



**Tamires Pereira Pinto da Silva**

**Extração de rede de poros e gargantas  
não-determinística a partir de esqueleto via  
algoritmo de erosão**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutora pelo Programa de Pós-graduação em Matemática, do Departamento de Matemática da PUC-Rio .

Orientador : Prof. Sinésio Pesco  
Co-orientador: Prof. Abelardo Borges Barreto Junior

Rio de Janeiro  
Setembro de 2023.



**Tamires Pereira Pinto da Silva**

**Extração de rede de poros e gargantas  
não-determinística a partir de esqueleto via  
algoritmo de erosão**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutora pelo Programa de Pós-graduação em Matemática da PUC-Rio . Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

**Prof. Sinésio Pesco**

Orientador

Departamento de Matemática – PUC-Rio

**Prof. Abelardo Borges Barreto Junior**

Co-orientador

Departamento de Matemática – PUC-Rio

**Prof. Alex Laier Bordignon**

Departamento de Matemática – UFF

**Prof. Celso Peres Fernandes**

Departamento de Engenharia Mecânica – UFSC

**Profa. Malú Grave**

Departamento de Engenharia Civil – UFF

**Prof. Marcio da Silveira Carvalho**

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

**Prof. Marcos Craizer**

Departamento de Matemática – PUC-Rio

**Profa. Viviana Lorena Vargas Grajales**

Departamento de Matemática – UFF

Rio de Janeiro, 15 de Setembro de 2023.

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial do trabalho, é proibida sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Tamires Pereira Pinto da Silva**

Graduada em Matemática pela Universidade Federal Fluminense de Niterói (UFF) em 2016. Mestra em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) em 2018, cuja dissertação possui ênfase em matemática aplicada e está intitulada por *Permeability estimation in turbidite channels constrained by well-testing*.

#### Ficha Catalográfica

Pereira Pinto da Silva, Tamires

Extração de rede de poros e gargantas não-determinística a partir de esqueleto via algoritmo de erosão / Tamires Pereira Pinto da Silva; orientador: Sinésio Pesco; co-orientador: Abelardo Borges Barreto Junior. – 2023..

76 f: il. color. ; 30 cm

Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2023..

Inclui bibliografia

1. Matemática – Teses. 2. Caracterização de meios porosos. 3. Extração de rede de poros e gargantas. 4. Imagem micro-tomográfica. 5. Propriedades de rocha. 6. Modelagem em escala de poros. I. Pesco, Sinésio. II. Borges Barreto Junior, Abelardo. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. IV. Título.

CDD: 004

Aos meus avós, pais, irmãos, ao meu companheiro de vida,  
amigos e familiares pelo apoio, encorajamento e afeto que  
contribuíram para que eu alcançasse meus objetivos.

## **Agradecimentos**

Primeiro, sou grata a Deus por tudo e todas as coisas. Um mais do que especial agradecimento ao Everson, por toda cumplicidade, companheirismo e por ter me fortalecido nos momentos críticos em que cogitei desistir. Também, aos meus pais e irmãos por serem a minha base e grande parte da energia que impulsiona a minha determinação.

Aos meus orientadores Sinésio e Abelardo, pelos quais possuo grande admiração, agradeço pela oportunidade e por acreditarem em mim e no meu potencial. Cujos ensinamentos transcendem a matemática e a vida acadêmica. Sou muito orgulhosa por fazer parte do grupo brilhante e diverso de profissionais formados por eles. Gratidão por todas as contribuições ao longo da minha jornada na pós-graduação, principalmente, pelo acolhimento nos dias difíceis durante a pandemia.

Aos meus amigos da PUC-Rio, pelas vivências e inúmeras trocas durante os meus estudos. Para a produção da minha pesquisa em matemática aplicada, a interdisciplinaridade foi essencial. Por isso, compartilhar conhecimentos com um time de talentos tão incrível e de diferentes áreas como o que tive o prazer de encontrar na PUC foi fundamental.

A todos os meus amigos e familiares que me inspiraram e motivaram a concluir este objetivo. Até mesmo aqueles que em suas ações não possuíam dimensão do impacto que elas teriam nas minhas escolhas.

A todos os funcionários do departamento de matemática, particularmente, a Creuza, Kátia, Carlos e Mariana pela disposição e solicitude quando necessitei de assistência. E aos professores que para além do desenvolvimento técnico, fomentam a comunicação científica no departamento, com eventos que contribuíram para o meu amadurecimento profissional.

Aos membros da comissão examinadora, obrigada pela disponibilidade e colaboração em relação a este trabalho.

Gostaria de agradecer a CAPES, FAPERJ, Petrobras e a PUC-Rio pelo suporte financeiro durante a minha pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## Resumo

Pereira Pinto da Silva, Tamires; Pesco, Sinésio; Borges Barreto Junior, Abelardo. **Extração de rede de poros e gargantas não-determinística a partir de esqueleto via algoritmo de erosão.** Rio de Janeiro, 2023.. 76p. Tese de Doutorado – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A microtomografia computadorizada de uma amostra de rocha possibilita uma caracterização do meio poroso e pode ser utilizada para estimar propriedades da rocha em macroescala, isto é, em escala de reservatório. Métodos baseados em mapas de distâncias e em algoritmos de erosão são as principais abordagens utilizadas para extração de uma rede de poros e gargantas a partir de imagens microtomográficas de rocha. Este trabalho propõe um método híbrido para a construção da rede, de modo que, durante o processo de modelagem na escala de poros, obtemos um esqueleto do espaço poroso por meio de um algoritmo de erosão e utilizamos um mapa de distâncias para construir uma rede de poros e gargantas. A determinação dos poros e gargantas a partir do esqueleto adota uma abordagem não-determinística possibilitando a geração de múltiplas redes com configurações distintas a partir de um mesmo esqueleto. Avaliamos a variabilidade dos cenários gerados e comparamos as estimativas para as propriedades petrofísicas com as obtidas pelo método de Bolas Máximas por meio dos resultados de uma simulação de fluxo monofásica na rede.

## Palavras-chave

Caracterização de meios porosos; Extração de rede de poros e gargantas; Imagem micro-tomográfica; Propriedades de rocha; Modelagem em escala de poros.

## Abstract

Pereira Pinto da Silva, Tamires; Pesco, Sinésio (Advisor); Borges Barreto Junior, Abelardo (Co-Advisor). **A non-deterministic pore-throat network extraction from skeleton by thinning algorithm.** Rio de Janeiro, 2023.. 76p. Tese de Doutorado – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Computerized microtomography of a rock sample enables a characterization of the porous medium and can be used to estimate rock properties at the macro-scale, i.e., reservoir-scale. Methods based on distance maps and thinning algorithms are the main approaches used for extracting a pore and throats network from microtomographic rock images. This paper proposes a hybrid method for constructing the network. So that during the pore-scale modeling process, we obtain a skeleton of the pore space by using a thinning algorithm and a distance map to build a network of pores and throats. The determination of pores and throats from the skeleton assumes a non-deterministic approach enabling the generation of multiple networks with distinct configurations from the same skeleton. We evaluate the variability of the generated scenarios and compare the estimates for the petrophysical properties with those obtained by the Maximum Ball Method through the results of a single-phase flow simulation on the network.

## Keywords

Porous media characterization; Pore network extraction; Micro-CT image; Rock properties; Pore-scale modeling.

## Sumário

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>                                     | <b>15</b> |
| <b>2</b> | <b>Revisão bibliográfica</b>                          | <b>18</b> |
| 2.1      | Algoritmo de erosão                                   | 18        |
| 2.2      | Algoritmo de bolas máximas                            | 24        |
| <b>3</b> | <b>Geração da rede de poros e gargantas</b>           | <b>30</b> |
| 3.1      | Remoção de ruídos                                     | 31        |
| 3.2      | Segmentação do esqueleto                              | 33        |
| 3.3      | Estrutura da rede                                     | 36        |
| <b>4</b> | <b>Propriedades de rocha e parametrização da rede</b> | <b>43</b> |
| 4.1      | Porosidade  | 43        |
| 4.2      | Permeabilidade  | 45        |
| 4.3      | Descrição da rede de poros e gargantas                | 45        |
| 4.4      | Cálculo do volume                                     | 47        |
| 4.5      | Localização do centro das gargantas                   | 47        |
| 4.6      | Comprimento efetivo das gargantas                     | 47        |
| 4.7      | Fator de forma  | 50        |
| <b>5</b> | <b>Avaliação do modelo em amostras de rochas</b>      | <b>53</b> |
| 5.1      | Amostra Berea   | 53        |
| 5.2      | Estimativas de propriedades via simulação de fluxo    | 70        |
| <b>6</b> | <b>Conclusão e trabalhos futuros</b>                  | <b>72</b> |
| <b>7</b> | <b>Referências bibliográficas</b>                     | <b>74</b> |

## Lista de figuras

- Figura 1.1 (a) Imagem tridimensional do espaço poroso de um arenito sintético, gerada a partir de um processo de empacotamento de esferas (1). (b) Representação topológica do meio poroso por uma rede de poros e gargantas composta por esferas conectadas por cilindros. 16
- Figura 2.1 Desenho esquemático para ilustrar as relações de adjacências em uma imagem binária. Os pontos em preto representam a localização dos *voxels* considerados vizinhos a  $p$ . 19
- Figura 2.2 Representação de uma imagem binária 2D que contém um conjunto 8-conectado e duas 4-componentes de *voxels* vazios. 20
- Figura 2.3 Uma imagem 2D em (escala de cinza) e o esqueleto obtido por algoritmo de erosão (preto). 21
- Figura 2.4 Representação de um ponto  $p$  que não é simples. 23
- Figura 2.5 Ilustração para o eixo medial representado na cor azul. (a) Eixo medial de um retângulo, determinado pelo fecho convexo dos centros de circunferências bitangentes. (b) Eixo medial de um paralelepípedo. Este caso é associado aos centros de esferas bitangentes. 24
- Figura 2.6 Diferença no resultados dos mapas de distâncias com base nas relações de vizinhanças utilizadas. 26
- Figura 2.7 Desenho esquemático sobre a etapa de identificação de poros e gargantas. (a) Apresenta três bolas máximas centradas em A, B e C. Sendo A mestre de B e B mestre de C. B também é escrava de A e C é escrava de B. (b) As bolas centradas em B e C são escravas de A e também de D. 27
- Figura 2.8 Representação de duas famílias A e B conectadas por um filho em comum. As bolas em cinza claro não estão no esqueleto, mas descrevem o espaço poroso. As bolas em preto, formam o esqueleto. As setas em branco representam a construção do segmento de reta que conecta os centros dos poros (*Ancestor A* e *Ancestor B*) a partir do centro da garganta determinado pelo filho comum (*common child*). 28
- Figura 2.9 Desenho esquemático para representar todas as bolas vizinhas que são absorvidas pela bola máxima centrada em A de raio  $R$ . O intervalo de busca considerado para encontrar os centros de bolas máximas vizinhas a partir do centro A é de  $2 \times R$ . 29
- Figura 3.1 Fluxograma contendo as etapas envolvidas na construção da rede de poros e gargantas de uma imagem binária via esqueleto. 30
- Figura 3.2 Exemplo de pontos de esqueletos (vermelho) de uma imagem binária representando uma superfície que em: (a) possui uma cavidade e no item (b) um túnel. 32
- Figura 3.3 Desenho esquemático de um *grid* com dimensão  $7 \times 1 \times 5$ , composto por *voxels* vazios (brancos) e sólidos (representados em preto). O *voxel* vazio destacado em vermelho possui número de coordenação igual a 4. 34
- Figura 3.4 Identificação de *voxels* pertencentes a um mesmo nó. A imagem apresenta três nós distintos, um deles contendo três *voxels* e os outros dois com apenas um *voxel*. 35

|             |   |    |
|-------------|---|----|
| Figura 3.5  | Ilustração que representa a classificação de nós e arestas do esqueleto a partir do número de coordenação.  | 35 |
| Figura 3.6  | Ilustração para representar dois poros (esferas) conectados por uma garganta (cilindro).  | 36 |
| Figura 3.7  | Ilustração de nós distintos que representam o mesmo poro.   | 37 |
| Figura 3.8  | Exemplo do resultado do cálculo das distâncias em uma imagem binária. a) Imagem binária 2D. b) Mapa de distâncias euclidiana.   | 38 |
| Figura 3.9  | Ilustração para identificação do centro de um nó a partir esqueleto. (à esquerda) Representação de uma bifurcação no esqueleto. (ao centro) Ponto de encontro da bifurcação. (à direita) <i>voxels</i> demarcados possuem número de coordenação maior do 2. Estes são os candidatos a centro do nó. | 39 |
| Figura 3.10 | Identificação de arestas redundantes pelo método proposto em (2).   | 39 |
| Figura 3.11 | Ilustração para o caso em que as arestas redundantes satisfazem o teste proposto por Shin (2). No entanto, estão inteiramente contidas no volume dos poros 1 e 2.   | 40 |
| Figura 4.1  | Desenho esquemático de uma seção transversal de amostra de rocha.   | 44 |
| Figura 4.2  | Exemplo de uma determinação de poros de entrada e saída de fluidos, considerando como direção principal de fluxo o eixo-x. Os poros 1 e 3 são de conexão e o de número 2 é um poro sem saída pois não possui outras ligações.   | 46 |
| Figura 4.3  | Desenho esquemático para os comprimentos dos poros e das gargantas.   | 49 |
| Figura 4.4  | Ilustração para o caso em que a distância entre os centros dos poros pode ser menor do que as distâncias de cada poro ao centro da garganta.  | 50 |
| Figura 4.5  | Exemplo de uma seção transversal triangular de poro ou garganta após drenagem primária de um meio poroso úmido. A molhabilidade é alterada na região de contato central que está ocupada pela fase não-molhante enquanto os cantos permanecem molhados (3).   | 51 |
| Figura 4.6  | Valores de fator de forma considerados na modelagem da rede de poros e gargantas para a simulação de fluxo. Os tipos variam entre: triangular, circular e quadrangular.   | 51 |
| Figura 5.1  | Imagem binária da seção da amostra Berea utilizada na extração da rede de poros com dimensão de $400 \times 400 \times 400$ .   | 54 |
| Figura 5.2  | Representação da parte sólida contida na imagem da amostra Bere. Os pontos em preto pertencem a componente sólida principal e os pontos vermelhos compõe conjuntos sólidos isolados.  | 55 |
| Figura 5.3  | Resultado do pré-processamento da imagem binária contendo apenas uma 26-componente de <i>voxels</i> sólidos, destacando em cinza a os pontos no bordo da porosa.  | 55 |
| Figura 5.4  | Exemplo de um esqueleto do espaço poroso (limitado pela superfície em cinza) gerado a partir de uma seção da amostra Berea. A imagem utilizada possui dimensões $50 \times 50 \times 50$ .  | 56 |
| Figura 5.5  | Esqueleto segmentado pelo número de coordenação.  | 57 |

|             |   |    |
|-------------|---|----|
| Figura 5.6  | Uma configuração do esqueleto após a localização do centro dos nós e determinação da entrada e saída de fluidos.  | 58 |
| Figura 5.7  | Identificação dos nós e arestas redundantes, destacados em vermelho.  | 59 |
| Figura 5.8  | Resultado de uma estrutura de rede de poros e gargantas obtido a partir do esqueleto apresentado na 5.4 depois do processo de agrupamento.  | 60 |
| Figura 5.9  | Resultado para configuração da estrutura da rede após etapa de agrupamento, (a) simulação 1 e (b) simulação 2.  | 61 |
| Figura 5.10 | Resultado para configuração da estrutura da rede após etapa de agrupamento, (a) simulação 3 e (b) simulação 4.  | 62 |
| Figura 5.11 | Distribuição do número de coordenação dos poros para a amostra Berea para os métodos de BM e BE.  | 65 |
| Figura 5.12 | Distribuição dos valores de fator de forma. Dados referentes a amostra de rocha Berea que foram obtidos a partir da rede de poros e gargantas extraída pelo algoritmo de bolas máximas. | 66 |
| Figura 5.13 | Distribuição do tamanho de raio dos poros   | 67 |
| Figura 5.14 | Distribuição do volume dos poros  | 67 |
| Figura 5.15 | Distribuição do comprimento das gargantas   | 68 |
| Figura 5.16 | Distribuição dos tamanhos de raio das gargantas   | 69 |
| Figura 5.17 | Distribuição do volume das gargantas  | 69 |

## Lista de tabelas

|            |   |    |
|------------|---|----|
| Tabela 3.1 | Percentual de volume poroso das amostras                          | 33 |
| Tabela 5.1 | Número de elementos na rede gerada para amostra de arenito Berea. | 63 |
| Tabela 5.2 | Estimativa para as propriedades petrofísicas para amostra Berea   | 70 |

## Lista de algoritmos

Algoritmo 1      Algoritmo para agrupamento de nós      42

*Quando a mulher negra se movimenta, toda a estrutura da sociedade se movimenta com ela.*

**Angela Davis.**

# 1

## Introdução

Nas últimas décadas, o avanço tecnológico contribuiu para o alcance de imagens micro-tomográficas tridimensionais de alta resolução, isto é, em escalas progressivamente menores. A micro-tomografia é um procedimento não invasivo com alto poder de resolução, capaz de fornecer imagens com escala na ordem de micrômetros. O escaneamento de amostras de rocha extraídas de reservatórios petrolíferos via microtomografia computadorizada fomentou o estudo de propriedades de rocha digitalmente. Esta abordagem computacional baseada em imagens para a caracterização petrofísica de um meio poroso visa colaborar com os resultados adquiridos via métodos laboratoriais tradicionais.

Uma imagem micro-tomográfica de uma amostra de rocha fornece uma descrição geométrica do meio poroso na escala de poros. O meio poroso é um material que contém espaços vazios em uma estrutura sólida. Os dados contidos na imagem representam a estrutura porosa da rocha em uma matriz cúbica composta por elementos com valores no intervalo  $[0, 255]$  (escala de cinza). Posteriormente, ocorre um processo de segmentação para uma matriz binária, na qual os espaços vazios e sólidos da rocha são distinguidos. Ao longo do texto, o espaço poroso corresponde à região com todos os valores indexados por zero (pontos brancos) na imagem binária e a matriz sólida da rocha aos indexados por um (pontos pretos).

A avaliação do espaço poroso utilizando uma imagem binária pode ser uma tarefa árdua, considerando a complexidade geométrica devido a irregularidade encontrada no bordo das regiões porosas. Dentre os métodos baseados em imagem para caracterização do meio poroso, neste trabalho, enfocamos naqueles que representam o espaço poroso a partir de uma rede de poros conectados por gargantas. Uma rede de poros e gargantas visa simplificar a geometria irregular do meio poroso. Facilitando a extração de propriedades petrofísicas sobre a rocha, a partir de uma simulação de deslocamento de fluidos por exemplo. O foco desta tese está na modelagem da rede de poros e gargantas mediante o processamento geométrico das imagens.

Uma rede composta por poros e gargantas possui propriedades que caracterizam a conectividade e geometria do meio poroso. A rede de poros-gargantas é similar a um grafo (nós conectados por arestas). Na Figura 1.1, apresentamos uma representação de um meio poroso através uma rede de poros conectados por gargantas. Sendo o poro a região no interior da rocha onde há uma concentração de fluidos, e a garganta, uma constrição na região

que conecta duas vesículas, principal responsável pelo transporte dos fluidos. A identificação de como os poros estão conectados e a forma dessas conexões é de suma importância na análise do deslocamento de fluidos em uma rede, assim como para obter propriedades específicas da rocha ao qual a rede está relacionada.

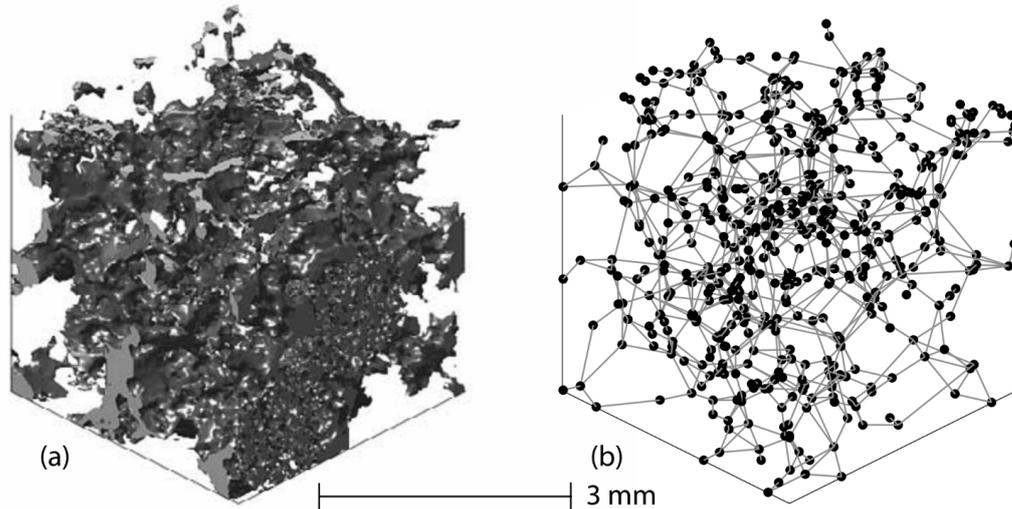


Figura 1.1: (a) Imagem tridimensional do espaço poroso de um arenito sintético, gerada a partir de um processo de empacotamento de esferas (1). (b) Representação topológica do meio poroso por uma rede de poros e gargantas composta por esferas conectadas por cilindros.

Fonte: Valvatne, H. e Blunt, M. (2004) (3).

As três principais metodologias para construção da estrutura de uma rede de poros e gargantas a partir de imagens micro-tomográficas são baseadas em (4, 5, 6): algoritmos de extração de esqueleto de imagens binárias, como o algoritmo de erosão (2, 7); mapa de distâncias, como o algoritmo de bolas máximas (8, 9, 10, 11, 12); ou, métodos híbridos que compõem as duas abordagens anteriores (13, 14, 15, 16, 17). Tais algoritmos são fundamentados no conceito matemático de eixo medial, definido pelo fecho convexo do centro das bolas máximas que são bitangentes ao bordo de uma superfície (neste caso, a superfície  $S \subset R^3$ ) (18). A vantagem do eixo medial consiste, principalmente, na preservação da topologia. Desta forma, o eixo medial é uma representação mais simples da superfície, isto é, é um subconjunto dos pontos contidos no interior da mesma, que podem ser utilizados para reconstruí-la preservando a topologia.

Apesar dos algoritmos serem embasados no mesmo conceito, o desenvolvimento deles é distinto, e, por conseguinte, redes diferentes são obtidas para uma mesma imagem ao utilizar cada um deles. A principal diferença na geração da rede está na definição dos poros e gargantas, de

modo que os métodos baseados em esqueleto correlacionam os nós e arestas do esqueleto com os poros e as gargantas, respectivamente; os métodos baseados em mapas de distâncias definem os poros e gargantas a partir dos máximos e mínimos locais das distâncias; já os métodos híbridos, mesclam um pouco dessas duas estratégias, usando não só os nós e arestas do esqueleto mas também os valores do mapa de distâncias como fator determinante na definição dos poros e gargantas.

O modelo proposto neste trabalho visa construir uma modelagem híbrida para extração de rede de poros e gargantas que possibilite a geração múltiplas redes com configurações distintas para uma mesma amostra de rocha. Para isso, utilizamos um esqueleto obtido via algoritmo de erosão junto com um mapa de distâncias para a estruturação da rede. Esta junção tem o objetivo de mitigar as desvantagens de cada método individualmente e agregar as vantagens, obtendo assim uma forma mais robusta de extrair a rede de poros. Diferentemente dos algoritmos híbridos propostos em (13, 14, 16), que priorizam a captura geométrica do espaço poroso na definição dos poros e gargantas da rede, consideramos uma metodologia não-determinística para selecionar os centros de poros e gargantas. Aplicamos uma distribuição uniforme condicionada ao mapa de distâncias no processo de localização central de cada elemento da rede a partir do esqueleto durante a partição do espaço poroso. Essa estratégia não-determinística para localização dos centros de poros e das gargantas da rede, viabiliza a geração de múltiplos cenários por meio de uma única estrutura de esqueleto.

Além disso, com o propósito de avaliar os resultados da modelagem em uma imagem digital de amostra de rocha, analisamos os dados encontrados para diversas configurações de redes de poros e gargantas comparando os resultados com uma abordagem determinística. Exportamos os dados das redes geradas para um simulador de deslocamento de fluidos na escala de poros, a fim de extrair propriedades petrofísicas relacionadas a rocha e avaliar o impacto das diferentes configurações das redes na estimativa das propriedades.

Esta tese está estruturada da seguinte maneira: no Capítulo 2, apresentamos alguns conceitos importantes sobre as abordagens que compõem a modelagem proposta por meio de uma revisão bibliográfica; no Capítulo 3, descrevemos os detalhes sobre o algoritmo que foi desenvolvido para geração da rede de poros e gargantas; seguindo para o Capítulo 4, no qual extraímos os parâmetros que são fornecidos como dados de entrada para a simulação de fluxo; os resultados decorrentes da aplicação do modelo proposto para extração da rede de poros e gargantas em uma amostra são discutidos no Capítulo 5; e, por fim, no Capítulo 6, destacamos aspectos pertinentes a essa modelagem.

## 2

### Revisão bibliográfica

Existem diferentes métodos para extrair propriedades de uma amostra de rocha. Neste trabalho, estamos interessados em métodos baseados na imagem digital de uma amostra, especificamente, imagens micro-tomográficas de rocha. Duas principais abordagens usadas no processo de modelagem dessas imagens são encontradas na literatura: uma está relacionada com métodos baseados no esqueleto da imagem binária digital de amostra uma rocha e a outra com transformadas de distâncias calculadas sobre os dados da imagem.

Neste capítulo, apresentaremos aspectos presentes em algoritmos relacionados a cada uma dessas abordagens, introduzindo alguns conceitos importantes e destacando as qualidades de cada metodologia. Primeiro, descreveremos o algoritmo de erosão desenvolvido por Lee et. al. (19) que extrai um esqueleto topológico a partir de uma imagem binária. Em seguida, comentaremos sobre o método de Bolas Máximas proposto por Silin e Patzek (8) que utiliza um mapa de distâncias para obter informações geométricas sobre o meio poroso contido em uma imagem micro-tomográfica.

#### 2.1

##### Algoritmo de erosão

Os fundamentos considerados para o desenvolvimento do algoritmo de erosão em paralelo (19) são baseados em conceitos da topologia digital que é responsável pelo estudo das propriedades de imagens digitais (20). Desta forma, apresentaremos inicialmente alguns conceitos básicos da topologia digital que são essenciais para construção de um esqueleto e para garantir a preservação da topologia via métodos baseados em algoritmos de erosão.

##### 2.1.1

##### Topologia digital: conceitos básicos

Adotamos as definições empregadas por Kong e Rosenfeld em (20), onde conceitos como cavidades, buracos, conectividade, característica de Euler, pontos simples em imagens digitais tridimensionais são apresentados sob a perspectiva de diversos autores e discutidos. Destacaremos alguns destes conceitos a seguir.

Uma imagem binária digital tridimensional  $I$  é descrita como um quádruplo  $\{V, m, n, \bar{S}\}$ , sendo  $V \subseteq Z^3$  uma malha cúbica regular (*grid*) cujo elementos são denominados de *voxels* (pontos na imagem), cada *voxel*

é representado pelo centroide do ponto  $(i, j, k)$  e possui valor igual a 0 (*voxel* vazio ou ponto branco) ou 1 (*voxel* sólido ou ponto preto); um subconjunto  $\bar{S} \subseteq V$  contém todos os *voxels* com valor igual a 1 (sólidos) e  $S = V - \bar{S}$  é composto pelo conjunto dos *voxels* vazios de  $I$  (o espaço do objeto usado para representar a geometria).

O par  $(m, n)$  determina as relações de adjacências utilizadas. Dois pontos do *grid* são ditos: *26-adjacentes* se forem distintos e se cada coordenada difere da coordenada correspondente do outro ponto por no máximo 1; *18-adjacentes* se forem 26-adjacentes e se diferem em, no máximo, duas de suas coordenadas; *6-adjacentes* se forem 26-adjacentes e se diferem em apenas uma coordenada. Para  $k = 6, 18,$  ou  $26$  um  $k$ -vizinho de um ponto do *grid*  $p$  é um ponto que é  $k$ -adjacente à  $p$  (Fig. 2.1).

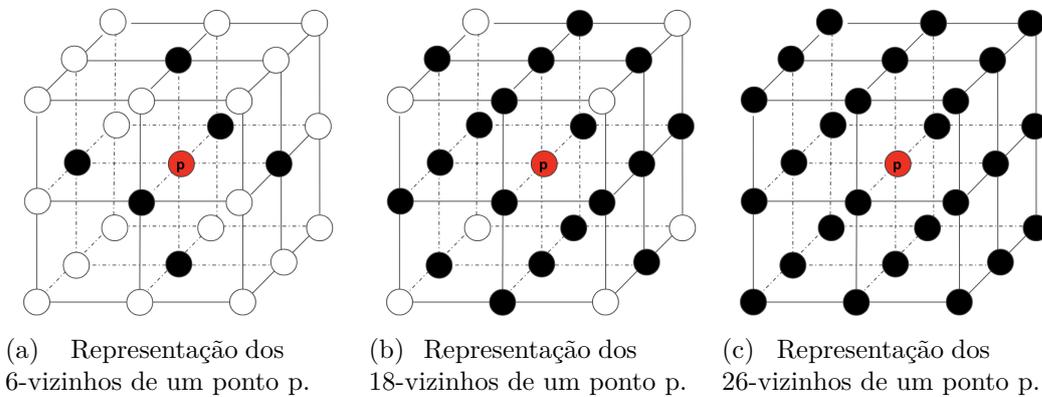


Figura 2.1: Desenho esquemático para ilustrar as relações de adjacências em uma imagem binária. Os pontos em preto representam a localização dos *voxels* considerados vizinhos a  $p$ .

Dessa forma, dois *voxels* são considerados vizinhos em  $S$  se eles são  $m$ -adjacentes e, na região sólida  $\bar{S}$ , se são  $n$ -adjacentes. Uma vizinhança  $N(p)$  de um ponto da imagem é determinada pela malha de tamanho  $3 \times 3 \times 3$  centrada neste ponto. Usualmente, as relações de vizinhanças empregadas são  $(26,6)$  ou  $(6,26)$ , mas também podem ser considerados pares  $(18,6)$  ou  $(6,18)$ . A configuração do par de adjacências utilizada impacta diretamente na configuração do esqueleto (20). Lee (19) adotou a configuração  $(26,6)$  para a extração do esqueleto e esta é a mesma que utilizamos neste trabalho.

Um conjunto  $B$  de pontos pretos e/ou brancos em uma imagem binária é *conectado* se  $B$  não pode ser dividido em dois subconjuntos que não são adjacentes um ao outro. A *componente conectada* de um conjunto de pontos pretos e/ou brancos  $B$  é um subconjunto não-vazio conectado de  $B$  que não é adjacente a nenhum outro ponto em  $B$ . Assim, em uma imagem digital definida pelo par  $(m, n)$ , uma *componente conectada* ou *um objeto* de um conjunto de

*voxels* vazios é uma  $m$ -componente, enquanto que uma componente de um conjunto de *voxels* sólidos é uma  $n$ -componente. Na Figura 2.2, apresentamos uma representação destes conceitos, as relações de adjacências utilizadas na ilustração são as correspondências da 26-vizinhança e da 6-vizinhança para uma imagem binária 2D.

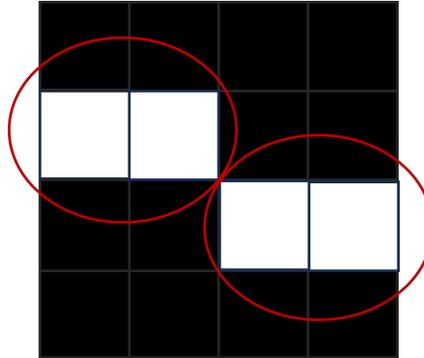


Figura 2.2: Representação de uma imagem binária 2D que contém um conjunto 8-conectado e duas 4-componentes de *voxels* vazios.

Dado que  $X$  e  $Y$  são conjuntos de pontos em uma imagem binária  $(V, m, n, S)$  e  $X$  é conectado, então dizemos que  $X$  *envolve*  $Y$  se cada ponto em  $Y$  está contido em uma componente finita de  $V - X$ . Uma componente de pontos pretos que é adjacente e envolta por uma componente de pontos brancos é chamada de uma *cavidade*. Uma cavidade em  $I$ , quer dizer uma cavidade em alguma componente de *voxels* vazios em  $I$ . Um *buraco* em  $I$  pode ser considerado análogo a um túnel em um toro, de maneira que um objeto com  $n$  *buracos* é topologicamente equivalente a um toro com  $n$  túneis (19). A identificação e contagem de cavidades e buracos em uma imagem binária é um fator importante quando se refere à topologia.

Um *voxel* vazio é *isolado* se não for adjacente a qualquer outro *voxel* vazio. Para *voxels* sólidos, esta definição é análoga. Um *voxel* vazio é chamado de *ponto no bordo* se for adjacente a um ou mais *voxels* sólidos; caso contrário, é chamado de *ponto no interior*. O bordo (interior) de uma componente  $C$  de *voxels* vazios em  $I$  é o conjunto de todos os pontos no bordo (todos os pontos interiores) em  $C$ .

Um algoritmo de erosão consiste na remoção sucessiva de pontos no bordo até que um conjunto de tamanho menor de pontos conectados seja adquirido (Fig. 2.3). A definição apresentada por Kong e Rosenfeld (20) para preservação da topologia requer que a imagem digital resultante de um algoritmo de erosão seja obtida a partir da imagem original por uma eliminação sequencial de pontos simples. Resumidamente, um ponto simples é um *voxel* cuja exclusão (re-identificação) não interfere na topologia do objeto.

Existem algumas abordagens distintas para determinar se um ponto é simples ou não. Apresentaremos na próxima seção a metodologia utilizada no algoritmo erosional proposto em (19).

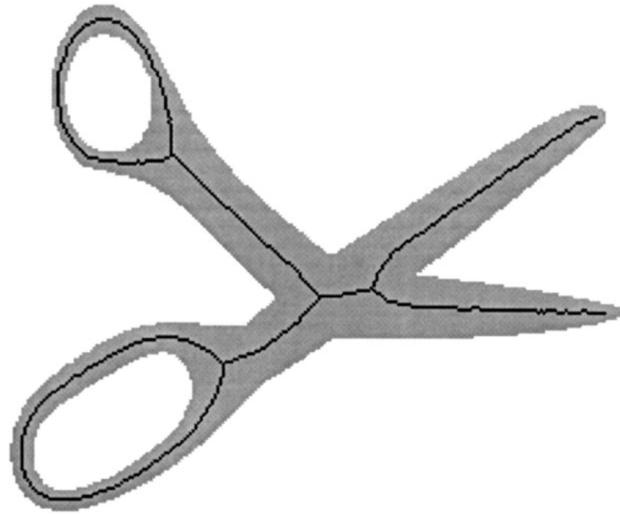


Figura 2.3: Uma imagem 2D em (escala de cinza) e o esqueleto obtido por algoritmo de erosão (preto).

Fonte: Pudney, M. (1998) (21).

### 2.1.2

#### Esqueleto topológico

O esqueleto de uma imagem binária digital nos permite fazer análises morfológicas de um objeto a partir de um conjunto de dados de volume inferior ao da imagem original. Este fato contribui para uma eficiência do custo computacional quando trabalhamos com grandes volumes de dados, como por exemplo imagens micro-tomográficas de uma rocha com alta resolução.

Lee et. al. (19) apresentou um algoritmo erosional para extrair esqueletos que deleta voxels vazios na borda do objeto de forma que a topologia seja preservada. A invariância topológica exige que o número de objetos conectados, cavidades e buracos da imagem original sejam preservados. Para atingir este objetivo, o algoritmo se baseia na característica de Euler e na conectividade como garantias desta invariância. Além disso, uma condição geométrica é adicionada para obter um esqueleto com largura e localização desejada.

O fato do algoritmo estar fundamentado em pontos do bordo do objeto implica em uma sensibilidade a ruídos. Uma proposta para contornar este problema e produzir um esqueleto que represente características significativas da geometria do objeto e que seja menos sensível a ruídos no bordo é descrita em (19). Para lidar com possíveis ruídos na imagem, os autores

propuseram a utilização de um filtro na imagem antes de aplicar o algoritmo (pré-processamento) e, também, a aplicação de um limiar para o comprimento de cada aresta no esqueleto a fim de remover espúrios (pós-processamento).

A característica de Euler de uma imagem binária digital  $I$  é definida por:

$$\mathcal{X}(S) = O(S) - H(S) + C(S) \quad , \quad (2-1)$$

onde  $S$  é o conjunto de *voxels* vazios em  $I$ ,  $O$  é o número de objetos ou 26-componentes conectas de  $S$ ,  $H$  representa o número de buracos e  $C$  o número de cavidades em  $S$ . Uma vez que objetos 3D podem ser representados como remendos de superfícies ou por pontos em uma malha tridimensional, a característica de Euler pode ser calculada localmente baseada tanto na característica da superfície quanto na estrutura do *grid*. Lee et. al (19) geraram uma tabela que determina para cada ponto  $p$  a característica de Euler localmente a partir da configuração de *voxels* vazios e sólidos na vizinha  $N(p)$ .

Um ponto no bordo  $p$  é classificado como ponto simples se e somente se a exclusão deste ponto não altera o número de objetos conectados bem como o número de buracos para ambos os conjuntos  $S$  e  $\bar{S}$ . Em (19), pontos simples são definidos a partir da seguinte propriedade:

**Proposição 2.1** *Um ponto no bordo  $p$  é um ponto simples se e somente se*

$$(a) \delta\mathcal{X}(S \cap N(p)) = 0 \text{ e}$$

$$(b) O(S \cap N(p)) = 1.$$

A primeira condição descrita no item (a) requer que a variação da característica de Euler na vizinhança  $N(p)$  após a remoção do ponto  $p$  seja nula. E a segunda, que o número de componentes conectadas em  $N(p)$  permaneça o mesmo após a exclusão de  $p$ . A condição no item (b) é equivalente a  $\delta O(S \cap N(p)) = 0$ , como demonstrado em (19), que garante a preservação do número de objetos em  $N(p)$ . Na Figura 2.4, podemos verificar a representação de um caso em que a remoção do ponto  $p$  altera o número de objetos na vizinhança  $N(p)$ .

Ao invés de uma avaliação individual de cada ponto no bordo para verificar as condições da Proposição 2.1, Lee et. al. dividiram cada iteração do algoritmo de erosão em 6 subciclos, um para cada tipo de ponto no bordo. Os pontos no bordo são categorizados, a partir da localização no *grid* do *voxel* sólido que é 26-adjacente em cada uma das direções coordenadas, como N(norte), S(sul), W(oeste), E(leste), U(superior) e B(inferior). Todos os pontos no bordo em uma mesma categoria são identificados por meio de uma função *shift* para cada direção coordenada no *grid*. Sequencialmente, cada um dos

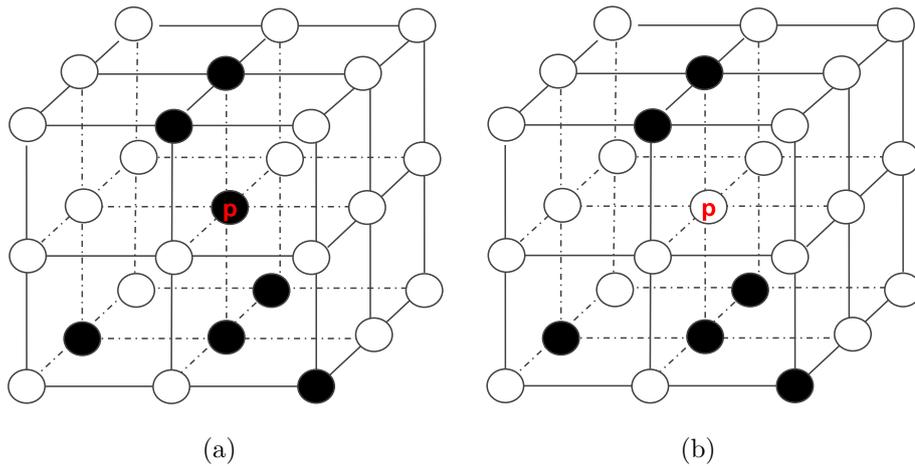


Figura 2.4: Representação de um ponto  $p$  que não é simples.

6 tipos de conjuntos de pontos no bordo é eliminado até que não haja mais pontos que possam ser removidos.

A remoção simultânea dos pontos no bordo de uma mesma categoria permite que o algoritmo seja processado em paralelo, todavia existem casos em que esta operação em paralelo pode resultar na exclusão de objetos (19, 21). A alternativa apresentada para lidar com este problema é adicionar uma terceira condição antes da remoção de um ponto. Esta verifica se, dado um conjunto  $R$  de pontos simples e  $Q = S - R$  dos pontos remanescentes em  $S$  ao retirar os pontos simples, a componente em  $N(p)$  permanece conectada, isto é,  $O(\{R \cap N(p)\} \cup \{Q \cap N(p)\}) = 1$ .

Outro fato importante está na variabilidade do esqueleto em função da escolha dos tipos de pontos de bordo que serão avaliados primeiro. A ordenação de quais conjuntos de pontos serão avaliados, interfere na localização do esqueleto no *grid*. A fim de obter um esqueleto mais próximo do eixo medial, o que significa uma localização central em  $S$ , uma estratégia é ordenar o conjunto de pontos simples a partir da distância entre um ponto no bordo e o *voxel* sólido mais próximo usando para isso um mapa de distâncias (13). O mapa de distâncias de uma imagem binária é uma ferramenta fundamental para o algoritmo de bolas máximas. Sendo assim, abordaremos com mais detalhes na próxima seção que é respectiva a descrição deste método. Do mesmo modo, deixaremos para discutir no próximo capítulo como é feita a construção da rede de poros e gargantas a partir de um esqueleto obtido por algoritmo erosional, detalhando as escolhas que adotamos neste processo.

## 2.2

### Algoritmo de bolas máximas

O algoritmo de bolas máximas foi proposto por Silin e Patzek (8) e, posteriormente, modificado por Dong e Blunt (10). O objetivo desta abordagem é descrever a morfologia do espaço poroso presente em uma amostra de rocha usando um diagrama de cilindros conectados por esferas. Nesta modelagem, nenhum algoritmo de erosão é aplicado. O foco está na descrição geométrica do meio poroso (15). As informações do esqueleto são extraídas das bolas máximas associadas a cada *voxel* do *grid*.

O conjunto de pontos formado pelo centros das bolas máximas que são bitangentes ao bordo do objeto contém o eixo medial da superfície que é determinada pelos *voxels* deste bordo (Fig. 2.5). A partir disso, o algoritmo de bolas máximas visa utilizar o mapa de distâncias para gerar um esqueleto "próximo" ao eixo medial. A determinação do raio da bola máxima centrada em cada *voxel* é realizada através um mapa de distâncias euclidiana.

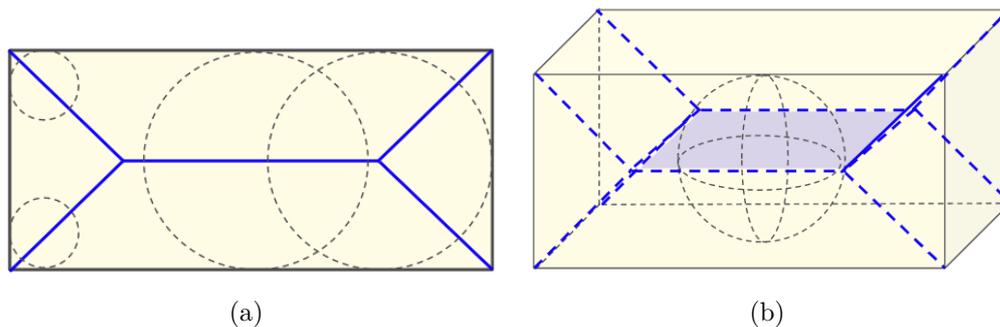


Figura 2.5: Ilustração para o eixo medial representado na cor azul. (a) Eixo medial de um retângulo, determinado pelo fecho convexo dos centros de circunferências bitangentes. (b) Eixo medial de um paralelepípedo. Este caso é associado aos centros de esferas bitangentes.

A transformada de distância é uma ferramenta importante no processamento de imagens. A distância entre dois pontos (*voxels*) em um *grid* pode ser calculada com base em diferentes métricas, por exemplo, a euclidiana. O mapa de distância de uma imagem digital é uma representação dos objetos contidos na imagem inicial por meio de um mapa, o qual atribui um índice para *voxel* do objeto a partir da distância deste *voxel* ao *voxel* que não pertence ao objeto mais próximo.

Por exemplo, no algoritmo de bolas máximas, para cada *voxel* em  $S$  (conjunto de *voxels* vazios em  $I$ , isto é, o espaço poroso da rocha), define-se um raio para esfera máxima centrada neste ponto de forma que nenhum *voxel* sólido esteja contido nesta esfera. O esqueleto é formado pelo conjunto de

centro de esferas máximas satisfazendo duas condições: primeiro, que seja um subconjunto de  $S$ ; e, segundo, que nenhuma esfera esteja inteiramente contida em outra. Assim, um *voxel* em  $S$  é um ponto do esqueleto se é centro de alguma esfera máxima.

Na Figura 2.6, apresentamos exemplos de mapa de distância 2D para duas métricas distintas: uma baseada na 4-vizinhança, associada a norma do *máximo* entre dois pontos do *grid* (Fig. 2.6 (b)) e, outra com base na 8-vizinhança, calculada utilizando a norma euclidiana (Fig. 2.6 (c)). O valor máximo de distância para cada caso é igual a 5,00 e 6,40, respectivamente. Ambas as distâncias são determinadas a partir das coordenadas na malha de cada ponto. A escolha da métrica utilizada para o cálculo das distâncias tem impacto direto na configuração dos índices no mapa. Desta forma, a métrica aplicada no cálculo das distâncias pode alterar não somente o raio da esfera máxima como o centro da esfera também, modificando assim o resultado do esqueleto.

O algoritmo de construção de bolas máximas, em sua primeira etapa, define para cada *voxel* no espaço poroso a distância euclidiana ao *voxel* sólido mais próximo. Silin and Patzek (8) implementaram essa etapa da seguinte maneira: para cada voxel, começando do próprio voxel (bola de raio zero), o raio da bola é incrementado de 1 até que se encontre um voxel sólido. Uma estimativa da complexidade desta etapa de busca é o número total de voxels do espaço poroso multiplicado pelo número de voxels em uma bola máxima (8). Este processamento possui um custo computacional considerável e exige um computador com memória de tamanho suficiente. Além disso, tal complexidade aumenta rapidamente à medida que a resolução da imagem é refinada.

Depois de todos os voxels possuírem os raios das bolas máximas atribuídos, algumas dessas bolas são subconjuntos de outras. Com isso, a etapa seguinte tem como objetivo remover todas as bolas que estão incluídas em outra. A partir de uma lista ordenada pelo raio das esferas, de modo que as esferas que representem o maior volume no espaço poroso, isto é, com maior raio sejam preservadas. Verificando se  $dist(V, V_0)^2 \leq R^2$ , onde  $V$  e  $V_0$  representam os *voxels* correspondentes as coordenadas  $(i, j, k)$  e  $(i_0, j_0, k_0)$  dos centros das bolas máximas e  $R$  o menor dos raios. As bolas máximas remanescentes formam o esqueleto da imagem.

A partir do esqueleto, a definição de poro e de garganta é feita utilizando uma estrutura de mestre e escravos. Durante a etapa de remoção de esferas, a esfera de maior raio é definida como mestre e todas as esferas que estão sobrepostas a ela, são escravas. Este processo resulta em muitos *voxels* que são mestres e escravos aos mesmo tempo (Fig. 2.7 (a)). Sendo assim, uma



estrutura hierárquica é construída, iniciando por esferas que não são escravas de nenhuma outra, estes *voxel* correspondem a máximos locais e são definidos como mestres. Em seguida, os escravos dos escravos de uma bola mestre são associados a mesma. Quando duas bolas mestres possuem escravos em comum, essa cadeia de escravos é definida como garganta, e os respectivos mestres como poros. Na Figura 2.7 (b), as bolas centradas em A e D são poros, e as centradas em B e C determinam a garganta que os conecta. Um poro é associado a um mestre isolado ou a um agrupamento de bolas mestres que se sobrepõem, e as gargantas são representas por segmentos de retas que conectam os centros de duas bolas máximas dadas como poros.

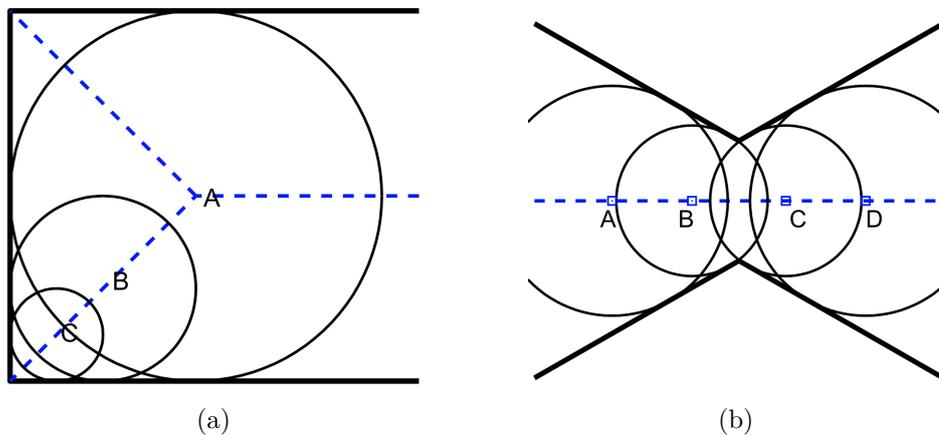


Figura 2.7: Desenho esquemático sobre a etapa de identificação de poros e gargantas. (a) Apresenta três bolas máximas centradas em A, B e C. Sendo A mestre de B e B mestre de C. B também é escrava de A e C é escrava de B. (b) As bolas centradas em B e C são escravas de A e também de D.

Fonte: Silin, D. e Patzek, T. (2003) (8).

Dong e Blunt (10) propuseram duas alterações nesse algoritmo inicial de bolas máximas. A primeira foi um processo de busca em duas etapas para encontrar o voxel sólido mais próximo e definir uma bola máxima, ao invés de aumentar o raio da bola camada por camada no grid. A segunda modificação está na etapa em que são definidos os poros e gargantas, associando bolas máximas as árvores genealógicas de acordo com o seu tamanho e classificação.

O algoritmo de busca em duas etapas (10) para construir as esferas inscritas é dividido em: 1) Inflar esferas - durante esta etapa, procura-se por voxels sólidos ou no bordo ao longo de 26 linhas direcionais: 6 linhas laterais, 12 linhas diagonais e 8 linhas diametrais. O ponto de parada define o intervalo para a etapa seguinte. 2) Desinchar esferas - na qual todos os voxels contidos no intervalo (incluindo os não detectados nas 26 direções investigadas) são verificados para encontrar o voxel sólido genuíno mais próximo.

Além disso foi introduzido um limite superior ( $R_{sup}$ ) e inferior ( $R_{inf}$ ) para o tamanho das esferas onde:

-  $R_{sup}$  é a distância do voxel do centro ao voxel sólido mais próximo.

-  $R_{inf}$  corresponde a distância do centro ao voxel vazio mais distante dentro da esfera delimitada por  $R_{sup}$ .

O raio real ( $R$ ) da bola máxima é definido, aleatoriamente, usando estes dois raios de modo que  $R_{inf}^2 \leq R^2 \leq R_{sup}^2$ . Consideremos duas bolas máximas  $X$  e  $Y$ , onde o raio real de  $X$  é maior do que o de  $Y$ . Se a distância entre o centro das duas esferas é menor que o ( $R_{sup_X} - R_{inf_Y}$ ), o *voxel* central da esfera  $Y$  é removido do esqueleto.

O algoritmo de segmentação do esqueleto em poros e gargantas é obtido a partir do seguinte processo. Todas as bolas máximas são agrupadas de acordo com o tamanho de seu raio. Cada grupo contém esferas de mesmo raio e os grupos são ordenados em ordem decendente. Começando pelo grupo com esferas de maior raio, as mesmas recebem classificação *inf*. A primeira bola no grupo é definida como pai (*ancestor*) e as bolas vizinhas que estão em contato com ela de menor ou igual medida de raio são definidas como filho (segunda geração) (Fig. 2.8).

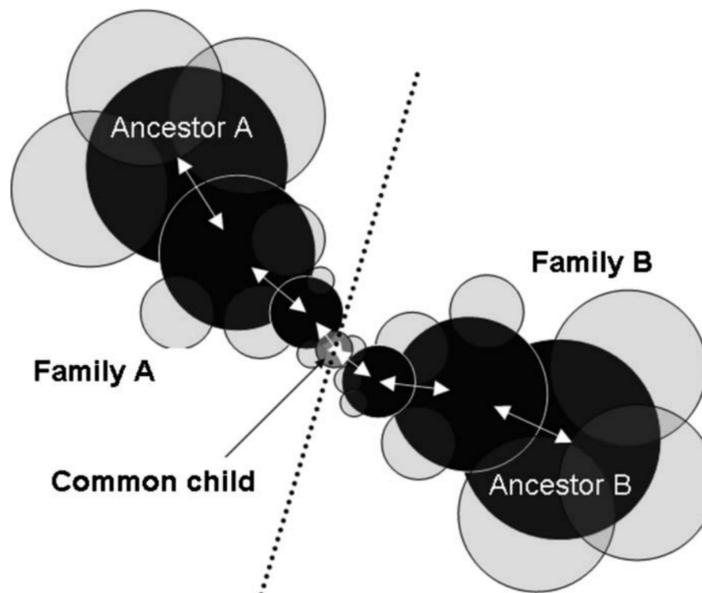


Figura 2.8: Representação de duas famílias  $A$  e  $B$  conectadas por um filho em comum. As bolas em cinza claro não estão no esqueleto, mas descrevem o espaço poroso. As bolas em preto, formam o esqueleto. As setas em branco representam a construção do segmento de reta que conecta os centros dos poros (*Ancestor A* e *Ancestor B*) a partir do centro da garganta determinado pelo filho comum (*common child*).

Fonte: Dong, H. e Blunt, M. (2009) (10).

Na Figura 2.9, apresentamos uma ilustração de como são determinadas as bolas vizinhas uma a outra. Todas as demais bolas no mesmo grupo tem seus vizinhos identificados. Caso seja filha de um ancestral, a geração dos filhos dela é atualizada e os filhos também reconhecem o mesmo ancestral como pai.

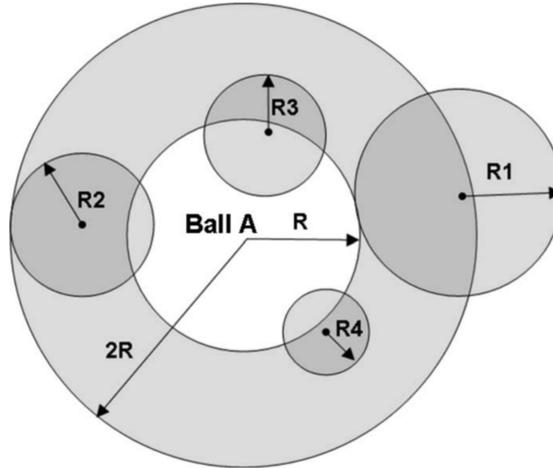


Figura 2.9: Desenho esquemático para representar todas as bolas vizinhas que são absorvidas pela bola máxima centrada em  $A$  de raio  $R$ . O intervalo de busca considerado para encontrar os centros de bolas máximas vizinhas a partir do centro  $A$  é de  $2 \times R$ .

Fonte: Dong, H. e Blunt, M. (2009) (10).

Se uma bola  $B$  absorve qualquer filho comum de outra cadeia de bolas máximas (*family*), esta bola é denominada de *common child* e determina uma garganta. Uma vez encontrado o centro da garganta, a garganta é construída retornando pelos centros das bolas máximas do esqueleto até chegar aos pais (Fig. 2.8). Depois de todas as bolas de um grupo serem processadas, passa-se para o próximo grupo com raio inferior. Este processo é repetido até atingir um valor mínimo para raio de poro que é definido pelo usuário. Grupos com medida de raio inferior a este limiar não são avaliados.

Após a determinação dos centros de poros e gargantas, os parâmetros necessários para exportar os dados da rede para uma simulação de fluxo são calculados. A partir dos resultados do simulador, é possível fazer estimativas de algumas propriedades sobre a rocha a qual a imagem corresponde. Abordaremos esta etapa de parametrização da rede no Capítulo 4, comparando a modelagem proposta nesta tese com a do algoritmo de bolas máximas.

### 3

## Geração da rede de poros e gargantas

Neste capítulo, apresentaremos a metodologia proposta neste trabalho para construção de uma rede de poros e gargantas a partir de uma abordagem não-determinística. Na Figura 3.1, o fluxograma contém as etapas envolvidas nesta modelagem.



Figura 3.1: Fluxograma contendo as etapas envolvidas na construção da rede de poros e gargantas de uma imagem binária via esqueleto.

A primeira etapa presente no fluxograma consiste em um pré-processamento da imagem binária, no qual removemos alguns artefatos

na imagem. Em seguida, aplicamos o algoritmo de erosão descrito no capítulo anterior para extrair o esqueleto da imagem obtida após a remoção dos ruídos e realizamos um processo de segmentação do esqueleto em conjuntos de nós e arestas. Calculamos o mapa de distâncias euclidianas sobre a imagem binária processada. Na última etapa, determinamos a estrutura da rede de poros e gargantas, estabelecendo a correspondência dos nós e arestas do esqueleto com os poros e gargantas da rede, utilizando as informações do mapa de distâncias para identificar possíveis ambiguidades.

### 3.1

#### Remoção de ruídos

Antes da aplicação do algoritmo de erosão na imagem binária, faz-se necessário identificar qualquer ruído que possa impactar no resultado do mesmo, no sentido de que a segmentação do esqueleto em nós e arestas não seja efetiva para a caracterização dos poros e gargantas. Para isso buscamos excluir conjuntos de *voxels* sólidos desconexos, que estão contidos na imagem binária. Tais artefatos podem ser decorrentes das imprecisões inerentes a etapas precedentes, desde os processos envolvidos na obtenção de uma amostra da rocha reservatório, incluindo a limitação da resolução do escaneamento micro-tomográfico e o método de binarização empregado na imagem em escala de cinza. Uma análise quantitativa sobre as incertezas associadas as técnicas utilizadas até adquirir os dados da imagem binária pode ser útil na avaliação dos ruídos.

Os principais exemplos de ruídos a serem identificados são os *voxels* sólidos isolados. Eles correspondem a cavidades no volume determinado pela região porosa, o que no esqueleto resultaria em uma nuvem de pontos formando uma superfície envoltória a cavidade, com um fragmento de rocha no interior (13). A Fig. 3.2(a) demonstra um exemplo deste caso em que o esqueleto envolve a cavidade que está no interior da superfície, o mesmo não ocorre em casos como na Fig. 3.2(b) em que a superfície não possui uma cavidade, mas sim um túnel, e os *voxels* no esqueleto para este caso formam uma curva.

Além disso, uma cavidade no espaço poroso da rocha, representaria um grão flutuante, algo que não é fisicamente possível. Como consequência deste pré-processamento, obteremos uma imagem binária sem cavidades no objeto. Shin et. al. (2) ressalta três casos onde podemos identificar geradores de grãos isolados:

- i. Nos limites da imagem, tal grão está conectado a outros grãos exteriores ao bordo da região da imagem.

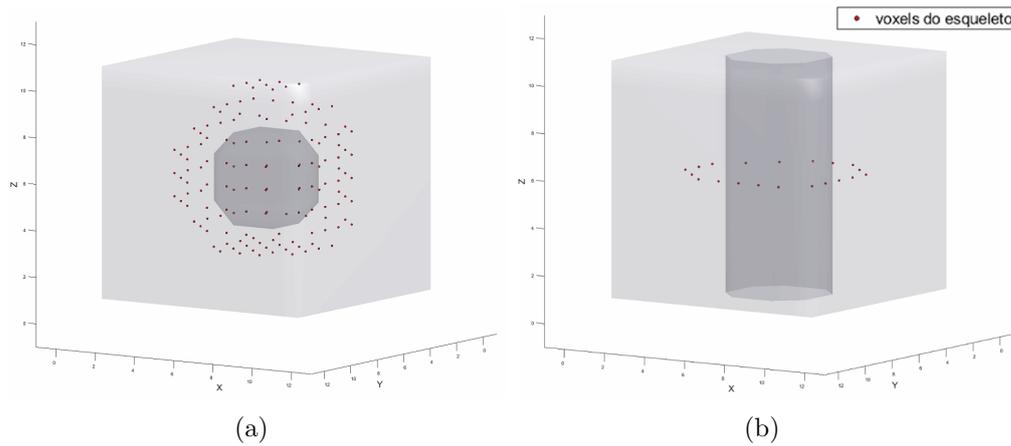


Figura 3.2: Exemplo de pontos de esqueletos (vermelho) de uma imagem binária representando uma superfície que em: (a) possui uma cavidade e no item (b) um túnel.

- ii. Os grãos podem estar desconectados devido a resolução e o processo de binarização da imagem, excluindo as conexões estreitas do grão com o sólido.
- iii. Durante o processo de binarização da imagem, a identificação equivocada de um *voxel* como grão ao invés de *voxel* vazio ocasiona em um *voxel* sólido isolado.

Independente dos casos listados, assim como em (2), a estratégia aplicada para lidar com grãos isolados é a reidentificação (exclusão) dos *voxels* sólidos como *voxels* vazios. Para o caso (iii), esta remoção implicaria em uma imagem binária na resolução correta. No caso (i), um erro é gerado na fronteira da imagem devido a fotografia inadequada dos limites da imagem, o que gerou regiões rochosas segmentadas. O único que representa um erro possivelmente significativo é caso (ii). Este problema pode ser solucionado no processo de binarização da imagem ou por meio da utilização de imagens em múltiplas escalas.

Consideramos diversas imagens de amostras de rochas de arenitos e carbonatos para avaliar o impacto das remoções dos ruídos no volume poroso. Os dados para cada amostra estão presentes na Tabela 3.1. O cálculo do volume poroso foi feito a partir do número de *voxels* vazios sobre o volume total de *voxels* da imagem. A partir dos resultados apresentados na tabela podemos comparar o volume inicial com o da imagem obtida após o pré-processamento. De fato, uma quantidade pequena de *voxels* sólidos foi substituída por *voxels* vazios em todos os casos estudados. A diferença máxima para o volume poroso é encontrada para o caso da amostra S6, cujo valor aproximado é de  $5,97 \cdot 10^{-4}$

de acréscimo no percentual do volume poroso inicial.

Tabela 3.1: Percentual de volume poroso das amostras

| Amostra                                  | S1               | S2               | S3               | S4               | S5               | S6               | S7               | S8               | S9               | C1               | C2               | Berea            |
|--|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Dimensão                                 | 300 <sup>3</sup> | 400 <sup>3</sup> | 400 <sup>3</sup> | 400 <sup>3</sup> |
| Volume Poroso Inicial (%)                | 14.13            | 24.63            | 16.86            | 17.13            | 21.13            | 23.96            | 25.05            | 33.98            | 22.18            | 23.26            | 16.83            | 19.65            |
| Volume Poroso Após Pré-Processamento (%) | 14.13            | 24.63            | 16.86            | 17.13            | 21.14            | 24.02            | 25.06            | 34.01            | 22.18            | 23.30            | 16.85            | 19.65            |

## 3.2

### Segmentação do esqueleto

Uma vez removidos os ruídos da imagem binária, extraímos o esqueleto aplicando o algoritmo de erosão descrito na Seção 2.1. O conjunto de *voxels* contidos no esqueleto, apesar da equivalência topológica com a superfície que determina a região porosa, não estabelece uma partição imediata do meio poroso, cuja decomposição é de suma importância para a construção da rede de poros e gargantas. A partir das relações de vizinhança estabelecidas para aplicar o algoritmo de erosão é possível dividir os *voxels* do esqueleto em subconjuntos, usando como critério a quantidade de *voxels* vizinhos que cada um possui.

A segmentação tem como finalidade representar o esqueleto por uma estrutura similar a um grafo, isto é, um conjunto de nós conectados por arestas. Os nós representam a junção entre duas ou mais arestas; a extremidade de uma aresta ou, um *voxel* isolado do esqueleto. Esta caracterização será importante na configuração da rede de poros e gargantas que está diretamente ligada ao esqueleto segmentado.

#### 3.2.1

##### Número de coordenação

O número de coordenação de um *voxel* é determinado a partir da quantidade de vizinhos vazios aos quais o mesmo está conectado. Assim como no algoritmo de obtenção do esqueleto, utilizamos para o cálculo deste número a 26-vizinhança, isto é, definindo *voxels* vizinhos como aqueles que compartilham mesmo vértices, arestas ou faces do *grid*. Na Figura 3.3, temos um exemplo de um *voxel*, destacado em vermelho, que possui 3 vizinhos com

os quais compartilha uma face do *grid*, e mais um *voxel* vizinho com o qual divide a mesma aresta do *grid*, totalizando em 4 vizinhos.

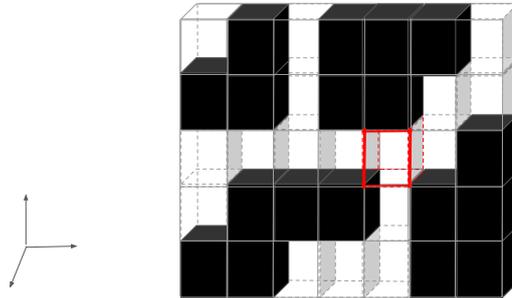


Figura 3.3: Desenho esquemático de um *grid* com dimensão  $7 \times 1 \times 5$ , composto por *voxels* vazios (brancos) e sólidos (representados em preto). O *voxel* vazio destacado em vermelho possui número de coordenação igual a 4.

Estabelecemos três principais categorias associadas ao número de coordenação dos *voxels*: quando o número de coordenação é igual a um, trata-se de um nó localizado na extremidade de uma ramificação; igual a exatamente dois, estes são *voxels* candidatos a comporem uma aresta; maior do que dois, são *voxels* candidatos a nó; e, o caso igual a zero, os quais são nós isolados, desconexos da componente principal do esqueleto e são considerados nas etapas posteriores apenas por representarem um volume poroso. Entretanto, tais regiões isoladas não impactam diretamente no estudo do deslocamento de fluxo, pois estão desconexas de qualquer outra (13).

### 3.2.2

#### Definição de nós e arestas

Após identificar a categoria que cada *voxel* pertence, procuramos os candidatos a nós que estão contidos na mesma componente conexa (26-conectada) (22). Estes *voxels* são agrupados e formam único nó. Assim, em alguns casos, teremos nós com mais do que um *voxel*, destacado na Figura 3.4. Então, criamos uma lista, na qual para cada nó, são atribuídos os *voxels* que o mesmo contém, associado a um índice que será utilizado na designação das conexões, posteriormente. Em seguida, os *voxels* que estão na extremidade de uma ramificação também são incluídos no final da lista de nós e indexados. O valor dos índices varia entre 1 e o número total de nós.

De mesmo modo, os *voxels* que possuem exatos dois vizinhos e que estão contidos na mesma componente conexa, pertencem a uma aresta. Uma outra lista é gerada e cada aresta é indexada, armazenando as coordenadas dos *voxels* que estão contidos nela. Os índices de cada elemento do esqueleto segmentado são importantes para identificação das conexões, de maneira que

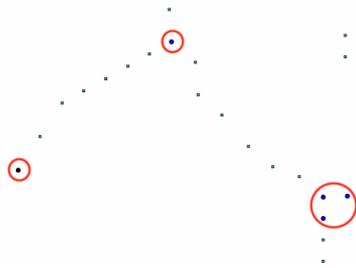


Figura 3.4: Identificação de *voxels* pertencentes a um mesmo nó. A imagem apresenta três nós distintos, um deles contendo três *voxels* e os outros dois com apenas um *voxel*.

cada aresta está vinculada aos índices dos nós que ela conecta. Mais ainda, cada nó memoriza os índices dos nós vizinhos a ele e das arestas correspondentes às ligações.

Além disso, classificamos cada nó e aresta do esqueleto usando o número de coordenação (Fig. 3.5), como:

- Dois tipos de nós:
  - nó terminal: que está conectado a apenas um *voxel*;
  - nó de conexão: que está conectado a mais do que dois *voxels*.
- Três tipos de arestas:
  - aresta de conexão: que conecta dois nós de conexão;
  - aresta terminal: que conecta um nó de conexão a um terminal;
  - aresta isolada: que conecta dois nós terminais.

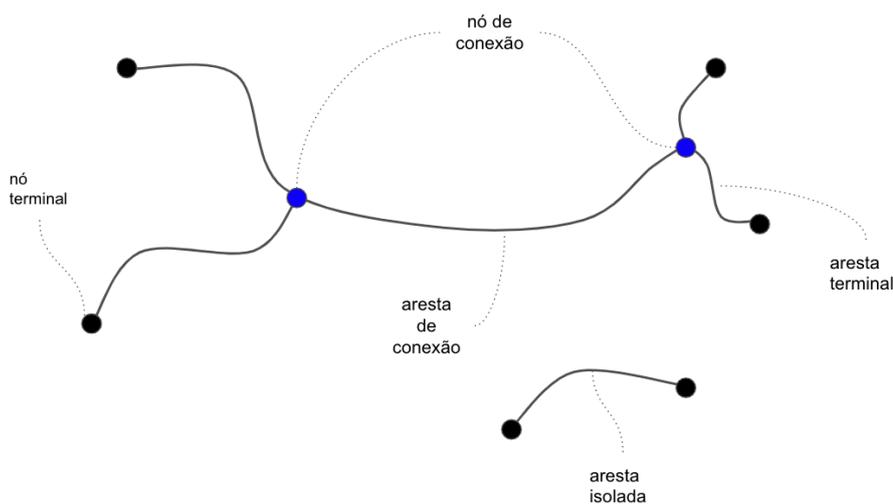


Figura 3.5: Ilustração que representa a classificação de nós e arestas do esqueleto a partir do número de coordenação.

### 3.3

#### Estrutura da rede

Uma rede de poros visa representar o meio poroso com esferas (representando os poros) conectadas por cilindros (representando as gargantas) (13, 10) (Fig. 3.6), gerando uma simplificação da complexa morfologia encontrada no espaço poroso original. Assim, o poro é a região de armazenamento de fluidos e a garganta é uma restrição no escoamento, responsável pelo deslocamento dos fluidos de um poro para o outro. Esta segmentação do espaço poroso melhora significativamente a eficiência computacional da simulação de fluxo (17). Entretanto, a precisão nos resultados obtidos pode ser prejudicada devido principalmente a simplificação geométrica (23) e, também, pela qualidade da resolução da imagem. Portanto, um equilíbrio entre o custo computacional e acurácia da modelagem deve ser empenhado ao seguir essa abordagem.

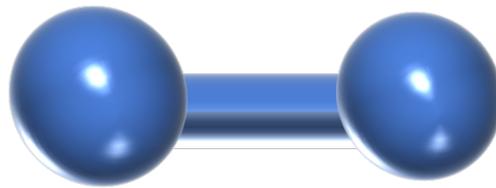


Figura 3.6: Ilustração para representar dois poros (esferas) conectados por uma garganta (cilindro).

Uma vantagem na utilização do esqueleto como estrutura da rede de poros está na correspondência entre os nós e arestas do esqueleto com os poros e gargantas da rede, respectivamente. Porém o algoritmo de erosão é caracterizado por uma alta sensibilidade a ruídos e irregularidades no bordo do espaço poroso (13). Conseqüentemente, arestas excessivas tendem à ocorrer e a cada união de duas ou mais arestas é formado um nó. Esta qualidade é um dos grandes desafios na aplicação do esqueleto para construir uma rede de poros, devido ao número de arestas e nós redundantes que são encontrados em uma mesma região.

Sendo assim, a correspondência entre poros e gargantas pode não ser válida para todo nó e aresta. É possível existir um poro representando uma região que contém mais do que um nó do esqueleto, como ilustrado na Fig. 5.7. Identificamos tais casos em uma etapa chamada agrupamento de nós.

Decorrente desse agrupamento, obtemos um subconjunto dos nós e arestas do esqueleto como estrutura da rede de poros, de maneira que cada poro seja associado a um único nó e vice-versa. Todos os nós espúrios e/ou redundantes são removidos (Seção 3.3.2). Logo, um poro corresponderá a região

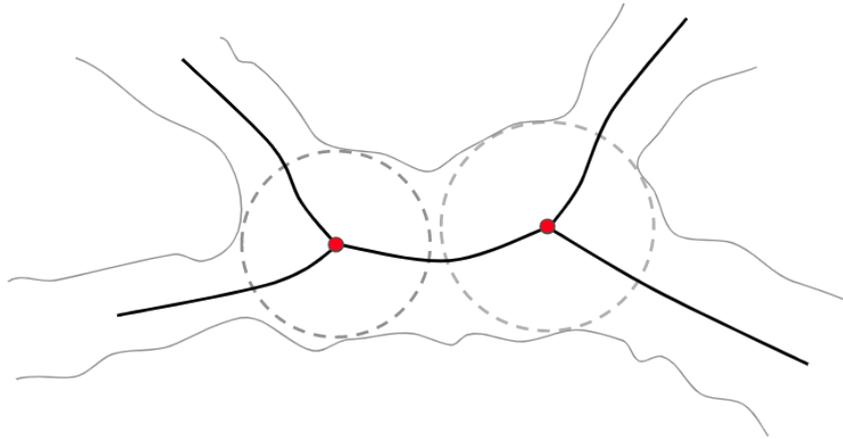


Figura 3.7: Ilustração de nós distintos que representam o mesmo poro.

volumétrica atribuída ao nó do esqueleto que o representa. O mesmo acontece com as gargantas e arestas do esqueleto.

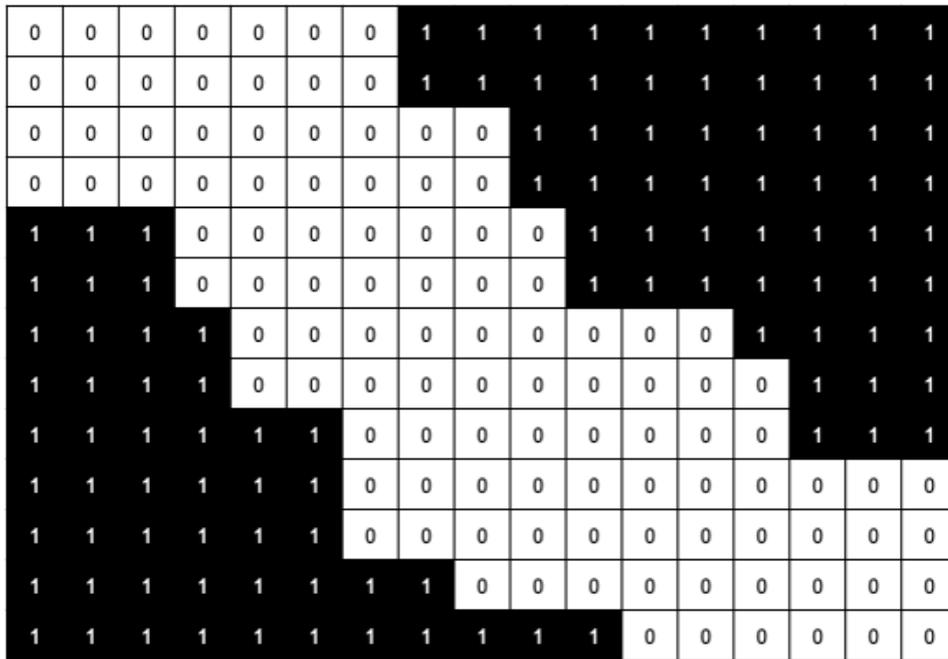
Visando capturar a região volumétrica que corresponde a cada poro e garganta da rede, calculamos o mapa de distância da imagem binária com base na distância euclidiana entre um *voxel* vazio e o *voxel* sólido mais próximo (Fig. 3.8). Definimos a partir desta distância um raio de investigação para cada *voxel* do esqueleto. Este raio será utilizado para identificar todos os voxels no espaço poroso que estão contidos na vesícula associada ao poro e na região de comunicação entre dois poros, que determina a garganta. Além disso, a mesma medida de raio também é utilizada para determinar se nós distintos representam a mesma vesícula, como no exemplo apresentado na Figura 5.7. Após a atribuição dos raios, localizamos as coordenadas do centro de cada nó, as quais correspondem às coordenadas dos centros dos respectivos poros.

### 3.3.1

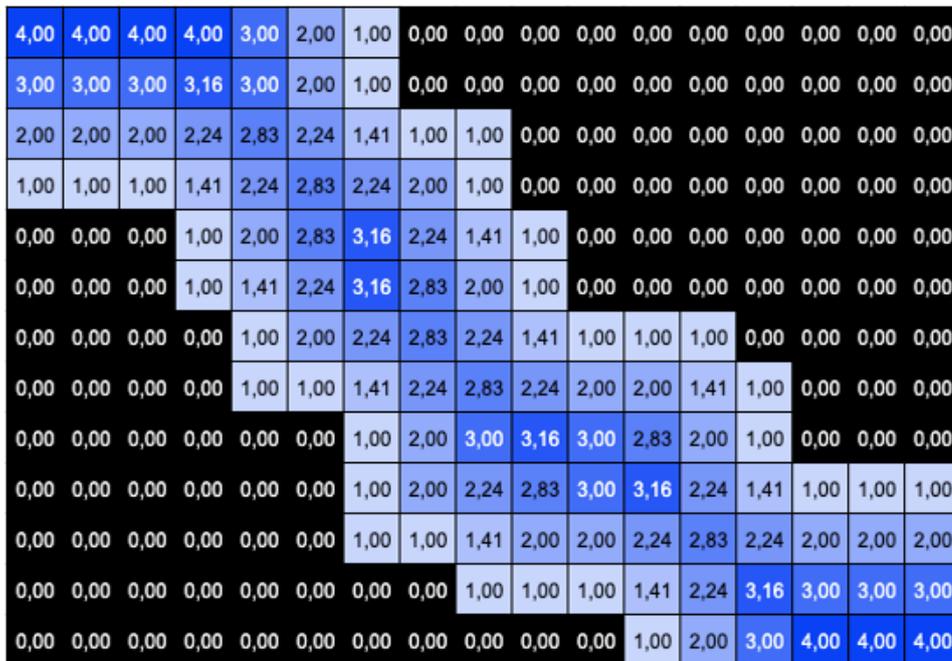
#### Localização do centro dos nós

A partir da segmentação do esqueleto, obtemos uma lista que contém os índices dos nós e, para cada um, os *voxels* associados a ele. Esses *voxels* são os candidatos a centro do nó e, por conseguinte, do poro (Fig. 3.9). Diferentemente do algoritmo de Bolas Máximas (8, 10), nos quais o centro do poro é definido pelo *voxel* com maior raio, seguimos a estratégia de uma abordagem que chamamos de não-determinística para estimar os centros. Escolhemos aleatoriamente dentre os candidatos ao centro do nó, usando uma distribuição uniforme de forma que cada um dos *voxels* candidatos a centro possui igual probabilidade.

Esta estratégia para a escolha do centro dos nós também diferencia a modelagem proposta para geração da rede de poros e gargantas de outros



(a)



(b)

Figura 3.8: Exemplo do resultado do cálculo das distâncias em uma imagem binária. a) Imagem binária 2D. b) Mapa de distâncias euclidiana.

métodos híbridos que são baseados em esqueleto obtido via algoritmo de erosão (13, 17, 24), nos quais a escolha dos centros dos poros a partir do esqueleto é determinada baseada nos máximos locais do mapa de distâncias. Além disso, a motivação para esta abordagem está na variabilidade da estrutura da rede de poros e na possibilidade de ajustá-la a partir dos resultados petrofísicos

obtidos por meio de uma simulação de fluxo. A determinação do centro implica na medida do raio e conseqüentemente no volume correspondente a cada poro.

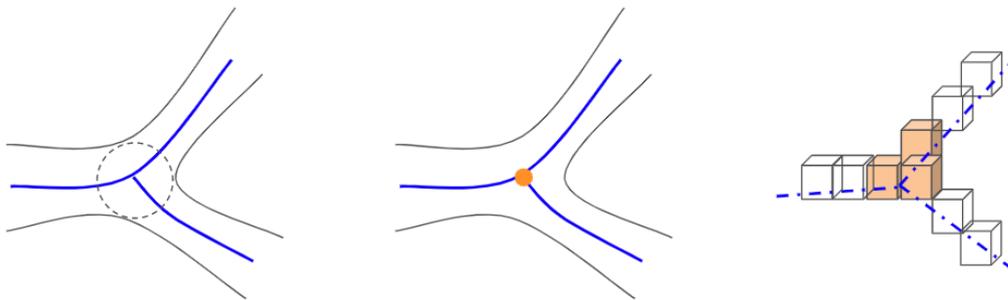


Figura 3.9: Ilustração para identificação do centro de um nó a partir esqueleto. (à esquerda) Representação de uma bifurcação no esqueleto. (ao centro) Ponto de encontro da bifurcação. (à direita) *voxels* demarcados possuem número de coordenação maior do 2. Estes são os candidatos a centro do nó.

### 3.3.2

#### Agrupamento de nós

Nesta etapa, procuramos por nós e arestas que geram poros e gargantas excessivos. Shin et. al. (2) propôs uma condição para a identificação dos espúrios no esqueleto: as arestas terminais e os nós terminais conectados por elas são excluídos da rede se satisfazem a um teste de comprimento  $L \leq M$ , onde  $L$  é o comprimento da aresta e  $M$  é o raio do nó de conexão atribuído pelo mapa de distância anteriormente calculado (Fig. 3.10(a)). Já a aresta de conexão a ser considerada para remoção, gerando um único nó, é aquela que  $L \leq \min(M_1, M_2)$ , onde  $M_1$  e  $M_2$  são os raios dos nós que a mesma conecta (Fig. 3.10(b)).

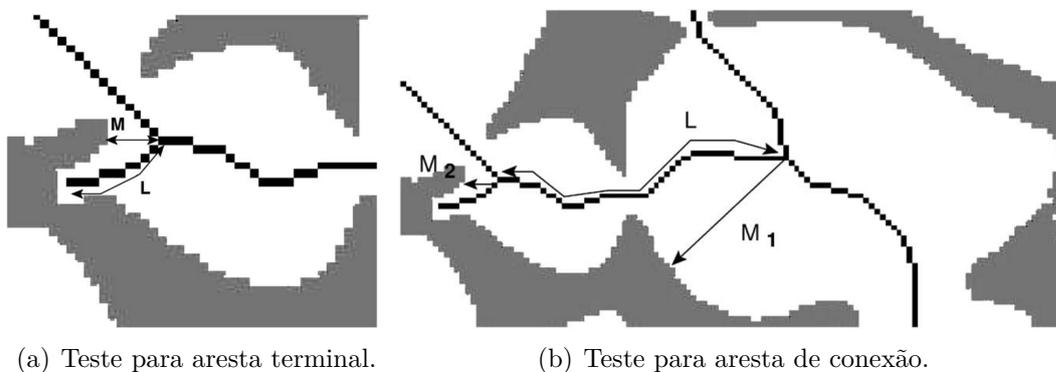


Figura 3.10: Identificação de arestas redundantes pelo método proposto em (2).

Aplicamos este mesmo teste no esqueleto segmentado gerado pelo algoritmo (19, 22) e observamos, em alguns casos, que tais condições não garantem que as arestas não estejam completamente contidas dentro do volume determinado pelos poros que ela conecta. E, também, arestas com comprimentos pequenos que conectam poros com raios pequenos não são totalmente identificadas (Fig. 3.11). Além disso, a noção de que a garganta é uma restrição hidráulica pressupõem na nossa modelagem que o menor raio dentre os *voxels* que compõem a aresta não seja maior ou igual ao  $\min(M_1, M_2)$ , fato que pode ocorrer no esqueleto e não é contemplado nos testes de comprimento apresentados. Outrossim, posteriormente, os dados da rede serão utilizados como entrada no simulador de fluxo desenvolvido no *Imperial College London*, chamado Pnflow (3). Notadamente, este objetivo específico implica em uma construção de gargantas, diferente da empregada em (2).

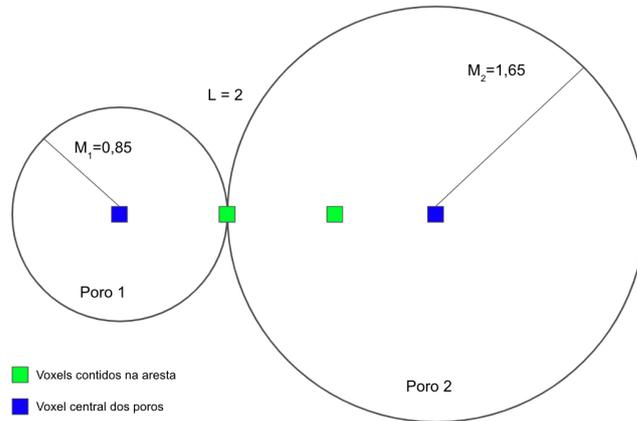


Figura 3.11: Ilustração para o caso em que as arestas redundantes satisfazem o teste proposto por Shin (2). No entanto, estão inteiramente contidas no volume dos poros 1 e 2.

Sendo assim, estabelecemos dois critérios subsequentes para identificar arestas redundantes no esqueleto segmentado de maneira geral. As arestas do esqueleto que possuem  $L - 1 < R_i + R_j$  (teste de comprimento) ou  $R_a > \min(R_i, R_j)$  (teste de raio) são candidatas a remoção da rede. Sendo,  $L$  o número de *voxels* do esqueleto contido na aresta,  $R_a$  o menor raio dentre esses *voxels* e,  $R_i$  e  $R_j$  os raios dos nós ( $i, j$ ) que esta aresta conecta.

Após identificarmos todos os nós candidatos a remoção, geramos uma lista ordenada pelo tamanho do raio atribuído a cada nó. De forma que, os nós que possuem menor raio, sejam avaliados primeiro. Esta decisão tem como objetivo principal privilegiar os nós que tendem a capturar o maior volume poroso. Desta maneira, adotamos uma estratégia que além de preservar a topologia da rede, ao definir os nós e arestas por meio de um esqueleto

obtido por um algoritmo de erosão, também visa privilegiar a representação da geometria do espaço poroso.

Para cada nó na lista de candidatos a remoção, estabelecemos o seguinte critério: se o nó  $i$  possui raio maior do que o nó vizinho  $j$ , com o qual compartilha a aresta redundante  $a_{ij}$ , este nó permanece na rede e carrega as conexões do nós  $j$  com ele. À medida que modificamos a vizinhança do nó  $i$ , realizamos os testes de comprimento e de raio para cada nova aresta anexada. Se alguma das novas conexões satisfizer uma das condições, então a aresta é adicionada a lista de candidatos à remoção. O processo continua até que o nó  $i$  não possua mais vizinhos redundantes ou que o próprio seja deletado. Caso contrário, o vizinho  $j$  recebe todas as ligações do nó  $i$ . Aqui, também são aplicados os testes de redundâncias para as novas conexões atribuídas. O nó  $i$  é marcado para ser deletado, assim como a aresta  $a_{ij}$ . Ambos são removidos da vizinhança do nó  $j$ , que será analisado posteriormente caso possua redundâncias pendentes. No Algoritmo 1, descrevemos esta avaliação que é feita para cada nó redundante em pseudocódigo.

Ao concluir a etapa de agrupamento de nós, geramos duas novas listas para os nós e arestas com os índices atualizados, permanecendo somente aqueles que não foram marcados para serem removidos da rede.

Os dois testes empregados, de comprimento e de raio, garantem um esqueleto sem nós espúrios. Mais ainda, remove todas as arestas inteiramente contidas no interior de uma vesícula, estabelecendo como preferência preservar os poros que capturam melhor a geometria do meio poroso e, finalmente, determinando assim o subconjunto do esqueleto, resultante desta etapa de agrupamento, que compõe a estrutura da rede de poros e gargantas.

---

**Algoritmo 1:** Algoritmo para agrupamento de nós

---

**Entrada:** Lista com os dados dos nós, índice  $i$  do nó a ser avaliado**Saída:** Lista atualizada com os dados dos nós

```

1 Identificar os nós vizinhos ao Nó[i] que geram arestas redundantes
2  $cands \leftarrow$  lista com os nós vizinhos redundantes
3 Ordenar a lista  $cands$  a partir do raio de cada nó
4 enquanto  $numeroDeElementos(cands) > 0$  ou  $Nó[i].deletado == falso$ 
   faça
5   para  $j = 0$  até  $numeroDeElementos(cands)$  faça
6      $r_i \leftarrow$  raio do Nó[i]
7      $r_j \leftarrow$  raio do nó vizinho  $cands[j]$ 
8     se  $r_i \geq r_j$  então
9       Adiciona uma marca ao Nó[ $cands[j]$ ] e a aresta correspondente
       para serem deletados
10       $vz \leftarrow$  lista com os nós vizinhos ao Nó[ $cands[j]$ ]
11      para  $k = 0$  até  $numeroDeElementos(vz)$  faça
12        se  $vz[k] == cands[j]$  então
13          Remover o  $vz[k]$  dos vizinhos do Nó[i]
14          Remover a aresta redundante correspondente ao  $vz[k]$  das
           conexões do Nó[i]
15        senão
16          Adicionar o  $vz[k]$  aos vizinhos do Nó[i]
17          Adicionar a aresta correspondente ao  $vz[k]$  as conexões do
           Nó[i]
18        Verificar os testes de redundância para esta nova conexão
19      senão
20        Adiciona uma marca ao Nó[i] e a aresta correspondente para
        serem deletados
21         $vz \leftarrow$  lista com os nós vizinhos ao Nó[i]
22        para  $k = 0$  até  $numeroDeElementos(vz)$  faça
23          se  $vz[k] == i$  então
24            Remover o  $vz[k]$  dos vizinhos do Nó[ $cands[j]$ ]
25            Remover a aresta redundante correspondente ao  $vz[k]$  das
             conexões do Nó[ $cands[j]$ ]
26          senão
27            Adicionar o  $vz[k]$  aos vizinhos do Nó[ $cands[j]$ ]
28          Verificar os testes de redundância para esta nova conexão
29      Identificar os nós vizinhos ao Nó[i] que geram arestas redundantes
30      Atualizar a lista  $cands$  com os nós vizinhos redundantes
31      Ordenar a lista  $cands$  a partir do raio de cada nó

```

---

## 4

### Propriedades de rocha e parametrização da rede

Neste capítulo, introduziremos alguns conceitos fundamentais para a caracterização de uma rocha e que são importantes para a parametrização da rede de poros e gargantas. Em seguida, descreveremos a metodologia utilizada para a obtenção desses parâmetros a partir dos dados extraídos da rede. É possível obter diferentes informações a partir da escala de poro para uma determinada estrutura porosa e derivar várias propriedades constitutivas de modelos em macroescala. Estimar essas propriedades macroescala é um dos objetivos principais da análise de amostras de rochas. Logo, um caminho para validar os métodos aplicados na geração de uma rede de poros e gargantas é qualificar o meio poroso por meio de uma simulação de fluxo e analisar os resultados.

#### 4.1

##### Porosidade

Esta é uma das propriedades de rocha mais importantes para avaliação de um meio poroso. A porosidade é uma medida adimensional que determina a capacidade de um espaço poroso armazenar fluidos, quantificando a proporção do volume vazio sobre o volume total de um material. A porosidade absoluta ou total de uma amostra de rocha pode ser calculada a partir da relação (25):

$$\Phi = \frac{V_p}{V_t}, \quad (4-1)$$

na qual  $V_p$  representa o volume do espaço vazio representado pelos poros e  $V_t$  é o volume total da amostra, dado por  $V_t = V_s + V_p$ , sendo  $V_s$  o volume da região sólida (Fig. 4.1). Logo, esta é uma medida representativa do percentual do volume de fluidos ocupados no interior de uma rocha, porém não sendo significativa sobre a conectividade dos poros. A porosidade efetiva da rocha estabelece o percentual de volume acumulado em poros interconectados, já que a porosidade absoluta admite poros isolados. Assim, uma rocha pode ter alta porosidade total mas não necessariamente uma alta porosidade efetiva.

Para a medição da porosidade, a imagem micro-tomográfica de uma amostra de rocha oferece algumas contribuições. Por exemplo, a partir de uma única imagem podem ser gerados inúmeros modelos computacionais com estratégias diversas e que podem ser ajustadas as características morfológicas e granulométricas da rocha. Com o desenvolvimento tecnológico, tais imagens podem ser obtidas em escalas cada vez menores, e mais ainda, o cálculo da

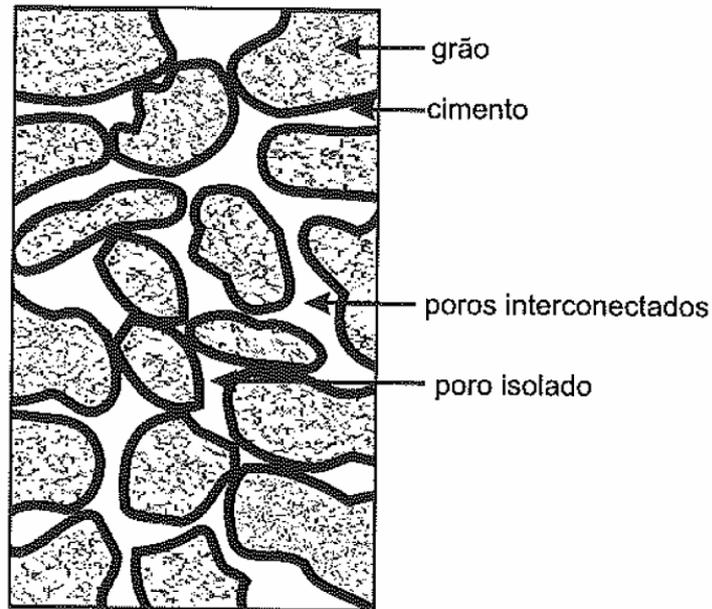


Figura 4.1: Desenho esquemático de uma seção transversal de amostra de rocha.

Fonte: Rosa, A. J., Carvalho, R. S. e Xavier, J. A. D. (2006) (26).

porosidade a partir de uma imagem não envolve nenhum processo destrutivo para amostra de rocha. Isso torna a análise digital da rocha interessante já que os custos para a extração de um fragmento de rocha de um reservatório de petróleo são muito altos. No entanto, a defesa da utilização de imagens micro-tomográficas para obtenção de propriedades de rocha não implica a substituição dos métodos laboratoriais. As informações coletadas por ambas metodologias devem ser complementares de forma a fomentar a eficiência na produtividade desse segmento da indústria petrolífera.

A partir de uma imagem micro-tomográfica de uma amostra, podemos calcular a porosidade absoluta através da contagem de *voxels* vazios e *voxels* sólidos contidos na imagem, o que é chamado de porosidade visível da rocha. Devido as restrições sobre a resolução da imagem micro-tomográfica e o método de binarização da mesma, esta pode ser uma medida subestimada quando a imagem está em escala maiores, uma vez que podem existir grãos ou poros em escala menor do que a da resolução da imagem. Já a determinação da porosidade efetiva envolve informações sobre a conectividade dos poros, que pode ser obtida por meio de uma rede de poros e gargantas, por exemplo.

## 4.2

### Permeabilidade

O conceito de permeabilidade surgiu a partir de ensaios sobre escoamento monofásico laminar de fluidos newtonianos, realizados pelo engenheiro Henry Darcy (1856) (27). Observou-se que havia uma relação linear entre a velocidade do fluxo e o diferencial de pressão de entrada e saída do material, de forma que a primeira variável era proporcional a segunda por meio de uma constante (12). Por consequência dos resultados dos experimentos surgiu a lei de Darcy (28) que descreve a vazão de um fluido em um meio poroso. A permeabilidade absoluta de uma rede é derivada a partir da Lei de Darcy como (9):

$$K := \frac{\mu_p q_{tmp} L}{A(\Phi_{entrada} - \Phi_{saida})} \quad , \quad (4-2)$$

onde a rede está saturada com um uma única fase  $p$  com viscosidade  $\mu_p$ ;  $q_{tmp}$  é o volume monofásico total de fluido que percola a rede de poros de comprimento  $L$  por unidade de tempo com decaimento potencial  $(\Phi_{entrada} - \Phi_{saida})$ ;  $A$  é a área da seção transversal do modelo normal a direção de fluxo e  $K$  (permeabilidade) é uma constante em função das propriedades do meio poroso, a qual caracteriza a capacidade de um material conduzir fluidos. Apesar de conhecida como uma constante de proporcionalidade, na realidade, a permeabilidade pode depender da direção de fluxo quando tratamos de meios anisotrópicos.

## 4.3

### Descrição da rede de poros e gargantas

A fim de incorporar as contribuições da escala microscópica para a estimativa de propriedades macroscópicas, faz-se necessário determinar alguns parâmetros que contenham os dados volumétricos sobre a rede de poros e gargantas. Tais informações são utilizadas para exportar os dados da rede para o simulador de fluxo bifásico *Pnflow*. Além da localização do centro dos poros, conectividade e vizinhança, outros elementos compõem os dados do arquivo de entrada para a simulação, como: entrada e saída de fluidos, volume dos poros e gargantas, comprimento efetivo das gargantas e o fator de forma.

A motivação para o cálculo de alguns desses fatores está presente nos trabalhos que utilizaram esta simulação anteriormente, como na rede de poros gerada pelo algoritmo de bolas máximas proposto por Dong (9, 10). A seguir, descreveremos os detalhes acerca do cálculo de cada um dos parâmetros, ressaltando a relação com os métodos utilizados em (9). A resposta obtida por meio da simulação é utilizada para comparar os resultados do método de extração do algoritmo de erosão com o de bolas máximas.

### 4.3.1

#### Poros de entrada ou saída de fluidos

Diante da incerteza sobre a conectividade dos poros para além dos limites da imagem binária, tratamos de forma equivalente todos os poros da rede. A determinação dos poros de entrada e saída é feita com base na localização geométrica do centro deste poro no *grid* e na direção principal de fluxo (Fig. 4.2). Neste trabalho, a direção principal de fluxo adotada é sempre um dos eixos coordenados. Consideramos um nó terminal um poro de entrada se, as coordenadas de centro estão localizadas, aproximadamente, entre 0 a 10% do comprimento total do eixo e, como poro de saída, se estão acima dos 90% deste comprimento. Estes valores percentuais foram adotados em comparação com os resultados encontrados pelo método de bolas máximas (9). Esta identificação é realizada logo após a localização dos centros do nós.

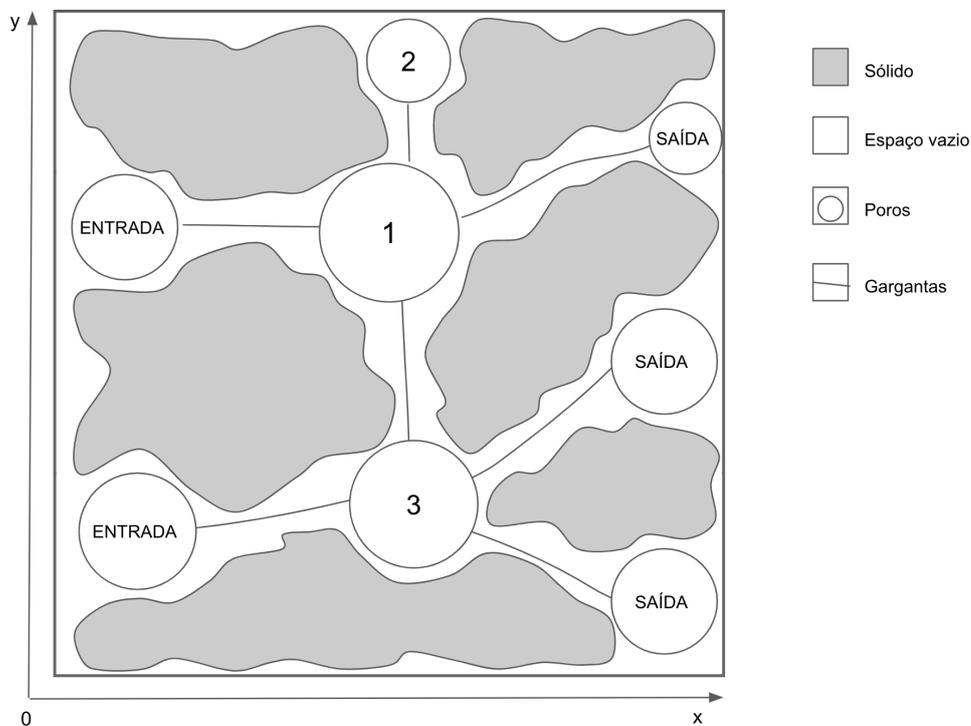


Figura 4.2: Exemplo de uma determinação de poros de entrada e saída de fluidos, considerando como direção principal de fluxo o eixo-x. Os poros 1 e 3 são de conexão e o de número 2 é um poro sem saída pois não possui outras ligações.

Durante o processo de agrupamento de nós, se um nó de entrada/saída é considerado espúrio e removido, o nó vizinho que o substitui na estrutura da rede é definido como de entrada/saída, desde que este nó já não esteja conectado a nenhum outro que também seja entrada/saída na rede. Assim a definição de poros de entrada ou saída que, inicialmente, foi empregada apenas em nós terminais, assume maior conectividade depois das atualizações

realizadas na rede. O que significa que mais gargantas introduzem ou extraem fluidos para a rede.

#### 4.4

##### Cálculo do volume

Do mesmo modo que Dong (9), calculamos o volume do poro contando os *voxels* vazios dentro da região centrada nas coordenadas  $(x_i, y_i, z_i)$  com o raio  $R_i$  atribuído a este poro, como segue:

$$R_i^2 - \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} > 0. \quad (4-3)$$

O subscrito  $i$  corresponde ao índice do poro. O número de *voxels*, com coordenadas  $(x, y, z)$ , cuja distância ao centro do poro é menor que o raio é o volume adimensional.

O volume da garganta é calculado de forma semelhante. No entanto, consideramos que a garganta tem a forma similar a um cilindro cujo comprimento total é a distância entre os centros dos poros. O volume da garganta não inclui os *voxels* que estão contidos no interior dos poros que a mesma conecta.

#### 4.5

##### Localização do centro das gargantas

No processo de segmentação do esqueleto, são geradas duas listas: uma contendo informações sobre os nós e suas vizinhanças e, outra com os dados das arestas do esqueleto. A partir da lista que contém os índices das arestas, os nós que ela conecta e os *voxels* do esqueleto contidos na aresta, definimos os candidatos ao centro da garganta como os *voxels* que compõem a aresta. Similarmente, a escolha do centro do poro, o centro da garganta também é selecionado aleatoriamente, porém com uma restrição. Incluímos uma condição de que o raio da garganta deve ser menor do que os raios dos poros que ela conecta, para garantir que a mesma represente uma restrição hidráulica (8, 2, 10). Além disso, garantimos que o centro da garganta não esteja contido no volume poroso respectivo aos poros que ela conecta, de modo que o centro esteja localizado na região de comunicação entre eles.

#### 4.6

##### Comprimento efetivo das gargantas

O comprimento das gargantas pode ser compreendido como a distância euclidiana entre os centros dos poros, o que representa o caminho mais curto

entre dois poros. Entretanto, para gargantas com grande tortuosidade essa distância entre os centros irá subestimar o real comprimento pelo o qual o fluido se desloca de um poro ao outro.

Na rede gerada pelo algoritmo de bolas máximas (9), é definido o comprimento efetivo de uma garganta ( $L_g$ ), de acordo com:

$$L_g := L_{1,2} - L_1 - L_2 \quad , \quad (4-4)$$

onde  $L_{1,2}$  é a distância euclidiana entre os centros dos poros 1 e 2 (Fig. 4.3);  $L_1$  e  $L_2$  são os comprimentos dos poros 1 e 2, respectivamente. Os comprimentos dos poros são calculados por meio da seguinte equação:

$$L_i := L_g^i \cdot \left(1 - \alpha \frac{R_g}{R_i}\right) \quad ; \quad i = \{1, 2\}, \quad (4-5)$$

com  $R_i$  é o raio do poro  $i$ ;  $R_g$  o raio da garganta,  $L_g^i$  a distância euclidiana do centro do poro  $i$  ao centro da garganta e  $\alpha$  é o coeficiente de segmentação que determina a região interfacial entre poros e gargantas. No trabalho de Øren e Bakke (2003) (29) no qual o comprimento efetivo da garganta foi introduzido, o coeficiente  $\alpha$  utilizado era igual a 0,5. No entanto, a partir dos resultados de permeabilidade obtidos via simulação direta por *Lattice Boltzmann* este valor foi ajustado para 0,6 no método de bolas máximas (10), o que tende a gerar gargantas com comprimentos efetivos maiores.

Devido a construção do algoritmo de bolas máximas ser baseada em um mapa de distâncias e em uma estrutura hierárquica que determina poros e gargantas a partir de máximos e mínimos locais, respectivamente, obtemos então

$$0 < \frac{R_g}{R_i} < 1 \quad , \quad i = \{1, 2\}. \quad (4-6)$$

Portanto, concluímos que o comprimento dos poros estabelecido é limitado por

$$0 < L_i < (1 - \alpha) * L_g^i \quad ; \quad i = \{1, 2\}. \quad (4-7)$$

Estabelecemos os comprimentos dos poros e das gargantas utilizando as Equações 4-4 e 4-5. Porém ajustes devem ser realizados devido alguns fatores que diferenciam as abordagens de extração da rede pelo algoritmo de erosão e do via algoritmo de bolas máximas. Ressaltamos aqui detalhes na modelagem da rede que foram impactados pelo cálculo do comprimento efetivo das gargantas. Já que na rede extraída do esqueleto, não há garantia de que os raios dos poros são maiores do que o raio da garganta que os conecta, para gerar esta condição na rede, foi incluído no processo de identificação de

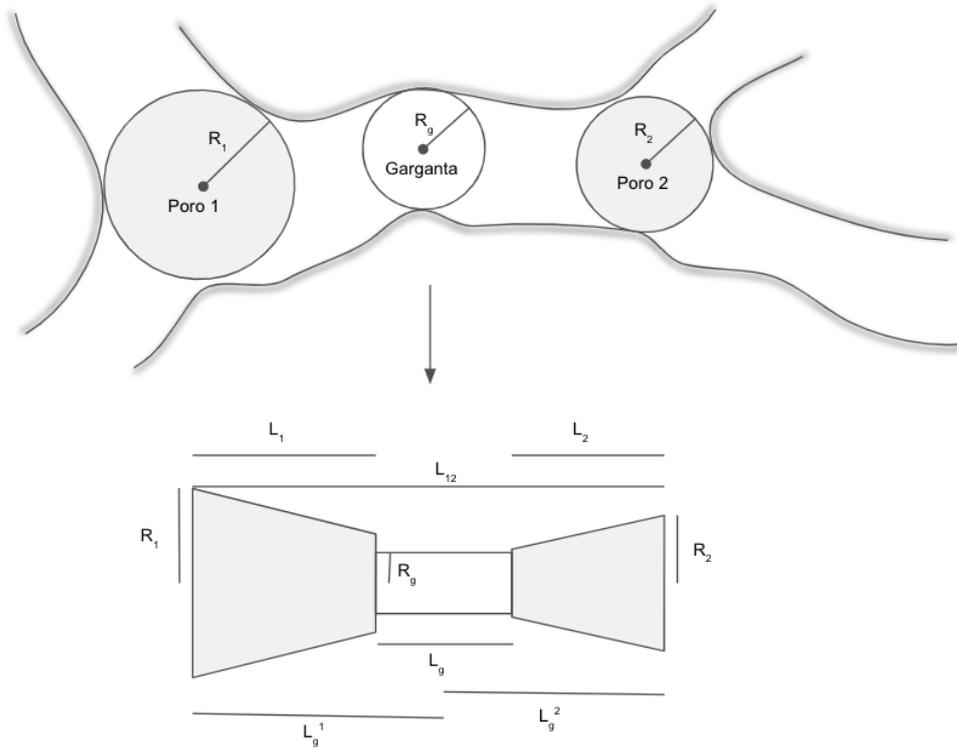


Figura 4.3: Desenho esquemático para os comprimentos dos poros e das gargantas.

arestas redundantes um critério sobre os raios, como descrito na seção 3.3.2. Este condicionamento também visa satisfazer a hipótese empírica de que as gargantas são uma restrição hidráulica. Logo a área da seção transversal da garganta deve ser inferior a área da seção transversal de ambos os poros que a mesma está conectando. Além disso, é necessário garantir que

$$L_{1,2} > L_1 + L_2 \quad , \quad (4-8)$$

condição que pode não ocorrer caso  $R_g$  seja maior do que  $R_1$  ou  $R_2$ . Mais ainda, a soma das distâncias  $L_g^i$  de fato é maior pois essas distâncias não são obtidas por projeção. Tal ocorrência fica mais evidente quando temos gargantas tortuosas, como ilustrado na Fig. 4.4.

A tortuosidade das gargantas é desprezada no cálculo proposto para o comprimento efetivo das gargantas. Sendo assim, adaptamos esta modelagem para considerar  $L_g^i$  ( $i = 1, 2$ ) como a projeção ortogonal do segmento de reta que conecta o centro da garganta com o centro do poro no segmento de reta correspondente a distância entre os centros dos poros. Desta maneira, certificamos que a medida para o comprimento efetivo da garganta é um valor sempre positivo.

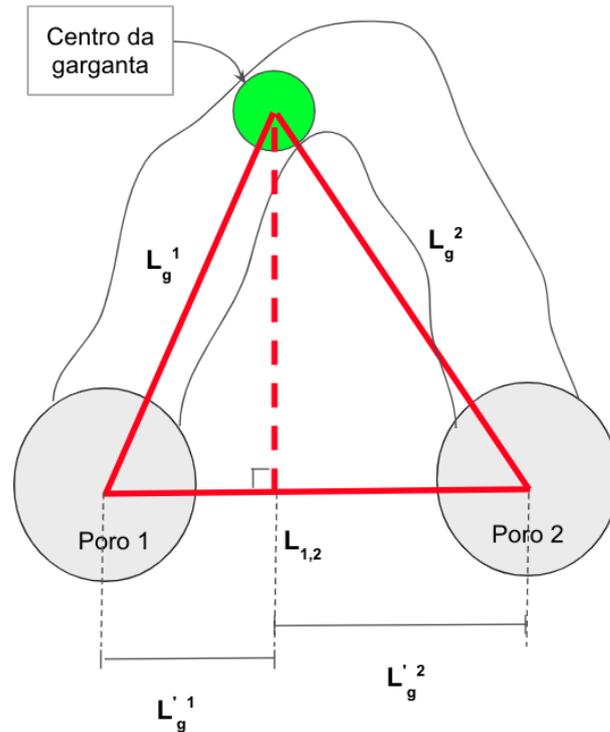


Figura 4.4: Ilustração para o caso em que a distância entre os centros dos poros pode ser menor do que as distâncias de cada poro ao centro da garganta.

#### 4.7

##### Fator de forma

A representação do meio poroso via uma rede de esferas (poros) conectadas por cilindros (gargantas), oferece uma simplificação geométrica para as irregularidades presentes na imagem. Uma vez que a geometria do espaço poroso é definida pelo formato dos poros e gargantas. A aproximação por uma seção transversal circular pode não ser eficiente para a simulação de deslocamento de fluidos tanto para o caso monofásico, mas principalmente para simulação multifásica.

Quando temos dois ou mais fluidos em uma mesma região porosa, os fluidos tendem a se organizar de modo que minimize a superfície de contato entre eles (12). Além disso, a principal característica de um meio poroso é a forma angular dos poros. Nos casos de poros com seção transversal circular temos uma ocupação monofásica. Já a seção transversal angular possibilita a simulação do deslocamento de dois ou mais fluidos através dos poros, retendo os fluidos molhantes nos cantos como ilustrado na Figura 4.5 (29, 30, 12).

A geometria de uma seção transversal é descrita em termos de um fator de forma adimensional ( $G$ ),

$$G = \frac{A}{P^2} \quad , \quad (4-9)$$

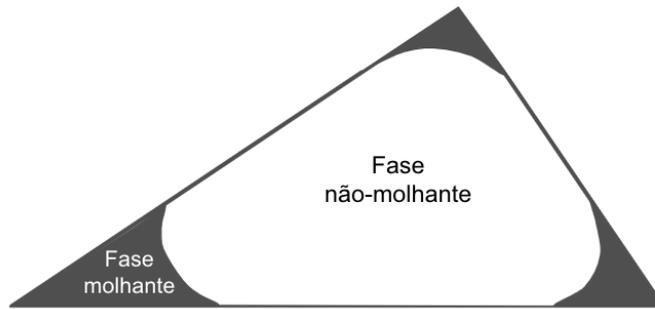


Figura 4.5: Exemplo de uma seção transversal triangular de poro ou garganta após drenagem primária de um meio poroso úmido. A molhabilidade é alterada na região de contato central que está ocupada pela fase não-molhante enquanto os cantos permanecem molhados (3).

que é a razão entre a  $A$  área da seção transversal e o quadrado do perímetro  $P$ . Para a simulação no *Pnflow*, são consideradas seções transversais triangulares, quadrangulares e circulares tanto para poros quanto para gargantas. Os valores que determinam cada uma destas faces se encontram nos intervalos definidos pelo fator de forma de cada polígono, ilustrado na Fig. 4.6. Quanto mais irregular a forma do poro, menor é o valor do fator de forma.

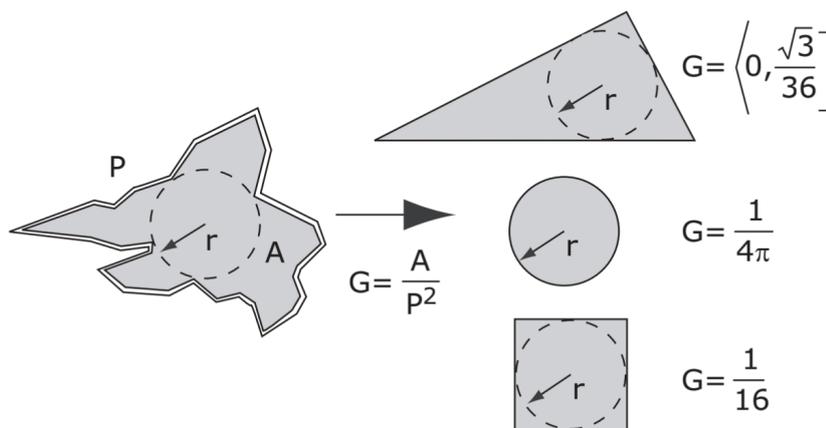


Figura 4.6: Valores de fator de forma considerados na modelagem da rede de poros e gargantas para a simulação de fluxo. Os tipos variam entre: triangular, circular e quadrangular.

Fonte: Blunt, M. (2017) (12).

Dong e Blunt (9, 10) aproximaram a geometria irregular dos poros e gargantas por capilares cilíndricos com uma seção transversal constante e arbitrária obtida a partir de uma fórmula adimensional equivalente a Eq. 4-9, dada por:

$$G = \frac{VL}{A_S^2} \quad , \quad (4-10)$$

onde  $A_s$  representa a área da superfície da região que determina o poro ou a garganta, esta medida é determinada por meio da contagem no número de *voxels* superfície;  $V$  é o volume da região e  $L$  é o comprimento do objeto, definido como dobro da distância euclidiana entre o centro da bola máxima ancestral e o *voxel* mais distante dentro desta região. Por meio do esqueleto, este comprimento pode ser obtido por meio do número de *voxels* que compõem a aresta que conecta os respectivos poros.

Ao finalizar a caracterização da rede, calculando os parâmetros fornecidos como dados de entrada no simulador *Pnflow*, podemos extrair estimativas sobre as propriedades da rocha. No próximo capítulo discutiremos sobre os resultados que obtemos em algumas simulações.

## 5

### Avaliação do modelo em amostras de rochas

Os dados extraídos a partir da rede de poros e gargantas são especificados em 4 arquivos em formato ASCII (*nomearquivo\_node1.dat*, *nomearquivo\_node2.dat*, *nomearquivo\_link1.dat* e *nomearquivo\_link2.dat*), que são fornecidos como dados de entrada no simulador de fluxo, contendo informações como raios inscritos, volumes, fator de forma, comprimentos e a lista de conexões que define a topologia da rede. Além desses, um outro arquivo de entrada é utilizado como argumento para o executável, baseado em palavras-chaves, que ajustam parâmetros do modelo de rede em escala de poros, as quais são em maioria opcionais e não necessitam de ordem específica.

Para demonstrar a aplicabilidade da modelagem proposta para a extração de uma rede de poros e gargantas a partir de uma imagem micro-tomográfica 3D de amostra de rocha, apresentamos os resultados encontrados para uma amostra de rocha, correspondente ao arenito Berea. Os detalhes sobre processo de geração da rede de poros e gargantas para a amostra Berea são apresentados sequencialmente seguindo as etapas descritas no Capítulo 3. Em seguida, comparamos os dados obtidos para a estrutura da rede respectivos com os do método de bolas máximas. Por fim, analisaremos a predição das propriedades de transporte extraídas da simulação de fluxo a partir de diferentes abordagens.

#### 5.1

##### Amostra Berea

O arenito Berea foi escaneado no *Imperial College of London* usando microtomografia computadorizada (Micro-CT) com uma resolução (comprimento da aresta do *voxel*) correspondente a  $5,345\mu m$  (Fig. 5.1). Os dados da imagem binária referente à uma subseção da amostra Berea estão contidos em um *grid* de tamanho  $400 \times 400 \times 400$ , representando um volume de  $9,8mm^3$  cuja porosidade visível é igual a 19,6%. Utilizaremos esta imagem para extrair uma rede de poros a fim de comparar a estrutura e as propriedades de transporte com os resultados obtidos pelo algoritmo de Bolas Máximas.

##### 5.1.1

##### Estrutura da rede

A visualização do volume de dados da amostra inteira em uma única imagem não possibilita uma análise detalhada sobre o impacto no esqueleto após a etapa de agrupamento. Devido este motivo, nesta seção de resultados,

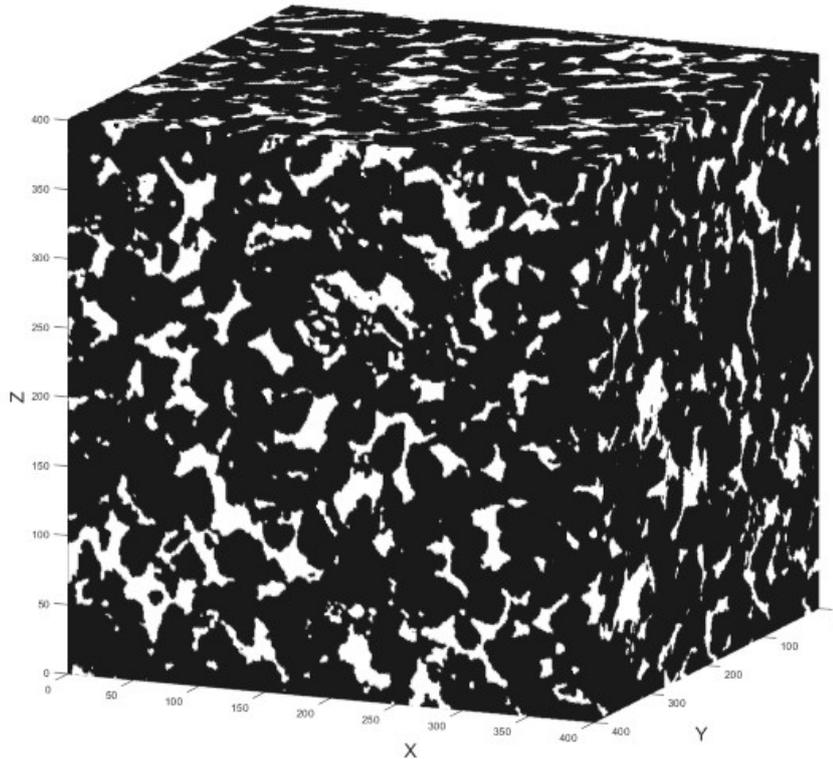


Figura 5.1: Imagem binária da seção da amostra Berea utilizada na extração da rede de poros com dimensão de  $400 \times 400 \times 400$ .

optamos por apresentar apenas uma parte da imagem da amostra Berea, de tamanho  $50 \times 50 \times 50$ .

Iniciando pelo pré-processamento da imagem binária, no qual re-identificamos os conjuntos de *voxels* sólidos desconexos da componente *voxels* sólidos principal como *voxels* vazios. Na Figura 5.2 é mostrado todos os *voxels* contidos na parte sólida da imagem, sendo os pontos destacados em vermelho a representação dos *voxels* sólidos isolados. Assim, observamos que na seção da imagem da amostra Berea que estamos avaliando há 3 componentes de *voxels* sólidos isolados. Para a imagem da amostra Berea com dimensão de  $400 \times 400 \times 400$ , foram encontradas ao todo 244 componentes sólidas isoladas com quantidade de *voxels* variadas.

Após a remoção dos artefatos na região rochosa da imagem, o enfoque passa para a análise da parte porosa da rocha. A superfície que delimita a região porosa é identificada pelos *voxels* vazios localizados no bordo. A Figura 5.3 destaca tal superfície no interior da única componente de *voxels* sólidos presente agora na imagem.

Na Figura 5.4, apresentamos o resultado da aplicação do algoritmo de erosão em paralelo proposto por Lee et. al. (19, 22) na imagem sem ruídos. A superfície, demarcada na cor cinza, delimita a região porosa e o conjunto de *voxels* contidos no esqueleto desta superfície está representado por pontos

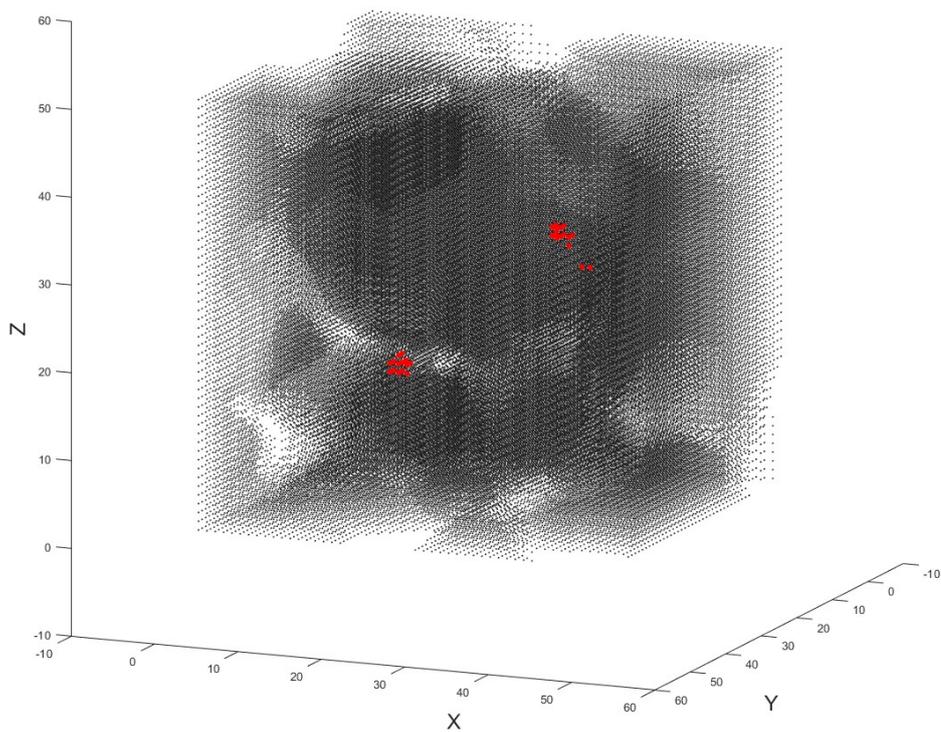


Figura 5.2: Representação da parte sólida contida na imagem da amostra Bere. Os pontos em preto pertencem a componente sólida principal e os pontos vermelhos compõe conjuntos sólidos isolados.

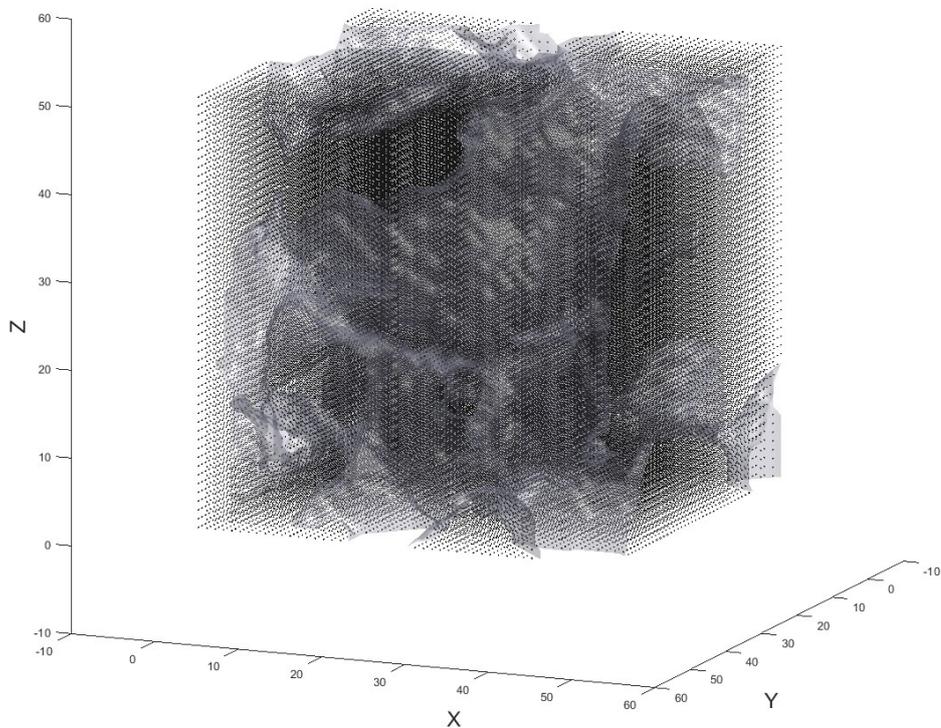


Figura 5.3: Resultado do pré-processamento da imagem binária contendo apenas uma 26-componente de *voxels* sólidos, destacando em cinza a os pontos no bordo da porosa.

vermelhos. Observamos que, de fato, não existe um comportamento similar ao apresentado na Figura 3.2(a) em nenhuma parte do esqueleto.

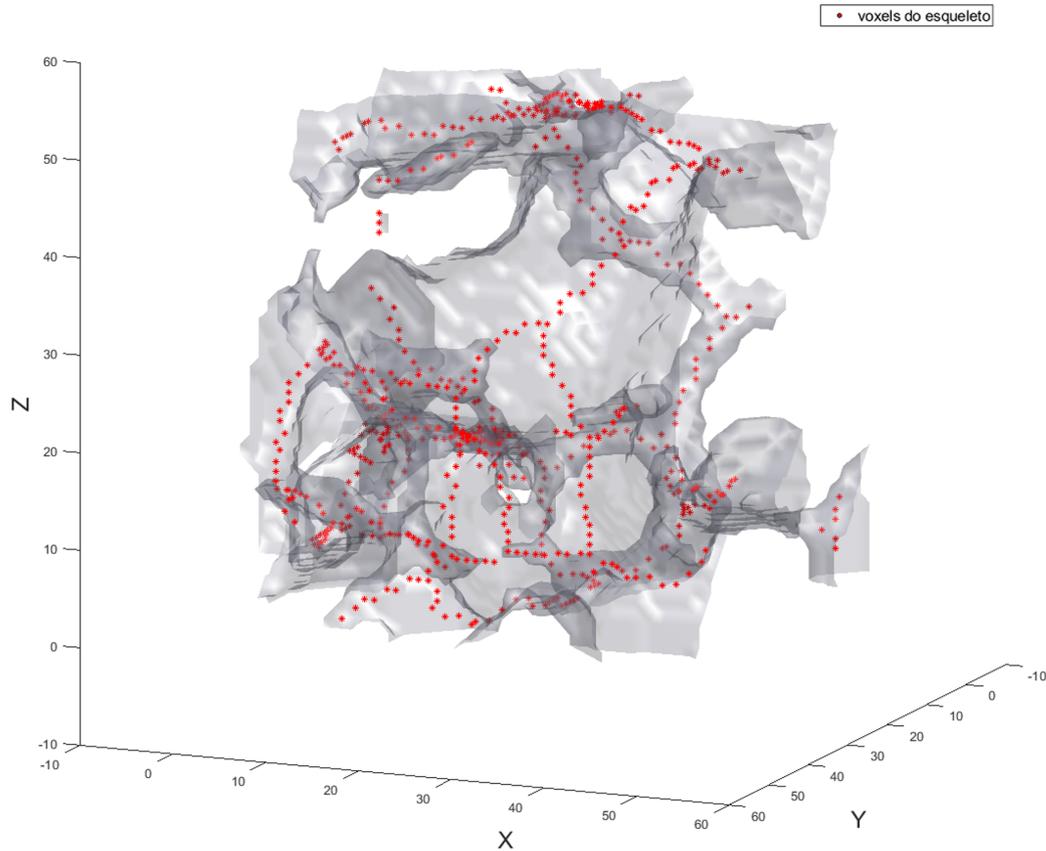


Figura 5.4: Exemplo de um esqueleto do espaço poroso (limitado pela superfície em cinza) gerado a partir de uma seção da amostra Berea. A imagem utilizada possui dimensões 50x50x50.

Depois da obtenção do esqueleto, a próxima etapa é descrevê-lo como um conjunto de nós conectados por arestas. Para isso, calculamos o número de coordenação e cada *voxel*. Na Figura 5.5, podemos observar a decomposição do esqueleto apresentado na Figura 5.4 por meio do número de coordenação. Os *voxels* em formato circular correspondem aos candidatos a nós, nas cores pretas e azuis, e os quadrangulares, na cor verde, aos candidatos a formarem as arestas do esqueleto. A distinção de cores entre os *voxels* do esqueleto candidatos a nós, busca identificar os candidatos a nós terminais (representados na cor preta) e os de conexão (em azul).

Seguindo que os candidatos a nó de conexão estão localizados no encontro de duas ou mais arestas do esqueleto, temos o exemplo apresentado na Figura 3.9 no qual podemos verificar que existem três candidatos a centro do nó no encontro de duas arestas. Isto é, três *voxels* vizinhos com número de coordenação maior do que 2. Para além desses casos, em algumas regiões, devido o encontro de várias arestas do esqueleto e/ou da irregularidade

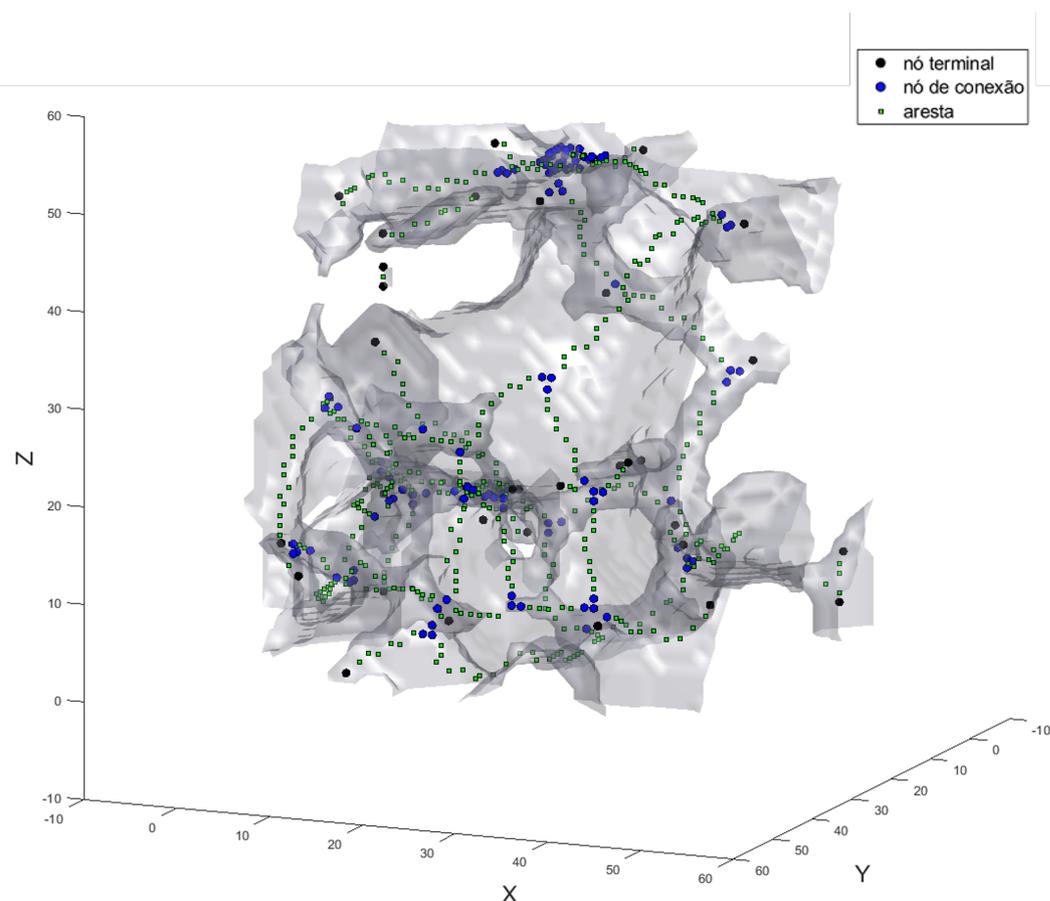


Figura 5.5: Esqueleto segmentado pelo número de coordenação.

encontrada na fronteira do espaço poroso, são encontrados conjuntos de pontos vizinhos com número de coordenação maior do 2. Isso causa o fato de que para alguns nós de conexão, temos vários candidatos a centro de nó.

Além disso, a partição do espaço poroso em poros e gargantas está diretamente relacionada com a segmentação do esqueleto em nós e arestas. Sendo assim, adotamos uma abordagem que explora a variabilidade da rede a partir da definição dos centros de poros e gargantas. Com isso, investimos em uma escolha aleatória para o centro dos nós de conexão dentre os candidatos disponíveis. Apresentamos, portanto, na Fig. 5.6 o resultado para uma das configurações possíveis para estabelecer a estrutura da rede de poros e gargantas. Considerando o eixo-x como direção principal de fluxo, também foram definidos os candidatos a entrada e saída de fluidos.

O resultado encontrado a partir da aplicação dos testes de comprimento e de raio propostos para identificar as incorrespondências entre os nós do esqueleto e os poros da rede está presente na Figura 5.7. Destacamos na cor vermelha, todos os nós e respectivas arestas avaliados na etapa de agrupamento de nós. Por fim, na Figura 5.8, podemos verificar o resultado final para uma estrutura da rede de poros e gargantas após a remoção dos nós excessivos

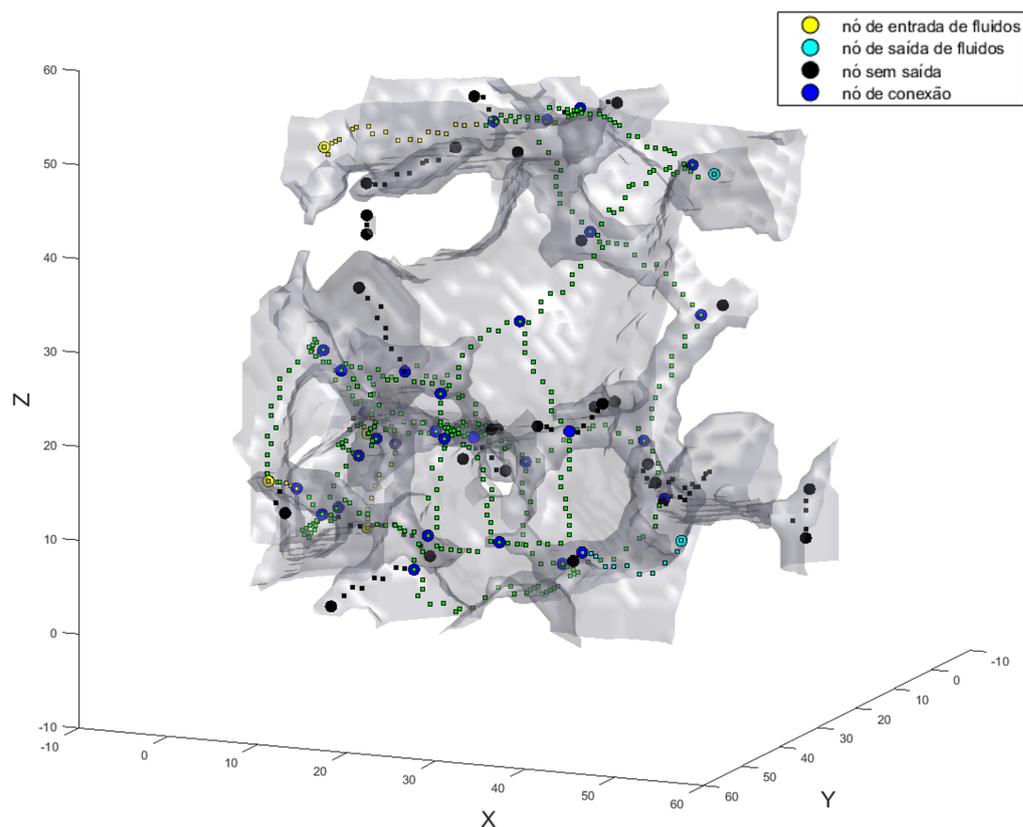


Figura 5.6: Uma configuração do esqueleto após a localização do centro dos nós e determinação da entrada e saída de fluidos.

que gravavam elementos redundantes no esqueleto. Na modelagem da imagem da amostra Berea com dimensão de  $400 \times 400 \times 400$ , a quantidade de nós e arestas do esqueleto remanescentes após a etapa de agrupamento de nós foram reduzidas em cerca de 70% e 60%, respectivamente.

### 5.1.2

#### Variabilidade na estrutura da rede

Para demonstrar exemplos de como a escolha dos centros dos poros e gargantas tem impacto na identificação de nós e arestas redundantes, já que a distância entre os centros de cada elemento, assim como os raios, variam. Mostraremos, nesta seção, outras quatro simulações para a mesma amostra Berea, obtidas a partir do mesmo esqueleto, mas que apresentam configurações distintas após a etapa de agrupamento de nós.

Ressaltamos, em regiões demarcadas em vermelho, algumas das principais diferenças em cada uma das configurações de rede resultantes. Comparando as diferenças nas localizações dos centros dos poros das redes apresentadas na Figura 5.9, podemos observar que, na região destacada A, o nó de entrada (em amarelo) na simulação 2 é um nó terminal, já, na simulação 1, o nó terminal foi

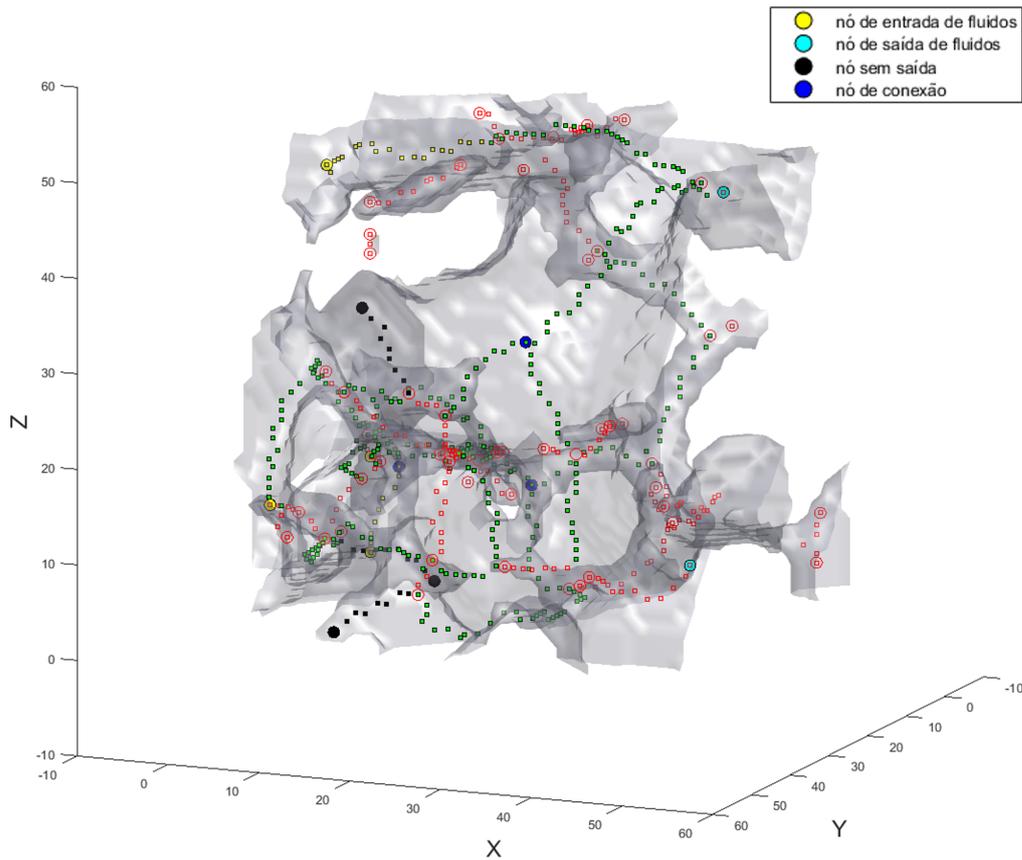


Figura 5.7: Identificação dos nós e arestas redundantes, destacados em vermelho.

removido na etapa de agrupamento de nós e a informação de entrada de fluidos foi transferida para o nó vizinho, que estabelece uma maior conectividade na entrada do fluxo.

As regiões demarcadas B, C, D e E, representam algumas das variações dos *voxels* que determinam os centros dos poros ao compararmos as simulações 1 e 2. Essa variabilidade ocorre devido o fato de que alguns nós são compostos por mais de um *voxel*. Na Figura 5.5, por exemplo, podemos observar a quantidade de *voxels* contidos no nó de conexão situado na região E demarcada na Figura 5.9.

Na Figura 5.10, mostramos os resultados de outras duas simulações, 3 e 4. A partir da diferenciação entre as localizações de alguns nós, destacamos cinco regiões A, B, C, D e E em ambas as simulações para facilitar a comparação das mesmas. Sendo a principal distinção entre as simulações 3 e 4 para as regiões destacadas, a localização do *voxel* central de cada nó. Nestas simulações, não ocorreu uma alteração na entrada ou saída de fluidos por exemplo. Ainda assim, as quatro simulações apresentadas (1, 2, 3 e 4), nas Figuras 5.9 e 5.10, se distinguem entre si. De maneira que, apresentam configurações diferentes

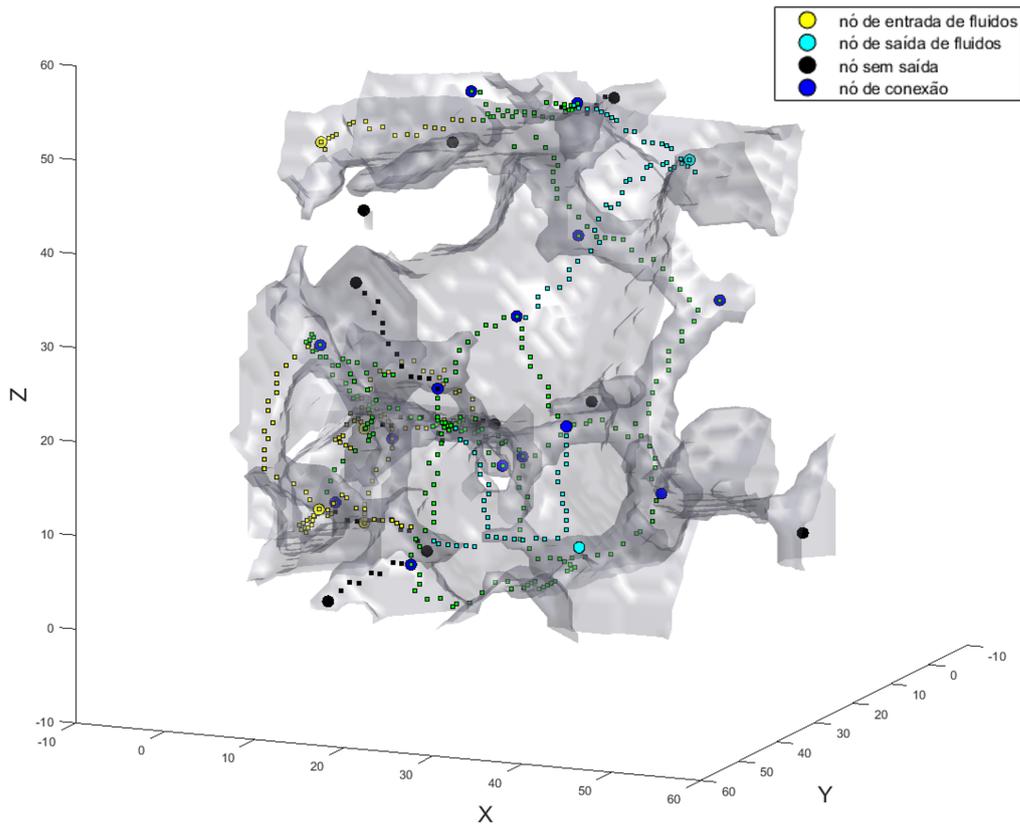


Figura 5.8: Resultado de uma estrutura de rede de poros e gargantas obtido a partir do esqueleto apresentado na 5.4 depois do processo de agrupamento.

para a localização dos centros dos nós e das arestas no esqueleto.

Considerando a imagem da amostra Berea com dimensão de  $400 \times 400 \times 400$ , extraímos um esqueleto com 26.798 nós e 32.378 arestas. Durante o processo de construção da rede, encontramos 8.924 nós com mais do que um *voxel*, sendo 31 nós com mais do que 100 *voxels* e o máximo de *voxels* em um único nó igual a 670. Existe um grande número de combinações possíveis para as localizações dos centros dos nós, o que estabelece uma variedade de configurações para a estrutura da rede de poros e gargantas.

Além do impacto na conectividade entre os poros obtidos para cada uma das configurações a partir da abordagem não-determinística, também há uma variação no volume poroso das redes geradas em diferentes simulações. De forma que, o volume poroso obtido a partir da soma dos volumes dos poros e gargantas da rede pode ser um dos parâmetros condicionantes em um possível ajuste da rede a um caso de referência.

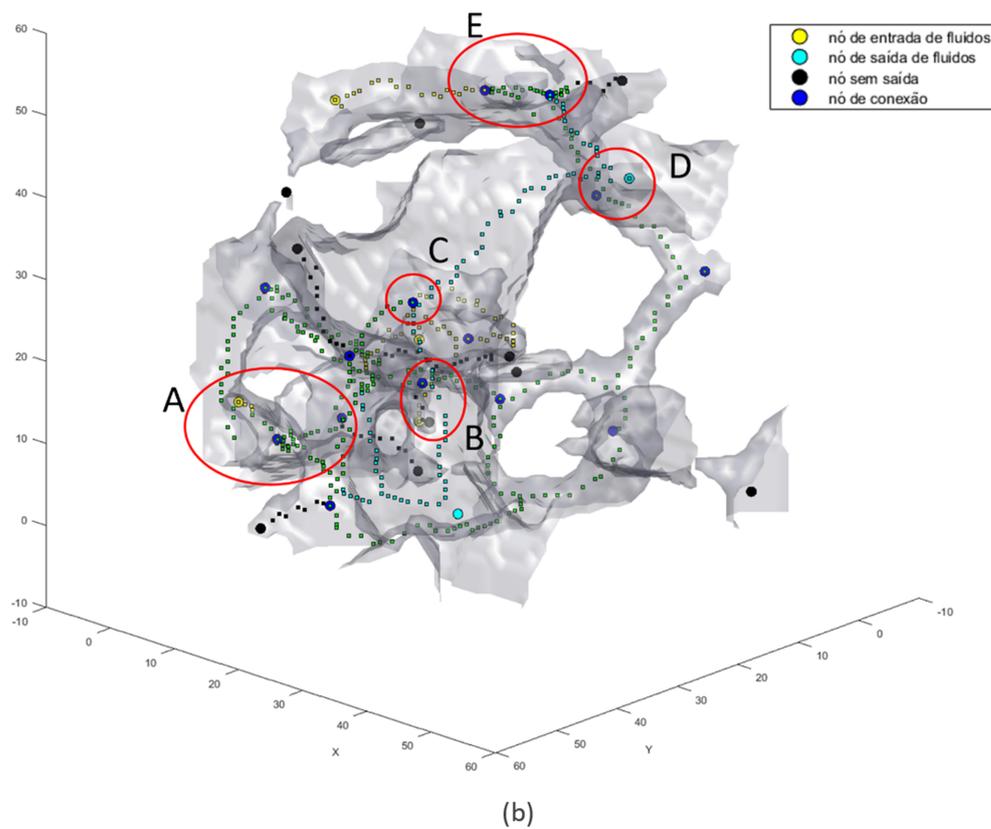
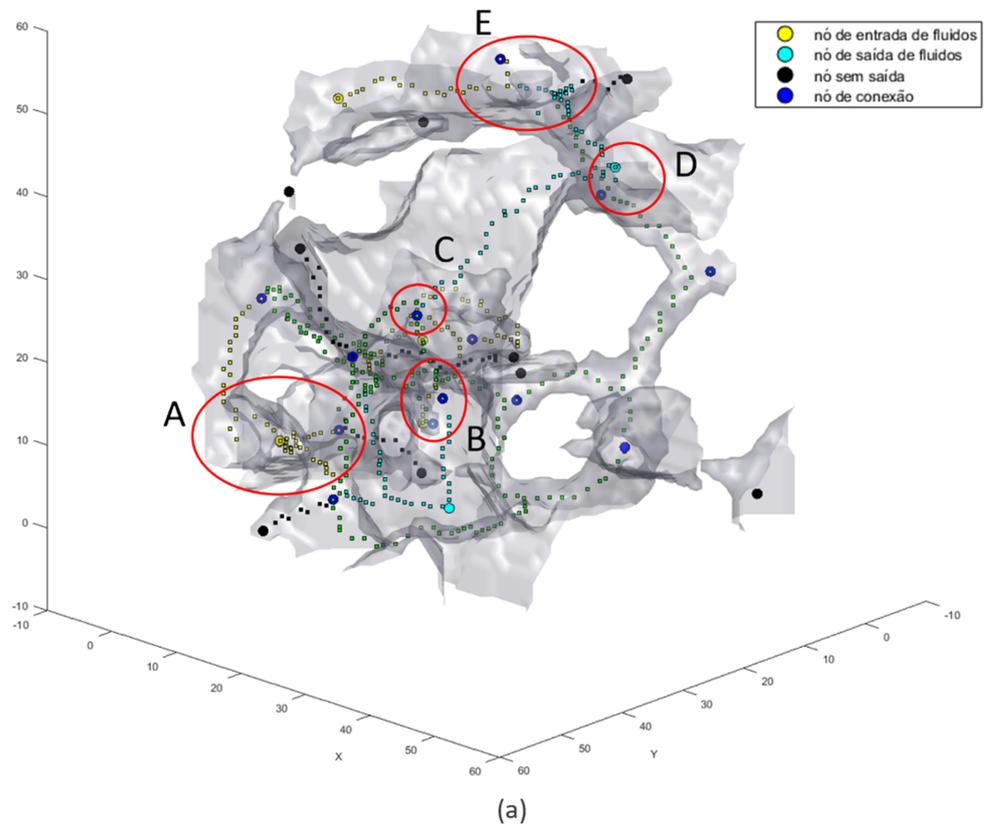
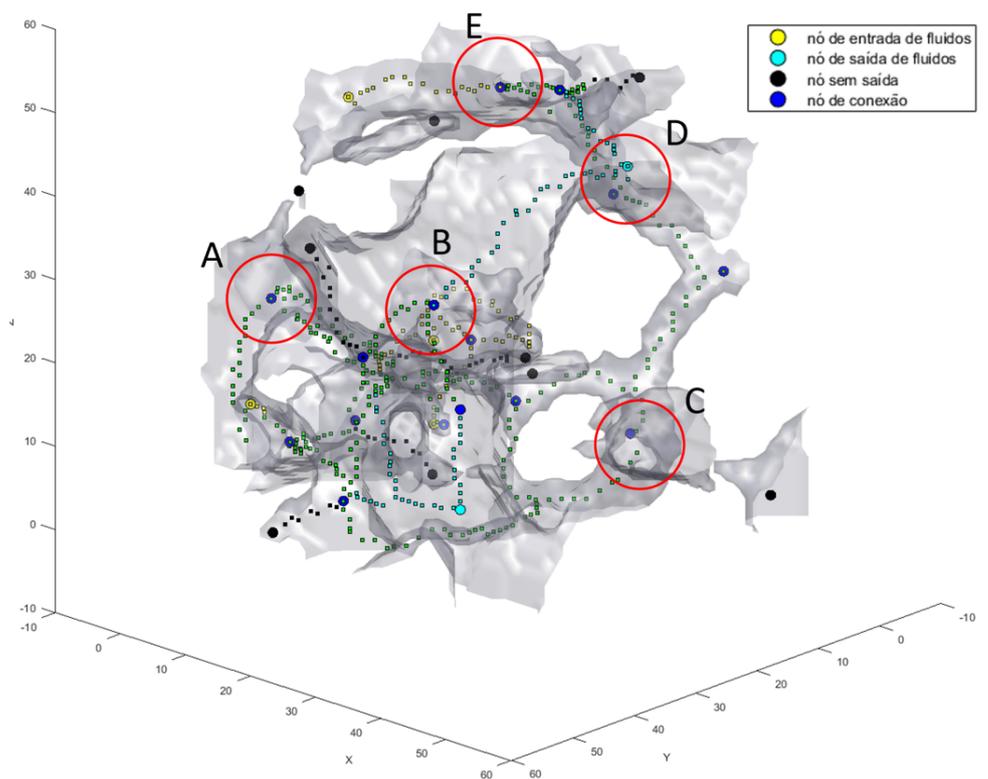
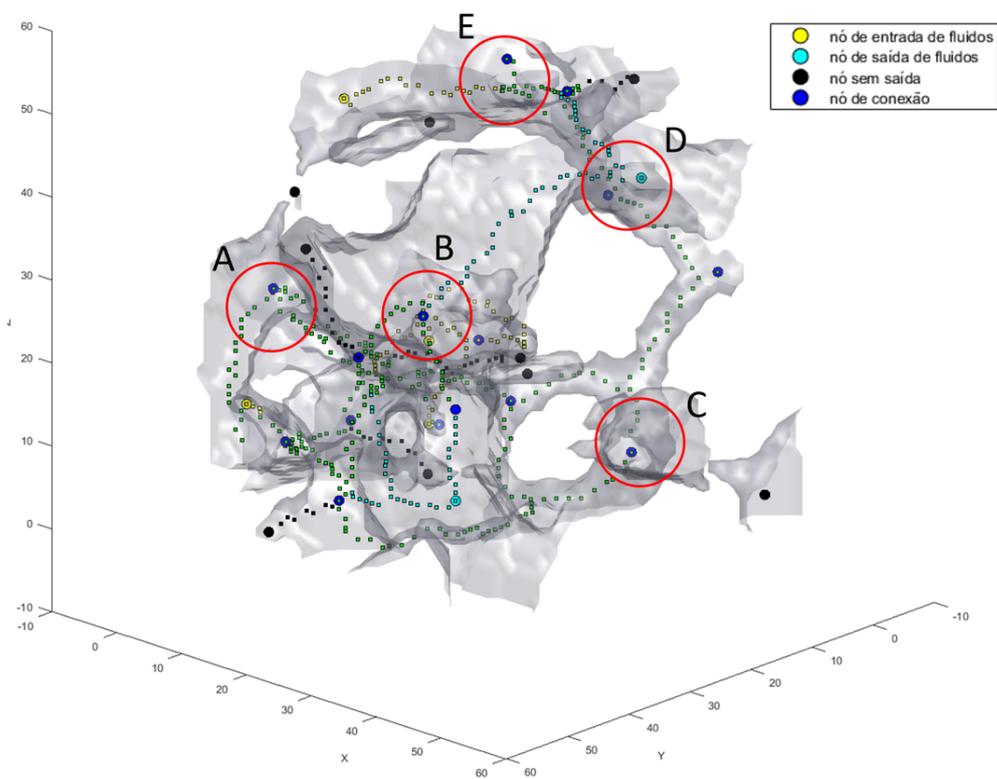


Figura 5.9: Resultado para configuração da estrutura da rede após etapa de agrupamento, (a) simulação 1 e (b) simulação 2.



(a)



(b)

Figura 5.10: Resultado para configuração da estrutura da rede após etapa de agrupamento, (a) simulação 3 e (b) simulação 4.

### 5.1.3

#### Parâmetros da rede

Nesta seção, apresentaremos os resultados para os parâmetros correspondentes a rede de poros e gargantas para amostra Berea, de tamanho  $400 \times 400 \times 400$ , obtidos pelos métodos: bolas máximas (**BM**) (9) e baseado no esqueleto (**BE**) que foi proposto neste trabalho. Para o método baseado em esqueleto iremos apresentar duas abordagens, uma similar ao método de bolas máximas, na qual escolhemos o centro de poro e gargantas com base nos máximos e mínimos locais respectivamente, a qual denominamos de *caso determinístico*; e outra adotando uma escolha aleatória, a partir de uma distribuição uniforme, para esta abordagem apresentaremos 5 casos distintos como resultados de simulações. Vamos comparar as redes em termos de números de elementos e sua conectividade, distribuições de tamanho, volumes, comprimentos, fatores de forma e proporções.

Na Tabela 5.1, podemos comparar o número de elementos encontrados através das redes geradas pelos métodos BM e BE. Com diferentes abordagens para a definição de poros e gargantas, temos que o modelo proposto BE identificou mais poros e gargantas do que o BM para todos os casos de rede apresentados. Este fato, pode estar associado ao valor definido como raio mínimo para determinar se um *voxel* é candidato a poro no método BM, já que não é feita uma distinção similar no algoritmo BE. Outra possibilidade está no fato de que o algoritmo de erosão tende a encontrar arestas excessivas quando se trata de imagens com bordo irregulares, gerando assim mais poros já que os nós terminais de uma aresta definem poros. Outrossim, temos que as escolhas na etapa de agrupamento de nós impactam diretamente na quantidade de poros, pois os testes de comprimento e de raio são fatores determinantes para remoção de candidatos a poros da rede. Mais ainda, dependendo da métrica utilizada para a atribuição do raio o resultado pode variar consideravelmente.

Tabela 5.1: Número de elementos na rede gerada para amostra de arenito Berea.

| Nº de elementos          | Poros | Gargantas | Poros no bordo |
|--------------------------|-------|-----------|----------------|
| BE - Caso 1              | 7906  | 13657     | 1555           |
| BE - Caso 2              | 7904  | 13669     | 1596           |
| BE - Caso 3              | 7915  | 13686     | 1606           |
| BE - Caso 4              | 7893  | 13671     | 1645           |
| BE - Caso 5              | 7906  | 13668     | 1596           |
| BE - Caso determinístico | 7776  | 13407     | 1536           |
| BM                       | 6298  | 12545     | 447            |

A quantidade de poros no bordo presente na Tabela 5.1, refere-se ao número de poros de entrada e saída na rede. Os valores obtidos pelo método BE são consideravelmente maior do que no BM. A definição de poros de entrada e saída é realizada antes da etapa de agrupamento de nós, à medida que um nó de entrada ou saída é considerado redundante e removido, o nó representante da região passa a carregar o mesmo padrão de informação. Entretanto, não há registro de qual etapa a determinação da entrada e saída do fluxo são realizadas pelo BM. Considerando que se forem feitas só final de todas as etapas de remoção de bolas máximas inclusas em outras, teremos menos esferas centradas nas extremidades do eixo diretor do fluxo como candidatas a entrada/saída de fluxo, o que geraria menos poros condutores de fluidos para o interior/exterior da rede de fato.

Continuando as análises acerca da quantidade de poros, podemos observar a partir da tabela que há uma variabilidade entre as simulações pelo método BE para o número de poros em cada rede. O mesmo ocorre para a quantidade de gargantas obtidas. Este comportamento era esperado já que optamos por escolher aleatoriamente os centros dos poros dentre os nós que eram candidatos. Entretanto, a partir da diferença encontrada entre o caso determinístico e os aleatórios podemos destacar alguns aspectos interessantes. A escolha de um representante para o volume poroso de uma determinada região, o poro, afeta também a conectividade da rede, já que a identificação de gargantas redundantes na rede depende de um teste que considera o raio dos poros. O que observaremos na Seção 5.2 é o impacto que a escolha do centro do poro como máximo local e o da garganta como mínimo traz para as estimativas de propriedades a partir da simulação de fluxo.

A distribuição dos números de coordenação das redes geradas por ambos métodos são apresentadas na Fig. 5.11. Ao comparar o método BM com o caso determinístico, a média do número de coordenação encontrada foi de 3,91 para o BM e 3,25 para o BE. Podemos observar através do gráfico apresentado que há uma concentração maior de poros isolados ou com apenas uma conexão nas redes geradas pelo BE, este comportamento pode estar associado a ordenação da lista dos candidatos a remoção na etapa de agrupamento, que priorizava manter na rede os nós com maior raio.

Por exemplo, suponhamos que em uma região haviam 3 nós conectados entre si, sendo os dois nós terminais com raios menores do que o nó de conexão e as duas arestas terminais redundantes. Ao compararmos dois-a-dois o nó de conexão com cada um dos nós terminais, restaria apenas o próprio nó de conexão para representar o volume poroso. Assim, o número de coordenação do nó de conexão que era inicialmente 2, passa a ser 0.

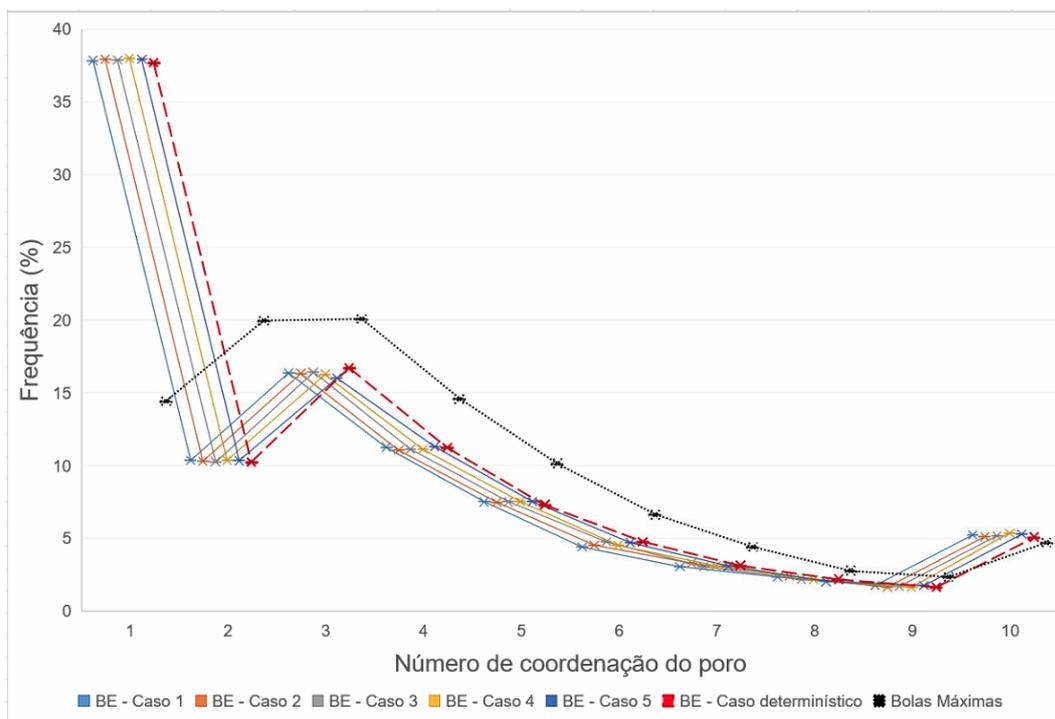


Figura 5.11: Distribuição do número de coordenação dos poros para a amostra Berea para os métodos de BM e BE.

Observamos que o resultado disponibilizado para o fator de forma da rede de poros e gargantas referente a amostra Berea extraídas pelo método BM apresentou um comportamento similar a uma distribuição normal, mais ainda, uma espécie de truncamento ocorre já que os valores não ultrapassam um limitante. Tal fato pode ser verificado no gráfico apresentado na Figura 5.12. Destacamos que quando calculamos, inicialmente, os valores de fator de forma para a rede de poros e gargantas obtida pelo método BE, utilizando a Eq. 4-10, os resultados encontrados para a mesma amostra não proporcionaram dados com uma natureza compatível aos obtidos pelo método de BM. Verificamos uma variabilidade maior na distribuição do fator de forma, diferentemente dos dados apresentados na Figura 5.12 onde mais do que 99% dos elementos da rede possuem seção transversal triangular (fator de forma  $\subset (0, 0,0481]$ ).

Esta alta concentração de seções transversais triangulares, obtida de forma não justificada, gera um impacto na simulação bifásica de fluxo. Devido a isso, na análise comparativa com os resultados encontrados pelo algoritmo de bolas máximas, optamos por adotar o fator de forma como uma distribuição normal que possui média e desvio padrão tal qual aos encontradas nos dados relacionados ao fator de forma das redes de poros e gargantas extraídas a partir das imagens das respectivas amostras consideradas, utilizando o método BM.

Ao compararmos as distribuições para os raios e volumes dos poros presentes nas Figuras 5.13 e 5.14 respectivamente, podemos compreender os

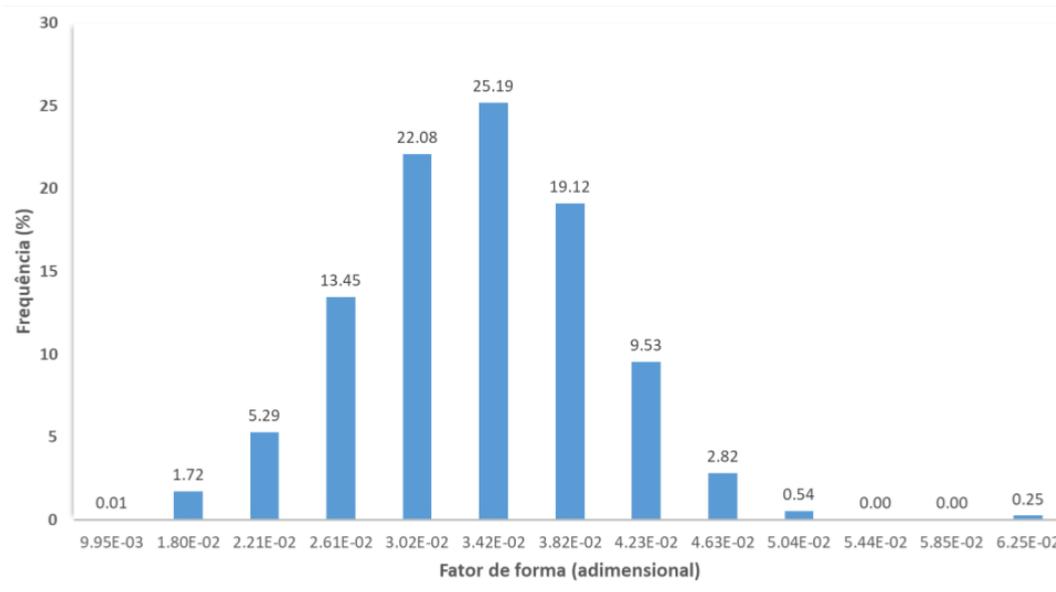


Figura 5.12: Distribuição dos valores de fator de forma. Dados referentes a amostra de rocha Berea que foram obtidos a partir da rede de poros e gargantas extraída pelo algoritmo de bolas máximas.

efeitos das diferentes abordagens adotadas no processo de extração da rede. Essas distribuições foram calculadas a partir frequência do número de poros em cada intervalo. O método BM tende a encontrar uma quantidade de poros com medida de raio maior mais frequentemente do que o método BE. Mais ainda, o método BE possui uma presença de poros com raio pequeno muito superior ao método BM. Além das escolhas durante o processo de agrupamento na geração da rede, o esqueleto obtido via algoritmo de erosão não necessariamente está localizado na região central do espaço poroso, onde há presença dos *voxels* com maior distância ao bordo.

Por conseguinte, este desempenho é refletido no volume dos poros. De forma que temos uma concentração de mais de 50% de poros com medida de volume maior do que  $9,0E^{-14}mm^3$  para o método BM enquanto para o método BE uma porcentagem similar é encontrada para poros com medida de volume inferior a  $3,0E^{-14}mm^3$ . Apesar de se tratar de valores de volumes muito baixos, em uma modelagem em microescala, essa é uma discrepância considerável principalmente para a estimativa de propriedades como porosidade, o que mostra que as redes de poros e gargantas extraídas o método BE tende subestimar o volume poroso.

Em contra-partida, as redes geradas a partir do modelo BE apresentam gargantas com comprimento efetivo superior as da rede obtida pelo método BM na maioria dos casos, como por ser visto na Fig. 5.15. Isto se deve ao fato de utilizarmos um esqueleto obtido via algoritmo de erosão como estrutura da rede, capturando assim a tortuosidade das curvas que conectam os centro dos

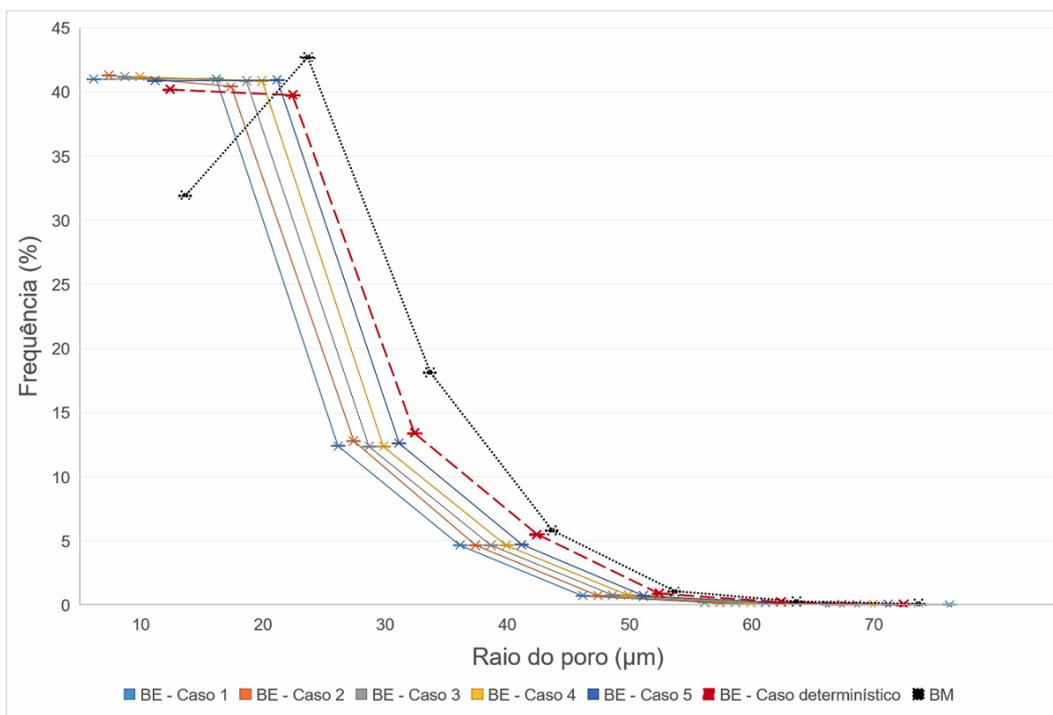


Figura 5.13: Distribuição do tamanho de raio dos poros

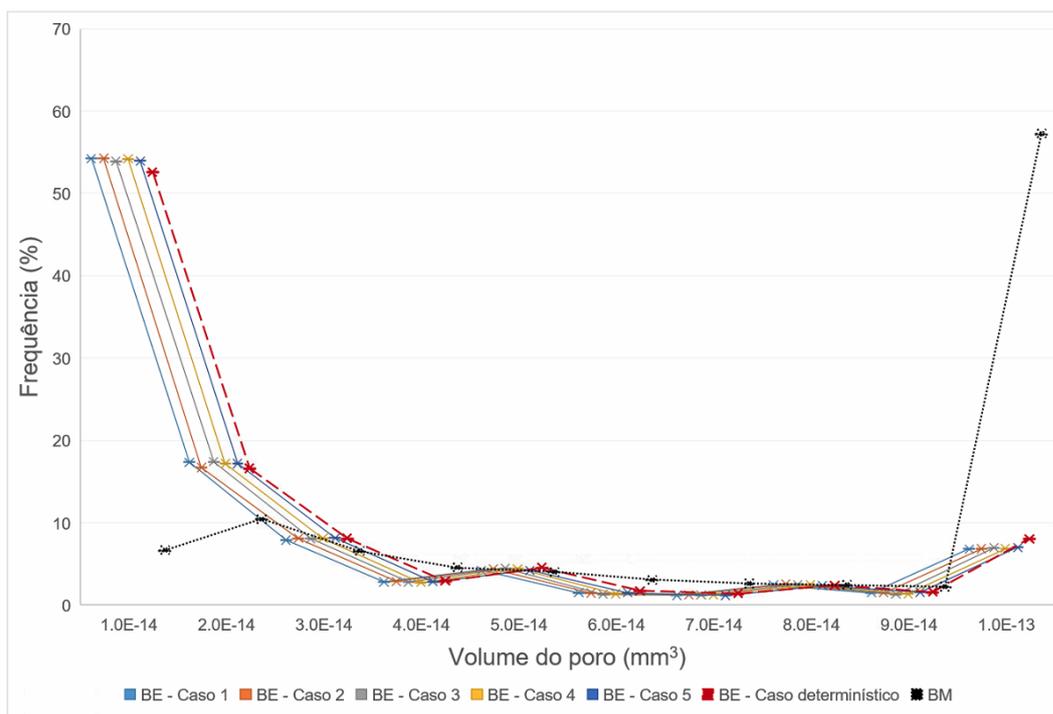


Figura 5.14: Distribuição do volume dos poros

poros. Tal tortuosidade também é menosprezada pelo método BM no cálculo do comprimento efetivo das gargantas. Deste modo, o método BM é propenso a subestimar o comprimento efetivo das gargantas.

Devido a construção do método BM estar baseada em localizar máximos

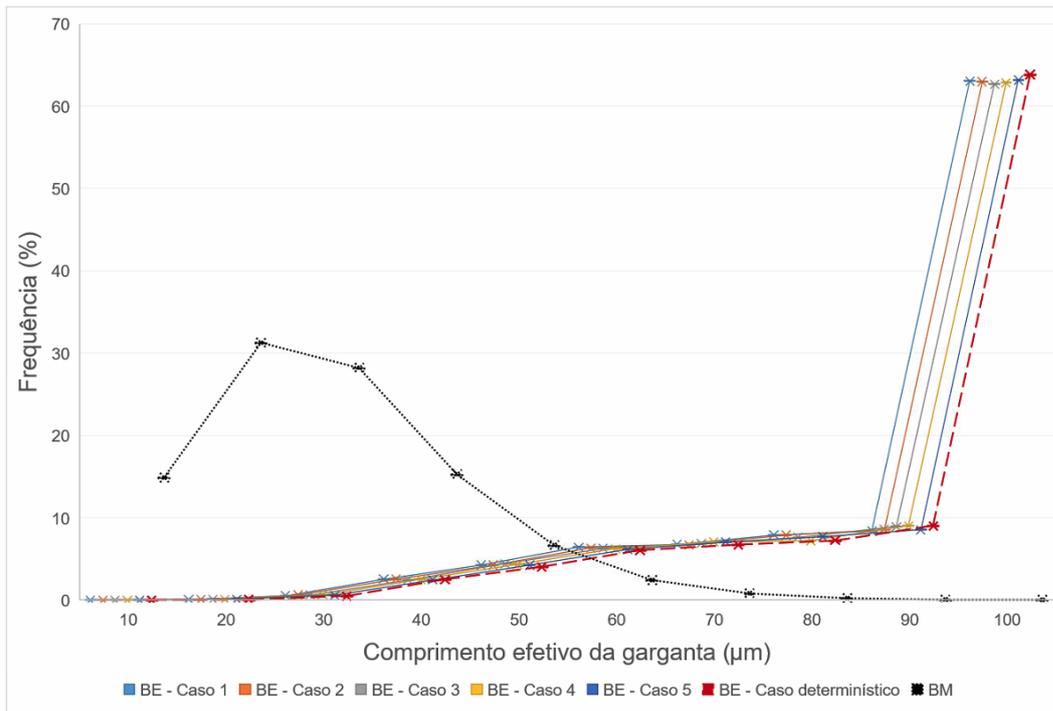


Figura 5.15: Distribuição do comprimento das gargantas

e mínimos locais para representar a região porosa como poros e gargantas respectivamente, a partir da distribuição dos raios (Fig. 5.16) temos que os resultados dos raios encontrados para esta abordagem tendem a ser menores do que os do método BE em todos os casos. Já que os pontos na aresta do esqueleto podem não estar necessariamente associados aos *voxels* com raio mínimo. Além disso, a determinação do centro do poro afeta a escolha do centro da garganta pois estabelecemos que o centro da garganta deve possuir raio menor do que os dos poros que ela conecta. Este fator visa satisfazer a hipótese de que a garganta é uma restrição hidráulica ao fluxo, condicionando portanto a seleção dos centros das gargantas a escolha dos centros dos poros.

Ademais, variar a escolha dos centros dos poros interfere também na conectividade da rede. De modo que o centro das gargantas, conseqüentemente, os raios e as distâncias entre os centros de poros e gargantas também variam. Sendo assim os testes de redundância e a identificação de espúrios apresentam resultados diferentes e, portanto, a configuração da rede será modificada. Chamamos atenção aqui para esta variação na configuração da rede a partir da escolha aleatória dos centros dos poros e gargantas, a qual proporciona a geração de múltiplos cenários.

As divergências nas distribuições dos raios e no comprimento efetivo das gargantas refletem na distribuições para os volumes das gargantas, como apresentado na Fig. 5.17. Quando comparamos os resultados obtidos pelas diferentes abordagens podemos observar que o método BE tende a

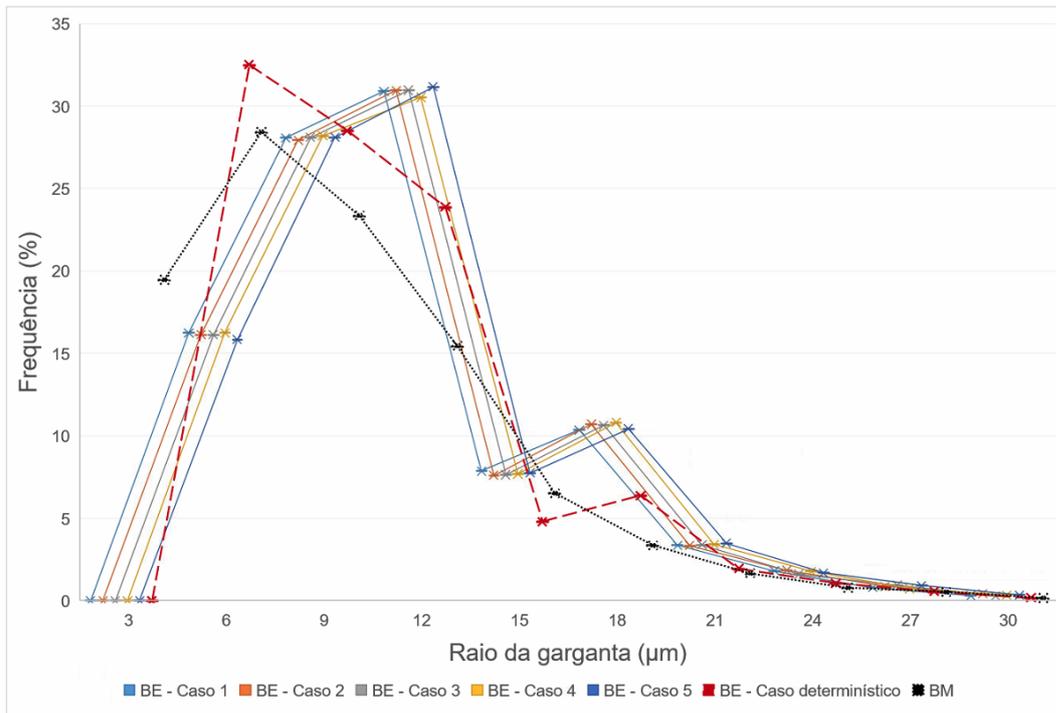


Figura 5.16: Distribuição dos tamanhos de raio das gargantas

encontrar gargantas que concentram maior volume. Este fato condiz com os comportamentos apresentados anteriormente, já que o volume é calculado em função da quantidade de *voxels* dentro da região delimitada pelo raio ao longo do comprimento da garganta.

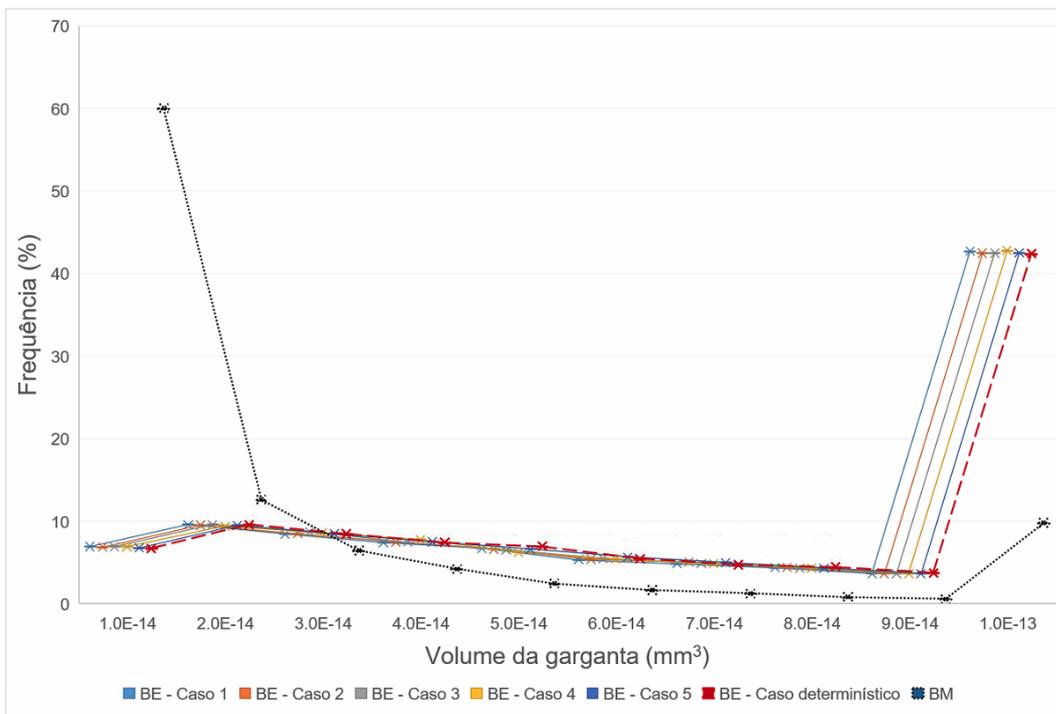


Figura 5.17: Distribuição do volume das gargantas

## 5.2

### Estimativas de propriedades via simulação de fluxo

Nesta seção apresentaremos os resultados obtidos a partir de uma simulação de fluxo bifásica, água e óleo, em escala de poros, para a predição as propriedades de transporte das redes extraídas. Utilizamos o simulador *Pnflow*, que é muito similar ao *Poreflow* desenvolvido a partir do trabalho de Valvatne e Blunt (2004) (3). O qual visa entender como fluidos imiscíveis, geralmente óleo e água, fluem através de materiais porosos quando as superfícies dos poros exibem características de molhabilidade tanto para a água quanto para o óleo, com uma modelagem preditiva para simular o fluxo bifásico em meios porosos com propriedades mistas de molhabilidade. Este foi o mesmo simulador empregado para estimativa de propriedade no método BM (9).

As propriedades petrofísicas obtidas a partir do simulador *Pnflow* foram permeabilidade absoluta e fator de formação, estimadas para a amostra de arenito Berea com dimensão  $400 \times 400 \times 400$ . O fator de formação é o inverso da condutividade que é proporcional à área da seção transversal, enquanto a permeabilidade é proporcional à área ao quadrado. O arquivo de entrada fornecido como argumento do executável é igual ao utilizado em (9) para o método BM a fim de gerar resultados a partir do mesmo referencial.

Consideramos todos os casos presentes na seção anterior para análise dos resultados de propriedades, que estão contidos na Tabela 5.2. Incluímos o valor do número de coordenação médio de cada rede para avaliarmos o número de conexões média dos poros, e os dados de permeabilidade média ( $\bar{K}$ ) e fator de formação médio ( $\bar{F}$ ) obtidos a partir da média das direções do eixo principal de fluxo (x, y, z).

Tabela 5.2: Estimativa para as propriedades petrofísicas para amostra Berea

| Método         | BE<br>Caso 1 | BE<br>Caso 2 | BE<br>Caso 3 | BE<br>Caso 4 | BE<br>Caso 5 | BE<br>Caso Det. | BM   |
|----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|------|
| Número         |              |              |              |              |              |                 |      |
| Coord.         | 3,26         | 3,26         | 3,26         | 3,26         | 3,26         | 3,25            | 3,98 |
| Médio          |              |              |              |              |              |                 |      |
| $K_x$ (mD)     | 1262         | 1232         | 1257         | 1265         | 1220         | 482             | 1360 |
| $K_y$ (mD)     | 1311         | 1350         | 1283         | 1304         | 1334         | 501             | 1304 |
| $K_z$ (mD)     | 1282         | 1285         | 1278         | 1314         | 1284         | 497             | 1193 |
| $\bar{K}$ (mD) | 1285         | 1289         | 1273         | 1294         | 1279         | 593             | 1286 |
| $F_x$          | 22,2         | 22,2         | 22,1         | 22,1         | 22,4         | 34,5            | 23,1 |
| $F_y$          | 21,2         | 20,7         | 21,4         | 21,2         | 20,8         | 33,1            | 23,9 |
| $F_z$          | 21,8         | 22,0         | 21,7         | 21,5         | 21,5         | 33,8            | 25,2 |
| $\bar{F}$      | 21,8         | 22,0         | 21,7         | 21,5         | 21,5         | 33,8            | 25,2 |

Uma vez que ajustamos o cálculo do fator de forma para condizer

com o processo adotado pelo método BM, temos que os resultados para os casos de 1 a 5 obtiveram valor médio de permeabilidade próximos ao encontrado pelo método BM e também ao resultado da simulação direta na imagem que foi de  $1286mD$  (9). Entretanto, no caso determinístico, encontramos valores que subestimam a permeabilidade da amostra. Fato que precisa de mais investigação. Acreditamos que ao escolhermos o centro do poro com maior raio, encontramos mais espúrios conectados a este poro e eliminamos um maior número de possíveis gargantas da rede, o que afeta a conectividade da rede. Sendo assim, para este modelo baseado em esqueleto, uma abordagem que avalia diferentes configurações para a rede se torna ainda mais interessante, pois viabiliza ajustes tanto na disposição dos elementos da rede e, conseqüentemente na geometria, como também nos parâmetros que descrevem a rede para a simulação de fluxo.

## 6

### Conclusão e trabalhos futuros

A utilização de modelos digitais para a análise de uma rocha por meio de uma simulação de fluxo de fluido monofásica ou bifásica é capaz de gerar bons resultados para as estimativas de propriedades. Contudo, existe uma limitação sobre a resolução da imagem micro-tomográfica (31), mais ainda, os desafios em lidar com múltiplas escalas em uma mesma imagem.

Apresentamos, neste trabalho, duas principais abordagens: via algoritmos de erosão e bolas máximas, para geração de uma rede de poros e gargantas a partir de uma imagem digital tridimensional de amostra de rocha. O esqueleto obtido por algoritmo de erosão fornece uma garantia de que a topologia do espaço poroso é preservada, de modo que não há remoção ou inclusão de poros quando é feita a reconstrução da superfície que delimita a região porosa através do esqueleto. Entretanto, a sensibilidade a irregularidades da imagem fazem com que muitas arestas redundantes sejam geradas no esqueleto, cuja remoção completa é difícil e desafia uma segmentação precisa do esqueleto em poros e gargantas a partir dos nós e arestas.

Um aspecto positivo do método de bolas máximas está na captura da região de espaço poroso mais amplo, correspondente aos poros geométricos. Como desvantagens o método tende encontrar muitos poros e gargantas pequenos; e também a subestimar o comprimento de poros e gargantas quando o caminho é tortuoso. A partição do meio poroso em poros e gargantas utiliza um critério baseado em máximos e mínimos locais a partir de um mapa de distâncias euclidiana.

Tanto o método baseado em algoritmo de erosão quanto o baseado em mapa de distância envolvem escolhas arbitrárias para definição de poros e gargantas. A vantagem ao optar por uma abordagem híbrida está integração dos pontos positivos de ambos os algoritmos. Consideramos uma modelagem híbrida que prioriza a preservação da topologia através da extração de um esqueleto via algoritmo de erosão, mas buscamos por uma variabilidade nas escolhas arbitrárias que definem a partição do espaço poroso. Adotamos uma abordagem não-determinística que possibilitou a geração múltiplos cenários. Além disso, utilizamos como referência a transformada de distância euclidiana em cada ponto com a finalidade de se obter uma melhor representação geométrica do meio poroso. Definimos os poros de entrada e saída de forma que contribuísse para uma maior conectividade para a entrada e saída de fluidos. E consideramos a tortuosidade das gargantas no cálculo do comprimento efetivo,

obtendo gargantas com maior comprimento.

A partir da comparação entre os resultados encontrados nas 5 simulações não-determinísticas e a determinística com a obtida pelo o método de bolas máximas, observamos que a escolha dos centros a partir dos máximos e mínimos locais para o algoritmo proposto pra extração da rede de poros e gargantas apresentou resultados abaixo do esperado. Apesar do enfoque geométrico na escolha dos centros de poros e gargantas ser um fator importante, a conectividade da rede possui grande impacto na simulação do deslocamento de fluidos.

Outrossim, a divergência encontrada para o resultado determinístico mostra também que neste caso a busca pelo raio máximo e mínimo, como centro de poro e garganta respectivamente, pode não ser suficientes para a construção de uma rede que seja representativa para estimar propriedades petrofísicas, principalmente em uma modelagem que utiliza em sua estrutura um esqueleto como base. Devido o processo de definição de poros e gargantas envolver escolhas arbitrárias, a abordagem não-determinística viabiliza um ajuste na configuração da estrutura rede a partir de um resultado de referência.

A aplicação de um método de otimização para ajuste da rede, a partir da comparação com resultados laboratoriais ou via simulação direta na imagem por Lattice Boltzmann, seria um caminho interessante para ajustar os parâmetros do modelo. Deixamos aqui então esta sugestão para uma pesquisa futura. Assim como a avaliação do impacto das escolhas arbitrárias consideradas na determinação dos parâmetros da rede ao comparar com um caso de referência.

## 7

### Referências bibliográficas

- 1 BAKKE, S.; ØREN, P.-E. 3-d pore-scale modelling of sandstones and flow simulations in the pore networks. **Spe Journal**, OnePetro, v. 2, n. 02, p. 136–149, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 16.
- 2 SHIN, H. et al. Analysis of the vesicular structure of basalts. **Computers & geosciences**, Elsevier, v. 31, n. 4, p. 473–487, 2005. Citado 7 vezes nas páginas 10, 16, 31, 32, 39, 40 e 47.
- 3 VALVATNE, P. H.; BLUNT, M. J. Predictive pore-scale modeling of two-phase flow in mixed wet media. **Water resources research**, Wiley Online Library, v. 40, n. 7, 2004. Citado 5 vezes nas páginas 10, 16, 40, 51 e 70.
- 4 AL-RAOUSH, R.; WILLSON, C. Extraction of physically realistic pore network properties from three-dimensional synchrotron x-ray microtomography images of unconsolidated porous media systems. **Journal of hydrology**, Elsevier, v. 300, n. 1-4, p. 44–64, 2005. Citado na página 16.
- 5 BULTREYS, T.; BOEVER, W. D.; CNUUDE, V. Imaging and image-based fluid transport modeling at the pore scale in geological materials: A practical introduction to the current state-of-the-art. **Earth-Science Reviews**, Elsevier, v. 155, p. 93–128, 2016. Citado na página 16.
- 6 MEHMANI, A.; VERMA, R.; PRODANOVIĆ, M. Pore-scale modeling of carbonates. **Marine and Petroleum Geology**, Elsevier, v. 114, p. 104141, 2020. Citado na página 16.
- 7 LINDQUIST, W.; VENKATARANGAN, A. Investigating 3d geometry of porous media from high resolution images. **Physics and Chemistry of the Earth, Part A: Solid Earth and Geodesy**, Elsevier, v. 24, n. 7, p. 593–599, 1999. Citado na página 16.
- 8 SILIN, D. B.; JIN, G.; PATZEK, T. W. Robust determination of the pore space morphology in sedimentary rocks. In: ONEPETRO. **SPE Annual Technical Conference and Exhibition**. [S.l.], 2003. Citado 7 vezes nas páginas 16, 18, 24, 25, 27, 37 e 47.
- 9 DONG, H. **Micro-CT imaging and pore network extraction**. Tese (Doutorado) — Imperial College London, 2007. Citado 9 vezes nas páginas 16, 45, 46, 47, 48, 51, 63, 70 e 71.
- 10 DONG, H.; BLUNT, M. J. Pore-network extraction from micro-computerized-tomography images. **Physical review E**, APS, v. 80, n. 3, p. 036307, 2009. Citado 11 vezes nas páginas 16, 24, 27, 28, 29, 36, 37, 45, 47, 48 e 51.
- 11 BLUNT, M. J. et al. Pore-scale imaging and modelling. **Advances in Water resources**, Elsevier, v. 51, p. 197–216, 2013. Citado na página 16.

- 12 BLUNT, M. J. **Multiphase flow in permeable media: A pore-scale perspective**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 16, 45, 50 e 51.
- 13 JIANG, Z. et al. Efficient extraction of networks from three-dimensional porous media. **Water resources research**, Wiley Online Library, v. 43, n. 12, 2007. Citado 7 vezes nas páginas 16, 17, 23, 31, 34, 36 e 38.
- 14 JIANG, Z. et al. Representation of multiscale heterogeneity via multiscale pore networks. **Water resources research**, Wiley Online Library, v. 49, n. 9, p. 5437–5449, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.
- 15 YI, Z. et al. Pore network extraction from pore space images of various porous media systems. **Water Resources Research**, Wiley Online Library, v. 53, n. 4, p. 3424–3445, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 24.
- 16 LIANG, Y. et al. Medial axis extraction algorithm specializing in porous media. **Powder Technology**, Elsevier, v. 343, p. 512–520, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.
- 17 WANG, C. et al. A new method for pore structure quantification and pore network extraction from sem images. **Energy & Fuels**, ACS Publications, v. 34, n. 1, p. 82–94, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 16, 36 e 38.
- 18 GIBLIN, P.; KIMIA, B. B. A formal classification of 3d medial axis points and their local geometry. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, IEEE, v. 26, n. 2, p. 238–251, 2004. Citado na página 16.
- 19 LEE, T.-C.; KASHYAP, R. L.; CHU, C.-N. Building skeleton models via 3-d medial surface axis thinning algorithms. **CVGIP: Graphical Models and Image Processing**, Elsevier, v. 56, n. 6, p. 462–478, 1994. Citado 8 vezes nas páginas 18, 19, 20, 21, 22, 23, 40 e 54.
- 20 KONG, T.; ROSENFELD, A. Digital topology: Introduction and survey. **Computer Vision, Graphics, and Image Processing**, v. 48, n. 3, p. 357–393, 1989. ISSN 0734-189X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0734189X89901473>>. Citado 3 vezes nas páginas 18, 19 e 20.
- 21 PUDNEY, C. Distance-ordered homotopic thinning: a skeletonization algorithm for 3d digital images. **Computer vision and image understanding**, Elsevier, v. 72, n. 3, p. 404–413, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 23.
- 22 KOLLMANNSBERGER, P. et al. The small world of osteocytes: connectomics of the lacuno-canalicular network in bone. **New Journal of Physics**, IOP Publishing, v. 19, n. 7, p. 073019, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 34, 40 e 54.
- 23 ZHAO, J. et al. Improved pore network models to simulate single-phase flow in porous media by coupling with lattice boltzmann method. **Advances in Water Resources**, Elsevier, v. 145, p. 103738, 2020. Citado na página 36.

- 24 LINDQUIST, W. B. et al. Medial axis analysis of void structure in three-dimensional tomographic images of porous media. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, Wiley Online Library, v. 101, n. B4, p. 8297–8310, 1996. Citado na página 38.
- 25 COLLINS, R. E. Flow of fluids through porous materials. Petroleum Publishing Co., Tulsa, OK, 1976. Citado na página 43.
- 26 ROSA, C. e. X. **Engenharia de reservatório de petróleo**. [S.l.]: Editora Interciência, 2006. Citado na página 44.
- 27 SCHEIDEGGER, A. E. The physics of flow through porous media. In: **The Physics of Flow Through Porous Media (3rd Edition)**. [S.l.]: University of Toronto press, 1974. Citado na página 45.
- 28 DULLIEN, F. A. **Porous media: fluid transport and pore structure**. [S.l.]: Academic press, 1992. Citado na página 45.
- 29 ØREN, P.-E.; BAKKE, S. Reconstruction of berea sandstone and pore-scale modelling of wettability effects. **Journal of petroleum science and engineering**, Elsevier, v. 39, n. 3-4, p. 177–199, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 50.
- 30 RAOOF, A. et al. Poreflow: A complex pore-network model for simulation of reactive transport in variably saturated porous media. **Computers & Geosciences**, Elsevier, v. 61, p. 160–174, 2013. Citado na página 50.
- 31 LIANG, Z.; IOANNIDIS, M.; CHATZIS, I. Geometric and topological analysis of three-dimensional porous media: pore space partitioning based on morphological skeletonization. **Journal of colloid and interface science**, Elsevier, v. 221, n. 1, p. 13–24, 2000. Citado na página 72.