



Gabrielle Cordeiro Martins

Avaliação da Integridade de Estruturas de Concreto Armado Através de Análise Dinâmica Experimental

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da PUC.

Orientador: Prof. Daniel Carlos Taissum Cardoso

Coorientador: Cassio Marques Rodrigues Gaspar

Rio de Janeiro,

Fevereiro de 2023



Gabrielle Cordeiro Martins

Avaliação da Integridade de Estruturas de Concreto Armado Através da Análise Dinâmica Experimental

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo.

Prof. Daniel Carlos Taissum Cardoso

Orientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental - PUC-Rio

Dr. Cassio Marques Rodrigues Gaspar

Coorientador

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental - PUC-Rio

Prof. Diogo Rodrigo Ribeiro

IPP

Prof. Wendell Diniz Varela

UFRJ

Rio de Janeiro, 16 de fevereiro de 2023

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Gabrielle Cordeiro Martins

Graduada em Engenharia Civil pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio – em 2019. Principais áreas de interesse: análise de danos, análises dinâmicas, concreto armado.

Ficha Catalográfica

Martins, Gabrielle Cordeiro

Avaliação da integridade de estruturas de concreto armado através de análise dinâmica experimental/ Gabrielle Cordeiro Martins ; orientador: Daniel Carlos Taissum Cardoso ; coorientador: Cassio Marques Rodrigues Gaspar. – 2023.

122 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)—Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2023.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Civil e Ambiental - Teses. 2. Dinâmica. 3. Concreto armado. 4. Fissuras. 5. Breathing cracks. 6. Tension stiffening. I. Cardoso, Daniel Carlos Taissum. II. Gaspar, Cassio Marques Rodrigues. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. IV. Título.

CDD: 624

Agradecimentos

A jornada do mestrado requer escolhas complexas desde o princípio. No instante em que realizamos a inscrição na pós-graduação aceitamos participar desse processo de imersão no conhecimento que vem atrelado às dificuldades do dia a dia. Entretanto, especialmente neste período, um evento não esperado impactou diretamente no planejamento existente. Com apenas um mês de aulas presenciais iniciou-se a pandemia de COVID 19. Pandemia esta que se arrastou por mais de 2 anos, gerando medo e angústia em todas as pessoas e, infelizmente, levando alguns entes queridos. Desta forma, gostaria de agradecer inicialmente, ao meu querido sogro, Tio Bira, amigo, apoiador e colega de profissão que se foi de forma tão prematura, vítima da pandemia. Gostaria que tivesse acompanhado todo este processo, mas tenho certeza de que está me abençoando lá de cima.

Seguindo assim, como maior fortalecedor da minha vida, agradeço a Deus, que sempre se faz presente não só nos momentos de vitórias, mas principalmente nas dificuldades. É para Ele que eu recorro sempre que preciso de forças para seguir e para Ele que agradeço todas as bênçãos alcançadas. Em seguida, agradeço aos meus pais que caminham ao meu lado todos os dias e me apoiam com todo amor que possuem. A eles, todo meu amor, agradecimento e reconhecimento. Tudo que conquistei é por vocês. Um dos amores que constituem nossa família se foi também durante este período. Meu “cãopanheiro” de 13 anos que esteve do meu lado toda vez que abria o computador e me acalmava sempre que o desespero batia. Obrigada pelo companheirismo que acalmava o coração. Agradeço imensamente também ao meu noivo, que há 7 anos acompanha minhas loucuras acadêmicas, meus medos e minhas vitórias. Sem seu apoio, mesmo que de longe durante os embarques nada disso seria possível. Obrigada por acreditar em mim até mesmo quando eu não acreditava, você é incrível.

À minha segunda família (Tia Márcia, Carol, Maurício e Dona Denir), obrigada pela paciência e orações. Aos amigos, agradeço por entenderem minha ausência quando foi necessário, prometo compensar todos os passeios perdidos quando o mestrado acabar. Aos amigos de faculdade, principalmente Deborah, Gustavo, Júlia, Mariane e Yamin, obrigada pelo apoio de sempre. Aos amigos que a vida me deu, principalmente Thayná, Carla e Bárbara, obrigada pela torcida de sempre, compartilhar as vitórias com vocês é um dos maiores prazeres que tenho.

Aos amigos que o mestrado trouxe (Nábila, Viviane, Jessé, Syllas, André e Augusto), agradeço a ajuda nos trabalhos difíceis, nos estudos para as provas de 5 dias e, principalmente, pelas conversas e compartilhamento de experiências. Saibam que seguimos juntos nessa jornada e espero que possamos continuar daqui para frente.

Gostaria de agradecer também a todos os professores que tive o prazer de ter aula. Daniel Cardoso, Paulo Batista, Raul Rosas, Luiz Wrobel, Flávio Silva e Deane Roehl, obrigada por se dedicarem a transformar a metodologia de ensino de vocês e compartilharem todo o conhecimento que possuem, mesmo dentro de suas casas através de uma tela de computador. Aproveito aqui para estender o agradecimento também ao monitor Marcelo Congro que sempre esteve disponível para ensinar, inclusive para as dúvidas surgidas durante as madrugadas. Vocês foram fundamentais para que o mestrado pudesse continuar seguindo em meio às dificuldades. Agradeço ao meu orientador, Daniel Cardoso, e meu coorientador, Cassio Gaspar, por toda ajuda durante este período, sem vocês tudo teria sido mais complicado. Obrigada também por compreenderem às dificuldades extracurriculares que foram conciliadas com o mestrado. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Ainda no âmbito acadêmico, agradeço imensamente à equipe do Laboratório de Estruturas da PUC-Rio. Vocês fizeram tudo que podiam para me ajudar e adiantar o processo experimental. Sem vocês eu não teria conseguido concluir minhas pesquisas. Felipe, Vitor Monteiro, José Nilson, Jhansen, Euclides e Rogério, minha enorme gratidão por tudo que fizeram e abdicaram para me ajudar, inclusive nos momentos em que minha ansiedade falava mais alto.

Dividir o mestrado com o trabalho foi uma das tarefas mais complicadas. Agradeço à toda equipe do Tecgraf que me deu todo o apoio inicialmente para que eu pudesse acompanhar minhas aulas. Paulo, Thadeu, Deane, Marina, Fernanda e Rodrigo, vocês fizeram parte do meu desenvolvimento não só profissional como pessoal. Obrigada pelos conselhos e pela ajuda que nunca foi negada. Fazer parte desta equipe foi um enorme prazer. Agradeço também à equipe de Engenharia do RIOgaleão, principalmente ao Carlos, Albert, José Bonifácio, Ivanildo, Aline, Andressa e Thiago. Obrigada por me permitirem seguir com o desafio do mestrado em conjunto com os desafios de trabalhar em um dos maiores aeroportos do Brasil.

Resumo

Cordeiro Martins, Gabrielle; Taissum Cardoso, Daniel Carlos (Orientador); Marques Rodrigues Gaspar, Cassio (Coorientador). **Avaliação da Integridade de Estruturas de Concreto Armado Através de Análise Dinâmica Experimental**. Rio de Janeiro, 2022. 122 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Na engenharia estrutural, um dos critérios de projeto consiste na necessidade de que as estruturas mantenham suas condições de segurança e funcionalidade ao longo da vida útil. Desta forma, diversas metodologias de avaliação da integridade estrutural (SHM) vêm sendo desenvolvidas. Esta avaliação ocorre através do sensoriamento contínuo de estruturas de modo a validar seu comportamento no tempo. A resposta dinâmica pode ser considerada uma metodologia gradualmente explorada como SHM. Estruturas em serviço tendem a sofrer vibrações que geram uma resposta dinâmica. A existência de danos proporciona a degradação de propriedades como massa e rigidez, resultando em variação nos parâmetros modais, como frequências naturais, modos de vibração e amortecimento. Na presente pesquisa, com o auxílio de um modelo de elementos finitos devidamente validado, propõem-se uma metodologia de avaliação de danos através de parâmetros modais experimentais. A proposta será avaliada através da comparação entre respostas numéricas e resultados de ensaios dinâmicos em laje danificada. Objetiva-se estimar a variação de rigidez da estrutura, que corrobora para alteração dos parâmetros dinâmicos. Serão avaliados ainda fenômenos como *breathing cracks*, fissuras que se encontram abertas ou fechadas em instantes distintos durante a vibração. Além disso, será ponderado o efeito de enrijecimento do concreto na região fissurada. Estes processos afetam consideravelmente a rigidez do elemento fissurado. Desta forma, objetiva-se um modelo robusto de análise de lajes de concreto armado fissuradas a partir da análise do comportamento dinâmico.

Palavras-chave:

Análise Dinâmica Experimental; Concreto Armado; Monitoramento da Integridade Estrutural; Fissuras

Abstract

Gabrielle Cordeiro Martins; Taissum Cardoso, Daniel Carlos (Advisor); Marques Rodriques Gaspar, Cassio (Co-advisor). **Assessment of Reinforced Concrete Structures' Integrity Through Experimental Dynamic Analysis**. Rio de Janeiro, 2022. 122 p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In structural engineering, one of the design criteria is the need to maintain structures' safety and functionality conditions throughout their useful life. This way, several structural health monitoring methodologies (SHM) have been developed. This evaluation occurs through the continuous sensing of structures in order to validate their behavior over time. Dynamic response can be considered a gradually explored methodology as SHM. In-service structures tend to suffer with vibrations that produce a dynamic response. The existence of structural damage produces a degradation of properties such as mass and stiffness, resulting in variation of modal properties such as natural frequencies, vibration modes and damping. In the present research, with the aid of a duly validated finite element model, it is proposed a damages' diagnosis methodology through experimental modal parameters. The proposal will be through the comparison of numerical responses and dynamic tests' results made with a damaged slab. The analysis aim to estimate the structure's stiffness variation, which corroborates the alteration of the dynamic parameters. Phenomena such as breathing cracks, where the fissure is open or closed at different times during the vibration, will also be evaluated. In addition, the effect of concrete stiffening around the cracked region will be considered. These processes considerably affect the stiffness of the cracked element. In this way, the objective is a robust model for the analysis of cracked reinforced concrete slabs from the analysis of their dynamic behavior.

Keywords

Experimental Dynamic Analysis; Reinforced Concrete; Structural Health Monitoring; Cracks

Sumário

1.	Introdução.....	21
1.1.	Objetivos	23
1.2.	Estrutura da Dissertação.....	23
2.	Revisão da Literatura.....	25
2.1.	Dinâmica de Estruturas e Análise Modal	25
2.2.	Monitoramento da Integridade Estrutural (SHM).....	28
2.3.	Comportamento do Concreto Armado Fissurado.....	30
2.3.1.	Estádios de Fissuração e Variação das Propriedades.....	31
2.3.2.	Lei de Aderência-Deslizamento	35
2.3.3.	Enrijecimento do Concreto à Tração.....	38
2.3.4.	Breathing Cracks.....	40
2.4.	Métodos de Detecção e Localização de Danos	43
2.4.1.	Variação da Frequência e Amortecimento Modal	44
2.4.2.	Alterações dos Modos de Vibração.....	47
2.4.3.	Outras Metodologias de Identificação de Danos.....	50
3.	Metodologia e Desenvolvimento	53
3.1.	Metodologia Proposta	53
3.1.1.	Ajuste de Propriedades.....	54
3.1.2.	Determinação da Rigidez Equivalente	55
3.1.3.	Determinação de Faixa Fissurada	57
3.2.	Validação	59
3.2.1.	Caracterização da Estrutura.....	60
3.2.2.	Desenvolvimento do Modelo Numérico.....	61
3.3.	Aplicação	65
3.3.1.	Programa Experimental	66
3.3.2.	Materiais e Dosagem	67
3.3.3.	Ensaio de Caracterização do Concreto.....	68
3.3.4.	Moldagem e Concretagem.....	72

3.3.5.	Ensaio Estático e Dinâmico	73
3.3.6.	Desenvolvimento do Modelo Numérico.....	80
3.4.	Caracterização dos Modelos Desenvolvidos	80
4.	Resultados e Análises	84
4.1.	Resultados Experimentais	84
4.1.1.	Resultados Estáticos.....	84
4.1.2.	Resultados Dinâmicos	90
4.2.	Varição de Parâmetros Modais Experimentais	97
4.3.	Resultados Numéricos	103
4.3.1.	Validação	103
4.3.2.	Aplicação	106
5.	Conclusão.....	106
5.1.	Conclusões	110
5.2.	Melhorias no Processo e Possíveis Estudos Futuros	112
6.	Referências bibliográficas.....	114
	Apêndice A.....	121

Lista de Figuras

Figura 2-1 – Sistema dinâmico: (a) Sistema massa-mola-amortecedor; (b) Componentes fundamentais do sistema vibratório [14].....	25
Figura 2-2 – Configuração de ensaio dinâmico com vibração externa (adaptado de [19])	27
Figura 2-3 – Função de Resposta em Frequência para variados graus de danos (adaptado de [22])	27
Figura 2-4 – Fluxo de monitoramento de estruturas (Adaptado de [23]) ..	30
Figura 2-5 – Configurações de fissuras geradas por causas distintas: (a) Tração direta; (b) Flexão; (c) Cisalhamento; (d) Torção; (e) Aderência; (f) Força concentrada (Adaptado de [9])	32
Figura 2-6 – Estágios de fissuração: (a) Estrutura sob carregamento; (b) Esforços na estrutura íntegra; (c) Seção íntegra; (d) Esforços na seção com múltiplas fissuras; (e) Seção efetiva após fissuração (Adaptado de [9])	33
Figura 2-7 – Variação de propriedades de seção fissurada: (a) Diagrama Momento x Curvatura; (b) Variação da rigidez com o momento (Adaptado de [9])	34
Figura 2-8 – Indicação de aderência entre aço e concreto em elemento tracionado [9].....	35
Figura 2-9 - Ensaio de Pull-out: (a) Metodologia de teste; (b) Tensão na barra de aço; (c) Aderência (Adaptado de [9])	36
Figura 2-10 - Diagrama de Aderência-Deslizamento (Adaptado de [30]) ..	36
Figura 2-11 – Efeito de enrijecimento em elemento tracionado (Adaptado de [11])	38
Figura 2-12 – Restrição de rotação da estrutura sob momento aplicado (Adaptado de [26]).....	39

Figura 2-13 – Indicação de zona de fissuração (Adaptado de [26])	40
Figura 2-14 – Movimento transversal de viga simplesmente apoiada danificada [42].....	41
Figura 2-15 – Resposta em termos de frequência para modelos íntegro, com fissura aberta e com fissura respiratória [4].....	42
Figura 2-16 – Sistema bilinear representativo de fissura respiratória [12]	43
Figura 2-17 –Efeito do dano nas frequências naturais de uma viga livre-livre (Adaptado de [24])	45
Figura 2-18 –Variação do comportamento modal da estrutura danificada: (a) Frequências naturais; (b) Amortecimento modal (Adaptado de [50]) ..	46
Figura 2-19 – Matriz de correspondência ideal (adaptado de [48])	48
Figura 2-20 – Matrizes MAC para variados graus de danos [43]	49
Figura 2-21 – Diferença da curvatura modal em viga em balanço (Adaptado de [16]).....	51
Figura 2-22 – Avaliação de dono através de Operador Laplaciano: (a) Operador Laplaciano para dano de 5%; (b) Operador Laplaciano para dano de 50% (Adaptado de [24]).....	51
Figura 2-23 – Curva de alteração de flexibilidade (Adaptado de [7]).....	52
Figura 3-1 – Fluxo de validação do modelo numérico retroalimentado	53
Figura 3-2 – Definição de <i>layers</i> de armadura	55
Figura 3-3 – Interferências dos fenômenos identificados na metodologia proposta	59
Figura 3-4 – Fluxo de validação da metodologia.....	59
Figura 3-5 – Características do ensaio base: (a) Carregamento da laje; (b) Condição fissurada no primeiro estágio de carregamento [65]	60
Figura 3-6 - Malha de elemento finitos utilizada como base (Adaptado de [63])	61

Figura 3-7 – Modelo numérico íntegro preliminar, com numeração dos elementos.....	62
Figura 3-8 - Configuração de faixa fissurada em modelo numérico (Adaptado de [51]).....	63
Figura 3-9 – Fluxo de aplicação da metodologia.....	66
Figura 3-10 – Dimensões de laje projetada.....	67
Figura 3-11 – Detalhamento da armadura da laje confeccionada	67
Figura 3-12 - Execução de ensaio de abatimento: (a) Molde para ensaio de abatimento; (b) Medição do abatimento; (c) Identificação da altura de abatimento em centímetros	69
Figura 3-13 - Execução de ensaio de compressão: (a) Corpos de prova moldados; (b) Faceamento dos corpos de prova; (c) Ensaio de compressão dos corpos de prova	70
Figura 3-14 – Distribuição de dados para resistências dos CPs ensaiados: (a) Distribuição total; (b) Remoção de outlier	71
Figura 3-15 – Assentamento das armaduras na forma com posicionamento de espaçadores.....	72
Figura 3-16 – Concretagem das lajes: (a) Adensamento mecânico do concreto; (b) Laje finalizada	73
Figura 3-17 – Fluxo de execução de ensaios estáticos e dinâmicos em seus respectivos estágios	74
Figura 3-18 – Setup do ensaio: (a) Esquemático; (b) Experimental	75
Figura 3-19 – Configuração do ensaio: (a) Apoio de primeiro gênero; (b) Apoio de segundo gênero	76
Figura 3-20 – Configuração de instrumentação esquemática e experimental.....	77
Figura 3-21 – Configuração de pontos de impacto no ARTeMIS	78

Figura 3-22 – Malha de pontos de impacto: (a) Esquemática; (b) Experimental	78
Figura 3-23 – Execução de ensaio dinâmico com martelo de impacto.....	79
Figura 3-24 – Resultado de ensaio dinâmico no ARTeMIS.....	80
Figura 3-25 – Modelo numérico íntegro escolhido após análise de convergência.....	81
Figura 3-26 – Modelo numérico: (a) Estágio M_r ; (b) Estágio ELU	83
Figura 4-1 – Gráfico de Força vs Deslocamento para estágio M_r	85
Figura 4-2 – Gráfico de Força vs Deslocamento para estágio ELU	85
Figura 4-3 – Estágios de fissuração: (a) Primeiro estágio - M_r ; (b) Segundo estágio – ELU. Vista inferior da laje	86
Figura 4-4 – Configuração da formação de fissura durante estágio ELU (vista inferior).....	87
Figura 4-5 – Identificação da geração de fissuras (vista lateral)	87
Figura 4-6 – Abertura da fissura 1 no estágio M_r : (a) Laje carregada; (b) Laje descarregada.....	88
Figura 4-7 – Abertura da fissura 1 no estágio ELU: (a) Laje carregada; (b) Laje descarregada.....	89
Figura 4-8 – Abertura de demais fissuras no estágio ELU: (a) Fissura 2-a; (b) Fissura 2-b; (c) Fissura 3	89
Figura 4-9 – Configuração de colapso: (a) Estricção da armadura; (b) Partes fissuradas; (c) Laje rompida	90
Figura 4-10 – Gráfico de FRF para os três estágios considerados	91
Figura 4-11 – Diagrama de estabilização (estimação das FRFs) no estado Íntegro	92
Figura 4-12 – Diagrama de estabilização (estimação das FRFs) no estado M_r	93

Figura 4-13 – Diagrama de estabilização (estimação das FRFs) no estado ELU	93
Figura 4-14 – Modos de vibração experimentais da estrutura (1° parte)..	95
Figura 4-15 – Modos de vibração experimentais da estrutura (2° parte)..	96
Figura 4-16 – AutoMAC para os três estágios: (a) Íntegro; (b) Mr; (c) ELU	99
Figura 4-17 – MAC entre os três estágios.....	100
Figura 4-18 – Comparação de formas modais: (a) 5° modo íntegro; (b) 6° modo Mr.....	100
Figura 4-19 – Comparação de formas modais: (a) 3° modo íntegro; (b) 4° modo ELU	101
Figura 4-20 – Comparação de formas modais: (a) 4° modo íntegro; (b) 5° modo ELU	101
Figura 4-21 – Comparação de formas modais: (a) 8° modo íntegro; (b) 6° modo ELU	102
Figura 4-22 – Comparação de formas modais: (a) 5° modo íntegro; (b) 4° modo ELU; (c) 6° modo íntegro; (d) 5° modo ELU	102
Figura 4-23 – Tabela resumo comparativa dos resultados numéricos e experimentais para estágios Mr e ELU.....	109
Figura A-1 – Gráficos de convergência de malha	122

Lista de Tabelas

Tabela 2-1 – Identificação de termos para diagrama de Aderência-Deslizamento (Adaptado de [30])	37
Tabela 3-1 - Propriedades gerais da placa ensaiada [51, 61–64]	60
Tabela 3-2– Detalhamento de armadura da placa ensaiada [51, 61–64].	60
Tabela 3-3– Detalhamento de armadura da placa ensaiada [51, 61–64].	61
Tabela 3-4 – Propriedades adotadas para cálculo de k_e	63
Tabela 3-5 – Propriedades adotadas para cálculo de III.....	64
Tabela 3-6 – Cálculo das propriedades para condições íntegra, fissurada e fissurada enrijecida.....	65
Tabela 3-7 – Traço do concreto e quantidades de insumos utilizadas.....	68
Tabela 3-8 – Resultados de ensaios de compressão.....	70
Tabela 3-9 – Cálculo de parâmetros do <i>boxplot</i>	71
Tabela 3-10 – Cálculo das propriedades para condições íntegra, fissurada e fissurada enrijecida.....	82
Tabela 3-11 – Descrição dos modelos numéricos desenvolvidos	83
Tabela 4-1 – Resultados de ensaios dinâmicos do estágio íntegro	94
Tabela 4-2 – Resultados de ensaios dinâmicos do estágio M_r	94
Tabela 4-3 – Resultados de ensaios dinâmicos do estágio ELU.....	94
Tabela 4-4 – Tabela de correspondência dos modos de vibração	97
Tabela 4-5 – Variação de frequência entre os três estágios de danos.....	98
Tabela 4-6 – Ajuste de parâmetros e inclusão de <i>layers</i> de armadura para modelo de validação	104
Tabela 4-7 – Avaliação do fator de correção de fissuração para modelo de validação	104

Tabela 4-8 – Avaliação da faixa fissurada para modelo de validação....	105
Tabela 4-9 – Detalhamento das características do modelo de validação final.....	106
Tabela 4-10 – Ajuste de parâmetros do modelo final íntegro	106
Tabela 4-11 – Avaliação da faixa fissurada do modelo final para o estágio M_r	107
Tabela 4-12 – Avaliação da faixa fissurada do modelo final para o estágio ELU	108
Tabela 4-13 – Detalhamento das características do modelo preliminar final	108
Tabela A-1 – Descrição de malhas para análise de convergência.....	121

Lista de Símbolos e Abreviaturas

CDM	Diferença de Curvatura Modal;
CFRP	<i>Carbon Fiber Reinforced Polymer;</i>
CMIF	<i>Complex Mode Indicator Function;</i>
CP	Corpo de prova;
DI	Diferença interquartílica;
ELS	Estado Limite de Serviço;
ELU	Estado Limite Último;
END	Ensaio Não-Destrutivo;
FRC	<i>Fiber Reinforced Concrete;</i>
FRF	Função de Resposta à Frequência;
GL	Grau de Liberdade;
MAC	<i>Modal Assurance Criterion;</i>
PND	Ponto de Deslocamento Nulo;
Q1	Primeiro quartil;
Q3	Terceiro quartil;
SHM	<i>Structural Health Monitoring;</i>
UHP	<i>Ultra-High Performance Concrete;</i>
A	Área transversal;
A_c	Área de concreto circundante;
A_s	Área de aço;
a_s	Área de aço da seção transversal de uma barra;
A_{s mín}	Área de aço mínima necessária;
b	Largura da seção avaliada (1m para o caso de lajes);
c	Amortecimento do sistema;
cob	Cobrimento da estrutura em relação à armadura;
d	Diâmetro da barra de aço;
d_u	Altura útil da estrutura;
E	Módulo de elasticidade;
E_c	Módulo de elasticidade do concreto;
EI	Rigidez à flexão;
E_s	Módulo de elasticidade do aço;

F	Força de tração aplicada ao sistema;
f_{cd}	Resistência de projeto do concreto;
f_{ck}	Resistência característica do concreto;
f_{cm}	Resistência média do concreto à compressão;
F_d	Força de amortecimento;
F_e	Força elástica;
F_i	Força de inércia;
f_{yd}	Resistência de projeto do aço;
f_{yk}	Resistência característica de escoamento do aço;
h	Espessura da estrutura;
I	Momento de inércia;
I_I	Momento de inércia bruto;
I_{II}	Momento de inércia fissurado;
I_{bruto}	Momento de inércia bruto;
I_{fissenrij}	Momento de inércia fissurado considerando enrijecimento do concreto;
k	Rigidez do sistema / elemento;
k_{bruto}	Rigidez no estado bruto;
k_{fiss}	Rigidez fissurada;
k_e	Rigidez de aderência;
k_{eq}	Rigidez de breathing crack;
k_{fissenrij}	Rigidez fissurada considerando enrijecimento do concreto;
k_{md}	Momento fletor reduzido (fator adimensional);
k_x	Profundidade relativa da Linha Neutra (fator adimensional);
k_z	Braço de alavanca relativo entre forças de compressão e tração na seção de concreto armado (fator adimensional);
l_t	Comprimento de transmissão;
l_x	Menor dimensão da laje;
l_y	Maior dimensão da laje;
m	Massa do sistema;
M_a	Momento de serviço / aplicado;
M_r	Momento crítico (de fissuração);
M_d	Momento máximo de projeto;

M_y	Momento de escoamento;
$p(t)$	Força externa aplicada ao sistema;
s	Espaçamento entre barras de aço;
s	Deslizamento entre matriz cimentícia e a barra de aço;
s_d	Deslizamento total do lado direito;
s_e	Deslizamento total do lado esquerdo;
s_1, s_2, s_3	Estágios de deslizamento do Model Code 2010;
S_n	Desvio padrão de dosagem;
S_p	Faixa de mobilização de tensão ao redor da fissura;
t_{eq}	Espessura da camada equivalente de aço;
u	Perímetro da barra de aço;
u_c	Deslocamento do concreto;
u_s	Deslocamento do aço;
w	Abertura de fissura;
w_0	Frequência natural;
w_1	Frequência no estado de fissura fechada;
w_2	Frequência no estado de fissura aberta;
w_a	Frequência amortecida;
w_b	Frequência bilinear;
$x(t)$	Deslocamento global do sistema;
$\dot{x}(t)$	Velocidade do sistema;
$\ddot{x}(t)$	Aceleração do sistema;
x_{II}	Posição da linha neutra no estágio II (fissurado);
X	Amplitude do sistema
$2S_p$	Faixa fissurada;
α_e	Relação entre módulo de elasticidade do concreto e do aço;
ξ	Amortecimento modal;
φ_A	Vetor de modo de vibração genérico A;
φ_B	Vetor de modo de vibração genérico B;
σ_{ct}	Tensão de tração no concreto;
ρ_c	Massa específica do concreto;
ρ_s	Massa específica do aço;
θ	Rotação de um elemento;

ϕ_l	Bitola da armadura de aço;
γ_c	Peso específico do concreto armado;
τ_b	Tensão de aderência;
$\tau_{b_{max}}$	Tensão de aderência máxima;
τ_{b_f}	Tensão de aderência inicial;

1. Introdução

A engenharia estrutural tem como objetivo principal garantir que a segurança e a funcionalidade da estrutura de uma construção não sejam comprometidas ao longo do tempo de vida estabelecido em projeto e sob condições de manutenção determinadas. Estima-se que, em países industrialmente desenvolvidos, cerca de 40 por cento dos recursos totais da indústria da construção civil sejam aplicados na manutenção de estruturas existentes e 60 por cento em novas construções [1]. O aumento nos custos envolvidos na substituição de elementos e a ênfase crescente no custo do ciclo de vida das estruturas reforça a necessidade de atenção às questões de durabilidade e integridade. Dentro desse contexto, as inspeções periódicas são fundamentais para auxiliar na decisão por intervenção ou manutenção, sendo a inspeção visual a técnica de detecção de danos mais utilizada [2]. Entretanto, este método tradicional é indicado apenas para estruturas simples. Em estruturas mais complexas ou com acessibilidade restrita, técnicas mais avançadas devem ser empregadas [3].

A área da Engenharia Civil que promove a aplicação de sensoriamento para a avaliação da integridade de estruturas tem sido denominada Monitoramento da Integridade Estrutural (*Structural Health Monitoring*, SHM, em inglês). O SHM compreende técnicas e processos para análise de estado e performance de uma estrutura através da verificação periódica de parâmetros representativos, auxiliando engenheiros a compreenderem seu real comportamento [4]. Estas análises podem ser realizadas através da instalação de sensores na estrutura de modo que as medições sejam efetuadas de maneira periódica. O monitoramento contínuo pode contribuir para estruturas mais seguras e duráveis à medida que permite detectar problemas prematuramente [5]. Além disso, contribui para redução de custos associados à manutenção corretiva.

Pode-se destacar como metodologia de SHM o monitoramento baseado em vibração, onde o comportamento de uma estrutura é avaliado através de sua resposta dinâmica [3]. Esta avaliação pode ser realizada a partir da medição de movimentos, aceleração, deformação ou forças em pontos representativos. Desta forma, é possível detectar possíveis danos, já que estes afetam diretamente parâmetros

físicos das estruturas, como massa e rigidez, que, por sua vez, encontram-se diretamente relacionados aos parâmetros dinâmicos, como frequência natural, amortecimento, modos de vibração e amortecimento modal [6, 7]. Como citado, grande parte das análises tem como base a detecção de danos a partir da vibração das estruturas, seja por impacto ou fontes excitadoras de vibração [8]. Os acelerômetros estão entre os sensores de maior relevância utilizados nas estratégias de SHM para análises dinâmicas, visando a estimativa das frequências naturais das estruturas em diferentes cenários, relacionando com a integridade. Entretanto, é possível destacar alguns outros sensores vastamente utilizados, como sensores de deformação (elétricos ou de fibra óptica), sensores piezoelétricos e acústicos, por exemplo [2].

No concreto armado, material estrutural dominante na construção civil [9], as fissuras caracterizam-se como os principais focos de estudo no campo da análise de integridade de estruturas [2]. Em geral, é possível correlacionar a variação de rigidez do elemento estrutural com as fissuras formadas, visto que parte da seção do elemento de concreto deixa de agir localmente [9]. Sabendo-se que as propriedades dinâmicas da estrutura como modos de vibração, frequências naturais e amortecimento modal são diretamente ligados à rigidez da estrutura, pode-se considerar que tais parâmetros também serão afetados ao passo que o dano de desenvolve [10].

Entretanto, alguns fenômenos podem ser destacados quando da correlação das frequências naturais experimentais com a rigidez ao longo do processo de fissuração. O enrijecimento à tração, do inglês *tension stiffening*, pode ser definido como o fenômeno associado à contribuição do concreto entre fissuras na região tracionada de um elemento estrutural [11]. Assim, a rigidez a ser considerada em um elemento estrutural fissurado não pode ser determinada considerando apenas suas características na seção fissurada. Além disso, destaca-se o comportamento de *breathing cracks* durante a vibração da estrutura fissurada. Em instantes diferentes, a fissura pode ser encontrada aberta ou fechada, gerando um comportamento não-linear para o elemento. Este fato corrobora diretamente para a existência de uma frequência intermediária, denominada bilinear, que estima um estado equivalente intermediário [12]. Estes efeitos contribuem para a rigidez efetiva do elemento estrutural sujeito à vibração e devem ser considerados de forma apropriada.

1.1. Objetivos

A pesquisa tem por objetivo geral apresentar uma metodologia de avaliação da integridade de estruturas de concreto armado a partir de sua resposta dinâmica (como frequência natural, modo de vibração e amortecimento), levando-se em consideração os fenômenos de *breathing cracks* e de enrijecimento à tração. Para essa finalidade, modelos numéricos de elementos finitos incorporando tais fenômenos serão desenvolvidos de modo a considerar a influência da localização e extensão dos danos em um elemento estrutural. Para a validação, além de resultados da literatura, uma laje será projetada e construída para que sejam realizados ensaios dinâmicos em três distintos estágios de dano.

Com o auxílio dos modelos numéricos e experimentais, será possível desenvolver uma metodologia eficiente para o diagnóstico de uma estrutura cujos efeitos do meio resultem em uma resposta dinâmica. Apesar da identificação da probabilidade de existência de danos devido a alterações do comportamento dinâmico, grande parte das metodologias atualmente empregadas ainda não retratam uma metodologia bem definida para a representação numérica de estruturas danificadas. A presente pesquisa pretende contribuir para o preenchimento dessa lacuna. Desta forma, os danos existentes na placa a ser desenvolvida poderão ser identificados e avaliados quantitativamente e qualitativamente de maneira remota, reduzindo possíveis custos e inseguranças vinculados às inspeções visuais.

1.2. Estrutura da Dissertação

A presente pesquisa foi segmentada em quatro principais seções: Revisão da Literatura, Metodologia e Desenvolvimento, Resultados e Análises e, por fim, a Conclusão. Cada uma das seções identificadas foi subdividida de modo a detalhar os fundamentos técnicos abordados, os principais estudos realizados ou o desenvolvimento da metodologia proposta, identificando cada etapa considerada e suas respectivas premissas adotadas.

A seção de Revisão da Literatura tem por objetivo identificar os fundamentos teóricos tomados como base para a metodologia desenvolvida. Além de tais fundamentos, são identificadas variadas pesquisas atualmente realizadas que abordam tais temas. De modo geral, são apresentadas as metodologias de avaliação

da resposta dinâmica de um elemento. Alinhado a tal comportamento, são apresentados alguns mais difundidos e utilizados processos de monitoramento da integridade de estruturas (SHM). O comportamento do concreto armado fissurado, que será o foco de análise da pesquisa proposta, também será descrito, abordando os estágios de fissuração, a influência da aderência no comportamento do material, o efeito de enrijecimento à tração e o fenômeno de *breathing cracks*. Por fim, associando o comportamento dinâmico a existência de danos, são apresentados os principais métodos de detecção de danos, tendo como foco aqueles utilizados nas análises propostas neste estudo.

A seção de Metodologia e Desenvolvimento tem como objetivo apresentar toda a descrição da metodologia robusta proposta para o diagnóstico de uma estrutura cujos efeitos do meio resultem em uma resposta dinâmica. Para isso, serão apresentadas as duas vertentes base do estudo: análise experimental e análise numérica. Na análise experimental serão abordados os processos de projetos e construção de uma laje a ser ensaiada em laboratório de modo a subsidiar a análise numérica. Já na análise numérica serão apresentados os modelos numéricos desenvolvidos e devidamente validados com base nos resultados experimentais obtidos, considerando os fenômenos identificados na revisão da literatura.

Seguindo a subdivisão proposta na metodologia, a seção de Resultados e Análises abordará os resultados experimentais e numéricos obtidos. A análise comparativa entre os resultados obtidos será indicada de modo a validar o modelo proposto. Para isso, serão avaliadas as respostas em termo de frequências, realizando análises comparativas, e modos de vibração, que serão correlacionados entre si. Por fim, apresentam-se as conclusões, considerando os principais pontos identificados e os resultados obtidos no estudo proposto e sugestões para trabalhos futuros que venham cobrir lacunas identificadas, mas que não foram incluídas no processo ou a partir de pontos de melhorias identificados.

2. Revisão da Literatura

2.1. Dinâmica de Estruturas e Análise Modal

A dinâmica das estruturas trata dos efeitos que as perturbações externas e cargas transientes ou permanentes dependentes do tempo causam em um sistema estrutural [13]. O principal efeito destas ações é a aceleração ou vibração considerável da estrutura, que caracteriza uma resposta no tempo [9]. Um sistema estrutural pode ser simplificado por um sistema de massa, mola e amortecedor [14]. A Figura 2-1(a) exemplifica este sistema, onde “k” representa a rigidez do sistema, “c” o amortecimento, “m” a massa do sistema e $x(t)$ o deslocamento global. A primeira derivada do deslocamento ($\dot{x}(t)$) representa a velocidade e a segunda derivada ($\ddot{x}(t)$), a aceleração [3].

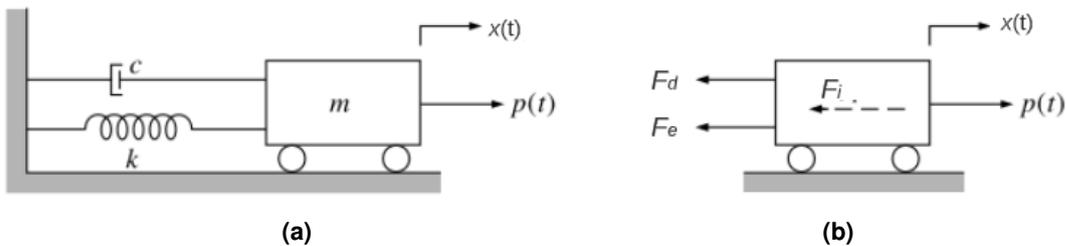


Figura 2-1 – Sistema dinâmico: (a) Sistema massa-mola-amortecedor; (b) Componentes fundamentais do sistema vibratório [14]

É possível avaliar ainda as componentes fundamentais de um sistema vibratório, como a força elástica (F_e), força de amortecimento (F_d), força de inércia (F_i) e força externa aplicada ($p(t)$) (Figura 2-1(b)). A equação diferencial que determina o comportamento do sistema em função do tempo pode ser caracterizada conforme eq. (1) [15]. A partir do desenvolvimento de uma solução para um problema de autovalor, desconsiderando o amortecimento do sistema massa-mola, conforme a eq. (2), é possível obter a frequência natural da estrutura segundo a eq. (3) [16], identificando uma relação inversa entre rigidez e massa.

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = P(t) \quad \text{eq. (1)}$$

$$(k - \omega^2 m) X = 0 \quad \text{eq. (2)}$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{eq. (3)}$$

Onde: w_0 é a frequência natural (rad/s); k é a rigidez do componente ou sistema (N/m); m é a massa do componente ou sistema (kg); c é o amortecimento (Ns/m); X é a amplitude do movimento (m).

A análise modal é um método utilizado para estimar as características dinâmicas de estruturas, como frequência natural, valores de amortecimento e as formas modais associadas à cada frequência natural [16]. Esta metodologia apoia-se no fato de que a resposta à vibração de um sistema dinâmico linear invariante no tempo pode ser expressa como a combinação linear de um conjunto de movimentos harmônicos simples denominados modos naturais de vibração [17]. Segundo Chopra [15], equações de movimento clássicas apresentam termos acoplados. Ao passo que as coordenadas gerais das equações, inicialmente acopladas, são transformadas para modais, o problema dinâmico torna-se desacoplado. Desta forma, a resposta em cada modo de vibração natural pode ser avaliada independentemente e as respostas modais podem ser combinadas para determinar a resposta total.

Ewins [18] define que testes modais se caracterizam como procedimentos experimentais cujo objetivo é obter uma descrição matemática do comportamento de um sistema sob vibração. Sendo assim, experimentalmente, a análise modal baseia-se, principalmente, em ensaios vibratórios. As principais modalidades utilizadas são os testes de impacto ou agitadores mecânicos (do inglês *shakers*), exemplificados na Figura 2-2 a seguir. Os testes de impacto utilizam como ferramenta um martelo que, ao ser chocado com a estrutura, permite que a mesma vibre livremente em suas frequências naturais.

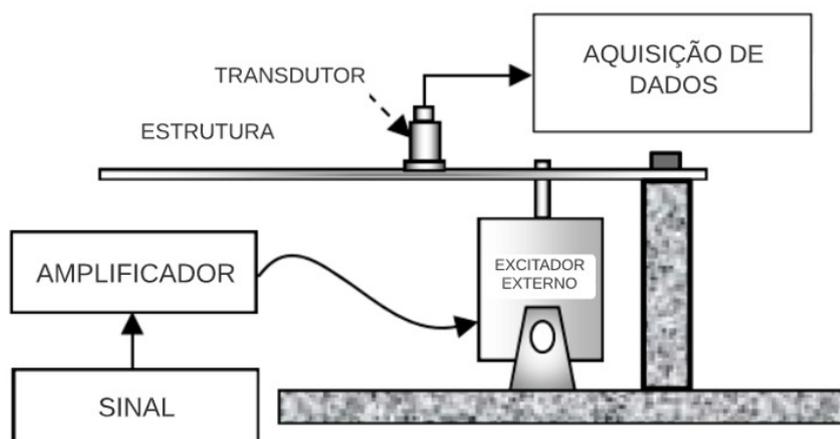


Figura 2-2 – Configuração de ensaio dinâmico com vibração externa (adaptado de [19])

Buscando assemelhar-se ao comportamento de uma estrutura *in situ*, onde diversas vibrações são observadas, excita-se a estrutura a ser avaliada através de uma fonte externa (martelo de impacto ou *shaker*). Dentro do sistema dinâmico elaborado, o transdutor é responsável por capturar a resposta estrutural dinâmica do elemento, fornecendo dados do sistema excitado, como aceleração no caso dos acelerômetros. Estes dados deverão ser posteriormente processados de modo a garantir informações modais suficientes que venham a subsidiar uma análise de integridade da estrutura [20].

De modo geral, a resposta de um teste modal é obtida através da Função de Resposta em Frequência (FRF) [21]. Esta função é caracterizada como uma matriz que relaciona a saída de um sistema em relação a cada entrada, vinculada à excitação [22]. Os picos apresentados na FRF são diretamente relacionados aos modos de vibração da estrutura e indicam as frequências naturais, conforme indicado na Figura 2-3 a seguir.

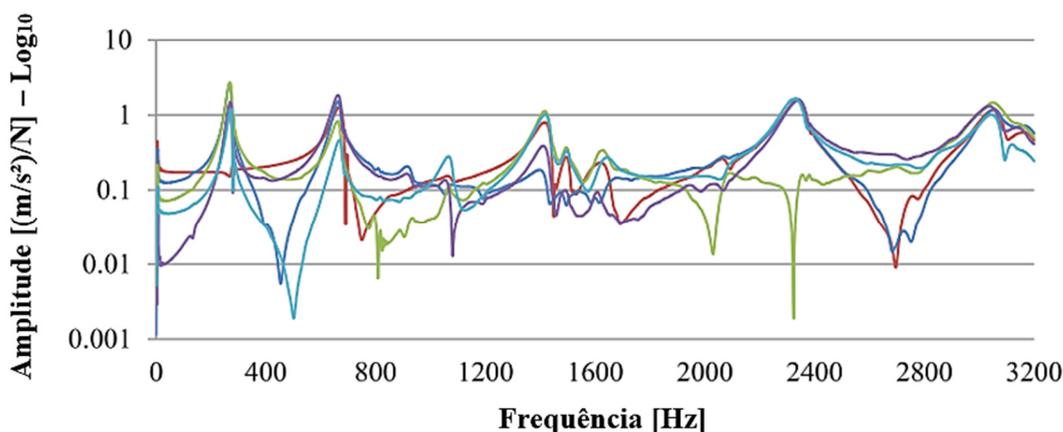


Figura 2-3 – Função de Resposta em Frequência para variados graus de danos (adaptado de [22])

2.2. Monitoramento da Integridade Estrutural (SHM)

O conhecimento do real estado de uma estrutura civil é essencial para a compreensão acerca de sua integridade. A identificação precoce de danos torna-se progressivamente necessária, visto que uma falha estrutural imprevista pode causar perdas não somente no âmbito econômico, mas também social, provocando a perda de vidas humanas [20]. Grande parte das inspeções atualmente realizadas para a detecção e caracterização de danos ocorre de maneira visual. Entretanto, este processo pode ser caro, perigoso, demorado e impreciso [2]. Desta forma, ensaios não destrutivos (END) vêm sendo cada vez mais utilizados com o intuito de adquirir informações para que seja possível efetuar a análise da performance estrutural [3]. Os END podem ser aplicados de modo a monitorar as condições dos elementos durante todo o seu ciclo de vida. Desta forma, danos podem ser precocemente identificados, auxiliando no processo de manutenção preventiva e reduzindo, conseqüentemente, os custos envolvidos [3].

Com base nisso, as técnicas vinculadas ao Monitoramento da Integridade Estrutural (do inglês *Structural Health Monitoring* - SHM) vêm ganhando espaço no cenário da Engenharia Civil. Estes procedimentos são baseados em medições efetuadas por sensores que não se encontram necessariamente em contato direto com o dano [2]. Estes sistemas de monitoramento podem coletar grandes conjuntos de dados de uma forma relativamente fácil e barata [4, 6]. Entretanto, para que os métodos sejam precisos e confiáveis, é necessário que ocorra um monitoramento contínuo, isto é, que os dados acerca da estrutura sejam coletados ao longo do tempo [3]. Sendo assim, a implementação de um processo de SHM adequado é capaz de determinar a confiabilidade e a funcionalidade restante da estrutura em termos de durabilidade [23]. O alerta antecipado de casos críticos, considerados abaixo de uma determinada margem de segurança, garantem um melhor planejamento de ciclos de manutenção e reduzem as chances de falha [4].

Após a etapa de monitoramento, análises de diferentes tipos podem ser realizadas de modo a identificar, localizar e quantificar as alterações no comportamento estrutural [16]. Neste caso, diversas metodologias podem ser adaptadas, desenvolvidas e implementadas para obter as informações necessárias dos dados coletados a partir do SHM. Podem-se citar como possíveis metodologias as abordagens de reconhecimento de padrão estatístico, estimativa de parâmetro

utilizando atualização e otimização de modelo e monitoramento baseado em confiabilidade para a avaliação contínua da integridade estrutural [23].

O monitoramento de integridade estrutural com base em testes dinâmicos se propagou nos últimos 20 anos [4]. Como descrito anteriormente, os danos são responsáveis pela alteração de variadas propriedades, como massa e rigidez de uma estrutura. Apesar da mudança da propriedade do material ocorrer localmente, este fato proporciona um efeito global nos dados dinâmicos da estrutura [24]. A alteração das propriedades dinâmicas causadas por avarias despertou o interesse de pesquisadores ao passo que possibilita a avaliação da operacionalidade de peças estruturais. Pode-se considerar que alterações induzidas por danos nas propriedades físicas, como massa, amortecimento e rigidez, causam alterações consideráveis nas propriedades modais, como frequências naturais, amortecimento modal e modos de vibração [20]. Falhas de apoios, propagação de fissuras e sobrecarga podem causar danos internos que geram alteração das frequências, por exemplo [6]. Desta forma, é possível identificar zonas danificadas em termos de posição, extensão e severidade.

O teste dinâmico requer uma fonte de excitação para vibrar a estrutura [23]. As respostas são adquiridas por alguma forma de transdutor que monitora o comportamento estrutural frente às forças de excitação induzidas artificialmente ou às forças ambientais no ambiente de serviço [6]. Experimentalmente, os ensaios de vibração e de impacto apresentam-se de maneira mais difundida [3]. Estes ensaios têm por finalidade aproximar o comportamento das estruturas analisadas ao comportamento de estruturas reais expostas, onde diversos eventos podem ocorrer, gerando danos que alteram as propriedades dinâmicas. Os sensores são utilizados de modo a se obter dados históricos para que seja possível extrair parâmetros modais, como frequências e formas modais [23]. Desta forma, o estado de saúde completo de uma estrutura pode ser determinado com base na avaliação da presença, localização, tipo e gravidade dos danos (diagnóstico) e estimativa da vida útil remanescente (prognóstico) [8]. Um fluxo de monitoramento de danos através de propriedades dinâmicas encontra-se destacado na Figura 2-4 a seguir.

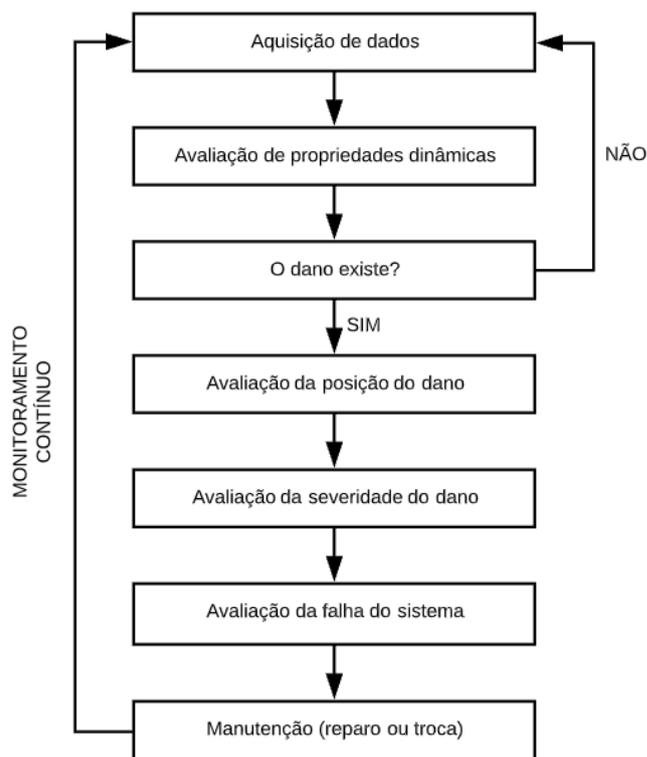


Figura 2-4 – Fluxo de monitoramento de estruturas (Adaptado de [23])

Pode-se destacar que, apesar dos ganhos da análise dinâmica, existe uma ambiguidade acerca da avaliação da alteração das frequências naturais, visto que as mudanças podem ocorrer por efeitos distintos [3]. Os danos podem afetar a frequência natural e a taxa de amortecimento, por exemplo. Entretanto, a variação de carga pode apresentar efeitos semelhantes que geram interferência nas análises [23]. Desta forma, estima-se que seria necessário que uma frequência natural mude em cerca de 5% para que o dano seja detectado com confiança [3, 6, 20]. Logo, o processo de detecção de possíveis danos requer uma boa sensibilidade dos parâmetros monitorados [4]. Além disso, danos em locais variados podem causar a mesma variação na frequência natural da estrutura, principalmente no primeiro modo de vibração [7, 16].

2.3. Comportamento do Concreto Armado Fissurado

As estruturas civis proporcionam um bem-estar essencial à sociedade. Portanto, são ativos inestimáveis que precisam ser preservados e bem mantidos [2]. Segundo a NBR 6118 [25], é possível definir três principais pilares da qualidade de uma estrutura: estabilidade, conformidade e durabilidade. A estabilidade é

caracterizada pela capacidade resistente, que consiste na segurança à ruptura da estrutura. A conformidade é avaliada a partir do desempenho em serviço, isto é, a aptidão em serviço durante o prazo correspondente à vida útil. Danos podem comprometer parte ou a totalidade deste desempenho, reduzindo a segurança estrutural. Já a durabilidade consiste na vida útil de um material sob determinada condição ambiental [1].

Estes três pilares descritos são responsáveis por garantir a qualidade de determinada estrutura. Para atingir este objetivo, é necessário avaliar suas condições de integridade, identificando possíveis danos. Danos estruturais podem ser definidos com alterações das propriedades físicas, químicas e/ou mecânicas de determinado material. Estas anomalias podem afetar o desempenho estrutural presente ou futuro, gerando deslocamentos, vibrações ou tensões indesejáveis [3].

2.3.1. Estádios de Fissuração e Variação das Propriedades

O concreto armado representa o material estrutural dominante na construção civil [9], sendo as fissuras as responsáveis pela maior parte dos estudos realizados no campo da análise de integridade [2]. Tais danos expõem consideravelmente os três pilares da qualidade de estruturas supracitados. As fissuras, em geral, podem ser resultantes de ações mecânicas como cargas estáticas, dinâmicas e cíclicas, ou de processos físico-químicos como efeitos térmicos, corrosão e reação álcali-agregado [2]. Com base em estudos e ensaios, é possível afirmar que o concreto se caracteriza como um material de alta resistência à compressão, porém, consideravelmente limitado à tração. Sendo assim, é comum que elementos tracionados apresentem fissuração. A atenção é requerida quando tal fenômeno é considerado excessivo interferindo na capacidade resistente da estrutura.

Sendo assim, o processo de fissuração do concreto se inicia ao passo que carregamentos, retração restrita ou alterações de temperatura originam tensões de tração superiores à resistência à tração do material. Enquanto a tensão gerada é aumentada, outras regiões atingem seus limites de resistência, formando-se novas fissuras. Este processo é contínuo até o instante em que a distância entre fissuras não seja suficiente para que se formem outros danos. A partir desta etapa, o padrão de fissuras se estabiliza e as cargas aplicadas apenas aumentam a espessura das

fissuras já formadas [9]. Tensões de tração induzidas por cargas, momentos, cisalhamento e torção causam padrões de fissuração distintos (Figura 2-5).

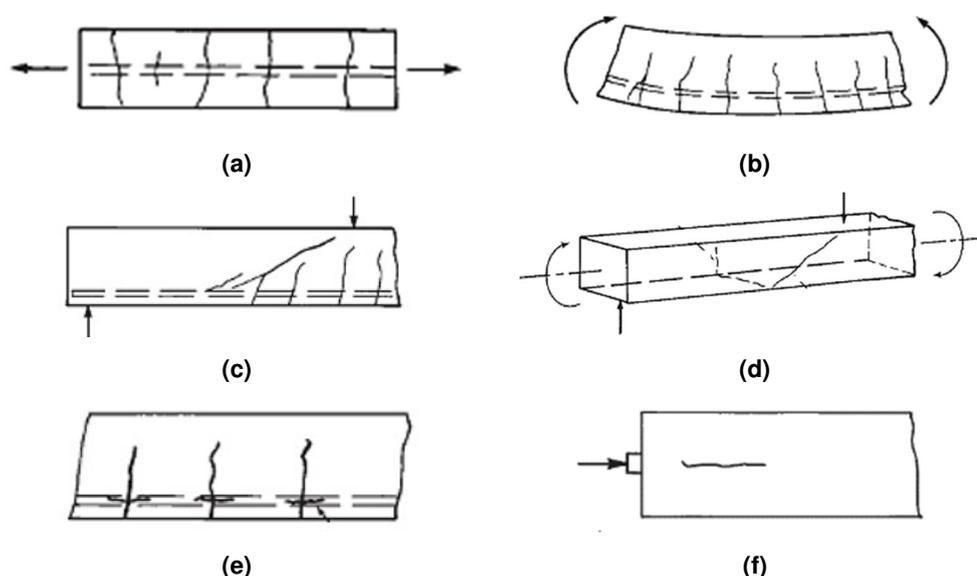


Figura 2-5 – Configurações de fissuras geradas por causas distintas: (a) Tração direta; (b) Flexão; (c) Cisalhamento; (d) Torção; (e) Aderência; (f) Força concentrada (Adaptado de [9])

Durante o processo de flexão, por exemplo, o concreto pode apresentar estágios de comportamento distintos. Ao passo que o valor do momento aplicado é incrementado, um valor crítico é atingido (M_r) e, então, as fissuras passam a ser formadas. Pode-se tomar como o trecho de uma viga carregada, conforme indicado na Figura 2-6 (a). O estágio I é denominado pré-fissurado e tem por base o regime linear. Neste caso, o concreto encontra-se intacto, logo, resistindo às tensões de compressão e de tração (Figura 2-6 (b)) e toda a seção transversal é considerada efetiva (Figura 2-6 (c)).

Entretanto, nos estádios II e III, denominados pós-fissurados, o concreto deixa de contribuir na transferência de tensões através das fissuras e o reforço torna-se responsável por essa função (Figura 2-6 (d)). Neste caso, pode-se assumir que a seção transversal efetiva do elemento estrutural é constituída apenas pela porção atuante de concreto na região comprimida (Figura 2-6 (e)). Porém, para efeitos comportamentais, no estágio II considera-se o regime linear e no III, não linear. Esta última condição, considerando o terceiro estágio, não será abordada ao longo da pesquisa realizada.

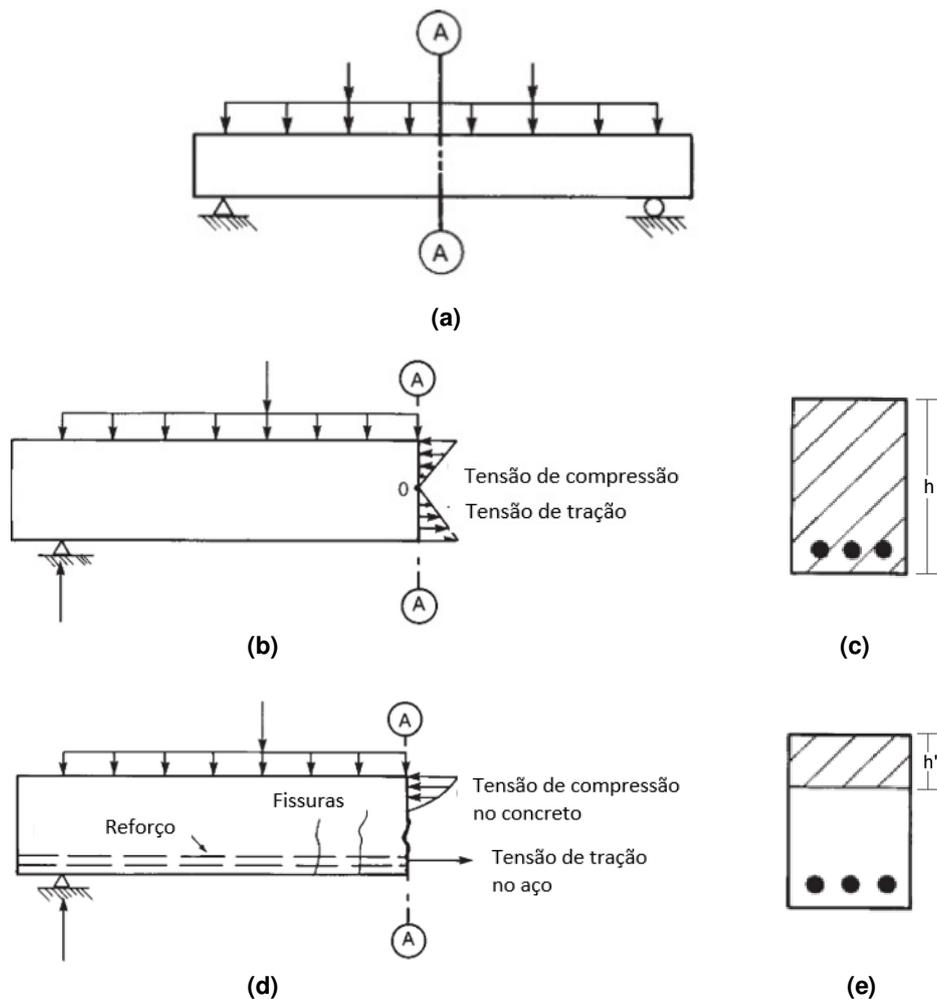


Figura 2-6 – Estágios de fissuração: (a) Estrutura sob carregamento; (b) Esforços na estrutura íntegra; (c) Seção íntegra; (d) Esforços na seção com múltiplas fissuras; (e) Seção efetiva após fissuração (Adaptado de [9])

Avaliando o comportamento de uma viga, é possível obter sua deflexão a partir da integração das curvaturas ao longo de seu comprimento. No caso de uma viga em regime elástico, a curvatura ($1/r$) é calculada como $1/r = M/EI$, onde EI é a rigidez à flexão da seção transversal [9]. Esta relação pode ser vista no diagrama de Momento x Curvatura (Figura 2-7 (a)). Como descrito anteriormente, antes do processo de fissuração ser iniciado, toda a seção do elemento estrutural resiste aos esforços aplicados. Neste caso, o momento de inércia é denominado “momento de inércia não fissurado” e corresponde à inclinação da reta O-A. Quando uma estrutura fissa, seu momento de inércia diminui, levando a uma considerável redução da rigidez [6]. Desta forma, o denominado “momento de inércia fissurado” se aproxima à inclinação da reta O-B.

Os pontos C1 e C2 caracterizam rigidezes da estrutura sob cargas em serviço. Percebe-se que a variação da inclinação associada a esses pontos varia consideravelmente. Este fato depende da relação entre o momento de fissuração (M_f), o momento de serviço (M_a) e o momento de escoamento (M_y). A variação da rigidez da estrutura em relação ao momento pode ser vista na Figura 2-7 (b).

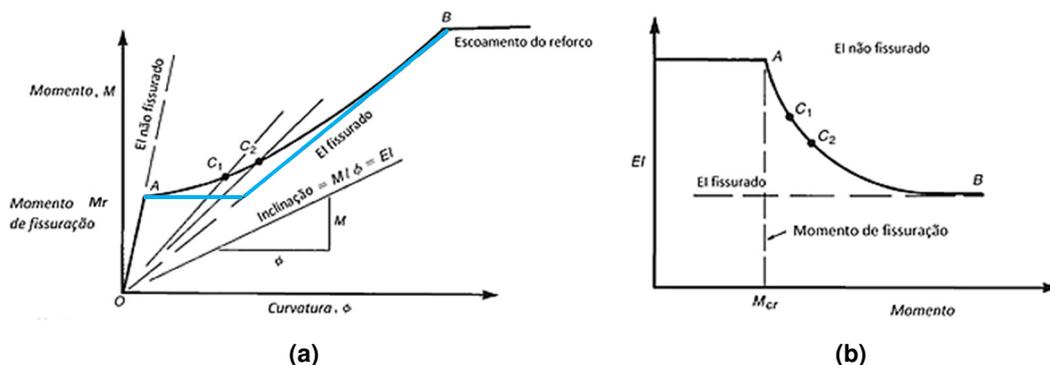


Figura 2-7 – Variação de propriedades de seção fissurada: (a) Diagrama Momento x Curvatura; (b) Variação da rigidez com o momento (Adaptado de [9])

A partir das análises apontadas, é possível observar que as fissuras geram uma perda de rigidez local, podendo alterar o comportamento global da estrutura, principalmente acerca da redistribuição dos esforços [6, 7, 16]. Entretanto, é necessário indicar que, nos gráficos apresentados na Figura 2-7, é considerado o efeito do enrijecimento do concreto, conhecido do inglês como *tension stiffening*, que será posteriormente explicitado na seção 2.3.3. Este fenômeno é tido como a contribuição do concreto à tração no aumento da rigidez do elemento [26]. Desta forma, a curva A-B indica o comportamento efetivo da seção fissurada. A curva azul indica o comportamento da seção fissurada, onde é possível observar uma variação abrupta do comportamento do elemento devido à ausência de ação do concreto ao redor da fissura.

Além disso, a fissuração pode corroborar para alguns outros fatores ocorrerem. A abertura de fissuras geram um aumento na permeabilidade do concreto, tornando o meio mais suscetível à entrada de agentes externos. Desta forma, tal dano pode influenciar no surgimento de outras patologias do concreto que podem interferir no comportamento da estrutura, como corrosão e carbonatação, por exemplo [1]. Logo, a ocorrência e propagação de fissuras podem ser caracterizadas como um dos fatores críticos que afetam o desempenho e a vida útil das estruturas civis, requerendo atenção especial [2].

2.3.2. Lei de Aderência-Deslizamento

Ao passo que o concreto armado trabalha como um material único, é possível identificar que existe uma relação na interface entre o concreto e o aço, caracterizada como aderência. Tal fenômeno garante a transmissão de forças através da interface entre os materiais [27]. A Figura 2-8 a seguir representa o mecanismo de aderência existente entre o concreto e uma barra de aço nervurada em uma região tracionada [9]. É possível observar que, ao passo que existe aderência entre os materiais, os elementos passam a trabalhar em conjunto.

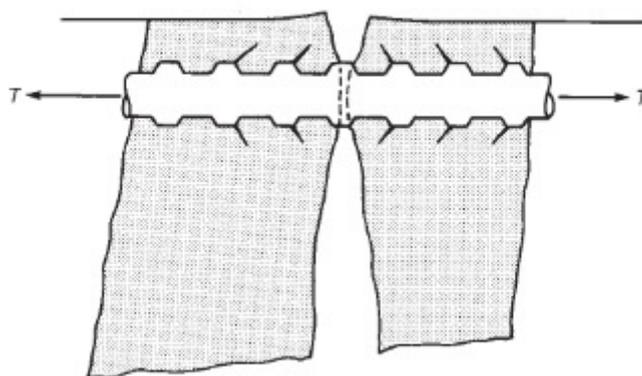


Figura 2-8 – Indicação de aderência entre aço e concreto em elemento tracionado [9]

De modo geral, o método mais utilizado para avaliar a relação de aderência-deslizamento entre tais materiais é o ensaio de arrancamento, mais conhecido como *pull-out* [27]. Este teste consiste na medição do deslizamento da barra de aço durante um ensaio que consiste no arrancamento dessa barra de um bloco de concreto [28]. Três modos de falha são possíveis para ocorrerem: (i) ruptura do aço, indicando que o comprimento foi suficiente para ancorar, mas não para determinar a resistência; (ii) ruptura do concreto, resultando em fim do ensaio sem que haja estimativas da característica da interface; (iii) arrancamento, garantindo que toda a barra seja removida sem que haja ruptura do concreto [9, 29]. Este último modo é o ideal, visto que, à medida que a barra desliza, uma tensão de aderência é gerada, conforme indicado na Figura 2-9.

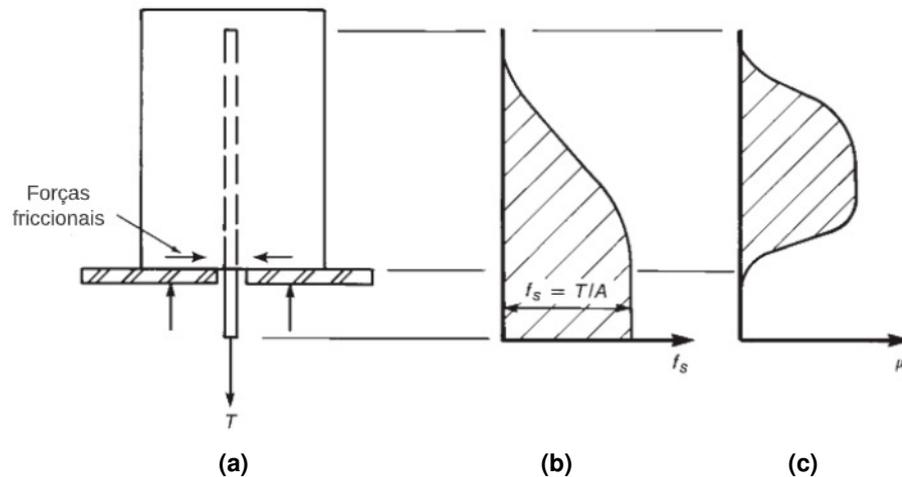


Figura 2-9 - Ensaio de Pull-out: (a) Metodologia de teste; (b) Tensão na barra de aço; (c) Aderência (Adaptado de [9])

Segundo Navaneethan *et al.* [27], é possível indicar que três componentes principais compõem a aderência, sendo elas a de adesão, a de atrito e a mecânica. De modo geral, a aderência para barras lisas depende, predominantemente, da adesão química e, ao passo que a barra desliza, por atrito. No caso de barras nervuradas, a adesão ocorre em sua maior parte devido à rugosidade da superfície do elemento, que gera um engrenamento mecânico [9].

Como análise gráfica de tal fenômeno, o Model Code 2010 [30] apresenta uma análise da Lei de Aderência-Deslizamento, considerando barras nervuradas como reforço. O gráfico a seguir (Figura 2-10) caracteriza a relação entre deslizamento (s) e tensão de aderência (τ_b), considerando o comportamento genérico do material sob carregamento monotônico. Para o estudo em questão, será avaliado o comportamento de arrancamento (do inglês *pull-out*).

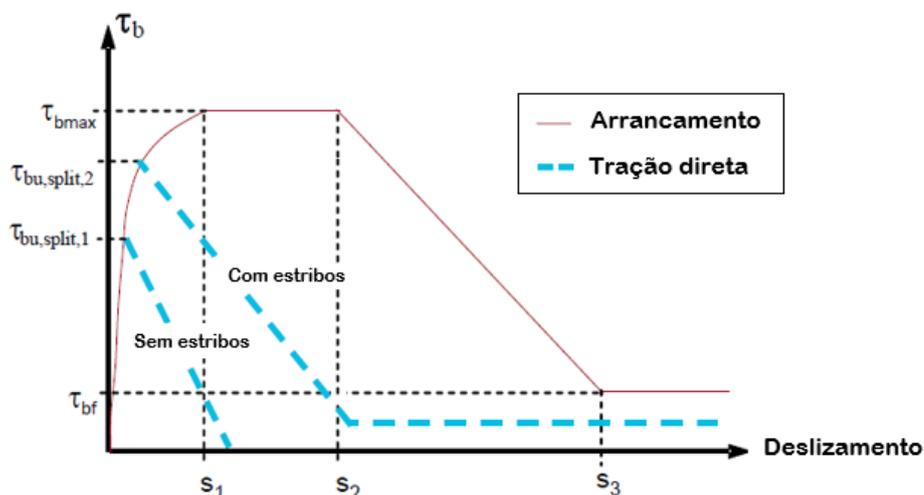


Figura 2-10 - Diagrama de Aderência-Deslizamento (Adaptado de [30])

A partir da análise do diagrama, podem-se indicar algumas análises do comportamento do concreto armado. A tensão τ_{bf} representa a parcela inicial da aderência, inicialmente caracterizada pelo atrito [31]. Ao passo que a barra é continuamente tracionada, a parcela de engrenamento mecânico, que existe devido às nervuras, passam a atuar com maior efetividade, garantindo um aumento da tensão de aderência. Entretanto, devido ao efeito de Poisson, ocorre uma contração radial da barra e parte do contato com a matriz cimentícia é perdida [9], reduzindo a contribuição da parcela de adesão. A parcela de adesão é normalmente desprezível.

Para a pesquisa em questão, foi avaliado o comportamento de uma estrutura no estágio inicial de deslizamento (inferior à s_1). A eq. (4) a seguir rege a curva no trecho inicial considerado. Para a estimativa dos valores são indicadas duas condições de aderência para curvatura do arrancamento, sendo elas a boa aderência e demais condições de aderência. A Tabela 2-1 a seguir, adaptada do Model Code 2010 [30], apresenta as premissas indicadas para estimativa da curvatura de aderência versus deslizamento. Na pesquisa em questão considera-se a primeira condição identificada.

$$\tau_b = \tau_{b_{max}} (s/s_1)^\alpha \quad \text{eq. (4)}$$

Tabela 2-1 – Identificação de termos para diagrama de Aderência-Deslizamento (Adaptado de [30])

	Condição de aderência para ensaio de Pull-Out	
	Boa condição de aderência	Todas as demais condições de aderência
$\tau_{b_{max}}$	$2,5\sqrt{f_{cm}}$	$1,25\sqrt{f_{cm}}$
s_1	1,0mm	1,8mm
s_2	2,0mm	3,6mm
s_3	Distância livre entre barras	Distância livre entre barras
α	0,4	0,4
τ_{bf}	$0,4 \tau_{b_{max}}$	$0,4 \tau_{b_{max}}$

O valor de f_{cm} , caracterizado como resistência média do concreto, necessário para cálculo de $\tau_{b_{máx}}$ conforme identificado na Tabela 2-1, deve ser obtido através de ensaios laboratoriais que possibilitem a avaliação do comportamento à compressão do elemento de concreto ensaiado.

2.3.3. Enrijecimento do Concreto à Tração

Conforme anteriormente mencionado, é possível considerar que o concreto na vizinhança da fissura também fica sujeito a tensões de tração devido à aderência existente entre a matriz cimentícia e o aço, aumentando a rigidez efetiva do conjunto quando comparado com a rigidez na seção fissurada. No instante em que a fissura é gerada, ocorre um afastamento entre as partes fissuradas e a armadura passa a transferir as tensões na região [32].

Este processo gera certa restrição ao movimento de abertura do dano. Logo, existe uma parcela de acréscimo de rigidez no estado pós-fissurado do elemento. Segundo Gupta [33], a maior contribuição para o aumento da rigidez no estado pós-fissurado é decorrente do comportamento do concreto circundante, que atua em conjunto com a armadura. Wu *et al.* [34] e Kim *et al.* [35] indicam que o efeito do enrijecimento à tração é geralmente tratado assumindo-se que a tensão de tração média do concreto é estimada como uma componente normal à fissura formada. O efeito de *tension stiffening* permite que a seção fissurada suporte uma parcela superior de carregamento, se comparado a uma barra de aço isolada, que tende a transmitir os esforços após fissuração, conforme identificado na Figura 2-11 [11].

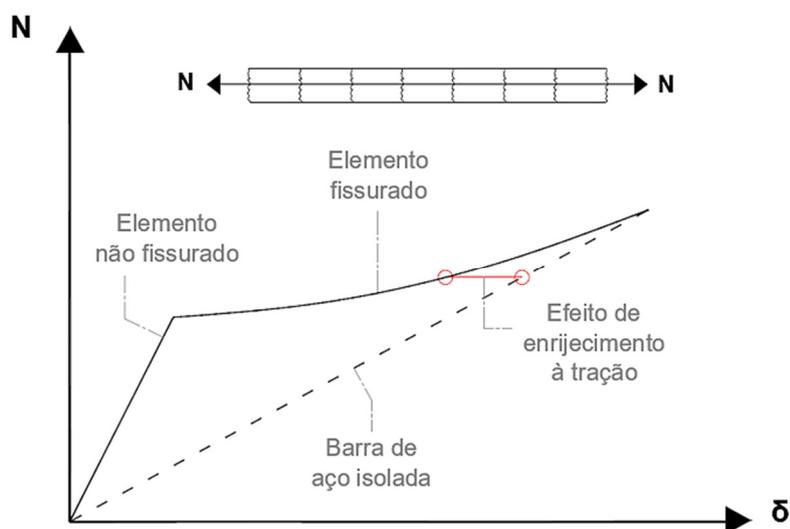


Figura 2-11 – Efeito de enrijecimento em elemento tracionado (Adaptado de [11])

Com relação ao fenômeno supracitado, estudos com base em modelos momento-rotação têm sido utilizados de forma recorrente a fim de estimar a força de tração equivalente a uma determinada abertura de fissura [26, 36, 37]. De modo geral, os estudos abordam a premissa de que o elemento de concreto armado pode ser segmentado em prismas que trabalham como um corpo rígido. A Figura 2-12

apresenta a relação entre momento aplicado (M) e rotação da estrutura (θ), em que é possível observar uma restrição ao deslocamento na região próxima à fissura gerada.

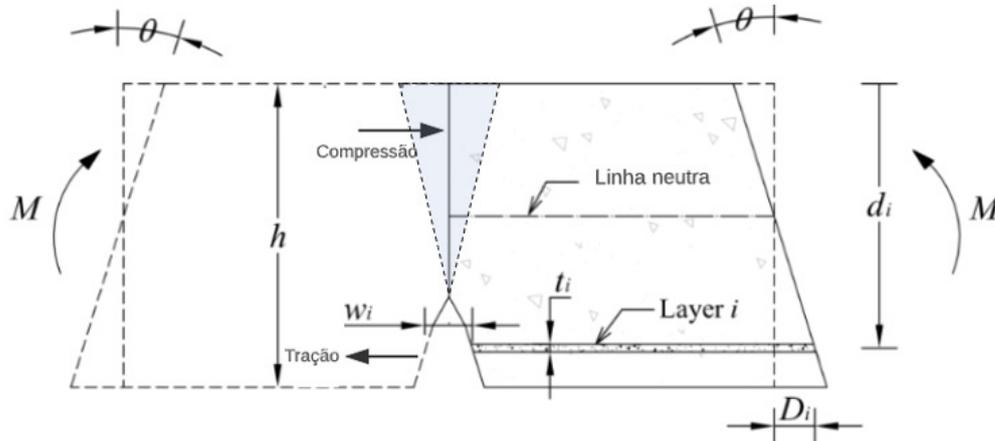


Figura 2-12 – Restrição de rotação da estrutura sob momento aplicado (Adaptado de [26])

Recentemente, muitos trabalhos têm investigado o uso de modelos baseados em abordagem momento-rotação para determinar aberturas de fissura e contribuição à tração do concreto na rigidez do conjunto [38–41]. De acordo com Taheri e Barros [26], o comprimento da faixa (S_p) em que ocorre transferência de tensões entre o aço e o concreto pode ser estimado em função da lei de aderência, conforme indicado na Figura 2-13. Para uma lei de aderência linear ascendente, S_p pode ser obtido conforme a eq. (5) a seguir. Segundo os autores, a largura e espaçamento de fissuras, deflexões, resistência estrutural e capacidade de absorção e dissipação de energia de elementos de concreto armado estão diretamente ou indiretamente relacionados com a caracterização de aderência da interface entre concreto e armadura. Como mencionado anteriormente, esse modelo permite estimar a abertura de fissuras, que corresponde à soma dos deslizamentos ocorridos à esquerda e à direita da fissura.

$$S_p = \frac{2}{\sqrt{k_e \left(\frac{u}{a_s}\right) \left(\frac{A_s}{E_c A_c} + \frac{1}{E_s}\right)}} \quad \text{eq. (5)}$$

Onde: k_e é a rigidez de aderência (MPa/mm); u é o perímetro da barra de aço (mm); a_s é a área da seção transversal da barra de aço (mm²); A_s é a da seção transversal da armadura (mm²); E_c é o módulo de elasticidade do concreto (MPa); A_c é a área

da seção transversal de concreto ao redor da barra de aço (MPa); E_s é o módulo de elasticidade do aço (MPa).

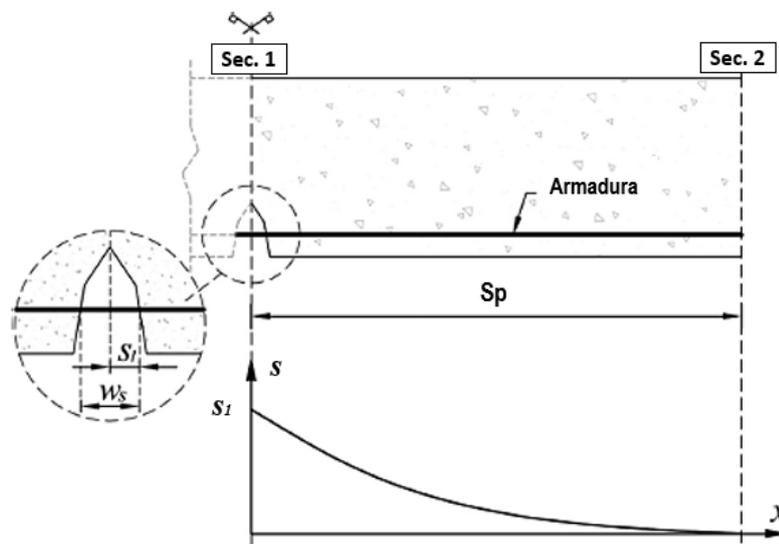


Figura 2-13 – Indicação de zona de fissuração (Adaptado de [26])

As formulações apresentadas têm como base a premissa de uma região de largura $2S_p$. A força de tração F correspondente pode ser descrita pela eq. (6), conforme apresentado por Taheri e Barros [26]. A abertura de fissura (w) caracteriza a diferença de alongamento entre o concreto e a armadura [9]. Ainda segundo os autores, a variável denominada de λ pode ser definida por $2/S_p$. Para concreto sem fibras e desprezando efeitos de ponte de agregados, a parcela σ_{ct} pode ser aproximadamente tomada como nula.

$$F = \frac{\left(\left(\frac{w}{2} \right) \lambda E_c + 0,96 \sigma_{ct} w \right) A_s E_s}{0,964} \quad \text{eq. (6)}$$

Onde: w é a abertura de fissura (mm); E_c é o módulo de elasticidade do concreto (MPa); σ_{ct} é a tensão de tração do concreto na face da fissura (MPa); A_s é a área de aço (mm²); E_s é o módulo de elasticidade do aço (MPa).

2.3.4. Breathing Cracks

O fenômeno de fissuração do concreto, conforme descrito anteriormente, pode ser caracterizado pela redução da rigidez de uma estrutura, devido à descontinuidade gerada pelo dano [2]. Entretanto, durante o processo de vibração, pode-se perceber que ocorre uma não linearidade decorrente da abertura e

fechamento das fissuras [12]. Durante a fase de iniciação do dano, quando as fissuras menores começam a se desenvolver, a excitação dinâmica faz com que os danos em questão se abram e fechem, exibindo o que é comumente denominado de mecanismo de “fissura respiratória”, tradução literal do inglês “*breathing cracks*” [42]. Este processo tende a induzir tensões de compressão e tração no concreto, que impõem amolecimento e enrijecimento do material [43].

Grande parte dos estudos não consideraram o fenômeno de fissura respiratória, adotando, em maioria, o critério de fissura permanentemente aberta. Pelo fato de a não linearidade causada pela fissura ser baixa em alguns casos, os estudos tendem a linearizar a resposta [44]. Após uma sequência de revisões da literatura, Benedetti *et al.* [4] indicam que formulações baseadas na rigidez reduzida de seções fissuradas subestimam os valores de frequência resultantes, devido ao comportamento não linear das *breathing cracks*. Chondros *et al.* [42] apresentam uma análise em que apenas dois estados são considerados em uma fissura respiratória: totalmente aberta ou totalmente fechada, conforme Figura 2-14. Supõe-se que o período de transição entre a fissura aberta e a fechada ocorra quando a viga retorna à sua forma indeformada. Devido ao caráter bilinear do sistema, não existe uma única frequência de oscilação. Em vez disso, há uma frequência dominante de oscilação, que é periódica e depende do comportamento respiratório.

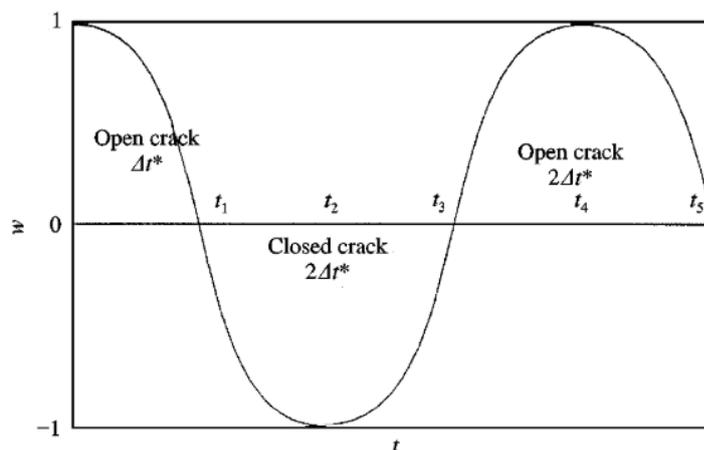


Figura 2-14 – Movimento transversal de viga simplesmente apoiada danificada [42]

Nguyen apresentou estudos sobre uma ponte fissurada submetida a um fluxo de veículos [45]. Ao passo que os veículos circulam sobre a estrutura, gera-se uma vibração. Quando uma *breathing crack* surge, há evidências de que a fissura abre e fecha gradualmente. Este fato corrobora para uma alteração gradual na rigidez na seção transversal do dano durante a vibração. Seguindo a análise de elementos de

ponete, Voggu e Sasmal [43] concluíram que, devido à tensão de tração desenvolvida durante o estado de abertura da fissura, o valor da rigidez local diminui. Entretanto, quando a fissura é fechada, produz-se uma tensão de compressão e a rigidez local é restaurada. Logo, no estágio inicial de fissuração do concreto, ocorre o mecanismo de fissura respiratória. Isto origina uma pequena mudança na matriz de rigidez e o sistema torna-se fracamente não linear por natureza. Sob forças de protensão, a fissura respiratória pode fechar, porém abrirá sob grandes cargas dinâmicas, como veículos pesados e, portanto, o estado da fissura pode mudar durante a vibração.

Segundo Nguyen [45], estima-se que a rigidez de uma estrutura com fissura respiratória é sempre maior ou igual à rigidez de uma estrutura com fissura totalmente aberta. Além disso, é menor ou igual à rigidez de uma estrutura intacta. Benedetti *et al.* [4] realizaram ensaios em uma viga de concreto armado considerando diferentes estágios de dano. Os testes de vibração foram validados com três modelos de elementos finitos não lineares: viga íntegra, viga com fissuras permanentemente abertas e viga com fissuras respiratórias. O gráfico apresentado na Figura 2-15 a seguir, confirma a proposição de que o comportamento respiratório é intermediário aos demais estágios.

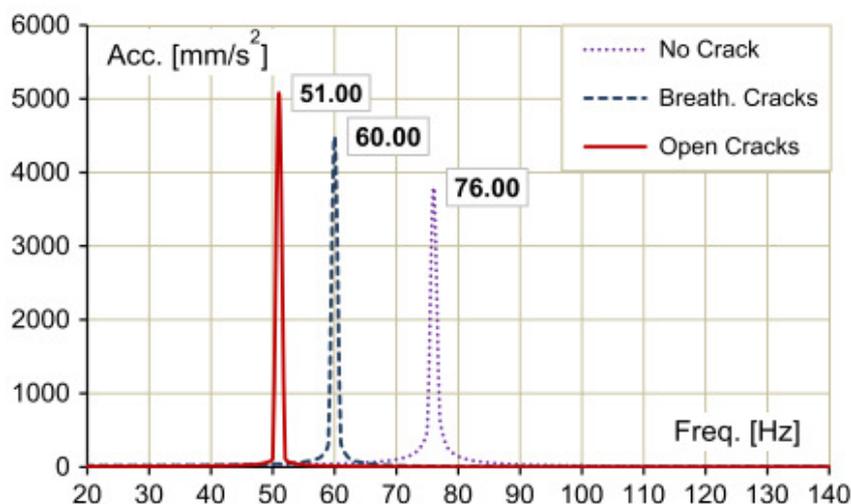


Figura 2-15 – Resposta em termos de frequência para modelos íntegro, com fissura aberta e com fissura respiratória [4]

Shu e Chen [46, 47] propuseram o desenvolvimento de uma frequência natural efetiva que garantisse o comportamento respiratório de uma viga sob vibração. No estudo, foi desenvolvida a formulação de uma frequência denominada bilinear para um sistema de um grau de liberdade. Numericamente, pode-se estimar a relação das frequências naturais nos dois cenários existentes ao longo da vibração

através da eq. (7) [12, 42, 46, 47]. Pode-se considerar que, conforme indicado por Chopra [10], uma estrutura assemelha-se a um sistema de massa-mola. Chati *et al.* [12] indicam que, ao passo que a fissura se encontra aberta, o sistema conta apenas com uma mola (k_1). Entretanto, quando a fissura está fechada, mais uma mola é associada ao sistema (k_2), aumentando sua rigidez. A Figura 2-16 representa tal comportamento esquematicamente, para um sistema com um grau de liberdade.

$$w_b = \frac{2w_1w_2}{w_1 + w_2} \quad \text{eq. (7)}$$

Onde: w_b é a frequência bilinear (rad/s); w_1 é a frequência com fissura fechada (rad/s); w_2 é a frequência com fissura aberta (rad/s).

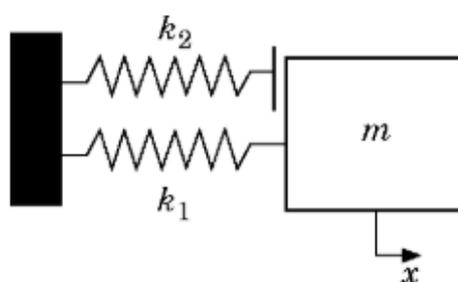


Figura 2-16 – Sistema bilinear representativo de fissura respiratória [12]

Desta forma, é possível observar que o comportamento fissurado de uma estrutura de concreto é complexo por si só. Entretanto, torna-se ainda mais sofisticado quando a estrutura se encontra em vibração. Considerar o fenômeno de *breathing crack* resulta em uma maior assertividade na avaliação do estado de integridade de um elemento através da sua resposta dinâmica. No caso de se considerar a estrutura como linear, pode-se estar subestimando sua condição, para fissuras abertas, ou superestimando, para fissuras fechadas.

2.4. Métodos de Detecção e Localização de Danos

Ao longo dos anos, diversas pesquisas foram realizadas de modo a avaliar a presença de danos em estruturas com base em suas respostas dinâmicas. O dano provocado por fissura, por exemplo, pode causar uma redução da rigidez, com uma redução inerente às frequências naturais, um aumento no amortecimento modal e variadas alterações nas formas modais [7, 24]. Apesar da grande maioria das análises terem como base a frequência, amortecimento e modo de vibração modal,

é possível apresentar estudos que avaliam também massas modais, cinética e energia de deformação [48].

2.4.1. Variação da Frequência e Amortecimento Modal

Grande parte dos trabalhos realizados com o intuito de identificar danos em estruturas tem como base a variação da frequência e/ou amortecimento como indicadores da integridade, pois representam os dados com maior facilidade de coleta e análise [24]. Qualquer fissura ou dano localizado em uma estrutura reduz sua rigidez e aumenta seu amortecimento [7, 16]. A frequência fundamental de uma estrutura apresenta uma dependência com a rigidez e a massa do componente ou sistema avaliado, conforme indicado na eq. (3) descrita anteriormente.

Sabe-se ainda que existe uma relação entre frequência natural (w_0) e a frequência natural amortecida (w_a). A eq. (8), apresenta tal relação, conforme apresentado por Chopra [10]. Reformulando a equação, de modo que o fator de amortecimento (ξ) seja isolado, tem-se a eq. (9). Neste caso, é possível observar que existe uma proporcionalidade inversa em relação à frequência natural. Logo, ao passo que a frequência natural reduz com o surgimento de um dano, consequentemente, o amortecimento irá aumentar.

$$w_a = w_0 \sqrt{1 - \xi^2} \quad \text{eq. (8)}$$

$$\xi = \sqrt{1 - \frac{w_a^2}{w_0^2}} \quad \text{eq. (9)}$$

Durante a década de 70, Cawley e Adams [49] iniciaram suas pesquisas sobre as técnicas de detecção de danos baseadas em frequência. Foi proposto um método de avaliação não-destrutiva da integridade de estruturas usando medições das frequências naturais estruturais. As análises foram efetuadas em placa de alumínio e placa de polímero reforçado com fibra de carbono (CFRP) constituída por camadas *cross-ply*. Em ambos os casos foi inserido um dano artificialmente nos elementos. A base do método consistia em considerar o dano como uma diminuição local na rigidez da estrutura. Uma forma de verificar as mudanças nas frequências naturais devido a danos em um determinado elemento da malha de elementos finitos seria reduzir a rigidez desse elemento e repetir, em sequência, a análise dinâmica.

Ratcliffe [24] apresentou estudos em que uma viga de concreto armado, com uma seção transversal retangular, foi submetida a um dano. A alteração da rigidez da estrutura foi introduzida através da redução da espessura de um dos elementos do modelo de elementos finitos. Entretanto, a matriz de massa permaneceu inalterada. As análises modais foram realizadas para os quatro primeiros modos de vibração. É possível observar na Figura 2-17 que o aumento do percentual de dano apresenta relação direta no percentual de alteração da frequência natural. A queda da frequência pode ser observada de maneira mais drástica para o primeiro modo.

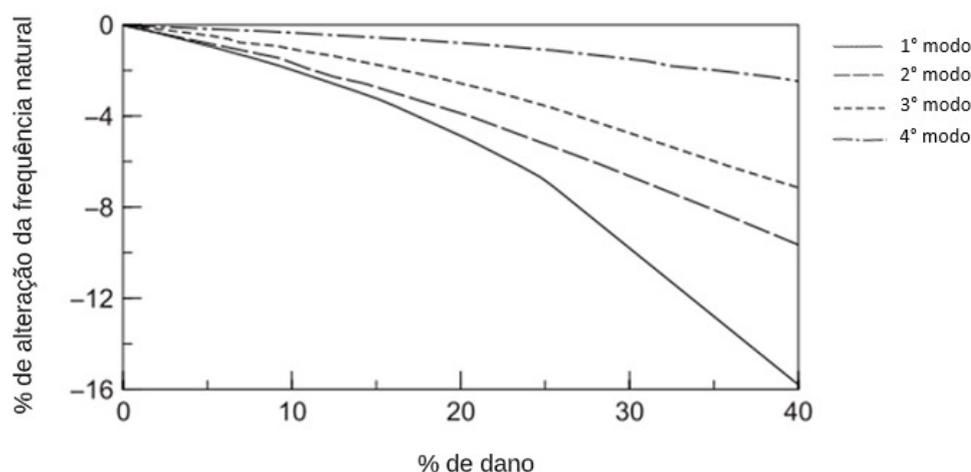


Figura 2-17 –Efeito do dano nas frequências naturais de uma viga livre-livre (Adaptado de [24])

Voggu e Sasmal [43] realizaram ensaios em estruturas de concreto armado representadas em escala reduzida, como vigas de pontes. Após a aplicação de carregamento estático para gerar um gradativo grau de fissuração, foram realizados ensaios dinâmicos de modo a levantar as frequências correspondentes. Foram avaliados os cinco primeiros modos de vibração, reproduzindo a vibração gerada pelos automóveis que transitam sobre as pontes. Como resultado, foi possível observar uma variação de até 55% na frequência para casos superiores de degradação.

Pourrastegar *et al.* [50] realizaram análises de integridade estrutural em placas de concreto armado com concreto ultra alto desempenho reforçado com fibra (do inglês “*Ultra-High Performance Concrete – Fiber Reinforced Concrete*” – UHP-FRC), objetivando identificar danos gerados por carregamentos de impacto. As patologias foram identificadas através de mudanças relativas na frequência natural (redução) e razão de amortecimento (aumento), conforme indicado na Figura 2-18 apresentada a seguir.

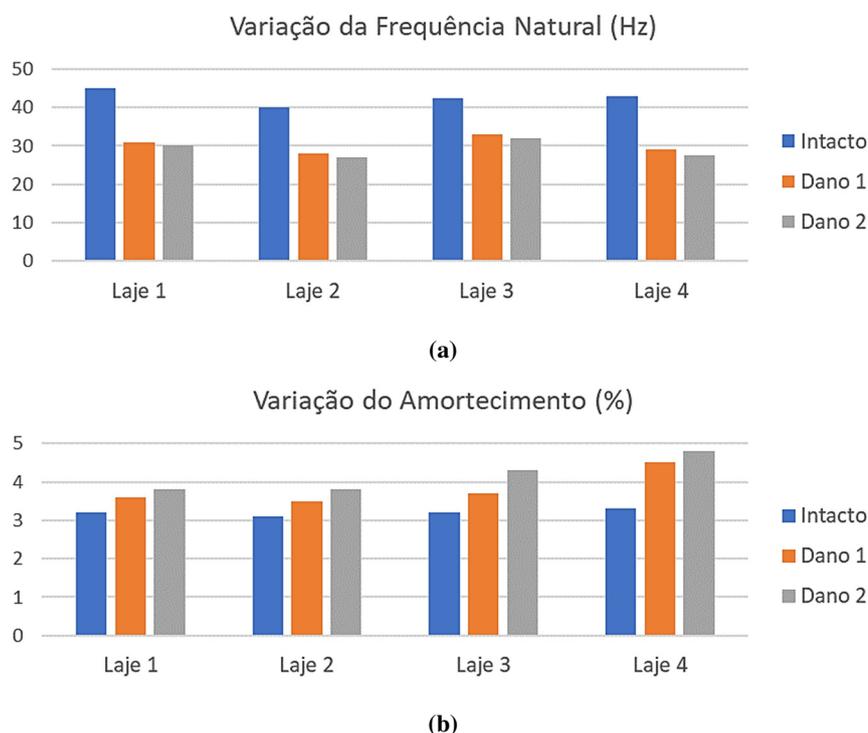


Figura 2-18 –Variação do comportamento modal da estrutura danificada: (a) Frequências naturais; (b) Amortecimento modal (Adaptado de [50])

Pimentel *et al.* [51] realizaram ensaios dinâmicos com auxílio de martelo de impacto em duas lajes distintas simplesmente apoiadas de concreto armado. Em ambos os casos foi considerada a execução de testes estáticos intermediários para geração dos danos. Os estudos tomaram como base apenas o primeiro modo de vibração das estruturas. Observou-se uma redução de cerca de 28% da frequência após a aplicação de uma força estática correspondente a 67% da carga última e de 48% para uma força equivalente a 92% da carga última. Concluiu-se, então, que maiores graus de danos refletiam em uma maior redução da frequência, devido à variação de rigidez da estrutura.

Já Zhang *et al.* [52] tiveram como objetivo a avaliação do comportamento das propriedades dinâmicas no caso de estruturas de concreto em que as armaduras se encontravam em processo corrosivo. Com o auxílio de acelerômetros instalados na superfície das vigas, foram avaliadas as frequências das estruturas após vibração. Apesar de o dano a ser identificado ser oriundo da corrosão, sabe-se que o processo de oxidação é expansivo, gerando tensões no interior do concreto que provocam o surgimento de fissuras. Desse modo, também foi possível identificar uma redução considerável da frequência da estrutura danificada.

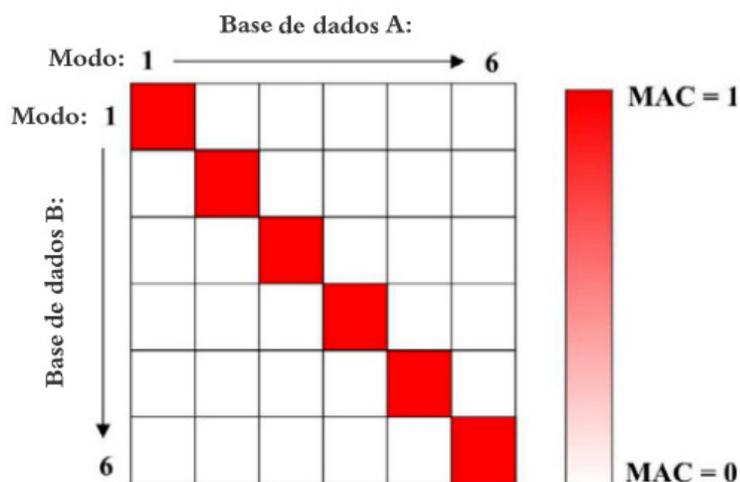
2.4.2. Alterações dos Modos de Vibração

Uma das propriedades modais que sofrem considerável alteração devido ao surgimento de dano é o modo de vibração. Um método comum para realizar a comparação entre dois conjuntos quaisquer de formas modais é o indicador de consistência denominado Critério de Firmeza Modal (do inglês *Modal Assurance Criterion* – MAC). O MAC pode ser definido como uma constante escalar, que fornece o grau de linearidade ou a medida de consistência entre dois conjuntos de vetores modais [43, 53]. Entretanto, segundo Pastor *et al.* [48], estima-se que tal indicador seja mais sensível a grandes diferenças nas formas modais, gerada por danos mais significativos (ou maiores graus de danos). Sendo assim, tal metodologia não é sensível o suficiente para detectar danos em seus estágios iniciais [16].

O indicador pode ser definido pela eq. (10), onde é apresentado o produto escalar normalizado de dois vetores distintos $\{\varphi_A\}$ e $\{\varphi_X\}$ [16, 21]. Os vetores utilizados podem representar a estrutura íntegra e a estrutura danificada a ser analisada, assim como análises comparativas entre modelo numérico/analítico com o modelo experimental [53].

$$MAC_{(i,j)} = \frac{|\{\varphi_A\}_i^T \{\varphi_X\}_j|^2}{(\{\varphi_A\}_i^T \{\varphi_A\}_i)(\{\varphi_X\}_j^T \{\varphi_X\}_j)} \quad \text{eq. (10)}$$

Quando dois modos de vibração estão bem correlacionados, o valor do MAC aproxima-se de uma unidade, ao passo que, quando a correlação é fraca, o índice é nulo ou quase nulo [54]. Sendo assim, dois modelos estão bem correlacionados quando a matriz dos valores do MAC é diagonal unitária, sendo os coeficientes fora da diagonal nulos ou pequenos (Figura 2-19) [43]. Com base neste fato, um valor baixo de MAC, considerando o mesmo modo de vibração em diferentes estágios, pode ser interpretado como um indicador de dano. Segundo Pastor *et al.* [48], valores maiores que 0,9 indicam correspondência consistente.



Ewins [21] apresenta fatores que podem caracterizar valores de MAC inferiores a uma unidade ou outros elementos maiores do que o zero esperado. Além da possibilidade de o modelo estar incorreto, podem-se identificar quatro outras principais causas de desvios: (i) presença de não linearidades na estrutura; (ii) ruídos nos dados obtidos como resultado dos ensaios experimentais; (iii) análise modal deficiente dos dados medidos; (iv) escolha inadequada dos modos de vibração correspondentes incluídos na correlação. Conforme identificado anteriormente, a fissura é tratada como uma não linearidade local da estrutura. Logo, tende a ser refletida na não correspondência dos modos de vibração íntegro e fissurado para a análise MAC.

O *Auto Modal Assurance Criterion* (autoMAC) pode ser caracterizado como uma versão particular do MAC na qual um conjunto de vetores de forma modal são correlacionados com eles próprios [21, 48]. Neste caso, pode-se considerar, por exemplo, formas de modos de vibração obtidos experimentalmente ou analiticamente. Assim como o MAC, o método atribui um valor entre 1 e 0 aos pares de modos de vibração que correspondem exatamente. Um valor nulo é dado aos pares que são completamente independentes ou não relacionados, podendo indicar um problema [48]. Sendo assim, O AutoMAC é particularmente útil para avaliar se uma determinada seleção de graus de liberdade (GLs) é adequada [54].

Voggu e Sasmal [43], conforme indicado anteriormente, realizaram ensaios em estruturas de concreto armado representadas em escala reduzida, como vigas de pontes. Além da análise através da variação da frequência, foi considerada também a análise através do MAC. A Figura 2-20 a seguir representa as matrizes de MAC

calculadas para os primeiros quatro modos de vibração da estrutura intacta (D0) em relação à estrutura com danos (D1 até D7). Percebe-se que, ao passo que o grau de fissura crescer, existe uma maior incompatibilidade entre os modos, visto que o dano altera de maneira mais significativa a configuração vibratória da estrutura.

MAC (D0-D1)					MAC (D0-D2)					MAC (D0-D3)					MAC (D0-D4)				
	1	2	3	4		1	2	3	4		1	2	3	4		1	2	3	4
1	0.999	0.032	0.000	0.000	1	0.999	0.025	0.001	0.001	1	0.999	0.026	0.030	0.000	1	0.999	0.017	0.023	0.001
2	0.063	0.993	0.045	0.000	2	0.060	0.977	0.056	0.014	2	0.057	0.972	0.000	0.019	2	0.059	0.964	0.001	0.011
3	0.000	0.062	0.985	0.010	3	0.000	0.051	0.977	0.037	3	0.000	0.047	0.836	0.004	3	0.000	0.048	0.820	0.001
4	0.000	0.000	0.012	0.991	4	0.000	0.004	0.024	0.944	4	0.000	0.005	0.024	0.963	4	0.000	0.007	0.020	0.974

MAC (D0-D5)					MAC (D0-D6)					MAC (D0-D7)				
	1	2	3	4		1	2	3	4		1	2	3	4
1	0.997	0.014	0.020	0.000	1	0.998	0.009	0.012	0.000	1	0.999	0.008	0.005	0.001
2	0.049	0.964	0.000	0.018	2	0.050	0.957	0.000	0.024	2	0.052	0.958	0.003	0.027
3	0.000	0.051	0.846	0.005	3	0.000	0.049	0.871	0.008	3	0.000	0.051	0.904	0.014
4	0.000	0.006	0.016	0.966	4	0.000	0.005	0.008	0.955	4	0.000	0.005	0.005	0.950

Figura 2-20 – Matrizes MAC para variados graus de danos [43]

Yoganand e Chithra [55] propuseram uma metodologia de identificação de fissuras em edifício utilizando a *machine learning*. Tal sistemática é feita através do monitoramento contínuo das estruturas do edifício através de sensores, relacionando-se ao SHM. Inicialmente os dados coletados pelo sensor são pré-processados pelo servidor e então são associados a diversas metodologias de detecção de danos. O MAC é utilizado como ferramenta para avaliar a correlação dos modos de vibração da estrutura, auxiliando na identificação precoce do dano.

Alaggio *et al.* [56] desenvolveram um estudo considerando dois anos de monitoramento estático e dinâmico da Basílica de Santa Maria di Collemaggio, localizada na Itália. A estrutura pode ser descrita como uma igreja medieval datada do século XIII. Após um terremoto que ocorreu em 2019, uma série de danos surgiram e, então, iniciou-se um monitoramento da estrutura. A resposta dinâmica à excitação do ambiente leva à estimativa dos parâmetros modais. Neste caso, além da variação da frequência, considerou-se também o MAC para avaliar o comportamento modal da estrutura ao longo do tempo, para variados modos de vibração. Foi possível observar não correspondência entre os modos ao longo do tempo, indicando a possibilidade de alteração de comportamento do dano, considerando, inclusive, a interferência da temperatura.

Apesar de ser relativamente fácil a detecção de danos considerando a mudança na frequência natural, assim como a validação da correlação de modos de vibração, existe uma dificuldade de localização da anomalia. Isso ocorre porque fissuras em locais distintos associados a certos comprimentos podem causar a

mesma variação na frequência [16]. Em alguns casos, outros parâmetros precisam ser determinados, proporcionando a localização do dano em uma estrutura, com base nos métodos de curvatura, flexibilidade e energia de deformação modal, conforme exposto na Seção 2.4.3. No caso da metodologia desenvolvida neste estudo, considerou-se a identificação prévia da localização do dano, de modo a desenvolver um modelo numérico. Logo, a avaliação de frequências e modos de vibração foram suficientes para validar o processo de avaliação da integridade de estruturas de concreto através da análise dinâmica proposta.

2.4.3. Outras Metodologias de Identificação de Danos

Embora a metodologia proposta nesta pesquisa utilize como base de análise os métodos de variação de frequência, MAC e AutoMAC, conforme descrito anteriormente, podem-se identificar variadas metodologias de identificação de danos. Dentre as metodologias desenvolvidas, destacam-se as baseadas em alterações dos modos de vibrações [21, 53], alterações das curvaturas modais [16], alteração da matriz de flexibilidade [7], alteração da energia de deformação [57], dentre outros. A seguir serão apresentados de maneira breve alguns dos estudos pioneiros realizados com o intuito de facilitar a identificação dos danos em estruturas a partir da resposta dinâmica das mesmas.

Alterações na rigidez de uma estrutura resultam em uma forma modal que apresenta alteração em sua configuração [24]. Desta forma, o movimento da estrutura elástica difere ao vibrar em sua frequência natural correspondente [54]. Considerando tal alteração, Pandey *et al.* [16] desenvolveram uma metodologia para detecção de danos baseada na curvatura modal de uma estrutura sob flexão. O método consiste na determinação do local do dano a partir da alteração da curvatura modal da estrutura com dano em relação à estrutura íntegra. Logo, a metodologia recebeu o nome Diferença da Curvatura Modal (CDM). É possível observar na Figura 2-21 a CDM de uma viga em balanço em função da variação do módulo de elasticidade. Estima-se, assim, que o dano esteja localizado entre os pontos 10 e 15.

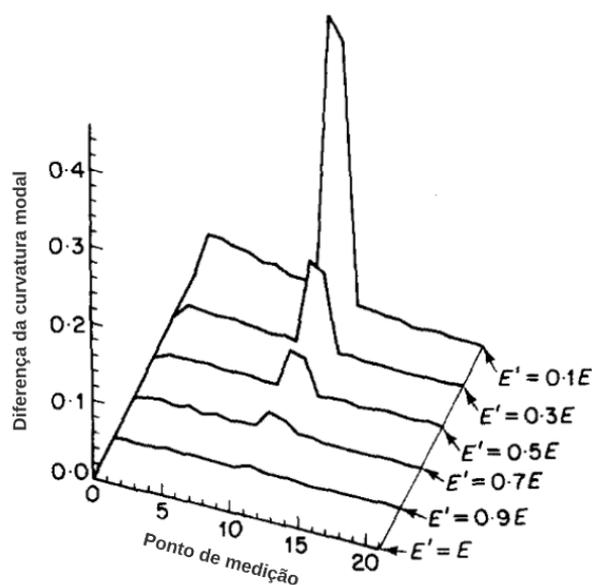


Figura 2-21 – Diferença da curvatura modal em viga em balanço (Adaptado de [16])

Assim como Pandey *et al.* [16], Ratcliffe [24] considerou a curvatura modal para determinação da localização do dano. O autor propôs um indicador, definido como Laplaciano, baseado na relação de curvatura modal de uma viga danificada, não requerendo um conhecimento da estrutura íntegra. O operador é calculado para cada nó e representa sua curvatura. Alterações localizadas da rigidez resultam em um modo de vibração cuja inclinação apresenta uma mudança localizada. Logo, a curvatura do nó danificado será diferente dos nós adjacentes. O operador garante boa identificação para danos que afetam a partir de 10% da inércia. A Figura 2-22 (a) indica o Laplaciano considerando um dano que afeta 5% da rigidez da viga. Como citado anteriormente, este método é válido para casos superiores a 10%, logo, a diferença na curvatura é pouco pronunciada. Já na Figura 2-22 (b), considera-se um dano de 50%, indicando a localização do dano entre os nós 7 e 8.

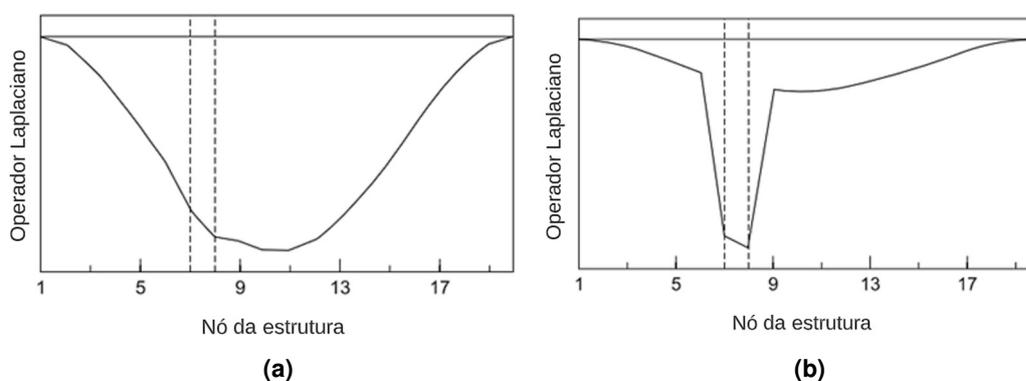


Figura 2-22 – Avaliação de dono através de Operador Laplaciano: (a) Operador Laplaciano para dano de 5%; (b) Operador Laplaciano para dano de 50% (Adaptado de [24])

A partir das análises realizadas sobre alteração da rigidez da estrutura danificada, Pandey e Biswas [7] desenvolveram a metodologia de localização de danos com base na matriz de flexibilidade, caracterizada pelo inverso da matriz de rigidez. Identifica-se que, ao passo que a frequência reduz, a rigidez reduz. Entretanto, o contrário ocorre para o caso da flexibilidade. Como fundamentado pelos autores supracitados, o dano gera redução da rigidez da estrutura, logo, o aumento de sua flexibilidade. Considerando dois conjuntos de dados medidos, sendo um deles da estrutura íntegra e outro da estrutura danificada, ambas as matrizes de flexibilidade podem ser determinadas. Desta forma, pode-se definir a mudança da flexibilidade como a diferença destas matrizes. Os pesquisadores realizaram a redução em 50% do módulo de elasticidade de um elemento da estrutura. A Figura 2-23 mostra a variação da diferença de flexibilidade do modelo exatamente a partir deste ponto. Com este método é possível definir que a análise dos primeiros modos de vibração já é suficiente para a detecção do dano.



Figura 2-23 – Curva de alteração de flexibilidade (Adaptado de [7])

3. Metodologia e Desenvolvimento

3.1. Metodologia Proposta

A redução da rigidez está associada a diminuições nas frequências naturais, aumento do amortecimento modal e modificação dos modos de vibração da estrutura. Muitos pesquisadores [7, 16, 24, 43, 48, 55] utilizam uma ou mais das propriedades dinâmicas acima para detectar e localizar uma fissura. Apesar da facilidade de detecção de danos a partir da análise da variação da frequência, existe uma dificuldade inerente à localização deste dano. Na presente pesquisa, com o auxílio de um modelo de elementos finitos de uma laje, devidamente validado, será proposta uma metodologia para avaliação das consequências de danos na estrutura através de parâmetros modais experimentais. A proposta será avaliada através da comparação entre as respostas numéricas e os resultados obtidos a partir de ensaios dinâmicos em lajes com configurações de danos conhecidas (Figura 3-1).

Sendo assim, estima-se avaliar o comportamento das estruturas com graus de fissuração distintos. Estas análises se propõem a estimar a variação na rigidez da estrutura, corroborando conseqüentemente para a alteração dos parâmetros dinâmicos. Serão consideradas as influências dos fenômenos de respiração das fissuras (*breathing cracks*) e o efeito de enrijecimento do concreto ao redor da região fissurada consideravelmente a rigidez global do elemento estrutural fissurado. Desta forma, objetiva-se um modelo robusto de análise de placas de concreto armado fissuradas a partir da análise de seu comportamento dinâmico.

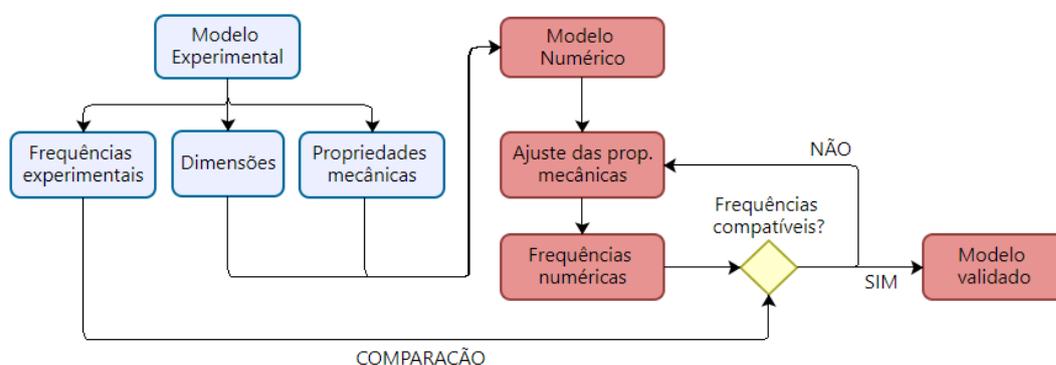


Figura 3-1 – Fluxo de validação do modelo numérico retroalimentado

3.1.1. Ajuste de Propriedades

Inicialmente, para o desenvolvimento de um modelo de elementos finitos que represente de maneira verossímil a estrutura avaliada, é necessário identificar as propriedades intrínsecas do elemento a ser modelado. A partir da eq. (3) anteriormente apresentada, é possível observar que a frequência natural é inversamente proporcional à raiz da massa e diretamente proporcional à raiz da rigidez. A massa do modelo será avaliada a partir da massa específica do concreto, correlacionada diretamente à massa. Já a rigidez (K), definida pelo produto do módulo de elasticidade (E) com o momento de inércia da seção (I), será considerada apenas pela alteração do primeiro termo, mantendo o momento de inércia fixo. Desta forma, deve-se considerar o ajuste do módulo de elasticidade e massa específica do modelo numérico desenvolvido que caracteriza a estrutura avaliada. A partir do ajuste realizado, estima-se que os resultados do estado íntegro apresentem aproximação considerável em relação aos dados experimentais, validando o modelo desenvolvido. Após tal etapa, os valores considerados para as propriedades identificadas serão utilizados também no modelo fissurado, entretanto, considerando fatores de ajustes no módulo de elasticidade que serão posteriormente detalhados.

Segundo a norma ABNT NBR 8953, a massa específica do concreto normal pode variar entre 2000kg/m³ e 2800kg/m³ [58]. Sendo assim, valores nesta faixa podem ser considerados de maneira iterativa até que o erro em termos de frequência seja baixo, comparando-se com os valores experimentais. Já em termos de módulo de elasticidade, considera-se o valor referente ao módulo secante ajustado pelo fator dinâmico. Segundo Mehta e Monteiro [1] o módulo dinâmico é geralmente 20, 30 ou 40% maior que o módulo estático para concretos de alta, média ou baixa resistências, respectivamente. Sendo assim, o valor a ser considerado como módulo de elasticidade do modelo deve seguir a formulação indicada na eq. (11) a seguir, onde o fator dinâmico (FD) varia entre 1,2 e 1,4 conforme resistência do concreto.

$$E_{dinam} = FD \times 0,85 \times 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{eq. (11)}$$

Onde: E_{dinam} é o módulo dinâmico (MPa); FD é o fator dinâmico; f_{ck} é a resistência à compressão do concreto (MPa).

Além da alteração das propriedades intrínsecas, considera-se também uma metodologia de consideração das armaduras no modelo numérico elaborado. No caso de lajes (estrutura foco da pesquisa), indica-se a modelagem com elementos de casca. Sendo assim, o método mais adotado para a definição de reforço em elementos de casca e membrana, é a inclusão de *layers* [59]. As *layers* podem ser consideradas como camadas de reforço definidas na seção do elemento, conforme indicado na Figura 3-2. Além disso, verifica-se que as *layers* não contribuem para o acréscimo de massa do modelo [60]. Sendo assim, a massa do modelo será considerada apenas através da massa específica do concreto.

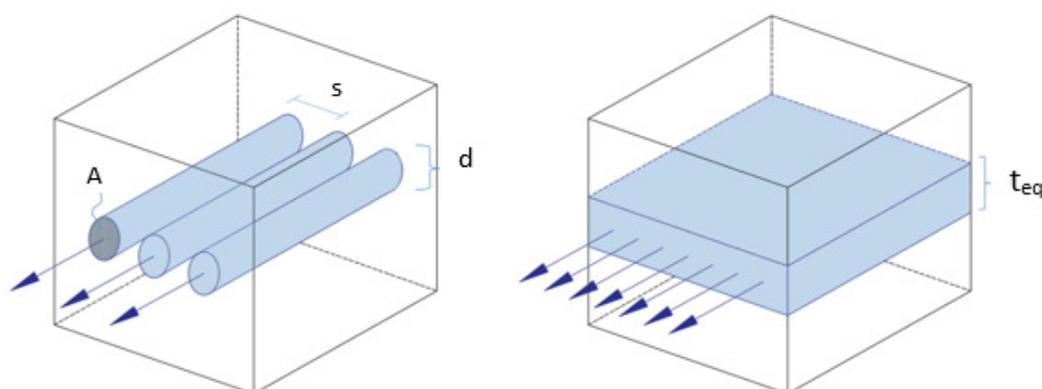


Figura 3-2 – Definição de *layers* de armadura

Para elementos de casca, a posição da armadura é determinada em relação à espessura da casca, medida a partir da superfície média (positivo na direção da normal positiva para a casca). O espaçamento entre barras (s) e a área transversal (A), determinada com base no diâmetro (d) das barras, são utilizados para determinar a espessura uniforme da camada equivalente (t_{eq}). A espessura de cada camada é considerada a partir da relação entre a área de cada barra dividida pelo espaçamento, conforme apresentado na Figura 3-2.

3.1.2. Determinação da Rigidez Equivalente

Existem diversas abordagens para a modelagem de fissuras em estruturas relatadas na literatura, entretanto, pode-se destacar três categorias principais: redução de rigidez local, modelos discretos de molas e modelos complexos em duas ou três dimensões [44]. Segundo Ratcliffe [24], Pandey *et al.* [16], Cornwell *et al.* [57] e Chati *et al.* [12], fissuras e outras formas de danos localizados em uma estrutura podem gerar uma redução na rigidez à flexão (EI), porém, garantem uma

alteração mínima na massa. Logo, para a pesquisa realizada, considerou-se o modelo mais simples de redução da rigidez local. Desta forma, a metodologia proposta desenvolveu um fator de correção de rigidez que deve ser aplicado ao módulo de elasticidade. Para isso, os fenômenos de enrijecimento do concreto à tração e o de *breathing cracks* foram considerados.

a) Enrijecimento do Concreto à tração:

Para levar em conta o enrijecimento à tração, será adotado o modelo proposto por Taheri e Barros [26] e definido na eq. (6). Considerando: a) concreto sem fibras e desprezando-se o efeito de pontes de agregados ($\sigma_{ct} = 0$); b) $\lambda = 2/S_p$; e c) alongamento do concreto desprezível, tem-se que a abertura de fissura w será aproximadamente equivalente ao alongamento total da barra de aço no comprimento $2S_p$. Assim, a eq. (6) pode ser reescrita conforme mostrado na eq. (12), indicando que o concreto circundante amplifica em aproximadamente 2,07 vezes a rigidez da armadura ‘nua’. Desse modo, o efeito de *tension stiffening* na faixa considerada pode ser considerado a partir de um momento de inércia fissurado enrijecido ($I_{fiss, enrij}$), calculado a partir da eq. (13) de momento de inércia fissurado (I_{II}), mas admitindo um valor de α_e multiplicado por 2,07.

$$F = \frac{\left(\frac{w}{2}\right) \left(\frac{2}{S_p}\right) A_s E_s}{0,964} = 2,07 w \left(\frac{A_s E_s}{2 S_p}\right) \quad \text{eq. (12)}$$

$$I_{II} = \frac{b x_{II}^3}{3} + A_s \alpha_e (d_u - x_{II})^2 \quad \text{eq. (13)}$$

Onde: x_{II} é a posição da linha neutra no estágio II; A_s é a área de aço; α_e é a relação entre o módulo de elasticidade secante do concreto e o módulo de elasticidade do aço; b é a largura da seção (100cm para o caso de laje); d_u é a altura útil; I_{II} é o momento de inércia fissurado (estádio II).

b) Breathing cracks:

Para levar em consideração o fenômeno associado à fissura respiratória no estágio fissurado, será considerado o método da frequência bilinear definido na eq. (7). Considerando que a massa do sistema não se altera durante o processo de

‘respiração’ e que as frequências w_1 e w_2 possam ser relacionadas à raiz das rigidezes à flexão íntegra e fissurada (k_{bruto} e k_{fiss}), respectivamente, a rigidez equivalente do sistema pode ser obtida k_{eq} conforme indicado na eq. (14) a seguir.

$$\sqrt{k_{eq}} = \frac{2\sqrt{k_{bruto}}\sqrt{k_{fiss}}}{\sqrt{k_{bruto}} + \sqrt{k_{fiss}}} \rightarrow k_{eq} = \frac{4k_{bruto}k_{fiss}}{\left(\sqrt{k_{bruto}} + \sqrt{k_{fiss}}\right)^2} \quad \text{eq. (14)}$$

No caso em questão, considera-se que k_{bruto} é proporcional à rigidez íntegra, isto é, no estágio I (EI_I). Já o valor de k_{fiss} é proporcional à rigidez fissurada, estágio II (EI_{II}). Considerando-se que k_{bruto} equivale a 100%, é possível determinar uma variação percentual entre as rigidezes e, então, aplicar o fator de ajuste ao módulo de elasticidade do modelo numérico.

c) Fator de Correção da Rigidez:

Para que fosse possível considerar um fator de correção que levasse à consideração de uma rigidez fissurada na área danificada que resultasse em uma resposta de frequência adequada, atrelou-se o efeito de enrijecimento à tração do concreto à formulação de *breathing cracks*. Sendo assim, o valor da rigidez fissurada pode ser calculado considerando-se o efeito de enrijecimento à tração. Desta forma, o módulo de elasticidade do aço é multiplicado pelo fator de 2,07, resultando em uma rigidez no estágio fissurado enrijecida, denominada de rigidez fissurada enrijecida ($k_{fissenrij}$). Sendo assim, a eq. (14) pode ser reescrita conforme indicado na eq. (15) a seguir.

$$k_{eq} = \frac{4 k_{bruto} k_{fissenrij}}{\left(\sqrt{k_{bruto}} + \sqrt{k_{fissenrij}}\right)^2} \quad \text{eq. (15)}$$

3.1.3. Determinação de Faixa Fissurada

Para que o fator de ajuste fosse aplicado, foi necessário estimar uma faixa fissurada ao redor do dano. Durante o carregamento, a abertura da fissura (w) tende a aumentar e, conseqüentemente, o deslizamento (s) aumenta, considerando-se que $w = 2s$. Em geral, durante o processo vibratório, a fissura tende a apresentar uma

abertura consideravelmente pequena, logo, o deslizamento é pequeno (estágio em que o deslizamento é igual ou inferior à s_1 , conforme Figura 2-10).

Sendo assim, sabendo-se a abertura de fissura identificada após realização dos ensaios de carregamento, é possível correlacioná-la ao deslizamento na região danificada. O processo de medição das aberturas pode ser executado com o auxílio de um fissurômetro. As aferições devem ser realizadas para estrutura descarregada, sendo tal medição considerada para estimativa de faixa fissurada. Inserindo-se tal valor na eq. (4), obtém-se o valor da tensão de aderência referente ao deslizamento considerado, dada a formulação da curva para condição de boa aderência no trecho onde s é inferior à s_1 . A metodologia proposta indica que o valor de k_e (rigidez de aderência) pode ser estimado como o coeficiente angular da reta secante próximo ao início da curva de arrancamento.

Sendo assim, conforme identificado por Taheri e Barros [26] e identificado na eq. (5), adotou-se como premissa uma região de largura $2S_p$ obtida pela Lei de Aderência linear (eq. (5)), onde se considera que há transferência de tensões entre aço e concreto ao redor da fissura [26]. O valor de k_e previamente descrito é uma das variáveis necessárias para determinação do valor da faixa fissurada.

Desta forma, após o detalhamento da metodologia proposta para a elaboração do modelo numérico, é possível consolidar as principais premissas adotadas. O fluxo apresentado na Figura 3-3 a seguir consolida de maneira abrangente como os fenômenos listados foram considerados analiticamente, sendo posteriormente replicados ao modelo. Verifica-se que o enrijecimento local do concreto e a frequência bilinear resultante das *breathing cracks* corroboram para o cálculo do fator de redução do módulo de elasticidade. Já a Lei de Aderência foi adotada de modo a estimar a faixa fissurada do modelo, onde o módulo elástico é alterado.

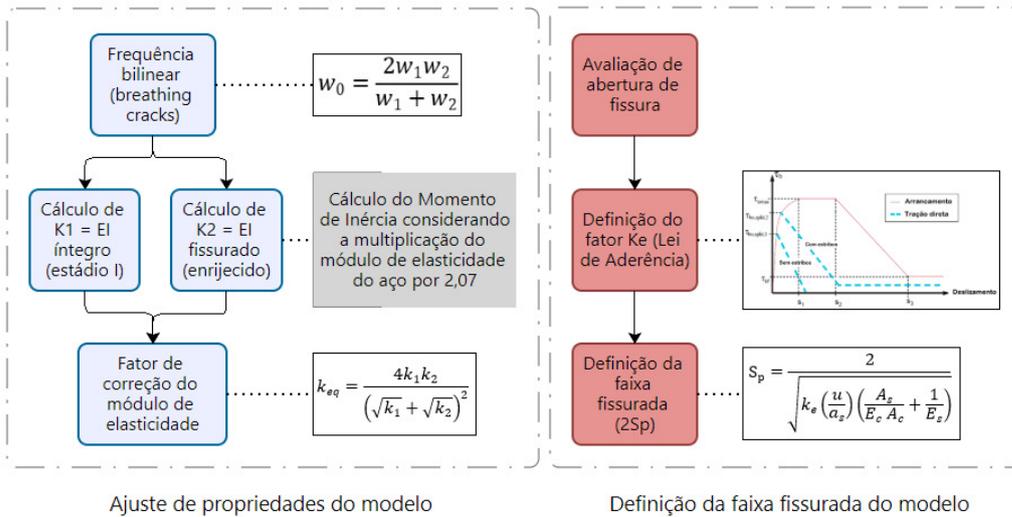


Figura 3-3 – Interferências dos fenômenos identificados na metodologia proposta

3.2. Validação

Inicialmente, foi proposta uma validação da metodologia desenvolvida com base em estudos apresentados por Pimentel *et al.* [51]. Durante as análises, foram considerados o modelo numérico desenvolvido como base e os resultados obtidos experimentalmente em uma das placas de concreto armado ensaiadas no estudo apresentado. O intuito deste processo foi desenvolver um modelo numérico em que as características dinâmicas da estrutura são e, principalmente, da estrutura fissurada se aproximassem com o menor erro possível dos dados obtidos em laboratório. O fluxo apresentado na Figura 3-4 a seguir identifica o procedimento adotado para a validação da metodologia considerando os dados indicados pelos estudos de Pimentel *et al.* [51].

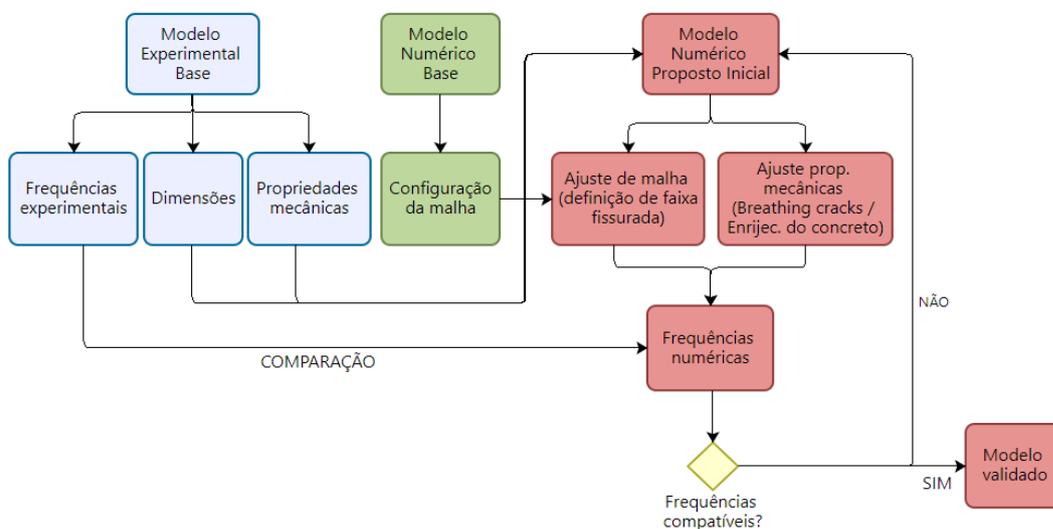


Figura 3-4 – Fluxo de validação da metodologia

3.2.1. Caracterização da Estrutura

Tomou-se como modelo estrutural de referência uma placa retangular, simplesmente apoiada, de 3m de comprimento, 1,35m de largura e 0,08m de espessura. Os dados gerais encontram-se detalhados na Tabela 3-1. O detalhamento das armaduras, como quantidade de barras, comprimento das barras, espaçamento e taxa de armadura em cada direção da placa encontram-se na Tabela 3-2. Foram aplicados carregamentos à 1/3 e 2/3 do vão, gerando variados graus de danos (Figura 3-5(a)). Para a validação do modelo, tomou-se como base o primeiro estágio de fissuração gerado, causado ao se atingir 33,33% da carga última da estrutura (Figura 3-5(b)).

Tabela 3-1 - Propriedades gerais da placa ensaiada [51, 61–64]

f_{ck} (MPa)	Cobrimento (cm)	Tipo de aço	Bitola do aço (mm)	Gancho da armadura (cm)
25	2	CA-50	5	4

Tabela 3-2– Detalhamento de armadura da placa ensaiada [51, 61–64]

Direção da armadura	Quantidade de barras	Comprimento (m)	Espaçamento (cm)	Taxa de armadura (cm ² /m)
Longitudinal	15	3	9	2,15
Transversal	14	1,35	22	0,98



(a)

(b)

Figura 3-5 – Características do ensaio base: (a) Carregamento da laje; (b) Condição fissurada no primeiro estágio de carregamento [65]

3.2.2. Desenvolvimento do Modelo Numérico

Com o intuito de elaborar a metodologia de análise de danos, trabalhos semelhantes desenvolvidos pelos autores associados ao artigo-base foram avaliados [51, 61–64], a fim de se obter informações acerca do processo de modelagem. O modelo numérico no trabalho original foi desenvolvido no software Ansys [66], considerando laje biapoiada segmentada em uma malha de 12x4, identificada na Figura 3-6 [63]. A malha considerada apresenta 12 partes de 25cm ao longo do comprimento e 4 partes de 33,75 cm na largura. Foram utilizados elementos de casca (SHELL), definidos por quatro nós, apresentando seis graus de liberdade em cada nó: três translações e três rotações.

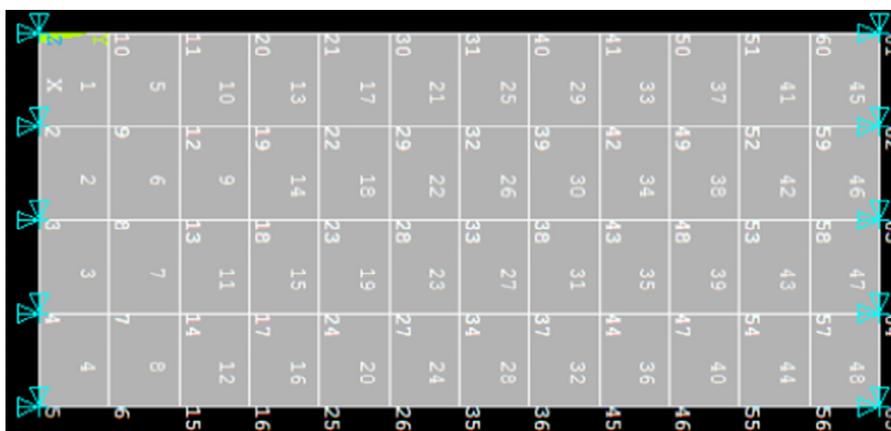


Figura 3-6 - Malha de elemento finitos utilizada como base (Adaptado de [63])

Para que os resultados íntegros e fissurados se aproximassem da resposta experimental, os ajustes dos módulos de elasticidade foram feitos manualmente por estes autores através de um processo de tentativas e a massa específica considerada foi de 2500kg/m³. A Tabela 3-3 a seguir apresenta a variação da resposta em termos de frequência da estrutura considerando o módulo secante, inicialmente, e posteriormente, o módulo ajustado manualmente.

Tabela 3-3– Detalhamento de armadura da placa ensaiada [51, 61–64]

<i>Modelo</i>	<i>Condição</i>	<i>Módulo de Elasticidade</i> (GPa)	<i>Frequência Íntegra</i> (Hz)	<i>Erro</i> (%)
Experimental	-	-	16,32	-
Numérico	Módulo secante	23,8	12,58	22,92%
Numérico	Módulo ajustado	41,1	16,54	1,35%

a) Modelo Numérico Íntegro:

Para a elaboração do modelo numérico proposto inicialmente, foi utilizado o software de modelagem de elementos finitos Abaqus [67]. O modelo numérico íntegro desenvolvido e utilizado para o ajuste de propriedades encontra-se apresentado na Figura 3-7. O elemento considerado foi o S8R, caracterizado como um elemento do tipo *shell*, com oito nós e integração reduzida. A integração reduzida geralmente fornece resultados mais precisos (desde que os elementos não sejam distorcidos) e reduz significativamente o tempo de processamento do modelo.

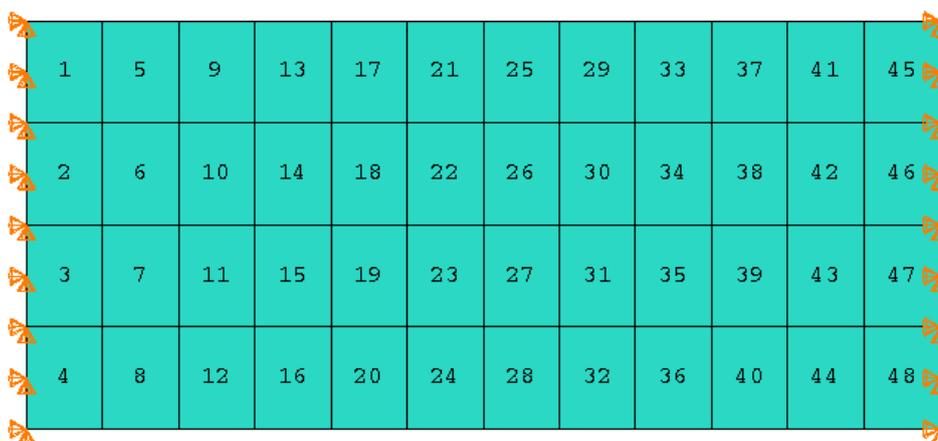


Figura 3-7 – Modelo numérico íntegro preliminar, com numeração dos elementos.

Conforme identificado anteriormente, a metodologia proposta considera a inclusão de *layers* de armadura de modo a garantir um modelo numérico mais sofisticado para a calibração do comportamento dinâmico íntegro e fissurado, visto que o modelo desenvolvido pelos autores de referência desconsidera as armaduras da estrutura.

Além da inclusão das *layers* foi considerada também a alteração do módulo de elasticidade do concreto de modo a garantir mais verossimilhança ao modelo. Dado o f_{ck} de 25MPa, o concreto estrutural em questão enquadra-se como sendo de média resistência. Logo, o fator dinâmico aplicado, conforme identificado por Mehta e Monteiro [1] e identificado na eq. (11) foi de 1,3 (aumento de 30% considerando o módulo dinâmico estipulado).

b) Modelo Numérico Fissurado:

Foi tomado como base para as análises o menor grau de dano apresentado no ensaio realizado por Pimentel et al. [51], em que apenas uma fissura é gerada no meio do vão. A Figura 3-8 representa a configuração de malha adotada, onde é possível observar que a malha foi reajustada em relação à configuração íntegra indicada na Figura 3-7. Considerou-se um maior refinamento na área central, visto que se trata da área de maior interesse e com variação de propriedades. Neste caso, como não havia a informação da abertura de fissura que auxiliasse no cálculo da faixa fissurada, foram realizados testes com valores de deslizamento de modo a se obter valores de k_e . O valor de S_p adotado no modelo final de validação será posteriormente identificado na seção de resultados e análises. Desta forma, as principais propriedades consideradas para o cálculo encontram-se indicadas na Tabela 3-4 a seguir.

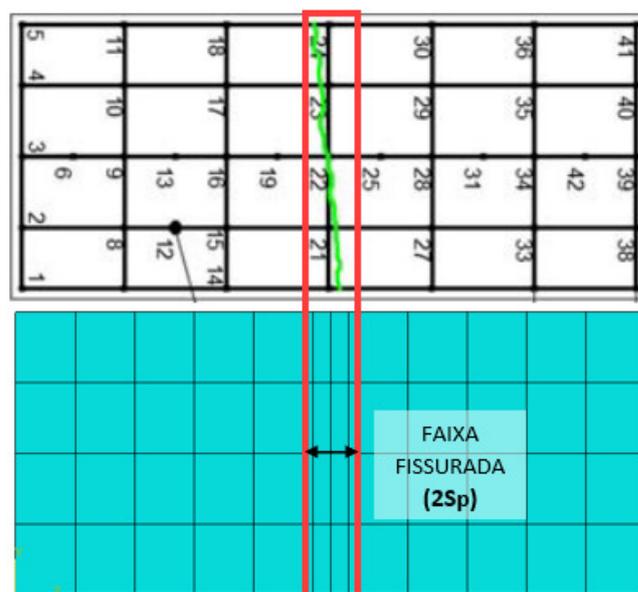


Figura 3-8 - Configuração de faixa fissurada em modelo numérico (Adaptado de [51])

Tabela 3-4 – Propriedades adotadas para cálculo de k_e

<i>Propriedade</i>	<i>Valor adotado</i>	<i>Unidade</i>
$\tau_{b_{max}}$	13,30	MPa
f_{cm}	28,30	MPa
s_1	1,00	mm
α	0,4	-

Após a definição da área fissurada, foi necessária a avaliação do fator redutor do módulo de elasticidade. Inicialmente foi considerado como fator redutor do módulo de elasticidade o percentual resultante do cálculo da rigidez no estágio fissurado do concreto (estádio II). A eq. (16) a seguir apresenta a formulação para cálculo da linha neutra (x_{II}) que, juntamente à eq. (13) já identificada, do momento de inércia fissurado (I_{II}), são necessárias para cálculo da rigidez [1].

$$x_{II} = \frac{A_s \alpha_e}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2bd_u}{A_s \alpha_e}} \right] \quad \text{eq. (16)}$$

A Tabela 3-5 a seguir apresenta as propriedades adotadas para o cálculo de x_{II} e I_{II} descritos acima, considerando como variáveis a área de aço (A_s), o módulo de elasticidade secante do concreto ($E_{c,s}$), o módulo de elasticidade do aço (E_s), o fator de relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto (α_e), a largura do elemento (b) que é considerado como 1m para lajes, a altura útil da laje (d_u). O valor de momento de inércia íntegro (estádio I), a ser comparado, obtém-se através do produto do cubo da altura (h) com a largura (b) dividido por doze.

Tabela 3-5 – Propriedades adotadas para cálculo de I_{II}

<i>Propriedade</i>	<i>Valor adotado</i>	<i>Unidade</i>
A_s	1,57	cm ² /m
$E_{c,s}$	23.800	MPa
E_s	210.000	MPa
α_e	8,82	-
b	100	cm
d_u	5,75	cm
x_{II}	1,32	cm
I_{II}	461,08	cm ⁴
I_I	4266,67	cm ⁴

Desta forma, considerando a metodologia previamente descrita, é possível avaliar o ajuste a ser considerado na rigidez do elemento fissurado. A Tabela 3-6 indica as propriedades para os estágios íntegro considerando a rigidez bruta (K_{bruto}), fissurado considerando a rigidez no estágio II (K_{fiss}) e enrijecido considerando a

rigidez no estádio II enrijecida ($K_{fiss_{enrij}}$), tomando por base o momento de inércia fissurado enrijecido ($I_{fiss_{enrij}}$). A partir dos resultados é possível avaliar a influência do enrijecimento à tração na rigidez dos elementos. Os percentuais de rigidezes foram indicados considerando-se que a rigidez bruta do elemento equivale à 100%. Tais percentuais foram considerados para o cálculo da rigidez equivalente (eq. (14)), resultando no fator de ajuste do módulo de elasticidade do modelo numérico.

Tabela 3-6 – Cálculo das propriedades para condições íntegra, fissurada e fissurada enrijecida

Propriedade	Condição	Valor adotado	Unidade	% de rigidez
K_{bruto}	Íntegro	1015,47	kN.m ²	100,00
K_{fiss}	Fissurado	109,74	kN.m ²	10,80
$I_{fiss_{enrij}}$	Fissurado Enrijecido	827,03	cm ⁴	-
$K_{fiss_{enrij}}$	Fissurado Enrijecido	196,83	kN.m ²	19,40

Através dos resultados obtidos e identificados na Tabela 3-6, é possível observar a contribuição considerável dos efeitos de *breathing cracks* e enrijecimento do concreto à tração na rigidez, visto que há um acréscimo de quase 10% em termos de relação de rigidezes, se comparando a rigidez fissurada com a fissurada enrijecida. Considerando a relação entre as rigidezes (K_{bruto} e $K_{fiss_{enrij}}$) como variáveis para o cálculo da rigidez equivalente, identificada na eq. (14), obtém-se um valor de k_{eq} de 37%.

O fator de ajuste foi aplicado como correção do módulo de elasticidade íntegro inserido no Abaqus para estimar o comportamento da região fissurada. Desta forma, o modelo numérico considera dois materiais distintos: um caracterizado pelas propriedades fissuradas na faixa de largura $2S_p$ e, fora desse trecho, um material com propriedades íntegras. Após a realização de tais testes, foi possível definir o modelo numérico correlato à estrutura apresentada por Pimentel *et al.* [51], em que o valor de k_e considerado foi de 319,48 kg/m³.

3.3. Aplicação

Como aplicação, considerou-se o desenvolvimento de um programa experimental. Tal programa teve como objetivo a execução de uma laje simplesmente apoiada, de modo a validar a metodologia com base em uma estrutura projetada, com propriedades e comportamento conhecido e considerando modos de

ordens superiores. Para isso, avaliaram-se inicialmente os materiais e dosagens necessárias para concretagem, considerando a definição do traço, tratamento dos insumos, execução de forma e posterior concretagem. Ao longo da última etapa descrita foram realizados também os ensaios de caracterização necessários. Após este processo, a sequência de ensaios estáticos e dinâmicos foi realizada. Para isso, se fez necessário o planejamento dos procedimentos de modo que os dados fundamentais fossem adquiridos, como resposta dinâmica da estrutura (frequências naturais, amortecimento modal e modos de vibração), além dos deslocamentos e aberturas de fissuras. O fluxo identificado na Figura 3-9 a seguir apresentada de maneira simplificada a metodologia aplicada.

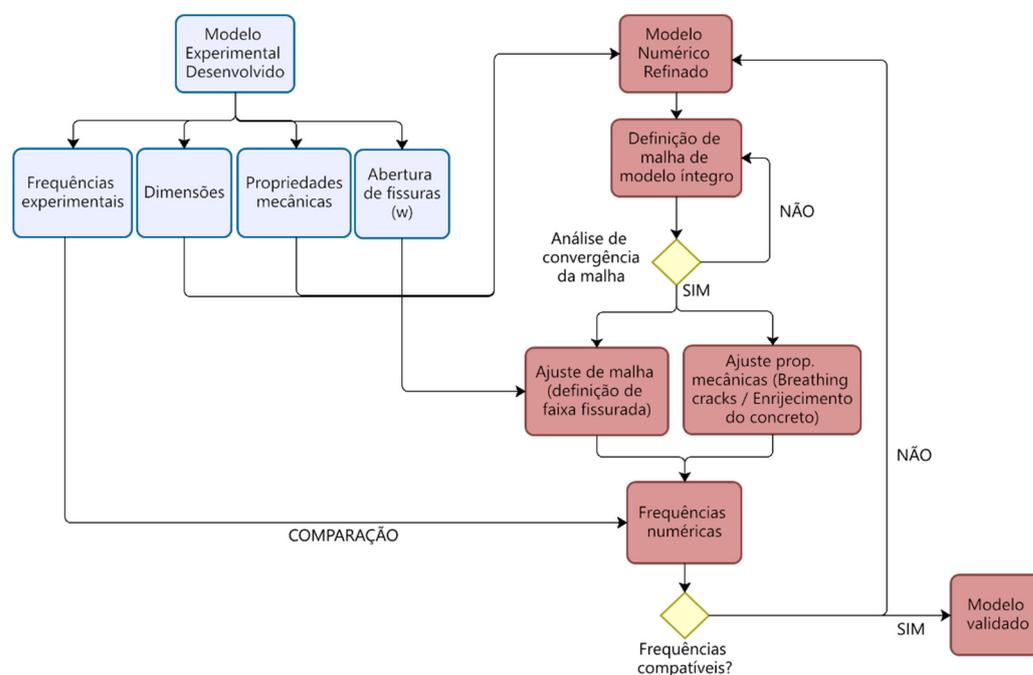


Figura 3-9 – Fluxo de aplicação da metodologia

3.3.1. Programa Experimental

Para o desenvolvimento da metodologia proposta foi considerada a construção de uma laje simplesmente apoiada de 2 m de comprimento, 0,9 m de largura e 0,07 m de espessura, conforme apresentado na Figura 3-10. Optou-se pela construção de uma laje subarmada com 2cm de cobrimento.

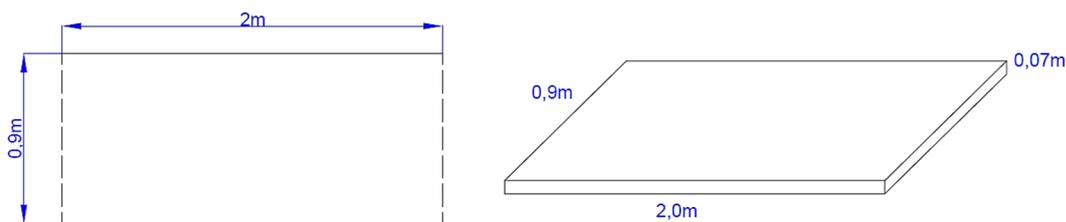


Figura 3-10 – Dimensões de laje projetada

As barras de aço utilizadas foram do tipo Gerdau CA-60 e apresentam 5 mm de diâmetro. Considerou-se ganchos de 3 cm em ambos os lados de todas as barras, respeitando o cobrimento necessário. Foram consideradas 10 barras espaçadas de 10 cm, com 92 cm de comprimento total no sentido longitudinal. Já no sentido transversal, foram consideradas 8 barras espaçadas de 20 cm, com 202 cm de comprimento total. A Figura 3-11 representa o detalhamento adotado para a laje.

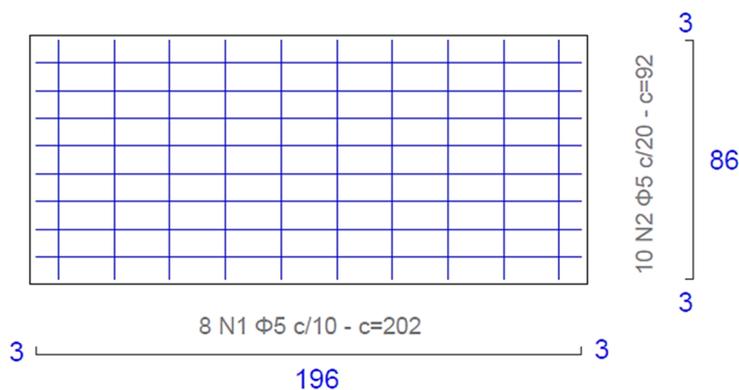


Figura 3-11 – Detalhamento da armadura da laje confeccionada

As dimensões da laje projetada consideraram também a área disponível no laboratório para a realização das atividades, assim como a capacidade dos equipamentos disponíveis. Após a definição da estrutura a ser construída, prosseguiu-se para o levantamento dos materiais e dosagem estimada para concretagem da estrutura. As demais etapas necessárias para execução da laje serão descritas nas subseções a seguir.

3.3.2. Materiais e Dosagem

O traço considerado para a concretagem foi desenvolvido em pesquisas realizadas no laboratório de estruturas e materiais da PUC-Rio [68]. Para a mistura do concreto são considerados insumos como cimentos, agregados, água e aditivos, que se encontram detalhados e quantificados conforme traço na segunda coluna da Tabela 3-7 a seguir.

Tabela 3-7 – Traço do concreto e quantidades de insumos utilizadas

<i>Insumos utilizados</i>		<i>Traço Considerado</i> (kg/m ³)
Cimento	CPV ARI	380,00
Agregados	Areia Natural	675,00
	Areia de Britagem	136,00
	Brita 0	250,00
	Brita 1	650,00
Aditivos	Superplastificante	3,80
	Polifuncional	1,80
Água		160,00

Considerando o volume da laje de 0,123 m³, com base nas dimensões indicadas seção 3.3.1, foi possível estimar a quantidade de material necessária a ser utilizada. Entretanto, o traço utilizado foi ajustado considerando uma margem de 20% a mais de insumos de modo a compensar possíveis perdas ao longo do processo de concretagem. Considerando tais pontos descritos, a quarta coluna da Tabela 3-7 apresenta a quantidade de insumos final utilizada para a laje concretada.

Sabendo-se que é necessária a preparação dos materiais indicados no traço, foi inicialmente realizada a secagem prévia dos insumos. Normalmente estes materiais são adquiridos comercialmente em estado úmido, podendo interferir na quantidade de água da mistura. Além de interferir na quantidade de material estipulada, pode prejudicar também o fator água-cimento da mistura, afetando diretamente a resistência e permeabilidade. Desta forma, considerou-se secagem dos insumos e, somente então, o material seco foi pesado para utilização.

3.3.3. Ensaio de Caracterização do Concreto

De modo a garantir a qualidade da mistura, foram realizados ensaios para estimar a trabalhabilidade e resistência do concreto. Com o intuito de avaliar a consistência do concreto no estado fresco, seguiram-se os procedimentos descritos na norma ABNT NBR 16889 [69], que apresenta recomendações para avaliação de tal propriedade pelo abatimento do tronco de cone. A consistência do concreto é considerada uma propriedade intrínseca da mistura e quantifica sua plasticidade. A

plasticidade é intitulada como um dos principais fatores que afetam a trabalhabilidade. A Figura 3-12 ilustra o ensaio realizado.

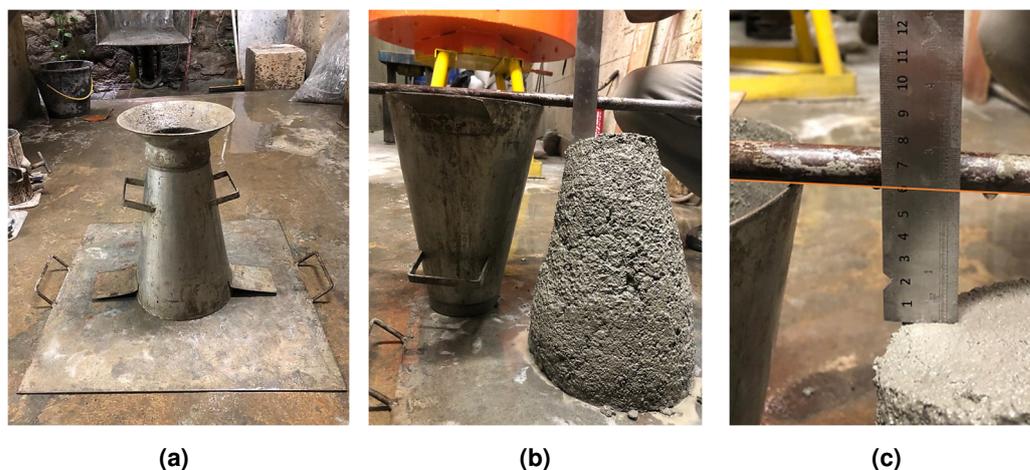


Figura 3-12 - Execução de ensaio de abatimento: (a) Molde para ensaio de abatimento; (b) Medição do abatimento; (c) Identificação da altura de abatimento em centímetros

Como é possível identificar na Figura 3-12(c), o abatimento da mistura de concreto realizada foi de aproximadamente 60 mm. Segundo a ABNT NBR 8953 [58], considerando o abatimento encontrado, pode-se considerar que o concreto utilizado se encontra na classe S50, onde as aplicações típicas são alguns tipos de pavimentos e de elementos de fundações. Quanto à consistência, considera-se que a mistura esteja em estado plástico, isto é, consistência média. Este fato elimina a possibilidade de problemas com exsudação do concreto.

Além disso, foram realizados também ensaios de compressão, de modo a se obter a resistência do concreto à compressão. O procedimento de moldagem foi executado com base na norma ABNT NBR 5738 [70]. Sendo assim, foram moldados quatro corpos de prova cilíndricos de 100mm de diâmetro e 200mm de altura (Figura 3-13(a)). Após 29 dias da moldagem, foi realizado o ensaio de compressão dos corpos de prova (CP) (Figura 3-13(b) e Figura 3-13(c)). A metodologia proposta seguiu o processo detalhado na norma ABNT NBR 5739 [71]. O período considerou a tolerância de 24 horas correlacionada à idade do ensaio de 28 dias, indicada na norma. Para a execução dos ensaios utilizou-se a máquina de ensaio de compressão da Controls modelo 50-C46Z00 com capacidade de carga de 2000kN. O resultado dos ensaios encontra-se descrito na Tabela 3-8 a seguir.



Figura 3-13 - Execução de ensaio de compressão: (a) Corpos de prova moldados; (b) Faceamento dos corpos de prova; (c) Ensaio de compressão dos corpos de prova

Tabela 3-8 – Resultados de ensaios de compressão

<i>Corpos de Prova</i>	<i>Tensão (MPa)</i>
CP1	48,70
CP2	43,06
CP3	41,89
CP4	43,73

Entretanto, pode-se observar que o valor de tensão correspondente ao CP1 foi consideravelmente distinto dos demais valores. Desta forma, foi realizado uma simples análise de dispersão de dados de modo a visualizar a distribuição da amostra. Para isso, elaborou-se um *boxplot* (BP) para que os valores discrepantes (outliers) fossem avaliados. Os gráficos apresentados na Figura 3-14 a seguir representam a distribuição inicial das tensões resultantes do ensaio de compressão dos quatros CPs. Os dois cenários apresentados indicam a variação da dispersão ao passo que o dado considerando como discrepante foi removido da amostragem.

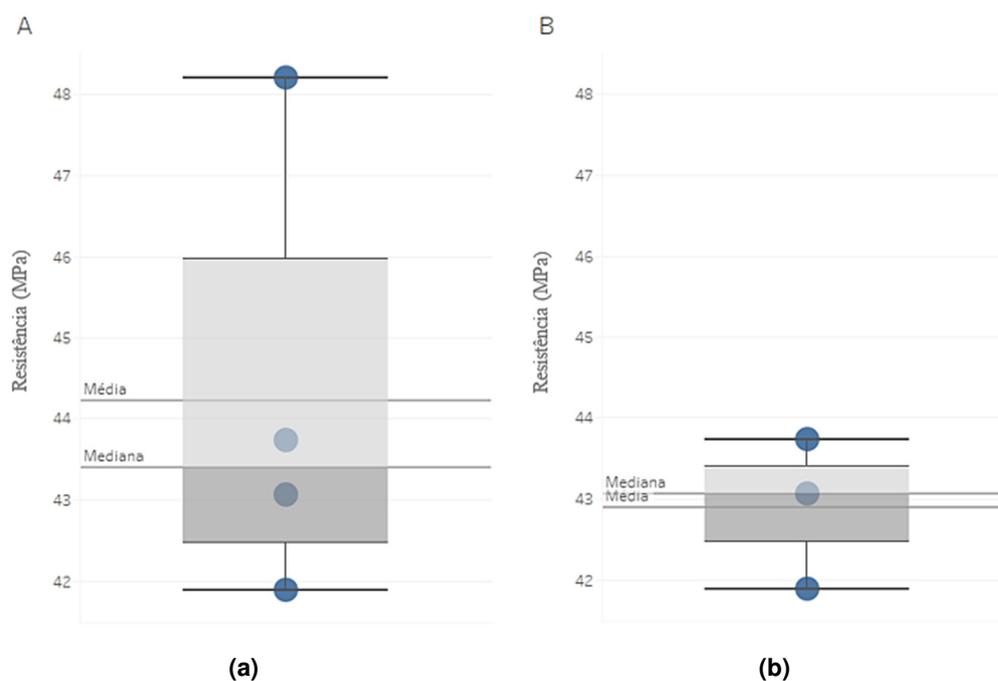


Figura 3-14 – Distribuição de dados para resistências dos CPs ensaiados: (a) Distribuição total; (b) Remoção de outlier

Para avaliar os possíveis valores discrepantes, foram calculados os valores limitantes. Considerou-se como limite inferior, o valor do primeiro quartil (Q1) subtraído de 1,5 vezes a diferença interquartílica (DI) e o superior, o valor do terceiro quartil (Q3) acrescido de 1,5 vezes a DI. Entende-se como DI a diferença entre o primeiro e o terceiro quartis. Confirmou-se então que o valor referente ao CP4 se encontra superior ao limite superior. Logo, o mesmo foi removido da amostra de dados de modo a garantir uma melhor distribuição, resultando em um novo gráfico de dispersão, identificado na Figura 3-14(b)).

Os dados de ambos os gráficos se encontram descritos numericamente na Tabela 3-9 a seguir. Observa-se que ocorre uma variação dos valores de média e de mediana devido à remoção de um dos valores de tensão no segundo caso. Considera-se que a mediana representa uma medida de tendência central estatística de um conjunto de valores ordenados. Desta forma, tomou-se como referência para a estimativa de valor de f_{cm} do concreto o valor da mediana do gráfico B. Reitera-se que todos os dados apresentados se encontram na unidade MPa.

Tabela 3-9 – Cálculo de parâmetros do *boxplot*

BP	Valor mínimo	Valor máximo	Q3	Q1	DI	Limite sup.	Limite inf.	Média	Mediana
A	41,89	48,70	44,97	42,77	2,21	48,28	39,46	44,35	43,40
B	42,89	43,73	43,40	42,28	0,92	44,78	41,10	42,89	43,06

3.3.4. Moldagem e Concretagem

Após a validação das propriedades da mistura, foi necessário preparar a estrutura da laje. Para a execução do projeto elaborado, foram construídas formas de madeira no laboratório de estruturas da PUC-Rio. De modo a facilitar a posterior remoção da madeira, foi aplicado desmoldante no interior da forma. Além disso, a malha de armadura foi montada considerando-se os espaçamentos previamente determinados. De modo a garantir o cobrimento definido, foram utilizados espaçadores plásticos com 20mm de altura. Estes elementos foram alocados com o intuito de impedir que a mesma saísse da posição desejada no momento da concretagem. A Figura 3-15 representa a configuração da armadura no interior das formas antes que a concretagem fosse iniciada.

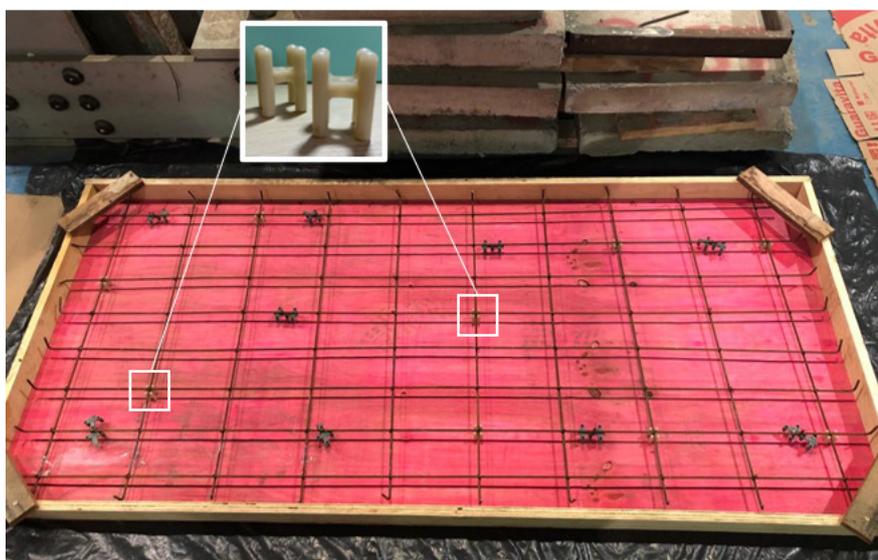


Figura 3-15 – Assentamento das armaduras na forma com posicionamento de espaçadores

A mistura dos insumos apresentados na Tabela 3-7 foi executada com o auxílio do Misturador planetário Eximea com capacidade de 30L. Com o intuito de mitigar possíveis vazios, durante a concretagem foi utilizado um adensador mecânico (Figura 3-16(a)), que permitiu que a mistura se tornasse mais densa e compacta. Por fim, foi realizado o acabamento superficial do concreto com o auxílio de uma desempenadeira, resultando em uma superfície homogênea (Figura 3-16(b)).

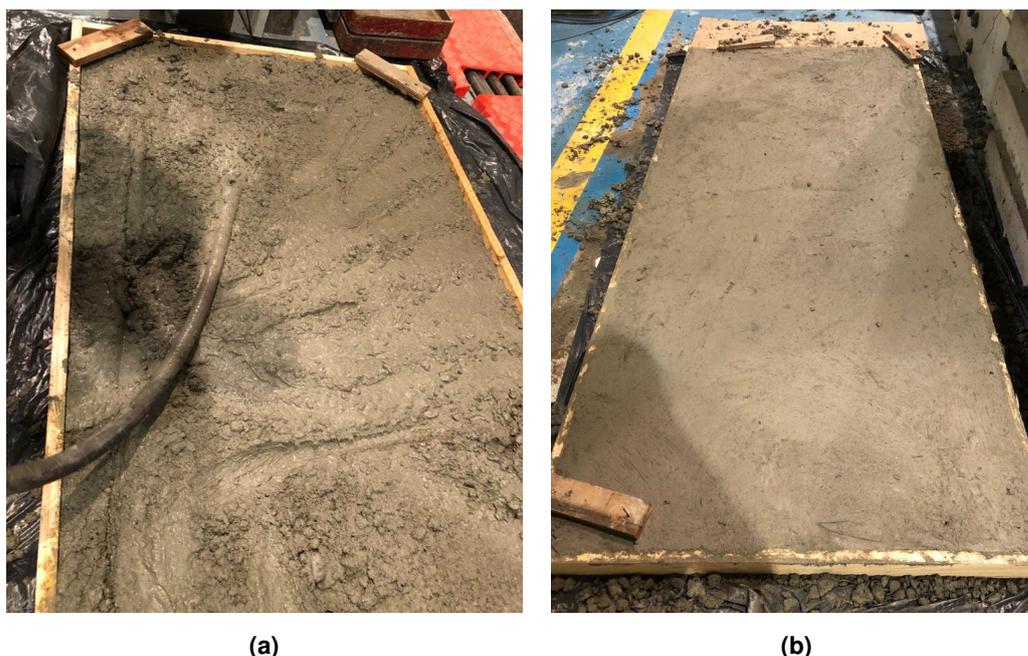


Figura 3-16 – Concretagem das lajes: (a) Adensamento mecânico do concreto; (b) Laje finalizada

A laje foi acondicionada em ambiente protegido no laboratório de estruturas da PUC-Rio. A cura foi realizada com o auxílio de manta úmida por pelo menos 28 dias, permitindo com que a mistura adquirisse resistência. Após o período de cura as formas foram removidas. O transporte da estrutura para os locais dos ensaios foi realizado de maneira cuidadosa para que não fossem gerados danos ao elemento, principalmente por se tratar de uma laje esbelta.

3.3.5. Ensaios Estáticos e Dinâmicos

Tendo em vista que um dos objetivos da metodologia proposta é a avaliação do comportamento dinâmico da estrutura para variados graus de danos, foi preciso executar os procedimentos em etapas. O fluxo apresentado na Figura 3-17 indica a sequência de ensaios realizados e seus respectivos estágios. É importante destacar que os ensaios dinâmicos (ensaio de vibração livre) foram realizados após o devido descarregamento da estrutura. Considera-se ainda que o estágio de ruptura não teve seus dados levantados, sendo executado apenas para ciência da forma de colapso da estrutura.

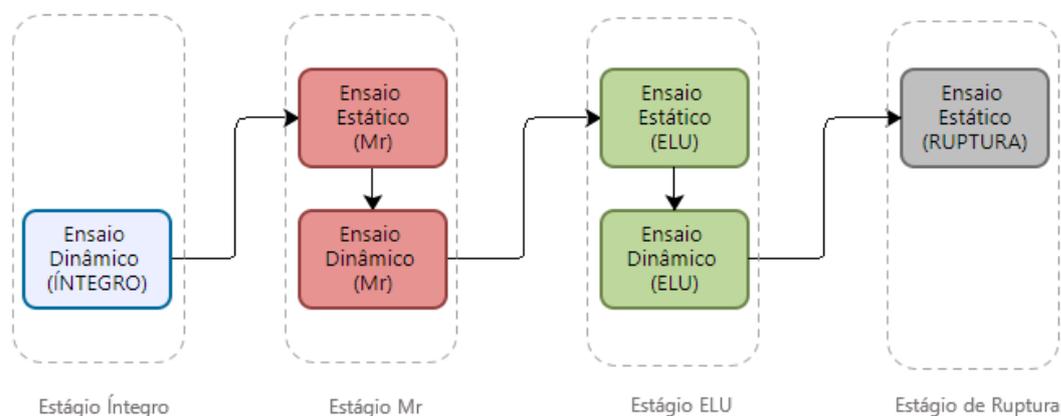
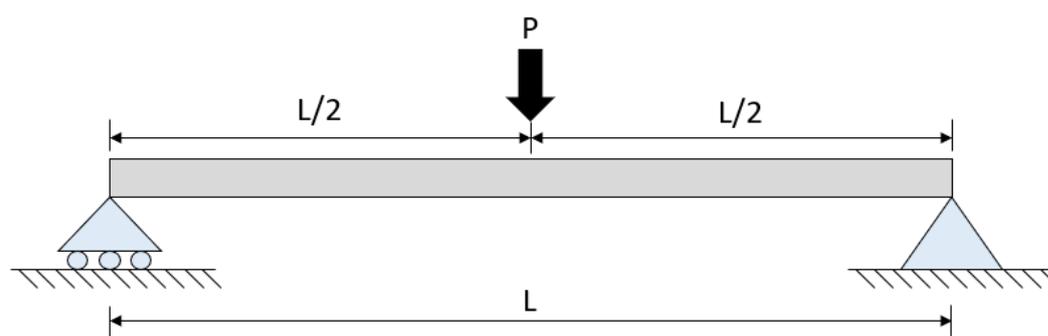


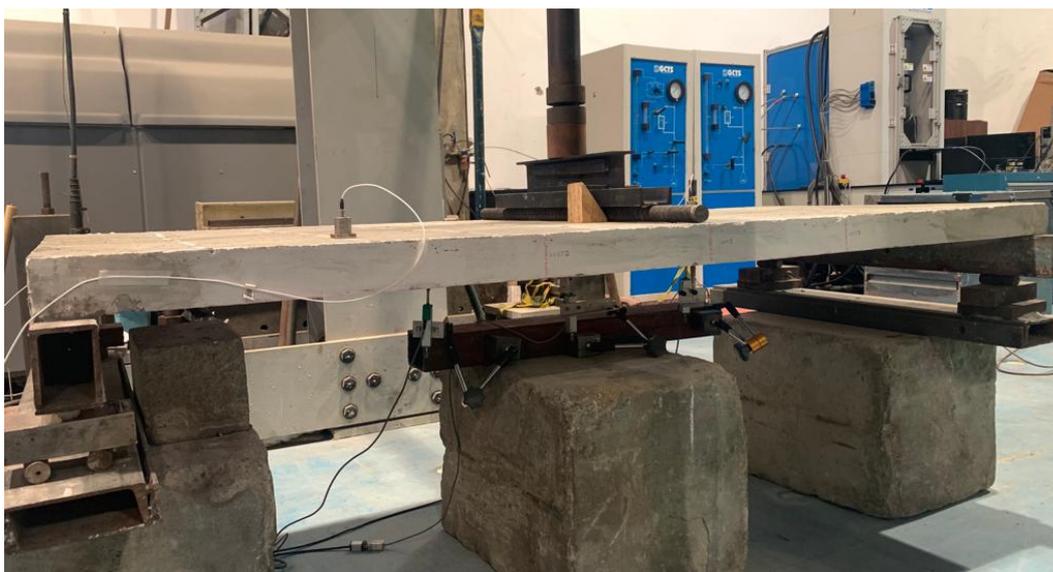
Figura 3-17 – Fluxo de execução de ensaios estáticos e dinâmicos em seus respectivos estágios

A partir do fluxo, é possível descrever três etapas principais para aquisição de dados, seguidas da ruptura do elemento estrutural. Inicialmente foi realizado o ensaio dinâmico da estrutura íntegra de modo a se obter a resposta modal da estrutura sem danos. Os resultados obtidos nesta etapa foram utilizados como base comparativa entre as demais. Posteriormente, aplicou-se carga até que a primeira fissura fosse formada. Este estágio foi denominado M_r , já que se atinge o momento crítico em que o concreto passa ao estágio II. Após a fissuração, executou-se o ensaio dinâmico da estrutura. A estrutura foi então recarregada em ensaio estático até que o momento de plastificação fosse atingido (próximo ao estado limite último, ELU), antes de ser novamente analisada dinamicamente. Por fim, a estrutura foi levada ao colapso para que o modo de ruptura fosse avaliado.

Para a execução dos ensaios foi considerada a condição de laje simplesmente apoiada, conforme a Figura 3-18. A configuração de aplicação de carga adotada foi no centro do vão, através de um perfil metálico transversal. A carga foi aplicada através de atuador servo-hidráulico da MTS com capacidade de 500 kN a uma taxa de 0,10mm/s ao perfil através de uma rótula, de modo a garantir distribuição uniforme no carregamento. O perfil encontrava-se em contato direto com a superfície da laje e era responsável por transmitir a carga aplicada. A Figura 3-18(a) abaixo indica o setup do ensaio esquemático, enquanto a Figura 3-18(b) representa o arranjo adotado.



(a)



(b)

Figura 3-18 – Setup do ensaio: (a) Esquemático; (b) Experimental

De modo a regularizar o contato entre o conjunto de elementos que constituía os apoios e os blocos de concreto, foi utilizado um perfil composto por dois perfis metálicos do tipo “C”. O perfil diretamente em contato com a laje também foi constituído por um perfil soldado a partir de dois elementos do tipo “L”. Para a instalação, foi considerado o maior momento de inércia do perfil, mantendo uma superfície de contato de 75mm com a laje. Para o apoio de primeiro gênero foram utilizados roletes que permitiam o deslocamento horizontal (Figura 3-19(a)). Já o apoio de segundo gênero não contava com tal movimentação (Figura 3-19(b)). Utilizou-se ainda massa adesiva plástica nas áreas que não necessitavam de movimentação.

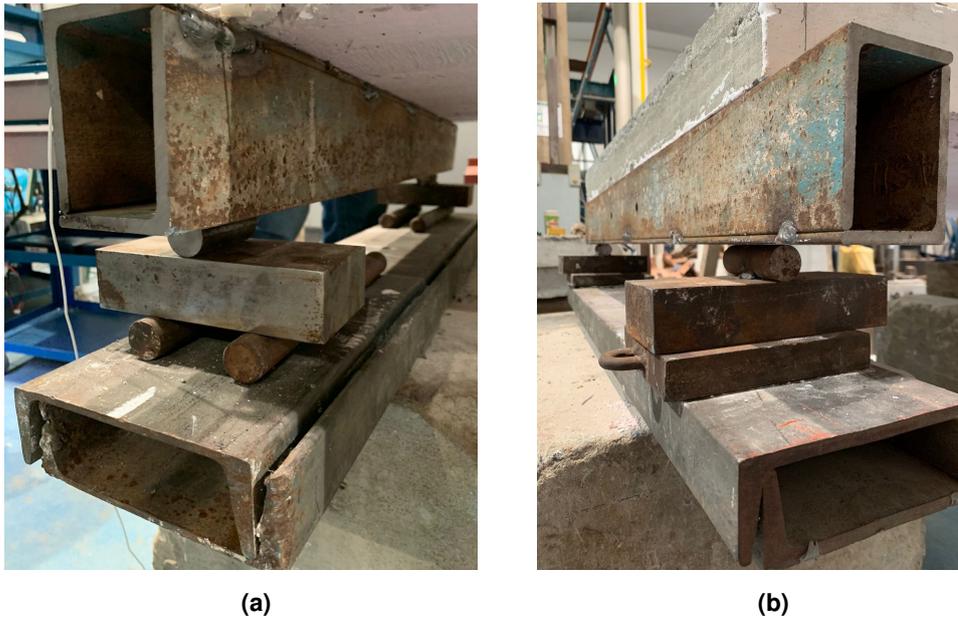


Figura 3-19 – Configuração do ensaio: (a) Apoio de primeiro gênero; (b) Apoio de segundo gênero

Além disso, utilizou-se massa plástica na região de contato entre a laje e os perfis metálicos de apoio a fim de regularizar a superfície de ambos os materiais. Desse modo, objetiva-se minimizar a vibração do conjunto dos apoios durante os ensaios de vibração livre. De modo a se ter um controle do comportamento da estrutura ao longo dos ensaios, a laje foi instrumentada com três transdutores de deslocamento. Tal equipamento se caracteriza como um dispositivo utilizado para identificar e medir o deslocamento da estrutura, neste caso, deslocamento vertical gerado pela aplicação de carga. A configuração de localização dos transdutores encontra-se identificada na Figura 3-20 a seguir.

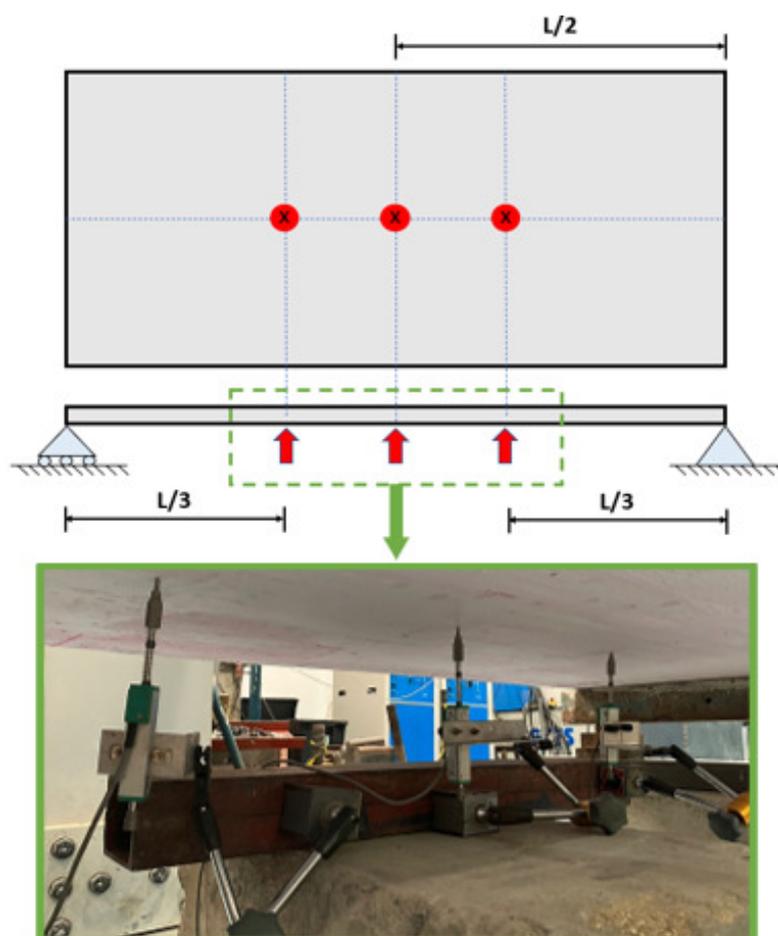


Figura 3-20 – Configuração de instrumentação esquemática e experimental

O software escolhido para a elaboração do modelo experimental dinâmico, aquisição e pós-processamento de sinais da estrutura ensaiada foi o ARTeMIS Modal, versão 7.1.0.6 [72]. Portanto, para a execução de vibração livre foi necessário o desenvolvimento de um plano de instrumentação no ARTeMIS (Figura 3-21). Foram consideradas as mesmas dimensões da laje concretada e uma malha para determinação dos pontos em que seriam realizados os impactos através de um martelo de impacto instrumentado da marca PCB Piezotronics modelo 086D50. Além disso, foram determinados também os pontos em que seriam alocados dois acelerômetros (marca PCB Piezotronics modelo 393B04) para medição da resposta à vibração da estrutura. Tanto os acelerômetros quanto o martelo foram conectados ao equipamento de aquisição de dados da National Instruments, modelo NI-9233 em conjunto com o chassi USB- 9162. A Figura 3-21 indica a malha elaborada no software e os pontos de impacto.

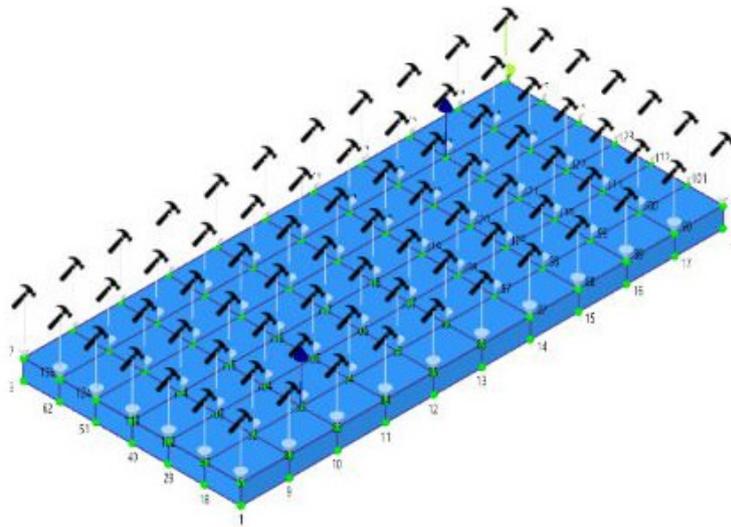


Figura 3-21 – Configuração de pontos de impacto no ARTeMIS

A estrutura foi subdividida em 10 partes de 20cm ao longo de seu comprimento e 6 partes de 15cm ao longo da largura. Desta forma, resultou-se em 77 pontos igualmente distribuídos na superfície superior da laje. A Figura 3-22(a) representa o esquema da malha considerada em que os pontos vermelhos indicam a localização dos acelerômetros. A Figura 3-22(b) representa a demarcação física da malha na laje a ser ensaiada, com a devida alocação dos transdutores (acelerômetros) para medição da resposta à vibração da estrutura.

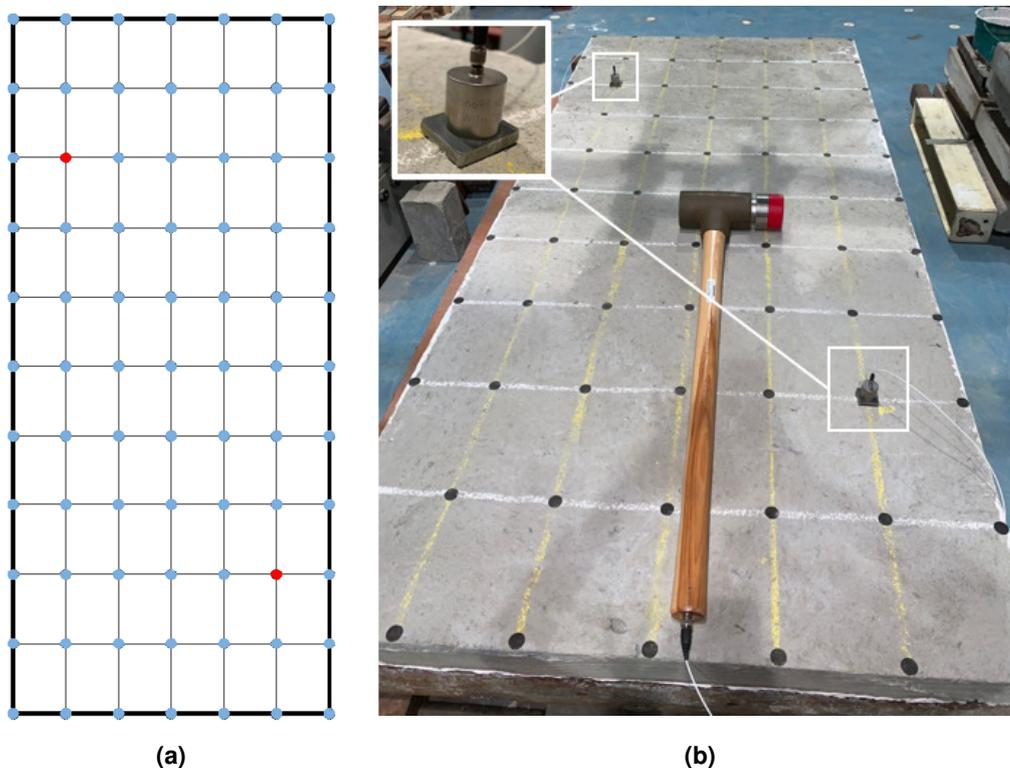


Figura 3-22 – Malha de pontos de impacto: (a) Esquemática; (b) Experimental

Em cada ponto determinado na malha foram realizadas três batidas com o martelo para realizar a média destes sinais, resultando em um total de 231 batidas ao final de cada etapa. A frequência de amostragem foi de 2000 Hz e a duração do ensaio foi de 2,05 s para cada batida, sendo suficiente para que ocorresse a total dissipação da resposta dinâmica. Ressalta-se que o controle da intensidade do impacto foi necessário para que, ao mesmo tempo, os deslocamentos da estrutura no apoio fossem reduzidos e houvesse energia suficiente para excitar os modos de vibração mais elevados. Além disso, para evitar perda de qualidade no pós-processamento dos sinais em termos das Funções de Resposta em Frequência (FRFs), é necessário que o martelo se mantenha o mais perpendicular possível ao ponto de impacto. A Figura 3-23 a seguir exibe o ensaio de vibração livre da estrutura.

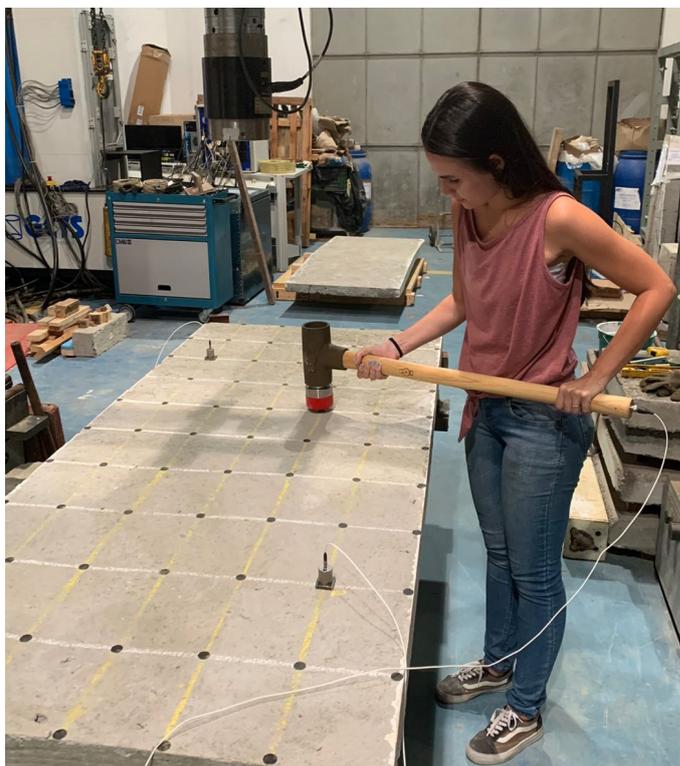


Figura 3-23 – Execução de ensaio dinâmico com martelo de impacto

Ao passo que as batidas foram sendo executadas em cada um dos pontos da malha, os acelerômetros instalados mediam a resposta dinâmica da estrutura como um todo. A Figura 3-24 a seguir demonstra a exibição do software ARTEMIS ao fim de um dos ensaios dinâmicos realizados. É possível identificar as frequências naturais, os modos de vibração e os amortecimentos através do método das frações racionais polinomiais no domínio Z, RFP-Z [73].

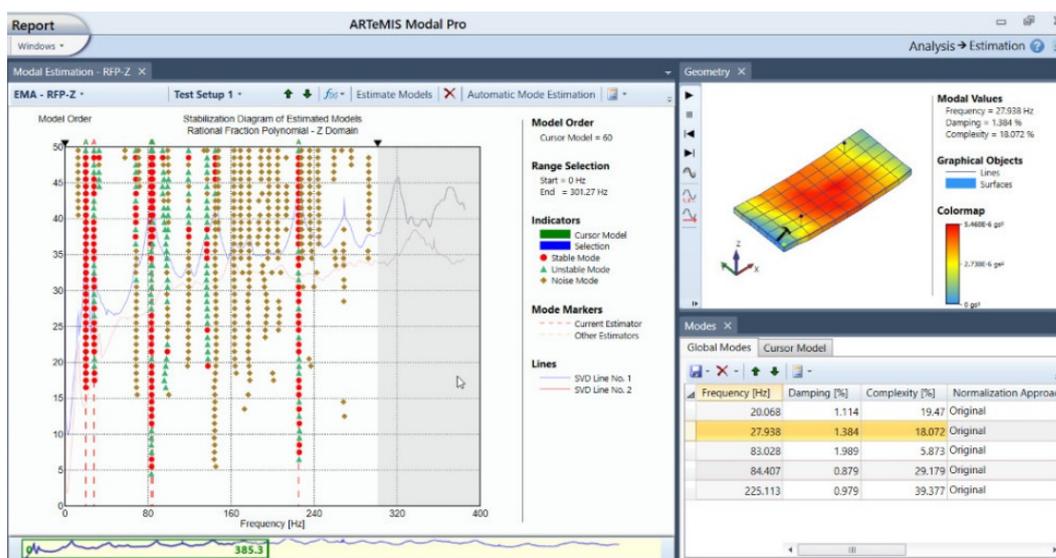


Figura 3-24 – Resultado de ensaio dinâmico no ARTEMIS

3.3.6. Desenvolvimento do Modelo Numérico

a) Modelo Numérico Íntegro:

Para o modelo íntegro, assim como realizado no modelo validado anteriormente, foi considerada a inclusão de camadas (*layers*) na estrutura, além do ajuste de propriedades intrínsecas do material. Entretanto, é necessário observar as alterações correlatas à mudança das propriedades da nova estrutura. Para o fator dinâmico aplicado ao módulo de elasticidade secante íntegro, por exemplo, deve-se considerar um percentual de 20%, identificado por Mehta e Monteiro [1]. Isto ocorre pelo fato de o f_{cm} da nova estrutura construída ser 43MPa, conforme identificado nos ensaios de caracterização. Este fato identifica o concreto utilizado como uma mistura de alta resistência.

Entretanto, em contraponto ao modelo numérico investigado anteriormente, em que se tomou como base a malha indicada na literatura, neste caso, foi realizado um estudo de convergência. Sendo assim, foi elaborada uma série de modelos com variação da quantidade de elementos constituintes da malha. Os modelos desenvolvidos e seus respectivos resultados encontram-se descritos no Apêndice A.

A partir da tal análise, em que foi comparado o resultado íntegro numérico com o experimental, optou-se pelo modelo de malha com 180 elementos do tipo S8R. Tal configuração se trata de uma malha homogênea quadrada (com elementos quadrados), que é comumente indicada para modelos de elementos finitos,

conforme indicado na Figura 3-25. Além disso, dentre as opções avaliadas, mesmo apresentando um refinamento maior, o modelo apresenta uma demanda computacional aceitável para a elaboração dos resultados esperados no software Abaqus. Sendo assim, o modelo numérico considerado inicialmente para as análises contou com elementos de 10cm de lado.

1	10	19	28	37	46	55	64	73	82	91	100	109	118	127	136	145	154	163	172
2	11	20	29	38	47	56	65	74	83	92	101	110	119	128	137	146	155	164	173
3	12	21	30	39	48	57	66	75	84	93	102	111	120	129	138	147	156	165	174
4	13	22	31	40	49	58	67	76	85	94	103	112	121	130	139	148	157	166	175
5	14	23	32	41	50	59	68	77	86	95	104	113	122	131	140	149	158	167	176
6	15	24	33	42	51	60	69	78	87	96	105	114	123	132	141	150	159	168	177
7	16	25	34	43	52	61	70	79	88	97	106	115	124	133	142	151	160	169	178
8	17	26	35	44	53	62	71	80	89	98	107	116	125	134	143	152	161	170	179
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180

Figura 3-25 – Modelo numérico íntegro escolhido após análise de convergência

b) Modelo Numérico Fissurado:

Conforme citado, a metodologia proposta para o desenvolvimento do modelo numérico foi a mesma abordada ao longo da seção 3.1 anteriormente detalhada. Entretanto, diferente do modelo de validação, por se tratar de uma estrutura projetada, tem-se maior conhecimento acerca das propriedades e da resposta da estrutura ao longo dos ensaios executados, principalmente em termos de abertura de fissura. No caso da estimativa da faixa fissurada, incluiu-se na metodologia a análise do comportamento da estrutura em diferentes níveis de danos (estágios denominados M_r e ELU, conforme fluxo apresentado na Figura 3-9).

Considerando propriedades mecânicas da estrutura construída, um novo fator de ajuste do módulo de elasticidade foi obtido, tomando como base as considerações de *breathing cracks* e do enrijecimento local do concreto. Neste caso, o fator passou a ser de 26%. Os valores de rigidezes íntegras, fissuradas (estádio II) e fissuradas enrijecidas, utilizadas para a estimativa de estimativa de k_{eq} encontram-se identificadas na Tabela 3-10.

Tabela 3-10 – Cálculo das propriedades para condições íntegra, fissurada e fissurada enrijecida

<i>Propriedade</i>	<i>Condição</i>	<i>Valor adotado</i>	<i>Unidade</i>	<i>% de rigidez</i>
E_c	Íntegro	31,21	GPa	-
I_I	Íntegro	2858,33	cm ⁴	-
K_{bruto}	Íntegro	892,09	kN.m ²	100,00
I_{II}	Fissurado	180,87	cm ⁴	-
K_{fiss}	Fissurado	56,45	kN.m ²	6,33
$I_{fiss_{enrij}}$	Fissurado Enrijecido	332,93	cm ⁴	-
$K_{fiss_{enrij}}$	Fissurado Enrijecido	103,91	kN.m ²	11,65

Entretanto, devido ao controle da abertura das fissuras ao longo dos estágios de carregamento (M_r e ELU), foi possível aplicar a metodologia proposta com o viés experimental. Para isso, mediu-se a abertura de fissura ao final de cada estágio de carregamento. A rigidez k_e foi determinada conforme a inclinação da reta secante da Lei de Aderência, assumindo que o deslizamento é a metade da abertura da fissura ($s = w/2$). Sendo assim, a metodologia proposta garante que a variação do comportamento da estrutura não ocorre apenas devido ao surgimento de múltiplos danos, mas também pela gravidade dos mesmos.

Devido à configuração de danos gerada em cada estágio avaliado (M_r e ELU), foi necessário desenvolver dois modelos numéricos distintos. A variação de cada modelo se dá através da consideração da faixa fissurada. No caso do estágio M_r , a fissura gerada não atravessou toda a largura da laje, localizando-se apenas na metade superior. Logo, este comportamento precisou ser levado ao modelo numérico. Para que a homogeneidade da malha fosse mantida localmente, a porção inferior à área danificada foi segregada na mesma configuração de malha. No caso do estágio ELU, considerou-se de maneira simplificada uma malha contínua no centro da laje. A configuração final da malha adotada para os dois estágios encontra-se indicada na Figura 3-26 a seguir.

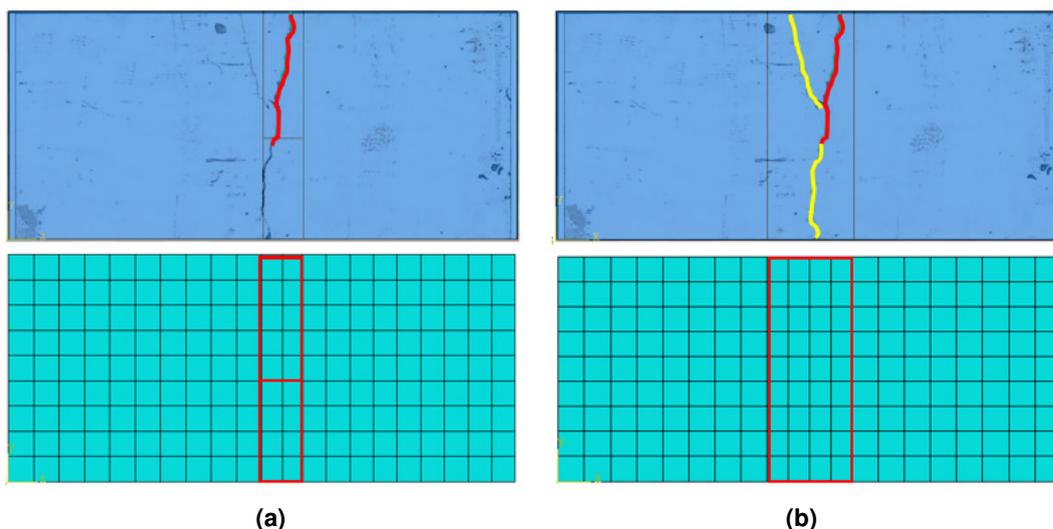


Figura 3-26 – Modelo numérico: (a) Estágio Mr; (b) Estágio ELU

Verifica-se então que existe uma variação entre as malhas adotadas para cada modelo. Apesar de a malha íntegra escolhida como ideal após as análises de convergência, foi necessário realizar ajustes para os casos fissurados devido às faixas fissuradas centrais. Esta variação pode corroborar para uma variação nos resultados obtidos, que serão observados na seção Resultados e Análises posteriormente detalhada.

3.4. Caracterização dos Modelos Desenvolvidos

De modo a desenvolver a metodologia proposta, foram estudados variados modelos, que foram retroalimentados até que os resultados apresentassem erros relativos considerados razoáveis (inferiores a 5%). Desta forma, a Tabela 3-11 a seguir apresenta a sequência e detalhamento dos modelos desenvolvidos. Os respectivos resultados serão apresentados e discriminados na seção de Resultados e Análises subsequente. A classificação preliminar refere-se ao modelo inicial proposto, enquanto a classificação final, ao modelo refinado.

Tabela 3-11 – Descrição dos modelos numéricos desenvolvidos

<i>Modelos numéricos</i>	<i>Casos</i>	<i>Classificação</i>	<i>Finalidade</i>	<i>Modelo exp. de referência</i>
Modelo íntegro I	4	Validação	Ajuste do módulo de elasticidade e massa específica	Pimentel et al. [51] – laje de concreto de 25MPa e dimensões 3m x 1,35m x 0,80m
Modelo fissurado A1	2	Validação	Avaliação de fator de correção do módulo de elasticidade em modelo fissurado	
Modelo fissurado B1	5	Validação	Avaliação de largura de faixa fissurada com base no k_c	

Modelo íntegro 2	5	Aplicação	Ajuste do módulo de elasticidade e massa específica	Laje do presente estudo – laje de concreto de 43MPa e dimensões 2m x 0,90m x 0,70m
Modelo fissurado A2	5	Aplicação	Avaliação de largura de faixa fissurada com base no k_e para estágio M_r	
Modelo fissurado B2	5	Aplicação	Avaliação de largura de faixa fissurada com base no k_e para estágio ELU	

4. Resultados e Análises

4.1. Resultados Experimentais

Ao longo da metodologia proposta, foram executadas uma sequência de ensaios em uma laje confeccionada de 2m de comprimento, 0,9m de largura e 0,07m de espessura. Os ensaios foram classificados como estáticos e dinâmicos, considerando que os ensaios estáticos foram executados de modo a gerar variado grau de dano. Foram avaliados três estágios para a laje: íntegro, M_r e ELU. A seguir serão apresentados os resultados para tais ensaios, que foram utilizados como base para validação do modelo numérico desenvolvido com base na metodologia proposta e detalhada anteriormente.

4.1.1. Resultados Estáticos

Conforme apresentado na metodologia proposta, identificada na Figura 3-17, três estágios principais foram considerados (íntegro, M_r e ELU). Os gráficos identificados nas Figura 4-1 e Figura 4-2 caracterizam a relação entre força e deslocamento obtidas ao longo dos ensaios estáticos. Inicialmente, aplicou-se uma carga concentrada de 6,95kN, que resultou no surgimento da primeira fissura na estrutura (Figura 4-1). Em um segundo momento, a aplicação de carga se deu até que o estágio de plastificação da armadura fosse atingido. A força aplicada foi paralisada em 7,87kN para que um novo ensaio dinâmico fosse realizado (Figura 4-2).

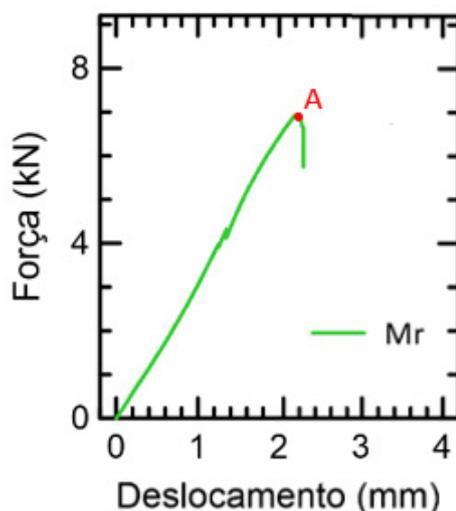


Figura 4-1 – Gráfico de Força vs Deslocamento para estágio M_r

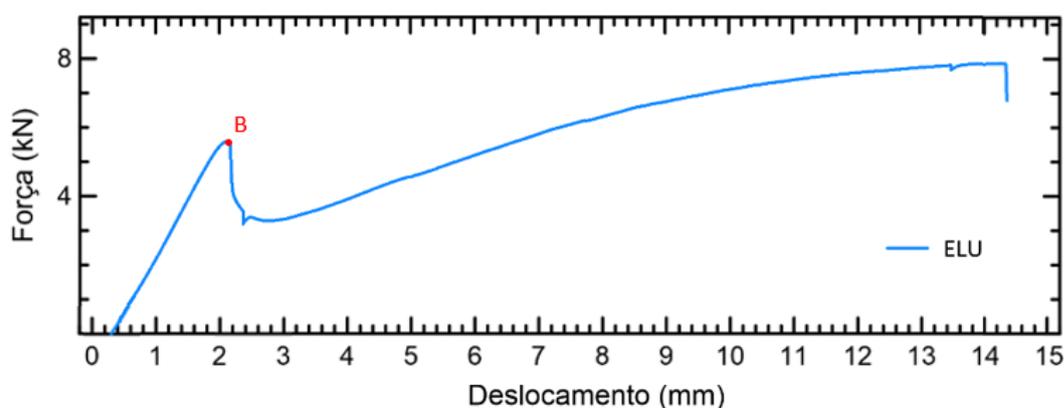


Figura 4-2 – Gráfico de Força vs Deslocamento para estágio ELU

Os picos representados no gráfico (picos A e B, da Figura 4-1 e da Figura 4-2, respectivamente) identificam os instantes em que as fissuras são formadas, resultando em uma variação de rigidez. Inicialmente, observa-se um certo paralelismo do trecho elástico entre as duas curvas. Isto ocorre porque a primeira fissura gerada apresentou uma pequena abertura (baixo grau de dano da estrutura) além de não atravessar toda a laje. Sendo assim, a rigidez da laje, indicada pela inclinação da curva, não apresentou grande variação. Entretanto, ao passo que o ensaio estático foi retomado e o carregamento seguiu sendo aplicado, a fissura tendeu a se prolongar e alargar. Logo, um novo pico foi identificado e a inclinação do gráfico a partir deste ponto é consideravelmente inferior. Calcula-se que a redução da rigidez neste ponto é de, aproximadamente, 85%. Ao final dos dois estágios retratados, foi possível avaliar a condição fissurada da estrutura, que se encontra representada na Figura 4-3 a seguir.

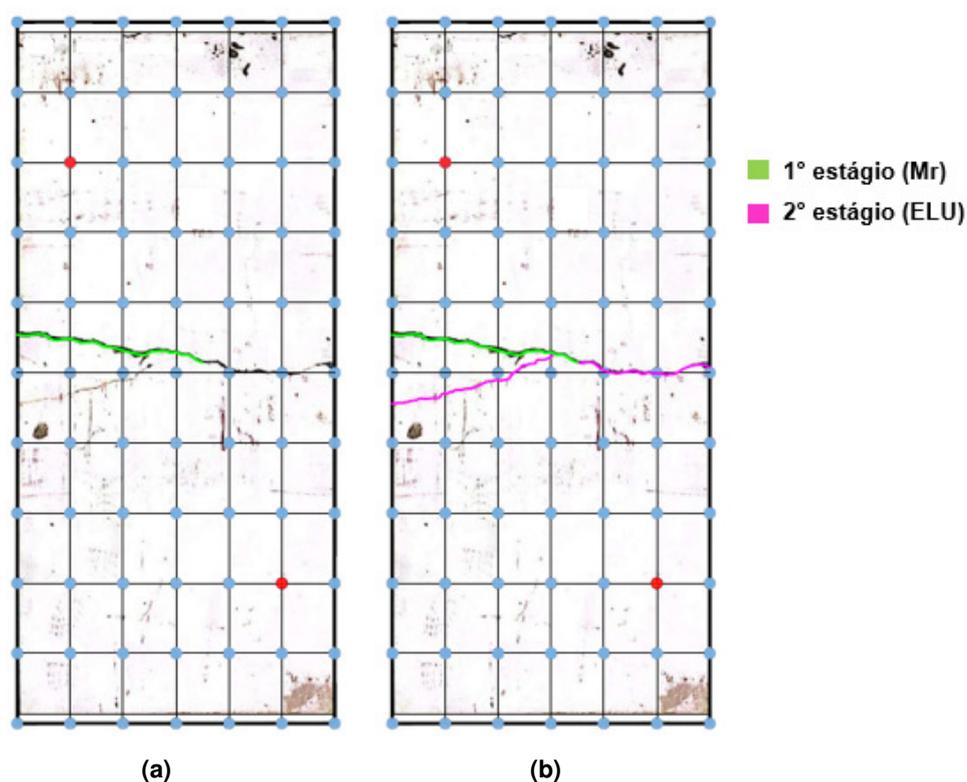


Figura 4-3 – Estágios de fissuração: (a) Primeiro estágio - M_r ; (b) Segundo estágio – ELU. Vista inferior da laje

Diferente da configuração gerada por Pimentel *et al.* [51], em que foram geradas uma sequência de fissuras paralelas ao longo da laje, a configuração de fissuração da estrutura ensaiada se deu por uma forma de “Y” no centro da laje. Este fato se deve ao modelo de aplicação de carga adotado. Os autores do estudo tomado como base realizaram a aplicação de carga em $1/3$ e $2/3$ da laje, enquanto nesta pesquisa considerou-se a aplicação central. O estado final da estrutura após os dois primeiros ciclos de aplicação de carga pode ser observado na Figura 4-4 a seguir. A Figura 4-5, entretanto, correlaciona o desenvolvimento das fissuras ao longo da espessura da laje. Considera-se que a fissura 1 foi gerada no estágio M_r , enquanto as fissuras 2-a, 2-b e 3 surgiram na etapa de ELU.

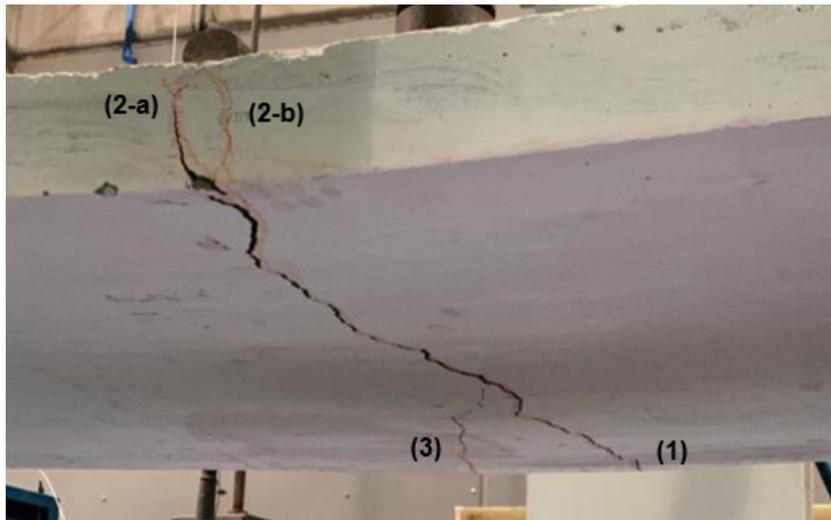


Figura 4-4 – Configuração da formação de fissura durante estágio ELU (vista inferior)

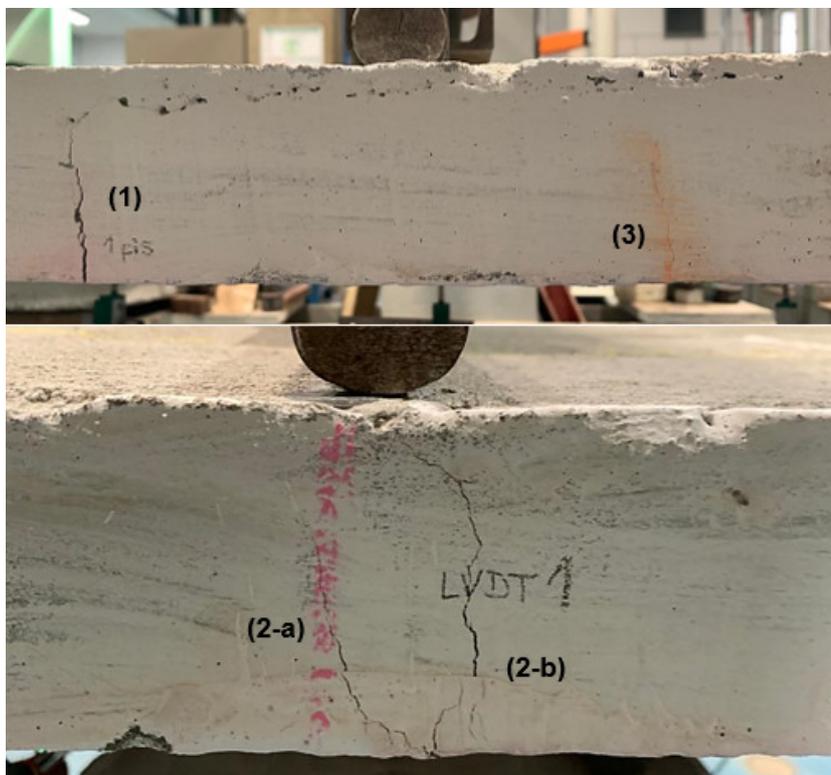


Figura 4-5 – Identificação da geração de fissuras (vista lateral)

As fissuras geradas na lateral da laje, identificadas na Figura 4-5 serviram como referência para a análise da abertura de fissura. Com o auxílio de um fissurômetro foram obtidas as aberturas das fissuras. As aferições foram realizadas em dois instantes: estrutura carregada e estrutura descarregada. A Figura 4-6 identifica a medição realizada para a primeira fissura formada (conforme Figura 4-5). Percebe-se que, conforme descrito anteriormente, tal dano se apresentou em um baixo nível de degradação da estrutura. No caso da estrutura carregada,

observou-se uma abertura um pouco inferior à 0,1mm, porém, a escala existente indica tal valor para efeito comparativo. Já no caso da estrutura descarregada, a abertura pode ser considerada inferior à 0,05mm.

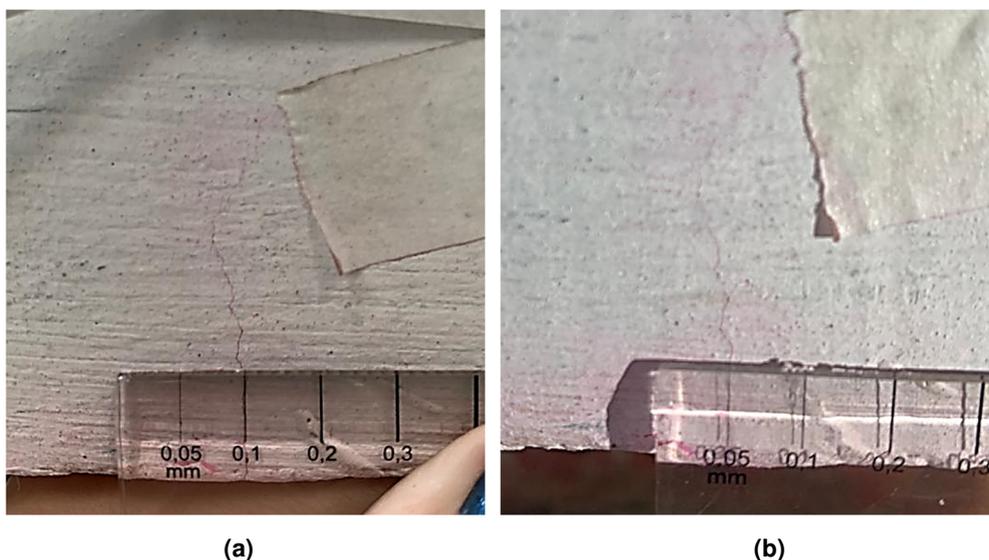


Figura 4-6 – Abertura da fissura 1 no estágio M_r : (a) Laje carregada; (b) Laje descarregada

Ao passo que o carregamento foi continuado, a fissura 1 (conforme Figura 4-5) tendeu a alargar e se estender ao longo de toda largura da laje. A partir da Figura 4-7, é possível observar que a gravidade do dano foi considerável, aumentando cerca de 10x em relação à condição M_r . Conforme descrito, as fissuras 2-a, 2-b e 3 (conforme Figura 4-5) surgiram apenas após a fase de carregamento em ELU (segundo estágio). A medição da abertura de tais fissuras foram realizadas para o estado descarregado da laje e encontram-se identificadas na Figura 4-8. Apesar da interessante variação de configuração observada entre os estados carregados e descarregados, apenas a abertura das fissuras no estado descarregado foi tomada como base para elaboração dos modelos numéricos. Este fato ocorre porque os ensaios dinâmicos são realizados após remoção de toda carga aplicada sobre a estrutura.

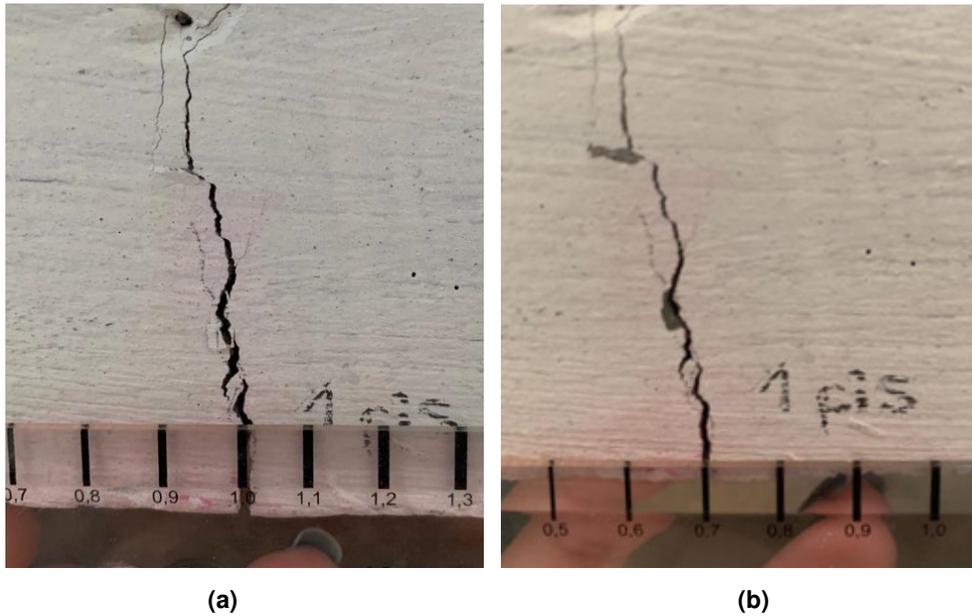


Figura 4-7 – Abertura da fissura 1 no estágio ELU: (a) Laje carregada; (b) Laje descarregada

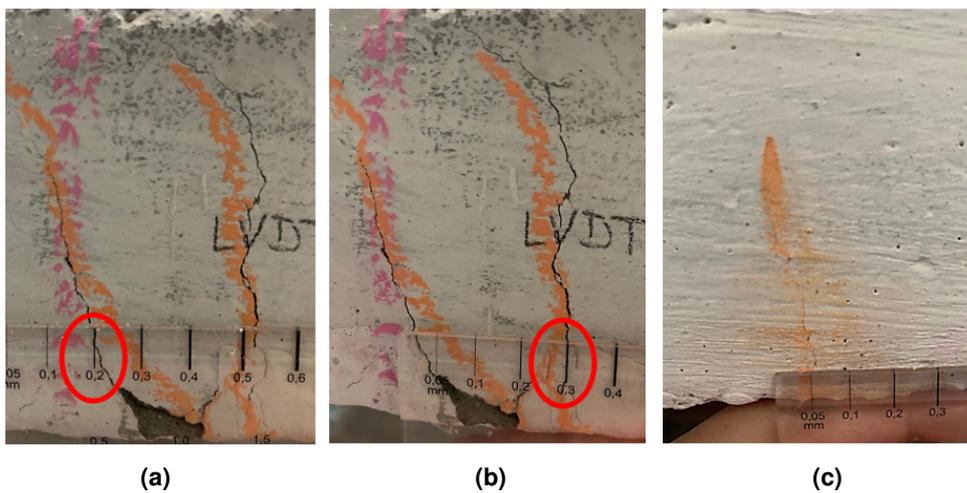


Figura 4-8 – Abertura de demais fissuras no estágio ELU: (a) Fissura 2-a; (b) Fissura 2-b; (c) Fissura 3

Após a aquisição de dados suficientes para subsidiar a validação do modelo numérico proposto, retomou-se a aplicação de carga na estrutura até que a mesma atingisse a ruptura. Durante o carregamento, foi possível observar que o aço governou a ruptura da estrutura, tendo em vista que as barras foram rompidas sequencialmente. Na Figura 4-9 é possível identificar a configuração colapsada da estrutura, além da estrição do aço após ruptura do elemento estrutural.

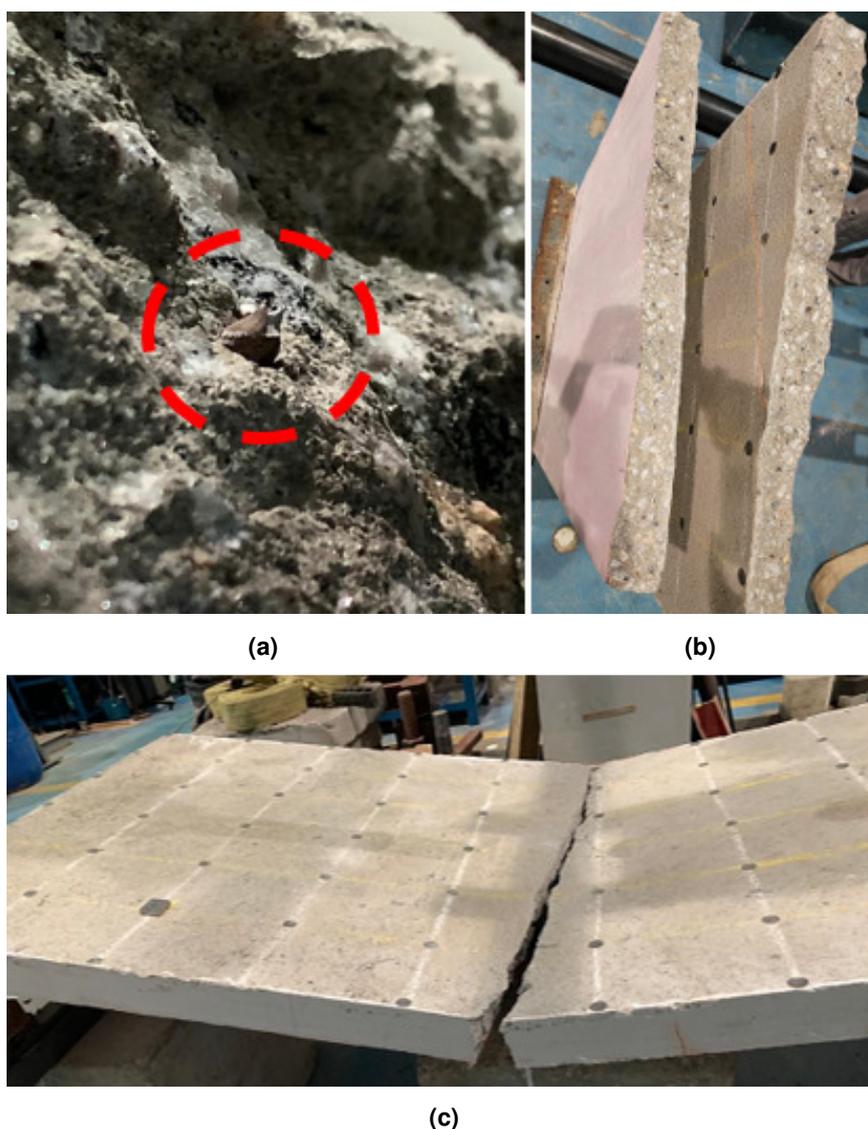


Figura 4-9 – Configuração de colapso: (a) Estricção da armadura; (b) Partes fissuradas; (c) Laje rompida

4.1.2. Resultados Dinâmicos

A partir dos ensaios dinâmicos, foi possível obter resultados acerca da resposta modal da estrutura para os três estágios considerados (íntegro, M_r e ELU). Todas as FRFs obtidas são contabilizadas e transformadas em um gráfico único, denominado *Complex Mode Indicator Function* (CMIF). Este gráfico tem como unidade aceleração/força e é definido a partir dos autovalores obtidos da matriz normal, gerada a partir da matriz da função de resposta em frequência (FRF) [74]. Sendo assim, a CMIF indicada na Figura 4-10 representam a resposta da estrutura para estes três estágios. É possível observar a diferença de fase entre os estágios, além da variação dos picos, que indicam os pontos de ressonância em que se

observa a resposta modal. A faixa de frequências dos acelerômetros usados (PCB 393B04) varia de 0,06Hz a 450,00Hz dentro de um desvio-padrão de $\pm 5,00\%$. Desta forma, para efeito de análise, será avaliado o comportamento até 450,00 Hz.

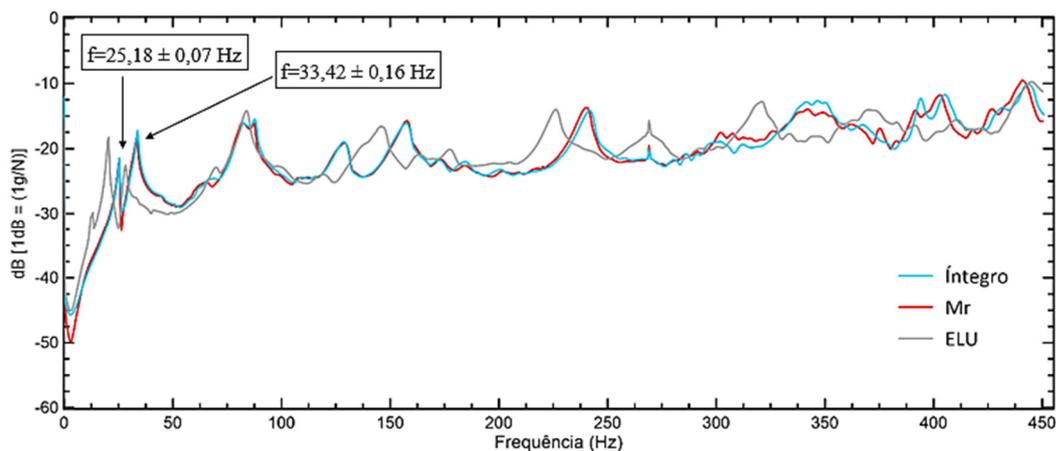


Figura 4-10 – Gráfico de FRF para os três estágios considerados

Inicialmente é possível observar a presença de dois picos sequenciais consideravelmente próximos para menores faixas de frequências (25Hz e 35Hz, aproximadamente). De modo geral, a curva do estado ELU apresenta-se deslocada para a esquerda em relação às demais. Como esperado, a frequência reduz ao passo que o grau de dano cresce, assumindo que há perda de rigidez e não há variação de massa. Isto é caracterizado pelos picos da curva de ELU que se deslocam para frequências inferiores em relação às curvas do estado íntegro e M_r . No caso da relação entre os estágios íntegros e M_r é possível observar uma menor variação, visto que o dano gerado é pequeno. Porém, ainda assim a resposta do intacto é observada para picos formados em frequências superiores. De modo geral, a partir de 300 Hz é possível observar um maior desvio dos gráficos, novos picos tendem a ser formados sem correspondências nas demais curvas, principalmente para o estágio M_r em relação aos demais (Íntegro e ELU).

Abaixo são apresentados os diagramas de estabilização, gerados pelo software ARTEMIS, para os estágios Íntegro, M_r e ELU, respectivamente (Figura 4-11, Figura 4-12 e Figura 4-13), identificando as frequências naturais, os modos de vibração, amortecimentos e o fator de complexidade associado a cada modo através do método das frações racionais polinomiais no domínio Z, RFP-Z [73] (

Tabela 4-1, Tabela 4-2 e Tabela 4-3). Para o caso dos estágios M_r e ELU (Tabela 4-2 e Tabela 4-3), foram assinalados em azul os modos de vibração em que não foi identificada uma correlação com algum dos outros modos encontrados entre os três estágios (íntegro, M_r e ELU). As Figura 4-14 e Figura 4-15 apresentadas a seguir indicam visualmente as não correlações.

Ressalta-se que o fator de complexidade apresentado nestas tabelas varia de 0 e 1, onde 0 indica que os modos de vibração são reais. Por sua vez, quanto maior seu valor, maior será a complexidade da forma do modo. Em problemas de dinâmica clássica, as matrizes de massa, rigidez e amortecimento são frequentemente assumidas como simétricas e resultam numa solução de valor real da equação de movimento. Na prática, entretanto, os modos de vibração podem ser avaliados de forma complexa devido, por exemplo, à formulação não proporcional da matriz de amortecimento. Além disso, os modos de vibração experimentais são complexos, mesmo para sistemas classicamente amortecidos, devido ao tamanho finito dos dados experimentais e ao ruído. No primeiro caso, a forma do modo é avaliada de forma complexa devido às propriedades físicas do sistema, no segundo caso devido a erros de estimativa [72].

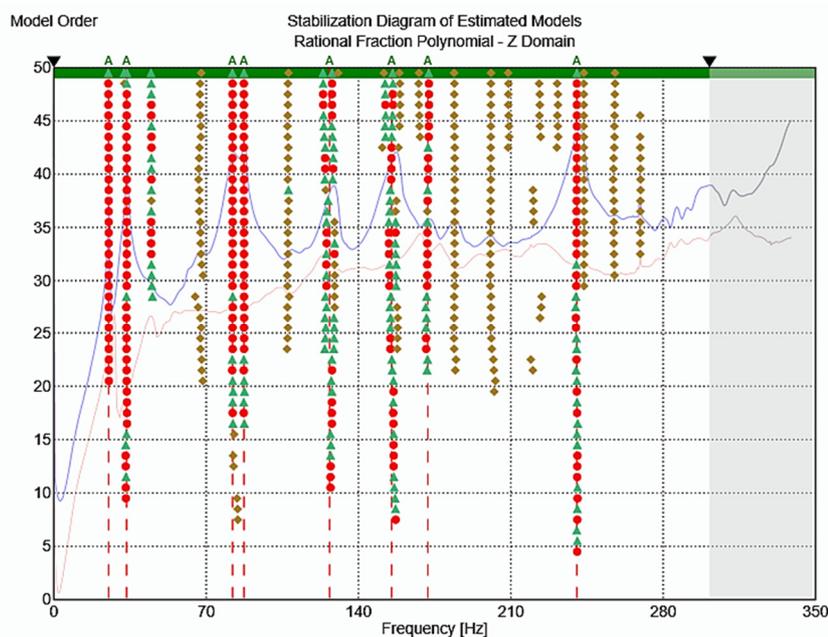


Figura 4-11 – Diagrama de estabilização (estimação das FRFs) no estado Íntegro

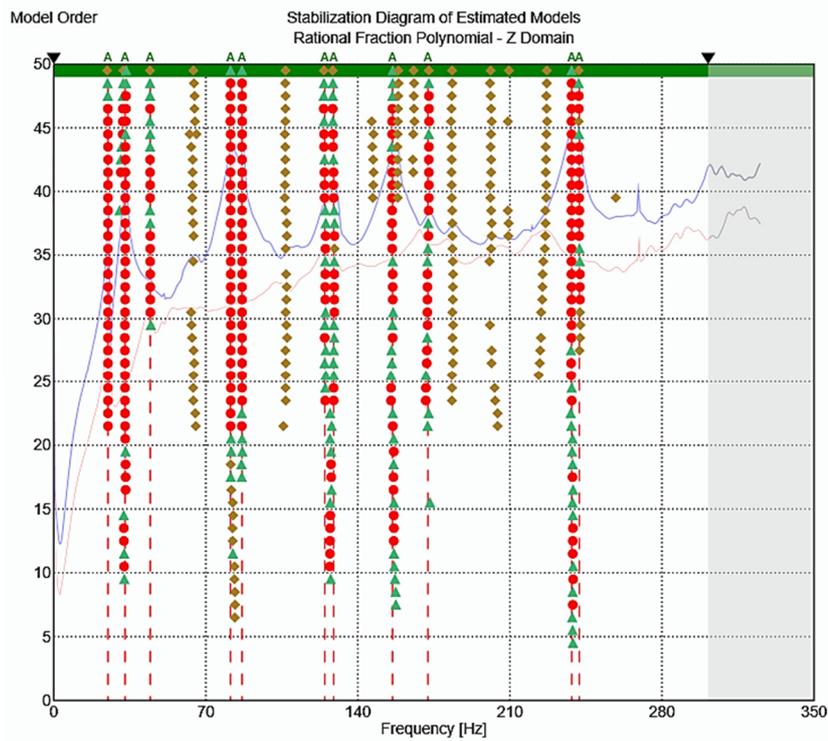


Figura 4-12 – Diagrama de estabilização (estimação das FRFs) no estado M_r

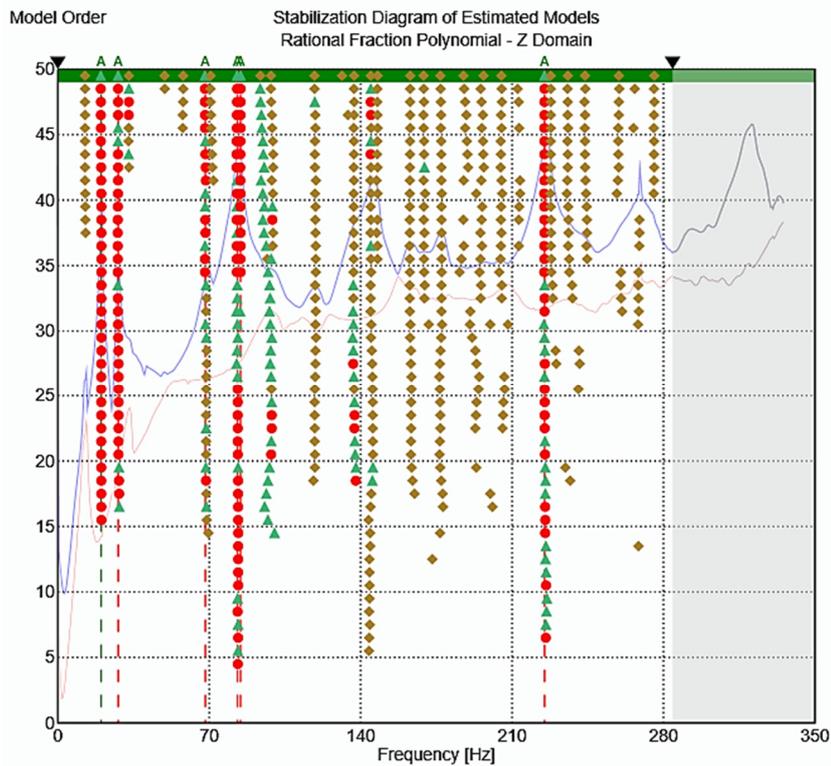


Figura 4-13 – Diagrama de estabilização (estimação das FRFs) no estado ELU

Tabela 4-1 – Resultados de ensaios dinâmicos do estágio íntegro

<i>Modos de vibração</i>	<i>Frequência</i> (Hz)	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Amortecimento</i> (%)	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Complexidade</i> (%)
1 – Íntegro	25,18	0,07	1,29	0,36	12,66
2 – Íntegro	33,42	0,16	1,38	0,31	2,42
3 – Íntegro	82,10	0,04	2,33	0,16	16,23
4 – Íntegro	87,34	0,04	0,91	0,10	18,30
5 – Íntegro	126,71	1,28	1,07	0,19	16,24
6 – Íntegro	155,25	0,90	1,53	0,24	18,65
7 – Íntegro	171,85	0,43	1,28	0,11	41,63
8 – Íntegro	240,29	0,18	1,03	0,27	26,20

Tabela 4-2 – Resultados de ensaios dinâmicos do estágio M_r

<i>Modos de vibração</i>	<i>Frequência</i> (Hz)	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Amortecimento</i> (%)	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Complexidade</i> (%)
1 – M _r	24,97	0,02	1,10	0,19	9,44
2 – M _r	32,84	0,30	1,51	0,47	2,07
3 – M _r	44,40	0,06	0,96	0,34	36,25
4 – M _r	81,42	0,06	2,19	0,08	23,46
5 – M _r	86,68	0,04	0,88	0,08	18,33
6 – M _r	124,78	0,28	1,84	0,23	27,00
7 – M _r	128,88	0,27	0,78	0,22	45,87
8 – M _r	155,96	0,38	1,53	0,25	24,00
9 – M _r	172,27	0,50	1,36	0,20	34,07
10 – M _r	238,47	0,26	0,95	0,27	30,18
11 – M _r	241,94	0,18	0,24	0,06	45,59

Tabela 4-3 – Resultados de ensaios dinâmicos do estágio ELU

<i>Modos de vibração</i>	<i>Frequência</i> (Hz)	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Amortecimento</i> (%)	<i>Desvio Padrão</i>	<i>Complexidade</i> (%)
1 – ELU	20,05	0,08	1,12	0,19	17,04
2 – ELU	27,92	0,18	1,44	0,75	19,12
3 – ELU	68,17	0,18	2,67	0,54	33,22
4 – ELU	83,05	0,29	1,91	0,68	6,16
5 – ELU	84,44	0,06	0,89	0,15	29,62
6 – ELU	225,06	0,21	1,05	0,25	38,71

Através do modelo gerado no software ARTEMIS, associado às entradas geradas pela excitação da estrutura, é possível garantir a análise visual dos modos de vibração (Figura 4-14 e Figura 4-15). Os quadrantes em que há ausência de figuras representam que não houve correlação entre demais modos encontrados nos três estágios avaliados (Íntegro, M_r e ELU). A partir dos resultados de frequências, associados aos modos de vibração, é possível identificar os modos correlatos entre os três estágios considerados. Os estágios que apresentam valores de frequência consideravelmente próximos foram avaliados pela configuração deformada da estrutura, além da análise de complexidade. Considera-se que, quanto menor o fator de complexidade dos modos de vibração, o comportamento dinâmico da laje se aproxima do modelo de amortecimento proporcional e é menos afetado pelo ruído da medição. Devido ao dano gerado na laje, é possível que alguns modos não sejam capturados para todos os estágios. Tais modos não correlacionais podem surgir devido à ruídos na leitura dos dados. A Tabela 4-4 apresenta a correspondência dos modos.

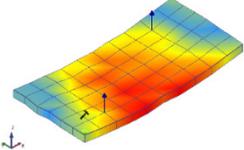
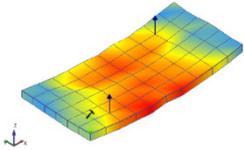
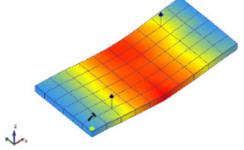
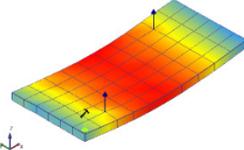
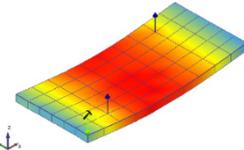
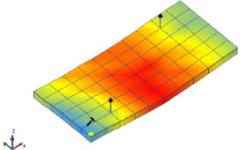
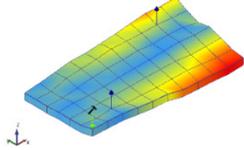
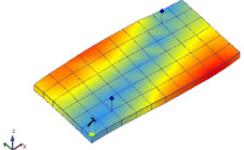
ÍNTEGRO	M_r	ELU
 f=25,18Hz	 f=24,97Hz	 f=20,05Hz
 f=33,42Hz	 f=32,84Hz	 f=27,92Hz
-	 f=44,40Hz	-
-	-	 f=68,167Hz

Figura 4-14 – Modos de vibração experimentais da estrutura (1ª parte)

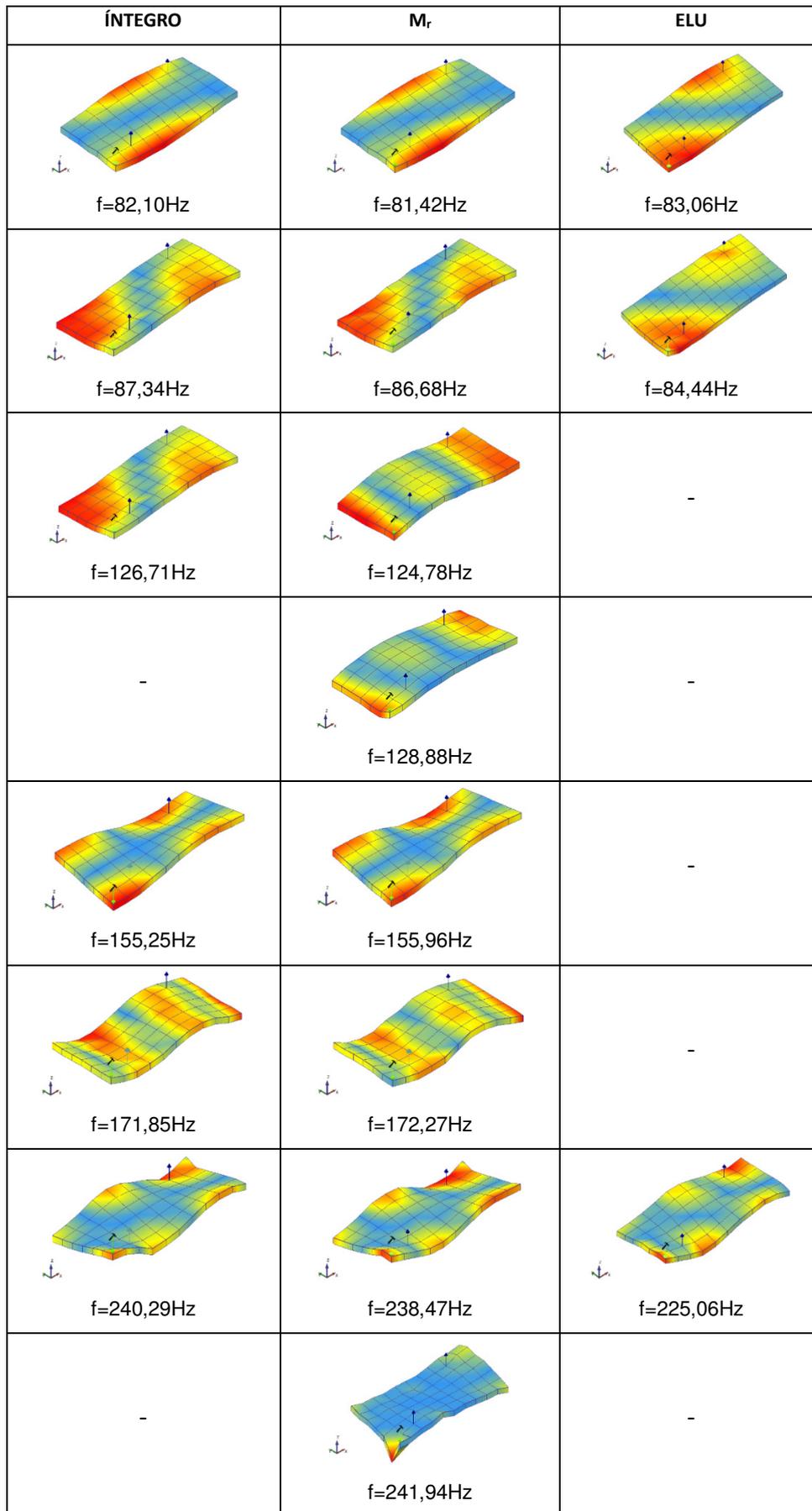


Figura 4-15 – Modos de vibração experimentais da estrutura (2º parte)

Tabela 4-4 – Tabela de correspondência dos modos de vibração

<i>Modos de vibração íntegro</i>	<i>Modos de vibração M_r</i>	<i>Modos de vibração ELU</i>
1 – Íntegro	1 – M_r	1 – ELU
2 – Íntegro	2 – M_r	2 – ELU
x	3 – M_r	x
x	x	3 – ELU
3 – Íntegro	4 – M_r	4 – ELU
4 – Íntegro	5 – M_r	5 – ELU
5 – Íntegro	6 – M_r	x
x	7 – M_r	x
6 – Íntegro	8 – M_r	x
7 – Íntegro	9 – M_r	x
8 – Íntegro	10 – M_r	6 – ELU
x	11 – M_r	x

Em termos de análise comparativa, nota-se similaridade na forma modal entre o primeiro e o segundo modo de vibração. Entretanto, o segundo modo experimental capturado foi considerado como primeiro modo (modo fundamental) para a análise do modelo numérico. O motivo da consideração foi a complexidade inferior da segunda frequência capturada. O processo de validação será posteriormente descrito considerando os resultados obtidos ao longo do processo iterativo de modelagem.

4.2. Variação de Parâmetros Modais Experimentais

Conforme indicado nas revisões realizadas na literatura, é possível afirmar que, ao passo que um dano surge em uma estrutura, sua rigidez tende a reduzir, afetando diretamente sua frequência. A Tabela 4-5 indica a variação de frequência entre os três estágios considerados: íntegro, M_r e ELU. A referência utilizada é o modo íntegro, em relação ao danificados, de forma que seja possível quantificar o dano através da variação das frequências naturais da estrutura, considerando que não há variação de massa entre os estágios avaliados. Além disso, foi realizada também a comparação entre os dois estágios fissurados, M_r e ELU. É preciso indicar que o sinal negativo nas colunas de variação indica um aumento da frequência para modos mais degradados.

Tabela 4-5 – Variação de frequência entre os três estágios de danos

<i>Modos de vibração (geral)</i>	<i>Frequência Íntegra</i>	<i>Frequência M_r</i>	<i>Variação de frequência Íntegro x M_r</i>	<i>Frequência ELU</i>	<i>Variação de frequência Íntegro x ELU</i>	<i>Variação de frequência M_r x ELU</i>
	(Hz)	(Hz)	(%)	(Hz)	(%)	(%)
1	25,18	24,96	0,87	20,05	20,37	19,68
2	33,41	32,84	1,71	27,92	16,45	14,98
3	-	44,40	-	-	-	-
4	-	-	-	68,16	-	-
5	82,09	81,42	0,82	83,05	-1,17	-2,00
6	87,33	86,67	0,76	84,44	3,32	2,58
7	126,71	124,78	1,52	-	-	-
8	-	128,88	-	-	-	-
9	155,24	155,95	-0,46	-	-	-
10	171,85	172,26	-0,24	-	-	-
11	240,29	238,46	0,76	225,06	6,34	5,62
12	-	241,93	-	-	-	-

É possível validar que a existência do dano garante uma redução da frequência. Conforme indicado, as variações entre o estado íntegro e o M_r são inferiores, se comparado ao estado ELU. Isso ocorre devido ao grau de fissuração mais agressivo. Entretanto, para os primeiros modos é possível observar uma variação de até 20% para o estado mais crítico. Para modos de vibração superiores, observa-se uma menor variação. Em alguns casos, foi identificado um aumento da frequência. Para o modo 4 do estágio ELU, por exemplo, observa-se o acréscimo de um novo modo de vibração que não foi identificado nos estágios íntegro e M_r . Este fato será identificado durante o cálculo do parâmetro MAC.

Além da análise em termos de frequência, foi executada também a análise através do MAC e AutoMAC (ver seção 2.4.2). A Figura 4-16 identifica a correlação do parâmetro de AutoMAC para os três estágios: Íntegro x Íntegro, M_r x M_r e ELU x ELU. Esta metodologia tem como objetivo avaliar a correlação entre os vetores de modos experimentais, identificando se há modos com forma similar (sinalizados pelos elementos da matriz fora da diagonal), uma vez que, no AutoMAC, os valores da diagonal são iguais a um por comparar o i -modo com ele próprio. Além disso, a matriz de AutoMAC é capaz de avaliar a eficácia do plano de instrumentação em distinguir os diferentes modos do sistema estrutural, evitando

o “*spatial aliasing*” [21]. Valores de MAC acima de 0,9 (90%) podem ser considerados bem correlacionados, enquanto valores inferiores a 0,1 (10%) podem ser classificados como não correlacionados, embora os limites de 80%-20% também sejam aceitáveis [21].

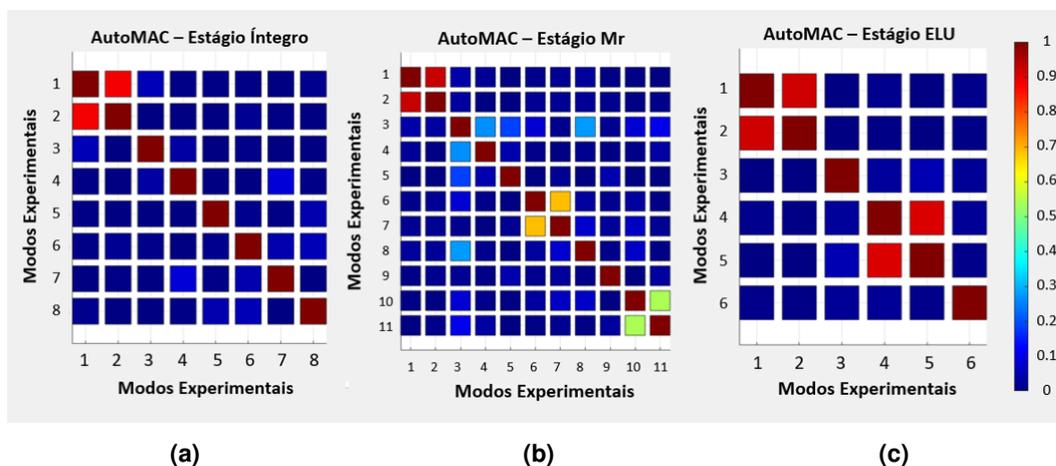


Figura 4-16 – AutoMAC para os três estágios: (a) Íntegro; (b) Mr; (c) ELU

É possível observar que o gráfico do estágio íntegro (Figura 4-16(a)) se apresenta bastante aproximado do cenário ideal, em que a diagonal apresenta valores unitários e os valores fora diagonal tendem à zero. Entretanto, durante os ensaios e, posteriormente, a análise dos resultados, foi possível observar o surgimento de dois modos bastante próximos (modos 1 e 2), em termos de forma modal e frequência. Desta forma, este comportamento resulta em uma correspondência entre tais modos, indicando valores de cerca de 0,9 próximos à diagonal principal. Este comportamento entre os dois primeiros modos é igualmente observado nos outros dois gráficos (estágios M_r e ELU).

Para o caso do M_r (Figura 4-16(b)), obteve-se uma maior quantidade de modos de vibração ao longo dos ensaios. É possível observar, de maneira mais evidente, a existência de três principais graus de similaridade entre as formas modais. A correlação entre os modos 1 e 2 (valor AutoMAC: 0,93), 6 e 7 (valor AutoMAC: 0,69), 10 e 11 (valor AutoMAC: 0,542) apresentam a mesma similaridade apresentada para os modos 1 e 2 do estágio íntegro (proximidade de valores em modos subsequentes). Os modos 7 e 11, por exemplo, foram identificados apenas no estágio de M_r , não havendo correspondência para os estágios íntegro ou ELU. Estes modos não foram considerados para avaliação de MAC realizada posteriormente, devido a não correspondência. Pode-se observar que a resposta em

termos de frequência para estes pares de modos é bastante similar, conforme identificado na Figura 4-14 e Figura 4-15 anteriormente identificadas.

O mesmo se repete para a Figura 4-16(c) (ELU), onde observa-se duas principais discordâncias: modos 1 e 2, conforme identificado anteriormente nas análises anteriores, e modos 4 e 5. Novamente, essa correlação ocorre para modos consideravelmente próximos, em que os picos de frequência podem ser observados lado a lado, conforme indicado na Figura 4-13.

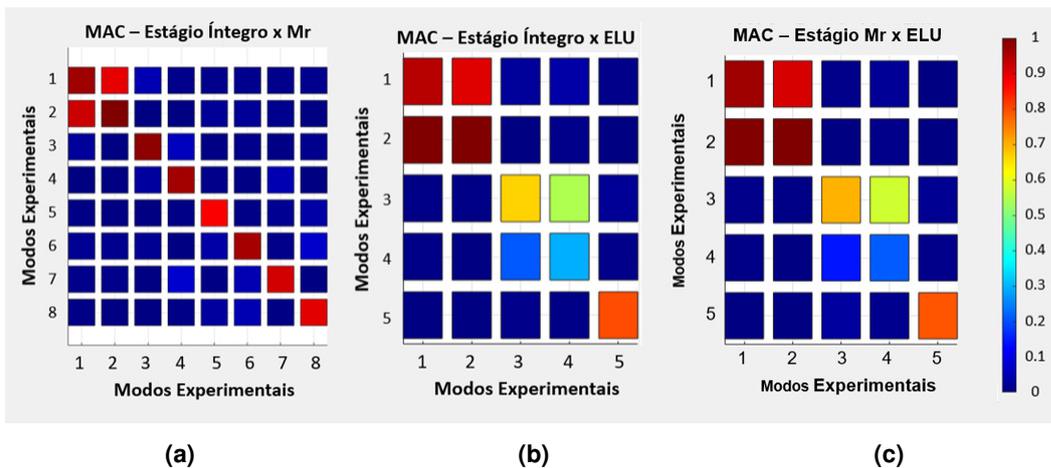


Figura 4-17 – MAC entre os três estágios

Da mesma forma, é possível avaliar possíveis desvios nas formas modais através do MAC entre diferentes estágios. Para a Figura 4-17(a) (Íntegro x Mr) pode-se perceber a continuidade de correlação entre os dois primeiros modos, que se repete em todos os casos. Além disso, é possível observar que começam a surgir maiores variações na diagonal, sinalizando mudanças na forma modal devido ao dano gerado na estrutura. No caso do primeiro gráfico (Figura 4-17(a)), observa-se uma correlação de 0,87 para o 5° modo (5° modo íntegro e 6° modo Mr), conforme visualizado na Figura 4-18.

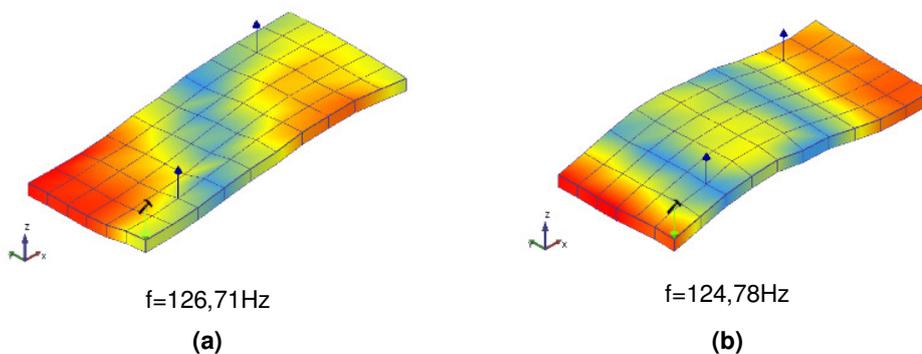


Figura 4-18 – Comparação de formas modais: (a) 5° modo íntegro; (b) 6° modo Mr

Avaliando o modo de vibração para estes casos, é possível notar que existe uma alteração na forma modal devido à geração do dano. Para a Figura 4-17(b) (Íntegro x ELU), é possível observar com maior facilidade a variação das correlações. Este fato tem ligação direta com a maior degradação da estrutura, que corrobora para maior variação do modo de vibração. Para o modo 3, que corresponde ao 3º modo íntegro e 4º modo ELU, observa-se uma variação do deslocamento nas laterais, conforme identificado na Figura 4-19. O valor de MAC para este caso é de 0,62.

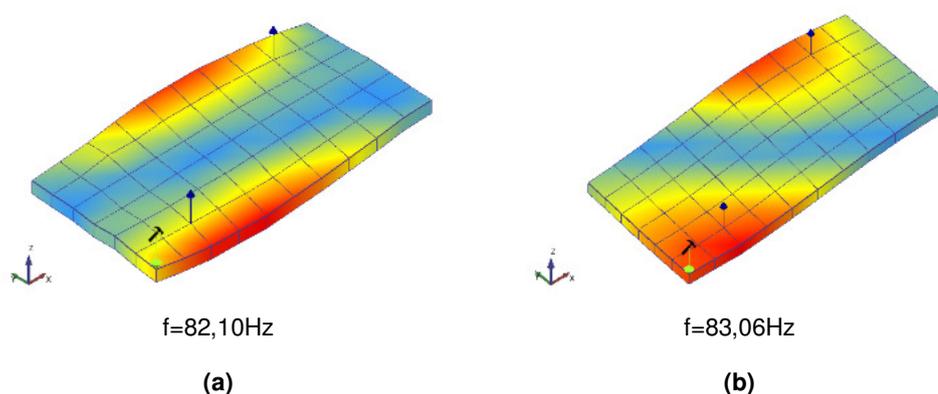


Figura 4-19 – Comparação de formas modais: (a) 3º modo íntegro; (b) 4º modo ELU

Para o modo 4 (4º modo íntegro e 5º modo ELU), observa-se, na Figura 4-20, uma variação considerável do modo de vibração da estrutura para esses estágios. O valor de MAC para este caso é de 0,27.

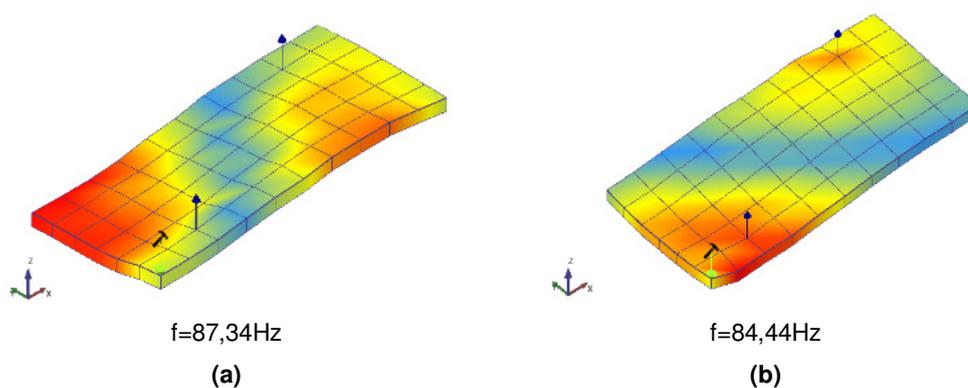


Figura 4-20 – Comparação de formas modais: (a) 4º modo íntegro; (b) 5º modo ELU

Para o modo 5 (8º modo íntegro e 6º modo ELU), observa-se uma variação principalmente nos nós e antinós, apesar de a configuração da forma modal ser semelhante. Na Figura 4-21 observa-se a variação do comportamento da estrutura nos dois estágios. O valor de MAC para este caso é de 0,74.

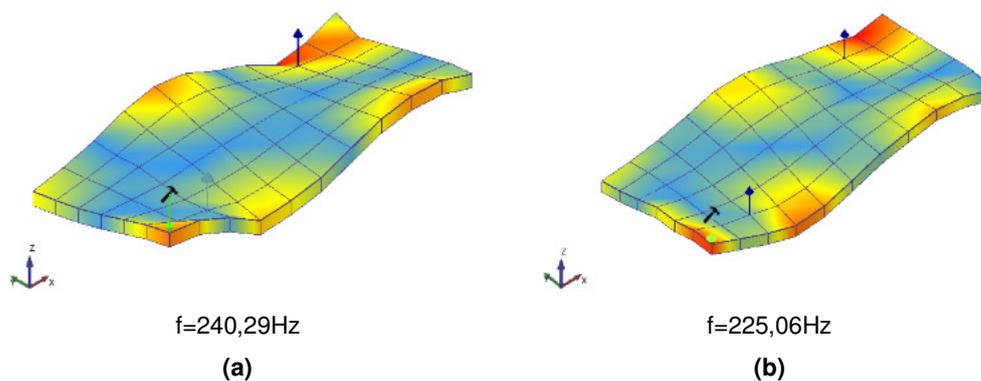


Figura 4-21 – Comparação de formas modais: (a) 8º modo íntegro; (b) 6º modo ELU

Ainda para a correlação entre estágio Íntegro e ELU, é possível observar que os modos 3 e 4 apresentam certa correspondência, visto que os valores fora da diagonal diferem de zero, conforme previsto. Os valores de MAC para estes casos são de 0,19 e 0,50. Conforme apresentado na Figura 4-22 a seguir, é possível observar a configuração do modo de vibração para os modos 5 íntegro e 4 ELU (modo 3 da Figura 4-17(b)) e os modos 6 íntegro e 5 ELU, que constituem o modo (modo 4 da Figura 4-17(b)). Apesar dos valores próximos de frequência para tais modos, é possível observar uma correlação, principalmente, entre os modos de vibração do estágio ELU (4º e 5º modos do ELU).

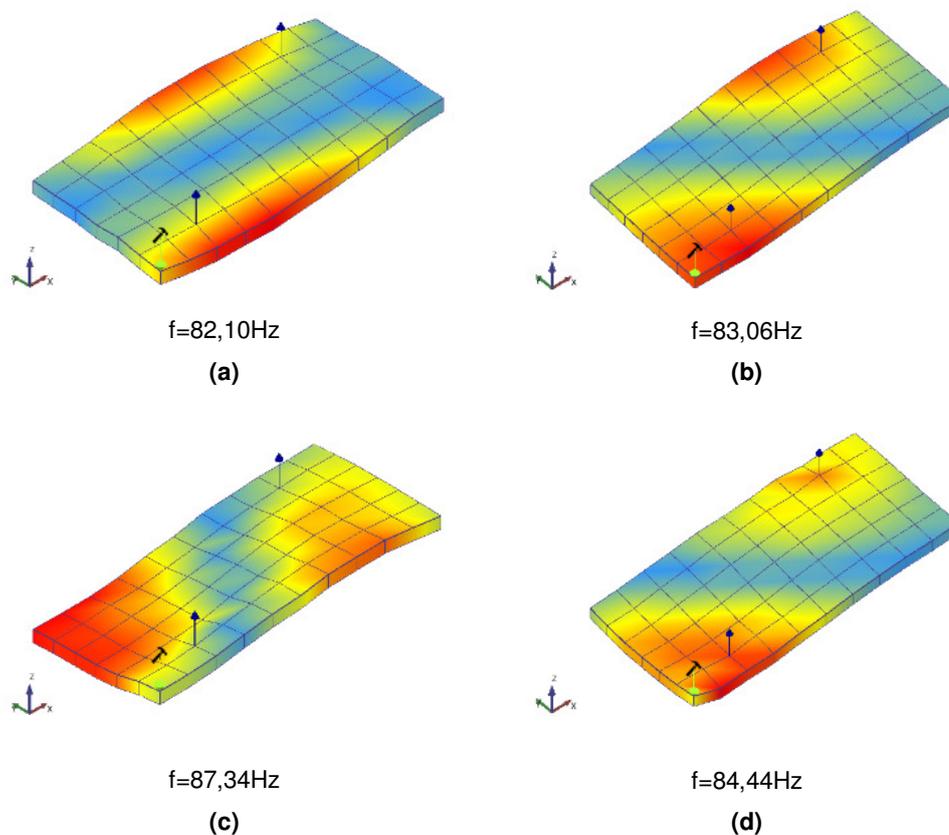


Figura 4-22 – Comparação de formas modais: (a) 5º modo íntegro; (b) 4º modo ELU; (c) 6º modo íntegro; (d) 5º modo ELU

A mesma ideia se repete para o último caso (Figura 4-17(c)), que compara os dois estágios fissurados. Observa-se que o gráfico é semelhante ao caso Íntegro x ELU. Isto ocorre pelo fato de que as relações entre os modos são as mesmas (conforme indicado na Tabela 4-5 de correlações). Isto se deve ao fato de o comportamento entre o estágio Íntegro se assemelhar consideravelmente do M_r , logo, as relações com o ELU será semelhante.

4.3. Resultados Numéricos

Conforme indicado no processo de desenvolvimento, os modelos numéricos seguiram duas etapas: validação em comparação com o modelo experimental de Pimentel *et al.* [51] e aplicação considerando o modelo experimental desenvolvido no presente estudo. Para consideração dos resultados numéricos, foram segregadas as análises para facilitar a compreensão. Tendo em vista que a metodologia proposta indica um fluxo retroalimentado em que o processo de validação do modelo numérico tem como base os resultados experimentais, nesta seção serão apresentadas comparações entre tais resultados de modo a reduzir os erros do modelo.

4.3.1. Validação

Conforme descrito anteriormente, para o modelo preliminar, executado para validação da metodologia, tomou-se como base os resultados encontrados ao longo dos estudos realizados por Pimentel *et al.* [51]. Inicialmente as análises foram realizadas de modo a garantir frequências íntegras consideravelmente próximas às experimentais. Para isso, foram ajustados o módulo de elasticidade do concreto (E_c) e a massa específica (ρ_c) conforme intervalos possíveis definidos normativamente. Foi avaliada apenas a frequência correlata ao primeiro modo de vibração no modelo, seguindo as análises do trabalho [51]. É importante destacar que a pesquisa tomada como base para validação do processo considerou como massa específica o valor de 2500kg/m^3 [51].

Após tal definição, foi avaliada também a inclusão de *layers* de armadura, de modo a garantir maior verossimilhança entre o modelo numérico e o experimental. Os quatro casos do modelo Íntegro 1 apresentados indicam a variação da massa específica do modelo e a inclusão de *layers* de armadura. Considerou-se

também o fator dinâmico aplicado ao módulo de elasticidade, que varia conforme classe de resistência do concreto [1]. Os resultados encontram-se apresentados na Tabela 4-6 a seguir.

Tabela 4-6 – Ajuste de parâmetros e inclusão de *layers* de armadura para modelo de validação

<i>Modelo</i>	<i>Caso</i>	<i>Observação</i>	<i>Fator Dinâm.</i>	E_c (GPa)	ρ_c (kg/m ³)	E_s (GPa)	ρ_s (kg/m ³)	<i>Freq.</i> (Hz)	<i>Erro</i> (%)
Íntegro 1	Exp.	-	-	-	-	-	-	16,32	-
Íntegro 1	1	Sem <i>layer</i>	1,1	30,8	2300	-	-	14,79	9,38
Íntegro 1	2	Sem <i>layer</i>	1,1	30,8	2200	-	-	15,12	7,35
Íntegro 1	3	Sem <i>layer</i>	1,3	36,4	2300	-	-	16,10	1,35
Íntegro 1	4	Com <i>layer</i>	1,3	36,4	2200	210	7800	16,38	0,37

O modelo Íntegro 1 – caso 4 da Tabela 4-6 permitiu a validação da metodologia para a análise não fissurada, considerando assim o incremento de *layer* de armadura. A partir disso, seguiu-se para as análises fissuradas. Para uma primeira avaliação, tomou-se como premissa a largura da área fissurada ($2S_p$) sendo o dobro da espessura da placa (160mm). Inicialmente, foi considerada a redução de aproximadamente 90% do módulo de elasticidade (modelo Fissurado A1 – caso 1), tendo como base os cálculos de momento de inércia fissurado no segundo estágio (II) (eq. (13)). A frequência fissurada apresentou grande variação em relação ao resultado experimental (erro de 23,24%), corroborando para uma necessidade de ajuste do fator de redução do módulo de elasticidade. Posteriormente, foi realizado o modelo considerando o fator de ajuste para a rigidez fissurada enrijecida, conforme eq. (14), resultando no modelo Fissurado A1 – caso 2. Os resultados das análises encontram-se na Tabela 4-7.

Tabela 4-7 – Avaliação do fator de correção de fissuração para modelo de validação

<i>Modelo</i>	<i>Casos</i>	<i>Redução do E_c</i> (%)	<i>Frequência Fissurada</i> (Hz)	<i>Erro</i> (%)
Fissurado A1	Experimental	-	15,92	-
Fissurado A1	1	90 ^a	12,22	23,24
Fissurado A1	2	63 ^b	15,16	4,77

a) redução de aproximadamente 90% de E_c , tendo como base os cálculos de momento de inércia fissurado no segundo estágio (II) (eq. (13) com K fissurado do II estágio)
b) redução de 63% de E, tendo como base os cálculos de rigidez equivalente de 37% considerando efeitos de *breathing cracks* e enrijecimento do concreto à tração (eq. (14) com K fissurado enrijecido)

A partir dos resultados, é possível identificar que o erro reduziu consideravelmente quando as correções previamente descritas foram consideradas (*breathing cracks* e enrijecimento local do concreto na área fissurada), cerca de 20% de redução em erro. Sendo assim, foi possível garantir uma maior verossimilhança ao modelo numérico em relação ao experimental. Logo, a partir de tais resultados, tomou-se como base para as demais análises numéricas da fase de validação o fator de ajuste do módulo de elasticidade de 0,37.

Entretanto, de modo a validar a área fissurada, foram avaliados variados modelos com faixas centrais distintas ($2S_p$), com base no k_e obtido a partir das análises do gráfico de aderência-deslizamento (Figura 2-10). Para uma estimativa de intervalo a ser definido, foi calculado o valor de k_e referente à largura $2S_p$ de 160mm, utilizada nos modelos Fissurado A1 – casos 1 e 2. O valor do parâmetro k_e utilizado como estimativa inicial foi de aproximadamente 150 MPa/mm. Sendo assim, foram avaliados parâmetros próximos a tal valor (modelos Fissurados B1 – casos 1 e 2), decrescendo gradativamente o valor de deslizamento (s), aproximando da origem do gráfico de Aderência-Deslizamento, resultando em 5 casos. Os resultados encontram-se na Tabela 4-8 a seguir.

Tabela 4-8 – Avaliação da faixa fissurada para modelo de validação

<i>Modelo</i>	<i>Casos</i>	<i>s</i> (mm)	<i>k_e</i> (kg/m ³)	<i>2S_p</i> (GPa)	<i>Freq. Íntegra</i> (Hz)	<i>Erro</i> (%)	<i>Freq. Fissurada</i> (Hz)	<i>Erro</i> (%)
Fissurado B1	1	0,020	139,06	170	16,40	0,52	15,11	5,09
Fissurado B1	2	0,015	165,26	156	16,38	0,36	15,18	4,65
Fissurado B1	3	0,010	210,78	138	16,37	0,29	15,29	3,96
Fissurado B1	4	0,005	319,48	112	16,57	1,54	15,93	0,06
Fissurado B1	5	0,002	553,62	86	16,57	1,54	16,15	1,04

É possível observar que o erro em relação à frequência intacta do modelo Íntegro 1 – caso 4 (Tabela 4-6) foi mais baixo do que o menor erro apresentado na Tabela 4-8 (modelo Fissurado B1 – caso 4). Apesar de ambos se tratar de modos íntegros representantes da mesma estrutura, isto ocorreu devido à variação da malha de elementos finitos adotada, já que os modelos da Tabela 4-8 apresentam uma variação central devido à área fissurada considerada.

Da mesma forma, é possível observar que o modelo Fissurado B1 – caso 3 apresenta um erro menor para frequência íntegra. Entretanto, a alteração da malha

devido à consideração da faixa fissurada ($2S_p$) corroborou para o aumento do erro nesta configuração. Sendo assim, tomando como base esta análise, observa-se que o modelo Fissurado B1 – caso 4 apresenta um menor erro médio entre as frequências íntegras e fissuradas, sendo considerado como ideal. Sendo assim, o modelo numérico mais apropriado apresenta as características descritas na Tabela 4-9 a seguir.

Tabela 4-9 – Detalhamento das características do modelo de validação final

E_c íntegro (GPa)	E_c fissurado (GPa)	ρ_c (kg/m ³)	E_s (GPa)	ρ_s (kg/m ³)	$2S_p$ (mm)	Freq. Íntegra (Hz)	Freq. Fissurada (Hz)
36,4	13,47	2200	210	7800	112	16,57	15,93

4.3.2. Aplicação

Conforme apresentado na seção de Ajuste de Propriedades proposta, após a análise de convergência de malha, em que os resultados se encontram descritos no Apêndice A, foram feitos os ajustes dos parâmetros da estrutura (módulo de elasticidade e massa específica). A Tabela 4-10 indica o ajuste os modelos elaborados com o intuito de ajuste de parâmetros.

Tabela 4-10 – Ajuste de parâmetros do modelo final íntegro

Modelo	Casos	Fator Dinâmico	E_c (GPa)	ρ_c (kg/m ³)	E_s (GPa)	ρ_s (kg/m ³)	Frequência (Hz)	Erro (%)
Íntegro 2	Exp.	-	-	-	-	-	33,42	-
Íntegro 2	1	1,3	47,74	2200	210	7800	36,831	10,21
Íntegro 2	2	1,2	44,06	2200	210	7800	35,392	5,90
Íntegro 2	3	1,2	44,06	2300	210	7800	34,625	3,61
Íntegro 2	4	1,2	44,06	2600	210	7800	32,593	2,47
Íntegro 2	5	1,2	44,06	2470	210	7800	33,429	0,03

O modelo Íntegro 2 – caso 5 da Tabela 4-10 permitiu a validação da metodologia para a análise não fissurada. Então, seguiu-se para as análises fissuradas dos dois estágios considerados (M_r e ELU), considerando as propriedades do modelo acima referido. Para uma primeira avaliação, tomou-se como base a premissa inicial da abertura de fissura (w) obtida experimentalmente, em contraponto ao modelo desenvolvido por Pimentel *et al.* [51] em que tal propriedade não é considerada. Considerando que w vale 0,05mm, conforme

medido após realização de ensaios do estágio M_r , o deslizamento (s) equivale à metade. Logo, o primeiro valor estipulado foi para s igual a 0,025mm. Demais valores foram considerados de modo a avaliar a variação do comportamento da estrutura. Reiterando que, neste caso, o fator de 26% (que considera os efeitos de enrijecimento e *breathing cracks*) para ajuste do módulo de elasticidade foi considerado, calculado com base na eq. (14) e as propriedades consideradas na seção Desenvolvimento do Modelo Numérico (3.3.6). A Tabela 4-11 indica os resultados associados aos modelos de validação de faixa fissurada no estágio M_r .

Tabela 4-11 – Avaliação da faixa fissurada do modelo final para o estágio M_r

<i>Modelo</i>	<i>Casos</i>	w (mm)	s (mm)	k_e (kg/m ³)	$2S_p$ (mm)	<i>Freq.</i> <i>Íntegra</i> (Hz)	<i>Erro</i> (%)	<i>Freq.</i> <i>Fissurada</i> (Hz)	<i>Erro</i> (%)
Fissurado A2	1	0,01	0,05	408,65	100	33,43	0,04	31,64	3,65
Fissurado A2	2	0,02	0,01	269,60	120	33,39	0,08	31,33	4,60
Fissurado A2	3	0,03	0,015	211,39	140	34,62	3,59	33,25	1,25
Fissurado A2	4	0,05	0,025	155,58	160	34,31	2,66	32,85	0,03
Fissurado A2	5	0,10	0,050	102,65	200	33,43	0,04	30,51	7,08

Entende-se que, o erro no estágio íntegro, garante variações devido ao refinamento da malha no trecho central (local em que o dano é considerado). Porém, com base nos resultados apresentados, é possível observar que o modelo Fissurado A2 – caso 4 representa a fissura ocorrida no modelo experimental. Tal modelo apresenta um erro consideravelmente baixo em relação aos demais para o modelo fissurado, considerando que existem variadas premissas envolvidas no processo.

Após a validação do estágio M_r , a mesma análise foi executada para o estágio ELU. Neste caso, devido à configuração de fissura formada, os trechos dos danos formados em estágios distintos apresentaram abertura distinta. Observa-se que a fissura 1 apresenta abertura de 0,7mm, enquanto a fissura 2-a, 0,2mm, a fissura 2-b, 0,3mm e a fissura 3, 0,05mm. Desta forma, alguns valores de abertura de fissura foram considerados de modo a estimar essa configuração. Neste caso, foi considerada uma faixa única de modo a simplificar a modelagem. A Tabela 4-12 apresenta os resultados referentes à análise de faixa fissurada para o modelo final no estágio ELU.

Tabela 4-12 – Avaliação da faixa fissurada do modelo final para o estágio ELU

Modelo	Casos	w	s	k_e	$2S_p$	$Freq.$	Erro	$Freq.$	Erro
		(mm)	(mm)	(kg/m ³)	(GPa)	Íntegra		Fissurada	
						(Hz)	(%)	(Hz)	(%)
Fissurado B2	1	0,2	0,1	67,72	240	33,43	0,04	26,02	6,88
Fissurado B2	2	0,4	0,2	44,68	300	33,82	1,17	25,53	8,63
Fissurado B2	3	0,6	0,3	35,03	340	33,43	0,04	24,17	13,49
Fissurado B2	4	0,8	0,4	269,60	370	33,43	0,04	23,70	15,18
Fissurado B2	5	1,0	0,5	211,39	400	33,43	0,04	23,26	16,74

A partir dos resultados apresentados, é possível avaliar que a consideração de menores aberturas de fissura garantem um melhor resultado. Sabendo que a fissura com 0,7mm é mais abrangente em termos de extensão, porém, que existe um trecho com abertura inferior (0,2mm e 0,3mm, conforme Figura 4-8), considerou-se como indicação o modelo Fissurado B2 – caso 3 em que a abertura considerada é de 0,6mm. Apesar de apresentar um valor de erro superior ao modelo de M_r , é possível considerar que apresenta um erro aceitável em termos de comportamento dinâmico no ELU. Observa-se ainda que a dificuldade de caracterização da configuração fissurada corrobora para uma menor assertividade do modelo. Sendo assim, é possível estimar as propriedades finais dos dois modelos considerados, que se encontram apresentadas na a Tabela 4-13 seguir. Encontram-se identificados também os valores de frequência íntegra e fissurada (M_r e ELU) obtidas a partir dos ensaios experimentais.

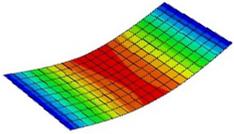
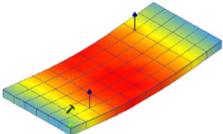
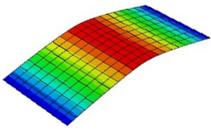
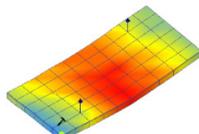
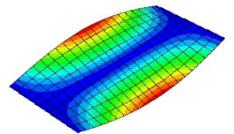
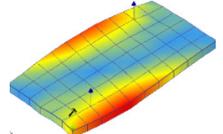
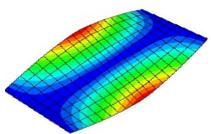
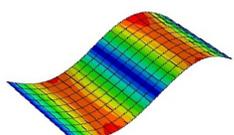
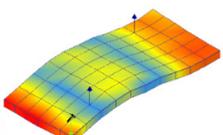
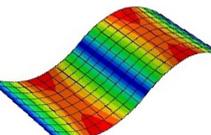
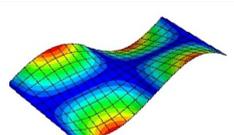
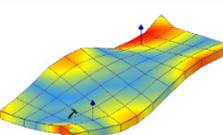
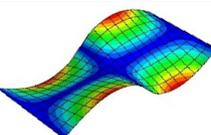
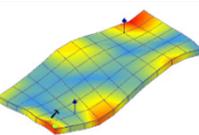
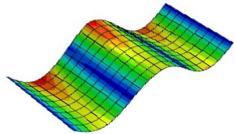
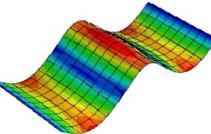
Tabela 4-13 – Detalhamento das características do modelo preliminar final

Estág.	E_c	E_c	ρ_c	E_s	ρ_s	$2S_p$	$Freq. \text{ Íntegra}$		$Freq. \text{ Fissurada}$	
	$\acute{i}nteg.$	$fiss.$					$Exp.$	$Num.$	$Exp.$	$Num.$
	(GPa)	(GPa)					(Hz)	(Hz)	(Hz)	(Hz)
M_r	44,06	11,46	2470	210	7800	160	33,42	34,31	32,84	32,85
ELU	44,06	11,46	2470	210	7800	340	33,42	33,43	27,92	24,17

Apesar de o ajuste de propriedades para os modos numéricos superiores não ser o foco da pesquisa realizada, foi realizado também um levantamento dos demais modos de vibração para além do primeiro modo. A Figura 4-23 a seguir apresenta os modos de vibração apresentados como resultado do modelo numérico e seus respectivos valores de frequência. Observa-se assim um resumo dos resultados até o quinto modo de vibração para os 5 casos do modelo Fissurado B2, indicados

anteriormente como mais próximos do buscado, levando em considerando uma análise comparativa com os resultados experimentais.

Figura 4-23 – Tabela resumo comparativa dos resultados numéricos e experimentais para estágios M_r e ELU

M_r - numérico	M_r - experimental	ELU - numérico	ELU - experimental
 f=32,85Hz (1° modo numérico)	 f=32,84Hz (2° modo exp.)	 f=24,17Hz (1° modo numérico)	 f=27,92Hz (2° modo exp.)
 f=104,86Hz (2° modo numérico)	 f=81,42Hz (4° modo exp.)	 f=102,09Hz (2° modo numérico)	-
 f=133,21Hz (3° modo numérico)	 f=124,78Hz (6° modo exp.)	 f=127,39Hz (3° modo numérico)	-
 f=234,99Hz (4° modo numérico)	 f=238,47Hz (10° modo exp.)	 f=205,30Hz (4° modo numérico)	 f=225,06Hz (6° modo exp.)
 f=293,76Hz (5° modo numérico)	-	 f=251,16Hz (5° modo numérico)	-

NOTA: Quadrantes não preenchidos se referem à modos de vibração não identificados no ensaio dinâmico experimental.

Percebe-se que os primeiros modos de vibração, por serem modos considerados mais simples, tendem a apresentar uma aproximação maior para os resultados se comparadas as respostas numéricas e experimentais. Os resultados de tais modos encontram-se indicados na Tabela 4-13 supracitada. Para a análise dos comportamentos dinâmicos dos modelos propostos, a correlação entre a resposta modal da estrutura em estágio de vibração.

5. Conclusão

5.1. Conclusões

A integridade de uma estrutura pode ser avaliada através de diversas metodologias. A resposta dinâmica de um elemento vem se tornando uma grande proposição de metodologia de Monitoramento da Integridade Estrutural (do inglês *Structural Health Monitoring* - SHM). É possível observar que diversos estudos, ao longo do tempo, se aprofundaram no assunto não apenas em termos experimentais, mas também numéricos. Baseando-se nesse apontamento, é possível observar que a maioria dos estudos realizados tem como base a elaboração de vigas, por ser uma estrutura mais simples. Além disso, os estudos tendem a realizar a análise de modos de vibrações inferiores, conforme realizado por Pimentel *et al.* [51], onde observou-se apenas o primeiro modo. Modos superiores tendem a ser mais complexos devido à configuração deformada da estrutura ao vibrar, em que uma maior quantidade de nós e antinós são gerados, conforme observado dos resultados apresentados pela metodologia proposta no presente estudo.

A partir das análises realizadas foi possível concluir que existem variados fenômenos que interferem na resposta dinâmica de uma estrutura. Conforme evidenciado, o enrijecimento do concreto ao redor da faixa fissurada garante à estrutura um acréscimo local de rigidez. Este fenômeno não é abordado comumente pelos estudos, que identificam apenas a fissuração do elemento. Considerar um elemento fissurado no estágio II pode chegar à redução de até 90% de sua rigidez, o que não garante um comportamento verossímil da estrutura. Em alinhamento a tal item, identifica-se ainda o fenômeno de *breathing cracks*. A existência de uma frequência bilinear promove o reconhecimento de uma rigidez equivalente, intermediária a rigidez de uma fissura aberta ou fechada. Estimar que a estrutura se encontra completamente aberta ou fechada pode subestimar ou superestimar o comportamento do elemento estrutural, respectivamente.

Os estudos previamente realizados e levantados durante a etapa de revisão da literatura identificam que um maior grau de dano, em termos quantitativos, promove uma redução considerável da frequência natural e do modo de vibração da

estrutura. Porém, observou-se que, para uma mesma fissura, é possível avaliar a influência da criticidade do dano (quantitativamente o cenário se mantém, porém, qualitativamente se torna mais crítico devido à um incremento na abertura de fissura). Conforme identificado nos resultados obtidos, a variação da resposta dinâmica da estrutura em termos de frequência natural entre os estágios M_r e ELU é considerável, chegando em até 20% para modos de vibração inferiores. Esta variação reduz ao passo que modos de vibração superiores são considerados, chegando até 5%. Conclui-se então que a análise qualitativa do dano, neste caso associado à abertura de fissura, tem influência considerável na integridade estrutural. Este fato alinha à viabilidade de monitoramento da integridade estrutural através da avaliação de parâmetros dinâmicos.

Conclui-se ainda que a metodologia proposta garante uma aproximação considerável do comportamento do modelo numérico se comparado ao modelo experimental. Ao passo que se considera o comportamento de enrijecimento local do concreto, das *breathing cracks* e da abertura de fissuras associada à Lei de Aderência-Deslizamento, obtém-se uma resposta em termos de frequência próxima ao experimento. Para o estágio íntegro obteve-se um erro de 0,4%, 0,03% para o estágio M_r e 13,49% para o ELU. O maior valor de erro associado ao estágio ELU pode ser associado à configuração de dano gerada experimentalmente, que obteve variadas medidas de abertura de fissura ao longo do trecho danificado. Logo, considerou-se uma estimativa para adotar o valor de deslizamento associado à abertura da fissura. Entretanto, percebe-se que o modelo proposto garante bons resultados para a resposta dinâmica do elemento estrutural fissurado, permitindo a avaliação da integridade do mesmo.

Associada à análise de variação de frequência utilizada como validação dos modelos numéricos elaborados ao longo do desenvolvimento da metodologia, pode-se concluir também que o MAC pode ser considerado uma ferramenta importante para a análise do dano. A partir de tais análises é possível identificar modos de vibração correspondentes ou não. Para estágios de fissuração mais críticos, percebe-se que a não correlação passa a ser mais perceptível, visto que o dano gerado afeta diretamente na resposta dinâmica da estrutura, incluindo o modo de vibração da mesma.

5.2. Melhorias no Processo e Possíveis Estudos Futuros

No âmbito experimental, foi possível identificar alguns pontos que corroboram para uma interferência nos resultados gerados. Observou-se que as condições de contorno adotadas podem influenciar na vibração da estrutura excitada. Este fato alinha-se diretamente à necessidade de controle da aplicação de força ao impactar a estrutura com o martelo. Ao passo que o conjunto de apoios não representa uma estrutura engastada, durante o impacto é possível que os elementos que os constituem se desloquem, principalmente para o caso de apoios de primeiro gênero. Desta forma, é necessário garantir que uma superfície de contato homogênea entre os elementos. Para futuros estudos é possível considerar a realização dos ensaios para condições de contorno livre-livre.

Um dos pontos identificados como possível melhoria para futuros estudos é a realização de malhas experimentais similares à malha numérica. Este fato facilitaria a correlação dos resultados para cada ponto assinalado, visto que as coordenadas seriam as mesmas. Assim como a estratégia de alocação dos acelerômetros na superfície da estrutura. Durante os ensaios, considerou-se o posicionamento dos acelerômetros em pontos de impacto. Desta forma, o impacto é realizado próximo ao ponto de leitura, havendo um possível desvio da informação. Uma das possibilidades a ser adotada é a instalação dos acelerômetros na superfície inferior da laje. Pode-se considerar ainda a alocação de uma maior quantidade de acelerômetros de modo a refinar a obtenção das funções de resposta em frequência, porém, este fato pode onerar a realização dos ensaios.

Pode-se identificar ainda que, objetivando-se a obtenção de uma configuração fissurada abrangente (conjunto de fissuras paralelas, por exemplo), conforme encontrado nas pesquisas tomadas como base inicial [51], não é indicado considerar a realização de ensaio em 3 pontos. Conforme observado nos resultados obtidos após os ensaios estáticos realizados laboratorialmente durante o desenvolvimento da metodologia proposta, para tal ensaio o carregamento manteve-se concentrado no centro do vão, corroborando para uma fissuração centrada.

Como um estudo futuro pode-se pontuar a consideração do processo de otimização conjunto à metodologia proposta. O processo desenvolvido considera o conhecimento à priori da configuração fissurada do elemento estrutural. Para que o monitoramento estrutural seja executado de maneira remota, para condições reais o

sensoriamento é realizado de modo a identificar a possível localização do dano através das frequências naturais. Este processo garante o reconhecimento do dano globalmente. A partir das diversas metodologias de identificação de danos existentes, como o MAC, variação da flexibilidade, alteração da curvatura modal, dentre outros, é possível detectar localmente os danos existentes. Entretanto, é possível desenvolver um fluxo de otimização associado a um modelo numérico validado. Desta forma é possível criar uma rotina computacional que altere as propriedades mecânicas (neste caso o módulo de elasticidade com base no fator de ajuste calculado considerando os fenômenos de enrijecimento local e *breathing cracks*) em variadas faixas do modelo numérico. Ao passo que o erro calculado entre a frequência real da estrutura e a frequência numérica atinja um valor aceitável, é possível obter as propriedades elásticas da estrutura danificada. Este processo pode ser identificado como uma melhoria em relação à metodologia proposta, em que o local do dano já era conhecido e as propriedades do material foram ajustadas de maneira manual.

6. Referências bibliográficas

1. MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concrete: Microstructure, Properties, and Materials**. 3.ed. McGraw-Hill Education, 2008. 283p.
2. YAO, Y.; TUNG, S. T. E.; GLISIC, B. Crack detection and characterization techniques - An overview. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 21, n. 12, p. 1387-1413, 2014.
3. DAS, S.; SAHA, P.; PATRO, S. K. Vibration-based damage detection techniques used for health monitoring of structures: a review. **Journal of Civil Structural Health Monitoring**, v. 6, n. 3, p. 477-507, 2016.
4. BENEDETTI, A.; PIGNAGNOLI, G.; TAROZZI, M. Damage identification of cracked reinforced concrete beams through frequency shift. **Materials and Structures**, v. 51, n. 6, p. 1-15, 2018.
5. FARRAR, C. R.; WORDEN, K. An introduction to structural health monitoring. **Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 365, n. 1851, p. 303-315, 2007.
6. SALAWU, O. S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review. **Engineering Structures**, v. 19, n. 9, p. 718-723, 1997.
7. PANDEY, A. K.; BISWAS, M. Damage detection in structures using changes in flexibility. **Journal of Sound and Vibration**, v. 169, n. 1, p. 3-17, 1994.
8. BEHTANI, A. et al. Damage localization and quantification of composite beam structures using residual force and optimization. **Journal of Vibroengineering**, v. 19, n. 7, p. 4977-4988, 2017.
9. MACGREGOR, J. G. et al. **Reinforced concrete: Mechanics and design**. 6.ed. New Jersey: Prentice Hall, 1997.
10. CHOPRA, A. K. **Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering**. New Jersey: Prentice Hall, 2012.
11. MORELLI, F. Influence of Tension Stiffening on the Flexural Stiffness of Reinforced Concrete Circular Sections. **Materials**, 2017.
12. CHATI, M.; RAND, R.; MUKHERJEE, S. Modal analysis of a cracked

- beam. **Journal of Sound and Vibration**, v. 207, n. 2, p. 249-270, 1997.
13. CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures**. 2. ed. 1993.
 14. CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. **Dynamics of Structures**. 3. ed. 2002.
 15. CHOPRA, Anil K. **Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering**. 4. ed. Prentice-Hall, New Jersey, 2012.
 16. PANDEY, A. K.; BISWAS, M.; SAMMAN, M. M. Damage detection from changes in curvature mode shapes. **Journal of Sound and Vibration**, v. 145, n. 2, p. 321-332, 1991.
 17. FU, Z.F.; HE, J. **Modal Analysis**. Elsevier, 2001.
 18. EWINS, D. J. **Modal testing: Theory, Practice and Application**. 1.ed. London, England. John Wiley & Sons, 1984.
 19. ABU-MAHFOUZ, I.; BANERJEE, A. Crack detection and identification using vibration signals and fuzzy clustering. **Procedia Computer Science**, v. 114, p. 266-274, 2017.
 20. FAN, W; QIAO, P. Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study. **Structural Health Monitoring**, v. 10, n. 1, p. 83-111, 2011.
 21. EWINS, David J. **Modal testing: theory, practice and application**. John Wiley & Sons, 2001.
 22. CAPOZUCCA, R.; MAGAGNINI, E.; VECCHIETTI, M. V. Experimental Free Vibration of Damaged RC Beam Models. **Key Engineering Materials**. Trans Tech Publications Ltd, 2020. p. 499-504.
 23. KARBHARI, V. M.; ANSARI, F. **Structural health monitoring of civil infrastructure systems**. Elsevier, 2009.
 24. RATCLIFFE, C. P. Damage detection using a modified Laplacian operator on mode shape data. **Journal of Sound and Vibration**, v. 204, n. 3, p. 505-517, 1997.
 25. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto. 2014.
 26. TAHERI, M.; BARROS, J. A. O. An analytical model to simulate tension stiffening mechanism in moment-rotation response of FRC flexural members with tensile longitudinal reinforcement. Elsevier, 2012.

27. NAVANEETHAN, K. S. et al. Pull-Out and Bond Degradation of Rebars in Reinforced Concrete Structures. **Materials, Design, and Manufacturing for Sustainable Environment**, p. 261-275, 2021.
28. JENDELE, L.; CERVENKA, J. Finite element modelling of reinforcement with bond. **Computers & structures**, v. 84, n. 28, p. 1780-1791, 2006.
29. TEPFERS, R. Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars. **Magazine of concrete research**, v. 31, n. 106, p. 3-12, 1979.
30. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 2010. Fib Bulletin 65: Model Code 2010, Final draft – Volume 1
31. HONG, Sungnam; PARK, Sun-Kyu. Uniaxial bond stress-slip relationship of reinforcing bars in concrete. **Advances in Materials Science and Engineering**, v. 2012, 2012.
32. BARZEGAR, Fariborz. Analysis of RC membrane elements with anisotropic reinforcement. **Journal of Structural Engineering**, v. 115, n. 3, p. 647-665, 1989.
33. GUPTA, A. K.; MAESTRINI, S. R. Post-cracking behavior of membrane reinforced concrete elements including tension-stiffening. **Journal of Structural Engineering**, v. 115, n. 4, p. 957-976, 1989.
34. WU, Z.; YOSHIKAWA, H.; TANABE, T. Tension stiffness model for cracked reinforced concrete. **Journal of Structural Engineering**, v. 117, n. 3, p. 715-732, 1991.
35. KIM, T.-H. et al. Seismic damage assessment of reinforced concrete bridge columns. **Engineering Structures**, v. 27, n. 4, p. 576-592, 2005.
36. BARROS, J. A. O; TAHERI, M.; SALEHIAN, H. A model to simulate the moment–rotation and crack width of FRC members reinforced with longitudinal bars. **Engineering Structures**, v. 100, p. 43-56, 2015.
37. HASKETT, M. et al. Rigid body moment–rotation mechanism for reinforced concrete beam hinges. **Engineering Structures**, v. 31, n. 5, p. 1032-1041, 2009.
38. EL-ZEADANI, Mohamed et al. Analytical mechanics solution for measuring the deflection of strengthened RC beams using FRP plates. **Case Studies in Construction Materials**, v. 11, p. e00272, 2019.
39. VISINTIN, Phillip; STURM, Alexander B.; OEHLERS, Deric J. Long-and

- short-term serviceability behavior of reinforced concrete beams: Mechanics models for deflections and crack widths. **Structural Concrete**, v. 19, n. 2, p. 489-507, 2018.
40. OEHLERS, Deric J. et al. Reinforced concrete behavior, research, development, and design through partial-interaction mechanics. **Journal of Structural Engineering**, v. 143, n. 7, p. 02517002, 2017.
 41. VISINTIN, Phillip; OEHLERS, Deric J.; STURM, Alexander B. Mechanics solutions for deflection and cracking in concrete. **Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings**, v. 169, n. 12, p. 912-924, 2016.
 42. CHONDROS, T. G.; DIMAROGONAS, A. D.; YAO, J. Vibration of a beam with a breathing crack. **Journal of Sound and Vibration**, v. 239, n. 1, p. 57-67, 2001.
 43. VOGGU, S.; SASMAL, S. Dynamic nonlinearities for identification of the breathing crack type damage in reinforced concrete bridges. **Structural Health Monitoring**, v. 20, n. 1, p. 339-359, 2021.
 44. FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E. T. Crack modeling for structural health monitoring. **Structural health monitoring**, v. 1, n. 2, p. 139-148, 2002.
 45. NGUYEN, K. V. Comparison studies of open and breathing crack detections of a beam-like bridge subjected to a moving vehicle. **Engineering Structures**, v. 51, p. 306-314, 2013.
 46. CHU, Y. C.; SHEN, M.-HH. Analysis of forced bilinear oscillators and the application to cracked beam dynamics. **AIAA journal**, v. 30, n. 10, p. 2512-2519, 1992.
 47. SHEN, M.-HH; CHU, Y. C. Vibrations of beams with a fatigue crack. **Computers & Structures**, v. 45, n. 1, p. 79-93, 1992.
 48. PASTOR, M.; BINDA, M.; HARČARIK, T. Modal assurance criterion. **Procedia Engineering**, v. 48, p. 543-548, 2012.
 49. CAWLEY, P.; ADAMS, R. D. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies. **The Journal of Strain Analysis for Engineering Design**, v. 14, n. 2, p. 49-57, 1979.
 50. POURRASTEGAR, A.; OTHMAN, H.; MARZOUK, H. **Damage Detection of UHP-FRC Plates Using Random Decrement Technique**. Annual Conference - Canadian Society for Civil Engineering 2016.

51. FERREIRA, G. S. et al. Damage assessment of reinforced concrete flat slabs through modal tests using impact excitation. **International Journal of Structural Integrity**, 2019.
52. ZHANG, Y. et al. Natural frequency response evaluation for RC beams affected by steel corrosion using acceleration sensors. **Sensors**, v. 20, n. 18, p. 5335, 2020.
53. ALLEMANG, R. J. The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse. **Sound and vibration**, v. 37, n. 8, p. 14-23, 2003.
54. ECSS, CONTACT; SAFETY, E. C. S. S. European Cooperation for Space Standardization. ECSS-E-ST-32-11C, ESA Publication, 2008. p. 78.
55. YOGANAND, S.; CHITHRA, S. An Effective Crack Identification in Civil Infrastructure with IoT and Improved Convolutional Neural Network. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, 2022.
56. ALAGGIO, R. et al. Two-years static and dynamic monitoring of the Santa Maria di Collemaggio basilica. **Construction and Building Materials**, v. 268, p. 121069, 2021.
57. SHI, Z. Y.; LAW, S. S.; ZHANG, L. M. Structural damage localization from modal strain energy change. **Journal of Sound and Vibration**, v. 218, n. 5, p. 825-844, 1998.
58. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8953: Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. 2015.
59. ABAQUS. REBAR. Disponível em: < <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEKEYRefMap/simakey-r-rebar.htm> >. Acesso em: 06 de jul. de 2022.
60. ABAQUS. Defining rebar as an element property. Disponível em: < <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEMODRefMap/simamod-c-rebar.htm> >. Acesso em: 05 de jul. de 2022.
61. FERREIRA, G. S.; PIMENTEL, R. L.; BARBOSA, F. S. Evaluation of two crack models for reinforced concrete one-way slabs subjected to bending by means of modal tests. In: **Structures**. Elsevier, 2020. p. 2013-2022.
62. GUEDES, T. O. **Avaliação do estado de fissuração de lajes convencionais**

- utilizando testes modais.** Orientador: Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel. 2016. 136p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, Engenharia Cívil e Ambiental, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2016.
63. MELO, L. F. B. **Avaliação de Técnicas de Detecção de Dano em Lajes de Concreto Armado Fissuradas.** Orientador: Prof. Dr. Roberto Leal Pimentel. 2017. 33p. Trabalho de Conclusão de Curso, Engenharia Cívil e Ambiental, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.
64. PIMENTEL, R. et al. Damage detection assessment in reinforced concrete slabs using impact tests. **Procedia Engineering**, v. 199, p. 1976-1981, 2017.
65. FREITAS, Marcelo L. et al. Avaliação do Comportamento Dinâmico de Lajes Fissuradas. **Mecânica Computacional**, v. 36, n. 19, p. 891-899, 2018.
66. ANSYS Reference Manual v. 12.1; 2010
67. Dassault Simulia (2016) Simulia. Abaqus 6.14-5 Manual
68. DE SOUZA, F. R. **Concreto reforçado com fibras de PVA aplicado a pavimentos aeroportuários: propriedades mecânicas e dimensionamento.** Orientador: Prof. Flávio de Andrade Silva. 2021.121p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.
69. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16889 - Concreto - Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. 2020.
70. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5738: Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. 2016.
71. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739: Concreto - Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. 2018.
72. ARTeMIS, versão 7.1. Structural Vibration Solutions, 2021.
73. FASANA, Alessandro. Modal parameters estimation in the Z-domain. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, n. 1, p. 217-225, 2009.
74. ALBUQUERQUE, N. B. **Concepção e Análise de um Módulo de Ponte Tensegrity com Materiais Naturais.** Orientador: Prof. Daniel Carlos Taissum Cardoso. 2020. 165p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de

Janeiro, Rio de Janeiro, 2021.

Apêndice A

O Apêndice A tem como finalidade apresentar a análise de convergência da malha do modelo numérico desenvolvido e previamente descrito na seção Aplicação. Sendo assim, foram realizados variados testes de modo a identificar a melhor performance do modelo numérico, em termos de resultados (frequências) em conjunto com o esforço computacional para entrega de dados. Para estes modelos foi considerado inicialmente o fck de 50MPa considerado na pesquisa desenvolvida por Pimentel et al. [51], assim como o valor de massa específica (25kN/m³).

Desta forma, a Tabela A-1 a seguir apresenta as malhas testadas e seus respectivos detalhamentos (largura e altura dos elementos constituintes da malha e a quantidade total de elementos). Cada malha numérica foi identificada por um identificador (ID). Para cada modelo desenvolvido, foi avaliada a resposta em termos de frequência para os quatro primeiros modos de vibração, de modo a determinar a curva de convergência para cada um deles (Figura A-1), tendo como base os IDs determinados para cada malha. Na Tabela A-1 é possível identificar a linha em azul que indica o modelo selecionado após as análises dos resultados.

Tabela A-1 – Descrição de malhas para análise de convergência

<i>Malha numérica</i>	<i>ID</i>	<i>Largura elemento (cm)</i>	<i>Altura elemento (cm)</i>	<i>Quant. elementos</i>	<i>Freq. 1° modo (Hz)</i>	<i>Freq. 2° modo (Hz)</i>	<i>Freq. 3° modo (Hz)</i>	<i>Freq. 4° modo (Hz)</i>
4 x 2	1	50,00	45,00	8	32,19	129,98	302,45	424,67
5 x 2	2	40,00	45,00	10	32,17	129,10	293,64	424,95
6 x 3	3	33,33	30,00	18	32,18	128,89	290,64	412,27
8 x 4	4	25,00	22,50	32	32,18	128,69	288,49	409,84
10 x 4	5	20,00	22,50	40	32,18	128,64	287,86	409,84
10 x 5	6	20,00	18,00	50	32,18	128,64	287,87	409,04
12 x 6	7	16,67	15,00	72	32,18	128,62	287,64	408,72
14 x 7	8	14,29	12,86	98	32,18	128,61	287,54	408,58
16x 8	9	12,50	11,25	128	32,18	128,60	287,49	408,51
20 x 8	10	10,00	11,25	160	32,18	128,60	287,45	408,5
18 x 9	11	11,11	10,00	162	32,18	128,60	287,46	408,47
20 x 9	12	10,00	10,00	180	32,18	128,60	287,45	408,46
20 x 10	13	10,00	9,00	200	32,18	128,60	287,45	408,44
22 x 11	14	9,09	8,18	242	32,18	128,60	287,44	408,43
24 x 12	15	8,33	7,50	288	32,18	128,60	287,43	408,42
25 x 10	16	8,00	9,00	250	32,18	128,60	287,43	408,44

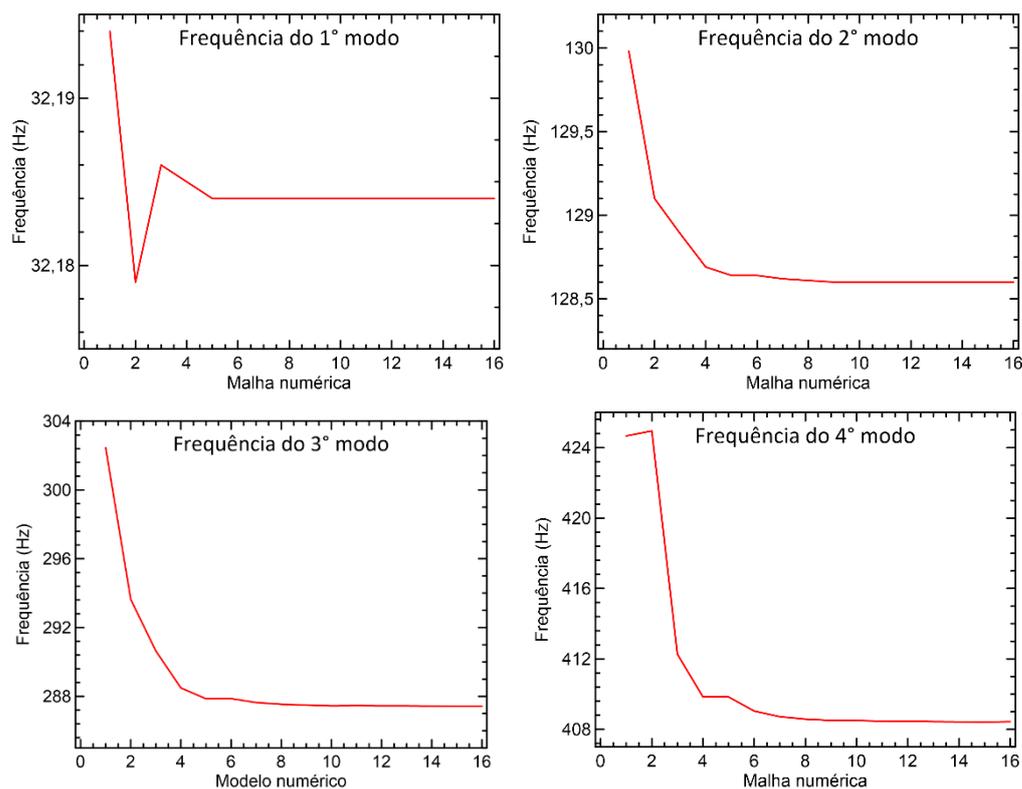


Figura A-1 – Gráficos de convergência de malha

Com base nos resultados apresentados, é possível observar que a partir do ID 6 (malha 10x5) existe uma tendência de constância dos resultados. Entretanto, a malha de 20x9 (ID 12) foi escolhida. Tal consideração foi realizada devido a alguns pontos: (i) ser uma malha quadrada (elementos quadrados), normalmente recomendada para homogeneização de malhas; (ii) alto refinamento em termo de quantidade de elementos, garantindo uma boa precisão dos resultados; (iii) não interferência no consumo computacional para processamento do modelo.

Após a definição da malha a ser adotada, prosseguiu-se então para as análises de ajuste de propriedades do modelo, como módulo de elasticidade íntegro e densidade, com base nos dados da laje construída em laboratório para realização dos testes. Tal desenvolvimento encontra-se descrito na seção Desenvolvimento do Modelo Numérico da pesquisa proposta.