Juliana Abrantes Freire

Contando Matrizes de Sinais Alternados

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Programa de Pós–Graduação em Matemática Pura

Rio de Janeiro
Janeiro de 2005

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Juliana Abrantes Freire

Contando Matrizes de Sinais Alternados

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–Graduação em Matemática Pura do Departamento de Matemática da PUC–Rio

Orientador: Prof. Carlos Tomei

Rio de Janeiro
Janeiro de 2005

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Juliana Abrantes Freire

Contando Matrizes de Sinais Alternados

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós–Graduação em Matemática Pura do Departamento de Matemática do Centro Técnico Científico da PUC–Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Carlos Tomei
Orientador
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. Nicolau Corção Saldanha
PUC–Rio

Prof. George Svetlichny
PUC–Rio

Prof. Carlos Gustavo Moreira
IMPA

Prof. Celina Miraglia de Figueiredo
UFRJ

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC–Rio

Rio de Janeiro, 17 de Janeiro de 2005

Juliana Abrantes Freire

Graduou–se em Engenharia de Computação na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (Rio de Janeiro, Brasil)

Ficha Catalográfica

Freire, Juliana

Contando Matrizes de Sinais Alternados/ Juliana Abrantes Freire; orientador: Carlos Tomei. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Matemática, 2005.

v., 65 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Matemática – Teses. I. Tomei, Carlos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Matemática. III. Título.

CDD: 510

Agradecimentos

Ao meu orientador, por um trabalho interessantíssimo que, mais uma vez, deixa claro para mim que não haveria outra coisa senão matemática que me daria tanta satisfação. Por seu jeito singular, sua sinceridade, por todo seu incentivo e pelo grande apoio, às vezes inesperado, nos momentos mais críticos.

À minha mãe, por tudo, mas principalmente por me impedir de enlouquecer.

Finalmente, ao Turbo, por me deixar levá-lo comigo para todos os lugares, pois como todos que me conhecem já perceberam, sem ele eu não saberia nada do que eu sei (ou acho que sei).

Resumo

Freire, Juliana; Tomei, Carlos. **Contando Matrizes de Sinais Alternados**. Rio de Janeiro, 2005. 65p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Durante vinte anos, ficou em aberto uma conjectura de Mills, Robbins e Rumsey para a contagem de Alternating Sign Matrices (Matrizes de Sinais Alternados). Zeilberger demonstrou a validade das fórmulas em meados da década de 90. Esse texto apresenta outra demonstração, atribuída a Kuperberg, que emprega técnicas de física estatística (Gelo Quadrado). São apresentadas também formulações alternativas que fazem uso de produtos tensoriais matriciais.

Palavras–chave

Matrizes de Sinais Alternados; Gelo Quadrado.

Abstract

Freire, Juliana; Tomei, Carlos. **Counting Alternating Sign Matrices**. Rio de Janeiro, 2005. 65p. MSc. Dissertation — Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

For twenty years, a conjecture by Mills, Robbins and Rumsey on the counting of Alternating Sign Matrices remained open. Zeilberger proved the formulas in the mid-90's. This text presents another proof, attributed to Kuperberg, which uses techniques of statistical physics (square ice). Alternative formulations are also shown, making use of matrix tensor products.

Keywords

Alternating Sign Matrices; Square Ice.

Conteúdo