

## 4 Resultados

### 4.1. Considerações iniciais

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais e numéricos obtidos de acordo com as descrições dos capítulos anteriores. Primeiramente será feita a qualificação do experimento através dos resultados numéricos, experimentais e teóricos para um escoamento de Couette livre de obstrução parcial, sendo que os resultados experimentais foram obtidos através da técnica de velocimetria a laser Doppler.

Após a qualificação do experimento, os resultados para a velocidade tangencial no plano  $r$ - $z$  são apresentados para o regime de Couette e para o regime de Taylor-Couette de forma a ilustrar a mudança nos padrões de escoamento.

O efeito da aceleração angular do cilindro interno sobre a transição dos regimes de escoamento de Couette para Taylor-Couette em um fluido newtoniano é explorado para mostrar a importância da utilização de acelerações angulares mais baixas quanto possível.

Os resultados numéricos e experimentais para o número de Reynolds crítico em função do nível de obstrução parcial do espaço anular são comparados para fluidos newtonianos e não newtonianos, assim como as características geométricas dos vórtices.

O campo de velocidade axial, assim como os perfis de velocidade passando pelo olho do vórtice serão comparados numérica e experimentalmente, validando-se os resultados numéricos com as devidas ressalvas.

Os resultados numéricos do campo de velocidade transversal serão explorados para mostrar a influência da obstrução parcial nas recirculações existentes para diversos planos  $r$ - $\theta$  situados em posições diferentes dentro de um vórtice.

Outras características também serão exploradas, tais como o campo de taxa de cisalhamento e de viscosidade, assim como a tensão cisalhante sobre a placa de obstrução parcial para os dois regimes de escoamento estudados.

#### 4.2. Qualificação dos experimentos e soluções numéricas para um anular livre de obstrução parcial

O perfil de velocidade tangencial para o escoamento laminar sem vórtice de Taylor e para o fluido newtoniano foi obtido experimental e numericamente. A comparação entre os perfis de velocidade experimental e numérico foi feita, com o resultado obtido pela solução exata disponível para o escoamento de Couette (Bird, 1960),

$$v_r = 0, \quad v_z = 0 \text{ e } v_\theta = v(r) = Ar + B/r, \quad \partial p / \partial r = \rho v_\theta^2 / r \quad (65)$$

em que  $A = -\Omega_i (\xi^2 - \psi) / (1 - \xi^2)$  e  $B = \Omega_i r_i^2 (1 - \psi) / (1 - \xi^2)$ , sendo  $\Omega_i$  a frequência angular do cilindro interno,  $\xi$  é a razão de raios,  $\psi$  é a razão de frequências angulares entre o cilindro externo e interno,  $\Omega_o / \Omega_i$ , e  $r_i$  é o raio do cilindro interno. Para o estudo em questão, o cilindro externo permaneceu em repouso,  $\psi = 0$ , o raio do cilindro interno foi  $r_i = 0,0625$  m e o raio do cilindro externo foi  $r_o = 0,110$  m, impondo uma razão de raios  $\xi = 0,568$ .

A Figura 32 mostra o perfil de velocidade tangencial adimensional, ao longo da coordenada radial adimensional, obtido experimental e numericamente para várias rotações do cilindro interno, assim como para a equação teórica. O domínio computacional numérico para essa solução foi bidimensional utilizando 40 x 800 células nas coordenadas radial e axial, respectivamente. A velocidade adimensionalizada é definida como a razão entre a velocidade tangencial e a velocidade tangencial sobre o cilindro interno  $v^* = v_\theta / \Omega_i r_i$  e a coordenada radial adimensionalizada por  $r_1^* = r / r_e$ .

A técnica experimental utilizada para obter o perfil de velocidade tangencial foi a de velocimetria a laser Doppler, visto que o perfil de  $v_\theta$  não era possível de ser registrado pela técnica de velocimetria por imagens de partículas existente no laboratório, conforme já mencionado no Capítulo 3.

Comparando os resultados da Figura 32, pode-se perceber a excelente concordância dos resultados, o que qualifica a montagem experimental como uma seção de teste apta à realização do estudo proposto.

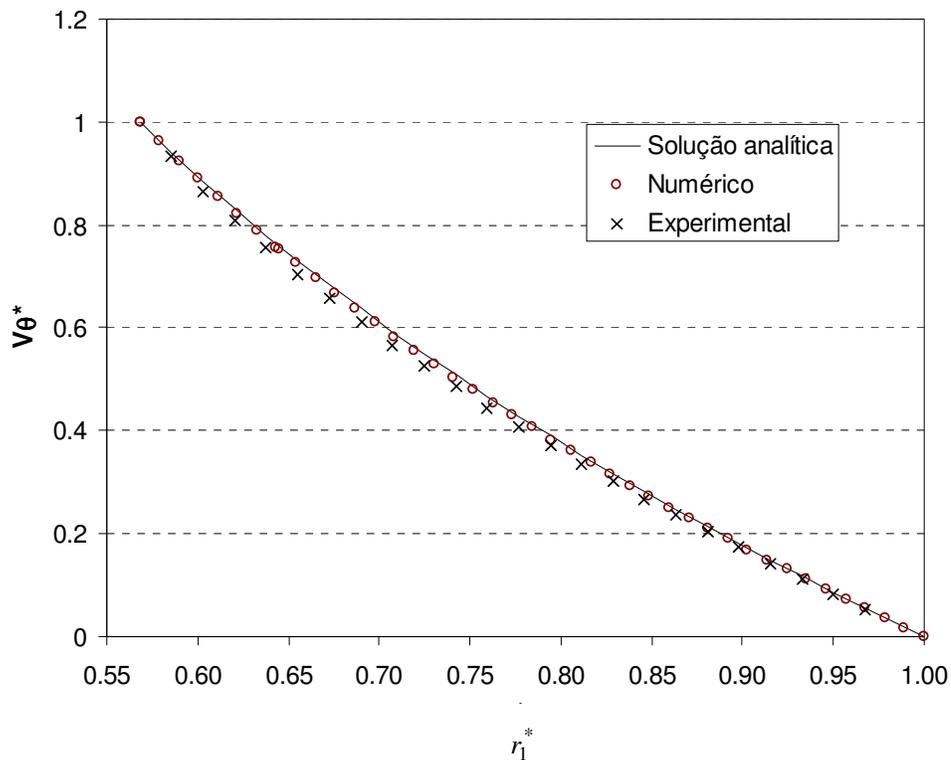


Figura 32 - Perfil de velocidade tangencial adimensional ao longo da coordenada radial adimensionalizada.  $\xi \leq r_1^* \leq 1$

### 4.3. Efeito da aceleração angular sobre a transição do escoamento

Como já mencionado na introdução, Park et al. (1981a) demonstraram o efeito da aceleração angular sobre o valor crítico do número de Reynolds rotacional. Uma série de testes foi executada para determinar a relação entre a aceleração angular e a transição para o regime de vórtices de Taylor em um anular concêntrico sem a obstrução parcial. Nesses experimentos, o cilindro interno partiu do repouso com movimento acelerado até alcançar a condição de regime permanente, conforme mencionado na seção de procedimento experimental do Capítulo 3. A história de rotação foi registrada em conjunto com o campo de velocidade.

Os números de Reynolds críticos para as acelerações angulares testadas são apresentados na Tabela 3. Na tabela citada, as acelerações angulares da Tabela 3 estão na forma dimensional e adimensional. A forma dimensional,  $a = \Delta Re/\Delta t$ , é dada pela variação do número de Reynolds rotacional em um intervalo de tempo. A aceleração angular adimensional,  $a^*$ , é dada pela eq. (3) apresentada no capítulo 1 e repetida aqui para facilitar a leitura.

$$a^* = (d Re/dt^*)/\Gamma, \quad t^* = t/(L^2/\nu) \quad (3)$$

Tabela 3 – Número de Reynolds crítico para as acelerações angulares dimensionais e adimensionais.

$a = \Delta Re/\Delta t$ [1/s]	$a^*$	$Re_c$
2.47	914.2	88.4
1.26	470.8	80.6
0.50	187.2	74.3
0.26	96.2	70.0
0.13	48.2	68.3
0.06	22.9	65.9
0.05	18.9	68.6
0.04	16.6	68.6
0.03	10.8	70.1

A Figura 33 ilustra as várias rampas de rotação utilizadas no experimento para um fluido newtoniano selecionado. Para cada rampa foram realizados três experimentos. Pode-se verificar que a repetitividade das rampas obtida para todos os casos estudados é excelente. As pequenas variações existentes estão dentro das faixas esperadas para as incertezas dos experimentos. Pode-se observar também na Figura 33 que a escala de tempo dos experimentos com acelerações mais elevadas é muito menor que os realizados com acelerações menores.

As menores escalas de tempo podem provocar efeitos dinâmicos sobre o escoamento proveniente das extremidades axiais da montagem experimental. Esses efeitos dinâmicos podem perturbar o escoamento podendo levá-lo para um outro regime parecido com o de vórtices ondeantes, embora para a geometria estudada esse regime não tenha sido observado utilizando baixas acelerações angulares.

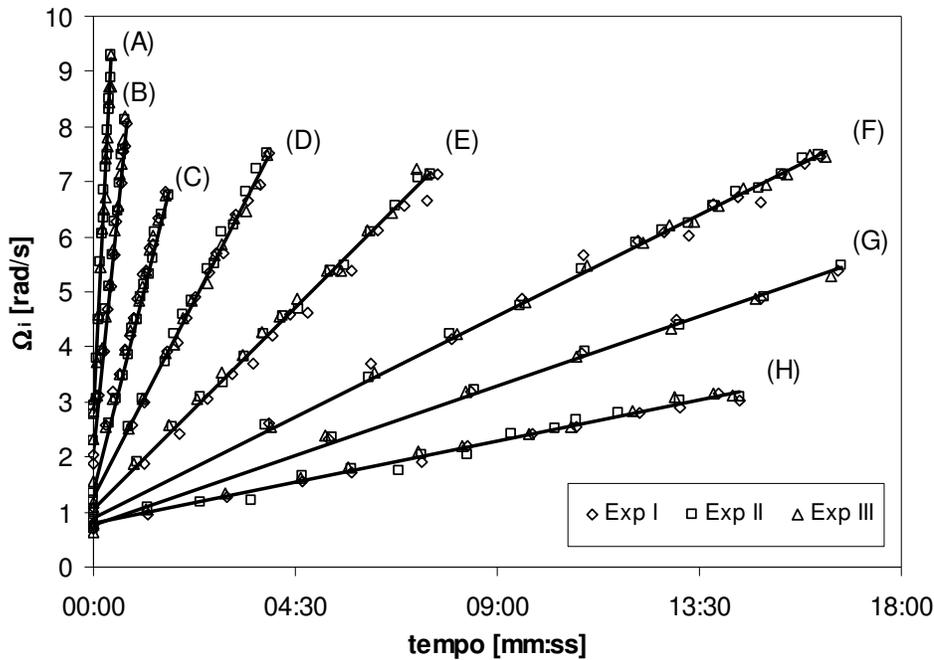


Figura 33 – Rampa de rotação realizada para diversas acelerações angulares do cilindro interno. Acelerações adimensionais,  $a^*$ , obtidas pelas rampas: (A) 914.2; (B) 470.8; (C) 187.2; (D) 96.2; (E) 48.2; (F) 22.9; (G) 16.6; (H) 10.8.

A Figura 34 apresenta os resultados obtidos para o efeito da aceleração angular sobre o número de Reynolds rotacional crítico newtoniano. Na figura, o número de Reynolds rotacional crítico é apresentado em função da aceleração angular adimensional,  $a^*$ . A influência da aceleração sobre o número de Reynolds crítico é notável. Para o menor valor de aceleração testado, o valor do número de Reynolds crítico está pouco acima de 70, aproximando-se do resultado de DiPrima et al. (1984) disponível para a razão de raios de  $\xi = 0,55$ , que é próximo do valor da razão de raios estabelecida na montagem experimental desse trabalho,  $\xi = 0,568$ .

Os experimentos realizados foram conduzidos com o menor valor de aceleração adimensional permitido pela montagem experimental, por volta de 10 para os casos newtonianos. Este valor está em concordância com o limite máximo sugerido por Park et al. (1981a) para minimizar o efeito de histerese na obtenção dos valores de transição entre regimes de escoamento.

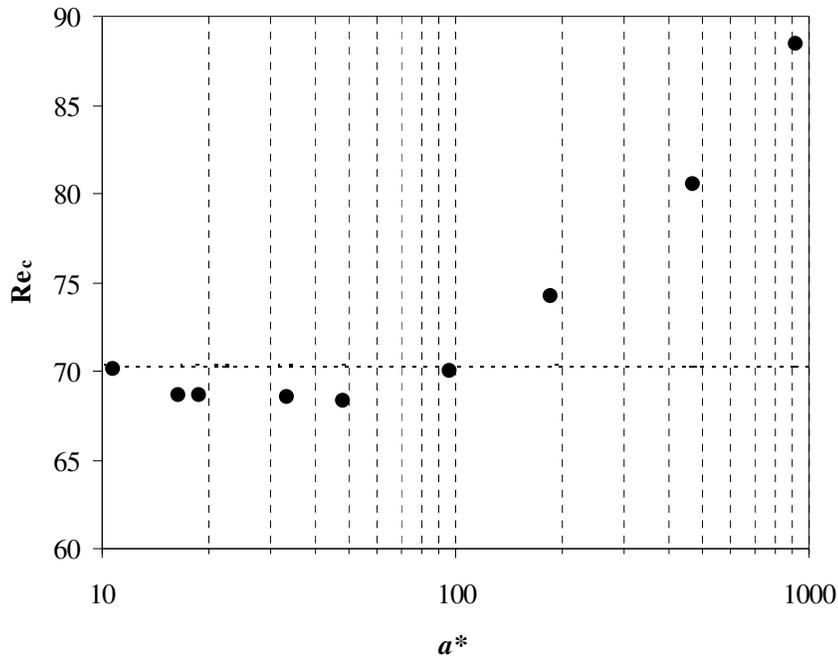


Figura 34 - Influência da aceleração adimensional sobre o número de Reynolds crítico.

Uma possível explicação para o valor de Reynolds crítico aumentar com a aceleração angular do cilindro interno encontra-se na inércia do fluido presente no espaço anular. Devido à inércia do fluido, o número de Reynolds calculado a partir da velocidade tangencial do cilindro interno, para os casos com acelerações angulares mais elevadas, não representa a velocidade característica do escoamento. Assim, a velocidade tangencial calculada será sempre maior que a efetiva do escoamento e propiciará um número de Reynolds mais elevado que o real da transição. Em um caso extremo, se o cilindro interno e o fluido estiverem em repouso e o cilindro interno iniciar um movimento angular acelerado com aceleração angular substancialmente alta, o fluido apresentar-se-á praticamente imóvel, enquanto que a velocidade tangencial do cilindro interno já irá apresentar valores significativos, após alguns instantes de segundo.

Para os casos testados com fluidos não newtonianos foi utilizada a menor rampa de rotação imposta nos casos newtonianos, embora não seja possível estabelecer uma aceleração adimensional para os casos testados com fluidos não newtonianos visto que a viscosidade do fluido é alterada com o aumento da rotação, tornando a curva de aceleração angular,  $a^*$ , uma função não linear do tempo, ou seja, não é constante como o caso dos fluidos newtonianos.

#### 4.4. Número de Reynolds Crítico

O número de Reynolds crítico foi obtido por via experimental e numérica. O comportamento do número de Reynolds crítico foi avaliado a partir dos efeitos da obstrução parcial para um fluido newtoniano e não newtoniano.

De acordo com os trabalhos já publicados na literatura sobre os efeitos de excentricidade e fluidos não newtonianos, pode-se inferir o comportamento dos resultados obtidos por esse estudo. Conforme já mencionado na revisão da literatura, Seção 1.2, Ashrafi & Khayat (2000) relataram que o número de Reynolds crítico torna-se menor para fluidos não newtonianos. No caso do efeito de excentricidade entre os cilindros interno e externo, estudado teoricamente por Diprima & Stuart (1972) e Eagles et al. (1978), os autores constataram que quanto maior a excentricidade, maior era o número de Taylor crítico. Dessa forma, pode-se esperar, para uma mesma classe de fluido, que o aumento da obstrução acarrete um aumento no número de Reynolds crítico, uma vez que ocorre aumento da assimetria, similar ao caso excêntrico.

Ao mudar de fluido, utilizando-se um não newtoniano com característica de diminuição da viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento, efeito "shear-thinning", espera-se que o número de Reynolds crítico diminua em relação ao Reynolds crítico obtido para um fluido newtoniano, se considerada a mesma geometria.

Ao se acoplar os dois efeitos, espera-se que uma geometria parcialmente obstruída e com fluido não newtoniano tenha um valor para transição entre regimes maior que o caso de uma geometria puramente concêntrica com o mesmo fluido. Se for feita uma análise com a mesma geometria, espera-se um valor para a transição entre regimes menor ao utilizar um fluido não newtoniano do que ao usar um fluido newtoniano.

O número de Reynolds crítico foi obtido experimentalmente pela identificação do padrão de escoamento em uma dada seqüência de imagens capturadas de forma sincronizada com a medição de rotação. Nas investigações numéricas o campo de velocidade foi obtido usando uma malha bidimensional quando o espaço anular estava livre de obstrução e uma malha tridimensional quando o espaço anular apresentava uma obstrução parcial. Uma série de testes, aumentando o número de Reynolds rotacional até passar da transição do regime de vórtices de Taylor, foi realizada para detectar o número crítico. O critério escolhido para detectar a transição do regime laminar para o regime de

vórtices de Taylor foi sugerido por Coronado-Mattuti et al. (2004). De acordo com o critério de Coronado-Mattuti, a razão da norma do campo de velocidade axial pela norma do campo de velocidade circunferencial é calculada para cada valor do número de Reynolds rotacional. A eq. (66) define essa razão.

$$\frac{\|v_z\|}{\|v_\theta\|} = \frac{\sum_i^N |v_z|}{\sum_i^N |v_\theta|} \quad (66)$$

Nas simulações bidimensionais, todas os componentes axiais e tangenciais de velocidade foram consideradas. Nas simulações tridimensionais, a razão definida pela eq. (66) foi avaliada apenas sobre os pontos nodais contidos no plano meridional vertical ( $0 - 180^\circ$ ). Para um escoamento com número de Reynolds abaixo do valor crítico é esperado que a razão das normas das velocidades seja zero, indicando a presença apenas de componentes tangenciais para o caso de geometria anular livre de obstrução. Nos casos com obstrução parcial do anular, a razão das normas igual a zero indica a presença apenas dos componentes radiais e tangenciais de velocidade. Quando a estrutura do vórtice de Taylor começa a se desenvolver, o componente axial de velocidade irá aparecer e a razão das normas irá aumentar com o aumento do número de Reynolds rotacional.

A Figura 35 apresenta os resultados obtidos a partir de simulações numéricas realizadas para diversos números de Reynolds para obstrução da geometria de  $\chi = 0,250$  e fluido newtoniano. Partindo de números de Reynolds baixos, pode-se detectar que a transição ocorre por volta de  $Re = 75$ . Uma determinação mais exata do número de Reynolds crítico pode ser obtida se a derivada da função for calculada e colocada novamente em termos do número de Reynolds. Esta outra metodologia é apresentada na Figura 36. O pico da derivada da norma da função com relação ao número de Reynolds determina claramente o valor da transição. Essa técnica caracteriza bem a transição para qualquer razão de raios embora tenha a necessidade de se fazer diversas simulações nas proximidades do número de Reynolds crítico. Essa técnica foi escolhida em detrimento da técnica de mudança da derivada do torque com o número de Reynolds visto que a segunda apenas apresenta bons resultados para razões de raios mais elevadas, uma vez que a mudança na derivada é mais acentuada para tais situações.

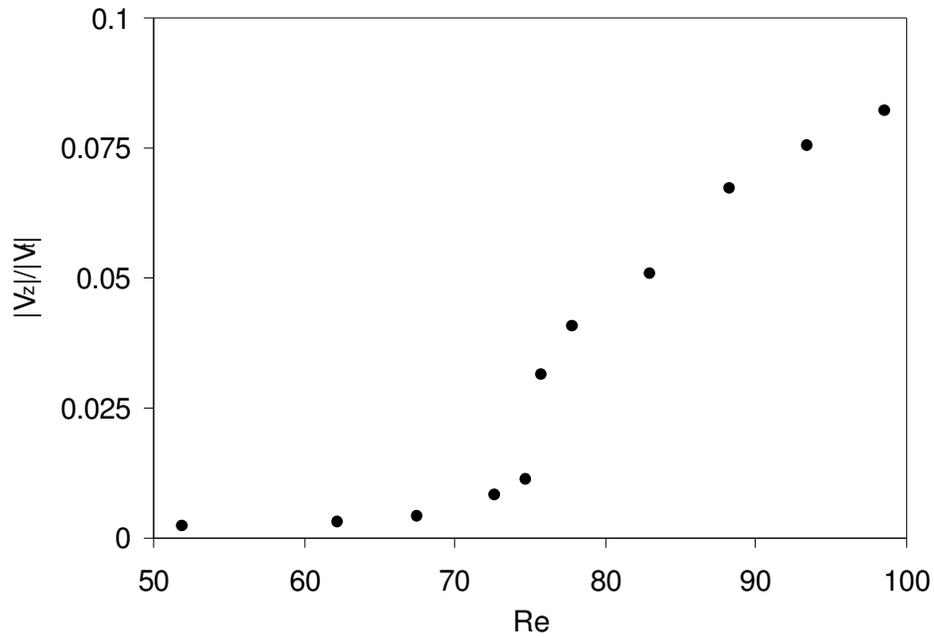


Figura 35 - Razão da velocidade axial com a velocidade tangencial em função do número de Reynolds crítico para um anular com  $\frac{1}{4}$  do espaço obstruído.

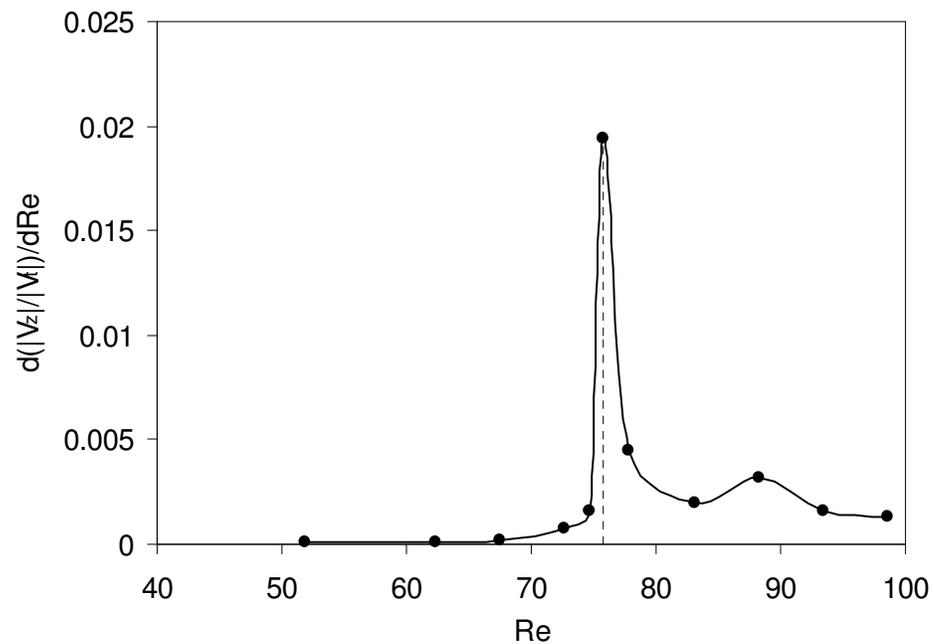


Figura 36 - Obtenção do número de Reynolds crítico para um anular com  $\frac{1}{4}$  do espaço obstruído utilizando a técnica da derivada da razão das somatórias de velocidade.

A mesma metodologia foi empregada para a obtenção da transição para os fluidos não newtonianos. A Figura 37 apresenta os resultados obtidos para o fluido não newtoniano com índice de potência  $n = 0,704$ , a partir de simulações

numéricas realizadas para diversos números de Reynolds para obstrução da geometria de  $\chi = 0$ .

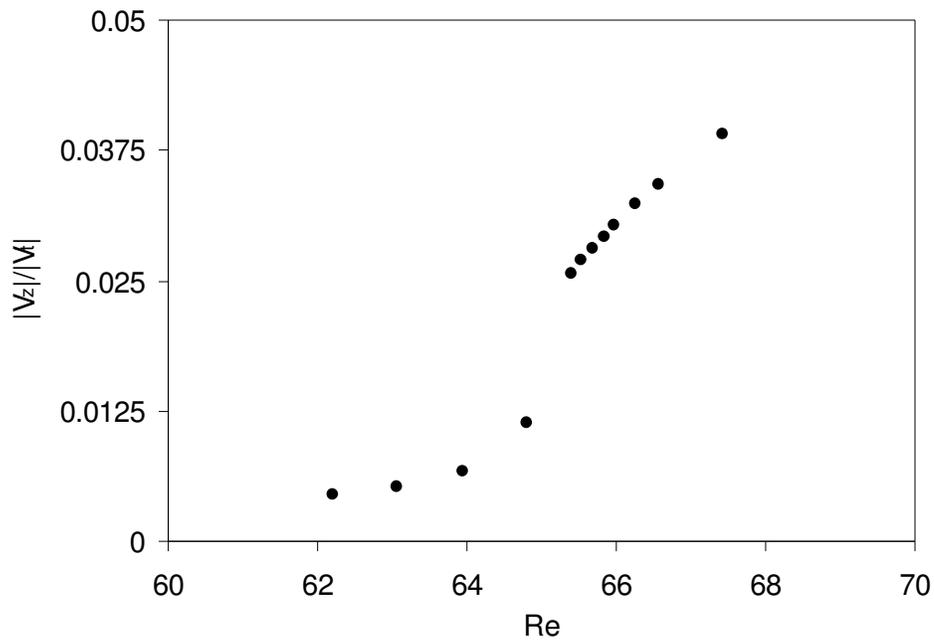


Figura 37 - Razão da velocidade axial com a velocidade tangencial em função do número de Reynolds crítico para um anular com  $\chi = 0$  e fluido não newtoniano.

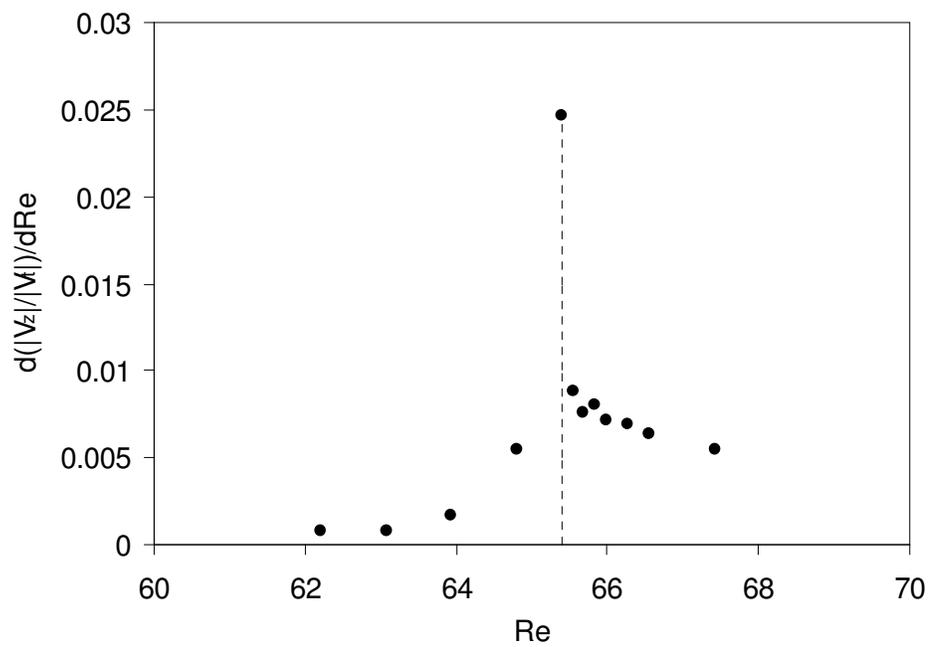


Figura 38 - Obtenção do número de Reynolds crítico para um anular com  $\chi = 0$  e fluido não newtoniano, utilizando a técnica da derivada da razão das somatórias de velocidade.

A Figura 39 mostra os resultados experimentais e numéricos obtidos para a transição de regime de Couette para Taylor-Couette do fluido newtoniano e não newtoniano para diversas obstruções parciais, sendo a obstrução máxima do espaço anular igual a 75%. Pode-se perceber uma pequena alteração no número de Reynolds crítico que identifica a transição entre os regimes até  $\chi = 0,250$ . A partir de  $\chi = 0,250$  existe um crescimento bastante acentuado no valor do número de Reynolds crítico.

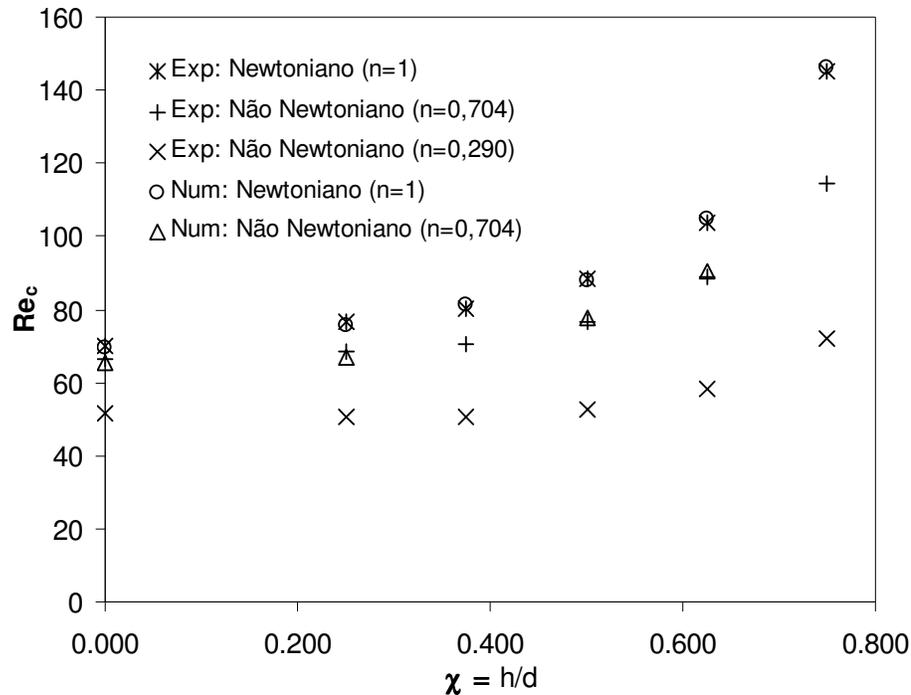


Figura 39 - Número de Reynolds crítico para diversas obstruções e diferentes fluidos.

Pode-se observar que o decréscimo do índice de potência,  $n$ , que mostra o quanto a viscosidade decresce com o aumento da taxa de cisalhamento, acarreta uma menor variação da transição entre regimes para uma maior faixa de nível de obstrução.

Os resultados numéricos obtidos para o caso newtoniano são ilustrados na Tabela 4, onde pode-se constatar que a maior diferença entre os resultados numéricos e experimentais foi de aproximadamente 1,8%. Com esse valor de erro relativo pode-se facilmente validar o método numérico para obtenção da transição, o que já poderia ser constatado na Figura 39 que mostra a excelente concordância entre os resultados numéricos e experimentais tanto para os fluidos newtonianos quanto para os fluidos não newtonianos.

Tabela 4 – Resultados experimentais e numéricos do número de Reynolds crítico para vários valores de  $\chi$ . Fluido newtoniano.

$\chi$	$Re_{Num.}$	$Re_{Exp.}$	$\delta Re_{Exp}$	Erro [%]	$Re_c/Re_a$
0,000	69,5	70,1	0.9	0,86	1,00
0,250	75,8	76,5	1.2	0,90	1,09
0,375	81,5	80,0	1.0	-1,83	1,14
0,500	87,7	88,2	1.1	0,55	1,26
0,625	104,8	103,6	1.3	-1,19	1,48
0,750	145,4	145,0	1.8	-0,28	2,07

A Tabela 5 foi construída para ilustrar a comparação entre os resultados numéricos e experimentais obtidos para um fluido não newtoniano com o objetivo de também comprovar a validade do metodologia numérica para os casos não newtonianos. Pode-se perceber que a ordem de grandeza dos erros relativos entre os resultados numéricos e experimentais é a mesma do caso newtoniano.

Tabela 5 – Resultados experimentais e numéricos do número de Reynolds crítico para vários valores de  $\chi$ . Fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ )

$\chi$	$Re_{Num.}$	$Re_{Exp.}$	$\delta Re_{Exp}$	Erro [%]	$Re_c/Re_a$
0,000	65,4	66,6	1.1	1,8	1,00
0,250	67,1	68,7	1.2	2,3	1,03
0,375	-	70,6	1.2	-	1,06
0,500	77,6	76,5	1.3	-1,4	1,15
0,625	90,4	89,1	1.4	-1,5	1,34
0,750	-	114,3	1.8	-	1,72

Nas Tabelas 4 e 5 são apresentados os valores das razões entre números de Reynolds experimentais obtidos para uma obstrução qualquer e para o anular livre de obstrução. Esse valores são apresentados também na Figura 40, assim como os resultados para o fluido não newtoniano com  $n = 0,290$ . Essa razão entre números de Reynolds foi utilizada para analisar a taxa de variação do número de Reynolds crítico para cada nível de obstrução, visto que todas as razões de número de Reynolds apresentam a mesma referência, isto é, o número de Reynolds crítico para o fluido testado. Define-se agora uma variável  $\Lambda$  que representa essa razão de números de Reynolds, conforme a eq. (67).

$$\Lambda = \frac{\text{Re}_{c(h/d)}}{\text{Re}_{c(h/d=0)}} \quad (67)$$

A variável  $\Lambda$  se aplica sempre para o mesmo fluido. A variação de  $\Lambda$  em relação a dois fluidos, um newtoniano e outro não newtoniano, apresenta-se da forma

$$\Delta\Lambda = \Lambda_N - \Lambda_{NN} = \left( \frac{\text{Re}_{c(h/d)}}{\text{Re}_{c(h/d=0)}} \right)_N - \left( \frac{\text{Re}_{c(h/d)}}{\text{Re}_{c(h/d=0)}} \right)_{NN} = ae^{b\chi} \quad (68)$$

em que  $a$  e  $b$  são constantes obtidas por ajuste de curva e  $\chi$  é altura de obstrução parcial adimensionalizada pela medida do espaço anular, conforme a eq. (23).

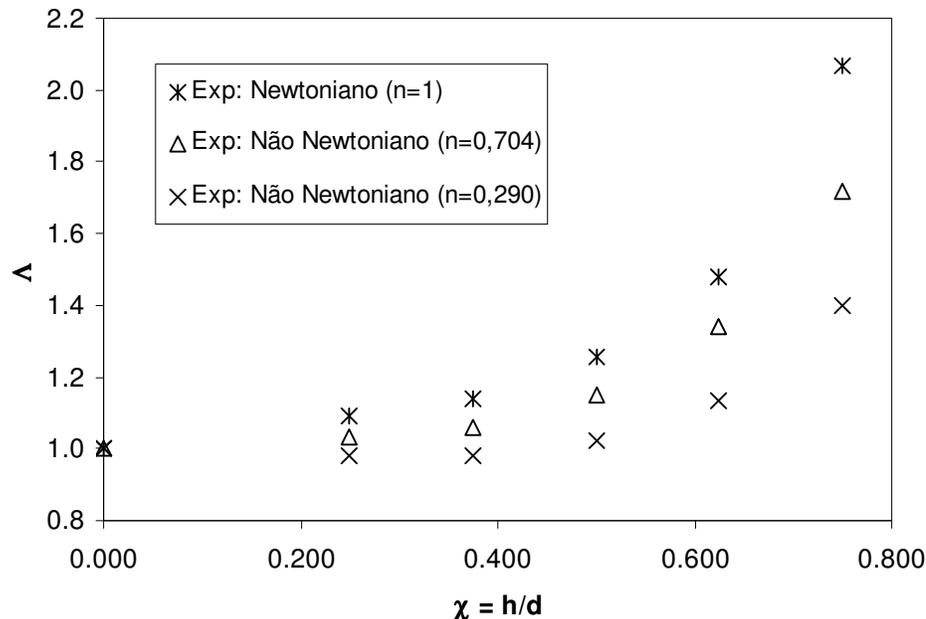


Figura 40 - Normalização do número de Reynolds crítico para diversas obstruções e diferentes fluidos.

A Figura 41 revela essa taxa de variação que foi obtida de acordo com a eq. (68). De acordo com a Figura 41, que apresenta a variável  $\Delta\Lambda$  para os diversos níveis de obstrução parcial, pode-se constatar que a variação do número de Reynolds adimensionalizado entre diferentes tipos de fluidos é exponencial para  $0,25 < \chi < 0,625$ . Para a faixa de obstrução estabelecida pode-

se verificar que o ajuste de curva realizado sobre os dados é excelente. Uma extrapolação do ajuste de curva para o nível de obstrução de  $\chi = 0,750$  mostra que a função exponencial não apresenta uma boa concordância com o valor  $\Delta\Lambda$  obtido experimentalmente. Os valores de  $\Delta\Lambda$  para  $\chi = 0,750$  não foram usados na obtenção da função exponencial, visto que o coeficiente de correlação,  $R^2$ , apresentaria um baixo valor e o ajuste ficaria comprometido.

Uma outra observação pertinente é que o número de Reynolds crítico para um fluido não newtoniano com  $n = 0,704$  varia substancialmente com o aumento de  $\chi$ . Essa variação é bem menor no caso do fluido não newtoniano com  $n = 0,290$ , conforme pode-se perceber na Figura 40. Na Figura 41 esta variação aparece invertida em relação aos dois fluidos não newtonianos visto que a referência é a transição entre regimes para o fluido newtoniano,  $\Lambda_N$ . Dessa forma, o fluido não newtoniano que apresentou uma menor variação para a variável  $\Lambda$ , apresentará a maior variação para  $\Delta\Lambda$ .

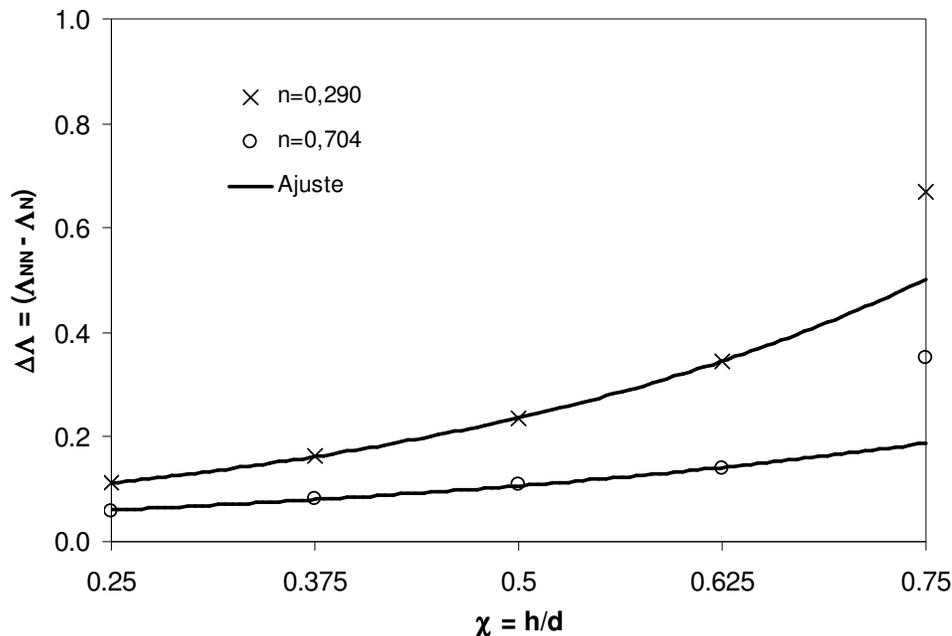


Figura 41 – Diferença entre as transição adimensional para diversas obstruções e diferentes fluidos em relação a transição para fluido newtoniano.

Esse resultado possibilita a obtenção do número de Reynolds crítico para a faixa de valores ajustada e para os fluidos testados, sem a necessidade de serem realizados outros experimentos. A Tabela 6 apresenta os coeficientes  $a$  e  $b$  da função exponencial e o coeficiente de correlação ao quadrado que justifica o ajuste realizado dado que seu valor tende à unidade.

Tabela 6 – Coeficientes ajustados para a função  $\Delta\Lambda$  e coeficiente de correlação ao quadrado.

$n$	$a$	$b$	$R^2$
0,290	0,0525	3,0103	0,9999
0,704	0,0342	2,2772	0,9974

#### 4.5. Características geométricas dos vórtices

As características geométricas dos vórtices de Taylor são fortemente afetadas pela aceleração angular do cilindro interno e pela razão de aspecto da geometria. A aceleração angular imposta ao cilindro interno esteve no limite proposto por Park et al. (1981), conforme comentado na seção relativa à aceleração angular desse capítulo. A razão de aspecto foi de 50 espaços anulares, que pode ser considerada infinitamente grande e com efeitos de borda desprezíveis caso a rampa de rotação ocorra de forma quase-estática.

A presença da placa de obstrução parcial na geometria anular acarretou uma variação na largura dos vórtices de Taylor em função da assimetria do problema. Pode-se constatar que quanto maior for a obstrução, menor será a largura dos vórtices. Para um anular sem obstrução espera-se que a largura dos vórtices seja próxima da folga do espaço anular. A Figura 42 mostra a variação da largura dos vórtices de Taylor para um fluido newtoniano em relação ao parâmetro adimensional  $\chi$  obtidos para números de Reynolds entre  $1,2 \cdot Re_c < Re < 1,25 \cdot Re_c$ .

O resultados apresentados na Figura 42 são experimentais e numéricos. Os resultados experimentais foram obtidos para o escoamento em regime permanente alcançado através de uma rampa de aceleração adimensional  $a^* = 10,8 \pm 0,1$ . Uma seqüência de 50 pares de imagens foi obtida pela técnica de velocimetria por imagens de partículas para cada geometria estudada. As imagens foram processadas, e um campo médio foi obtido a partir da média dos 50 campos instantâneos tomados para obtenção da largura dos vórtices. Em duas linhas axiais, que cortavam pelo menos um vórtice por completo, foram tomados 200 valores de velocidade axial nas posições radiais  $r = 70$  mm e  $r = 100$  mm, conforme ilustrado na Figura 43. As duas mudanças de sinal do componente de velocidade axial ao longo da linha axial identificaram as coordenadas axiais limítrofes entre vórtices adjacentes. A diferença entre as duas posições limítrofes entre vórtices gerou a largura do vórtice. A média dos resultados obtidos nas duas posições radiais para três experimentos realizados

gerou a largura média do vórtice que está apresentada na Figura 42, na forma adimensionalizada. A largura adimensional média do vórtice é representada por  $\lambda_v/2d$ , visto que o comprimento de onda axial dos vórtices de Taylor formado por um par de vórtices é definido como  $\lambda_v$  e o espaço anular por  $d$ .

O resultado numérico apresentado também na Figura 42 foi obtido usando o mesmo procedimento descrito para obtenção dos resultados experimentais, exceto para o cálculo de  $\lambda_v/2d$ , visto que apenas um campo de velocidade foi analisado.

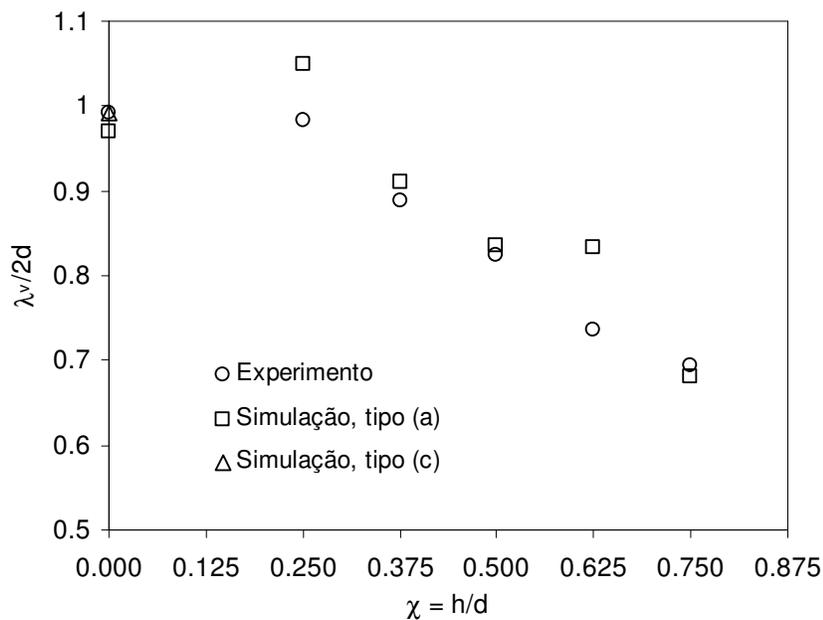


Figura 42 - Variação da largura adimensional dos vórtices de Taylor com o parâmetro adimensional  $\chi$ . Fluido newtoniano.

Pode-se verificar na Figura 42 que a largura adimensional dos vórtices de Taylor,  $\lambda_v/2d$ , decresce linearmente com o aumento da obstrução parcial a partir de  $\chi \geq 0,250$ . A concordância entre os resultados numéricos e os resultados experimentais é bastante satisfatória para quase todos os níveis de obstrução parcial. As únicas diferenças significativas encontram-se para  $\chi = 0,250$  e  $\chi = 0,625$ . Essas diferenças podem ser justificadas pelo tipo de condição de contorno aplicada na solução do problema. A condição do tipo (a) estabelece simetria do problema em  $z^* = 0$  e domínio estendido na extremidade axial. Embora a extensão do domínio possibilite a acomodação natural dos vórtices de Taylor, a simulação de metade do domínio permite que um número

de vórtices ímpar ou par seja acomodado axialmente, uma vez que ao dobrar a geometria, domínio completo, o número total de vórtices seja par.

Uma simulação do tipo (c) foi realizada para a geometria bidimensional com o domínio completo e percebe-se que o resultado da solução numérica concorda com o resultado experimental e com o resultado esperado para um anular livre de obstrução, isto é, que  $\lambda_v/2d = 1$ .

Outros testes com o domínio computacional completo não foram realizados para as geometrias parcialmente obstruídas, simulações tridimensionais, devido à memória RAM necessária para solução do problema não estar disponível nos computadores do Laboratório de Computação Avançada (LCA) do Departamento de Engenharia Mecânica. Uma malha mais grosseira poderia ter sido usada, mas comprometeria os resultados, conforme já comentado na seção sobre teste de malha.

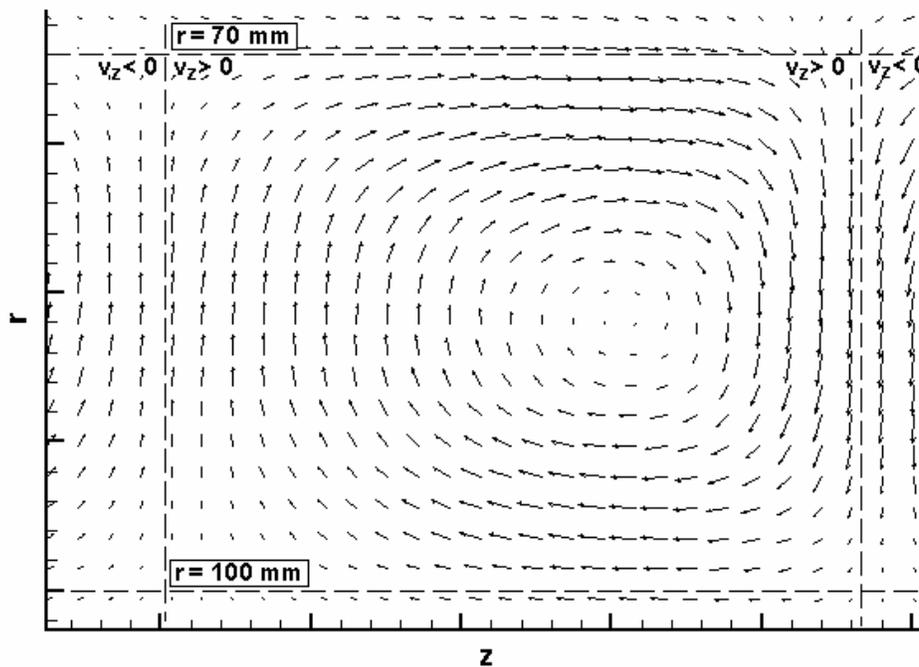


Figura 43 – Obtenção da largura do vórtice de Taylor a partir do campo de velocidade dos resultados experimentais e da solução numérica.

As medições de largura dos vórtices para os casos com fluidos não newtonianos não foram realizadas nesse trabalho.

## 4.6. Campos de velocidade no plano $r$ - $z$

### 4.6.1. Sem obstrução parcial do espaço anular

A estrutura do vórtice de Taylor apresenta algumas características que podem ser verificadas a partir de uma análise cuidadosa dos resultados obtidos. A Figura 44 apresenta o campo de velocidade no plano meridional  $r$ - $z$ , para o espaço anular sem obstrução, isto é  $\chi = 0$ , obtido por solução numérica. Na referida figura, a abscissa coincide com a superfície do cilindro interno giratório. Uma das características relevantes da estrutura de vórtices de Taylor é a magnitude da velocidade na região próxima ao cilindro interno ser maior que aquela para a região próxima ao cilindro externo. A explicação para esse comportamento do escoamento é baseada na necessidade de conservação de massa, visto que em um espaço anular a região mais externa, próxima ao cilindro externo, oferece uma maior seção transversal para o escoamento que a região mais interna, próxima ao cilindro interno. Esta observação também foi relatada por Wereley & Lueptow (1998).

O componente radial da velocidade também mostra uma forte variação axial, conforme pode ser observado na Figura 44. A magnitude do componente radial de velocidade é consideravelmente maior na região onde o escoamento radial está saindo quando comparada com a região onde o escoamento está direcionado para o centro do espaço anular. Para compensar essa diferença na magnitude e conservar massa, a área de escoamento no plano  $r$ - $z$  é menor para o escoamento direcionado para fora. Essa observação pode ser visualizada na Figura 44, em que a distância entre os centros é menor para a região de saída do escoamento do que a distância entre centros para a região de entrada.

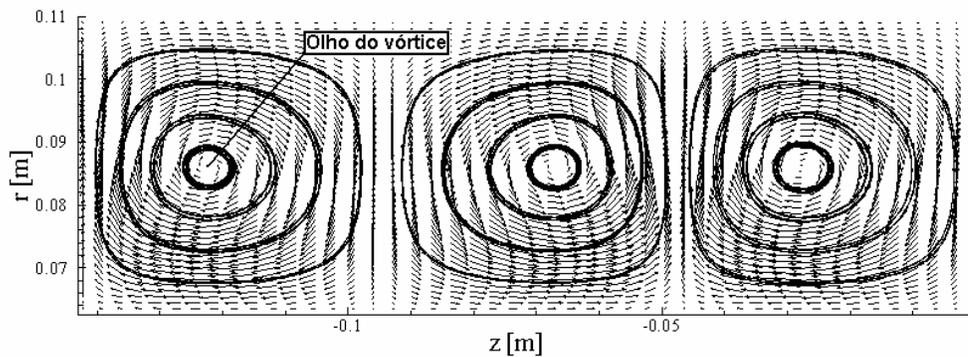
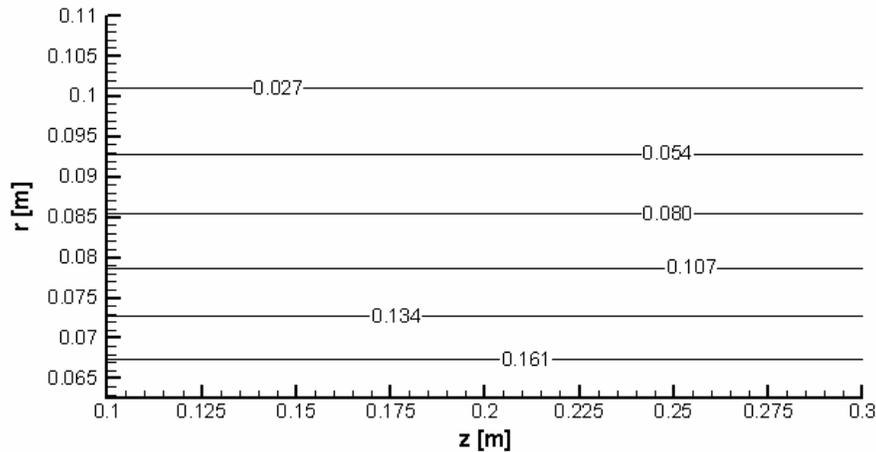
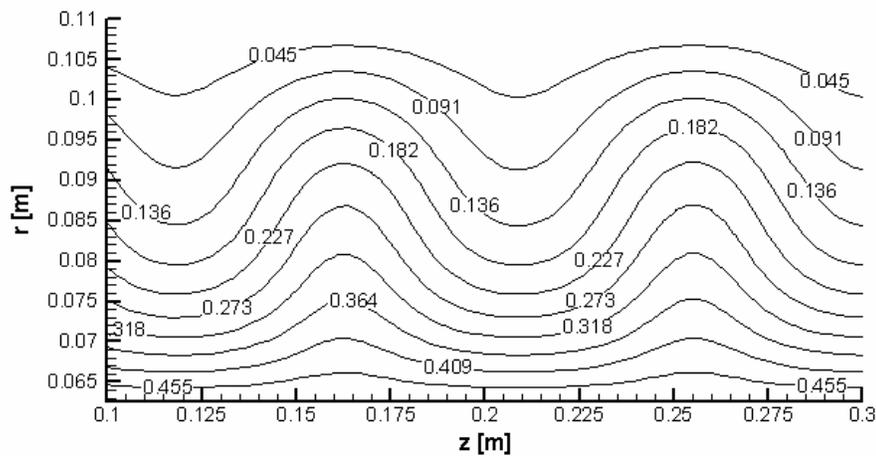


Figura 44 - Campo de velocidade em  $r$ - $z$ : estrutura do vórtice de Taylor obtido por solução numérica.

Após a mudança do regime de escoamento de Couette para Taylor-Couette, o campo de velocidade tangencial sofre uma brusca alteração devido à presença dos componentes de velocidade  $v_r$  e  $v_z$  que aparecem no regime de Taylor-Couette. Essa diferença pode ser percebida pela Figura 45 que apresenta o campo de velocidade tangencial,  $v_\theta$ , obtido através de simulação numérica, em um plano  $r$ - $z$  meridional de uma geometria livre de obstrução e com razão de raios  $\xi = 0,568$ .



(a)



(b)

Figura 45 – Solução numérica para o campo de velocidade tangencial para o plano  $r$ - $z$  de um anular livre de obstrução. Velocidades dadas em m/s. (a) Sem vórtices de Taylor,  $Re = 31,1$ ; (b) Com vórtices de Taylor,  $Re = 83,0$ .  $Re_{c-Num.} = 69,5$ . Fluido newtoniano.

Na Figura 45(a) as linhas de velocidade tangencial constante são paralelas ao cilindro interno, visto que o regime de escoamento é o de Couette. Na Figura 45(b) as linhas de velocidade tangencial constante oscilam ao longo da coordenada axial para um escoamento acima da transição. Pode-se identificar que os vales das ondulações são as regiões do campo de velocidade onde a velocidade radial incide sobre o cilindro interno e os picos das ondulações são as regiões do campo de velocidade onde a velocidade radial incide sobre o cilindro externo.

#### **4.6.2. Com obstrução parcial do espaço anular**

Os vórtices de Taylor ocupam o espaço anular integralmente em todas as posições circunferências de uma geometria livre de obstrução. Nos casos com obstrução parcial do espaço anular, os vórtices podem ocupar apenas uma parte da folga existente entre os cilindros na região próxima à obstrução.

Um escoamento em um espaço anular parcialmente obstruído com rotação do cilindro interno, sem ter alcançado o regime de vórtices de Taylor, apresentará uma recirculação de escoamento ao longo da coordenada circunferencial caso a obstrução tenha efeito relevante no escoamento do espaço anular. Após a formação dos vórtices de Taylor, o escoamento torna-se bastante complicado, pois além do escoamento secundário de Taylor, a recirculação ao longo da coordenada circunferencial não cessa. A interação dos vórtices de Taylor com o escoamento recirculante é mostrado na Figura 46 para uma obstrução de 75% do espaço anular, ilustrando a complexidade do escoamento que foi investigado experimental e numericamente.

A Figura 46 apresenta resultados numéricos obtidos para um plano meridional localizado no topo do espaço anular, a  $\theta = 0^\circ$  conforme a definição da Figura 7, para uma obstrução de  $\chi = 0,75$ . Em princípio, o campo de velocidade da Figura 46 no plano r-z parece com o apresentado na Figura 44 para um caso não obstruído, mas uma observação tridimensional do campo de velocidade mostra que o componente de velocidade circunferencial muda de sentido ao longo da coordenada radial. Esta mudança de direção do componente circunferencial é ilustrada pela linha tracejada horizontal da Figura 46 que divide o plano transversal em duas regiões, chamadas A e B. Na região A, o escoamento circunferencial é direcionado para dentro do plano do papel, mesmo sentido de rotação do cilindro interno, enquanto o escoamento na região B é

direcionado para fora do plano do papel. Somado a esse escoamento, existe o campo de velocidade do vórtice de Taylor. A Figura 47 ilustra qual seria a trajetória de uma partícula, com a mesma densidade do fluido simulado, dado o campo de velocidade para a geometria com  $\chi = 0,75$ .

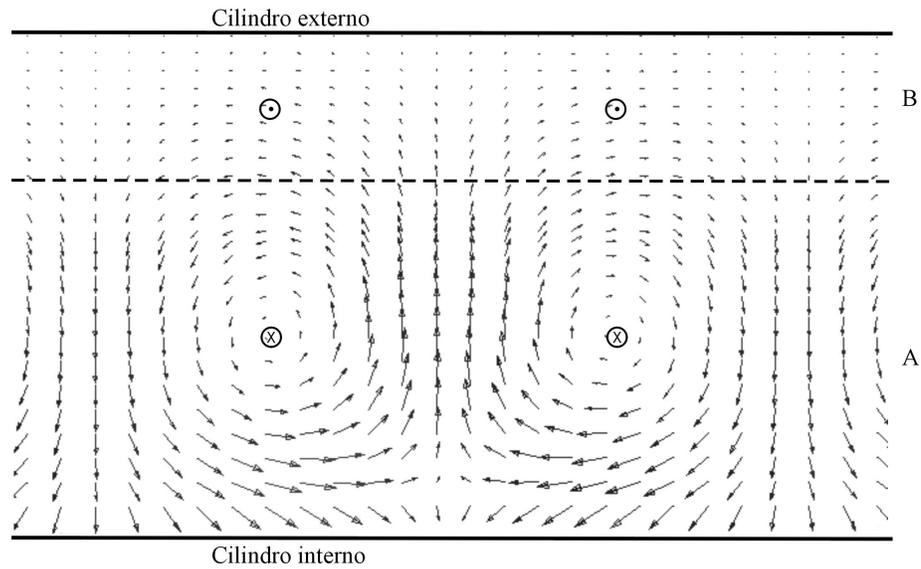


Figura 46 - Campo de velocidade obtido numericamente no plano r-z para a geometria de  $\chi = 0,75$ .

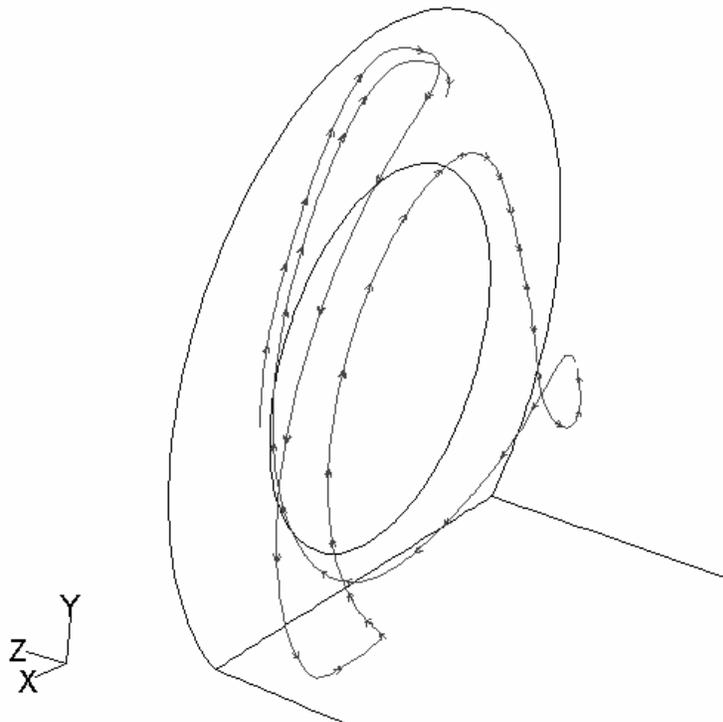


Figura 47 - Linha de Trajetória de uma partícula ilustrando as recirculações existentes dentro da estrutura do vórtice de Taylor.

Na trajetória especificada da Figura 47, pode-se observar que por volta do topo, a  $\theta = 0^\circ$  conforme a definição da Figura 7, existe uma mudança de sentido do escoamento uma vez que a partícula fazendo seu movimento toroidal do vórtice de Taylor, encontra a linha divisória das regiões A e B, sendo entranhada na região B. Pode-se perceber ainda que a partícula não sai do toróide que é definido pelo vórtice. A partícula da Figura 47 foi escolhida na proximidade da simetria axial do problema para não sofrer a influência dos efeitos de parede provenientes das extremidades axiais.

#### **4.7. Perfis de velocidade axial**

Os perfis de velocidade axial adimensional foram obtidos experimental e numericamente em uma coordenada axial que passa através do olho do vórtice localizado aproximadamente no meio de uma célula de vórtice, conforme a indicação da Figura 44. Os resultados apresentados são para o anular livre de obstrução e para alguns níveis de obstrução do espaço de anular.

As medições experimentais foram realizadas através da técnica de velocimetria por imagens de partículas. Para cada plano foram realizados alguns experimentos, sendo apresentada apenas parte dos resultados obtidos no laboratório. Os perfis apresentados são obtidos a partir de um campo médio gerado a partir de cinquenta campos instantâneos de velocidade.

##### **4.7.1. Fluido newtoniano**

As Figuras 48, 49 e 50 apresentam os perfis de velocidade axial adimensionalizada para um espaço anular sem obstrução, para os números de Reynolds rotacional de 85,2, 104,0 e 126,0, respectivamente. Esses valores correspondem aproximadamente a 20, 50 e 80% acima do número de Reynolds crítico de transição para a razão de raios  $\xi = 0,568$  empregada, mas abaixo dos valores para a segunda transição, regime de vórtices ondeantes, conforme pode ser observado nas Figuras 48, 49 e 50. A Coordenada radial foi adimensionalizada em  $r_1^* = r/r_e$  e os resultados são para o fluido newtoniano.

Analisando os resultados apresentados nas figuras referidas acima, pode-se verificar que os resultados dos experimentos realizados podem ser divididos em dois grupos experimentais. Os experimentos foram realizados com as

mesmas condições iniciais e condições de contorno, mas produziram diferentes perfis de velocidade, conforme pode ser verificado nas Figuras 48, 49 e 50. Os experimentos que compõem esses grupos foram cuidadosamente repetidos usando o mesmo fluido, na mesma temperatura e com a mesma rampa de rotação. O cilindro interno foi acelerado do repouso até o valor de rotação que propiciasse o número de Reynolds desejado. Essa aceleração adimensional,  $a^*$ , imposta foi de  $10,7 \pm 0,1$ . A câmera que registrou as imagens das partículas foi mantida na mesma posição axial para todos os experimentos.

Pode-se observar que os perfis de velocidade para os grupos A e B das Figuras 48, 49 e 50 apresentam sinais opostos, indicando que uma quantidade diferentes de vórtices se formou para os diferentes experimentos. Uma observação cuidadosa das Figuras 48, 49 e 50 mostra que os perfis de velocidade dos diferentes grupos não são simétricos. A existência dos dois tipos de perfis de velocidade é uma indicação da existência de duas soluções estáveis para o escoamento. A máxima velocidade do perfil de velocidade do Grupo A é maior que a medida no grupo experimental B. Essa constatação pode ser uma indicação da presença de um maior número de vórtices de menor dimensão, mas com maior intensidade no grupo experimental A. A Tabela 7 apresenta os experimentos que pertencem a cada grupo experimental para cada figura.

Tabela 7 – Experimentos pertencentes a cada grupo experimental apresentado nas Figuras 48, 49 e 50.

	Figura 48	Figura 49	Figura 50
Grupo A	Exp. I, II e IV	Exp. I e II	Exp. I e II
Grupo B	Exp. III e V	Exp. III e IV	Exp. III

As Figuras 48, 49 e 50 também mostram a previsão numérica dos perfis de velocidade axial para uma coordenada radial passando pelo olho do vórtice. As condições de contorno empregadas foram do tipo (c), isto é, o anular completo foi usado como domínio computacional e com condição de não deslizamento nas paredes das extremidades axiais, simulando as condições de contorno reais do experimento. Para esse caso, em que a geometria é o espaço anular concêntrico livre de obstrução, uma malha bidimensional foi utilizada. A solução numérica gerou um perfil de velocidade que coincide com o grupo experimental B para os três números de Reynolds investigados.

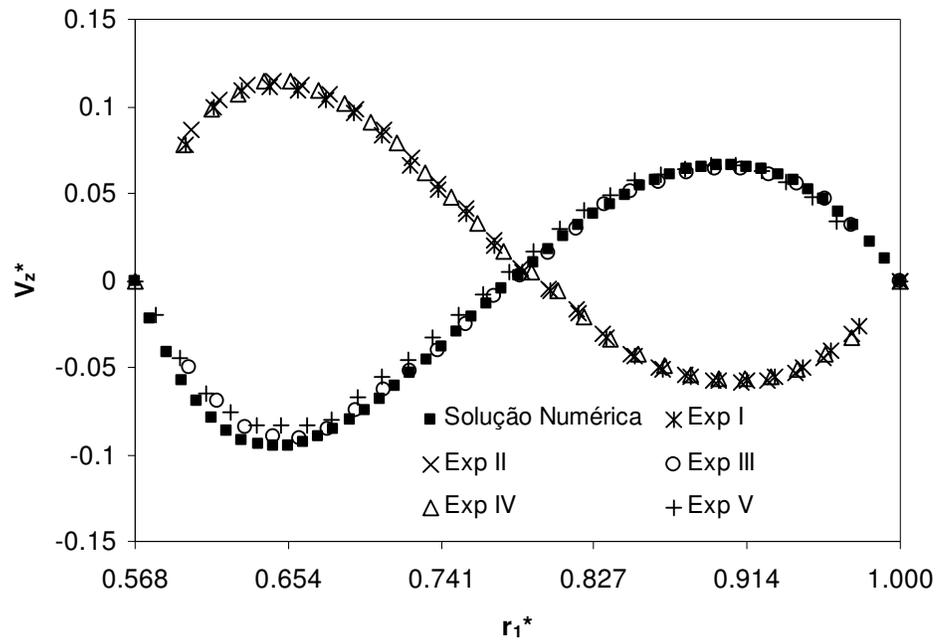


Figura 48 – Perfil de velocidade axial para o regime Taylor-Couette em um espaço anular livre de obstrução.  $Re: 85,2; Re \approx 1,2Re_c. \xi \leq r_1^* \leq 1.$

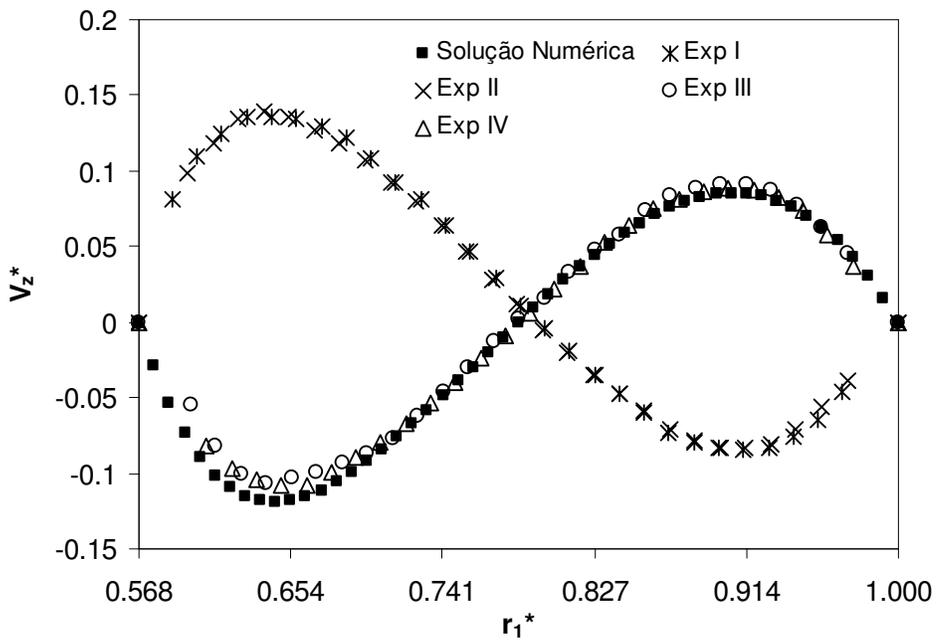


Figura 49 – Perfil de velocidade axial para o regime Taylor-Couette em um espaço anular livre de obstrução.  $Re: 103,5; Re \approx 1,5Re_c. \xi \leq r_1^* \leq 1.$

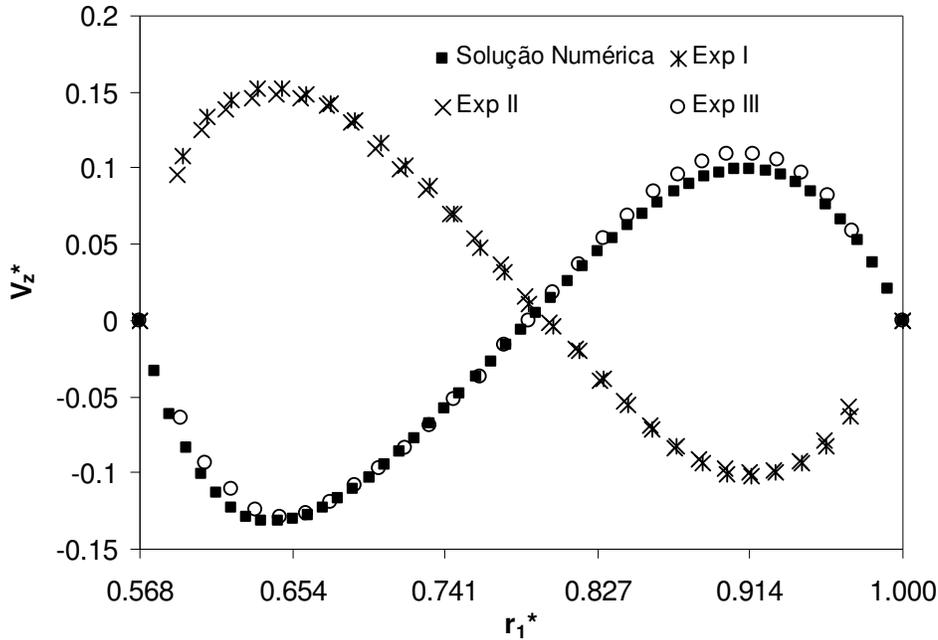


Figura 50. Perfil de velocidade axial para o regime Taylor-Couette em um espaço anular livre de obstrução.  $Re: 126,1; Re \approx 1,8Re_c. \xi \leq r_1^* \leq 1$ .

As Figuras 51, 52 e 53 apresentam os perfis de velocidade para o espaço anular obstruído com  $\chi = 0,5$ , para o número de Reynolds de 108,0, que está 22% acima do valor da transição. Os perfis de velocidade para essa geometria também passam pelo olho do vórtice e a aceleração adimensional imposta para o cilindro nos resultados experimentais foi de  $10,7 \pm 0,1$ , conforme os testes anteriores. A Figura 51 corresponde aos perfis de velocidade medidos nos planos meridionais posicionados em 0 e 180°.

Pode-se verificar nas Figuras 51, 52 e 53 que o mesmo nível de concordância entre os resultados numéricos e experimentais obtidos para a geometria de espaço anular livre de obstrução, Figuras 48, 49 e 50, é alcançado no caso da geometria parcialmente obstruída. As condições de contorno empregadas foram do tipo (a), isto é, simetria no meio do anular e domínio estendido na extremidade para não modular o tamanho dos vórtices. A malha para esse tipo de geometria foi tridimensional visto que o problema é assimétrico na direção circunferencial.

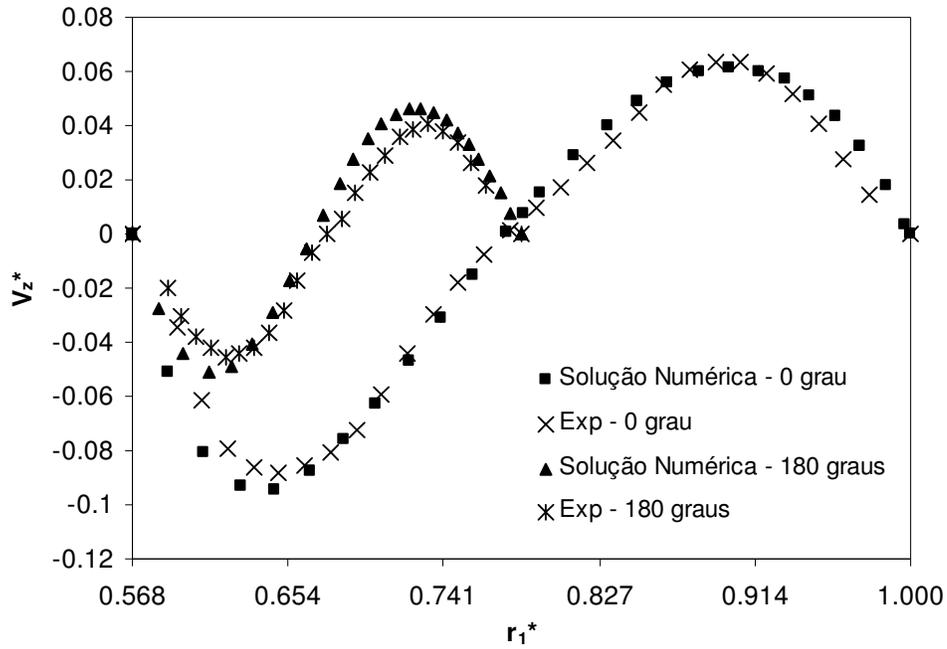


Figura 51. Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para os planos meridionais 0 e 180°.  $Re: 108; Re \approx 1,2Re_c. \chi = 0,500. \xi \leq r_1^* \leq 1.$

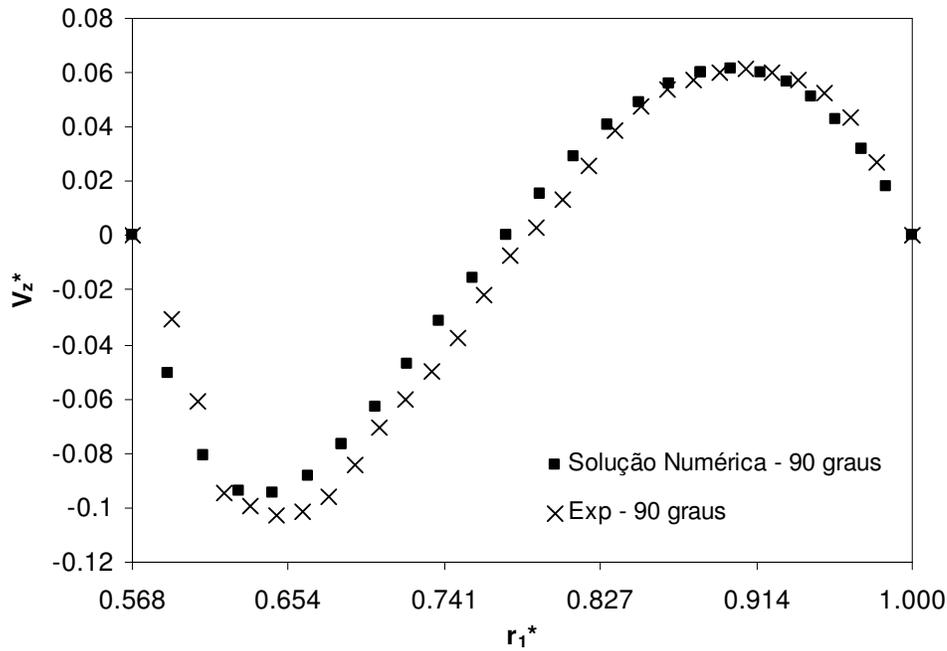


Figura 52. Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para o plano meridional de 90°,  $Re: 108; Re \approx 1,2Re_c. \chi = 0,500. \xi \leq r_1^* \leq 1.$

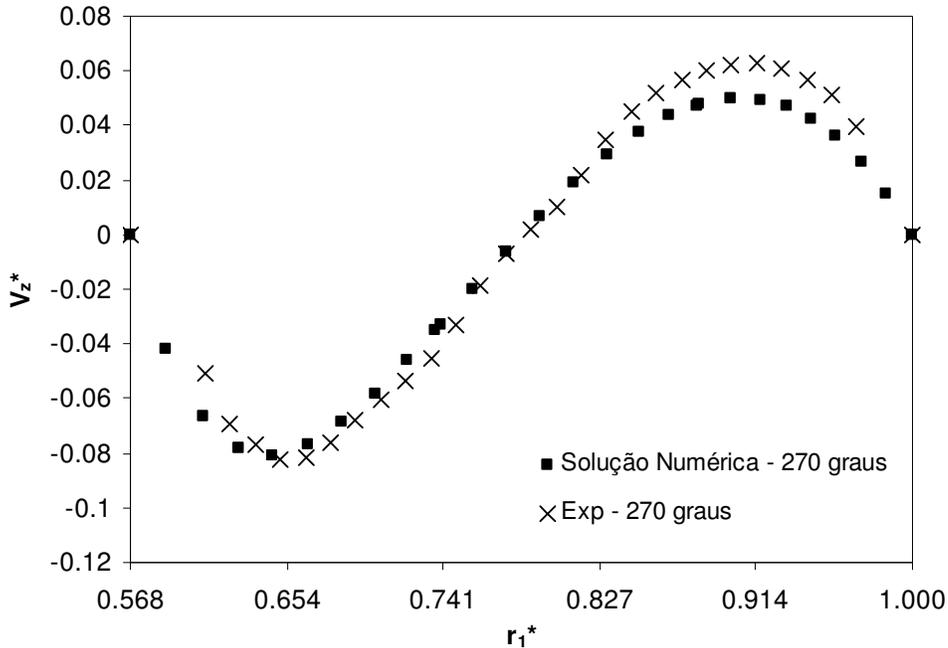


Figura 53. Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para o plano meridional de  $270^\circ$ ,  $Re: 108$ ;  $Re \approx 1,2Re_c$ .  $\chi = 0,500$ .  $\xi \leq r_1^* \leq 1$ .

As Figuras 54, 55 e 56 apresentam os perfis de velocidade axial adimensional para o espaço anular obstruído com  $\chi = 0,750$ , para o número de Reynolds de 219,4, isto é  $1,5Re_c$ . Os planos medidos foram de  $\theta = 0^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $270^\circ$ . O plano de  $\theta = 180^\circ$  não foi possível de ser medido para essa obstrução devido a configurações operacionais da montagem experimental. Pode-se constatar que a comparação entre os resultados numéricos e experimentais são razoavelmente bons, exceto para o plano de  $\theta = 270^\circ$  que está localizado a jusante da placa. As diferenças entre os resultados para esse nível de obstrução devem-se ao fato da recirculação circunferencial interferir no escoamento dos vórtices de Taylor.

Embora não haja concordância entre os resultados numéricos e experimentais para o plano de  $\theta = 270^\circ$ , conforme a apresentado na Figura 56, é interessante ressaltar que os resultados apontam para um perfil de velocidade axial praticamente uniforme nas proximidades do cilindro externo e com intensidade muito menor que a velocidade máxima de sentido contrário localizada mais próximo ao cilindro interno.

Pode-se notar nos resultados apresentados nessa seção que a velocidade axial máxima do vórtice de Taylor é da ordem de 10 a 15% do valor da velocidade tangencial do cilindro interno, exceto para o plano referente a

obstrução,  $\theta = 180^\circ$ , que é da ordem de 5%. Outra observação interessante é que a coordenada radial onde a velocidade do vórtice é máxima está situada nas proximidades do cilindro interno, conforme descrito na seção anterior.

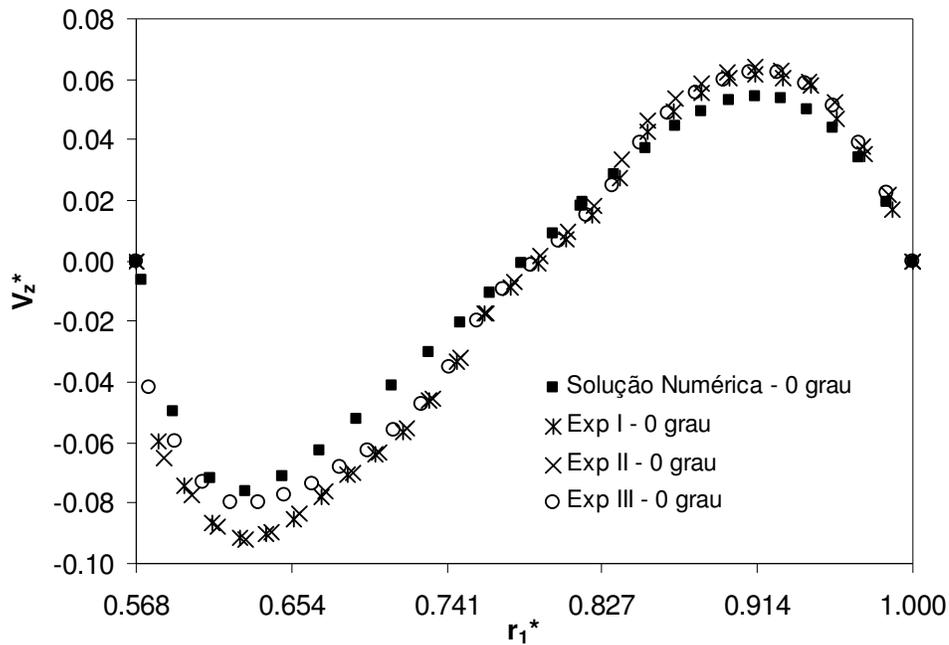


Figura 54 – Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para o plano meridional.

Re: 219,4;  $Re \approx 1,5Re_c$ .  $\chi = 0,750$ .  $\xi \leq r_1^* \leq 1$ .

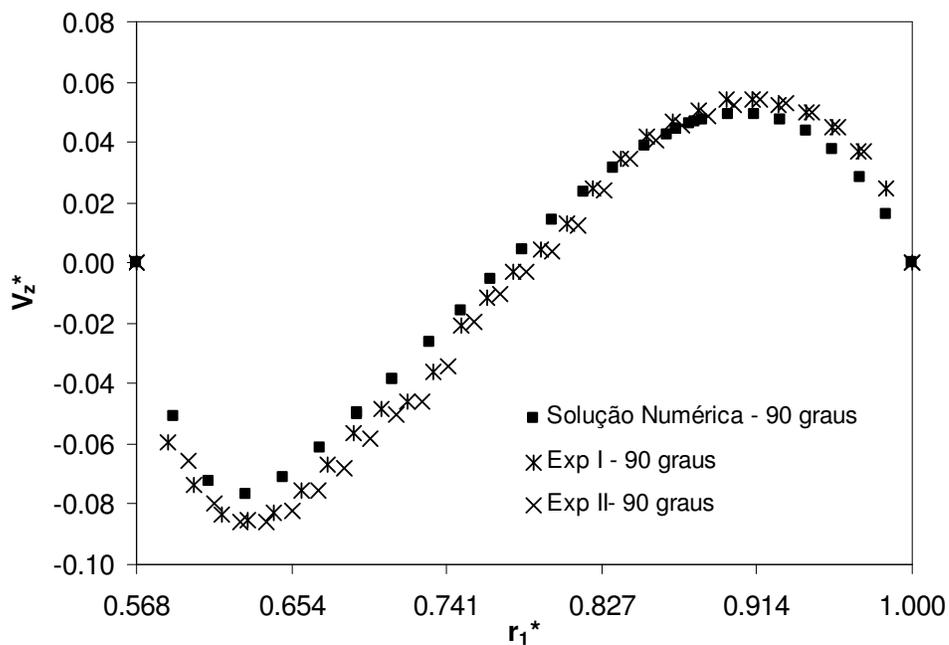


Figura 55 – Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para o plano meridional

de  $90^\circ$ , Re: 219,4;  $Re \approx 1,5Re_c$ .  $\chi = 0,750$ .  $\xi \leq r_1^* \leq 1$ .

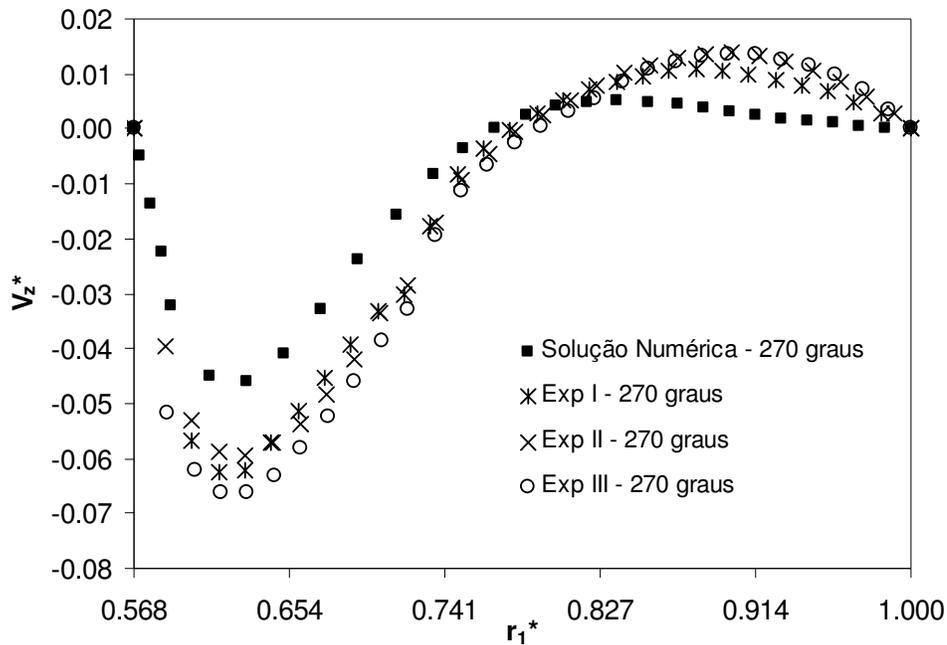


Figura 56 - Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para o plano meridional de 270°,  $Re: 219,4; Re \approx 1,5Re_c. \chi = 0,750. \xi \leq r_1^* \leq 1$ .

#### 4.7.2. Fluido não newtoniano

Os perfis de velocidade axial passando pelo olho do vórtice também foram obtidos para o caso não newtoniano ( $n = 0,406$ ). Os resultados mostrados para esse caso são soluções numéricas e experimentais para dois números de Reynolds, conforme pode ser observado nas Figuras 57 e 58.

O escoamento de fluidos não newtonianos com características “shear-thinning” apresentam uma assimetria mais acentuada no perfil de velocidade que o escoamento de fluido newtoniano. Pode-se constatar que o módulo da máxima velocidade axial do perfil nas proximidades do cilindro interno é aproximadamente o dobro do valor do módulo da máxima velocidade axial nas proximidades do cilindro externo. Essa diferença entre as máximas velocidades ocorre devido ao aumento da viscosidade ao longo da coordenada radial. No escoamento de fluido newtoniano a diferença entre os módulos das máximas velocidades é da ordem de 50%.

Os perfis de velocidade apresentados para o fluido não newtoniano apresentam uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais. A concordância entre os resultados numéricos e experimentais para o perfil de velocidade axial de um fluido newtoniano no anular livre de

obstrução foi melhor que a obtida nos resultados para a mesma geometria com fluidos não newtonianos.

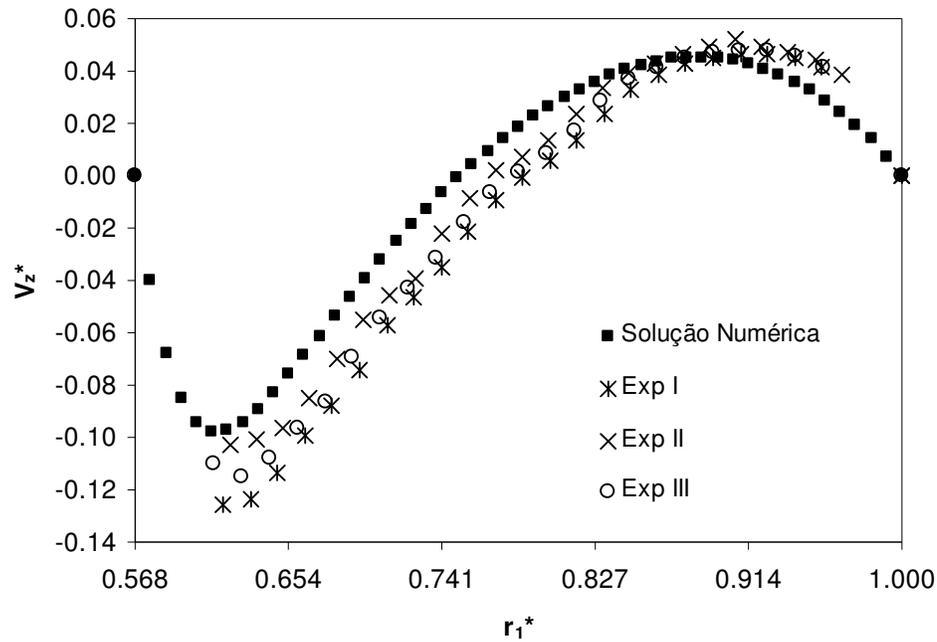


Figura 57 – Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para o plano meridional,  $Re: 98,4; Re \approx 1,5Re_c. \chi = 0. \xi \leq r_1^* \leq 1$ . Fluido não newtoniano ( $n = 0,406$ ).

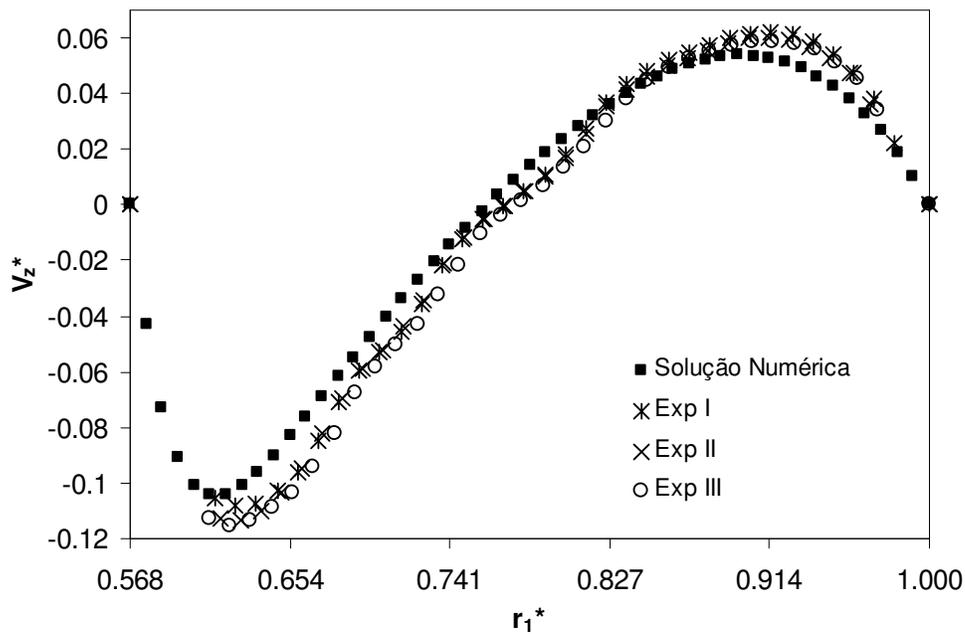


Figura 58 – Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para o plano meridional,  $Re: 118,1; Re \approx 1,8Re_c. \chi = 0. \xi \leq r_1^* \leq 1$ . Fluido não newtoniano ( $n = 0,406$ ).

A utilização de polímeros na produção de fluidos não newtonianos propicia um aumento da turbidez do fluido presente no anular, diminuindo assim a qualidade das imagens adquiridas pelo sistema de aquisição de imagens do PIV. Essa queda na qualidade pode ser um dos fatores que contribuíram para as diferenças nos perfis. Um outro fator que pode interferir na concordância entre os resultados experimentais e numéricos é o ajuste da função de potência para a curva de viscosidade em função da taxa de deformação.

Os resultados experimentais para as geometrias parcialmente obstruídas não são apresentados nesse trabalho visto que não houve tempo hábil para reproduzir a solução polimérica com os parâmetros reológicos originais e que foram utilizados nas simulações numéricas, uma vez que houve mudança reológica do fluido de teste após os testes de transição entre regimes. Os perfis numéricos são apresentados a seguir e ilustram o comportamento do perfil de velocidade passando pelo olho do vórtice.

Os resultados das soluções numéricas para o escoamento de fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) em um anular com obstrução parcial da geometria igual a  $\chi = 0,250$  são apresentados nas Figuras 59 e 60. Pode-se perceber que para essa geometria, o perfil de velocidade praticamente não é alterado ao longo da coordenada circunferencial, exceto na região próxima à placa de obstrução parcial que apresenta uma convergência da seção de escoamento. A pequena variação do perfil de velocidade pode ser justificada pela baixa interferência da placa de obstrução parcial no escoamento do anular. Os resultados das soluções numéricas para  $\chi = 0,500$  com o mesmo fluido não newtoniano, são apresentados nas Figuras 61 e 62. Pode-se perceber que existe uma pequena variação do perfil de velocidade ao longo da coordenada circunferencial, conforme a Figura 62, explicada pela interferência da placa no escoamento.

A região mais afetada no escoamento é a situada à jusante da placa de obstrução, seguindo o sentido do escoamento. Espera-se, conforme os resultados dos casos testados com fluido newtoniano, que a presença de uma placa com maior nível de obstrução acarrete um escoamento com maior variação do perfil de velocidade axial ao longo da direção circunferencial. Os resultados das soluções numéricas para essas geometrias,  $\chi = 0,625$  e  $0,750$ , com fluido não newtoniano não serão apresentados.

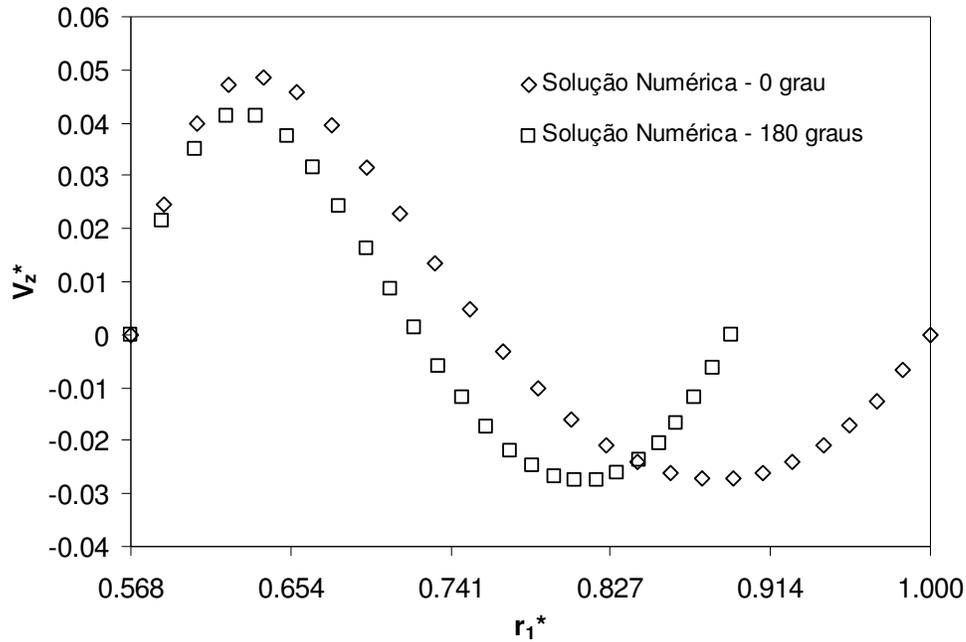


Figura 59 – Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para os planos meridionais  $\theta = 0^\circ$  e  $180^\circ$ ,  $Re: 69,5$ ;  $Re \approx 1,03Re_c$ .  $\chi = 0,250$ .  $\xi \leq r_1^* \leq 1$ . Fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).

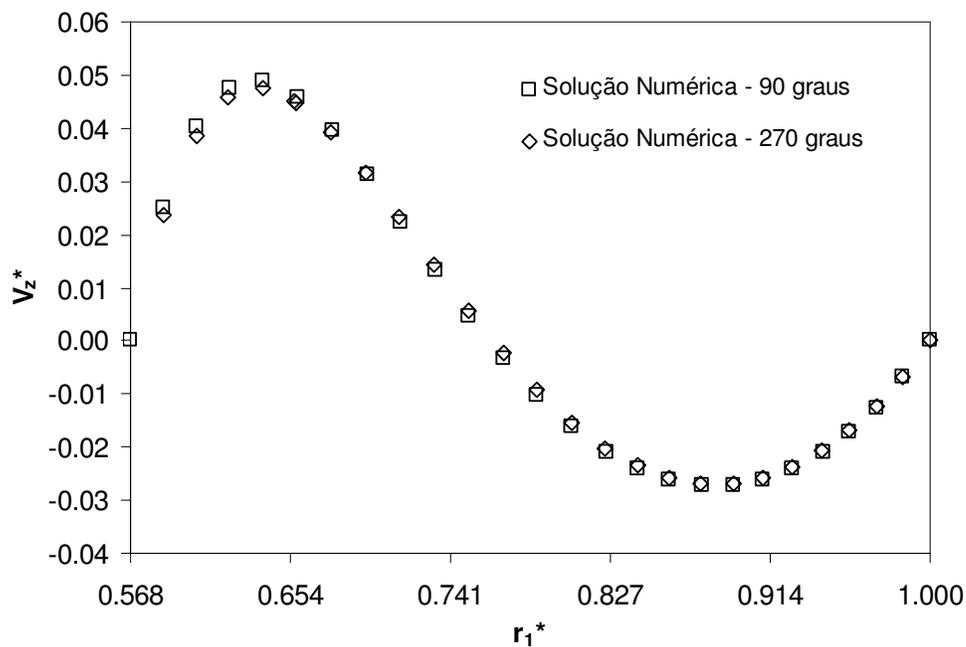


Figura 60 – Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para os planos meridionais  $\theta = 90^\circ$  e  $270^\circ$ ,  $Re: 69,5$ ;  $Re \approx 1,03Re_c$ .  $\chi = 0,250$ .  $\xi \leq r_1^* \leq 1$ . Fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).

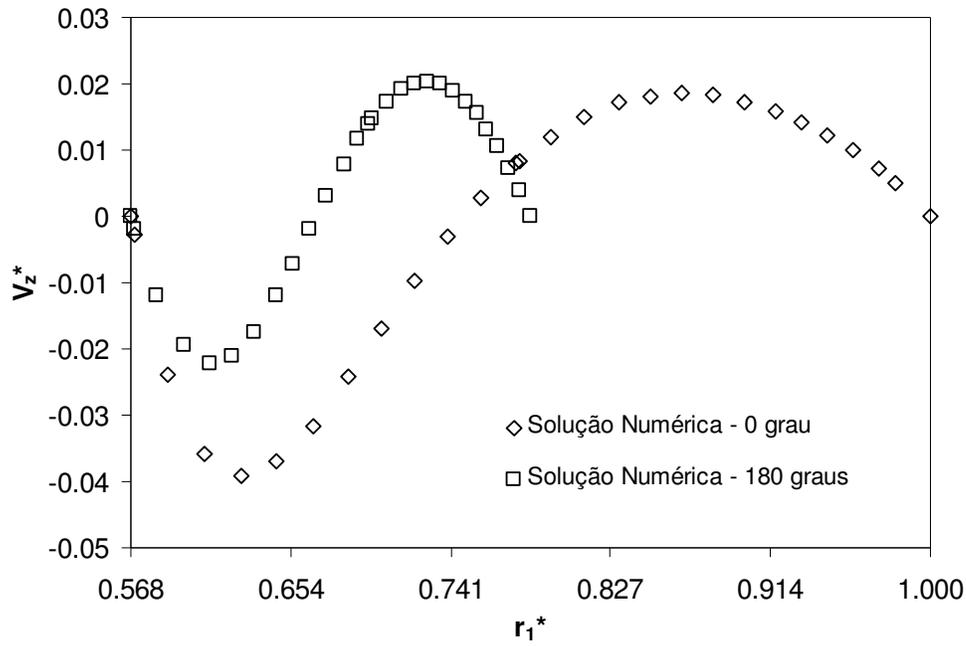


Figura 61 – Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para os planos meridionais  $\theta = 0^\circ$  e  $180^\circ$ ,  $Re: 80,0; Re \approx 1,03Re_c$ .  $\chi = 0,500$ .  $\xi \leq r_1^* \leq 1$ . Fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).

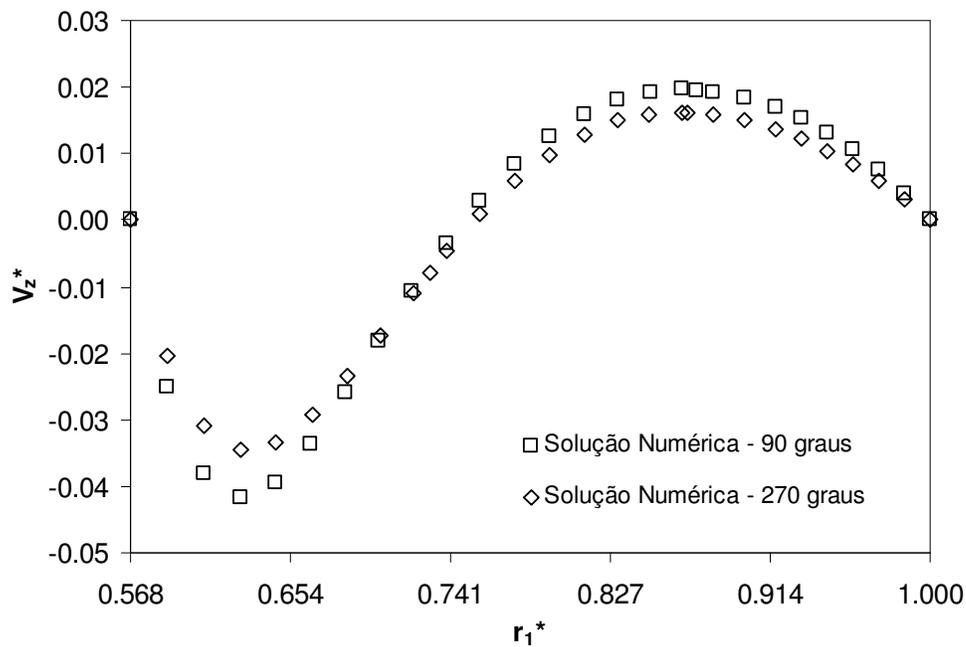


Figura 62 – Perfis de velocidade para o regime Taylor-Couette para os planos meridionais  $\theta = 90^\circ$  e  $270^\circ$ ,  $Re: 80,0; Re \approx 1,03Re_c$ .  $\chi = 0,500$ .  $\xi \leq r_1^* \leq 1$ . Fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).

#### 4.8. Campos de velocidade no plano $r-\theta$

O campo de velocidade no plano  $r-\theta$  foi estudado apenas numericamente, visto que a obtenção do campo de velocidade pela técnica de velocimetria por imagens de partículas foi impossibilitada de ser usada na região de simetria axial da experiência. Os testes com PIV, para esse plano, foram possíveis apenas para a região próxima a extremidade axial e estão sujeitos a efeitos de parede. A Figura 63 ilustra a recirculação existente, em uma geometria com  $\chi = 0,75$ , para um fluido newtoniano através do cisalhamento que ocorre na glicerina quando a mesma sai do estado quiescente após um longo período de tempo. A figura ilustra uma situação sem a presença de vórtices de Taylor.

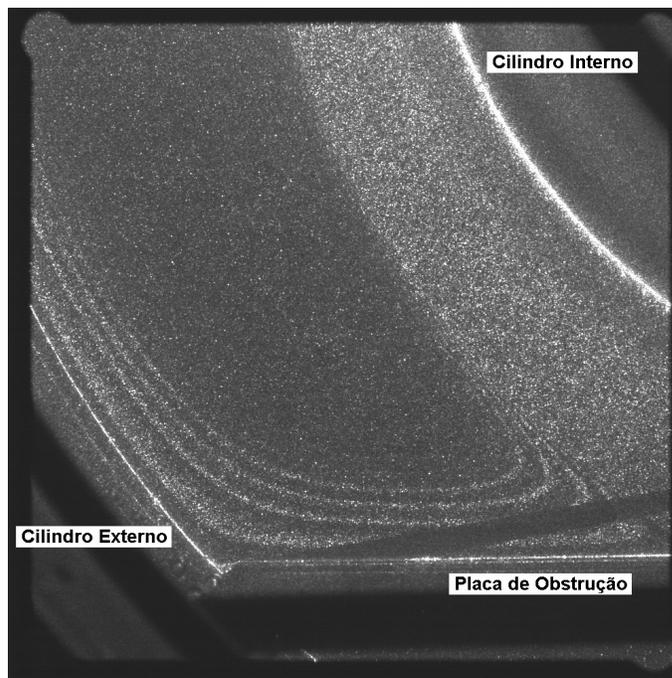


Figura 63 - Linhas de corrente para a seção transversal de uma geometria com  $\chi = 0,75$  sem a presença de vórtices de Taylor.

O campo de velocidade transversal, plano  $r-\theta$ , obtido a partir da solução numérica é mostrado na Figura 64. O caso escolhido ilustra o escoamento induzido pela presença da placa horizontal no espaço anular para um número de Reynolds igual a  $Re = 149,0$  e uma obstrução  $\chi = 0,750$ . Este número de Reynolds escolhido está acima do número de Reynolds crítico para a transição entre os regimes de Couette e Vórtices de Taylor. Esse número de Reynolds também se encontra abaixo da transição para o regime de vórtices ondeantes.

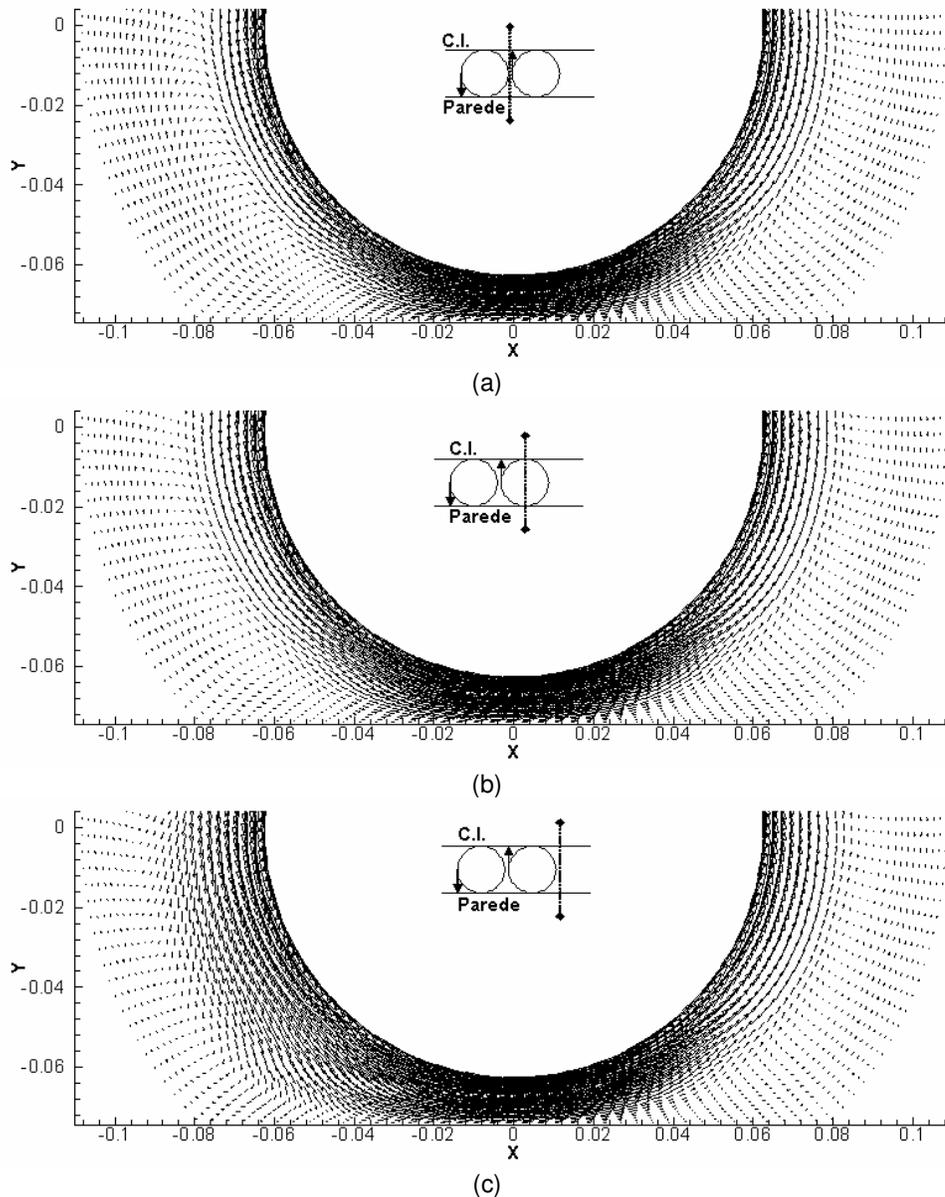


Figura 64 - Campo de velocidade transversal para a metade inferior do espaço anular. (a) entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando; (b) passando pelo olho do vórtice; (c) entre dois vórtices com o campo de velocidade radial saindo;  $Re = 149$ ,  $\chi = 0,75$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

A Figura 64 apresenta uma visão da metade inferior do espaço anular, entre 90 e 270 graus, de acordo com a convenção da Figura 7. O cilindro interno gira no sentido anti-horário. A abscissa de cada gráfico coincide com a placa horizontal que parcialmente obstrui o espaço anular. A linha tracejada no desenho esquemático de cada figura indica a posição axial do plano, onde o campo de velocidade foi obtido, relativa ao par de vórtices. O desenho

esquemático representa a posição circunferencial referente a  $180^\circ$ , isto é, na parte inferior do espaço anular. As linhas paralelas e horizontais que limitam os vórtices são representações do cilindro interno (C.I.) e placa horizontal (Parede). De acordo com a representação, a Figura 64(a) representa o plano entre dois vórtices, onde o sentido do campo de velocidade incide sobre o cilindro interno, a Figura 64(b) representa o plano passando pelo olho de um vórtice e a Figura 64(c) representa o plano entre dois vórtices, onde o sentido do campo de velocidade incide sobre o cilindro externo.

A Figura 64(a) mostra a diminuição da espessura da região A, definida na Figura 46, partindo de  $\theta = 270^\circ$ , a jusante da placa, até  $\theta = 180^\circ$ , a montante da placa. Essa redução na espessura da camada A é explicada pelo sentido de giro do vórtice no plano escolhido. Pode-se constatar que na Figura 64(b) que esse efeito não é aparente, visto que o plano passa pelo olho do vórtice. Na Figura 64(c) pode-se verificar um fenômeno contrário ao citado para a Figura 64(a), uma vez que o sentido de giro do vórtice propicia, no plano em questão, um escoamento com velocidade radial incidindo sobre o cilindro externo.

Uma observação mais focalizada na região a montante e a jusante da placa é necessária para observar algumas características do escoamento nos planos entre dois vórtices. Deve-se ressaltar que a recirculação circunferencial ocorre ao longo de toda a coordenada axial, mas nesse trabalho apenas os planos dentro de um único vórtice estão sendo apresentados.

Pode-se perceber na Figura 65 que o escoamento a montante da placa de obstrução parcial em um plano onde o sentido da velocidade radial é do cilindro externo para o cilindro interno apresenta uma fina camada na região A, próxima ao cilindro interno, conforme já mencionado. Verifica-se também que a recirculação é alimentada pelo campo de velocidade de um plano axial adjacente, visto que parte do escoamento nessa região está vindo aparentemente da placa de obstrução.

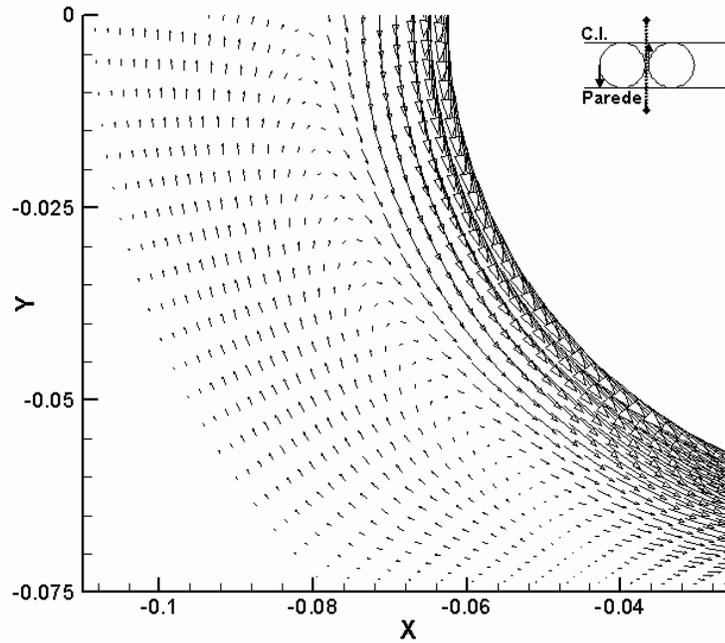


Figura 65 – Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando.  $Re: 149$ ,  $\chi = 0,75$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

A Figura 66 ilustra um comportamento do escoamento a montante da placa de obstrução parcial em um plano onde o sentido da velocidade radial é do cilindro interno para o cilindro externo. Pode-se perceber que o escoamento observado na Figura 66 apresenta uma espessa camada na região A que não passa totalmente pelo anular parcialmente obstruído. Nesse plano, o escoamento recirculado é proveniente apenas da região A.

Comparando o campo de velocidade da Figura 67 com o campo da Figura 68, verifica-se que o escoamento na região a jusante da placa apresenta um comportamento similar, independentemente do plano escolhido. Esse fenômeno pode ser explicado pelo efeito da recirculação circunferencial sobrepujar o efeito do sentido de giro do vórtice.

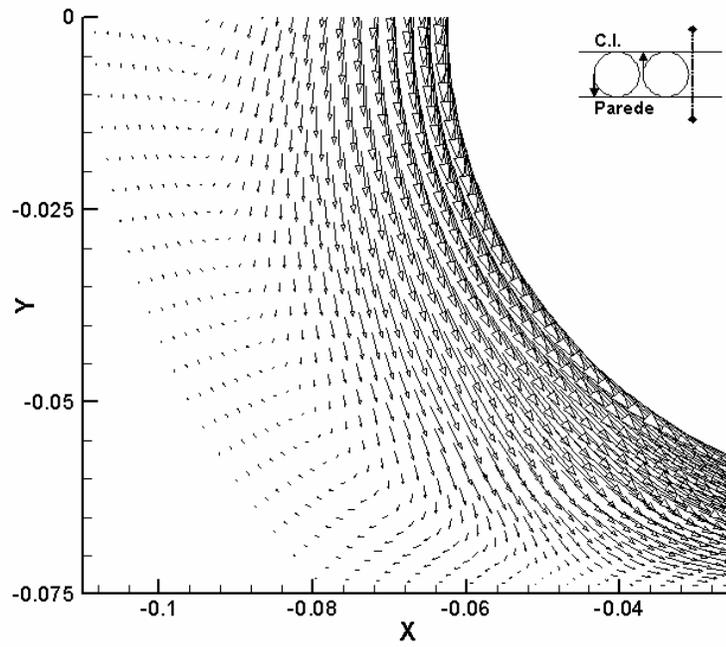


Figura 66 - Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando.  $Re: 149$ ,  $\chi = 0,75$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

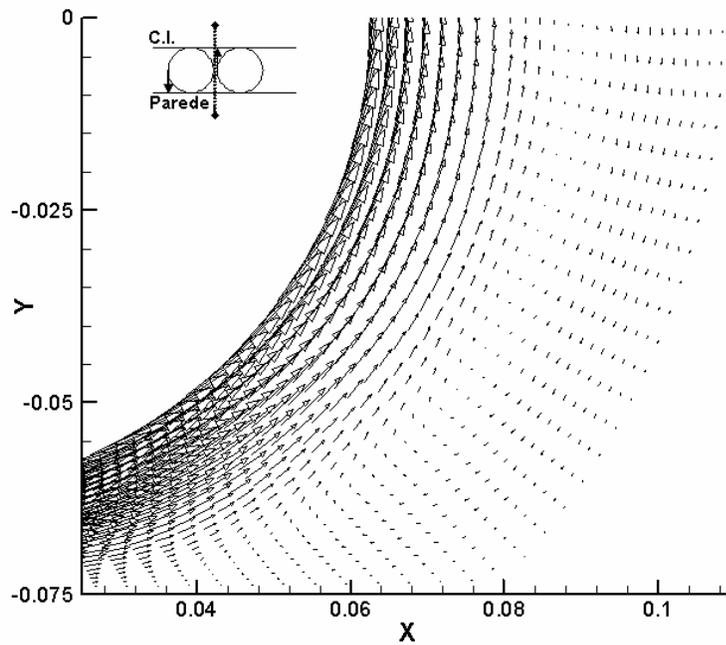


Figura 67 - Campo de velocidade a jusante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando.  $Re: 149$ ,  $\chi = 0,75$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

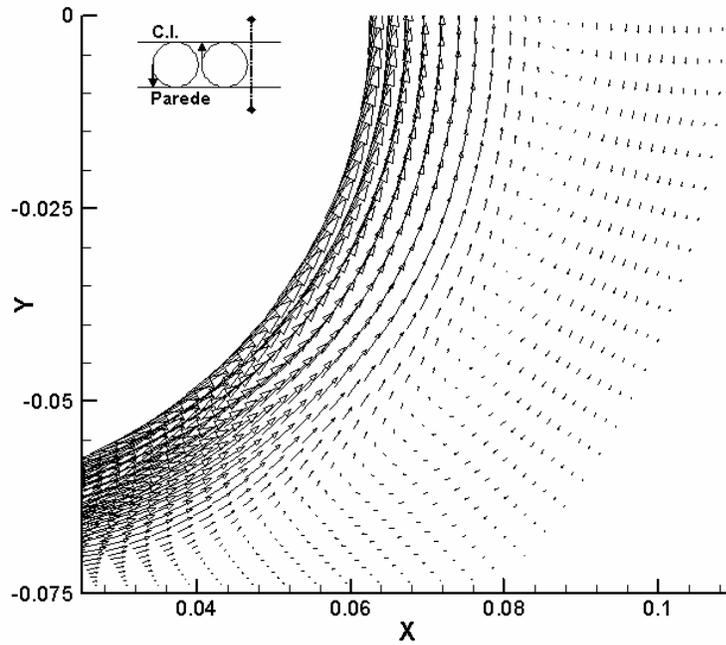
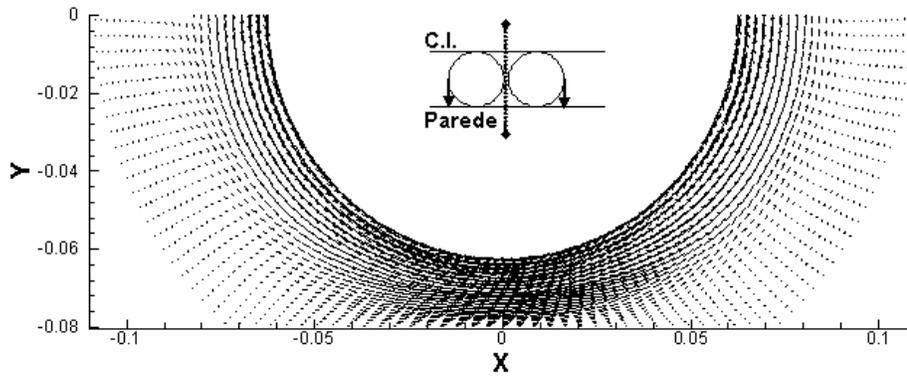


Figura 68 - Campo de velocidade a jusante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando.  $Re: 149$ ,  $\chi = 0,75$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

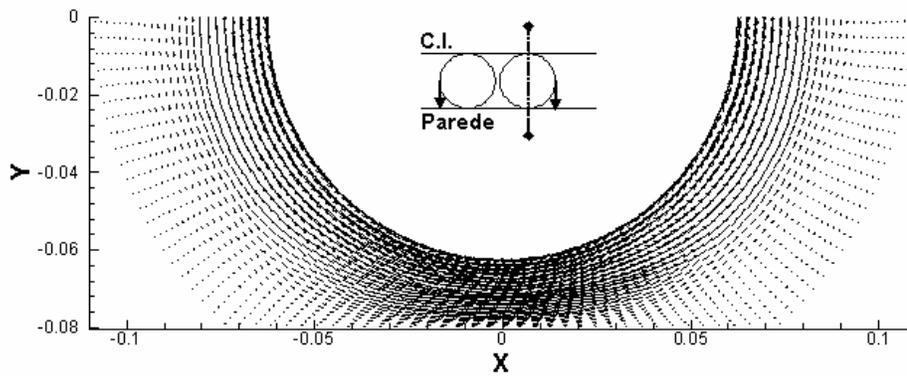
Os mesmos planos são apresentados para as geometrias com obstrução parcial  $\chi = 0,625$  e  $\chi = 0,500$ . Pode-se perceber na Figura 69 referente a obstrução parcial  $\chi = 0,625$  que a recirculação apresenta-se um pouco menos acentuada que a mostrada na geometria de  $\chi = 0,750$ , mas com as mesmas características, conforme pode ser verificado nas Figuras 70-73.

Para a geometria com  $\chi = 0,500$ , a recirculação circunferencial não ocorre mais, conforme pode ser verificado na Figura 74, visto que a folga na região parcialmente obstruída possibilita a passagem do escoamento integralmente.

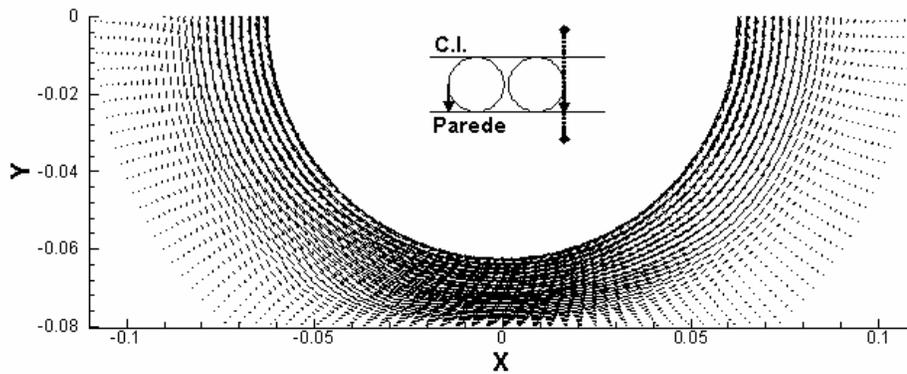
Observando a Figura 75 e 76 para a região a montante da placa, não se identifica célula de recirculação na região próxima a placa, mesmo com ampliação da imagem.



(a)



(b)



(c)

Figura 69 – Campo de velocidade transversal para a metade inferior do espaço anular. (a) entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando; (b) passando pelo olho do vórtice; (c) entre dois vórtices com o campo de velocidade radial saindo;  $Re: 105,4$ ,  $\chi = 0,625$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

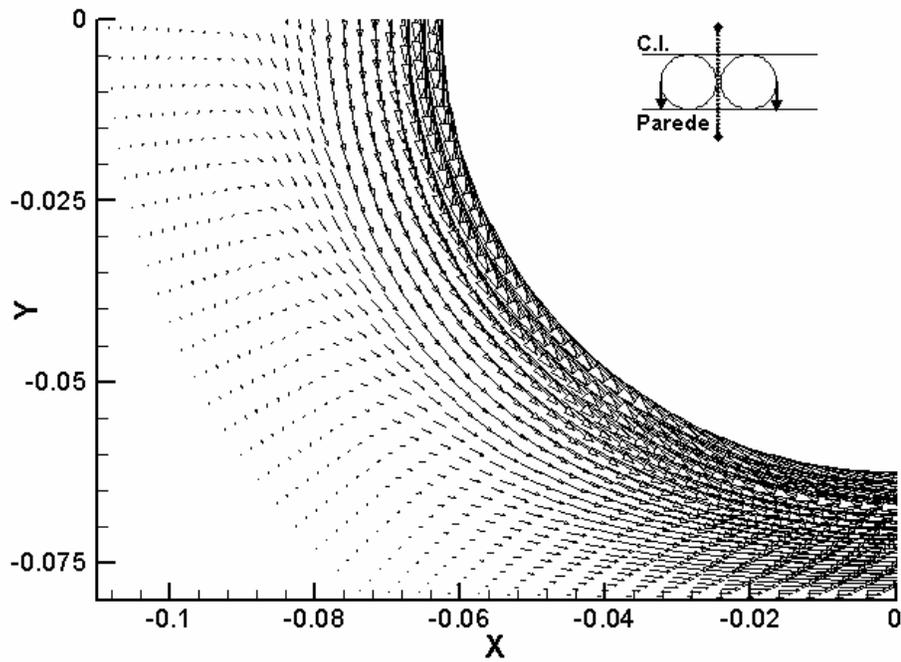


Figura 70 – Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando.  $Re: 105,4$ ,  $\chi = 0,625$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

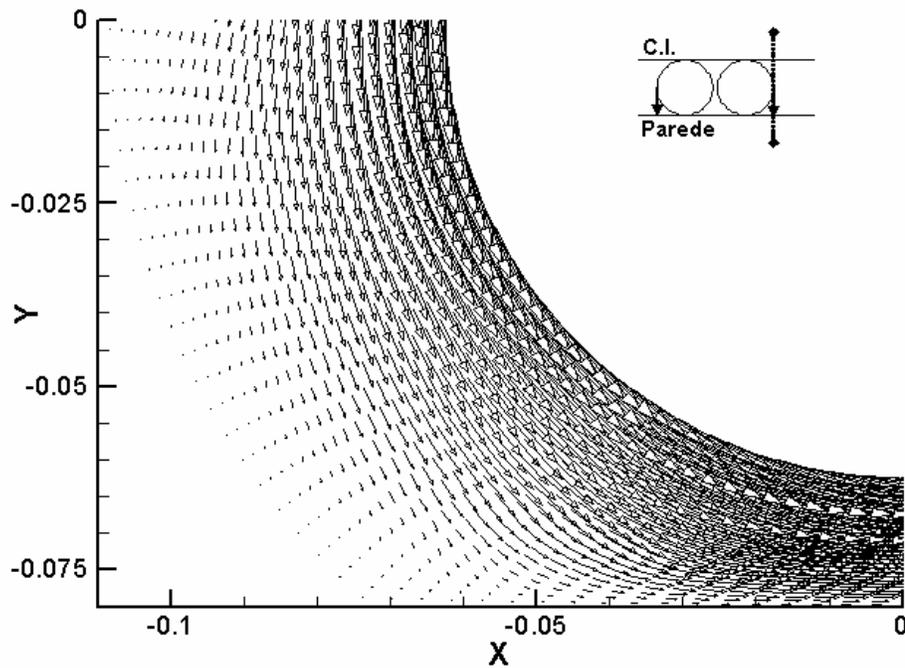


Figura 71 – Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade radial saindo.  $Re: 105,4$ ,  $\chi = 0,625$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

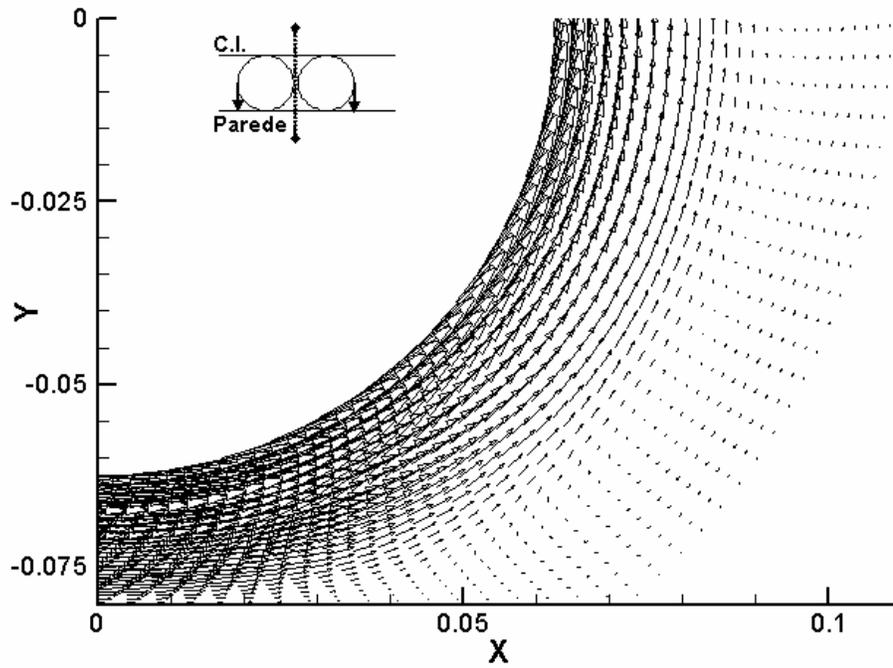


Figura 72 – Campo de velocidade a jusante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando.  $Re: 105,4$ ,  $\chi = 0,625$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

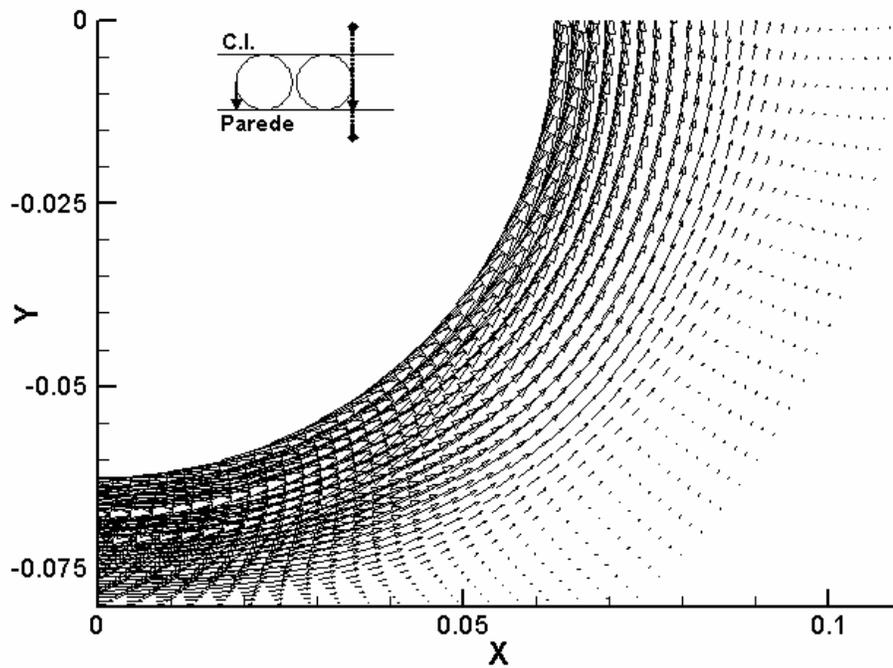
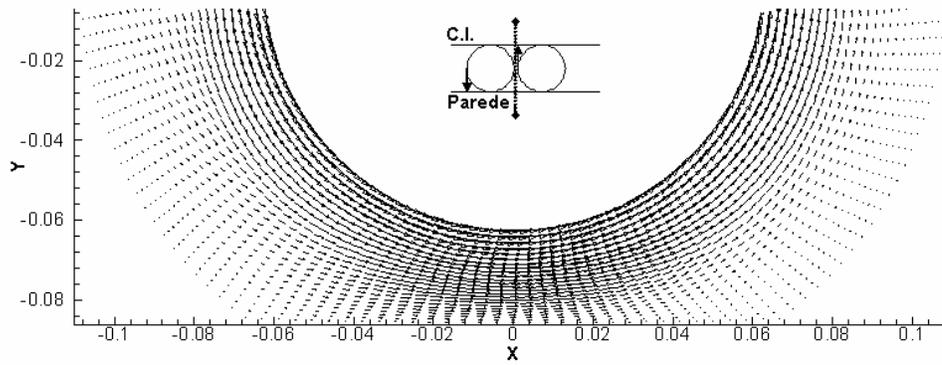
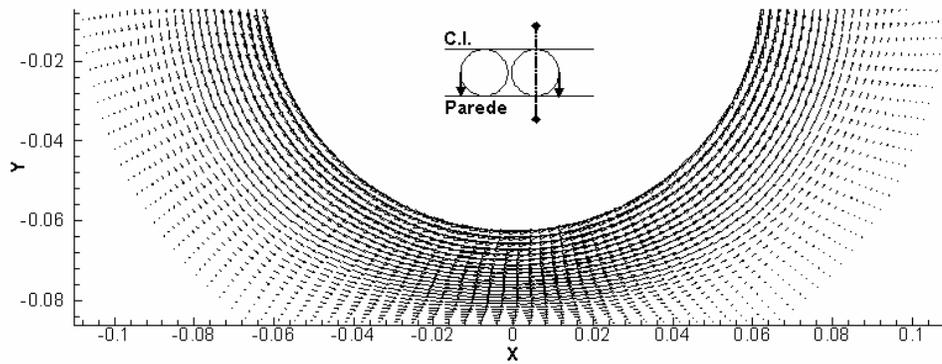


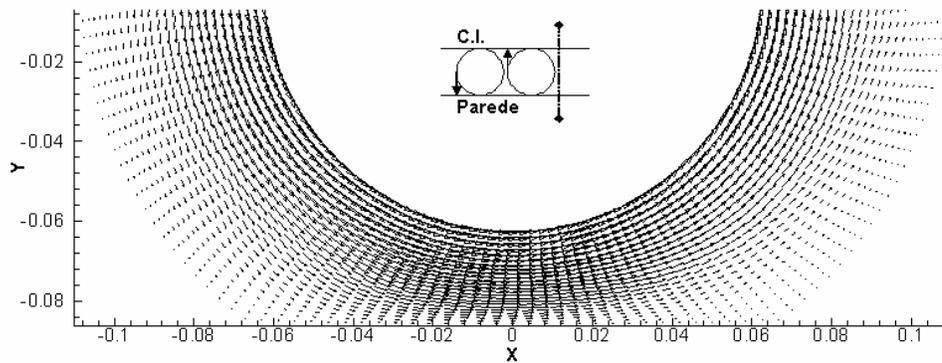
Figura 73 – Campo de velocidade a jusante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade radial saindo.  $Re: 105,4$ ,  $\chi = 0,625$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.



(a)



(b)



(c)

Figura 74 – Campo de velocidade transversal para a metade inferior do espaço anular. (a) entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando; (b) passando pelo olho do vórtice; (c) entre dois vórtices com o campo de velocidade radial saindo;  $Re: 90,3$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

Pode-se verificar nas Figuras 77 e 78, para a região a jusante da placa, que existe um ponto de descolamento do escoamento sobre a placa horizontal. O descolamento do escoamento ocorre devido ao gradiente adverso de pressão proporcionado pela presença da placa. Os pontos de descolamento e recolamento do escoamento são identificados nas figuras 77 e 78 pelo círculo

preto. O ponto de recolamento do escoamento sobre a superfície do cilindro externo é dependente do plano axial estudado visto que o sentido de giro do vórtice contribuirá para o recolamento. Para um plano onde o campo de velocidade radial está incidindo sobre o cilindro externo, ou sobre a placa, verifica-se um recolamento do escoamento sobre o cilindro externo mais rápido que para um plano onde o campo de velocidade radial está incidindo sobre o cilindro interno. O plano axial passando pelo olho do vórtice de Taylor não sofre influência radial devido ao sentido de rotação do toróide. Assim, nesse plano, o recolamento do escoamento sobre a superfície do cilindro externo ocorrerá em uma coordenada circunferencial intermediária entre os planos acima citados, conforme mostrado na Figura 79.

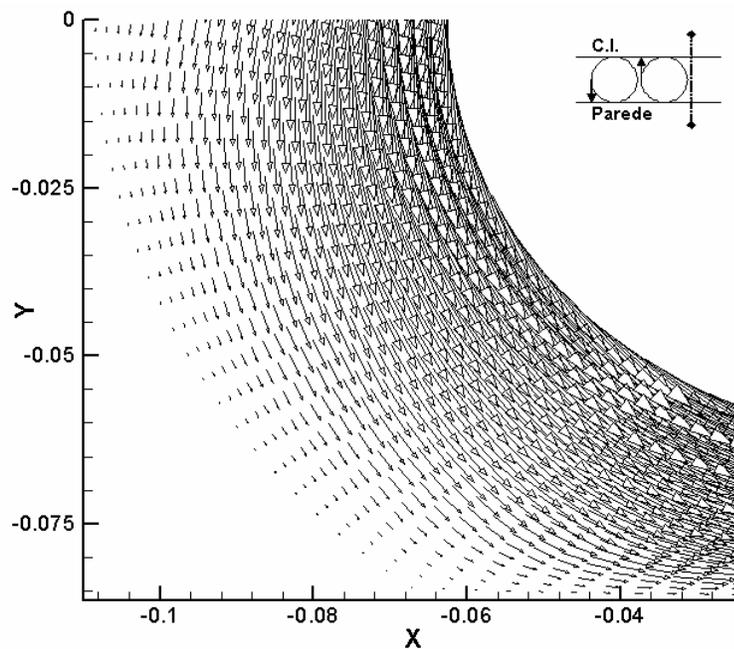


Figura 75 – Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade saindo radialmente.  $Re: 90,3$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

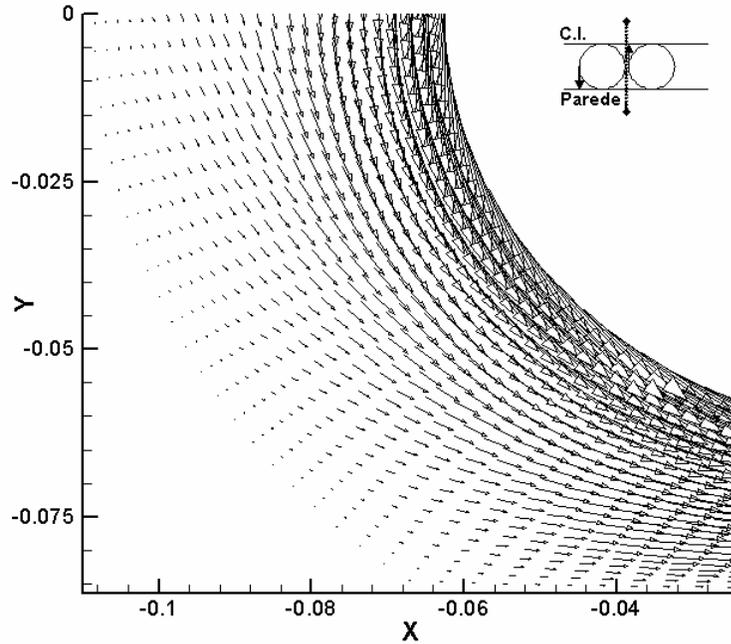


Figura 76 – Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade entrando radialmente.  $Re: 90,3$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

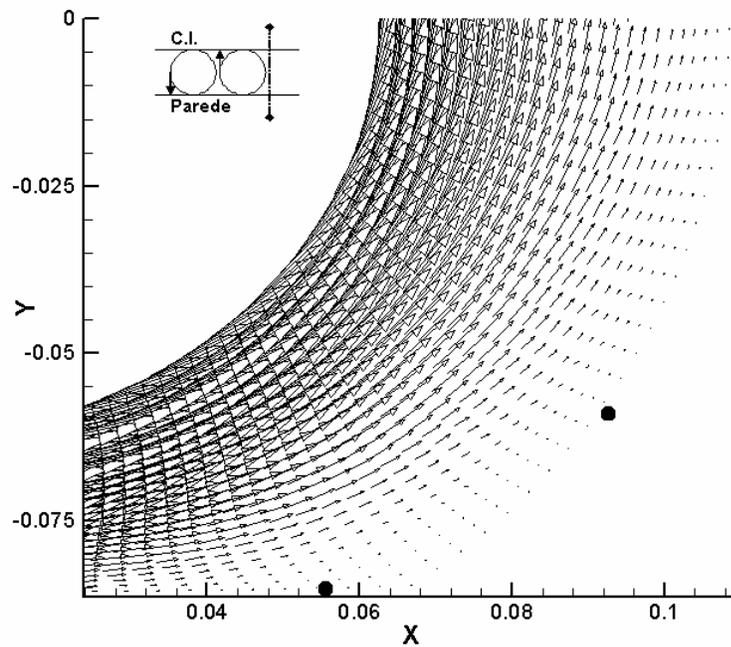


Figura 77 – Campo de velocidade a jusante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade saindo radialmente.  $Re: 90,3$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

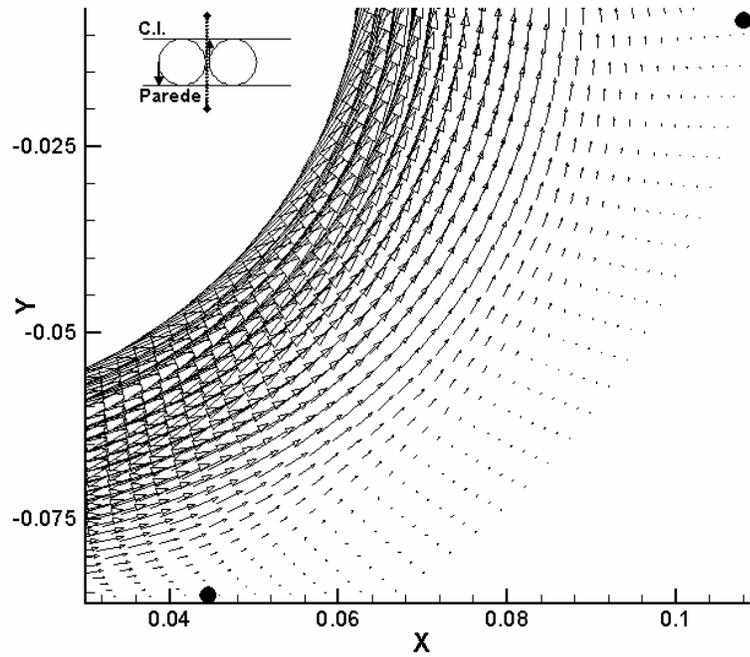


Figura 78 – Campo de velocidade a jusante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade entrando radialmente.  $Re: 90,3$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

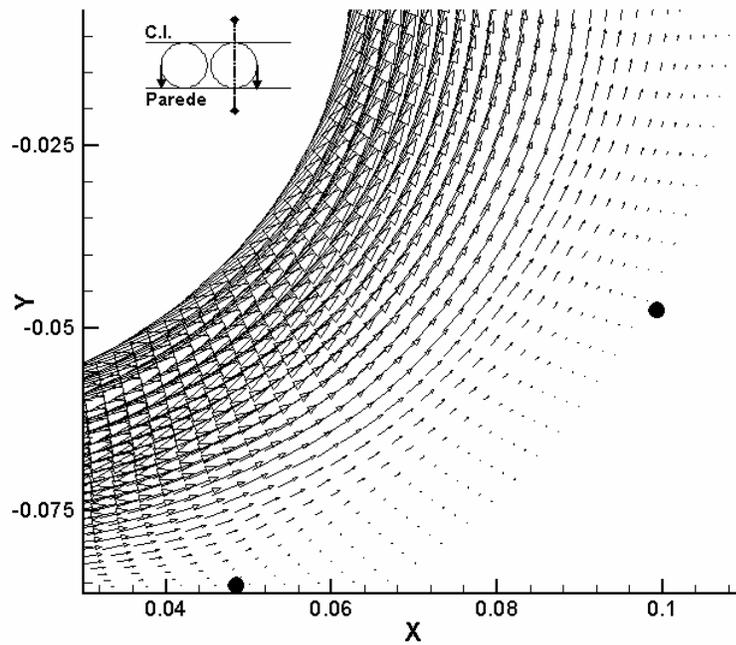


Figura 79 – Campo de velocidade a jusante da placa para um plano passando pelo olho do vórtice.  $Re: 90,3$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

O campo de velocidade na seção transversal também foi analisado para um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) para duas obstruções parciais do espaço anular,  $\chi = 0,625$  e  $\chi = 0,500$ .

Pode-se verificar na Figura 80 que a recirculação circunferencial não ocorre mais para o escoamento do fluido não newtoniano testado na geometria de  $\chi = 0,625$ . Os testes para a geometria de  $\chi = 0,625$ , tanto para o fluido newtoniano quanto para o fluido não newtoniano, foram feitos para um número de Reynolds não superior a 2% do valor do número de Reynolds crítico para cada caso.

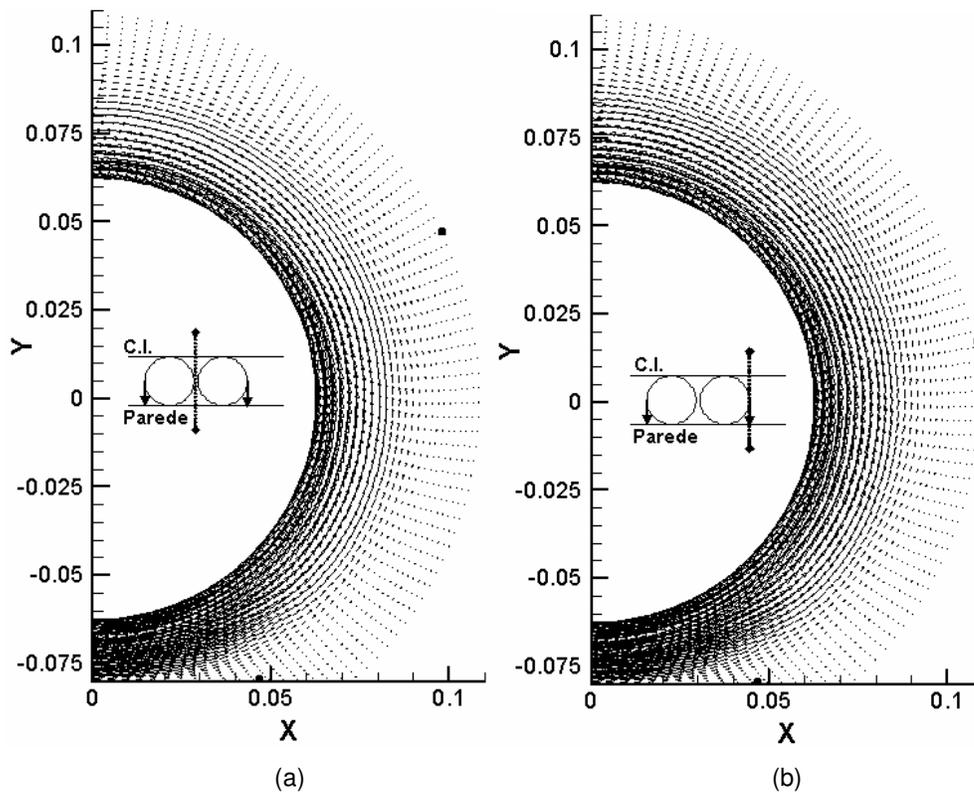


Figura 80 - Campo de velocidade transversal para metade do espaço anular para um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ): identificação do ponto de recolamento. (a) Entre dois vórtices com o campo de velocidade radial entrando; (b) Entre dois vórtices com o campo de velocidade radial saindo;  $Re: 91,2$ ,  $\chi = 0,625$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

Conforme a descrição para a geometria com obstrução parcial de  $\chi = 0,500$  do fluido newtoniano, essa geometria apresenta um ponto de descolamento do escoamento sobre a placa devido ao gradiente adverso de pressão provocado pela presença da placa no mesmo. O recolamento do

escoamento sobre a superfície do cilindro externo ocorre em uma coordenada circunferencial diferente, de modo similar ao caso newtoniano, dependendo do sentido de giro do toróide no plano selecionado. Pode-se verificar na Figura 80 que o caso com o escoamento incidindo sobre o cilindro externo, o recolamento ocorre mais rapidamente que o caso do escoamento incidindo sobre o cilindro interno.

A característica “shear-thinning” do fluido não newtoniano testado é claramente percebida no escoamento a montante da placa de obstrução parcial, Figura 81 e 82, onde a velocidade nas proximidades do cilindro externo é reduzida em função da elevada viscosidade do fluido, em comparação com as velocidades maiores na região próxima ao cilindro interno que apresenta menores faixas de viscosidade devido às elevadas taxas de cisalhamento. Uma outra característica visível é a pequena diferença na estrutura do escoamento para planos axiais com diferentes sentidos de rotação do toróide. Para os casos newtonianos, a diferença na estrutura do escoamento se mostrou mais relevante, conforme observado em todos os casos de fluidos newtonianos.

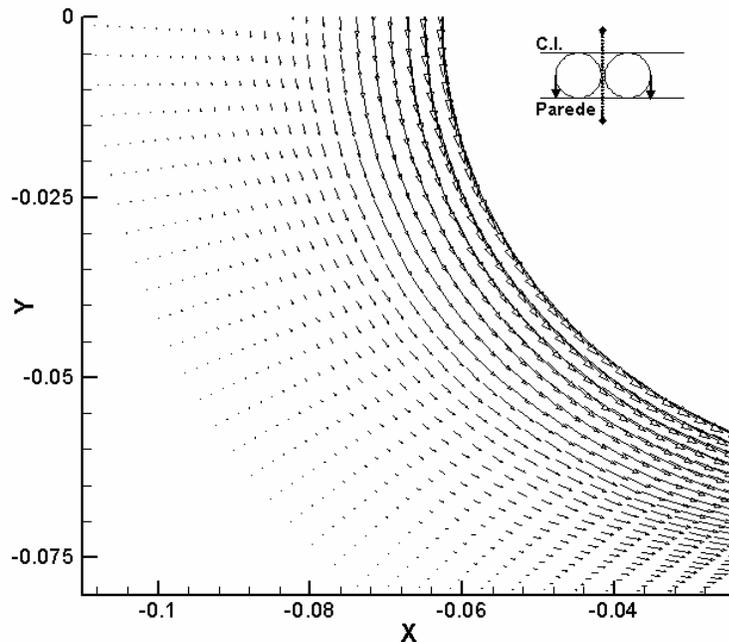


Figura 81 – Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade entrando radialmente para um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).  $Re: 91,2$ ,  $\chi = 0,625$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

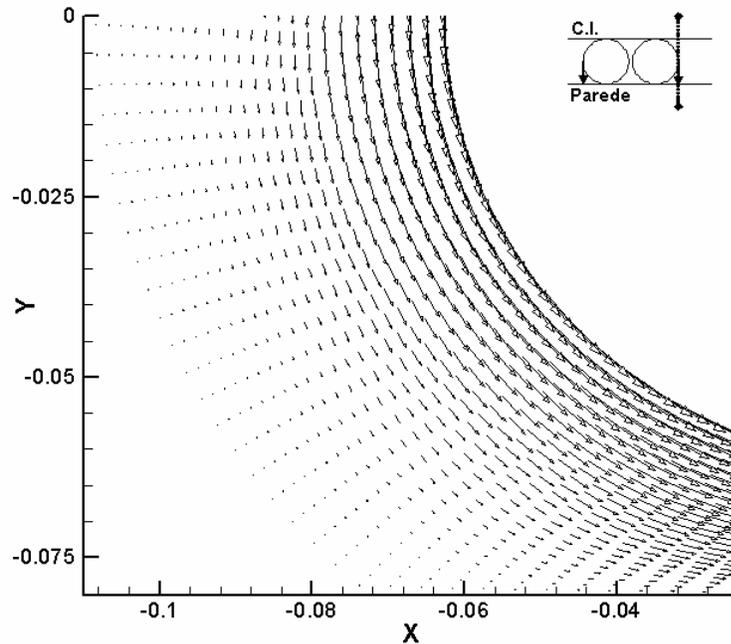


Figura 82 – Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade saindo radialmente para um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).  $Re: 91,2$ ,  $\chi = 0,625$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

Os resultados para o fluido não newtoniano a jusante da placa de obstrução para a geometria com  $\chi = 0,500$  são apresentados nas Figuras 83 e 84. Pode-se perceber que a recirculação devido ao gradiente adverso de pressão após a placa também ocorre para essa geometria, mas em menor intensidade que o caso newtoniano. As diferenças entre os casos newtonianos e não newtonianos podem ser explicadas pela diferença no número de Reynolds rotacional além do fato da região da célula de recirculação do caso não newtoniano apresentar uma maior viscosidade que a região fora da recirculação.

Os resultados para a montante da placa para  $\chi = 0,500$  também são apresentados, Figuras 85 e 86, mas conforme já constatado na geometria com  $\chi = 0,625$ , não existe recirculação a montante da placa. Novamente pode-se perceber que o padrão de escoamento para planos axiais com diferentes sentidos de rotação do toróide pouco influenciam no escoamento a montante da placa, diferentemente dos casos newtonianos.

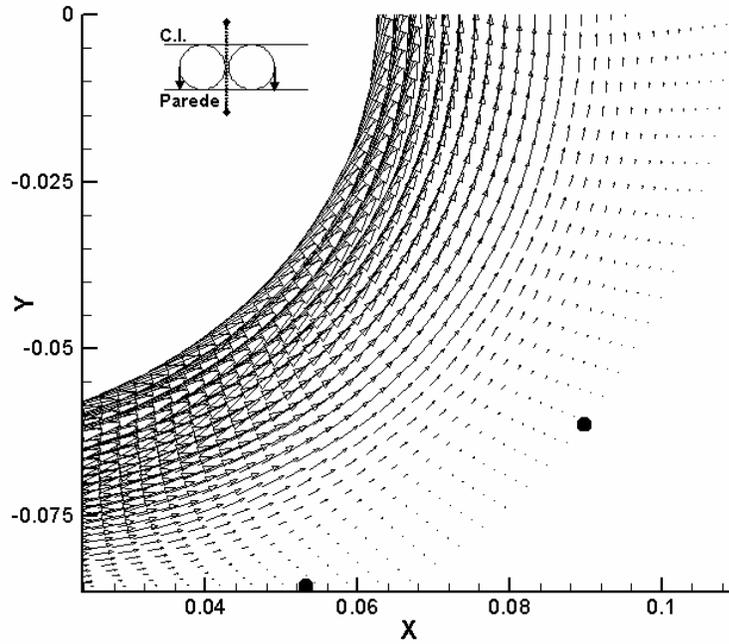


Figura 83 – Campo de velocidade a jusante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade entrando radialmente para um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).  $Re: 78,5$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

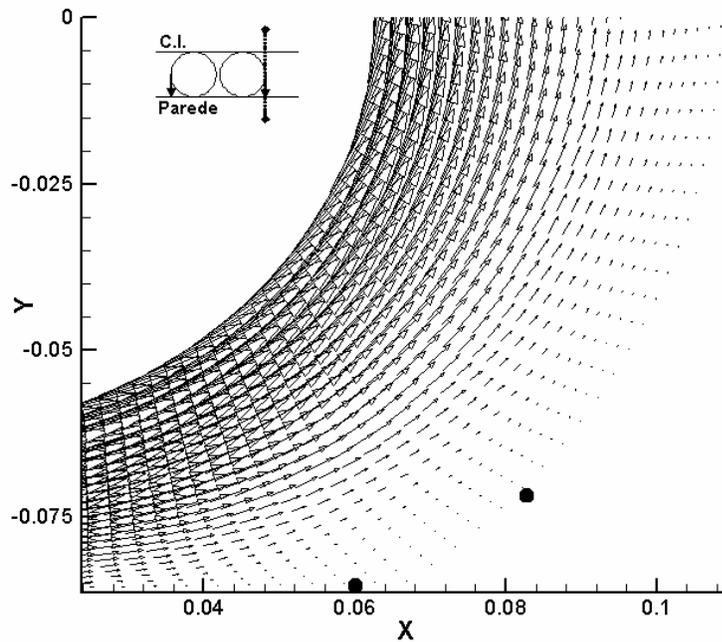


Figura 84 – Campo de velocidade a jusante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade saindo radialmente para um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).  $Re: 78,5$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

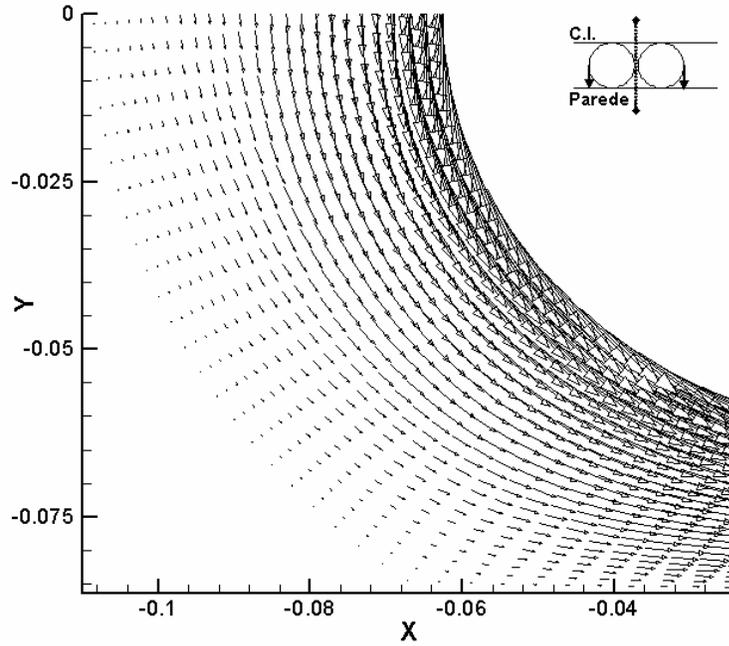


Figura 85 – Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade entrando radialmente para um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).  $Re: 78,5$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

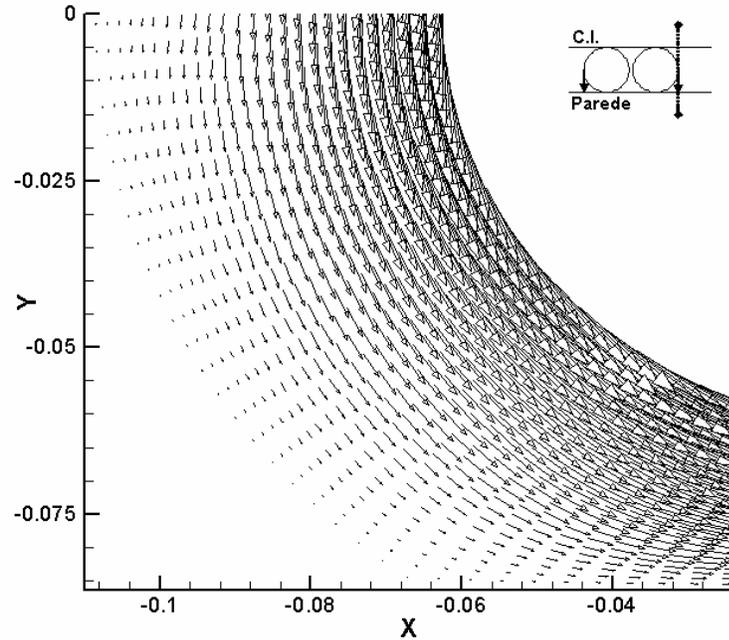


Figura 86 – Campo de velocidade a montante da placa para um plano entre dois vórtices com o campo de velocidade saindo radialmente para um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ).  $Re: 78,5$ ,  $\chi = 0,500$ ; sentido de giro do cilindro interno: anti-horário.

#### 4.9. Campo de taxa de deformação e viscosidade

O campo de taxa de deformação foi obtido para o plano de 0-180° e ilustrou a faixa das taxas usadas. Esse campo fornece informação relevante quanto à faixa de taxa de deformação característica para cada geometria, podendo-se comparar com o valor obtido pelo parâmetro adimensional  $\dot{\gamma}_{ref}$  da eq. (6) e que é usado no cálculo do número de Reynolds rotacional.

As Figuras 87-89 apresentam o campo de taxa de deformação no plano de 0 - 180° para três números de Reynolds em uma geometria com obstrução parcial  $\chi = 0,500$ , para o caso de um fluido não newtoniano, onde o primeiro número encontra-se no regime de Couette e os dois outros no regime de vórtices de Taylor. Pode-se verificar na Figura 87 que a taxa de deformação apresenta-se uniforme ao longo da coordenada axial, para uma dada coordenada radial. Na referida figura é possível perceber que a região de menor folga anular apresenta maiores taxas de deformação, visto que é uma obstrução. Nas Figuras 88 e 89 é possível perceber a influência dos vórtices de Taylor sobre o campo de tensão cisalhante. Na Figura 88, nota-se que a influência é menor que a apresentada na Figura 89, uma vez que a rotação do toróide é menor no primeiro caso que no segundo. As oscilações presentes nas Figuras 88 e 89 são provenientes dos sentidos alternados de giro do toróide. Os vales das taxas de deformação apresentam-se em planos em que o sentido do escoamento radial incide sobre o cilindro interno, enquanto que os picos apresentam-se em planos em que o sentido do escoamento radial incide sobre o cilindro externo.

O campo de viscosidade do fluido testado também é apresentado nesse trabalho para os mesmos números de Reynolds dos campos de tensão cisalhante. O campo de viscosidade é consequência do campo de tensão cisalhante aplicado. Pode-se verificar na Figura 90 que as regiões onde se encontram as menores viscosidades são aquelas com maiores taxas de deformação, isto é, na região de obstrução parcial e nas proximidades do cilindro interno devido à rotação do mesmo.

As Figuras 91 e 92 apresentam o campo de viscosidade já sobre o efeito dos vórtices de Taylor. Nas duas referidas figuras pode-se verificar que a viscosidade é praticamente uniforme na região da obstrução parcial, exceto numa pequena faixa do cilindro interno e sobre a placa. No plano  $\theta = 0^\circ$ . Verifica-se uma ondulação no campo de viscosidade que é devido ao efeito da rotação do toróide sobre o campo de velocidade tangencial.

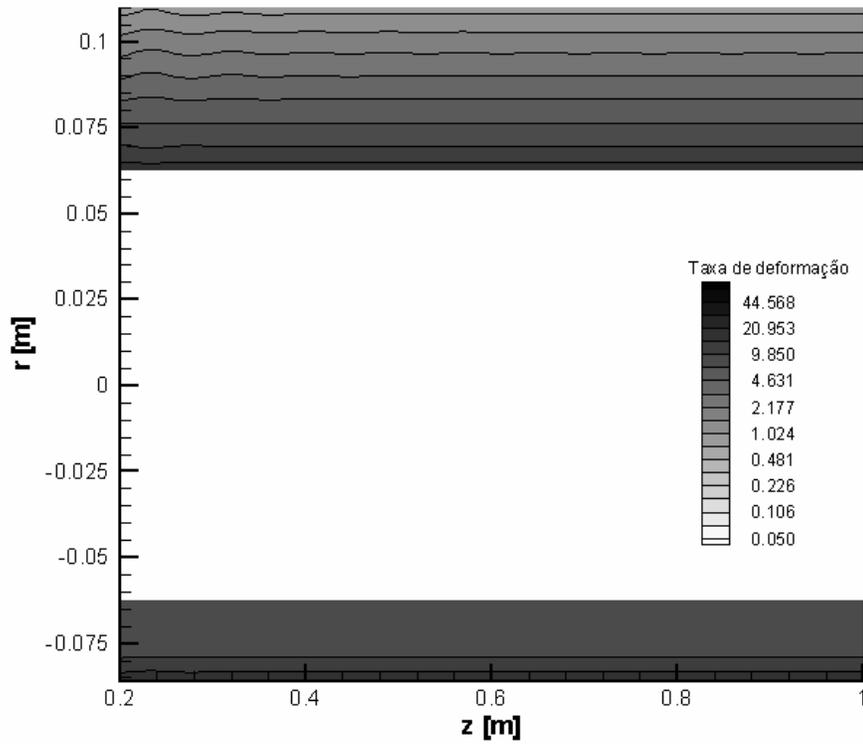


Figura 87 – Campo de taxa de deformação,  $[\dot{\gamma}] = [s^{-1}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 76,4$ .  $Re_c = 77,6$ .  $\chi = 0,500$ .

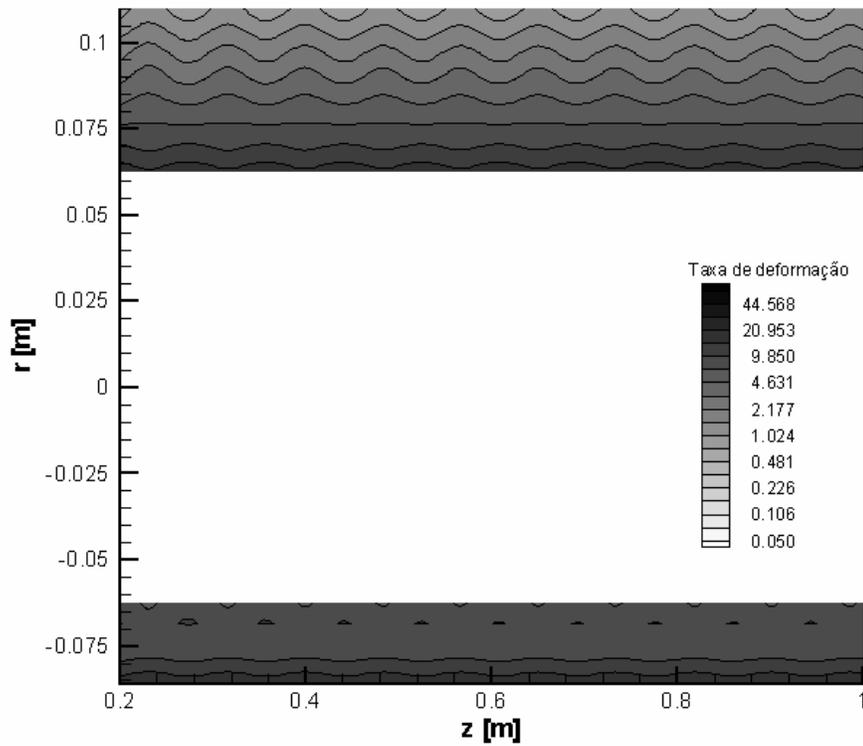


Figura 88 – Campo de taxa de deformação,  $[\dot{\gamma}] = [s^{-1}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 77,7$ .  $Re_c = 77,6$ .  $\chi = 0,500$ .

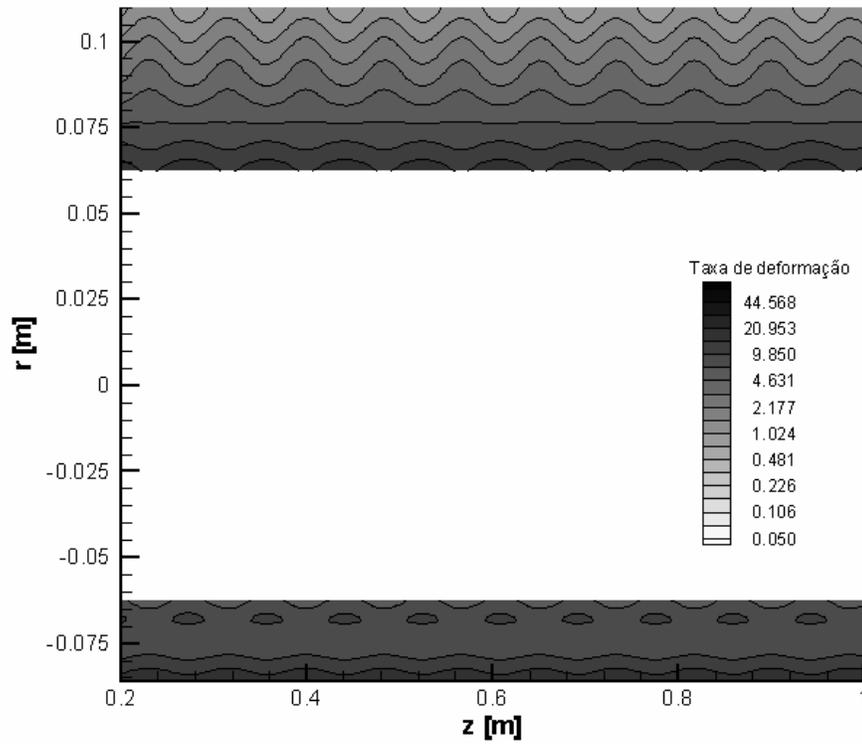


Figura 89 – Campo de taxa de deformação,  $[\dot{\gamma}] = [s^{-1}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 78,5$ .  $Re_c = 77,6$ .  $\chi = 0,500$ .

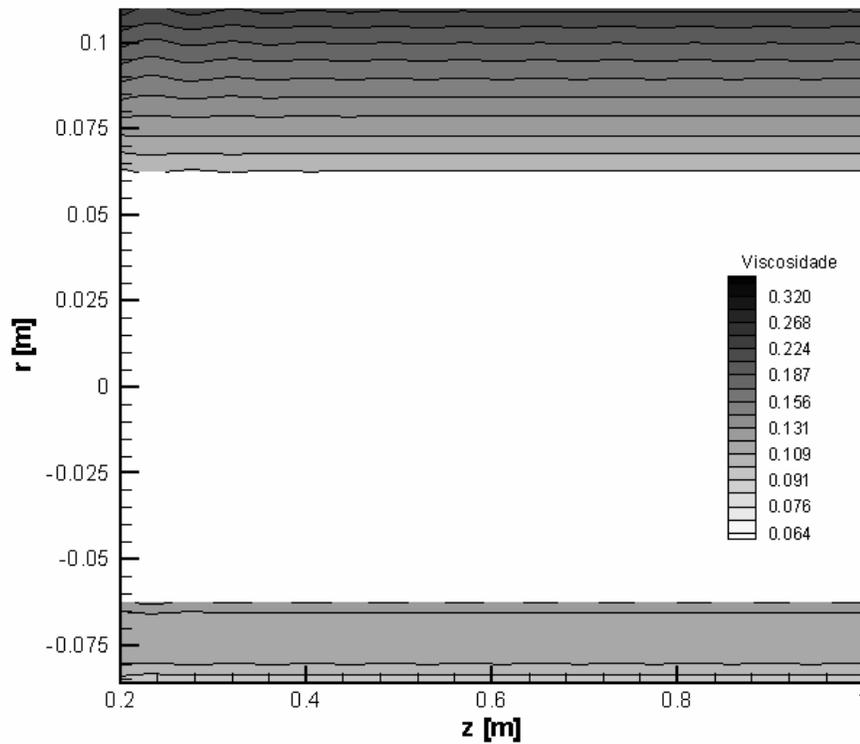


Figura 90 – Campo de viscosidade,  $[\eta] = [Pa.s]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 76,4$ .  $Re_c = 77,6$ .  $\chi = 0,500$ .

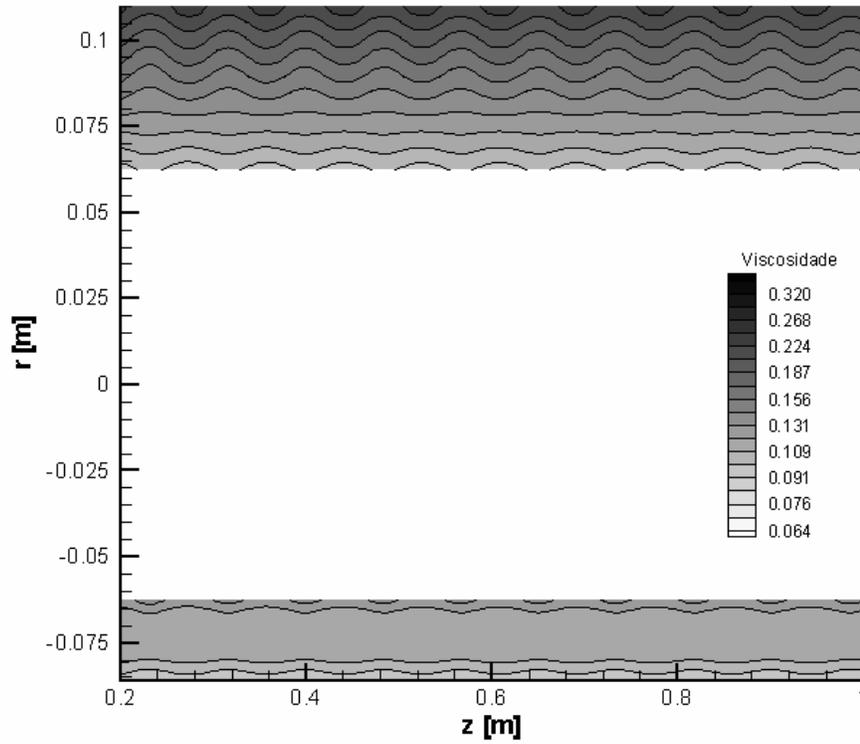


Figura 91 – Campo de viscosidade,  $[\eta] = [\text{Pa.s}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 77,7$ .  $Re_c = 77,6$ .  $\chi = 0,500$ .

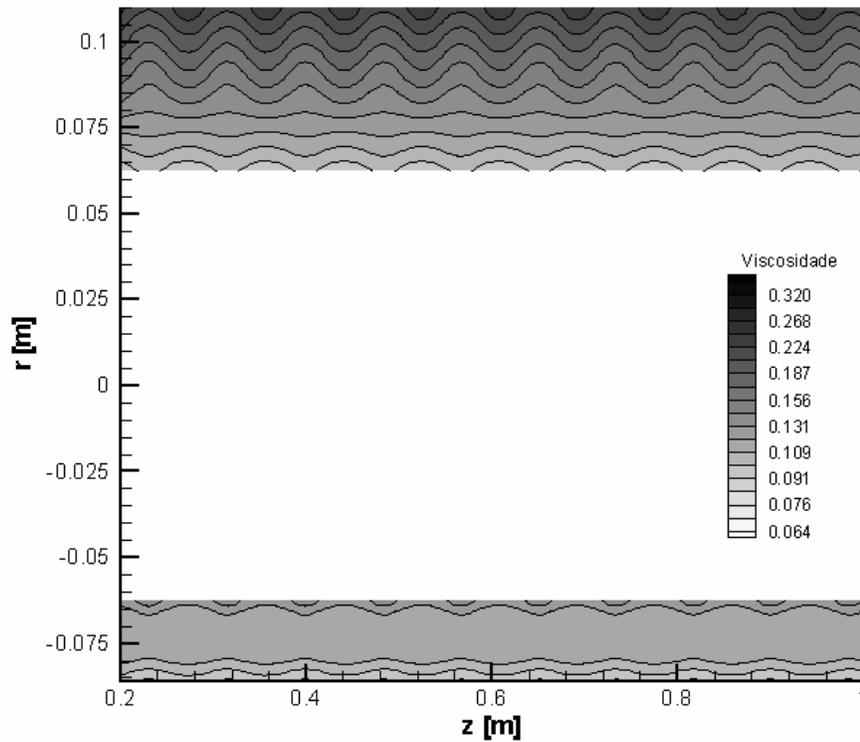


Figura 92 – Campo de viscosidade,  $[\eta] = [\text{Pa.s}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 78,5$ .  $Re_c = 77,6$ .  $\chi = 0,500$ .

Os campos de taxa de deformação e viscosidade para um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) também foram obtidos para a geometria com obstrução parcial  $\chi = 0,625$ . Pode-se verificar na Figura 93 que a taxa de cisalhamento é constante ao longo da coordenada axial para uma dada coordenada radial. A Figura 96 ilustra o campo de viscosidade para o campo de tensão cisalhante da Figura 93 e pode-se verificar que a viscosidade na região da obstrução é constante.

As Figuras 94 e 95 ilustram o campo de taxa de deformação para números de Reynolds acima da transição. Novamente é possível verificar a influência dos vórtices de Taylor na mudança do campo de taxa de deformação no plano de  $\theta = 0^\circ$ . A mesma verificação é possível para o plano de  $\theta = 0^\circ$  no campo de viscosidade, Figuras 97 e 98. Ao verificar a região de obstrução, plano de  $\theta = 180^\circ$ , Figuras 97 e 98, pode-se notar que a viscosidade nessa região permanece praticamente uniforme e não se identifica claramente o efeito de rotação do toróide no campo de viscosidade, conforme foi verificado nos resultados para campo de viscosidade, nesse plano, para a geometria com  $\chi = 0,500$ . Esse efeito ocorre uma vez que o componente de velocidade tangencial sobrepuja os componentes radial e axial em  $\theta = 180^\circ$ .

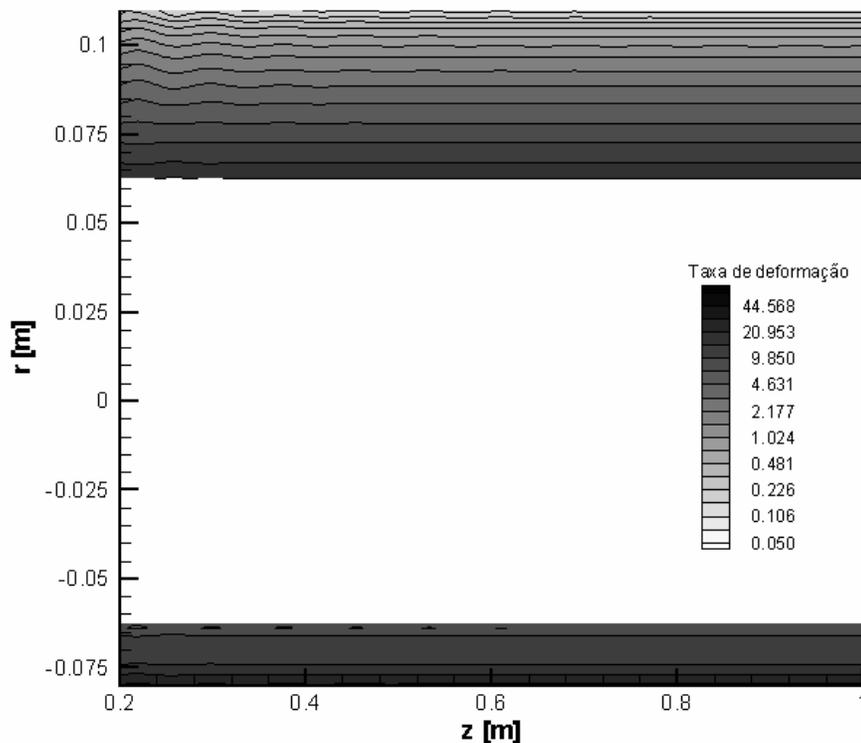


Figura 93 – Campo de taxa de deformação,  $[\dot{\gamma}] = [s^{-1}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 89,6$ .  $Re_c = 90,4$ .  $\chi = 0,625$ .

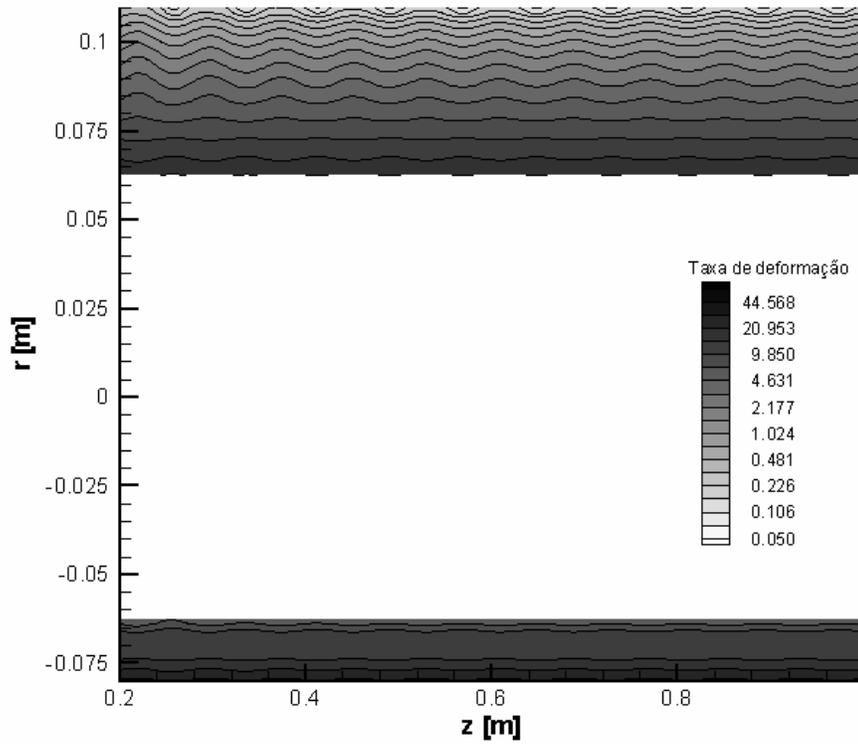


Figura 94 – Campo de taxa de deformação,  $[\dot{\gamma}] = [s^{-1}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 90,5$ .  $Re_c = 90,4$ .  $\chi = 0,625$ .

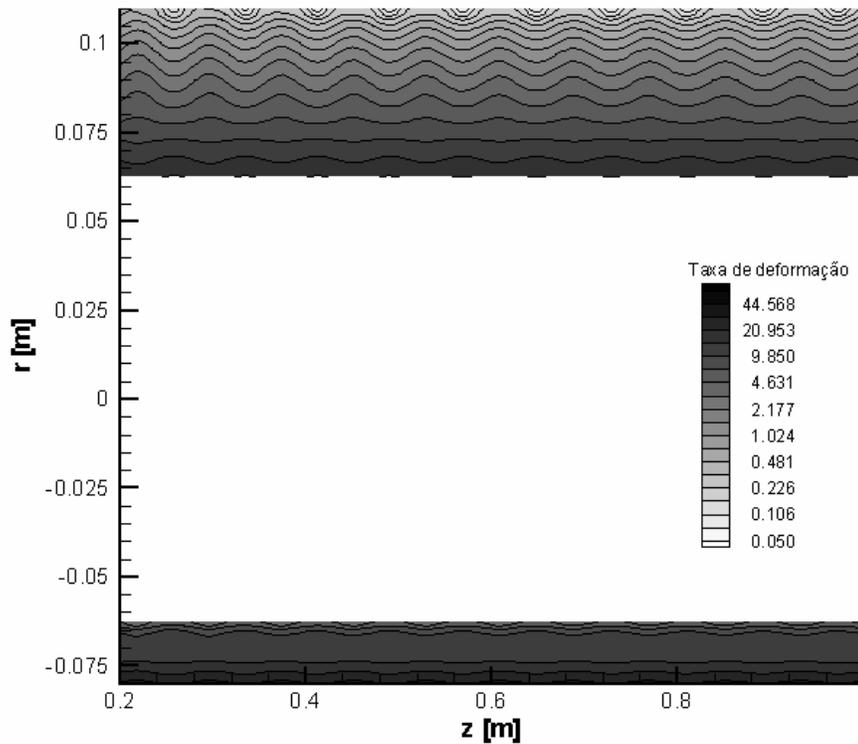


Figura 95 – Campo de taxa de deformação,  $[\dot{\gamma}] = [s^{-1}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 91,2$ .  $Re_c = 90,4$ .  $\chi = 0,625$ .

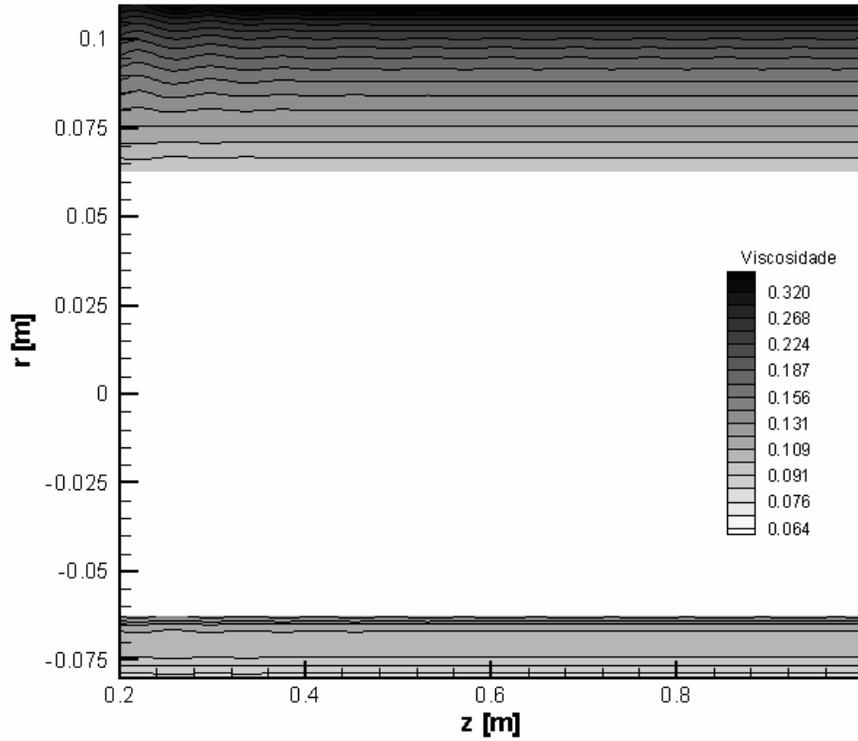


Figura 96 – Campo de viscosidade,  $[\eta] = [\text{Pa}\cdot\text{s}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $\text{Re} = 89,6$ .  $\text{Re}_c = 90,4$ .  $\chi = 0,625$ .

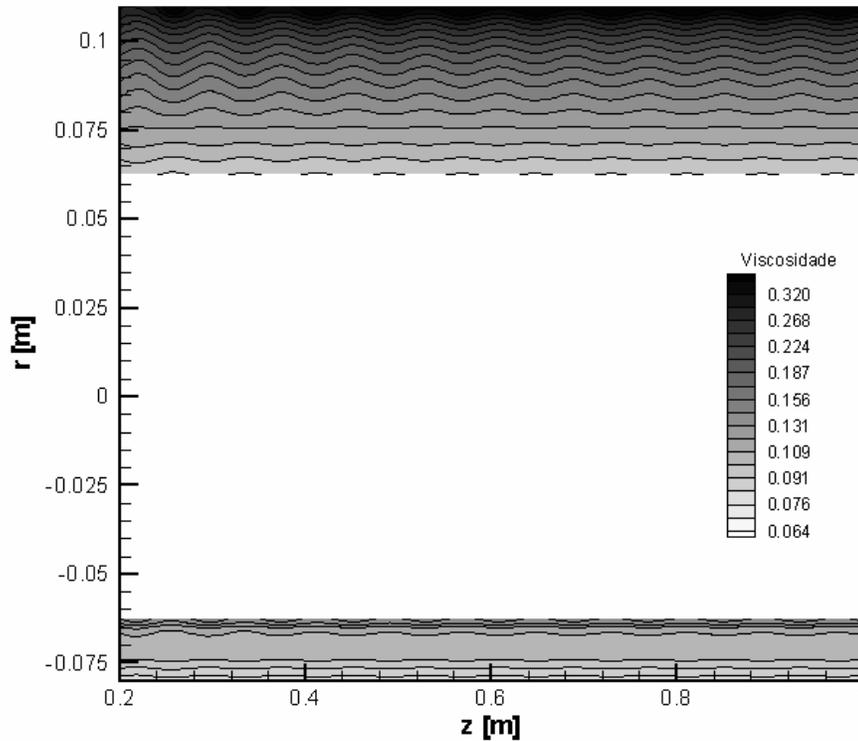


Figura 97 – Campo de viscosidade,  $[\eta] = [\text{Pa}\cdot\text{s}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $\text{Re} = 90,5$ .  $\text{Re}_c = 90,4$ .  $\chi = 0,625$ .

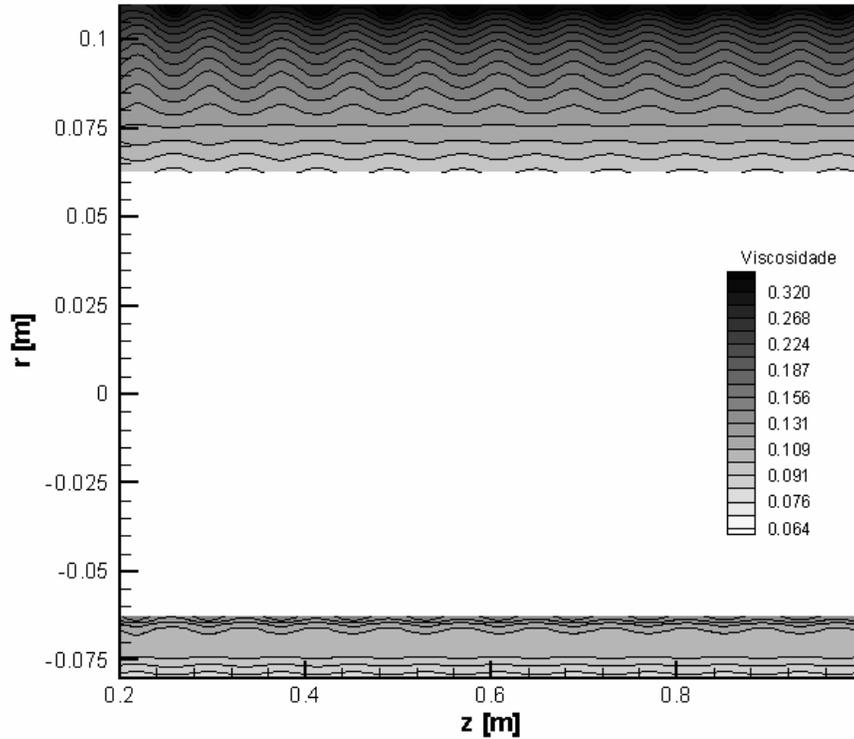


Figura 98 – Campo de viscosidade,  $[\eta] = [\text{Pa}\cdot\text{s}]$ , para escoamento de um fluido não newtoniano ( $n = 0,704$ ) no plano r-z para  $\theta = 0-180^\circ$ .  $Re = 91,2$ .  $Re_c = 90,4$ .  $\chi = 0,625$ .

#### 4.10.

##### **Coefficiente de atrito médio sobre a placa de obstrução**

A tensão cisalhante sobre a placa de obstrução parcial fornece um indicativo do quanto a placa é solicitada por esforços cisalhantes devido ao escoamento estipulado. A análise da tensão cisalhante para diferentes propriedades de fluido, assim como para diferentes rotações torna-se impraticável e um número adimensional precisou ser utilizado para a análise.

O coeficiente de atrito médio sobre a placa de obstrução parcial permite analisar conjuntamente os efeitos do aumento da rotação e da mudança de propriedades do fluido analisado. O coeficiente de atrito médio é definido como uma razão da tensão de cisalhamento média na superfície da placa sobre a energia cinética característica do escoamento.

$$c_f = \frac{\bar{\tau}_p}{\frac{1}{2} \rho v_c^2} \quad (69)$$

em que  $\bar{\tau}_p$  é a tensão de cisalhamento média na superfície da placa de obstrução,  $\rho$  é massa específica do fluido e  $v_c$  é a velocidade característica do escoamento que é dada por  $v_c = \Omega r_i$ .

O campo de tensão cisalhante sobre a placa de obstrução parcial é dado pelos componentes de tensão cisalhante tangenciais à placa, conforme pode ser verificado na Figura 99. Na figura, um sistema de coordenadas cartesianas foi estipulado para oferecer uma visualização mais fácil dos componentes atuantes.

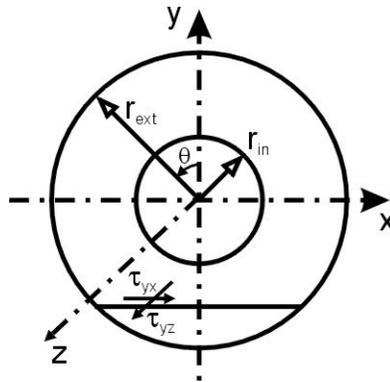


Figura 99 – Componentes das tensões cisalhantes atuantes sobre a placa de obstrução parcial em coordenadas cartesianas.

O coeficiente de atrito médio foi obtido por solução numérica para dois níveis de obstrução do espaço anular,  $\chi = 0,500$  e  $\chi = 0,625$ , e para dois fluidos, um newtoniano e um não newtoniano ( $n = 0,704$ ) em função do número de Reynolds rotacional. Os resultados obtidos para o coeficiente de atrito médio foram normalizados pelo coeficiente de atrito médio na transição entre regimes, em  $Re = Re_c$ , conforme a eq. (70).

$$c_f^* = \frac{c_f}{(c_f)_{Re_c}} \quad (70)$$

O número de Reynolds rotacional também foi normalizado pelo número de Reynolds crítico. Dessa forma, pode-se verificar na Figura 100 que os resultados apresentam-se com razoável concordância. Uma característica interessante desse resultado é que o coeficiente de atrito médio após a transição apresenta-se praticamente uniforme até quase 2% acima da transição, limite esse que foi analisado nesse trabalho.

A partir da observação acima, pode-se concluir que  $c_f \approx (c_f)_{Re_c}$  para  $1 \leq Re/Re_c < 1,02$ . Logo,

$$\bar{\tau}_p \equiv (c_f)_{Re_c} \left[ \rho v_{\theta}^2 \right] \quad (71)$$

Pode-se ainda escrever a equação (71) como função da frequência angular do cilindro interno, conforme a eq. (72).

$$\bar{\tau}_p \equiv \left( \frac{\rho r_i^2}{2} (c_f)_{Re_c} \right) \Omega^2 \quad (72)$$

Visto que o termo entre parênteses é considerado constante, pode-se dizer que a tensão cisalhante média sobre a placa de obstrução parcial varia com o quadrado da frequência angular do cilindro interno. Essa informação é bastante interessante visto que durante o regime de Couette o coeficiente médio de atrito decresce quase 10% para cada variação de 1% do número de Reynolds, tomando-se como base o  $c_f$  na transição e o número de Reynolds crítico. A Tabela 8 apresenta os coeficientes de atrito médio para a transição de cada um dos casos estudados acima.

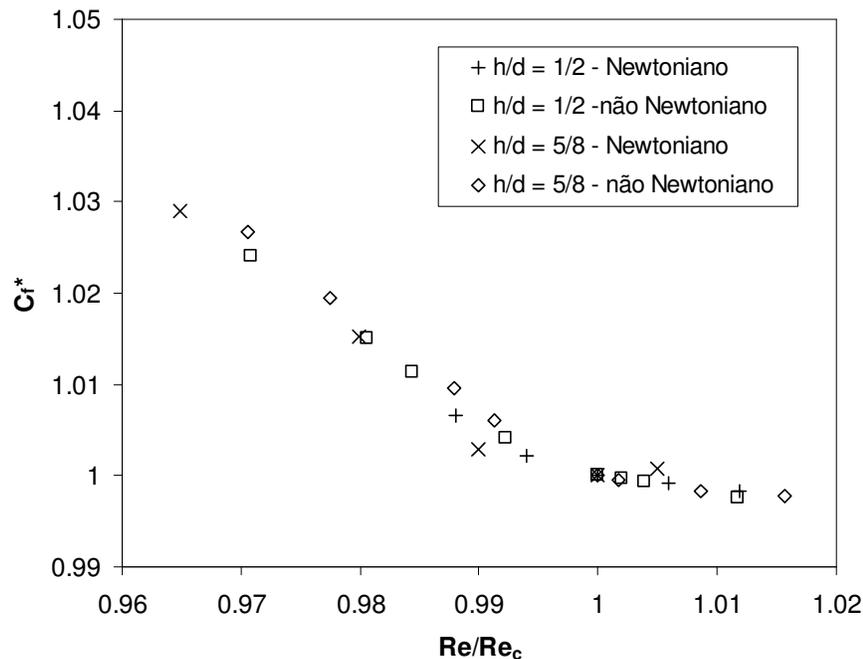


Figura 100 – Coeficiente de atrito médio normalizado,  $c_f/(c_f)_{Re_c}$ , em função do número de Reynolds normalizado para diferentes fluidos e níveis de obstrução parcial do anular.

Tabela 8 – Velocidade angular para o número de Reynolds crítico, de acordo com as propriedades do fluido, e coeficiente de atrito médio sobre a placa de obstrução parcial.

Fluido	$\chi = 0,500$		$\chi = 0,625$	
	$\Omega$ [rad/s]	$c_f$	$\Omega$ [rad/s]	$c_f$
newtoniano	8,40	$4,661 \times 10^{-2}$	9,95	$4,512 \times 10^{-2}$
não newtoniano (n = 0,704)	3,32	$3,618 \times 10^{-2}$	3,74	$3,491 \times 10^{-2}$

Ao tomar os coeficientes de atrito médios apresentados e a frequência angular crítica na Tabela 8, para aplicar na eq. (72), pode-se concluir que a tensão cisalhante média sobre a placa para o caso não newtoniano testado apresentar-se-á sempre menor que a tensão cisalhante média sobre a placa para o caso newtoniano.

#### 4.11. Tensão cisalhante sobre a placa

A tensão cisalhante sobre a placa foi obtida para duas geometrias, como mostrado nas Figuras 101 e 102 com o objetivo de ilustrar a ordem de grandeza das tensões cisalhantes envolvidas, assim como a influência dos vórtices de Taylor sobre o campo de tensão cisalhante na placa de obstrução. Os resultados apresentados são para um fluido newtoniano. Conforme descrito na seção anterior, não foi possível identificar a influência dos vórtices de Taylor sobre o campo de taxa de deformação e viscosidade para a região de obstrução no caso da geometria com  $\chi = 0,625$ , visto que a viscosidade apresentou-se praticamente constante ao longo da coordenada radial em  $\theta = 180^\circ$ . Com os resultados a seguir, será possível identificar esses efeitos para a geometria de  $\chi = 0,750$ .

Em cada situação, dois números de Reynolds foram testados para obter a influência da transição no campo de tensão cisalhante sobre a parede da obstrução. O primeiro número de Reynolds analisado foi ajustado a  $0,99 \cdot Re_c$ , que está no regime de Couette. O segundo número de Reynolds analisado foi ajustado a  $1,20 \cdot Re_c$ , que está no regime de vórtices de Taylor. O teste ideal para analisar a influência do regime de vórtices de Taylor sobre a taxa de cisalhamento seria a comparação dos resultados para números de Reynolds logo abaixo e logo acima da transição, mas o limitante desse procedimento comparativo está na incerteza da identificação no número de Reynolds crítico. O

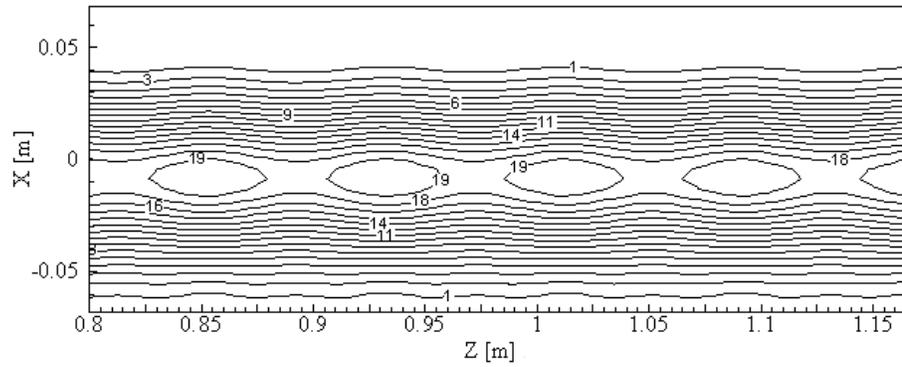
valor de 20% acima da transição foi escolhido porque o campo de velocidade da célula de vórtice já está bem estabelecido.

A diferença entre os campo de tensão cisalhante é perceptível, como pode ser observado na Figura 101(a, b), para um espaço anular parcialmente obstruído com  $\chi = 0,500$ . O valor da tensão cisalhante para o segundo número de Reynolds é maior que o valor do primeiro número de Reynolds. Existem duas explicações para entender a diferença dos valores de tensão cisalhante entre os números de Reynolds. Primeiro, quando o número de Reynolds aumenta, a tensão cisalhante na parede também aumenta. Segundo, a presença do vórtice de Taylor no escoamento aumenta a tensão cisalhante na parede em regiões específicas devido à velocidade axial do vórtice de Taylor.

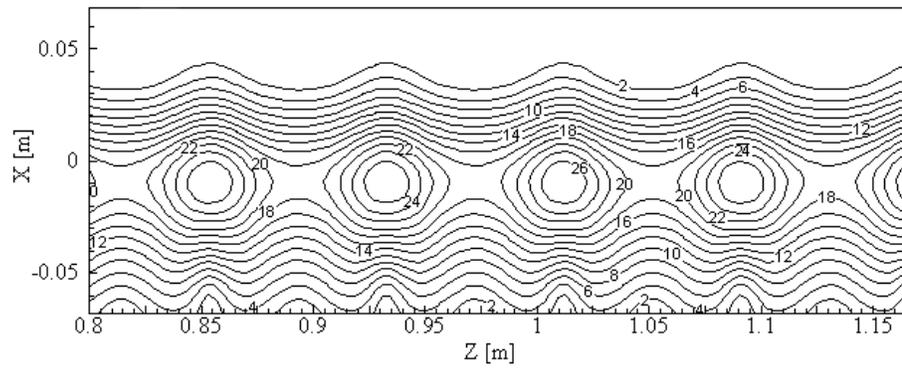
O complemento da área acumulada foi obtido para várias faixas de tensão cisalhante sobre a placa de obstrução, conforme a Figura 101(c). Para a tensão cisalhante sobre a placa acima de 14,0 Pa, por exemplo, a área acumulada é de 30% da área total para o segundo número de Reynolds, enquanto que apenas 23% da área total apresenta valor acima da faixa para o primeiro número de Reynolds analisado.

A mesma análise foi feita para um espaço anular parcialmente obstruído com  $\chi = 0,75$ , como mostrado na Figura 102. É possível notar que os níveis de tensão cisalhante para essa geometria são maiores que os níveis obtidos de tensão cisalhante para a geometria de  $\chi = 0,5$ . Isso ocorre porque o número de Reynolds para a geometria com maior obstrução necessita de um número de Reynolds maior para alcançar a transição.

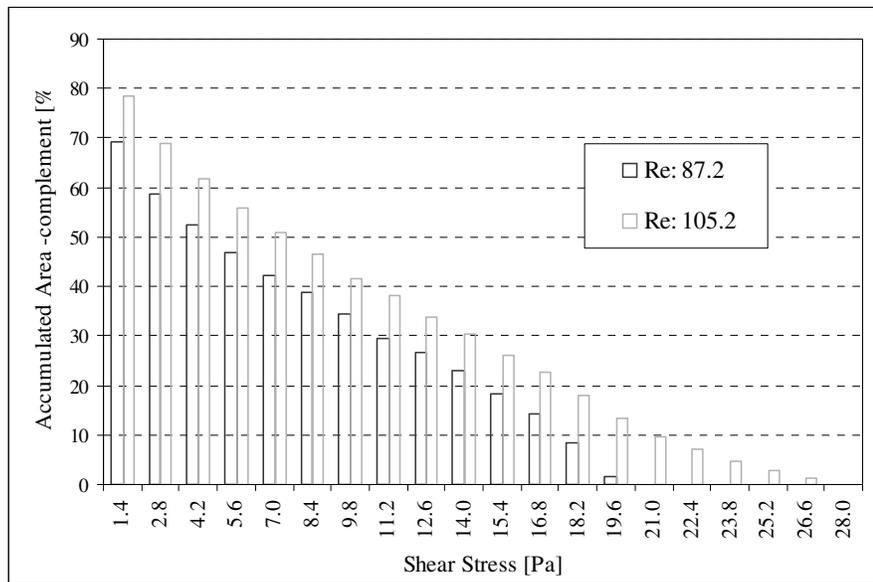
Deve-se levar em conta que a análise feita contempla o incremento no número de Reynolds e que esse incremento aumentará necessariamente a tensão cisalhante sobre a placa.



(a)

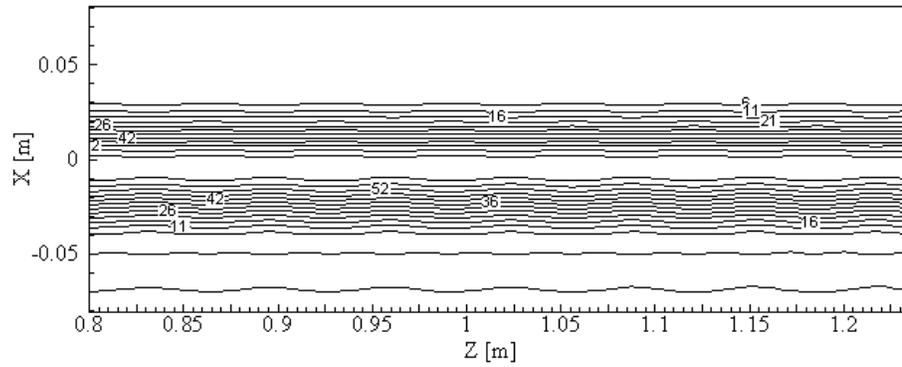


(b)

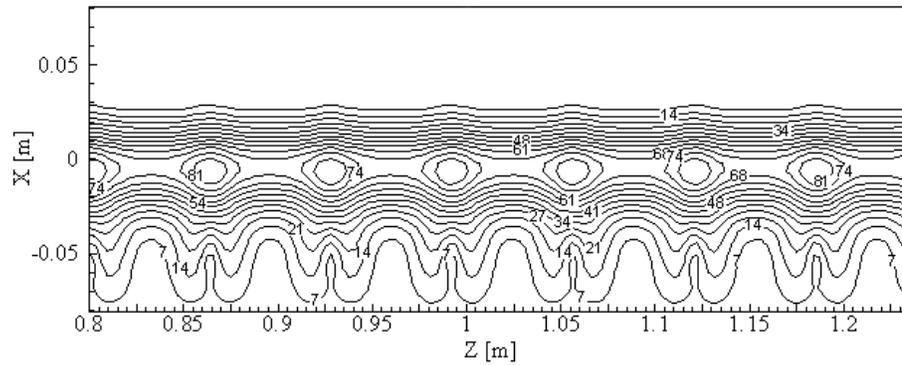


(c)

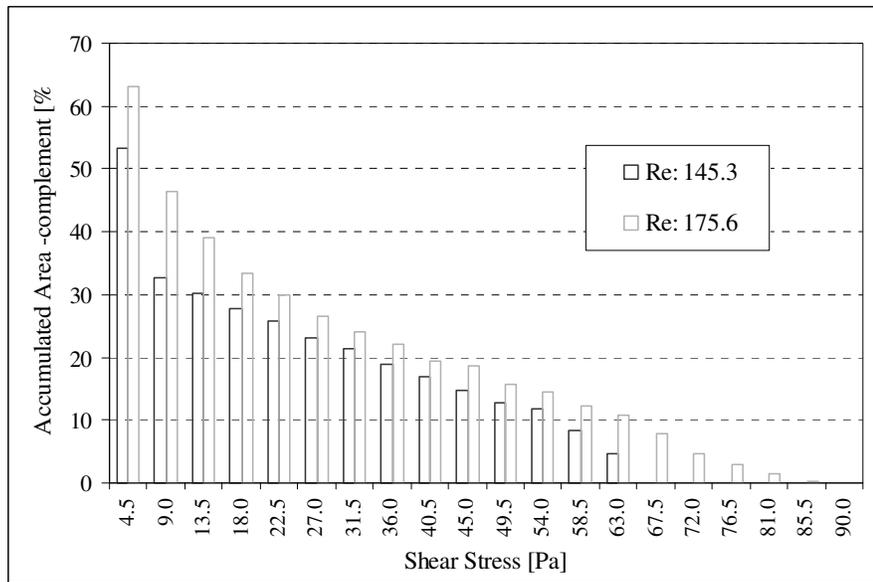
Figura 101 – Campo de tensão cisalhante sobre a placa. (a) Re: 87.2 [0.99-Rec]; (b) Re: 105.2 [1.20-Rec]; (c) Complemento da área acumulada.  $\chi = 0,500$ .



(a)



(b)



(c)

Figura 102 – Tensão cisalhante sobre a placa. (a) Re: 145.3 [0.99-Rec]; (b) Re: 175.6 [1.20-Rec]; (c) Complemento da área acumulada.  $\chi = 0.750$ .