

Referências bibliográficas

ALMEIDA, A.C., **Manual de perfuração**, PETROBRAS S. A., Salvador – Bahia, 1977.

ANDERECK, C. D., LIU, S. S. & SWINNEY, H. L., Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 164, pp. 155-183, 1986.

ASHRAFI, N. & KHAYAT, R.E., Shear-thinning-induced chaos in Taylor-Couette flow. *Physical Review E*, v. 61, n. 2, pp. 1455-1467, 2000.

BIRD, R.B., **Transport phenomena**. John Wiley & Sons Inc, 808p. 1960.

CAENN, R. & CHIIINGAR, G. V., Drilling fluids: State of the art. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 14, pp. 221-230, 1996.

CHANDRASEKHAR, S., **Hydrodynamic and hydromantic stability**. Dover Publications, 654p, 1961.

COLE, J. A. Taylor-vortex instability and annulus-length effects, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 75, pp. 1-15, 1976.

CORONADO-MATUTTI, O. Instabilidade de Taylor-Couette em escoamentos de fluidos viscoplásticos. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 2002.

CORONADO-MATUTTI O, MENDES P.R.S, CARVALHO M.S., Instability of inelastic shear-thinning liquids in a Couette flow between concentric cylinders *Journal of Fluids Engineering - Transactions of the Asme*. v.126, n.3, pp. 385-390, 2004.

DIPRIMA, R. C. & STUART J. T., Non-local effects in the stability of flow between eccentric rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 54, pp. 393-415, 1972.

DIPRIMA, R. C. & STUART J. T., Hydrodynamic Stability. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 50, pp. 983-991, 1983.

DIPRIMA, R. C., EAGLES, P. M. & NG, B. S., The effect of radius ratio on the stability of Couette flow and Taylor Vortex flow. *Physics Fluids*, vol. 27, n. 10, pp. 2403-2411, 1984.

DOMINGUEZ-LERMA, M.A., AHLERS, G. & CANNELL, D.S., Effects of "Kalliroscope" flow visualization particles on rotating Couette-Taylor flow. *Physic Fluids*, v. 28, n.4, pp. 1204-1206, 1985.

DONNELLY, R.J., Taylor-Couette flow: the early days. *Physics Today*, November, pp. 32-39, 1991.

DONNELLY, R. J. & SIMON, J., An empirical torque for supercritical flow between rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 26, pp. 401-418, 1960.

Dring, R.P., Sizing criteria for laser anemometry particles. *Journal of Fluid Engineering*, v. 104, pp. 15-17, 1982.

EAGLES, P. M., STUART, J.T. & DIPRIMA, R. C., The effects of eccentricity on the torque and load in Taylor-vortex flow. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 87, pp. 209-231, 1978.

ESCUDIER, M. P., GOULDSON, I. W., Concentric annular-flow with centerbody rotation of a Newtonian and a shear-thinning liquid. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 16, n. 3, pp. 156-162, 1995.

ESCUDIER, M. P., GOULDSON, I. W. JONES, D. M., Taylor vortices in Newtonian and shear-thinning liquids. *Proc. R. Soc. London A*, vol. 449, pp. 155-176, 1995.

ESCUDIER, M. P., Oliveira, P.J. & Pinho, F.T., Fully developed laminar flow of purely viscous non-Newtonian liquids through annuli, including the effects of eccentricity and inner-cylinder rotation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 23, pp. 52-73, 2002.

FIGLIOLA, R. S., BEASLEY, D. E., Theory and design for mechanical measurements. 2.ed., John Wiley & Sons, 1995. 607 p.

GOLLUB, J.P. & SWINNEY, H.L., Onset of turbulence in a rotating fluid, *Physical Review Letters*, V. 35, n. 14, pp. 927-930, 1975.

GORMAN, M. & SWINNEY, H.L., Visual Observation of the second characteristic mode in a quasiperiodic flow. *Physical Review Letters*, v. 43, n. 25, pp. 1871-1875, 1979.

JONES, C.A., The transition to wavy Taylor vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 157, pp. 135-162, 1985.

LIM, T.T., Chew, Y.T. & XIAO, Q., A new flow regime in a Taylor-Couette Flow, *Physics of Fluids*, v. 10, n. 12, 1998.

LOCKETT, T. J., RICHARDSON, S. M. & WORRAKER, W. J., The stability of inelastic non-Newtonian fluids in Couette flow between concentric cylinders. *Journal of non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 43, pp. 165-177, 1992.

LOCKETT, T. J., RICHARDSON, S. M. & WORRAKER, W. J., The importance of rotation effects for efficient cuttings removal during drilling, SPE 25768, pp 861-869, 1993.

LOUREIRO, B.V., NIECKELE, A.O. & SOUZA-MENDES, P.R., Helical flow of a viscoplastic material through the developing region of annular spaces, *Proceedings of IMECE'2002*, New Orleans, Louisiana, 2002.

LUEPTOW, R. M., DOCTER, A. MIN, K. Stability of axial flow in an annulus with a rotating inner cylinder. *Physics of Fluids A*, vol. 4, n. 11, 1992.

MARTINS, A. L., LEAL, R. A. F. & LIBERATORI, J. W. C., Metodologia para avaliação dos efeitos da rotação da coluna no transporte de cascalhos durante a perfuração de poços de petróleo horizontais, **In: XXVIII Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados**. Teresópolis, **Anais ...** Teresópolis: 2000.

MATISSE, P. & GORMAN, M., Neutrally buoyant anisotropic particles for flow visualization. *Physics of Fluids*, v. 27, n. 4, pp. 759-760, 1984.

MOORE, P. L., **Drilling practices manual**, The Petroleum Publishing Co., Tulsa, USA, 1974.

NIÑO, Y., Lopez, F. & Garcia, M., Threshold for particle entrainment into suspension, *Sedimentology*, v. 50, pp. 247-263, 2003.

NOURI, J.M. & WHITELAW, J.H., Flow of Newtonian and non-Newtonian fluids in a concentric annulus with rotation of the inner cylinder. *Journal of Fluid Engineering: Transactions of ASME*, v. 116, pp. 821-827, 1994.

Nouri, J.M. & Whitelaw, J.H., Flow of Newtonian and non-Newtonian fluids in an eccentric annulus with rotation of the inner cylinder. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 18, pp. 236-246, 1997.

PARK, K., CRAWFORD, G.L. & DONNELLY, R.J. Characteristic lengths in wavy vortex state of Taylor-Couette flow. *Physical Review Letters*, V. 51, n. 15, pp. 1353-1354, 1983.

PARK, K., CRAWFORD, G.L. & DONNELLY, R.J., Determination of transition in Couette flow in finite geometries. *Physical Review Letters*, V. 47, n. 20, pp. 1448-1450, 1981(A).

PARK, K. & DONNELLY, R.J., Study of the transition to Taylor vortex flow. *Physical Review A*, V. 24, n. 4, pp. 2277-2279, 1981(B).

PATANKAR, S.V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, McGraw Hill, 197 p., 1980.

PEARSON, J.R.A., Rheological Principles and measurements applied to the problems of drilling and completing oil wells, **In: Xth International Congress on Rheology**, Sydney. **Anais ... v. 1**, pp. 73-78, Sydney: 1988.

PHILIP, Z. SHARMA, M. M. & CHENEVERT, M. E. The role of Taylor Vortices in the transport of drill cuttings, SPE 39504, pp. 77-83, 1997.

RAFFEL, M., WILLERT, C. & KOMPENHANS, J., **Particle image velocimetry: a practical guide**. Springer, 253 p., 1998.

STUART, J. T. On the non-linear mechanics of hydrodynamic stability. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 4, pp. 1-21, 1958.

SPARROW, E.M., MUNRO, W.D. & JONSSON, V.K., Instability of the flow between rotating cylinders: the wide-gap problem, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 20, pp. 35-46, 1964.

TAYLOR, G. I., *Philos. Transactions of Royal Society London*, Ser. A223, 289, 1923.

YEH, Y. & CUMMINS, H.Z., Localized fluid flow measurements with an He-Ne laser spectrometer, *Applied Physics Letters*. V. 4, n. 10, 1964.

IYOHO, A. W., Drilled-cuttings transport by non-Newtonian drilling fluids through inclined, eccentric annuli, Tese de doutorado, University of Tulsa - USA, 1980.

WERELEY, S. & LUEPTOW, R. M., Spatio-temporal character of non-wavy and wavy Taylor-Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 364, pp. 59-80, 1998.

WRONSKI, S. & JASTRZEBSKI, M., Experimental investigations of the stability limit of the helical flow of pseudoplastic liquids. *Rheologica Acta*, v. 29, pp.453-461, 1990.

APÊNDICE A

Teste de Malha tridimensional

As Figuras 103 e 104 ilustram a comparação entre os resultados obtidos pelas simulações numéricas usando as diferentes malhas tridimensionais propostas. A Figura 103 compara os perfis obtidos no plano de $\theta = 180^\circ$ enquanto que a Figura 104 compara os perfis no plano de $\theta = 0^\circ$.

Pode-se constatar que em ambas as figuras o perfil muda apenas para a malha III. Isso se deve ao fato dos vórtices formados nas malhas I e II serem mais largos que os formados na malha III. A diferença no perfil de velocidade entre os resultados obtidos pelas diferentes malhas é pequena, mas a característica geométrica foi alterada significativamente, conforme pode ser verificado na Tabela 9. Na mesma tabela é apresentada a diferença entre os resultados numéricos e experimentais, indicando que a malha III apresenta a menor discrepância. Em função dessas observações, a malha III foi escolhida para todas as simulações tridimensionais. O resultado experimental da largura dos vórtices para essa geometria estudada no teste de malha foi de 46,8 mm.

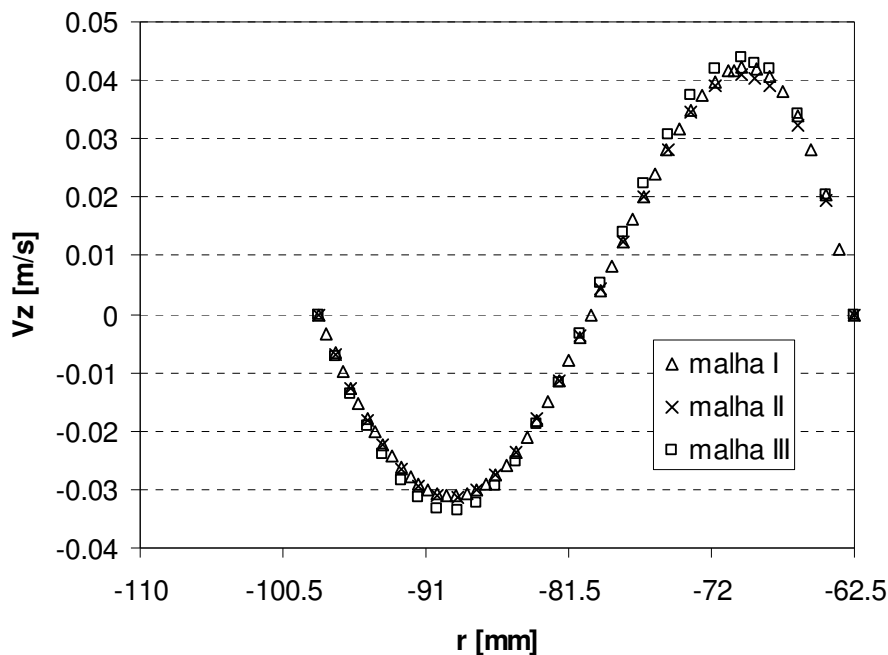


Figura 103 – Comparação entre os perfil de velocidade obtidos por diferentes malhas. Plano $\theta = 180^\circ$. $\chi = 0,250$.

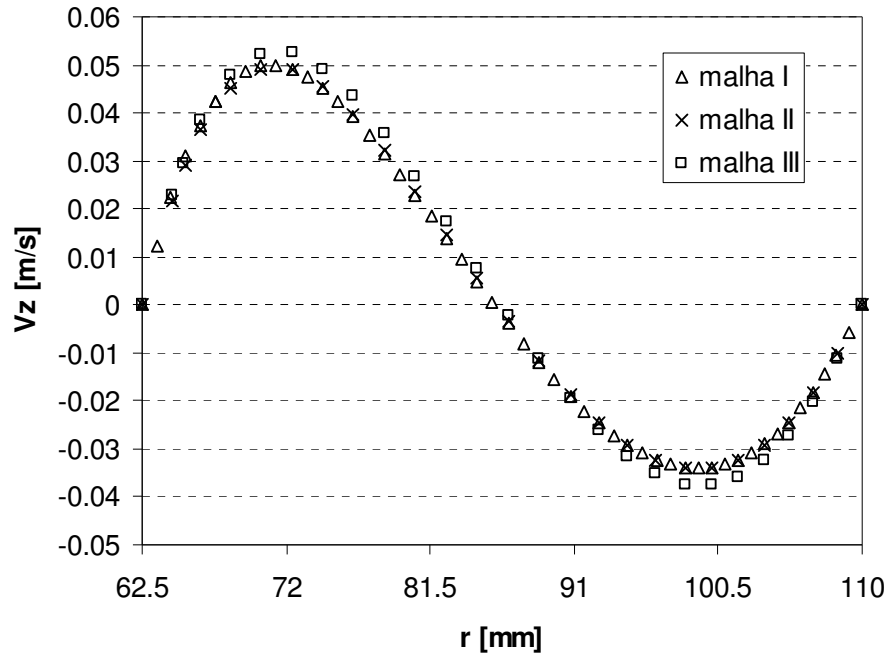


Figura 104 – Comparação entre os perfil de velocidade obtidos por diferentes malhas.
Plano $\theta = 0^\circ$. $\chi = 0,250$.

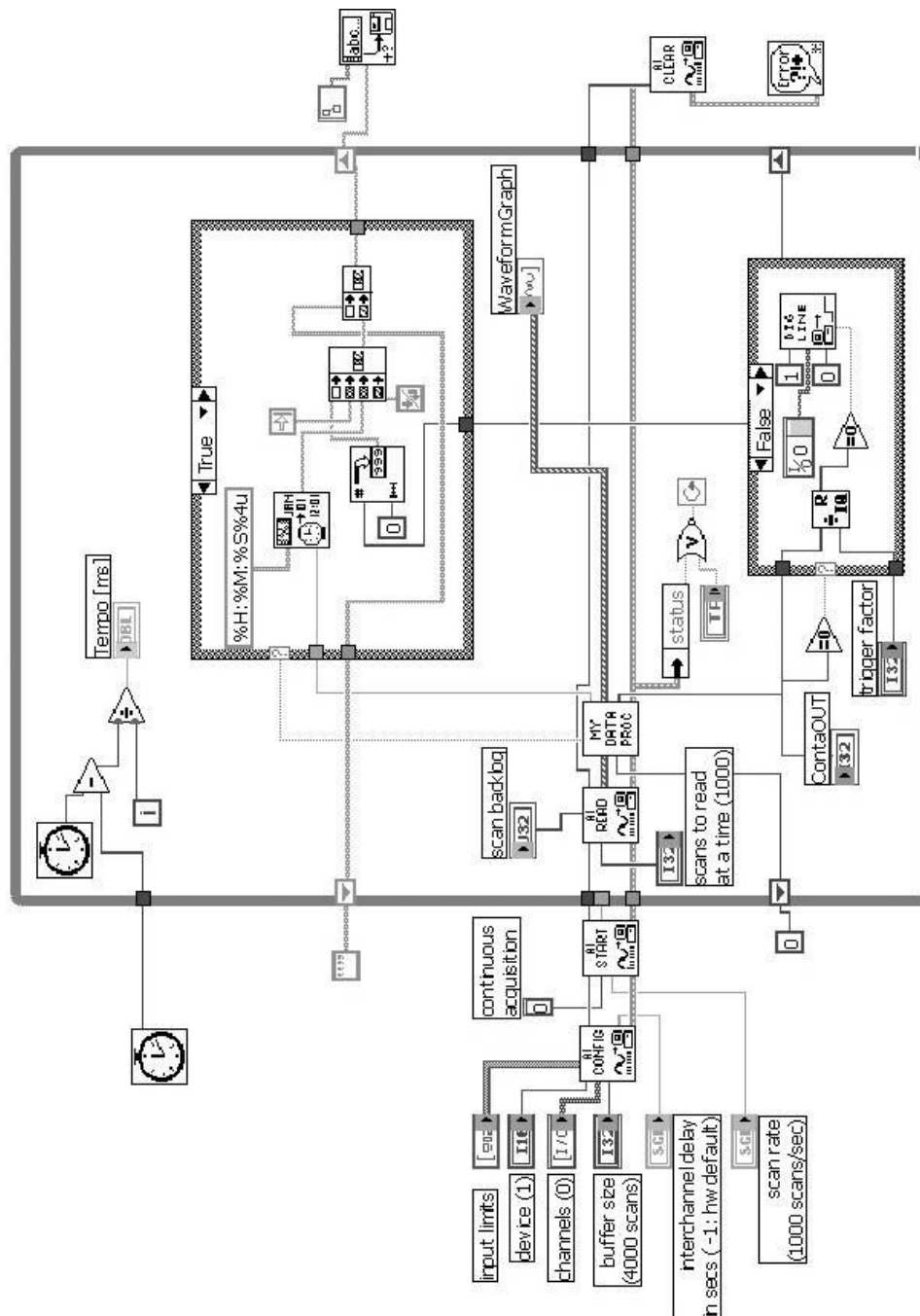
Tabela 9 – Largura dos vórtices para a geometria com obstrução parcial $\chi = 0,250$.

	Malha I	Malha II	Malha III
$\lambda/2$ [mm]	43,2	42,3	49,8
$(\lambda/2)_{Exp} - (\lambda/2)_{Num}$ [mm]	3,6	4,5	3,0

APÊNDICE B

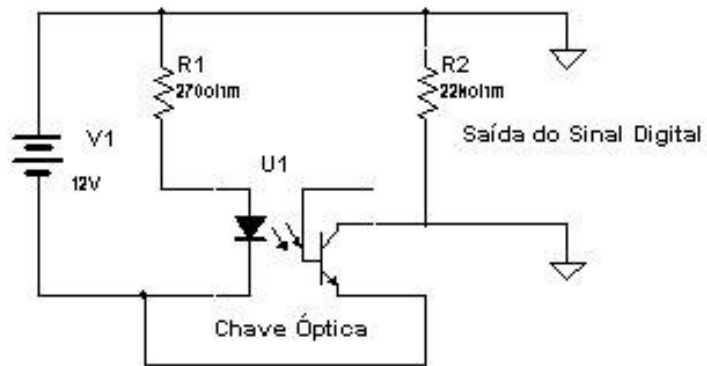
Diagrama de blocos da rotina do LabView para detecção de pulsos

Diagrama de blocos da rotina em LabView para detecção e contagem dos pulsos. A rotina proporcionava também uma saída de trigger para acionar o sincronizador do sistema de velocimetria por imagens de partículas.



APÊNDICE C

Desenho esquemático do circuito do medidor de frequência



APÊNDICE D

Posição do volume de medição da técnica de Laser Doppler

i. Introdução

A utilização do método de velocimetria a laser Doppler requer o conhecimento da localização do volume de medição dentro da região de interesse no experimento. Com o intuito de se obter teoricamente o posicionamento desse volume, desenvolveu-se matematicamente as equações que regem o problema físico em conjunto com equações de trigonometria e geometria. O problema físico é governado basicamente pela lei de Snell, dada pela Equação (73).

$$n_i \text{sen}(\varepsilon) = n_j \text{sen}(\phi) \quad (73)$$

em que n_i e n_j são os índices de refração do primeiro e segundo meio em que o feixe de luz se propaga. ε e ϕ são os ângulos com que os feixes incidente e refratado fazem com a normal da superfície de interface entre os dois meios.

A Figura 105 ilustra as superfícies estudadas e a seqüência dos índices de refração dos meios existentes.

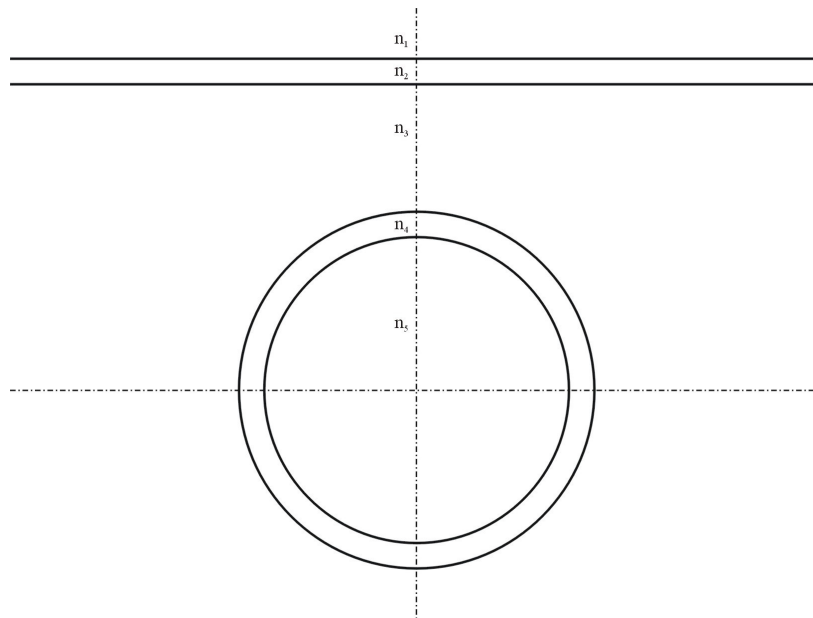


Figura 105 – Desenho esquemático do problema com a disposição dos índices de refração.

ii. Descrição do problema

Feixes de cor I

Dois feixes, A e B, de luz coerente incidem sobre um cilindro de raio externo R_1 e raio interno R_2 . Cada feixe faz um ângulo κ com a linha de centro ($s-s'$) proveniente da sonda de luz. A linha de centro da sonda está paralela e distante $x = d$ da linha de centro ($b-b'$) do cilindro. O ângulo γ de penetração da sonda na circunferência exterior é calculado a partir da distância d . β_{1A} , β_{1B} , β_{2A} e β_{2B} são os ângulos dos arcos das circunferências devido à interseção dos feixes de luz A e B com tais circunferências. θ_{1A} e θ_{1B} são os ângulos com que os feixes A e B fazem com as normais a cada ponto de interseção ao longo do caminho óptico. O desenho esquemático do problema estudado para os feixes de cor I pode ser representado pela Figura 106.

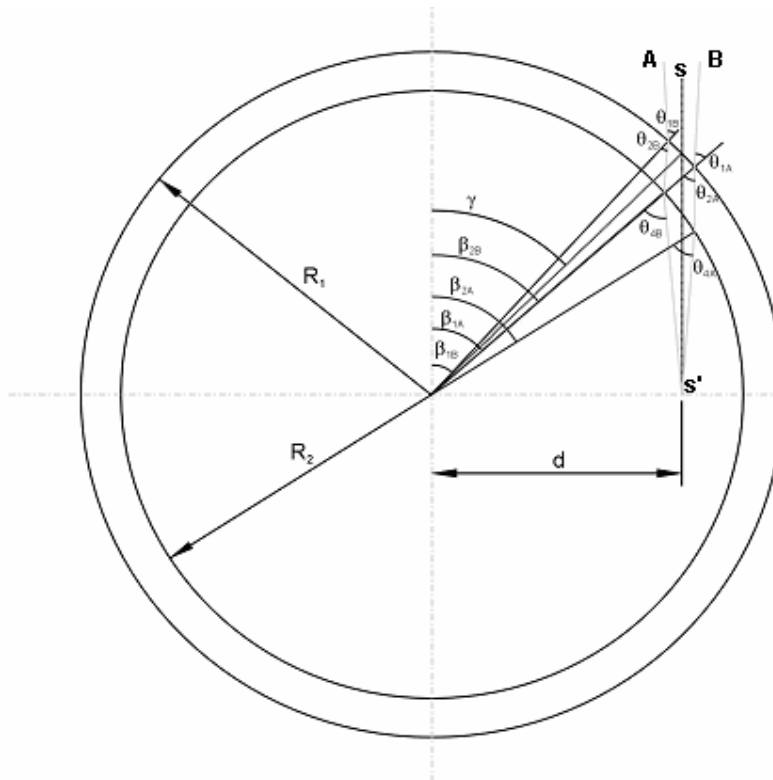


Figura 106 – Desenho esquemático do posicionamento do volume de medição – cor I a partir do deslocamento da sonda.

Feixes de cor II

Dois feixes, C e D, de luz coerente incidem sobre um cilindro de raio externo R_1 e raio interno R_2 . Os dois feixes são paralelos e distantes $x=d$ da linha de centro ($b-b'$). um ângulo κ com a linha de centro ($s-s'$) proveniente da sonda de luz. β_3 e β_4 são os ângulos de penetração da sonda na circunferência exterior e interior respectivamente. κ_3 e κ_5 são os ângulos de incidência proveniente da sonda ao atravessar os meios 3 e 5 respectivamente. L_1 é o deslocamento dos feixes, a partir da parede externa do cilindro, considerando que não há mudança de índice nos meios. X_{v-1} e Y_{v-1} é a posição do volume de medição a partir do centro do cilindro. Um esquema do problema estudado para os feixes de cor II pode ser representado pela Figura 107. A Figura 108 ilustra uma vista longitudinal do cilindro, podendo-se observar a localização Y_{v-1} e a espessura corrigida e^* , que será definida pela Equação (132).

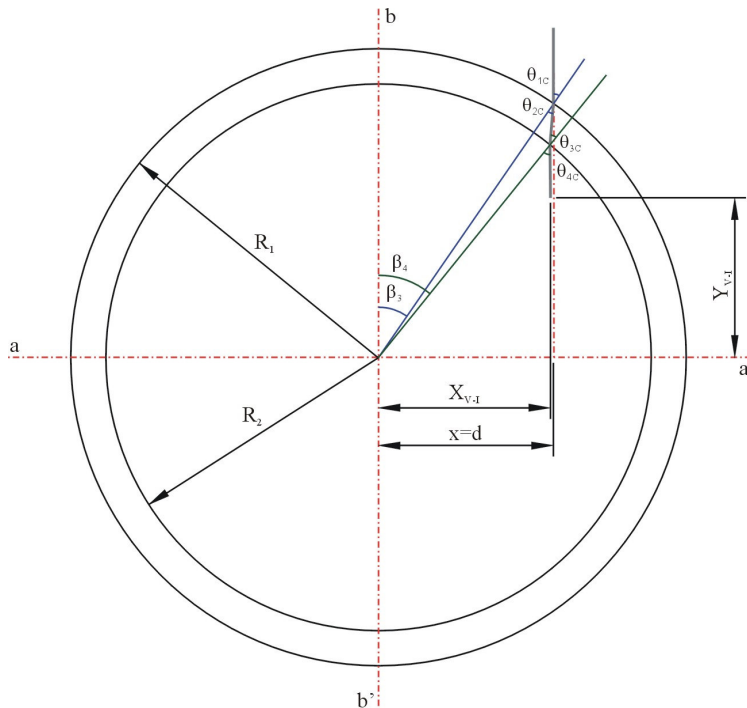


Figura 107 – Desenho esquemático do posicionamento do volume de medição – cor II.

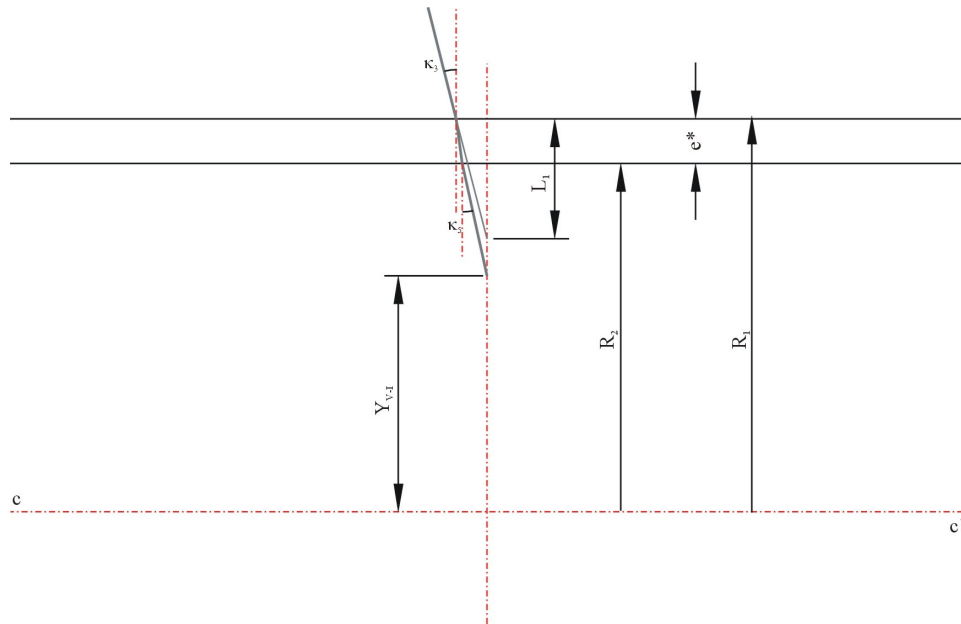


Figura 108 – Desenho esquemático do posicionamento do volume de medição – cor II a partir do deslocamento da sonda. Vista longitudinal.

iii. Desenvolvimento matemático – cor I

OBTENÇÃO DE β_{1A} E β_{1B}

Partindo da informação de que a linha de centro da sonda passa por uma posição $x = d$ da linha de centro das circunferências estudadas, pode-se calcular o ângulo γ de penetração da sonda na circunferência exterior, através da Eq. (74).

$$\text{sen}(\gamma) = d/R_1 \therefore \gamma = \text{arcsen}(d/R_1) \quad (74)$$

As posições x_{1A} , x_{1B} que os feixes A e B provenientes da sonda cortam a circunferência exterior podem ser obtidas pela interseção da equação da circunferência exterior, Eq. (75), com as funções lineares dos feixes A e B, Eq.s (76) e (77), respectivamente.

$$x_{1A}^2 + y_{1A}^2 = R_1^2 \quad (75)$$

$$y = a_{1A}x + b_{1A} \quad (76)$$

$$y = a_{1B}x + b_{1B} \quad (77)$$

sendo,

$$a_{1A} = [\tan(\pi/2 - \kappa_3)] \quad (78)$$

$$a_{1B} = [\tan(3\pi/2 + \kappa_3)] \quad (79)$$

Ao considerar que $x = d$, tem-se $y = R_1 \cos(\gamma) - L_1$. Logo,

$$b_{1A} = [R_1 \cos(\gamma) - L_1] - d[\tan(\pi/2 - \kappa_3)] \quad (80)$$

$$b_{1B} = [R_1 \cos(\gamma) - L_1] - d[\tan(3\pi/2 + \kappa_3)] \quad (81)$$

em que L_1 é o percurso dos feixes de luz sobre a linha de centro da sonda considerando que não haja mudança no ângulo de incidência devido à mudança de meio. Esse percurso é contabilizado a partir do ponto da interseção da circunferência exterior com a linha de centro da sonda. Utilizando os coeficientes das Eq.s (78) a (81) nas respectivas equações, pode-se obter as posições x_{1A} , x_{1B} .

$$x_{1A} = \frac{-2a_{1A}b_{1A} \pm [(2a_{1A}b_{1A})^2 - 4(1 + a_{1A}^2)(b_{1A}^2 - R_1^2)]^{\frac{1}{2}}}{2(1 + a_{1A}^2)} \quad (82)$$

$$x_{1B} = \frac{-2a_{1B}b_{1B} \pm [(2a_{1B}b_{1B})^2 - 4(1 + a_{1B}^2)(b_{1B}^2 - R_1^2)]^{\frac{1}{2}}}{2(1 + a_{1B}^2)} \quad (83)$$

A partir de x_{1A} e x_{1B} , tem-se:

$$\beta_{1A} = \arcsen\left(\frac{x_{1A}}{R_1}\right) \quad (84)$$

$$\beta_{1B} = \arcsen\left(\frac{x_{1B}}{R_1}\right) \quad (85)$$

OBTEÇÃO DE θ_{1A} E θ_{1B}

Para $\beta_{1A} \leq \kappa_3$, tem-se:

$$\theta_{1A} = \kappa_3 - \beta_{1A} \quad (86)$$

Para $\beta_{1A} > \kappa_3$, tem-se:

$$\theta_{1A} = \beta_{1A} - \kappa_3 \quad (87)$$

Se $\beta_{1B} < 0$ e $|\beta_{1B}| \leq \kappa_3$, tem-se:

$$\theta_{1B} = \kappa_3 - |\beta_{1B}| \quad (88)$$

mas se $|\beta_{1B}| > \kappa_3$, tem-se:

$$\theta_{1B} = |\beta_{1B}| - \kappa_3 \quad (89)$$

Caso $\beta_{1B} > 0$, tem-se:

$$\theta_{1B} = \beta_{1B} + \kappa_3 \quad (90)$$

OBTEÇÃO DE θ_{2A} E θ_{2B}

$$\theta_{2A} = \arcsen \left[\frac{n_3}{n_4} \text{sen}(\theta_{1A}) \right] \quad (91)$$

$$\theta_{2B} = \arcsen \left[\frac{n_3}{n_4} \text{sen}(\theta_{1B}) \right] \quad (92)$$

OBTENÇÃO DE β_{2A} E β_{2B}

Com um procedimento similar ao executado para β_{1A} e β_{1B} , pode-se obter as posições x_{2A} e x_{2B} que os feixes A e B provenientes da sonda cortam a circunferência interior, através da interseção da equação da circunferência interior, Eq. (93), com as funções lineares dos feixes A e B dentro da parede sólida, Eq.s (94) e (95), respectivamente.

$$x_2^2 + y_2^2 = R_2^2 \quad (93)$$

$$y = a_{2A}x + b_{2A} \quad (94)$$

$$y = a_{2B}x + b_{2B} \quad (95)$$

Sendo os coeficientes angulares dados por:

Se $\beta_{1A} \leq \kappa_3$, tem-se

$$a_{2A} = [\tan(\pi/2 - \beta_{1A} - \theta_{2A})] \quad (96)$$

Se $\beta_{1A} > \kappa_3$, tem-se

$$a_{2A} = [\tan(\pi/2 - \beta_{1B} + \theta_{2B})] \quad (97)$$

Se $\beta_{1B} \leq -\kappa_3$, tem-se

$$a_{2B} = [\tan(3\pi/2 - \beta_{1B} - \theta_{2B})] \quad (98)$$

Se $\beta_{1B} > -\kappa_3$, tem-se

$$a_{2B} = [\tan(3\pi/2 - \beta_{1B} + \theta_{2B})] \quad (99)$$

E os coeficientes lineares dados por:

$$b_{2A} = R_1 \cos(\beta_{1A}) - a_{2A} x_{1A} \quad (100)$$

$$b_{2B} = R_1 \cos(\beta_{1B}) - a_{2B} x_{1B} \quad (101)$$

Utilizando os coeficientes das Eq.s (96) a (101) nas respectivas equações, pode-se obter as posições x_{2A} , x_{2B} .

$$x_{2A} = \frac{-2a_{2A}b_{2A} \pm \left[(2a_{2A}b_{2A})^2 - 4(1+a_{2A}^2)(b_{2A}^2 - R_2^2) \right]^{\frac{1}{2}}}{2(1+a_{2A}^2)} \quad (102)$$

$$x_{2B} = \frac{-2a_{2B}b_{2B} \pm \left[(2a_{2B}b_{2B})^2 - 4(1+a_{2B}^2)(b_{2B}^2 - R_2^2) \right]^{\frac{1}{2}}}{2(1+a_{2B}^2)} \quad (103)$$

A partir de x_{2A} e x_{2B} , tem-se:

$$\beta_{2A} = \arcsen\left(\frac{x_{2A}}{R_2}\right) \quad (104)$$

$$\beta_{2B} = \arcsen\left(\frac{x_{2B}}{R_2}\right) \quad (105)$$

OBTENÇÃO DE θ_{3A} E θ_{3B}

Para $\beta_{1A} \leq \kappa_3$, tem-se:

$$\theta_{3A} = \beta_{1A} + \theta_{2A} - \beta_{2A} \quad (106)$$

Para $\beta_{1A} > \kappa_3$, tem-se:

$$\theta_{3A} = \beta_{2A} + \theta_{2A} - \beta_{1A} \quad (107)$$

Para $\beta_{1B} \geq -\kappa_3$, tem-se:

$$\theta_{3B} = \theta_{2B} + \beta_{2B} - \beta_{1B} \quad (108)$$

Para $\beta_{1B} < -\kappa_3$, tem-se:

$$\theta_{3B} = \theta_{2B} + \beta_{1B} - \beta_{2B} \quad (109)$$

OBTENÇÃO DE θ_{4A} E θ_{4B}

$$\theta_{4A} = \arcsen \left[\frac{n_4}{n_5} \text{sen}(\theta_{3A}) \right] \quad (110)$$

$$\theta_{4B} = \arcsen \left[\frac{n_4}{n_5} \text{sen}(\theta_{3B}) \right] \quad (111)$$

OBTENÇÃO DE α_A E α_B

Para $\beta_{1A} \leq \kappa_3$, tem-se:

$$\alpha_A = \pi/2 - \beta_{2A} - \theta_{4A} \quad (112)$$

Para $\beta_{1A} > \kappa_3$, tem-se:

$$\alpha_A = \pi/2 - \beta_{2A} + \theta_{4A} \quad (113)$$

Para $\beta_{1B} \leq -\kappa_3$, tem-se:

$$\alpha_B = 3\pi/2 - \beta_{2B} - \theta_{4B} \quad (114)$$

Para $\beta_{1B} > -\kappa_3$, tem-se:

$$\alpha_B = \pi/2 - \beta_{2B} + \theta_{4B} \quad (115)$$

OBTEÇÃO DE Y_{VA-I} E Y_{VB-I}

$$Y_{VA-I} = \tan(\alpha_A)x + [\cos(\beta_{2A}) - \text{sen}(\beta_{2A}) \tan(\alpha_A)]R_2 \quad (116)$$

$$Y_{VB-I} = \tan(\alpha_B)x + [\cos(\beta_{2B}) - \text{sen}(\beta_{2B}) \tan(\alpha_B)]R_2 \quad (117)$$

OBTEÇÃO DE X_{V-I}

Igualando-se as Equações (116) e (117), obtém-se a coordenada X_{V-I} de localização do volume de medição em relação ao centro das circunferências.

$$x_{V-I} = \frac{[\cos(\beta_{2B}) - \text{sen}(\beta_{2B}) \tan(\alpha_B) - \cos(\beta_{2A}) - \text{sen}(\beta_{2A}) \tan(\alpha_A)]R_2}{\tan(\alpha_A) - \tan(\alpha_B)} \quad (118)$$

OBTEÇÃO DE L_{MESA}

O deslocamento da mesa de coordenada a partir de uma referência especificada (parede externa do cilindro externo) pode ser dada por:

$$L_{Mesa} = \frac{[L_1 + (d_{p-c} + d')] \tan(\kappa_3) + e_{vp} \tan(\kappa_2)}{\tan(\kappa_1)} - L_{Mesa=0} \quad (119)$$

em que d_{p-c} é a distância entre a parede interna do vidro plano da janela de visualização e a parede externa da circunferência externa. A variável e_{vp} é a espessura do vidro plano e $L_{Mesa=0}$ é o percurso efetuado pela mesa desde a parede externa do vidro plano até a parede externa da circunferência externa. O fator de correção d' aparece quando a linha de centro da sonda passa por uma posição $x = d$ da linha de centro das circunferências estudadas. Assim,

$$d' = R_1 [1 - \cos(\gamma)] \quad (120)$$

iv. Desenvolvimento matemático – cor ii

OBTEÇÃO DE β_3

O feixe de laser de cor II incide sobre a circunferência exterior paralelamente a linha de centro das circunferências. Partindo da informação de que o feixe de laser passa por uma posição $x = d$ da linha de centro das circunferências estudadas, pode-se calcular o ângulo β_3 de penetração dos feixes de cor II na circunferência exterior através da Eq. (121).

$$\beta_3 = \gamma = \arcsen(d/R_1) \quad (121)$$

O ângulo de incidência do feixe de laser com a normal da superfície, θ_{1C} , pode ser dado pela Equação (3.2).

OBTENÇÃO DE θ_{1C} E θ_{2C}

$$\theta_{1C} = \beta_3 \quad (122)$$

Pela Lei de Snell, θ_{2C} pode ser dado por:

$$\theta_{2C} = \arcsen\left(\frac{n_3}{n_4} \text{sen}(\theta_{1C})\right) \quad (123)$$

OBTENÇÃO DE X_{2C} E β_4

Para obtenção do ângulo de penetração do feixe de laser na circunferência interior, β_4 , é necessária a obtenção dos coeficientes angular e linear da equação da reta do feixe refratado através da parede do cilindro. O coeficiente linear dessa equação é dado por:

$$a_{2C} = [\tan(\pi/2 - \beta_3 + \theta_{2C})] \quad (124)$$

e o coeficiente linear dado por:

$$b_{2C} = y_1 - a_{2C}x_1 \quad (125)$$

Utilizando os coeficientes das Eq.s (124) a (125) e a equação da circunferência interior do cilindro estudado, pode-se obter a coordenada x de

interseção do feixe refratado através da parede do cilindro e a circunferência interior. Logo, a posição x_{2C} pode ser dada por:

$$x_{2C} = \frac{-2a_{2C}b_{2C} + \left[(2a_{2C}b_{2C})^2 - 4(1+a_{2C}^2)(b_{2C}^2 - R_C^2) \right]^{1/2}}{2(1+a_{2C}^2)} \quad (126)$$

A partir da obtenção de x_{2C} , pode-se obter β_4 .

$$\beta_4 = \arcsen(x_{2C}/R_2) \quad (127)$$

OBTENÇÃO DE θ_{32} E θ_{42}

Por fim, o ângulo de incidência do feixe sobre a superfície da circunferência interior, θ_{3C} , e o ângulo refratado, θ_{4C} , podem ser obtidos pelas Equações (128) e (129).

$$\theta_{3C} = \beta_4 - \beta_3 + \theta_{2C} \quad (128)$$

$$\theta_{4C} = \arcsen\left(\frac{n_4}{n_5} \text{sen}(\theta_{3C})\right) \quad (129)$$

OBTENÇÃO DE Y_{V-II}

A partir do deslocamento L_1 e dos ângulos κ da sonda incidente sobre os meios de índice 3, 4 e 5, pode-se obter a posição Y_{V-II} do volume de medição de cor II através da Eq. (130).

$$Y_{V-II} = R_2 \cos(\beta_4) - \frac{L_1 \tan(\kappa_3) - e^* \tan(\kappa_4)}{\tan(\kappa_5)} \quad (130)$$

em que,

$$e^* = R_1 \cos(\beta_3) - R_2 \cos(\beta_4) \quad (131)$$

OBTENÇÃO DE X_{V-II}

A posição X_{V-II} pode ser obtida através da Equação da reta (132)

$$y = \tan(\alpha_C)x + b_C \quad (132)$$

em que, o ângulo α_C e o coeficiente linear b_C podem ser obtidos através das Eq.s (133) e (134).

$$\alpha_C = \frac{\pi}{2} - \beta_4 + \theta_{4C} \quad (133)$$

$$b_C = R_2 \cos(\beta_4) - \tan(\alpha_C)x_{2C} \quad (134)$$

Assim, tomando-se a posição Y_{V-II} e os coeficientes angular e linear da reta, pode-se obter x_{V-II} através da Equação (135).

$$X_{V-II} = \frac{Y_{V-II} - b_C}{\tan(\alpha_C)} \quad (135)$$

OBTENÇÃO DE L_{MESA}

O deslocamento da mesa para as duas cores de feixe é o mesmo. Pode-se obter o deslocamento da mesa de coordenada através da equação (119).