante na definição do comportamento final da estrutura [9]. Além disso, a qualidade dos resultados está diretamente ligada ao grau de refinamento da malha, *i.e.*, quanto maior o número de elementos, melhor será o resultado obtido, pois, teoricamente, estará mais próximo do comportamento “real” da estrutura contínua [13]. Por outro lado, é importante ressaltar que, quanto maior for o nível de refinamento da malha, maior será a quantidade total de graus de liberdade do problema, ou seja, maior será a ordem do sistema de equações lineares a ser resolvido e, conseqüentemente, maior será o custo computacional envolvido na solução do problema [10].

Neste trabalho, serão utilizados elementos finitos unidimensionais, especificamente, os conhecidos elementos de pórtico espacial, com um nó em cada extremidade e seis graus de liberdade em cada nó, *i.e.*, três deslocamentos nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  e três rotações em torno desses eixos. Serão considerados o comportamento linear elástico dos materiais envolvidos e o regime de pequenos deslocamentos. A

formulação adotada para obtenção da matriz de rigidez de um elemento de pórtico, bem como os vetores de carregamento externo e de forças internas segue a referência Maguire *et al.* [21].

Os resultados numéricos obtidos por meio do MEF são essenciais para identificar áreas críticas de tensão, deformação excessiva e outros fatores de interesse. Essa análise auxilia na tomada de decisões de projeto, garantindo a segurança e o desempenho adequado das estruturas em uma ampla gama de aplicações na engenharia.

Maiores informações sobre o MEF, aplicado a problemas de pórticos espaciais, podem ser encontradas nas referências [20] e [21].

## **2.4 Otimização estrutural**

Pode-se definir “otimizar” como “dar a algo um rendimento ótimo, criando-lhes as condições mais favoráveis ou tirando o melhor partido possível; tornar algo ótimo ou ideal”. Nesse sentido, o processo de otimização dentro da engenharia mecânica está diretamente relacionado à melhoria de um processo de fabricação, diminuição dos custos atrelados a algum projeto ou, como no caso do presente trabalho, melhorar estruturalmente algum objeto complexo; isto é, entendendo-se como “melhoria” a diminuição dos custos com material e eliminação de redundâncias, mantendo ou aumentando os requisitos de segurança e rigidez do projeto.

No trabalho de Nuno Faria [11], foram realizadas simulações de diversas peças que compõem a estrutura de uma determinada cama hospitalar, utilizando o método dos elementos finitos. Ao longo do trabalho, por meio da análise do campo de tensões atuantes em tais peças, foram constatados superdimensionamentos das subestruturas que compunham os braços de elevação da peça em estudo. Com o objetivo de otimizar tal subestrutura, foram reduzidas as espessuras das peças que estavam superdimensionadas e, por consequência, houve uma redução total de 6 *kg* de massa ao final do processo, bem como a diminuição das tensões equivalentes de *von Mises* atuantes. O trabalho de Nuno Faria [11] foi utilizado como referência básica para o desenvolvimento deste trabalho.

Conforme apresentado nos trabalhos de Diego Olinquevicz [14] e Higo Nascimento [15], podemos classificar a otimização estrutural, de uma maneira geral, em três diferentes categorias:

- **Otimização Paramétrica:** nesta abordagem, as variáveis de projeto são as dimensões da peça, como diâmetros ou espessuras. Durante o processo de otimização, a geometria da estrutura permanece inalterada. Isso significa que escolhemos uma configuração inicial e ajustamos as variáveis de projeto para otimizar o desempenho, sem alterar a topologia da estrutura, conforme ilustrado na Figura 3. Neste exemplo, podem ser alteradas a espessura e área das seções transversais das barras da treliça.



Figura 3: Exemplo de Otimização Paramétrica (Fonte: [14])

- **Otimização de Forma:** na otimização de forma, temos a possibilidade de alterar os contornos da peça, mas sem modificar a topologia da estrutura. Podemos redesenhar as formas dos elementos, como perfis, furos e outras características, mantendo a disposição espacial original. Essa abordagem é valiosa quando desejamos explorar diferentes formas para atingir o melhor desempenho sem reconfigurar completamente a estrutura. A Figura 4 ilustra que a forma dos furos foi completamente redefinida, mas a topologia foi preservada.

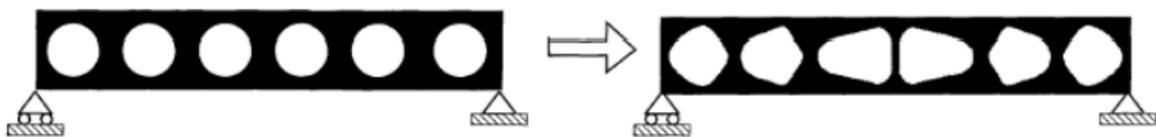


Figura 4: Exemplo de Otimização de forma (Fonte: [14])

- **Otimização Topológica:** este tipo de otimização busca redistribuir o material ou massa dentro do domínio original da peça de forma a aumentar a eficiência da estrutura. Isso pode envolver a remoção de material, a adição de furos ou vazios na estrutura ou otimização da distribuição de massa no domínio. A otimização topológica é especialmente útil quando desejamos criar estruturas que utilizem material de forma mais eficaz, podendo resultar em topologias inovadoras. A Figura 5 ilustra essa categoria de otimização, onde a região em preto, à esquerda, representa o domínio em que se deseja otimizar e no lado direito encontra-se o “layout” otimizado, onde fica evidente a redução de material da peça.



Figura 5: Exemplo de Otimização Topológica (Fonte: [14])

Neste trabalho, será desenvolvido um código *MATLAB* para a otimização das dimensões das seções transversais das barras que compõem a estrutura da cama hospitalar, ou seja, será aplicada a *otimização paramétrica*. A função objetivo corresponde ao peso total das barras e as variáveis de projeto são os diâmetros médios das seções transversais vazadas, uma vez que as espessuras dessas seções são conhecidas e mantidas constantes. As restrições desse problema consistem na verificação das máximas tensões equivalentes de *von Mises* nas seções transversais críticas de cada barra e na comparação dessas tensões com as respectivas tensões de escoamento dos materiais. A verificação do equilíbrio estático da estrutura para cada conjunto de variáveis de projeto será feita pelo MEF, utilizando um código *MATLAB*, desenvolvido no Departamento de Engenharia Mecânica da PUC e adaptado para este problema específico. Como método de otimização, será utilizada a função “*fmincon*” do *MATLAB* e o algoritmo de pontos interiores (*interior-point*).

A formulação do problema de otimização pode ser expressa da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } W(\mathbf{x}) &= \sum_{e=1}^{N_e} \rho_e A_e(x_e) L_e \\ \text{s. t.: } \sigma_{e,i}^{VM} &\leq \sigma_{y_e} \quad ; \quad e = 1, \dots, N_e \\ \sigma_{e,j}^{VM} &\leq \sigma_{y_e} \quad ; \quad e = 1, \dots, N_e \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $N_e$  é o número total de barras da estrutura;  $\rho_e$  é o peso específico da barra “e”;  $A_e(x_e)$  é área da seção transversal da barra “e”, cujo diâmetro médio é  $x_e$ ;  $L_e$  é o comprimento da barra “e”;  $\sigma_{e,i}^{VM}$  é a tensão equivalente de *von Mises* no nó “i” da barra “e”;  $\sigma_{e,j}^{VM}$  é a tensão equivalente de *von Mises* no nó “j” da barra “e”;  $\sigma_{y_e}$  é a tensão de escoamento do material da barra “e”; e  $W(\mathbf{x})$  é o peso total da estrutura, que é função dos diâmetros médios das barras “ $\mathbf{x}$ ”. As tensões de *von Mises* nas seções extremas das barras serão calculadas de acordo com as expressões apresentadas na Seção 2.5.

## 2.5 Conceitos Básicos de Mecânica dos Sólidos

Nesta seção, serão apresentados alguns conceitos básicos sobre mecânica dos sólidos, tais como esforços normais e cortantes, momentos de torção e fletores e tensões normais e cisalhantes em uma barra cilíndrica.

### Esforços Normal e Cortante

Ao se deparar com uma peça estrutural sujeita a uma carga externa que atua ao longo do seu eixo longitudinal, essa peça desenvolverá uma sollicitação interna de esforço normal ( $N$ ) [16]. A Figura 6 ilustra, com a região em cinza representando a seção

transversal de uma barra cilíndrica, a representação de tal esforço, com seu eixo longitudinal alinhado com o eixo "x".

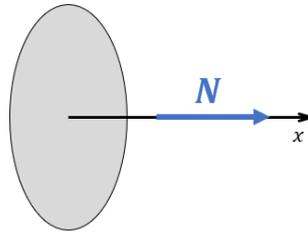


Figura 6: Esforço normal ao longo do eixo "x".

O esforço cortante ( $Q$ ), por sua vez, é uma força atuante perpendicularmente ao eixo longitudinal da barra, apresentando componentes ao longo dos eixos "y" e "z" [17], conforme ilustrado na Figura 7.

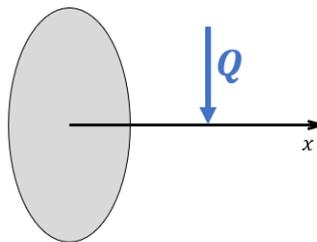


Figura 7: Esforço cortante perpendicular ao eixo "x".

### **Momentos Fletor e de Torção**

O momento fletor representa o efeito de flexão em uma seção transversal de determinada estrutura [17]. Já o momento de torção representa um esforço que tende a torcer uma peça, fazendo-a girar em torno de seu próprio eixo [18].

Com base nas definições anteriores, é possível reunir os seis esforços que atuam nas seções transversais de uma barra cilíndrica (a qual será modelada como um elemento finito de pórtico tridimensional), conforme ilustrado na Figura 8.

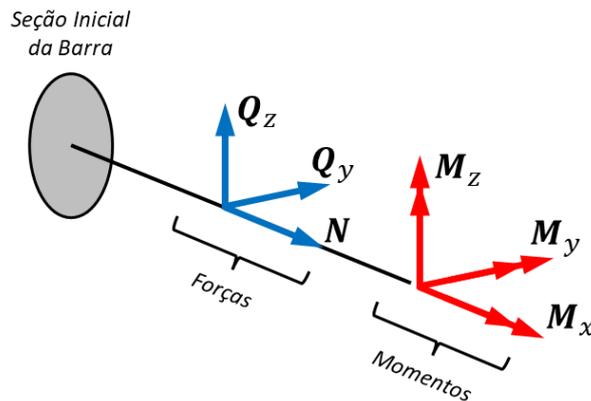


Figura 8: Resumo dos esforços atuantes em uma barra cilíndrica

Na Figura 8 estão representados os esforços atuantes, sendo eles o esforço normal ( $N$ ), esforço cortante em “y” ( $Q_y$ ) e o esforço cortante em “z” ( $Q_z$ ), bem como os momentos fletores ( $M_y$  e  $M_z$ ), e o momento de torção ( $M_x$ ).

### Análise de Tensões

As tensões mecânicas podem ser definidas como a medida das forças internas por unidade de área das seções transversais de um corpo submetido a carregamentos externos [19]. Dessa forma, cada esforço atuante em determinada estrutura induzirá uma determinada tensão correspondente.

Analisando as tensões oriundas dos esforços na seção transversal da barra ilustrada na Figura 8, temos dois tipos de tensões atuantes: tensões normais, provenientes dos esforços normais e momentos fletores e tensões de cisalhamento, provenientes dos esforços cortantes e do momento de torção.

A tensão normal, proveniente do esforço normal, se distribui uniformemente ao longo da seção transversal da barra, conforme mostrado na Figura 9.

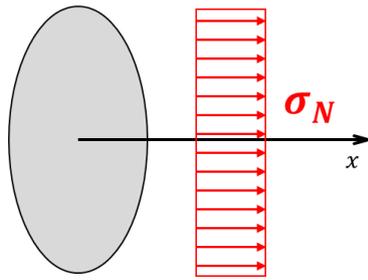


Figura 9: Tensões normais oriundas do esforço normal

A tensão  $\sigma_N$  pode ser expressa pela seguinte expressão, onde “ $N$ ” é o esforço normal, “ $A$ ” é a área da seção transversal da barra e “ $d_{ext}$ ” o diâmetro externo da seção ilustrada na Figura 9.

$$\sigma_N = \frac{N}{A} \quad ; \quad A = \pi \frac{d_{ext}^2}{4} \quad (2)$$

No caso dos momentos fletores, as tensões normais se distribuem linearmente na seção transversal, de forma a ser a máxima nas fibras externas, superiores e inferiores em relação à linha neutra, a qual representa o eixo onde esta tensão é nula, conforme mostrado nas Figuras 10 e 11.

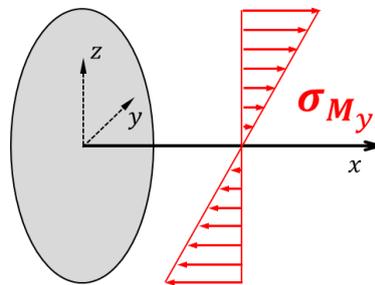


Figura 10: Tensões normais oriundas do momento fletor “ $M_y$ ”

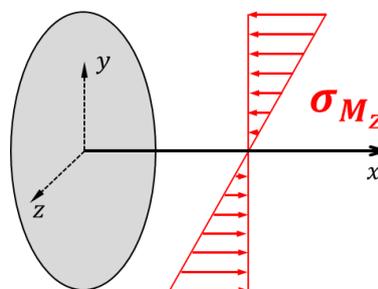


Figura 11: Tensões normais oriundas do momento fletor “ $M_z$ ”

Para cada caso, a distribuição das tensões é dada pelas respectivas expressões:

$$\sigma_{M_y} = \frac{M_y z}{I_y} \quad ; \quad I_y = \pi \frac{d_{ext}^4}{64} \quad (3)$$

$$\sigma_{M_z} = \frac{M_z y}{I_z} \quad ; \quad I_z = \pi \frac{d_{ext}^4}{64} \quad (4)$$

onde “y” e “z” representam as coordenadas ao longo dos respectivos eixos e “I<sub>y</sub>” e “I<sub>z</sub>” são os momentos de inércia à flexão da seção transversal.

As tensões de cisalhamento são oriundas dos esforços cortantes e do momento de torção. No caso do esforço cortante, a distribuição das tensões é aproximadamente parabólica, sendo máxima na linha neutra horizontal e nula nos pontos mais distantes, conforme ilustrado nas Figuras 12 e 13.

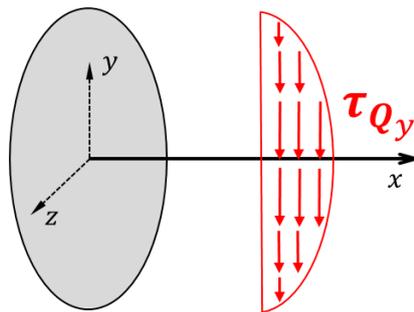


Figura 12: Tensões cisalhantes oriundas do esforço cortante “Q<sub>y</sub>”

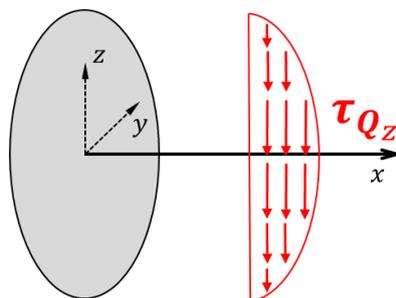


Figura 13: Tensões cisalhantes oriundas do esforço cortante “Q<sub>z</sub>”

Para cada caso, pode-se calcular a tensão de cisalhamento da seguinte forma:

$$\tau_{Q_y} = \frac{4 Q_y}{3 A} \quad ; \quad A = \pi \frac{d_{ext}^2}{4} \quad (5)$$

$$\tau_{Q_z} = \frac{4 Q_z}{3 A} \quad ; \quad A = \pi \frac{d_{ext}^2}{4} \quad (6)$$

Para a tensão de cisalhamento proveniente do momento de torção, a distribuição é linear, sendo máxima em toda a periferia da seção transversal e nula em seu eixo longitudinal, tal como mostrado na Figura 14.

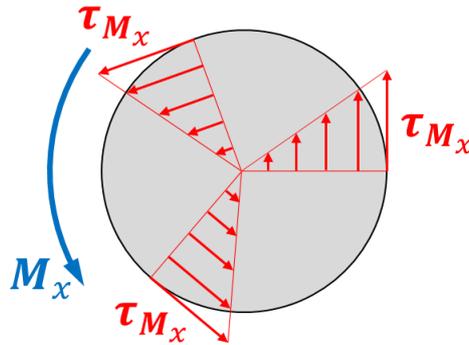


Figura 14: Tensões cisalhantes oriundas do momento de torção “ $M_x$ ”

O valor máximo da tensão  $\tau_{M_x}$  é dado pela seguinte expressão:

$$\tau_{M_x} = \frac{M_x d_{ext}}{2 I_x} \quad ; \quad I_x = \pi \frac{d_{ext}^4}{32} \quad (7)$$

### Tensão Equivalente de *von Mises*

Neste trabalho, a tensão equivalente de *von Mises* será utilizada na formulação das restrições do problema de otimização. Para tanto, precisamos calcular os máximos valores das tensões de *von Mises* nas seções críticas de cada barra da estrutura, as quais, na ausência de carregamentos distribuídos, se localizam no início e no final de cada barra. Considerando-se que as tensões normais máximas (devido ao esforço normal e

aos momentos fletores) e as tensões cisalhantes máximas devido ao momento de torção ocorrem na periferia da seção e que as tensões cisalhantes máximas devido aos esforços cortantes são desprezíveis em relação às demais [24], o problema consiste em encontrar o ponto “A”, na periferia da seção transversal crítica, onde a tensão de *von Mises* é máxima, conforme ilustrado na Figura 15.

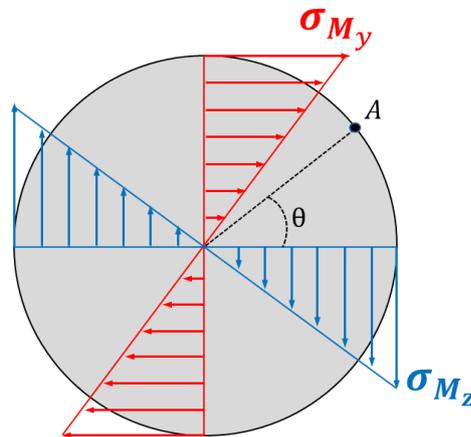


Figura 15: Localização do Ponto “A”, onde a Tensão de von Mises é máxima.

Considerando-se que a tensão de cisalhamento  $\tau_{M_x}$  é constante na periferia da seção, o ponto “A” é aquele que maximiza a tensão normal, composta pela soma da parcela oriunda do esforço normal ( $\tau_N$ ) e dos momentos fletores ( $\tau_M$ ). Dessa forma, podemos escrever a tensão normal no ponto “A” como:

$$\sigma_A = \sigma_N + \sigma_M \quad (8)$$

A tensão normal  $\sigma_M$  é o valor máximo das tensões normais oriundas dos momentos fletores  $M_y$  e  $M_z$ , ou seja:

$$\sigma_M = \max(\sigma_{M_y}, \sigma_{M_z}) \quad (9)$$

Para um ângulo  $\theta$  qualquer, podemos escrever:

$$\sigma_M(\theta) = \sigma_{M_y} \text{sen } \theta + \sigma_{M_z} \text{cos } \theta \quad (10)$$

O valor máximo de  $\sigma_M$  é obtido fazendo-se:

$$\frac{d\sigma_M(\theta)}{d\theta} = 0 \quad \therefore \quad \theta = \text{arc tg} \frac{\sigma_{M_y}}{\sigma_{M_z}} \quad (11)$$

Finalmente, a tensão equivalente de *von Mises* pode ser expressa da seguinte forma:

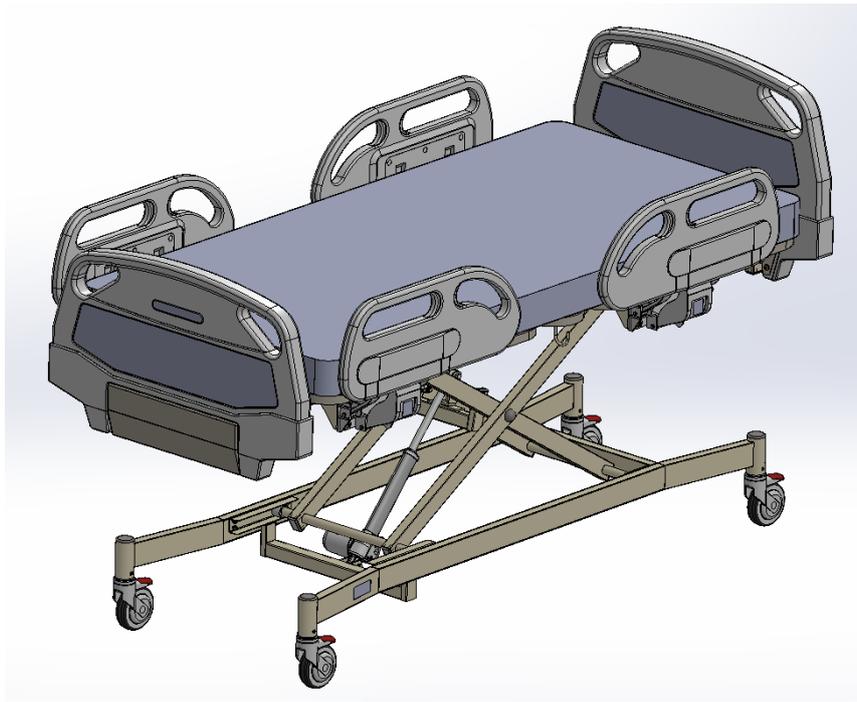
$$\sigma^{VM} = \sqrt{(\sigma_N + \sigma_M)^2 + 3\tau_{M_x}^2} \quad (12)$$

### 3 METODOLOGIA ADOTADA

#### 3.1 Desenvolvimento do trabalho

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi realizada uma montagem da cama da empresa *Ideal Bequem* [12], modelo *IB-545-045*, no *software SOLIDWORKS*, conforme ilustrado na Figura 16. Posteriormente, o arquivo foi exportado para o *MATLAB* para que pudessem ser realizadas as análises estáticas, pelo MEF, e o processo de otimização da estrutura. A definição dos carregamentos solicitantes na estrutura foi feita a partir da combinação dos principais casos de carregamentos correspondentes ao paciente apoiado no leito em diferentes pontos de contato e com diferentes angulações em relação ao leito.

Após o processo de otimização, uma nova verificação foi realizada na cama hospitalar, por meio de uma nova análise estrutural pelo método dos elementos finitos, para garantir a integridade dos membros estruturais e a satisfação dos critérios de resistência dos materiais que compõem a estrutura.



*Figura 16: Modelagem da cama (utilizando o software SOLIDWORKS)*

### **3.2 Resultados esperados**

A partir da análise dos dados obtidos com as simulações propostas neste trabalho, espera-se a obtenção de peças mais leves e, conseqüentemente, mais baratas. No entanto, uma atenção especial deverá ser dada às dimensões “ótimas”, obtidas pelo projeto, para garantir que estarão disponíveis no mercado, visto que a empresa, em uma das etapas de seu processo de fabricação, realiza a montagem da cama a partir de estruturas de aço com dimensões previamente definidas e disponibilizadas. Esta restrição poderá, futuramente, ser incorporada de forma automática no processo de otimização.

## 4 MODELO NUMÉRICO

### 4.1 Modelagem *SOLIDWORKS*

A modelagem da cama foi realizada utilizando o *software SOLIDWORKS*, onde foram definidas as mesmas dimensões e materiais utilizados na fabricação da cama hospitalar, apresentado na Figura 16.

O foco principal deste trabalho foi a estrutura de aço do leito, identificada nas Figuras 17, 18 e 19, onde foram removidos o colchão e os tampos de plástico *ABS* do desenho para possibilitar uma melhor visualização.

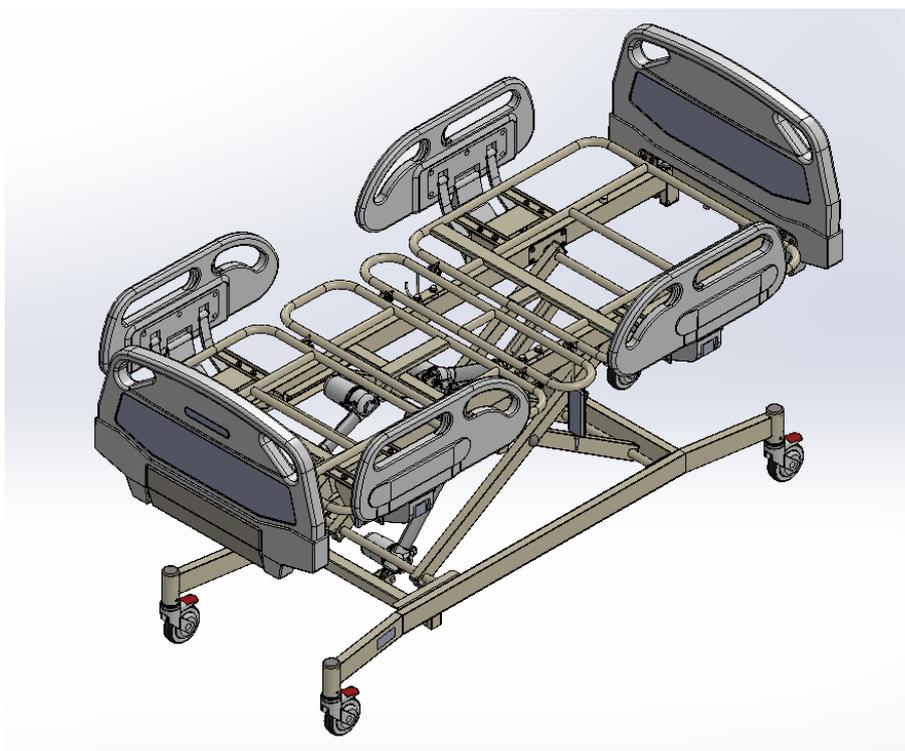
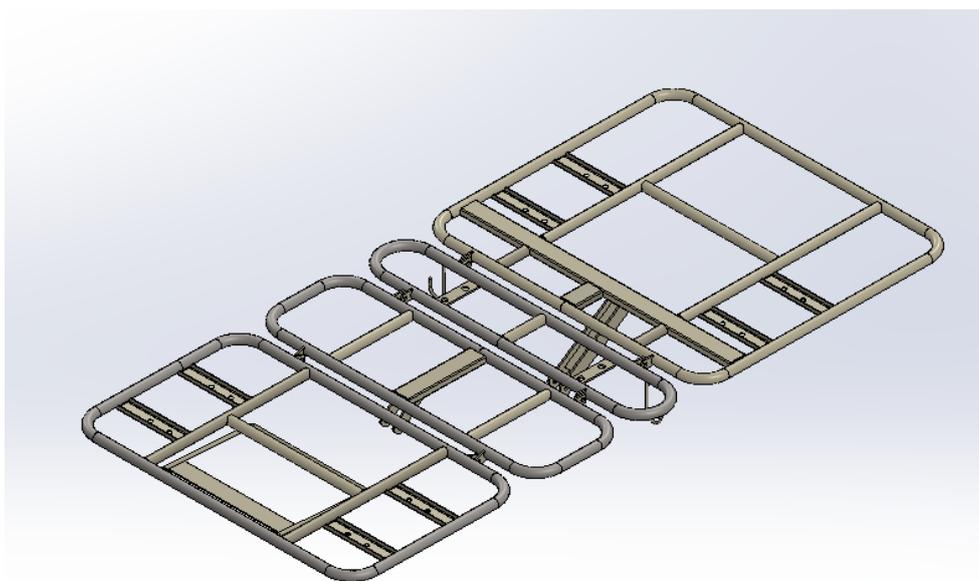
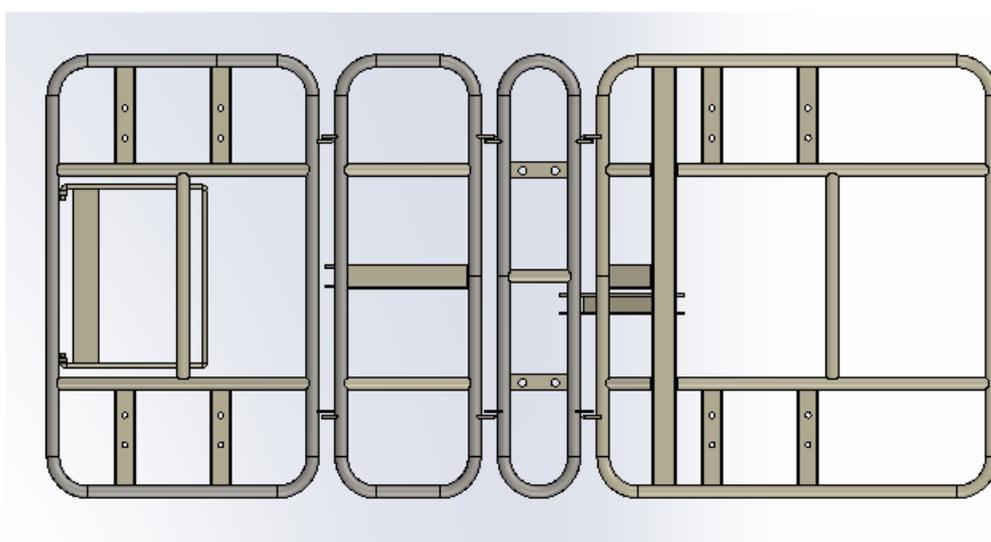


Figura 17: IB 545-045 sem colchão e tampos de plástico *ABS*

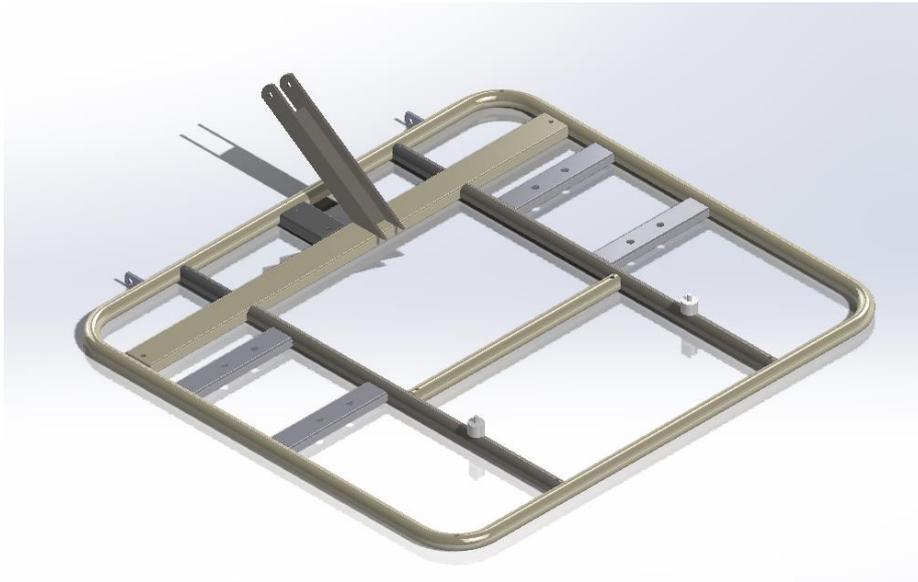


*Figura 18: Estrutura de aço do leito completo*

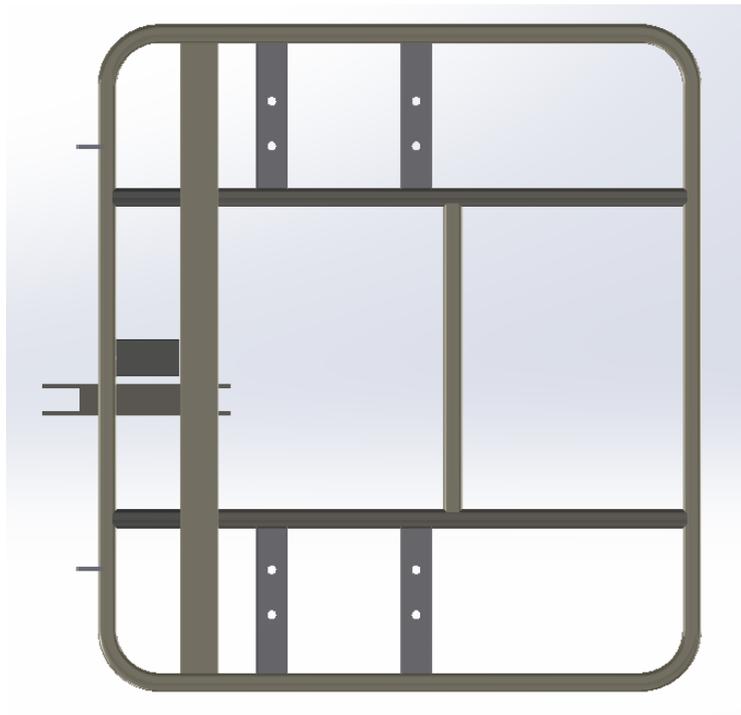


*Figura 19: Vista Superior da estrutura de aço do leito completo*

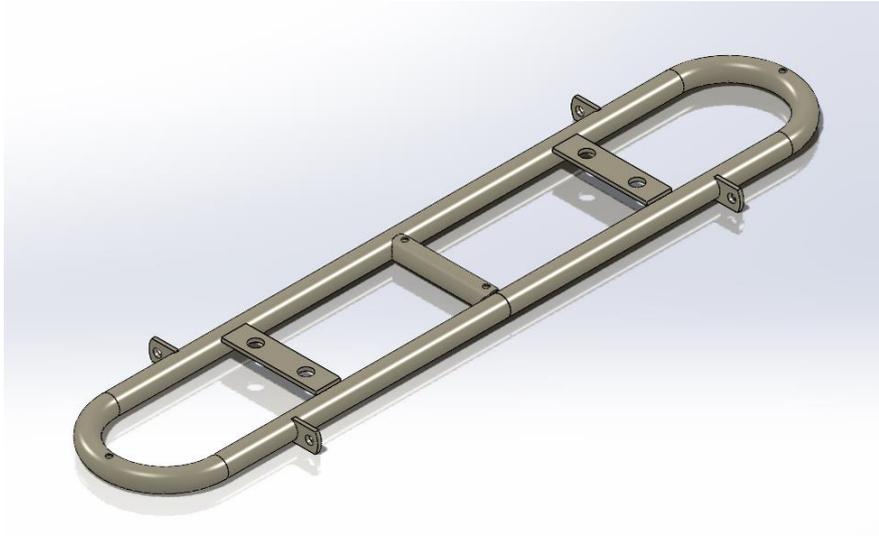
De acordo com a Figura 19, o leito é composto por quatro estruturas de aço conectadas entre si. As Figuras 20 a 27 ilustram detalhes dessas estruturas.



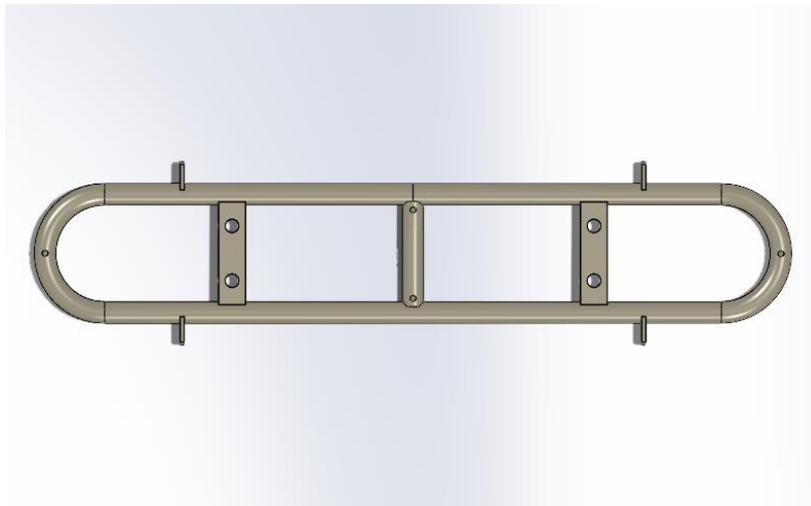
*Figura 20: Vista Isométrica da cabeceira da cama*



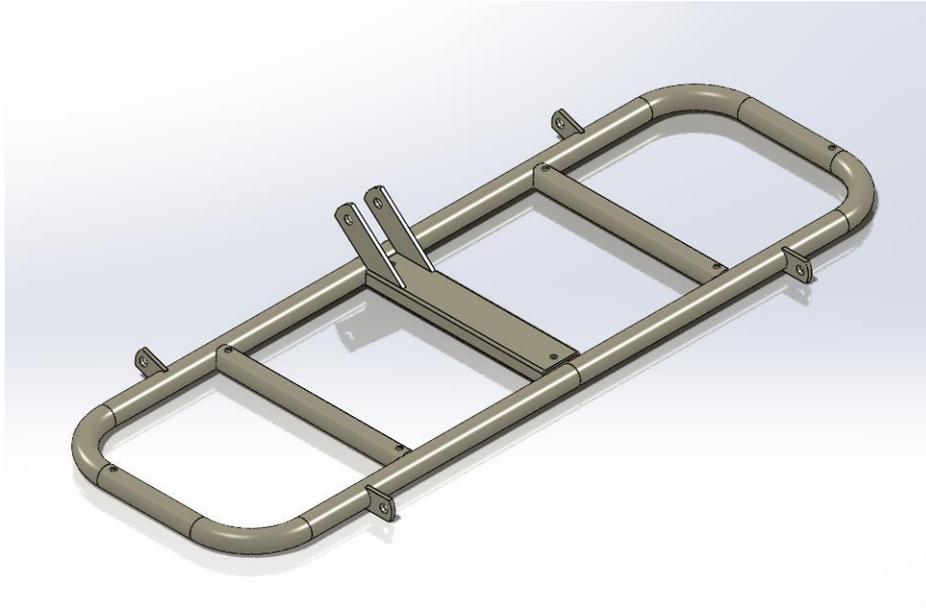
*Figura 21: Vista Superior da cabeceira da cama*



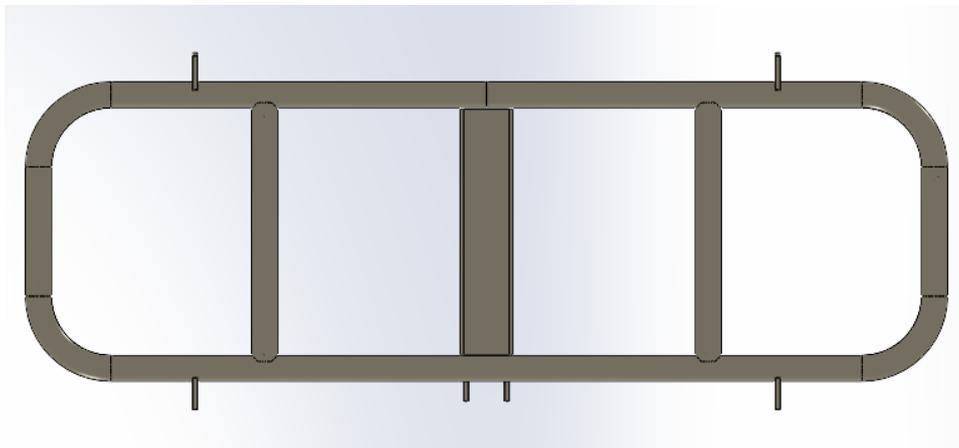
*Figura 22: Vista Isométrica da estrutura da anca da cama*



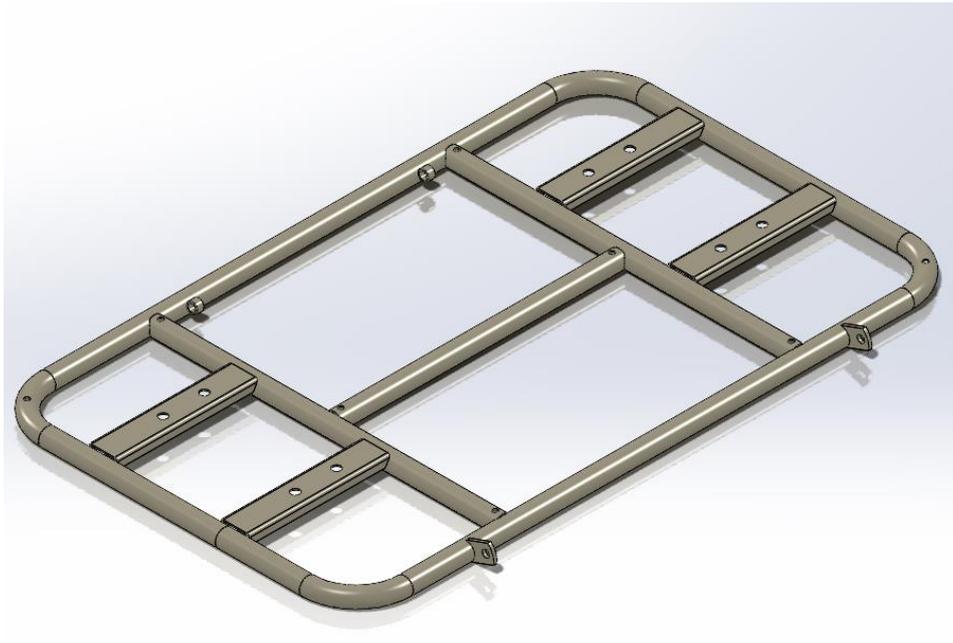
*Figura 23: Vista Superior da estrutura da anca da cama*



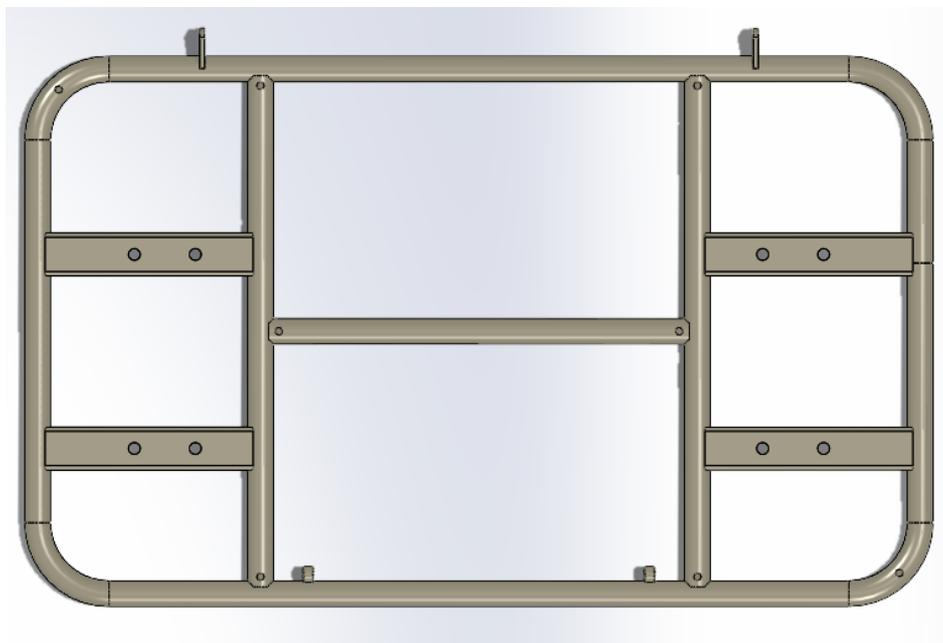
*Figura 24: Vista Isométrica da estrutura das coxas da cama (com a parte inferior para cima)*



*Figura 25: Vista Superior da estrutura das coxas da cama*



*Figura 26: Vista Isométrica da estrutura da peseira da cama (com a parte inferior para cima)*



*Figura 27: Vista Superior da estrutura da peseira da cama*

## 4.2 Modelagem *MATLAB*

Para a modelagem no *software MATLAB*, a Tabela 1 apresenta alguns dos principais parâmetros do material [25], que são fundamentais para a análise. O material utilizado foi o aço AISI 1020.

<i>Massa específica</i>	$\rho = 7,87 \text{ g/cm}^3$
<i>Módulo de elasticidade</i>	$E = 205 \text{ GPa}$
<i>Tensão de escoamento</i>	$\sigma_E = 350 \text{ MPa}$

Tabela 1: Principais propriedades do aço AISI 1020

Para analisar as estruturas, primeiramente, foi feita uma inicialização de suas dimensões. Foi considerado que todas as barras (vigas), que compõem as subestruturas do leito, possuem uma geometria tubular (seções circulares vazadas). A espessura “*t*” foi considerada constante. Dessa forma, os diâmetros médios “*d*” das seções passaram a ser as nossas variáveis de projeto. Foram adotados os seguintes valores:  $t = 1,5 \text{ mm}$  e  $d_{ext} = 25,4 \text{ mm}$ , para todas as barras.

As malhas de elementos finitos (coordenadas nodais, incidências das barras e condições de contorno) utilizadas no código *MATLAB* foi obtida a partir da modelagem realizada no *SOLIDWORKS*.

O carregamento aplicado foi definido a partir da distribuição do peso de um paciente acamado. A princípio, trata-se de uma carga distribuída no leito, mas, como uma primeira aproximação, foram definidos os principais pontos de aplicação de força concentrada (estudo de pior caso) em cada subestrutura.

Para a visualização da definição das estruturas no *MATLAB*, foram confeccionados esquemas em *PowerPoint* da cabeceira, estruturas da anca e coxas e peseira, com as dimensões em milímetros, conforme ilustrados nas Figuras 28 a 31.

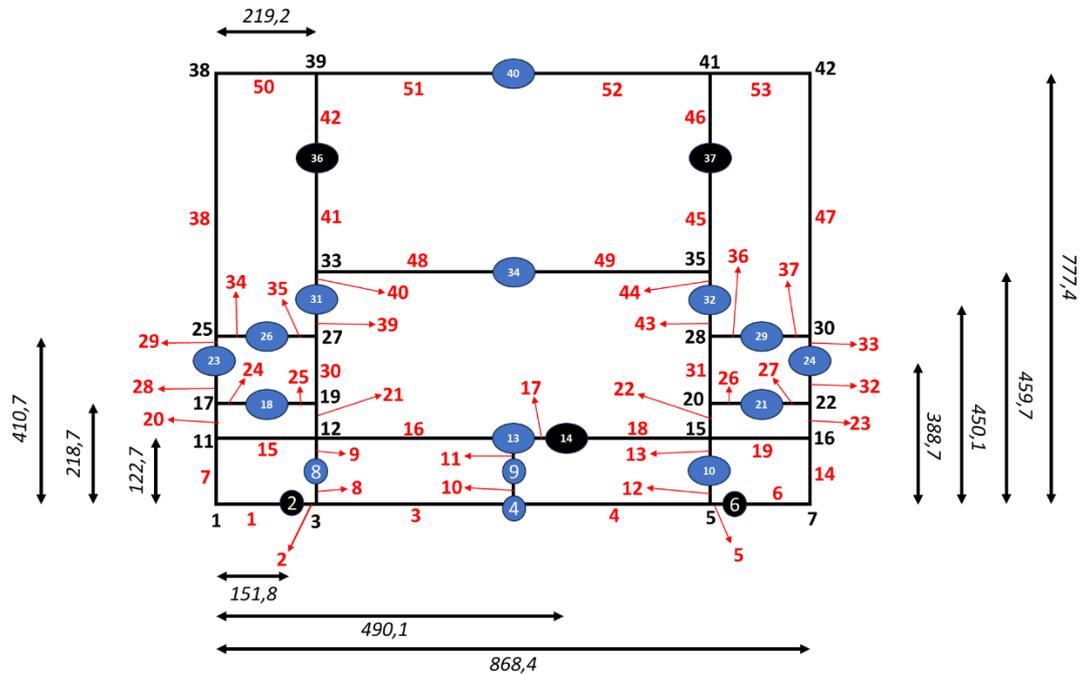
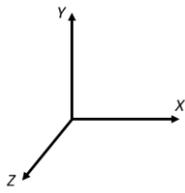


Figura 28: Estrutura da cabeceira.

Na Figura 28, os números em vermelho representam os elementos da estrutura, sendo eles os tubos de 25,4 mm de diâmetro e 1,5 mm de espessura, previamente descritos. Os demais números representam os nós, onde podem possuir marcações com uma elipse azul ou preta, bem como nenhuma marcação.

Os nós que possuem marcação na cor azul representam os pontos de aplicação de carga, os quais foram previamente selecionados com base na configuração de um paciente acamado. Os nós com marcação na cor preta representam os apoios da cabeceira. Por fim, os sem marcação representam os pontos de conexão entre os elementos.



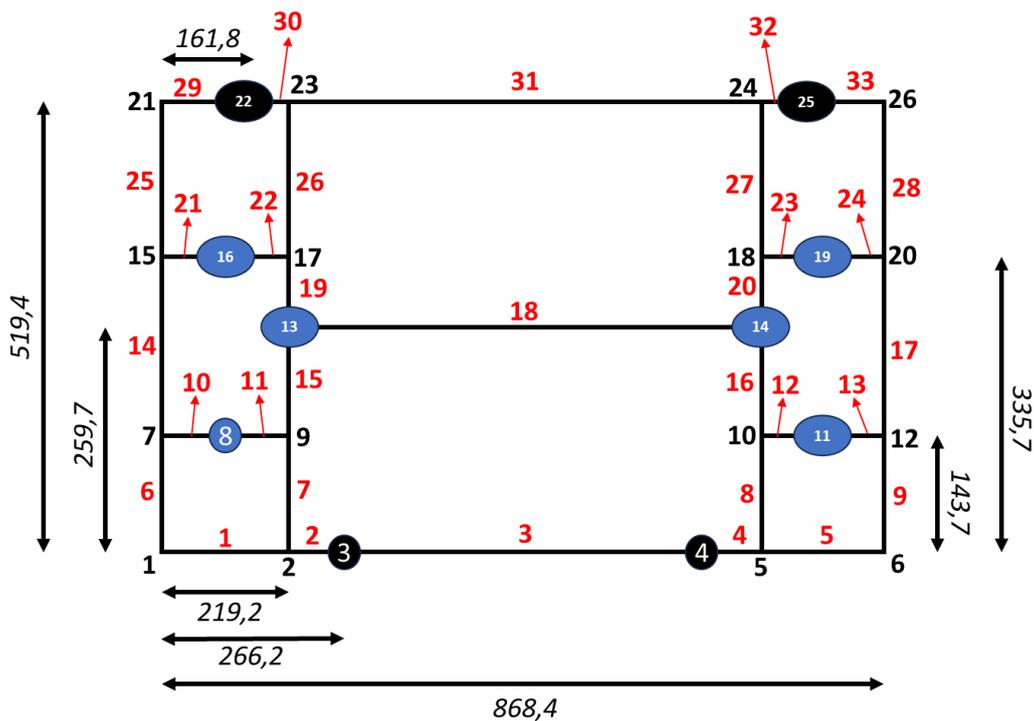


Figura 31: Estrutura da peseira.

Com os dados de entrada apresentados anteriormente, foi possível utilizar o código *MATLAB* desenvolvido neste trabalho, para realização das análises de tensões, por meio do MEF, obtenção das máximas tensões de *von Mises* nas seções extremas de cada barra e, principalmente, executar o processo de otimização para obtenção dos diâmetros “ótimos” capazes de reduzir o peso total da estrutura.

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

### Definição das Cargas Aplicadas

Para definição dos valores e pontos de aplicação das cargas, foi escolhido um paciente de 160 *kg* acamado. Tal escolha foi feita com base na carga máxima suportada pela cama, segundo o próprio fabricante [12].

Teoricamente, este carregamento deveria ser distribuído ao longo das estruturas no leito, porém, em uma primeira aproximação, mais conservadora, foram definidos os principais pontos de aplicação de carga ao longo das estruturas, separando o percentual

de peso de cada parte do corpo e quais estruturas suportam tais percentuais. De acordo com a referência [23], o percentual aproximado da massa que cada membro amputado do corpo representa é ilustrado na Tabela 2 (é importante observar que o tronco e cabeça, os quais representam, aproximadamente, 40% da massa total do corpo, não foram incluídos nesta tabela).

<b>Membro</b>	<b>Percentual (%)</b>
Mão	0,8
Antebraço	2,3
Braço até o ombro	6,6
Pé	1,7
Perna abaixo do joelho	7
Perna acima do joelho	11
Perna inteira	18,6

*Tabela 2: Percentual de cada parte do corpo (Fonte: [23]).*

Vale ressaltar que cada valor apresentado na Tabela 2 não é referente ao percentual bilateral. Dessa forma, as duas pernas representariam 37,2% da massa do corpo humano, por exemplo.

### **Análise da cabeceira**

No caso da cabeceira da cama, a carga determinada foi estimada como sendo referente ao peso total do paciente ao se excluírem as pernas, pois tal subestrutura do leito não sofre o carregamento das pernas. Dessa forma, o percentual de tal peso representaria 62,8% do peso total. Logo, a cabeceira deve suportar 100,5 *kg*, com  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ , do paciente. Além disso, alguns dos pontos de aplicação de carga (nós 18, 21, 26 e 29 na Figura 28) contam com um carregamento extra, pois são os pontos de suporte das grades da cama (uma de cada lado da cabeceira), pesando 3 *kg* cada. Os nós 18 e 26 suportam uma grade e os outros dois suportam a outra. Dessa forma, é aplicado 1,5 *kg* a mais em cada ponto.

A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos na otimização da estrutura da cabeceira.

<b>TUBO</b>	<b><math>D_i</math></b>	<b><math>D_f</math></b>	<b>Von Mises Inicial (i)</b>	<b>Von Mises inicial (j)</b>	<b>Von Mises Final (i)</b>	<b>Von Mises Final (j)</b>
1	2,39E-02	1,60E-03	1,77E+06	9,99E+06	7,25E+06	2,69E+07
2	2,39E-02	1,60E-03	8,02E+06	3,94E+06	8,67E+07	5,17E+07
3	2,39E-02	1,60E-03	5,46E+06	7,07E+06	2,85E+07	1,72E+07
4	2,39E-02	1,60E-03	3,01E+06	4,29E+06	1,57E+07	2,11E+07
5	2,39E-02	1,60E-03	3,74E+06	2,71E+06	3,92E+07	6,31E+07
6	2,39E-02	1,60E-03	1,04E+07	2,44E+06	3,11E+07	9,42E+06
7	2,39E-02	1,60E-03	2,34E+08	2,29E+08	3,50E+08	3,41E+08
8	2,39E-02	1,60E-03	3,88E+08	3,88E+08	2,72E+08	1,50E+08
9	2,39E-02	6,14E-03	3,61E+08	3,52E+08	3,50E+08	2,39E+08
10	2,39E-02	1,08E-02	2,27E+07	9,85E+06	3,50E+08	3,07E+08
11	2,39E-02	2,16E-02	1,34E+07	7,71E+06	2,39E+08	1,97E+08
12	2,39E-02	1,60E-03	2,35E+08	2,34E+08	1,67E+08	7,01E+07
13	2,39E-02	6,26E-03	2,31E+08	2,33E+08	3,50E+08	2,37E+08
14	2,39E-02	1,60E-03	1,95E+08	1,92E+08	3,50E+08	3,44E+08
15	2,39E-02	1,60E-03	1,79E+06	2,93E+06	1,03E+07	2,14E+07
16	2,39E-02	2,97E-02	8,77E+06	8,09E+06	1,29E+07	5,53E+07
17	2,39E-02	3,84E-02	4,36E+06	2,65E+07	3,24E+07	4,80E+07
18	2,39E-02	2,38E-02	2,19E+07	9,51E+06	6,54E+07	1,63E+07
19	2,39E-02	1,60E-03	3,52E+06	1,97E+06	2,95E+07	9,63E+06
20	2,39E-02	1,60E-03	2,34E+08	2,19E+08	3,50E+08	3,27E+08
21	2,39E-02	1,77E-02	1,92E+08	1,84E+08	3,03E+08	3,50E+08
22	2,39E-02	1,41E-02	1,62E+08	1,63E+08	2,99E+08	3,50E+08
23	2,39E-02	1,60E-03	2,06E+08	1,95E+08	3,50E+08	3,21E+08
24	2,39E-02	2,12E-03	9,82E+05	3,18E+06	1,04E+07	4,10E+07
25	2,39E-02	7,79E-03	3,18E+06	1,38E+06	3,05E+06	9,25E+07
26	2,39E-02	7,70E-03	1,72E+06	3,26E+06	9,26E+07	1,97E+06
27	2,39E-02	1,60E-03	3,26E+06	2,44E+05	4,08E+07	8,72E+06
28	2,39E-02	3,23E-03	4,47E+07	2,20E+07	1,42E+08	1,02E+08
29	2,39E-02	1,60E-03	3,43E+08	3,68E+08	3,09E+08	3,50E+08
30	2,39E-02	1,73E-02	1,83E+07	7,52E+06	1,64E+08	1,33E+08
31	2,39E-02	1,80E-02	3,11E+07	9,07E+06	2,00E+08	1,60E+08
32	2,39E-02	3,42E-03	4,56E+07	2,61E+07	1,29E+08	8,95E+07
33	2,39E-02	1,60E-03	2,44E+08	2,66E+08	3,16E+08	3,50E+08
34	2,39E-02	6,26E-03	1,51E+06	1,81E+06	8,90E+06	8,39E+07
35	2,39E-02	1,05E-02	1,81E+06	6,83E+06	2,85E+07	1,04E+08
36	2,39E-02	1,04E-02	7,30E+06	1,12E+06	1,07E+08	2,97E+07
37	2,39E-02	6,40E-03	1,12E+06	8,85E+05	8,14E+07	8,63E+06
38	2,39E-02	1,60E-03	4,99E+07	5,67E+07	9,49E+07	1,12E+08
39	2,39E-02	2,26E-02	4,59E+08	4,95E+08	9,79E+07	5,69E+07
40	2,39E-02	2,05E-02	2,48E+09	2,51E+09	3,02E+08	3,50E+08
41	2,39E-02	7,56E-03	1,95E+08	1,95E+08	3,01E+08	3,50E+08
42	2,39E-02	7,53E-03	9,75E+07	8,49E+07	1,72E+08	3,02E+08
43	2,39E-02	2,22E-02	3,46E+08	3,82E+08	1,28E+08	7,99E+07
44	2,39E-02	2,04E-02	2,02E+09	2,06E+09	2,96E+08	3,50E+08
45	2,39E-02	8,49E-03	1,66E+08	1,67E+08	2,94E+08	3,50E+08
46	2,39E-02	7,22E-03	8,32E+07	7,22E+07	2,08E+08	3,50E+08
47	2,39E-02	1,60E-03	4,20E+07	4,84E+07	8,67E+07	1,01E+08
48	2,39E-02	3,60E-03	7,12E+06	6,74E+06	3,50E+08	3,50E+08
49	2,39E-02	4,08E-03	6,74E+06	9,01E+06	2,72E+08	3,35E+08
50	2,39E-02	1,60E-03	3,32E+06	8,95E+06	2,35E+07	5,39E+07
51	2,39E-02	4,04E-03	8,53E+06	6,73E+06	2,35E+08	3,50E+08
52	2,39E-02	4,04E-03	6,73E+06	7,55E+06	3,50E+08	2,39E+08
53	2,39E-02	1,60E-03	8,29E+06	2,95E+06	5,25E+07	2,34E+07

*Tabela 3: Resultados para a cabeceira.*

As colunas da Tabela 3 representam, respectivamente: os números dos tubos, os quais correspondem aos elementos em vermelho apresentados na Figura 28; os diâmetros médios inicial ( $D_i$ ) e final ( $D_f$ ) dos tubos (em metros); as tensões de *von Mises* (em Pascal) iniciais (antes do processo de otimização) nos nós “*i*” e “*j*” de cada barra, isto é, nos nós inicial e final de cada elemento; e, por fim, as tensões de *von Mises* ao final do processo de otimização, nos mesmos nós.

A redução percentual de peso encontrada foi de 72,3%, partindo de um peso inicial de, aproximadamente 62,1 N para 17,2 N. A Figura 32 apresenta um gráfico com os diâmetros médios “ótimos” de cada barra (notar que as espessuras das linhas representam, aproximadamente, as variações relativas dos diâmetros finais das barras).

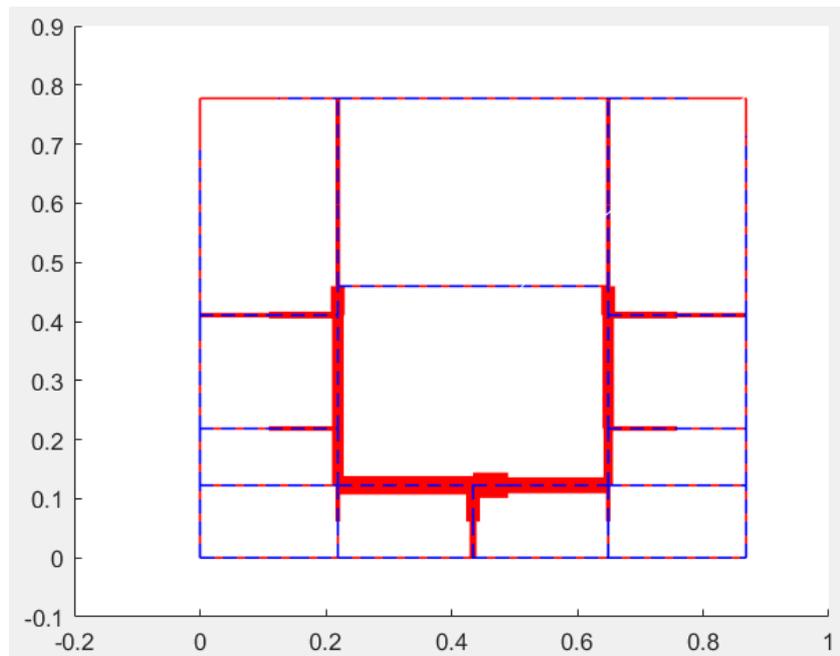


Figura 32: Representação dos diâmetros médios “ótimos” das barras da cabeceira

### Análise da estrutura da anca

No caso da estrutura da anca, a carga utilizada foi estimada para quando a cama se encontra na posição “*fowler*”, com a cabeceira inclinada a 71° e a estrutura das coxas a 30°. Dessa forma, além da região da anca, existe uma projeção do peso da cintura para cima do paciente (62,8% do peso do paciente), bem como do peso das coxas (22% do

peso do paciente) para esta estrutura. Tal estimativa foi feita considerando-se o ângulo máximo de inclinação da cabeceira e estrutura das coxas, por meio de medição.

Dessa forma, a carga total, nessa configuração para a anca, foi estimada em 112,63 kg, distribuída igualmente entre os pontos de aplicação de carga, mostrados na Figura 29.

De forma análoga à cabeceira, os resultados para a estrutura da anca estão apresentados na Tabela 4.

TUBO	$D_i$	$D_f$	Von Mises Inicial (i)	Von Mises inicial (j)	Von Mises Final (i)	Von Mises Final (j)
1	2,39E-02	1,60E-03	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
2	2,39E-02	1,60E-03	3,37E+06	1,61E+07	7,64E+07	1,68E+08
3	2,39E-02	7,82E-03	2,45E+07	8,69E+06	3,50E+08	1,40E+07
4	2,39E-02	3,12E-03	8,69E+06	1,53E+07	9,17E+07	3,50E+08
5	2,39E-02	3,12E-03	1,53E+07	8,69E+06	3,50E+08	9,17E+07
6	2,39E-02	7,82E-03	8,69E+06	2,45E+07	1,40E+07	3,50E+08
7	2,39E-02	1,60E-03	1,61E+07	3,37E+06	1,68E+08	7,64E+07
8	2,39E-02	1,60E-03	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
9	2,39E-02	1,60E-03	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
10	2,39E-02	9,87E-03	5,92E+07	4,58E+07	3,50E+08	2,89E+08
11	2,39E-02	1,84E-03	2,02E+06	2,02E+06	3,50E+08	3,50E+08
12	2,39E-02	1,84E-03	2,02E+06	2,02E+06	3,50E+08	3,50E+08
13	2,39E-02	9,87E-03	4,58E+07	5,92E+07	2,89E+08	3,50E+08
14	2,39E-02	7,53E-03	1,61E+07	1,27E+07	3,50E+08	2,64E+08
15	2,39E-02	7,53E-03	1,27E+07	1,61E+07	2,64E+08	3,50E+08
16	2,39E-02	9,87E-03	5,92E+07	4,58E+07	3,50E+08	2,89E+08
17	2,39E-02	1,84E-03	2,02E+06	2,02E+06	3,50E+08	3,50E+08
18	2,39E-02	1,84E-03	2,02E+06	2,02E+06	3,50E+08	3,50E+08
19	2,39E-02	9,87E-03	4,58E+07	5,92E+07	2,89E+08	3,50E+08
20	2,39E-02	1,60E-03	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
21	2,39E-02	1,60E-03	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
22	2,39E-02	1,60E-03	3,37E+06	1,61E+07	7,64E+07	1,68E+08
23	2,39E-02	7,82E-03	2,45E+07	8,69E+06	3,50E+08	1,40E+07
24	2,39E-02	3,12E-03	8,69E+06	1,53E+07	9,17E+07	3,50E+08
25	2,39E-02	3,12E-03	1,53E+07	8,69E+06	3,50E+08	9,17E+07
26	2,39E-02	7,82E-03	8,69E+06	2,45E+07	1,40E+07	3,50E+08
27	2,39E-02	1,60E-03	1,61E+07	3,37E+06	1,68E+08	7,64E+07
28	2,39E-02	1,60E-03	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00

Tabela 4: Resultados para a estrutura da anca

A Figura 33 ilustra os diâmetros “ótimos” para a estrutura da anca.

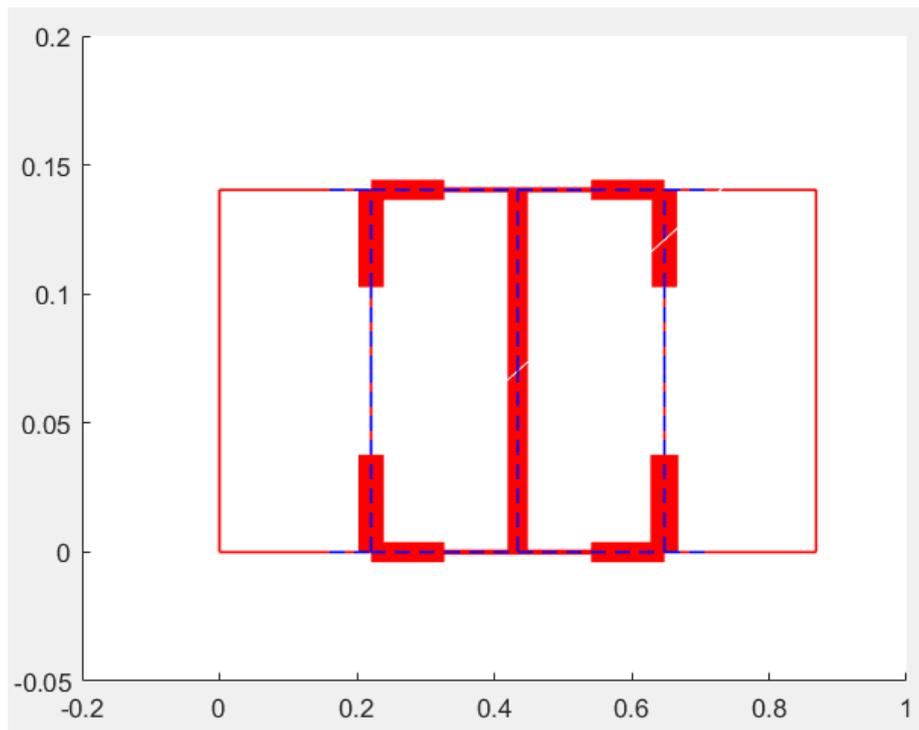


Figura 33: Representação dos diâmetros “ótimos” das barras da estrutura da anca

Para esta subestrutura, houve uma redução percentual de peso de, aproximadamente, 84%, variando de 21,2 *N* para 3,4 *N*.

### **Análise da estrutura das coxas**

Para a estrutura das coxas, que representam 22% do peso do paciente, foi feita a simulação com uma carga de 35,2 *kg*. A Tabela 5 mostra os resultados obtidos, bem como a Figura 34 ilustra os diâmetros médios “ótimos”.

TUBO	$D_i$	$D_f$	Von Mises Inicial (i)	Von Mises inicial (j)	Von Mises Final (i)	Von Mises Final (j)
1	2,39E-02	1,60E-03	1,99E+05	2,19E+05	2,71E+06	5,05E+06
2	2,39E-02	2,24E-03	2,99E+06	2,53E+06	1,01E+08	1,94E+08
3	2,39E-02	1,92E-03	1,31E+06	2,08E+06	2,80E+08	3,50E+08
4	2,39E-02	1,97E-03	2,08E+06	3,19E+06	3,34E+08	3,50E+08
5	2,39E-02	1,97E-03	3,19E+06	2,08E+06	3,50E+08	3,34E+08
6	2,39E-02	1,92E-03	2,08E+06	1,31E+06	3,50E+08	2,80E+08
7	2,39E-02	2,24E-03	2,53E+06	2,99E+06	1,94E+08	1,01E+08
8	2,39E-02	1,60E-03	2,19E+05	1,99E+05	5,05E+06	2,71E+06
9	2,39E-02	1,60E-03	4,39E+05	2,03E+05	1,26E+07	1,74E+07
10	2,39E-02	2,19E-03	4,31E+07	4,52E+07	1,01E+08	3,50E+08
11	2,39E-02	3,45E-03	1,59E+07	1,58E+07	3,50E+08	2,78E+08
12	2,39E-02	5,22E-03	3,89E+06	2,23E+06	2,57E+08	3,22E+08
13	2,39E-02	5,26E-03	1,07E+08	1,13E+08	3,50E+08	2,80E+08
14	2,39E-02	2,26E-03	5,89E+07	6,15E+07	3,50E+08	3,50E+08
15	2,39E-02	6,92E-03	3,62E+07	3,21E+07	1,66E+08	2,18E+08
16	2,39E-02	2,19E-03	4,31E+07	4,52E+07	1,01E+08	3,50E+08
17	2,39E-02	3,45E-03	1,59E+07	1,58E+07	3,50E+08	2,78E+08
18	2,39E-02	5,22E-03	3,89E+06	2,23E+06	2,57E+08	3,22E+08
19	2,39E-02	1,60E-03	4,39E+05	2,03E+05	1,26E+07	1,74E+07
20	2,39E-02	1,60E-03	3,02E+04	9,59E+04	6,67E+06	7,92E+06
21	2,39E-02	1,03E-02	1,03E+07	2,92E+06	7,48E+07	2,99E+07
22	2,39E-02	5,19E-03	4,35E+06	4,27E+06	1,21E+08	9,76E+07
23	2,39E-02	7,98E-03	4,27E+06	4,46E+06	3,97E+07	4,78E+07
24	2,39E-02	7,98E-03	4,46E+06	4,27E+06	4,78E+07	3,97E+07
25	2,39E-02	5,19E-03	4,27E+06	4,35E+06	9,76E+07	1,21E+08
26	2,39E-02	1,03E-02	2,92E+06	1,03E+07	2,99E+07	7,48E+07
27	2,39E-02	1,60E-03	9,59E+04	3,02E+04	7,92E+06	6,67E+06

Tabela 5: Resultados para a estrutura das coxas

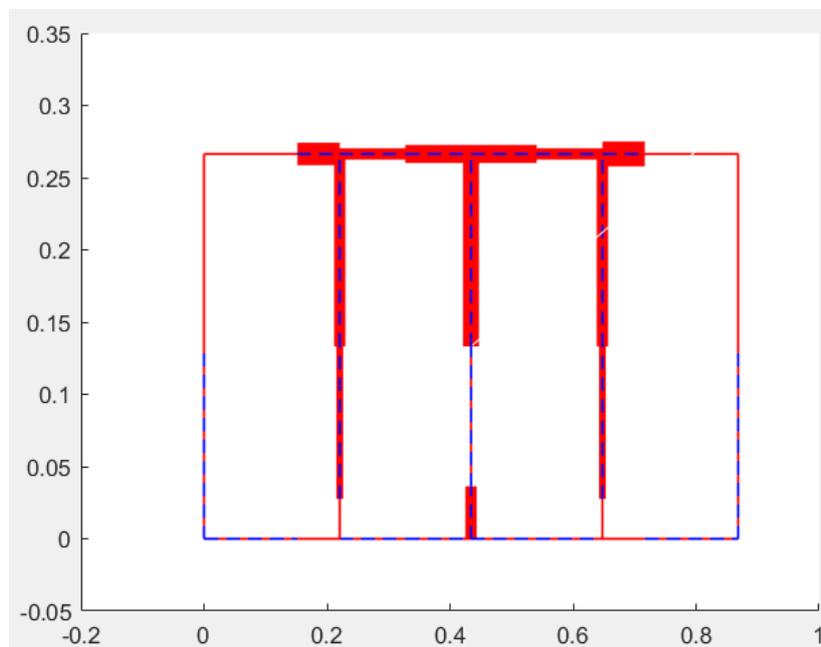


Figura 34: Representação dos diâmetros “ótimos” das barras da estrutura das coxas

Para esta subestrutura, os resultados apresentam uma redução percentual de 85,4% do peso, variando de 26,7 N para 3,9 N.

## Análise da peseira

Finalmente, são apresentados os resultados da estrutura da peseira, que suporta apenas o peso das pernas, do joelho para baixo. Por questões de segurança, foi considerado o peso inteiro das pernas sobre essa subestrutura, visto que o percentual de massa das canelas e pés é relativamente pequeno.

A Tabela 6 e a Figura 35 apresentam, respectivamente, os resultados obtidos e a visualização dos diâmetros médios “ótimos” da estrutura da peseira.

TUBO	$D_i$	$D_f$	Von Mises Inicial (i)	Von Mises inicial (j)	Von Mises Final (i)	Von Mises Final (j)
1	2,39E-02	1,60E-03	5,79E+06	1,20E+07	9,00E+06	6,48E+07
2	2,39E-02	1,04E-02	1,20E+07	2,33E+07	1,38E+08	2,01E+08
3	2,39E-02	1,60E-03	5,32E-08	5,32E-08	1,93E-04	1,93E-04
4	2,39E-02	1,04E-02	2,33E+07	1,20E+07	2,01E+08	1,38E+08
5	2,39E-02	1,60E-03	1,20E+07	5,79E+06	6,48E+07	9,00E+06
6	2,39E-02	1,60E-03	1,95E+08	1,77E+08	2,17E+08	1,88E+08
7	2,39E-02	1,91E-02	2,83E+08	2,66E+08	3,50E+08	2,95E+08
8	2,39E-02	1,91E-02	2,83E+08	2,66E+08	3,50E+08	2,95E+08
9	2,39E-02	1,60E-03	1,95E+08	1,77E+08	2,17E+08	1,88E+08
10	2,39E-02	1,60E-03	4,33E+06	6,16E+06	5,18E+06	4,19E+07
11	2,39E-02	5,95E-03	6,16E+06	4,31E+06	3,45E+06	2,94E+08
12	2,39E-02	5,95E-03	4,31E+06	6,16E+06	2,94E+08	3,45E+06
13	2,39E-02	1,60E-03	6,16E+06	4,33E+06	4,19E+07	5,18E+06
14	2,39E-02	1,60E-03	6,79E+06	2,91E+07	6,29E+07	1,13E+08
15	2,39E-02	2,99E-02	1,58E+08	1,14E+08	1,20E+08	6,97E+07
16	2,39E-02	2,99E-02	1,58E+08	1,14E+08	1,20E+08	6,97E+07
17	2,39E-02	1,60E-03	6,79E+06	2,91E+07	6,29E+07	1,13E+08
18	2,39E-02	1,60E-03	2,17E+06	2,17E+06	1,51E+07	1,51E+07
19	2,39E-02	3,03E-02	1,28E+08	1,78E+08	2,24E+08	2,76E+08
20	2,39E-02	3,03E-02	1,28E+08	1,78E+08	2,24E+08	2,76E+08
21	2,39E-02	1,60E-03	4,57E+06	5,39E+06	2,06E+07	3,67E+07
22	2,39E-02	6,75E-03	5,39E+06	1,42E+06	2,33E+06	2,28E+08
23	2,39E-02	6,75E-03	1,42E+06	5,39E+06	2,28E+08	2,33E+06
24	2,39E-02	1,60E-03	5,39E+06	4,57E+06	3,67E+07	2,06E+07
25	2,39E-02	1,60E-03	1,78E+08	1,97E+08	3,29E+08	3,50E+08
26	2,39E-02	1,97E-02	1,89E+08	2,10E+08	2,90E+08	3,50E+08
27	2,39E-02	1,97E-02	1,89E+08	2,10E+08	2,90E+08	3,50E+08
28	2,39E-02	1,60E-03	1,78E+08	1,97E+08	3,29E+08	3,50E+08
29	2,39E-02	1,60E-03	2,74E+06	1,22E+07	1,89E+07	6,34E+07
30	2,39E-02	3,99E-03	4,97E+06	2,48E+06	1,66E+08	3,42E+08
31	2,39E-02	1,60E-03	3,40E+05	3,40E+05	1,33E+07	1,33E+07
32	2,39E-02	3,99E-03	2,48E+06	4,97E+06	3,42E+08	1,66E+08
33	2,39E-02	1,60E-03	1,22E+07	2,74E+06	6,34E+07	1,89E+07

Tabela 6: Resultados para a peseira.

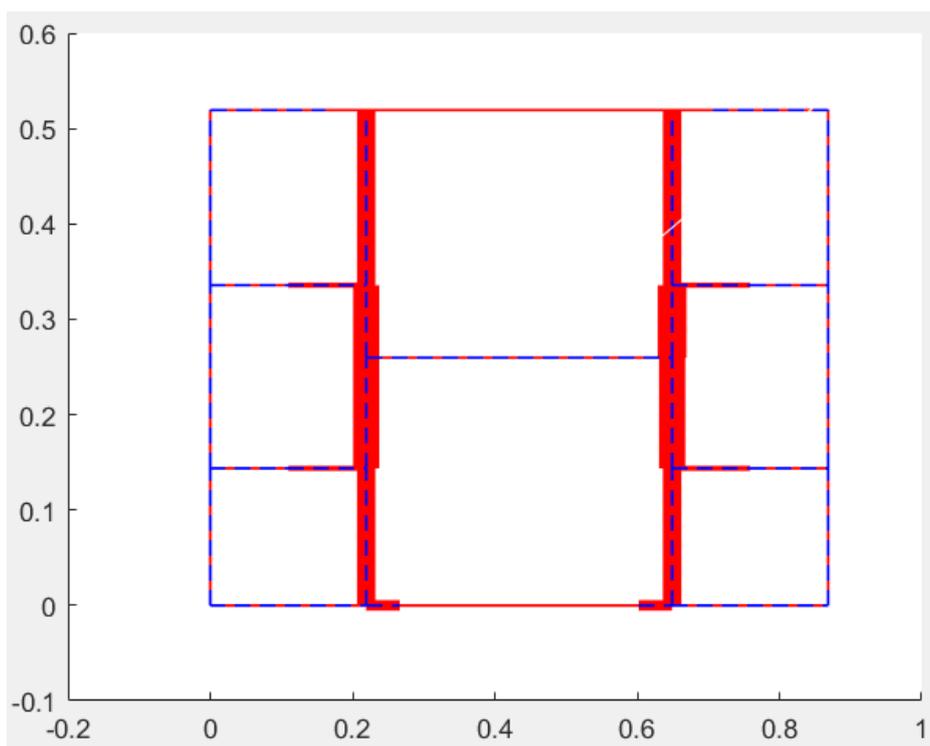


Figura 35: Representação dos diâmetros “ótimos” das barras da peseira

Para a estrutura da peseira, a otimização apresentou uma redução percentual de 72,3% de peso, variando de 45,3 N para 12,4 N.

## 6 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo principal a otimização paramétrica da estrutura de uma cama hospitalar, visando a redução do seu peso. Para tanto, foi desenvolvido um código *MATLAB* para a realização de uma análise estática da estrutura original da cama, via MEF, em seguida aplicar uma técnica de otimização paramétrica para redução das dimensões das barras e, finalmente, uma nova análise estática na estrutura otimizada para verificação das tensões finais em seus membros estruturais.

Durante a realização deste trabalho, foram estimados valores iniciais idênticos para todos os diâmetros das barras (*i.e.*, 25,4 mm de diâmetro e 1,5 mm de espessura) e, em algumas delas, as tensões equivalentes de *von Mises* atingiram valores ligeiramente superiores aos da tensão de escoamento do material (ver, por exemplo, a

barra 8 da subestrutura da cabeceira da cama, na qual a tensão de *von Mises* na extremidade “i” chegou a 388 MPa, enquanto o limite de escoamento para o aço AISI 1020 é de 350 MPa). No entanto, é importante salientar que, após o processo de otimização, as tensões equivalentes de *von Mises* ficaram abaixo do limite de escoamento em todas as barras da estrutura.

Com relação aos resultados da otimização, foi obtida uma redução significativa no peso da estrutura original do leito, da ordem aproximada de 78,5%. Como mencionado anteriormente, ao se observar as tensões finais máximas de *von Mises*, constatou-se que, conforme esperado, em nenhum caso esta tensão ultrapassou o limite de escoamento (*i.e.*, 350 MPa).

No que diz respeito aos diâmetros “ótimos”, os maiores valores encontrados para a cabeceira, estrutura da anca, estrutura das coxas e peseira foram, respectivamente, 38,4 mm, 9,9 mm, 10,3 mm e 30,3 mm. Em algumas barras, o valor obtido para os diâmetros “ótimos” foram iguais ao valor mínimo adotado no código *MATLAB*, ou seja, 1,6 mm. Tendo em vista a variada gama de diâmetros disponíveis no mercado para tubos de aço com espessura de 1,5 mm, indo de 12,70 mm a 127 mm, conforme a empresa Andraço [22], podemos concluir que é perfeitamente viável a utilização dos resultados da otimização estrutural apresentada neste trabalho.

Para o desenvolvimento de trabalhos futuros neste tema, sugerimos a inclusão de uma nova restrição no problema de otimização, referente ao deslocamento vertical máximo da estrutura, bem como um estudo de viabilidade econômica sobre a implementação das novas dimensões dos tubos disponíveis no mercado para as subestruturas do leito.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Ramos, M. A. C., **Modelamento de uma cama hospitalar com regulagem de altura, dorso e pernas**,. 65 f. Monografia (Especialização) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto - MG, **2019**.
- [2] Fonseca, H. L. A., **Caracterização dos principais problemas de saúde do idoso acamado, e desafios para a equipe de saúde da família no acompanhamento destes**, . 29 f. Monografia (Especialização) - Curso de Medicina, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, **2010**.
- [3] Cabral, U., **População cresce, mas número de pessoas com menos de 30 anos cai 5,4% de 2012 a 2021**, Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/34438-populacao-cresce-mas-numero-de-pessoas-com-menos-de-30-anos-cai-5-4-de-2012-a-2021#:~:text=Os%20dados%20foram%20divulgados%20hoje,14%2C7%25%20da%20popula%C3%A7%C3%A3o>. Acesso realizado em: 29 maio **2023**.
- [4] Melo, A. F., **A saúde do idoso em 2030: uma análise prospectiva do gasto público na saúde no Brasil**,. 71 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Saúde Pública, Fundação Oswaldo Cruz, Recife, **2011**.
- [5] Merca, L., **Sistema sanitário autónomo e automatizado aplicado a camas hospitalares**,. 6 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, Coimbra, **2009**.
- [6] Missio, C.. **Projeto de cama hospitalar regulável por manivela manual (2014)**. 2014. 20 f. TCC (Graduação) - Curso de Design, Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, **2015**.

[7] Mobraz. **A importância de uma cama hospitalar nos cuidados domiciliares ao paciente.** Disponível em: <https://www.mobraz.com.br/blog/a-importancia-de-uma-cama-hospitalar-nos-cuidados-domiciliares-ao-paciente/>.

Acesso em: 07 set. **2023**

[8] Ilustrada, Enfermagem. **Posições para exames.** Disponível em: <https://enfermagemilustrada.com/tag/trendelenburg/#:~:text=Dec%C3%BAbito%20Trendelenburg,parte%20superior%20da%20cavidade%20abdominal..>

Acesso em: 07 set. **2023**.

[9] Sanches, I. J. **Métodos numéricos.** Disponível em: <https://sistemas.eel.usp.br/docentes/arquivos/5817712/325/apostilaMN.pdf>.

Acesso em: 08 set. **2023**.

[10] Valente, J. P. B.. **O método dos elementos finitos e sua aplicação na engenharia de estruturas.** Disponível em: <https://blog.rmmais.com.br/o-metodo-dos-elementos-finitos-e-sua-aplicacao-na-engenharia-de-estruturas/>.

Acesso em: 08 set. **2023**.

[11] Faria, N. M. S.. **Projeto de equipamento para movimentação de camas hospitalares..** 153 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Instituto Superior de Engenharia do Porto, Porto, **2020**.

[12] Bequem, Ideal. **IB 545-045.** Disponível em: <https://idealbequem.com/produtos/camas/ib-545-045.html>. Acesso em: 05 nov. **2023**.

[13] Silva, J. E.. **Otimização topológica de modelos de próteses femorais completas..** 36 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Puc-Rio, Rio de Janeiro, **2017**.

[14] Olinquevicz, D. F.. **Otimização topológica de estruturas contínuas de polipropileno com restrições de tensão baseadas em critérios de escoamento..** 127 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Minas Gerais Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, **2015**.

[15] Nascimento, H. L. S.. **Método de otimização topológica em estruturas contínuas bidimensionais..** 81 f. TCC (Doutorado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, **2019**.

[16] Leggerinil, M. R. C.. **Esforço normal e cortante.** Disponível em: [https://www.politecnica.pucrs.br/professores/glaucia/ENGENHARIA\\_-\\_Mecanica\\_dos\\_Solidos/Capitulo\\_05\\_2005-2.pdf](https://www.politecnica.pucrs.br/professores/glaucia/ENGENHARIA_-_Mecanica_dos_Solidos/Capitulo_05_2005-2.pdf). Acesso em: 13 out. **2023**.

[17] Martha, L. F.. **Esforços internos.** Disponível em: [https://www.tecgraf.puc-rio.br/ftp\\_pub/lfm/civ1112-aula04.pdf](https://www.tecgraf.puc-rio.br/ftp_pub/lfm/civ1112-aula04.pdf). Acesso em: 14 out. **2023**.

[18] Moura, A. P.. **Aula: torção em vigas de concreto armado.** Diamantina: Ana Paula Moura, **2014**.

[19] UFPR – Apostila: **Introdução a resistência dos materiais.** Disponível em: <https://estruturas.ufpr.br/wp-content/uploads/resistencia/Apostila/Capitulo1.pdf>. Acesso em: 04 nov. **2023**.

[20] Cook, R. D., Malkus, D. S. e Plesha, M. E. **Concepts and applications of finite element analysis,** 3a. Edição, John Wiley & Sons, **1989**.

[21] Maguire, W., Gallagher, R. H. e Ziemian, R. D., **Matrix structural analysis,** 2a. Edição, John Wiley & Sons, **2000**.

[22] Andraço. **Tubo Industrial - Redondo**. Disponível em:

<https://andraco.com.br/produto/tubo-industrial-redondo/>. Acesso em: 20 nov.

**2023**

[23] Nutritotal, Redação. **Como calcular o peso de pacientes amputados?**

Disponível em: <https://nutritotal.com.br/pro/material/peso-corporeo-para-pacientes-amputados/>. Acesso em: 06 nov. **2023**.

[24] Meggiolaro, Marco Antonio, .**Notas de Aula, CMM – ENG1709**. DEM/PUC-Rio, **2023**.

[25] Aços, K9. **Aço 1020**. Disponível em:

<https://k9acos.com.br/aco-1020-2/#:~:text=O%20m%C3%B3dulo%20de%20elasticidade%20t%C3%ADpico,205%20GPa%20ou%2029700%20ksi>. Acesso em: 06 nov. **2023**.