

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Ricardo Pinel Godoy**

**Otimização topológica de um cubo de roda  
para um veículo *off-road* Baja SAE**

**Projeto de Graduação**

**Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia  
Mecânica da PUC-Rio**

**Orientador: Ivan Fabio Mota de Menezes**

Rio de Janeiro,  
Novembro de 2022

## AGRADECIMENTOS

À minha mãe Cristina que sempre demonstrou apoio e confiança. Obrigado por ser uma mulher incrível, pelos conselhos, pelo carinho, por todo amor compartilhado e, principalmente, por se manter presente quando eu mais precisava mesmo que à distância.

À minha família, em especial minhas tias Júlia e Maria Izabel que me deram a oportunidade de estudar no Rio de Janeiro. Agradeço por todo amor e carinho, não só ao longo dos últimos anos, como em toda minha vida. Vocês são mulheres incríveis e contribuíram demais para que eu me tornasse a pessoa que sou hoje.

À minha irmã Paula que sempre se mostrou presente demonstrando carinho e apoio.

Aos meus amigos da PUC, em especial aqueles que fiz durante meus tempos na Equipe Reptiles. Agradeço a cada momento compartilhado, pela oportunidade na equipe e por terem tornado toda essa jornada um pouco mais leve, vocês são incríveis.

Aos meus amigos de Minas Gerais, em especial ao Henrique, Vinicius e Vitor que sempre estiveram presente em minha vida tornando os dias mais fáceis.

Aos meus amigos de longa data Rafael Martins e Milena Antunes. Obrigado por todos os conselhos compartilhados, por me ouvir e pela amizade.

À Rebeca, que apesar do pouco tempo em minha vida se demonstrou sempre presente. Obrigado por todos os conselhos, por todo apoio, por sempre me ajudar nos momentos difíceis e nos momentos que eu estava desmotivado. Obrigado por ter me incentivado e me feito chegar até aqui, nada disso seria possível sem você.

Ao meu orientador Ivan Menezes que foi sem dúvida o melhor professor que tive durante meu curso. Você é um exemplo para todos, obrigado por sempre se preocupar com meu aprendizado e de todos os outros alunos que passaram por você. Obrigado pelo conhecimento transmitido e por todo apoio.

Por fim, obrigado a todos aqueles que estiveram presentes em minha vida e pela contribuição, seja indireta ou direta, para o desenvolvimento desse projeto. Vocês todos terão sempre meu carinho.

“Na esperança de alcançar a lua, os  
homens não foram capazes de ver  
que flores brotam a seus pés.”

Albert Schweitzer

## RESUMO

A Otimização Topológica (OT) é uma ferramenta que tem conquistado bastante espaço nas universidades e no mercado devido à sua eficiência na busca de um produto de baixo custo, alta qualidade e alto desempenho. Neste projeto, os conceitos de OT e do método de elementos finitos serão aplicados para a otimização de um cubo de roda desenvolvido para um veículo *off-road* Baja SAE. Estes veículos são criados pelas universidades em todo o mundo e tem como objetivo ser um protótipo competitivo voltado para competições entre elas. Neste contexto, a busca por uma peça com baixo peso, baixo custo e alta eficiência pelas equipes se torna fundamental. Ao longo deste trabalho, será modelado no SolidWorks o cubo de roda a ser otimizado, no qual serão feitas simulações das situações críticas que o veículo e a peça estarão submetidos. A otimização topológica e todas as simulações serão realizadas no *software* ANSYS.

**Palavras chaves:** Otimização Topológica, Cubo de Roda, Baja SAE, Método dos Elementos Finitos.

## **ABSTRACT**

The Topology Optimization (TO) is a tool that has conquered a lot of space in the market due to its efficiency in the search for a low cost, high quality and high-performance product. In this project, the concepts of TO and the finite element method will be applied to the optimization of a wheel hub developed for a Baja SAE off-road vehicle. These vehicles are developed by universities around the world and aim to be a competitive prototype for competitions between colleges. In this context, the search for a part with low weight, low cost, and high efficiency by the teams becomes fundamental. Throughout this work, the wheel hub will be modeled in SolidWorks, in which simulations of the critical situations that the vehicle and the part are subject to will be made. The topology optimization and all simulations will be performed in ANSYS software.

**Keywords:** Topology optimization, wheel hub, Baja SAE, Finite Element Method.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
1.1	Objetivos .....	2
1.2	Caracterização do Cubo de Roda .....	2
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	2
2.1	Noções Gerais .....	2
2.2	Tipos de Suspensão .....	3
2.2.1	Eixo Rígido .....	3
2.2.2	Eixo Independente .....	4
2.3	Ângulo de Cambagem (Camber) .....	5
2.4	Toe .....	6
2.5	Kingpin Inclination (KPI) .....	7
2.6	Scrub Radius .....	8
2.7	Cáster .....	9
2.8	Split Angle .....	9
3	ESTUDO DE CASO .....	11
3.1	Dinâmica Veicular .....	11
3.1.1	Transferência de Carga Longitudinal .....	11
3.1.2	Transferência de Carga Lateral .....	12
3.1.3	Frenagem .....	13
4	ESCOLHA DO MATERIAL .....	13
5	OTIMIZAÇÃO .....	14
5.1	A Otimização Topológica (OT) .....	14
5.2	Escolha da Malha .....	15
6	SIMULAÇÕES .....	17
6.1	Frenagem .....	17
6.2	Queda Lateral de Um Metro e Meio .....	20
6.3	Curva Crítica .....	22
7	RESULTADO .....	25
8	CONCLUSÃO .....	29
9	REFERÊNCIAS .....	31
	APÊNDICE A - Cálculo do torque de frenagem dianteira .....	32
	APÊNDICE B - Cálculo da queda de um metro e meio .....	33
	APÊNDICE C - Força em Curva .....	33

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Montagem do Cubo de Roda (G. MICHAEL) - .....	[3] 1
Figura 2 – Cubo de roda original .....	2
Figura 3 – Protótipo atual da Equipe Reptiles (Instagram Equipe Reptiles) .....	3
Figura 4 – Four Link (a), Hotchkiss (b) e De Dion (c) (Adaptado de GILLESPIE) .....	4
Figura 5 – Trailing Arm (a), Swing Axle (b), Semi-Trailing Arm (c), MacPherson (d) (Adaptado de GILLESPIE) .....	5
Figura 6 – Suspensão Duplo-A ou Double Wishbone (GILLESPIE) .....	5
Figura 7 – Ângulo de Camber (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA) .....	6
Figura 8 – Toe (MERLING) .....	6
Figura 9 – Kingpin Inclination (KPI) (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA) .....	7
Figura 10 – Combinação entre os ângulos de cambagem e KPI (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA) .....	8
Figura 11 – Raio de Deslizamento ou Scrub Radius (MERLING) .....	8
Figura 12 – Ângulo de Cáster (INGO PNEUS) .....	9
Figura 13 – Trajetória do veículo em curva “1” neutro, “2” sobresterçante, “3” subesterçante (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA) .....	10
Figura 14 – Representação do Split Angle em velocidades baixas (GILLESPIE) .....	10
Figura 15 – Representação do Split Angle em velocidades altas (GILLESPIE) .. .....	10
Figura 16 – Imagem representativa da transferência de carga longitudinal durante frenagem (Adaptado de Blog Coisa de Engenheiro) .....	11
Figura 17 – Representação das transferências de carga (CANALE; GUTIERRÉZ) .....	12
Figura 18 – Representação da Otimização Topológica (SILVA) .....	15
Figura 19 – Representação dos Nós e Malhas (BLOG ESSS) .....	15
Figura 20 – Malha padrão gerada pelo ANSYS .....	16
Figura 21 – Convergência de Malha .....	17
Figura 22 – Condição de contorno aplicada para simulação de frenagem .....	18
Figura 23 – Configuração do momento de frenagem no ANSYS (1) .....	18
Figura 24 – Configuração do momento de frenagem no ANSYS (2) .....	19

Figura 25 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de Frenagem (1)	19
Figura 26 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de Frenagem (2)	20
Figura 27 – Condição de contorno aplicada para simulação de queda (1)	20
Figura 28 – Condição de contorno aplicada para simulação de queda (2)	21
Figura 29 – Aplicação da força remota nos pontos de fixação do cubo de roda com a roda	21
Figura 30 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de Queda (1)	22
Figura 31 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de Queda (2)	22
Figura 32 – Diagrama da força lateral	23
Figura 33 – Condições de contorno aplicadas – Teste de curva crítica (1)	23
Figura 34 – Condições de contorno aplicadas – Teste de curva crítica (2)	24
Figura 35 – Força aplicada para simulação de curva crítica	24
Figura 36 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de curva crítica (1)	25
Figura 37 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de curva crítica (1)	25
Figura 38 – Configuração das simulações no ANSYS	26
Figura 39 – Resultado da otimização topológica (1)	26
Figura 40 – Resultado da otimização topológica (2)	27
Figura 41 – Vista frontal da peça otimizada	27
Figura 42 – Vista lateral da peça otimizada	27
Figura 43 – Vista traseira da peça otimizada	27
Figura 44 – Teste de queda de 1,5 m na peça otimizada	28
Figura 45 – Teste de frenagem na peça otimizada	28
Figura 46 – Teste de curva crítica na peça otimizada	29

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedade dos Materiais	22
Tabela 2 – Resultado da simulação na peça otimizada	38

## LISTA DE SÍMBOLOS

$W$	– Massa do Veículo
$a_d$	– Desaceleração (g)
$\mu$	– Coeficiente de atrito
$h_{C.G.}$	– Altura do C.G. (m)
$L$	– Distância entre eixos (m)
$\gamma$	– Altura do C.G. / Distância entre eixos
$v'$	– Distribuição de Peso
$D_R$	– Diâmetro da roda (m)
$F_{cp}$	– Força Centrípeta (N)
$l_p$	– Largura da pista (m)
$r$	– Raio da curva (m)
$F_l$	– Força lateral (N)
$F_3$ e $F_4$	– Forças atuantes no cubo de roda (N)
$a$	– Aceleração ( $m/s^2$ )
$g$	– Aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )
$v$	– Velocidade final (m/s)
$u$	– Velocidade inicial (m/s)
$s$	– Altura (m)
$s'$	– Distância entre os parafusos do cubo de roda (m)
$t$	– Tempo (s)
$F_{zF_{dyn}}$	– Força de frenagem dianteira (N)
$P_{zP_{dyn}}$	– Peso dinâmico dianteiro (N)
$\sigma_{z\sigma_{dyn}}$	– Torque de frenagem dianteiro (Nm)

## 1 INTRODUÇÃO

O projeto Baja SAE, originado nos Estados Unidos em 1976, visa engajar e desafiar os alunos, não só de engenharia como de outros cursos, a estruturar uma equipe para o desenvolvimento de um carro *off-road*, a ser utilizado em competições. O projeto visa, dentre outras coisas, fazer com que os envolvidos apliquem os conhecimentos adquiridos em sala de aula na prática, permitindo, então, que se formem engenheiros mais capacitados para o mercado de trabalho. No Brasil, a competição chegou em 1995 e hoje conta com mais de 70 equipes em todo o país. Durante as competições, o veículo é submetido aos mais diversos desafios, dentre eles teste de frenagem, tração, aceleração, dirigibilidade e obstáculos.

A equipe Reptiles, representante da PUC-Rio, surgiu em 2009 e se mantém em constante evolução. Dentre os principais desafios e objetivos da equipe temos a meta de tornar o protótipo mais leve, rápido e ágil. Para tanto, surgiu a ideia de otimizar o Cubo de Roda, tornando-o mais leve e mantendo sua eficiência. O Cubo de Roda é um componente do veículo que conecta a roda aos demais componentes da suspensão, mantendo a roda livre para rotação. A peça em estudo se encontra localizada entre o disco de freio e a carcaça do eixo de suspensão, como apresentado na Figura 1.

Para atingir o objetivo, propõe-se a metodologia de Otimização Topológica (OT), que consiste na otimização estrutural que redistribui o material para determinadas condições de contorno, visando a minimização do seu volume e a maximização da sua rigidez. Para garantir a confiabilidade dos resultados obtidos serão realizadas simulações na peça otimizada.

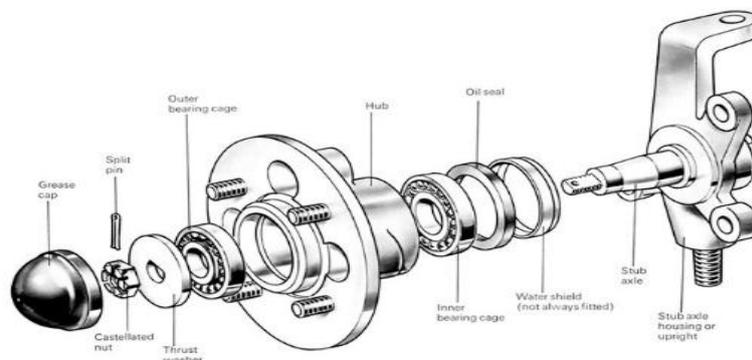


Figura 1 – Montagem do Cubo de Roda (G. MICHAEL) - [3]

## 1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentado o desenvolvimento do projeto de otimização de um Cubo de Roda projeto para o veículo do tipo Mini-Baja *off-road* da equipe Reptiles da PUC-Rio. O projeto propõe a minimização do volume e a maximização da rigidez. Além disso, o projeto procura a segurança e alto desempenho do veículo. Todo estudo e desenvolvimento será realizado utilizando os *softwares* comerciais *ANSYS* e *Solidworks*.

## 1.2 Caracterização do Cubo de Roda

O componente utilizado no estudo de caso da aplicação da OT foi o Cubo de Roda. Na figura 2 está representado o modelo tridimensional do cubo de roda atual da equipe, o qual foi projetado utilizando o *Solidworks*.

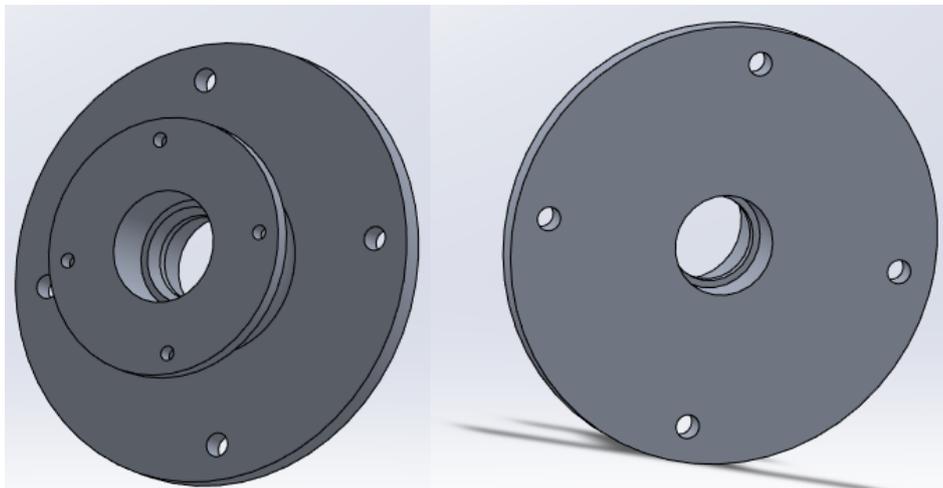


Figura 2 – Cubo de roda original

Atualmente peça se encontra com massa elevada devido sua geometria não otimizada.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste tópico serão apresentados os principais conceitos e noções do funcionamento da suspensão veicular, os quais devem ser levados em consideração para efetuar o projeto do Cubo de Roda.

### 2.1 Noções Gerais

A suspensão de um veículo tem como principal objetivo estabelecer a conexão entre as rodas e o chassi, garantindo sua sustentação (FONSECA, 2021). Além disso, segundo Gillespie (1992), a suspensão deve:

- Promover elasticidade vertical que possibilite as rodas acompanharem os calçamentos desnivelados e mantê-las no sentido adequado em relação à superfície do calçamento;
- Reagir e resistir às forças de controle a que está submetida como: força de frenagem, forças laterais (curvas), aceleração, impactos ocasionais;
- Manter o pneu em contato com o solo com o mínimo de variação nas cargas.

No protótipo atual da equipe Reptiles (Figura 3) a suspensão dianteira é do tipo Duplo A, composta por dois braços sobrepostos fixados à manga do veículo. Os principais componentes da suspensão do veículo são: Amortecedor, Manga, Cubo de Roda, Roda, Pneu e Braços de Suspensão.

Para compreender melhor o funcionamento da suspensão de um veículo, alguns conceitos e ângulos devem ser estudados. Além disso, o estudo nos permitirá compreender como diferentes configurações de suspensão influenciam no desempenho do veículo e no conforto do motorista. Outro ponto importante a ser estudado é como essas configurações impactam no cubo de roda, definindo quando este está sujeito a situações críticas.



Figura 3 – Protótipo atual da Equipe Reptiles (Instagram Equipe Reptiles)

## 2.2 Tipos de Suspensão

### 2.2.1 Eixo Rígido

As suspensões do tipo eixo rígido são montadas sobre um mesmo eixo, de forma que qualquer movimento em uma roda seja transmitido para a outra (GILLESPIE, 1992).

As suspensões de eixo rígido são muito encontradas em caminhões e outros veículos de transporte de carga (MERLING, 2007). Ainda segundo o autor, suspensões de eixo rígido são muito pouco eficientes para veículos de passeio ou competição, pois, dentre os motivos citados, tem-se a influência de uma roda sob a outra, a limitação no projeto das bandejas de suspensão e o considerável aumento de massa, visto que essas são muito mais robustas.

Os principais tipos de suspensão de eixo rígido são: *Hotchkiss*, *Four Link* e *De Dion*, as quais são representadas na Figura 4 (GILLESPIE, 1992).

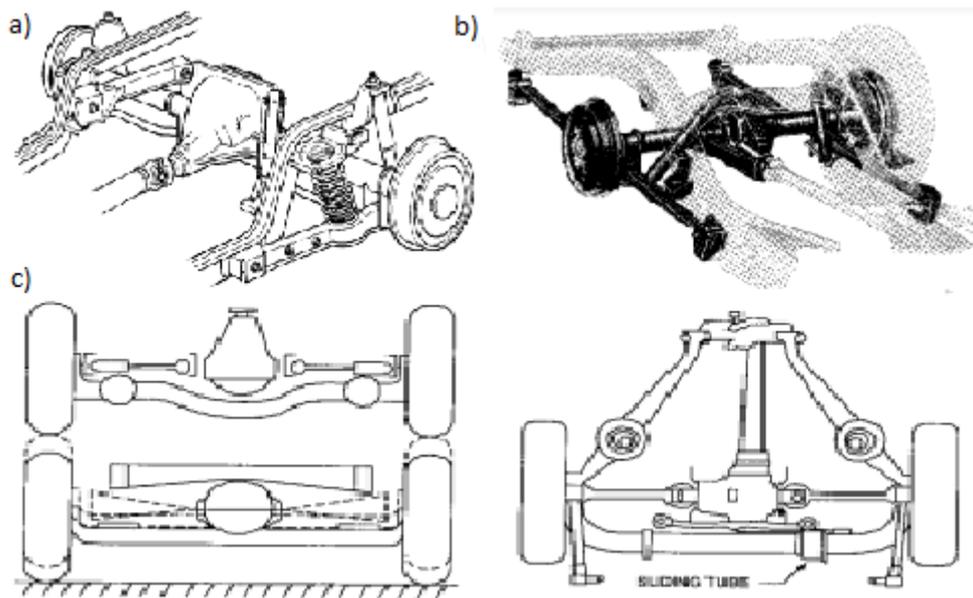


Figura 4 – Four Link (a), Hotchkiss (b) e De Dion (c) (Adaptado de GILLESPIE)

### 2.2.2 Eixo Independente

O tipo de suspensão de eixo rígido se diferencia da suspensão de eixo independente pelo fato de que, nessa última, o projeto é feito de modo que o movimento em uma roda não impacte no movimento da outra (MERLING, 2007).

Os principais tipos de suspensão independente, segundo GILLESPIE, são: *Trailing Arm*, *MacPherson Trut*, *Semi-Trailing Arm*, *Swing Axle* e *Double Wishbone* ou Duplo-A, as quais se encontram na Figura 5.

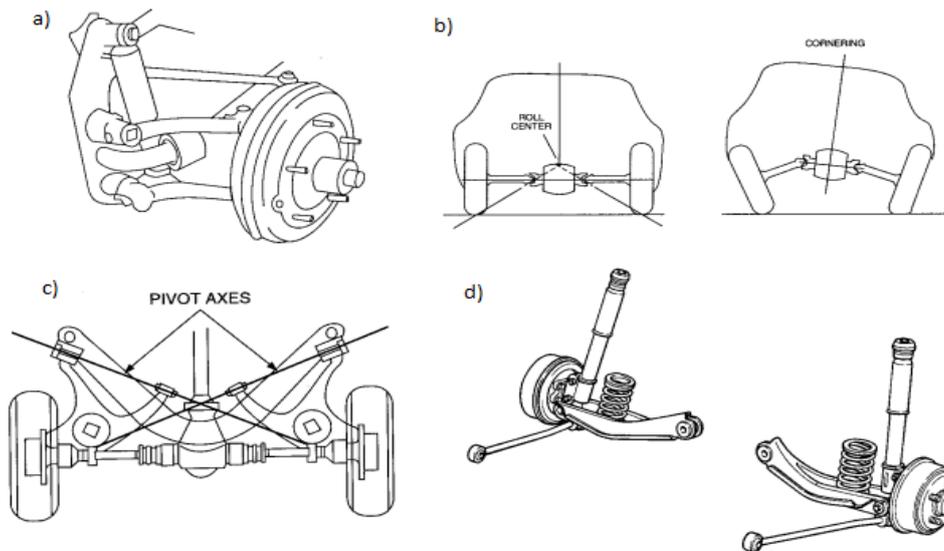


Figura 5 – Trailing Arm (a), Swing Axle (b), Semi-Trailing Arm (c), MacPherson (d) (Adaptado de GILLESPIE)

Nesse projeto, projetaremos um cubo de roda para uma suspensão do tipo Duplo-A ou Double Wishbone (Figura 6), a qual é atualmente utilizada no projeto da equipe. Essa suspensão foi escolhida por ser fácil de ser fabricada, leve, de fácil manutenção e baixo custo.

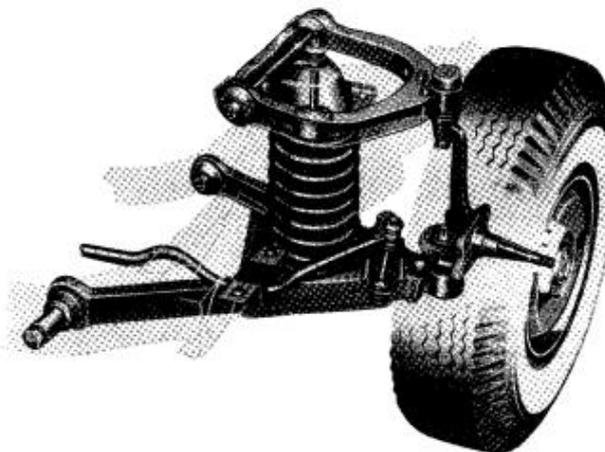


Figura 6 – Suspensão Duplo-A ou Double Wishbone (GILLESPIE)

A suspensão do tipo Duplo-A é muito utilizada em casos em que se deseja, principalmente, ter total controle sobre os ângulos característicos da suspensão do veículo, como camber e toe (MERLING, 2007).

### 2.3 Ângulo de Cambagem (Camber)

O ângulo de camber (Figura 7) é o ângulo que a roda faz com o eixo vertical perpendicular ao solo em que passa o centro da roda. Este ângulo

pode ser positivo, que é quando a inclinação aponta para fora do veículo, negativo que é quando a roda aponta para dentro do veículo e neutro, que é quando está alinhado com o eixo vertical, citado anteriormente.

O fundamento da utilização do camber é fazer com que o veículo mantenha a maior área possível da banda de rodagem do pneu em contato com o solo, evitando, dessa forma, desgastes não-uniformes e aumentando a aderência pneu-solo, garantindo um melhor desempenho da frenagem e aceleração do veículo (MERLING, 2007). Além disso, a cambagem neutra permite que o pneu faça uma maior absorção de forças laterais em curvas (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA, 2012).

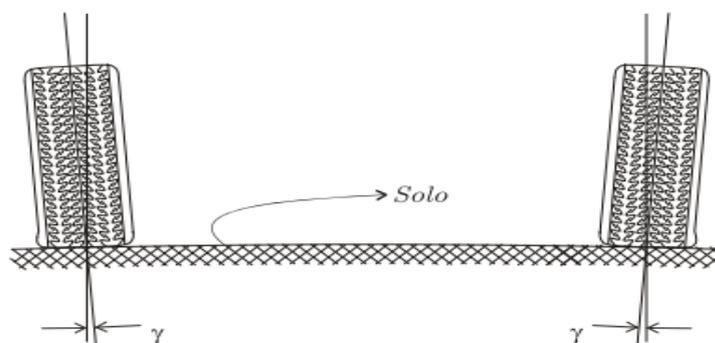


Figura 7 – Ângulo de Camber (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA)

## 2.4 Toe

A vista superior de um veículo, mostrada na Figura 8, permite observar como o ângulo toe se comporta. Quando as rodas se encontram mais afastadas na frente, temos a posição divergente (toe out) e; quando afastadas atrás, temos o ângulo convergente (toe in) (MERLING, 2007).

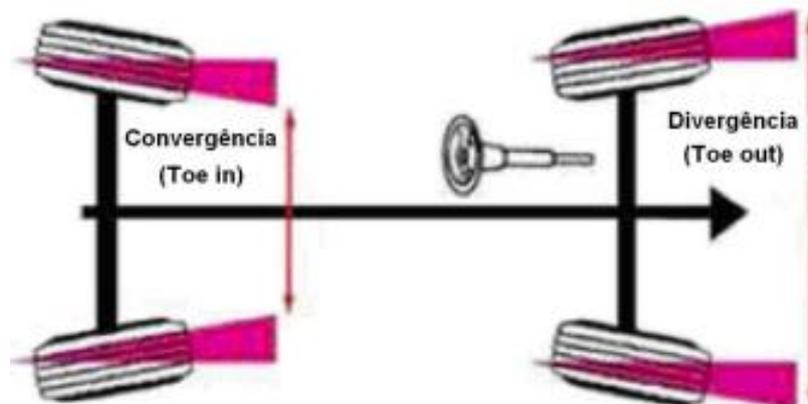


Figura 8 – Toe (MERLING)

O ângulo de toe pode ser configurado de maneira vantajosa, por exemplo, utilizando-se toe in para obter maior estabilidade em linha reta ou toe out para facilitar a entrada do veículo em curvas.

Apesar dessas vantagens, o ângulo de toe quando configurado de diferentes formas pode causar desgaste nas bandas dos pneus e, por isso, é recomendado que o ângulo de toe seja de grau zero, que é onde ocorre o menor desgaste dos pneus (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA, 2012).

## 2.5 Kingpin Inclination (KPI)

O ângulo de inclinação do *pino mestre*, ou *KPI*, é o ângulo formado entre o eixo da direção e uma linha perpendicular ao solo. É possível visualizar o ângulo na vista frontal do veículo através de uma reta passando entre o ponto de fixação entre a bandeja de suspensão e a manga, conforme ilustrado na Figura 9.

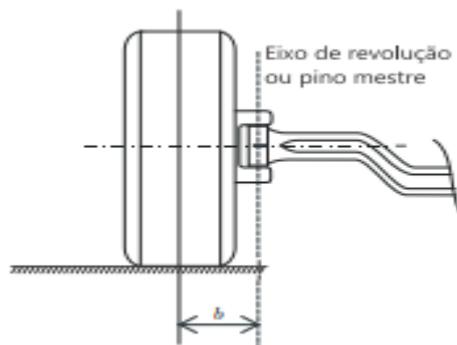


Figura 9 – Kingpin Inclination (KPI) (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA)

A inclinação do *pino mestre*, ilustrada na Figura 10, permite tornar o braço de alavanca menor na roda, ocasionando a diminuição do esforço sobre o volante. Sendo assim, uma combinação maior entre os ângulos de cambagem e *KPI* podem ser utilizadas visando a redução de impactos nas rodas e, conseqüentemente, permitindo uma melhor dirigibilidade do veículo (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA, 2012).

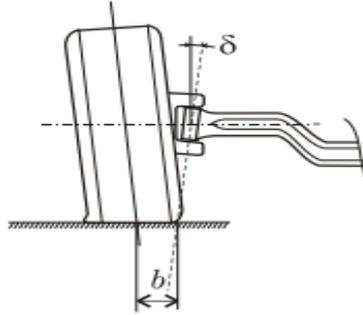


Figura 10 – Combinação entre os ângulos de cambagem e KPI (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA)

## 2.6 Scrub Radius

O *raio de deslizamento* ou *scrub radius* é visto, também, através do plano frontal. O *raio de deslizamento* é obtido por meio da distância entre a linha que estabelece o ponto de contato entre a inclinação do pino mestre e o solo com a linha do centro da roda, conforme ilustrado na Figura 11.

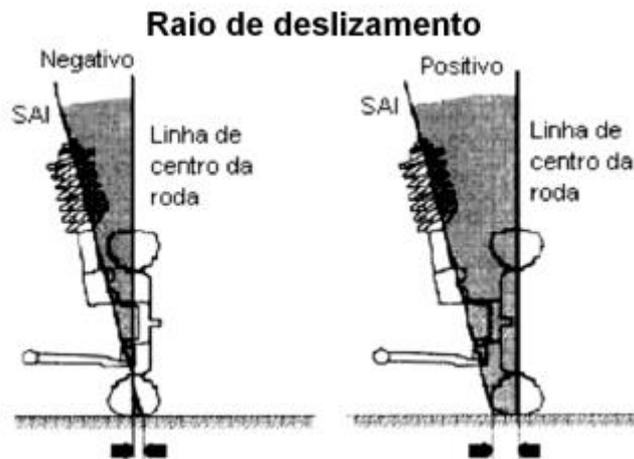


Figura 11 – Raio de Deslizamento ou Scrub Radius (MERLING)

Segundo Merling, a utilização do *raio de deslizamento* nulo pode provocar a instabilidade no veículo enquanto executa curvas. Ainda segundo o autor, com um raio pequeno, o esforço sob manobras com o veículo parado será maior, entretanto o motorista sentirá menos as reações da força de frenagem quando o veículo estiver em movimento.

Um cuidado que deve ser tomado ao configurar-se o *raio de deslizamento* é, pois, quanto menor o valor deste, maior será a perda de sensibilidade por parte do piloto em relação a pista, podendo prejudicar a realização de curvas (FERNANDES; OLIVEIRA; JUNIOR, 2005).

## 2.7 Cáster

O ângulo de *cáster* é perceptível da parte lateral do veículo e é medido a partir do ângulo estabelecido entre eixo vertical que passa pelo centro da roda em relação à linha do eixo de giro de roda, conforme ilustrado na Figura 12.

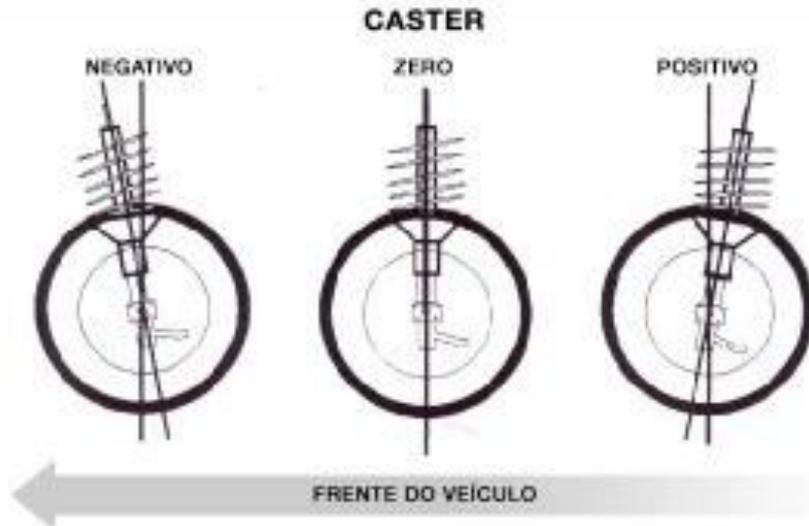


Figura 12 – Ângulo de Cáster (INGO PNEUS)

Segundo Merling, a principal função do *cáster* é possibilitar a estabilidade da direção do veículo. O ângulo de *cáster*, em conjunto com o ângulo de *KPI*, é responsável pelo retorno da direção à posição de linha reta após o veículo executar curvas ou quando a roda está esterçada e o volante é solto. Em seu estudo, o autor aponta que, devido às influências do ângulo de *camber* no *cáster*, a configuração que permite melhor estabilidade do veículo é quando temos o *cáster* positivo.

## 2.8 Split Angle

Durante a realização de uma curva, o veículo está sujeito a forças laterais que geram escorregamento do veículo e, conseqüentemente, uma deflexão na sua trajetória. A diferença entre a trajetória inicial e a nova é definida como subesterçante ou sobreesterçante (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA, 2012). O comportamento de um veículo durante a curva pode ser visualizado na Figura 13.

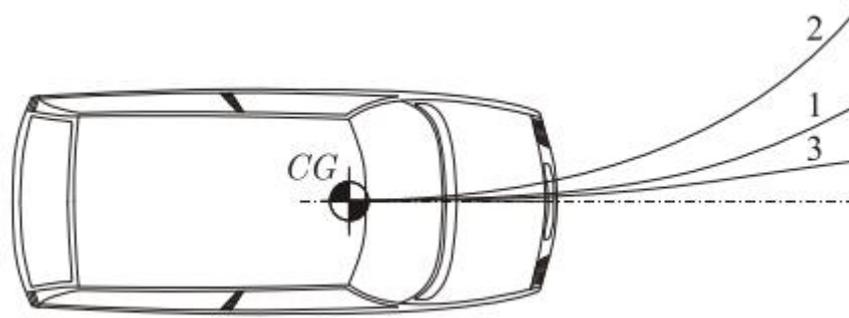


Figura 13 – Trajetória do veículo em curva “1” neutro, “2” sobresterçante, “3” subesterçante (NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA)

Gillespie define que o *Split Angle* é positivo quando o veículo se encontra em baixas velocidades e, portanto, seguindo a trajetória de sobresterçamento, e positivo negativo quando o veículo se encontra em altas velocidades e, portanto, seguindo a trajetória de subesterçamento. Os *Split Angles* positivo e negativo estão representados nas Figuras 14 e 15, respectivamente.

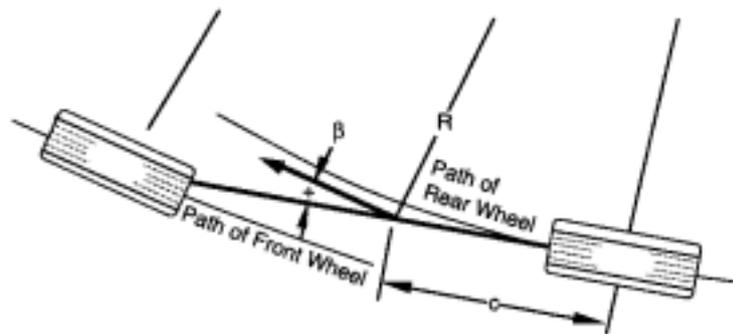


Figura 14 – Representação do Split Angle em velocidades baixas (GILLESPIE)

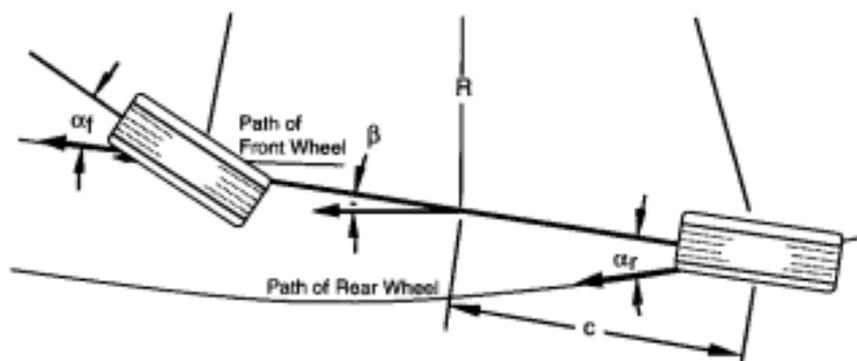


Figura 15 – Representação do Split Angle em velocidades altas (GILLESPIE)

### 3 ESTUDO DE CASO

#### 3.1 Dinâmica Veicular

Neste tópico serão apresentados os esforços que um veículo está submetido durante a aceleração e frenagem (transferência de carga longitudinal); os esforços que está sujeito enquanto realiza uma curva (transferência de carga lateral); e os esforços da frenagem.

##### 3.1.1 Transferência de Carga Longitudinal

A transferência de carga longitudinal (Figura 16) é a redistribuição do peso do veículo quando este se encontra em situação de aceleração longitudinal ou desaceleração em frenagem. A transferência de carga durante a aceleração e frenagem é determinada a partir da razão entre a altura do centro de gravidade pela distância entre eixos, conforme mostrado na equação (3-1). Essa proporção é muito importante na determinação do torque de frenagem do veículo.

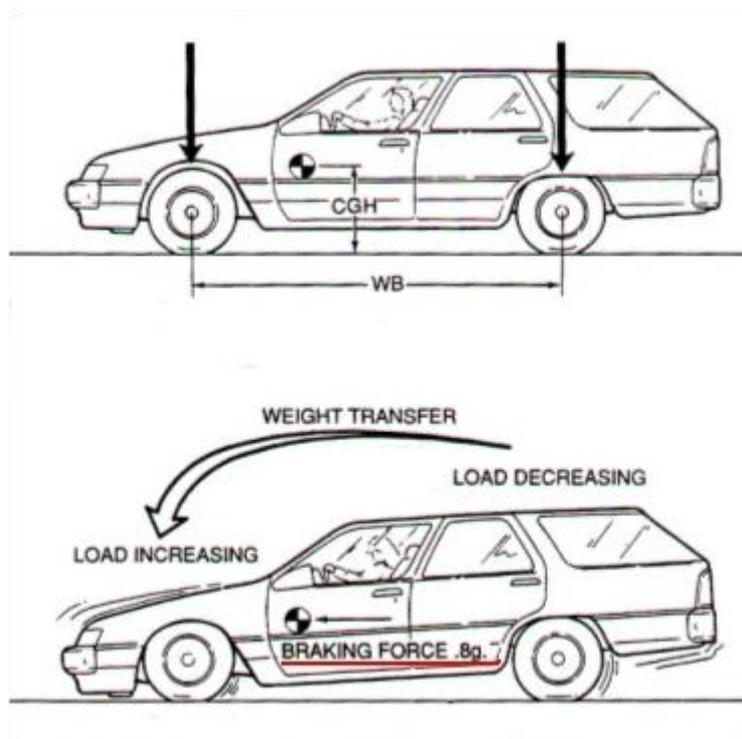


Figura 16 – Imagem representativa da transferência de carga longitudinal durante frenagem  
(Adaptado de Blog Coisa de Engenheiro)

$$\Delta W_x = \frac{W \times A_x \times h_{c.g.}}{l} \quad (3-1)$$

### 3.1.2 Transferência de Carga Lateral

A transferência de carga lateral (Figura 17) acontece quando o veículo está sujeito a um deslocamento de carga da roda interna para a roda externa da curva, e é proveniente de quatro diferenças distintas NICOLLAZI; LEAL; DA ROSA, 2012):

1. Momento no eixo considerado devido à força centrífuga das massas suspensas;
2. Momento devido à parcela dessa força centrífuga agindo no centro de rolamento do eixo;
3. Momento devido ao estabilizador existente no eixo;
4. Momento devido à força centrífuga das massas não suspensas desse eixo.

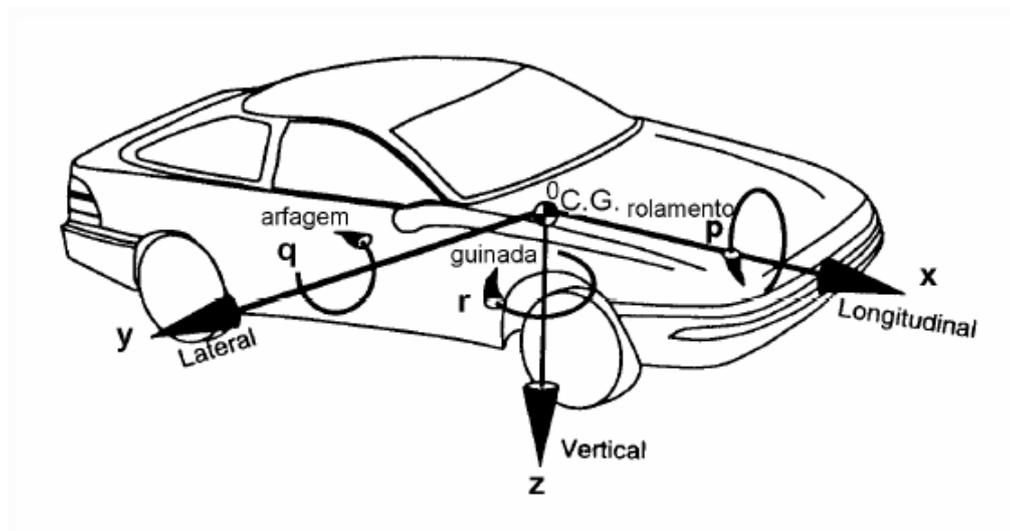


Figura 17 – Representação das transferências de carga (CANALE; GUTIERREZ)

No artigo divulgado pelo *Brazilian Journal of Development* [13], as equações que determinam a transferência de carga lateral dianteira (3-2) e traseira (3-3) são influenciadas pelo centro de rolagem ( $z_F$  e  $z_R$ ), o peso ( $W$ ), as rigidezes ( $K_F$  e  $K_R$ ) do veículo e as dimensões da distância entre eixos dianteira e traseira ( $t_F$  e  $t_R$ ), respectivamente, ou seja:

$$\frac{\Delta W_F}{A_y} = \frac{W}{t_F} \left( \frac{h_{C.G.} \times K_F}{K_F + K_R} + \frac{b}{l} z_F \right) \quad (3-2)$$

$$\frac{\Delta W_R}{A_y} = \frac{W}{t_R} \left( \frac{h_{C.G.} \times K_R}{K_F + K_R} + \frac{a}{l} z_R \right) \quad (3-3)$$

### 3.1.3 Frenagem

O sistema de freio do veículo atual da equipe Reptiles é hidráulico a disco. A força de frenagem se dá a partir do momento em que o piloto pressiona o pedal de freio. Esse pedal é configurado de forma que proporcione uma alavanca, chamada de *pedal ratio*, na proporção 1:6,5. Uma vez acionado, ele pressiona o cilindro mestre e, então, o fluido de freio, levando uma força na forma de pressão até a pinça. Quando essa pressão chega na pinça, ela é acionada comprimindo o disco de freio – que fica preso no cubo de roda – e então provoca um torque contrário à rotação da roda, freando o veículo.

## 4 ESCOLHA DO MATERIAL

A escolha do material é de extrema importância para um projeto mecânico. O material deve atender todas as necessidades e condições do projeto. Dentre os principais materiais disponíveis no mercado, temos ligas de aço, alumínio, titânio e fibra de carbono. Estes dois últimos não serão levados em consideração para o estudo devido ao seu alto custo no mercado e difícil usinagem. Os materiais considerados para o estudo são: AL 7075 T6 e AÇO SAE 4340, suas propriedades se encontram na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedade dos Materiais

Propriedade	SAE 4340	AL 7075 T6
Densidade	7,85 g/cm <sup>3</sup>	2,81 g/cm <sup>3</sup>
Módulo Elástico	210 GPa	71,7 GPa
Coefficiente de Poisson	0,30	0,33
Resistência à Tração	745 MPa	570 MPa
Limite de Escoamento	470 MPa	505 MPa
<b>Relação entre força e peso</b>	<b>94,9 MPa*cm<sup>3</sup>/g</b>	<b>202,84 MPa*cm<sup>3</sup>/g</b>

Apesar de ser mais difícil de usinar e ter um custo mais alto, o AL 7075 T6 já é utilizado atualmente pela equipe e atende todas as necessidades: baixo peso e alta resistência à tração. Se comparando o aço SAE 4340 com o AL 7075 T6, observamos – conforme a Tabela 1 - que o alumínio apresenta uma relação entre força e peso muito maior do que o aço. Diante disso, utilizaremos para este estudo o AL 7075 T6 como material.

## 5 OTIMIZAÇÃO

Historicamente falando, a ideia de otimização surgiu em 1872, onde temos Maxwell como o primeiro cientista a aplicar o conceito (Rozvany, G., Bendsøe, M.P., Kirsch, U., 1995). Naquela época o que mais existiam eram construções civis e, enquanto a maior parte dos engenheiros se preocupavam em desenvolver modelos para calcular com precisão as tensões mecânicas em uma determinada configuração de ponte para verificar o risco de falha, Maxwell optou por desenvolver um projeto onde a ponte utilizasse a menor quantidade de material possível de forma que não falhasse logicamente (SILVA, 2009).

Com o decorrer dos anos, novos cientistas foram se interessando em desenvolver o tema e hoje existem diversos tipos de otimização os quais fazem parte de diversos mercados de engenharia como mecânica, civil e naval.

### 5.1 A Otimização Topológica (OT)

Para este estudo, optaremos por utilizar a otimização topológica (OT), a qual surgiu na década de 80 nos EUA e Europa com a publicação do artigo "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method" pelos autores Martin P. Bendsøe e Noboru Kikuchi em 1988 (SILVA, 2009).

Resumidamente falando, o procedimento para realização da OT começa pela definição do domínio no qual a estrutura pode existir. Esse domínio deve ser limitado pelas suas condições de contorno e pelos pontos de aplicação de carga. Um outro exemplo de restrição que pode existir está relacionado ao espaço (SILVA, 2009). Posteriormente, deve ser interpretado o resultado obtido gerando uma peça otimizada e suavizada. Este resultado deve ser novamente simulado nas mesmas condições iniciais para que seja possível validar o projeto. Maiores detalhes sobre as técnicas de otimização topológica podem ser encontrados nas referências [17] e [18]. A Figura 18 ilustra as principais etapas de otimização topológica.

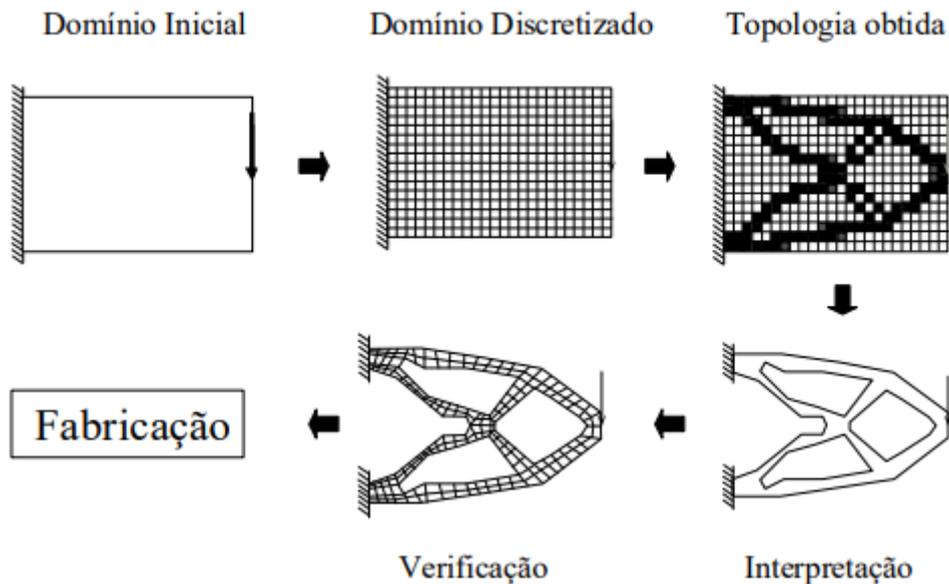


Figura 18 – Representação da Otimização Topológica (SILVA)

## 5.2 Escolha da Malha

A otimização topológica deste projeto será feita utilizando o *software* ANSYS, o qual trabalha utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF). O funcionamento o MEF consiste, resumidamente, na divisão de uma peça sólida em pequenas partes, denominadas de elementos, permitindo o sistema resolver um problema complexo subdividindo-o em problemas mais simples.

Os elementos finitos são conectados entre si por pontos, denominados de nós. Ao conjunto dos nós com os elementos citados no parágrafo anterior é denominado malha, como mostrado na Figura 19.

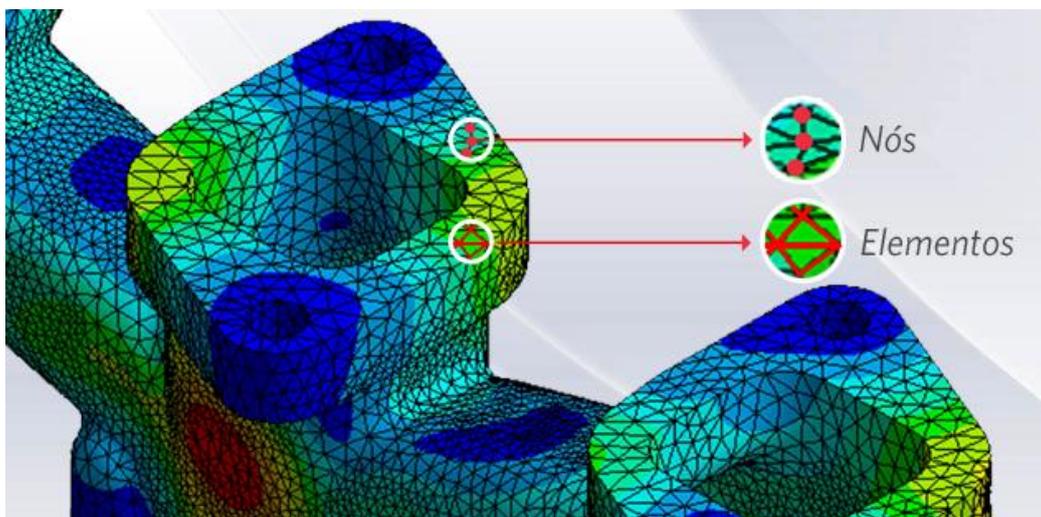


Figura 19 – Representação dos Nós e Malhas (BLOG ESSS)

A malha inicial, gerada automaticamente pelo ANSYS (Figura 20), não é capaz de representar completamente o modelo físico da peça e, por tanto, precisa ser verificada. A escolha de uma boa malha é fundamental para atingir um bom resultado na OT. Para este projeto, opta-se pelo teste de convergência de malha, o qual tem como principal objetivo avaliar o refinamento realizado no componente – cubo de roda – trazendo um resultado mais consistente com a realidade. A metodologia analisa a convergência entre o deslocamento de um ponto da peça – a qual é resultado das forças atuantes e determinada pelo ANSYS – com a quantidade ou densidade de malha na mesma.

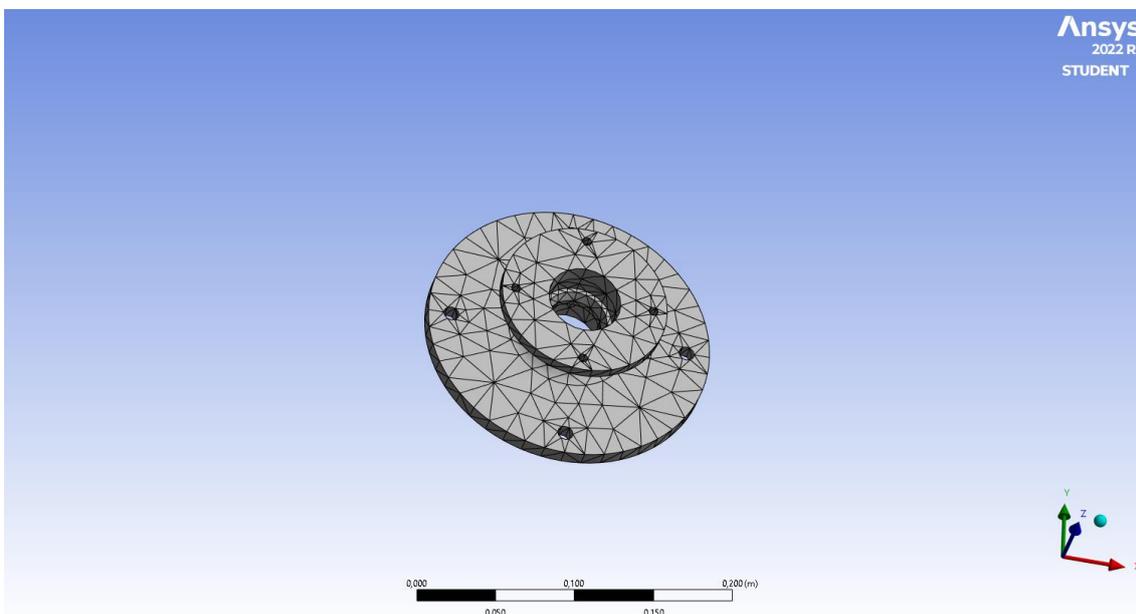


Figura 20 – Malha padrão gerada pelo ANSYS

Para que fosse possível gerar o gráfico de convergência de malha, a peça foi simulada 6 vezes com as mesmas condições de contorno e diferentes refinamentos de malha. Foram registrados no Excel os resultados do deslocamento (considerando um ponto fixo da peça) e número de elementos na dela, como já dito anteriormente, são calculados e fornecidos pelo ANSYS. Com os valores obtidos foi possível gerar o gráfico abaixo (Figura 21), utilizando o *Microsoft Excel*.

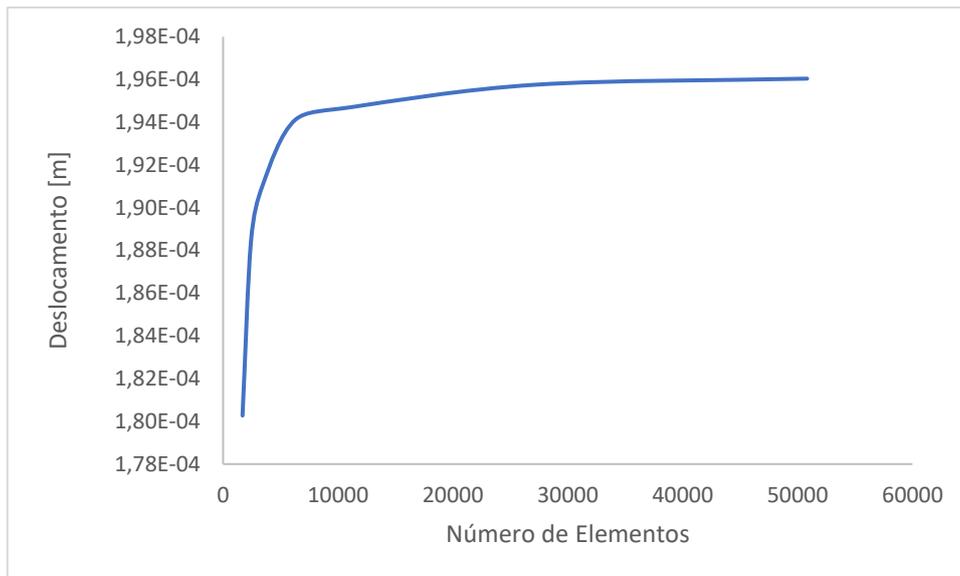


Figura 21 – Convergência de Malha

Por limitação da versão utilizada no *software ANSYS - Student Version* - não foi possível simular a peça com um número maior de elementos. Sendo assim, fica definido que a configuração de malha ideal para simulação é onde o gráfico apresenta convergência, ou seja, 50830 elementos com aproximadamente 3 mm de comprimento cada um.

## 6 SIMULAÇÕES

Para o estudo desse projeto, três situações críticas – onde o cubo de roda está sujeito à maior força – serão estudadas e analisadas: frenagem, queda de um metro e meio e curva crítica. A explicação de cada uma delas se desenvolverá nos próximos tópicos.

### 6.1 Frenagem

Todos os parâmetros necessários para calcular o torque de frenagem foram obtidos a partir de registros das simulações realizadas no passado pela equipe Reptiles. Nas condições definidas, o torque de frenagem obtido foi de 375,92Nm (calculado no Apêndice-A).

O primeiro passo para realizar a simulação de frenagem foi definir as condições de contorno na peça e configurá-las no *software ANSYS*. Durante a frenagem máxima a pinça deve estar travada, sem movimento, assim como a roda. Dessa forma, foi configurado no *ANSYS* a fixação – eixos x, y e z - dos pontos onde está preso o disco de freio, conforme a Figura 22.

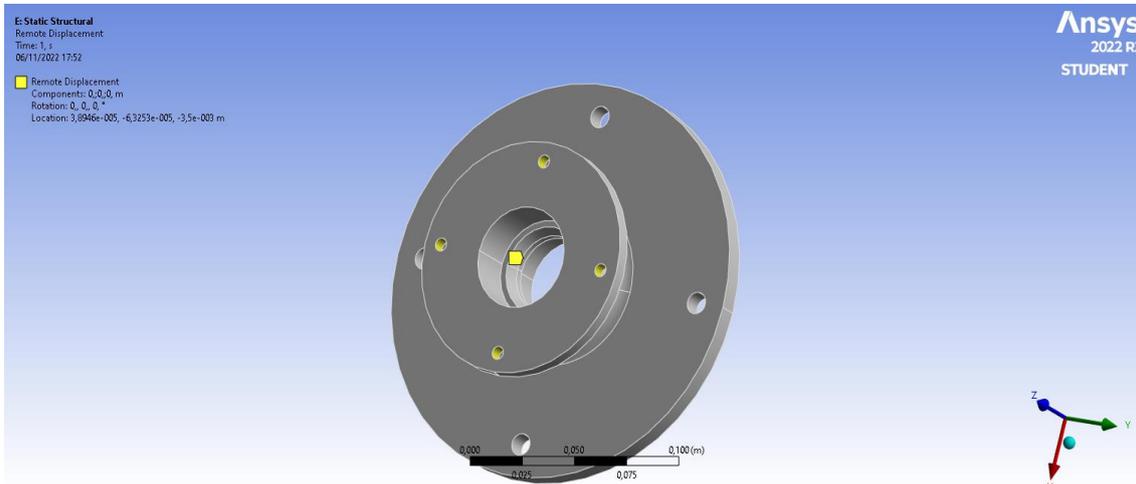


Figura 22 – Condição de contorno aplicada para simulação de frenagem  
Posteriormente foi aplicado a força de frenagem nos pontos de fixação do cubo de roda com a roda, conforme as Figuras 23 e 24.

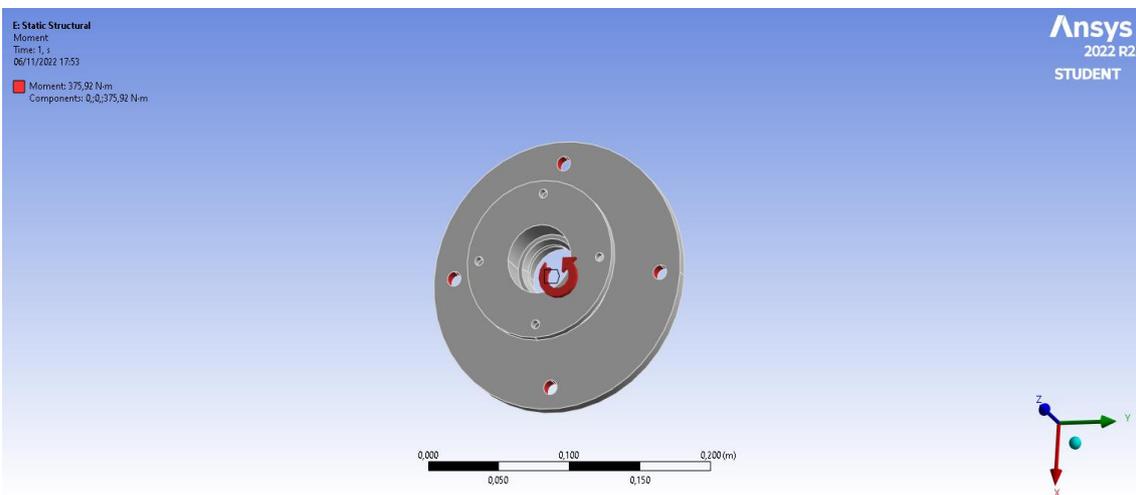


Figura 23 – Configuração do momento de frenagem no ANSYS (1)

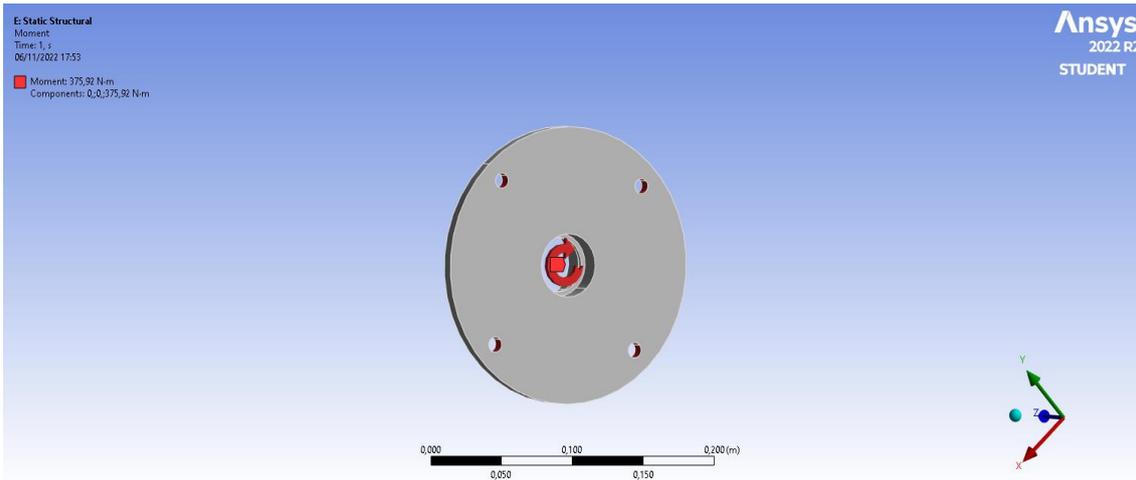


Figura 24 – Configuração do momento de frenagem no ANSYS (2)

Os resultados encontrados a partir da simulação podem ser visualizados nas Figuras 25 e 26. O software foi configurado para calcular a tensão equivalente pelo critério de *von Mises*. A tensão máxima calculada pelo software foi  $3,39\text{E}+7$  Pa, sendo assim a peça é capaz de suportar com tranquilidade a situação de frenagem.

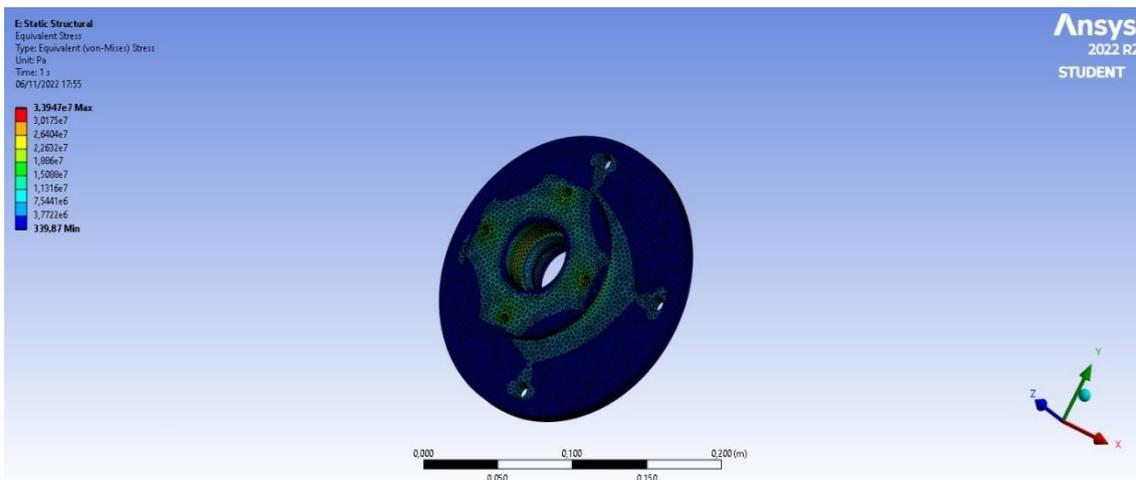


Figura 25 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de Frenagem (1)

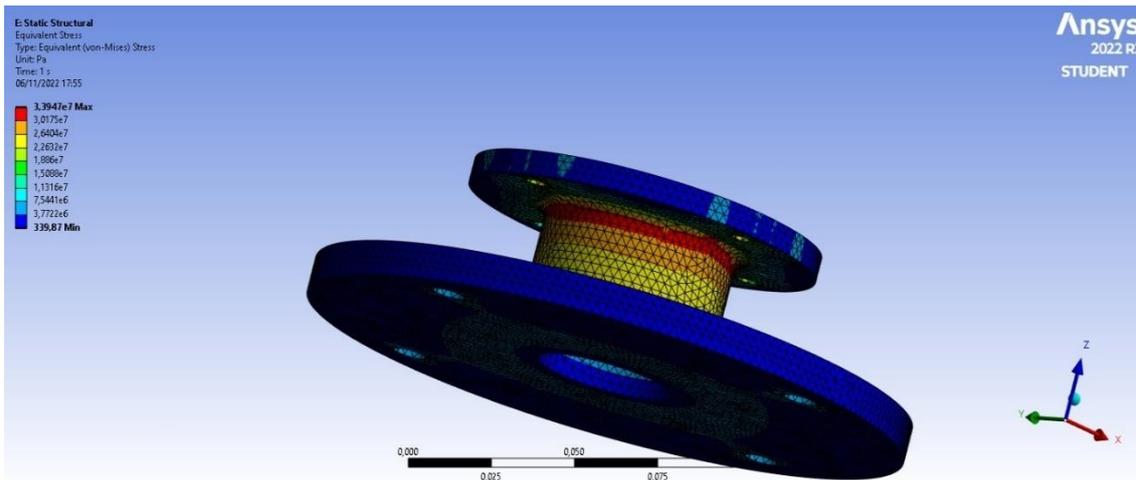


Figura 26 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de Frenagem (2)

## 6.2 Queda Lateral de Um Metro e Meio

Durante as competições que a equipe Reptiles participa, o veículo é imposto aos mais variados desafios. Em algumas provas existe o risco de queda de uma rampa ou até mesmo queda em uma cova que se encontra no percurso. Diante disso, define-se a segunda condição crítica que é a queda de um metro e meio. Conforme determinado no Apêndice-B, a força do impacto calculada com base nas características do veículo é de 6749,98 N.

As condições de contorno aplicadas na peça para a situação da queda encenam o cubo de roda paralisado por completo, pois este fica preso ao solo depois do impacto. Sendo assim, foram configurados dois suportes cilíndricos no centro da peça, conforme as Figuras 27 e 28.

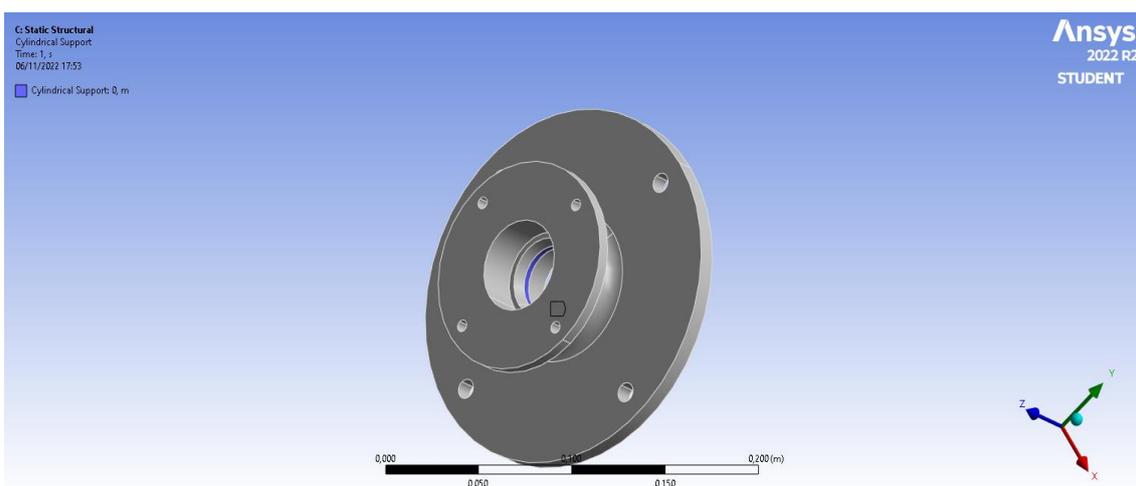


Figura 27 – Condição de contorno aplicada para simulação de queda (1)

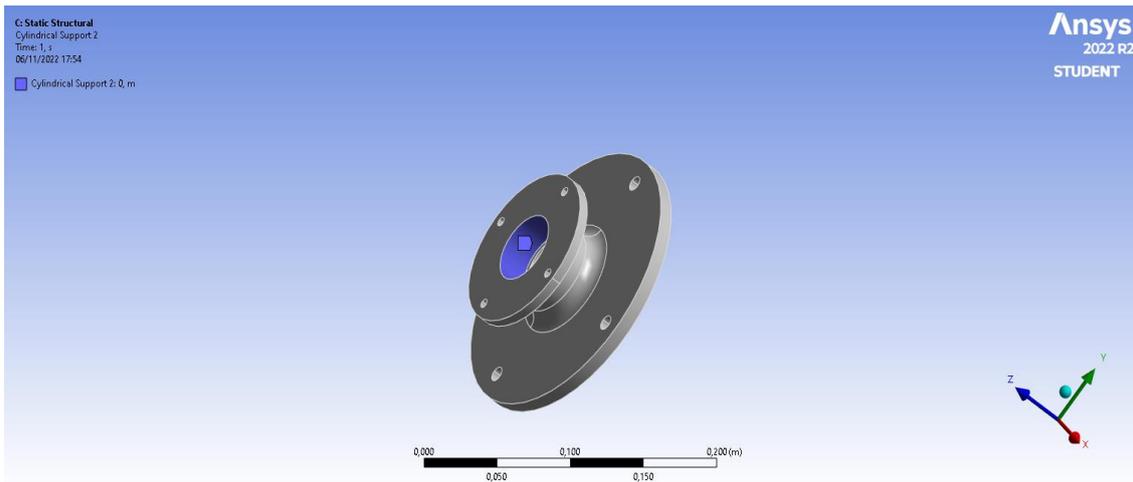


Figura 28 – Condição de contorno aplicada para simulação de queda (2)

Na situação da queda lateral, o impacto do veículo no chão se dá na roda, sendo assim, as forças foram aplicadas nos pontos de fixação da roda com o cubo de roda, conforme a Figura 29.

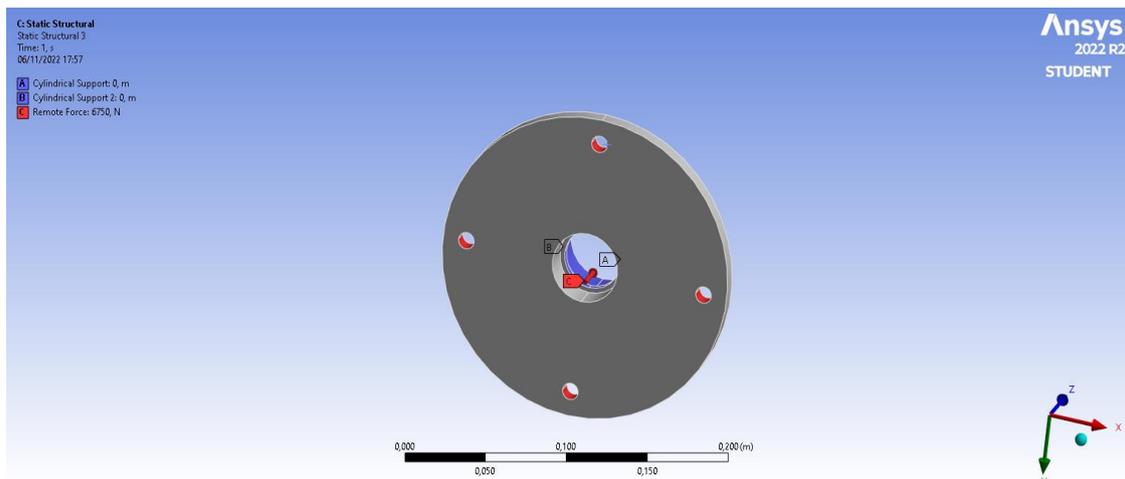


Figura 29 – Aplicação da força remota nos pontos de fixação do cubo de roda com a roda

A partir das condições de contorno e forças aplicadas, foi determinada a distribuição das tensões de von Mises. A maior tensão calculada pelo ANSYS foi de  $7,04E+7$  Pa, a qual é menor que a tensão máxima suportada pelo material e, portanto, tolerável. Os resultados da distribuição de tensão calculado pelo *software* podem ser visualizados nas Figuras 30 e 31.

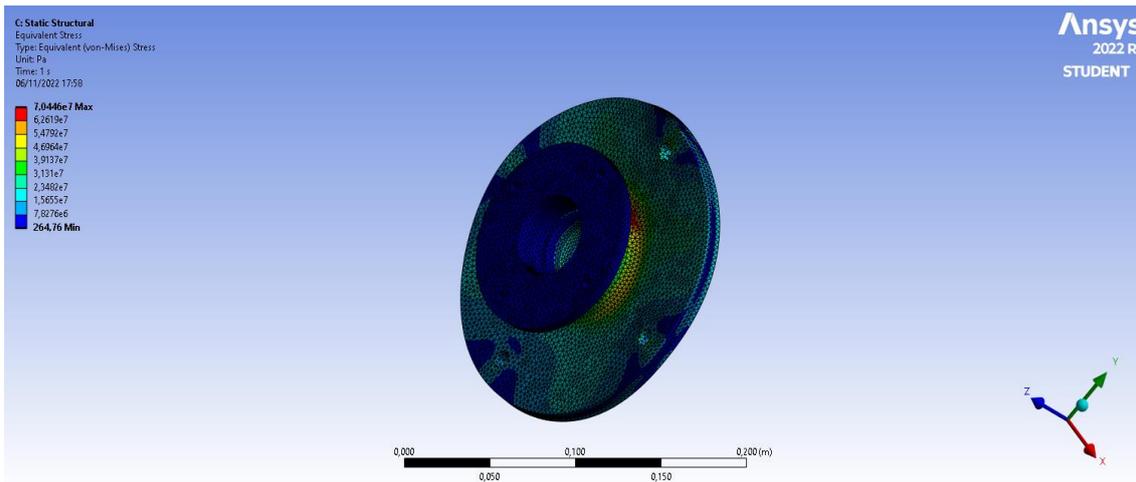


Figura 30 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de Queda (1)

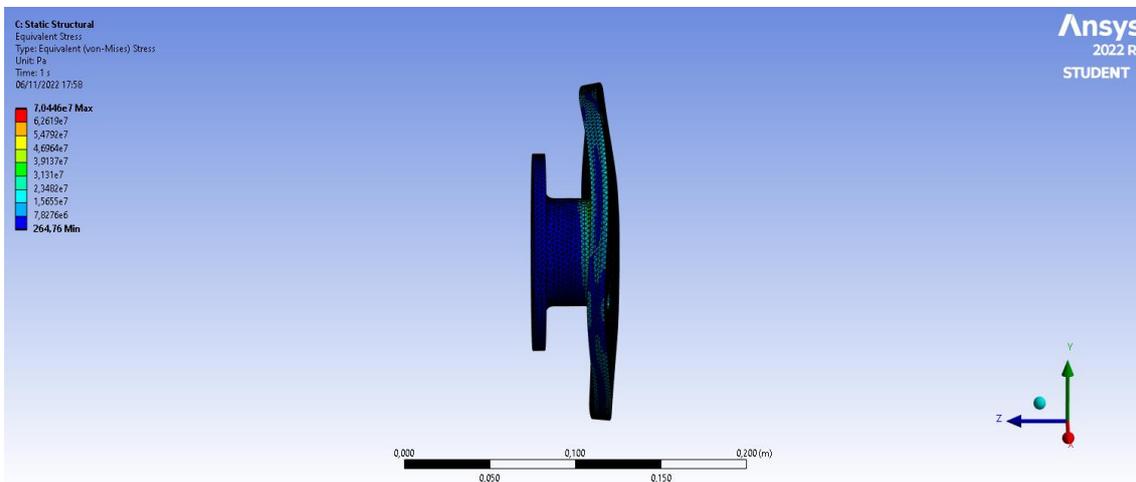


Figura 31 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de Queda (2)

### 6.3 Curva Crítica

A terceira condição crítica estabelecida para o estudo é a de curva. Para esta análise, será determinada a força centrípeta que atua na roda do veículo durante a realização de uma curva com raio de 1,5 metros em uma estrada de 2 metros de largura. Outros parâmetros utilizados para determinar a força que atua na roda do veículo quando em curva são a velocidade e dimensões das rodas e do cubo.

Para este estudo, foi considerada a velocidade crítica de curva como sendo 12,5 m/s. Este valor foi obtido por meio dos registros de testes realizados pela equipe com o veículo, onde a velocidade máxima atingida foi de 45 km/h. A força crítica – definida como “Força Lateral” na Figura 32 – é 2566,57 N, valor calculado no Apêndice C. Para chegar ao valor desejado, que

são as forças F3 e F4, foi aplicado um momento entre as forças, conforme a Equação (6-3-1).

$$F_l * \left( \frac{D_R}{2} + \frac{s'}{2} \right) = F_4 \times s' \quad (6-3-1)$$

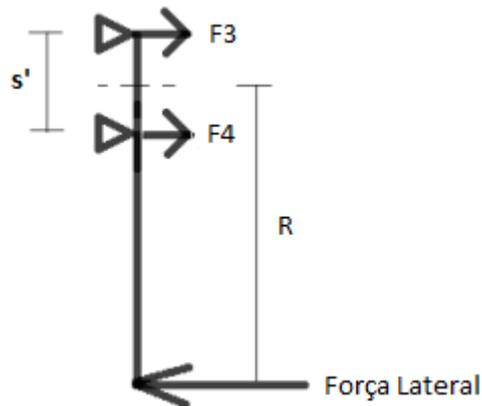


Figura 32 – Diagrama da força lateral

No Apêndice-C foram calculadas as forças F3 e F4, cujo valores são 3161,17 N e 5727,44 N, respectivamente. Visando alcançar um resultado o mais confiável o possível, será aplicada a força F4 - que apresenta maior módulo - em toda a peça para a situação de curva crítica, conforme a Figura 35.

As condições de contorno aplicadas para o caso foram de rotação livre no eixo Z – pois a roda se encontra girando quando em curva – e fixação nos eixos X e Y, pois o cubo de roda não deve se mover ao longo do eixo da manga. As condições de contorno podem ser visualizadas nas Figuras 33 e 34.

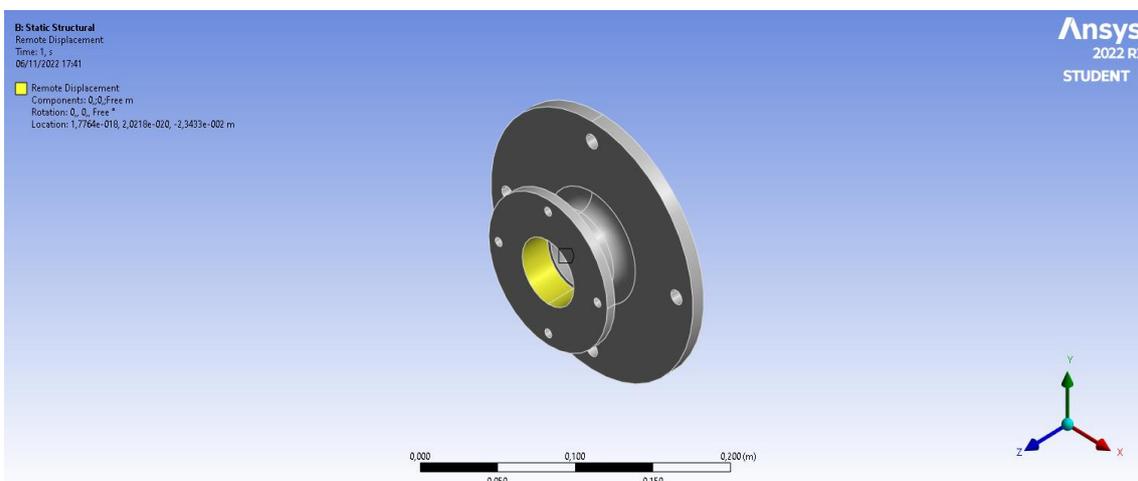


Figura 33 – Condições de contorno aplicadas – Teste de curva crítica (1)

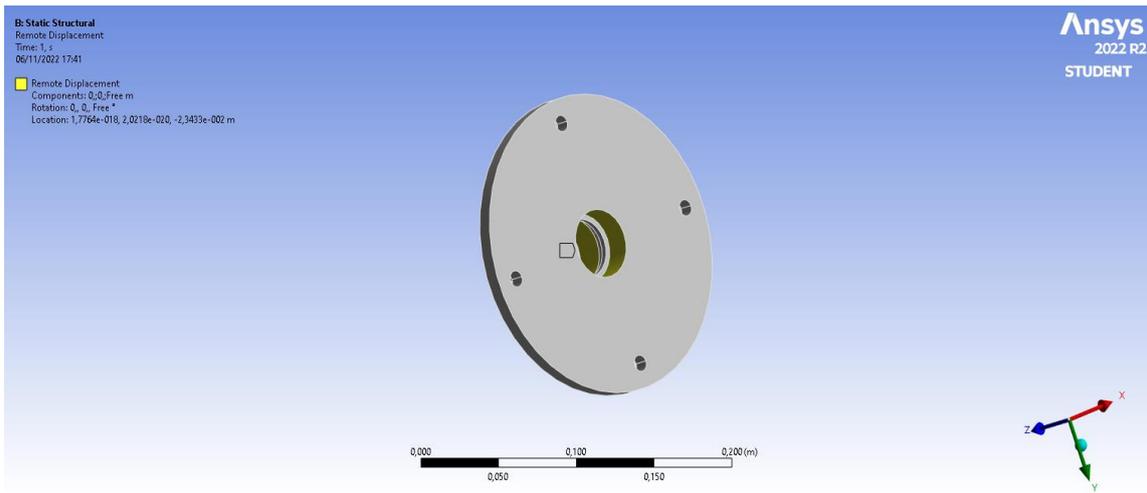


Figura 34 – Condições de contorno aplicadas – Teste de curva crítica (2)

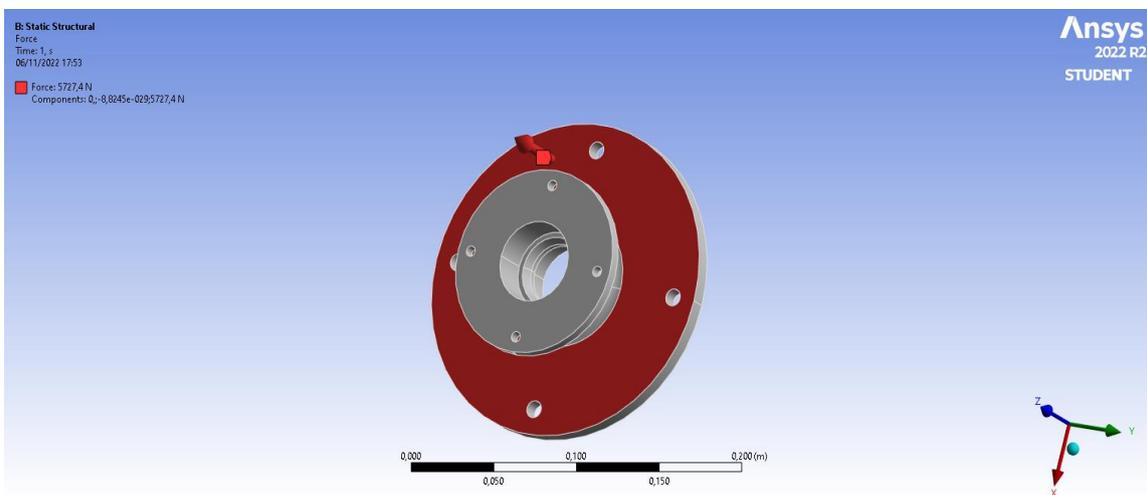


Figura 35 – Força aplicada para simulação de curva crítica

A maior tensão calculada pelo ANSYS foi de  $1,04E+8$  Pa, a qual é menor do que a tensão máxima suportada pelo material e, portanto, pode ser tolerada. Os resultados da distribuição das tensões calculadas pelo *software* podem ser visualizados nas Figuras 36 e 37.

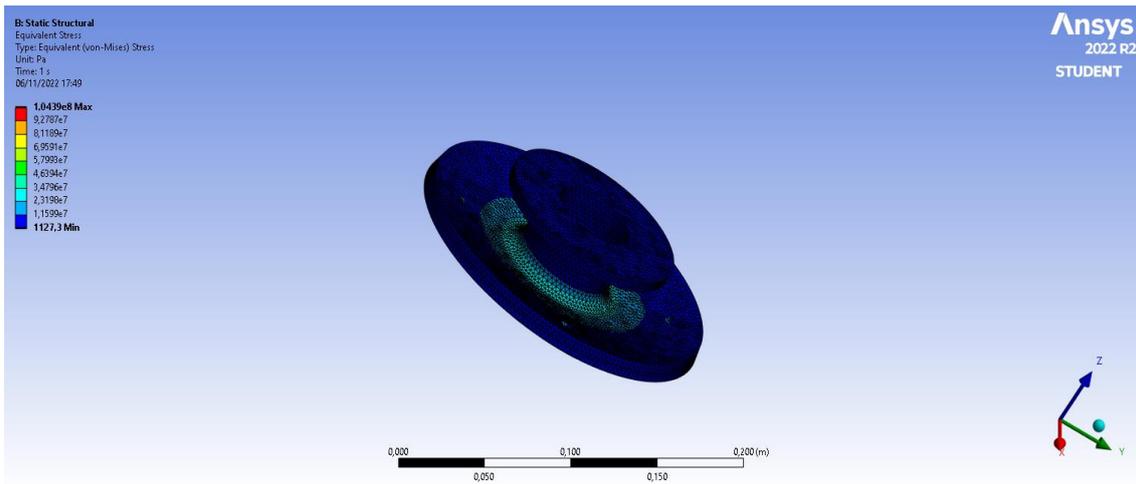


Figura 36 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de curva crítica (1)

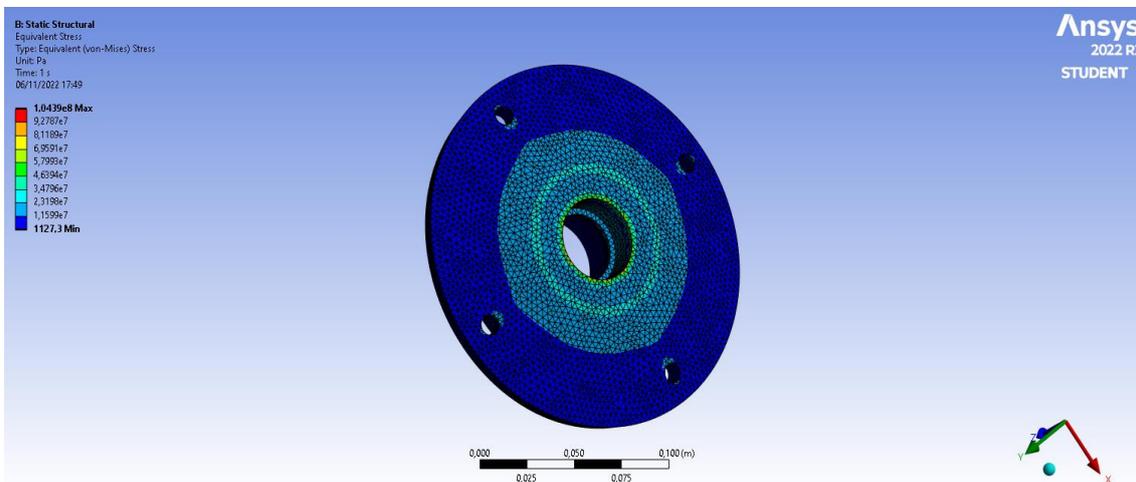


Figura 37 – Distribuição das tensões de von Mises – Teste de curva crítica (1)

## 7 RESULTADO

Para realizar a OT no cubo de roda, as três situações citadas anteriormente – curva crítica, frenagem e queda de 1,5 m - foram configuradas em conjunto no ANSYS para que fosse possível rodar a otimização, conforme a Figura 38.

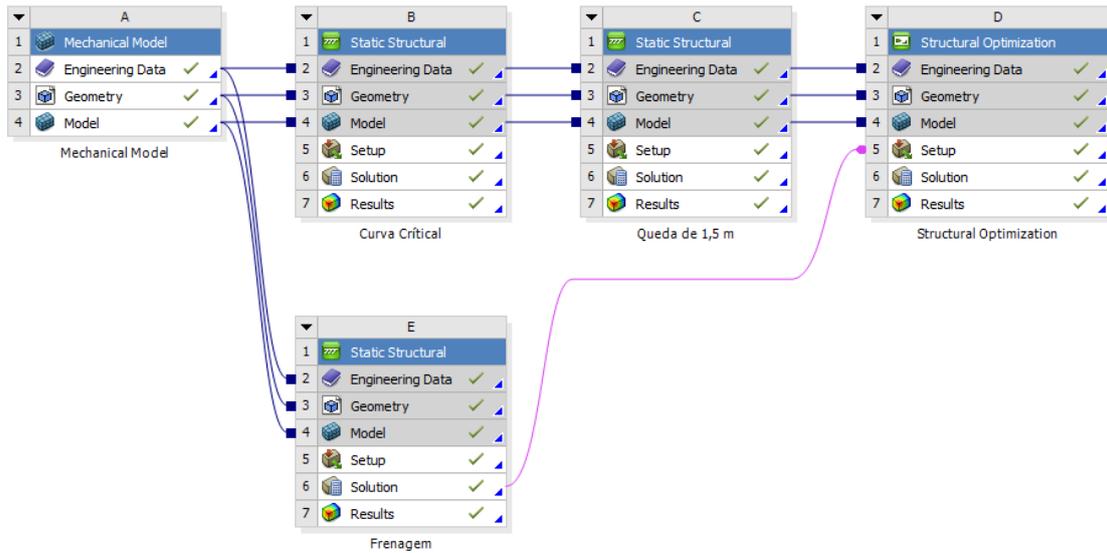


Figura 38 – Configuração das simulações no ANSYS

Após configurar-se todas as situações críticas e condições de contorno, necessárias para o estudo no *software*, foi estabelecida uma meta de 70% de redução de massa, ou seja, a massa final da peça deve ser no máximo a 30% da massa inicial. Os resultados obtidos podem ser visualizados nas Figuras 39 e 40.

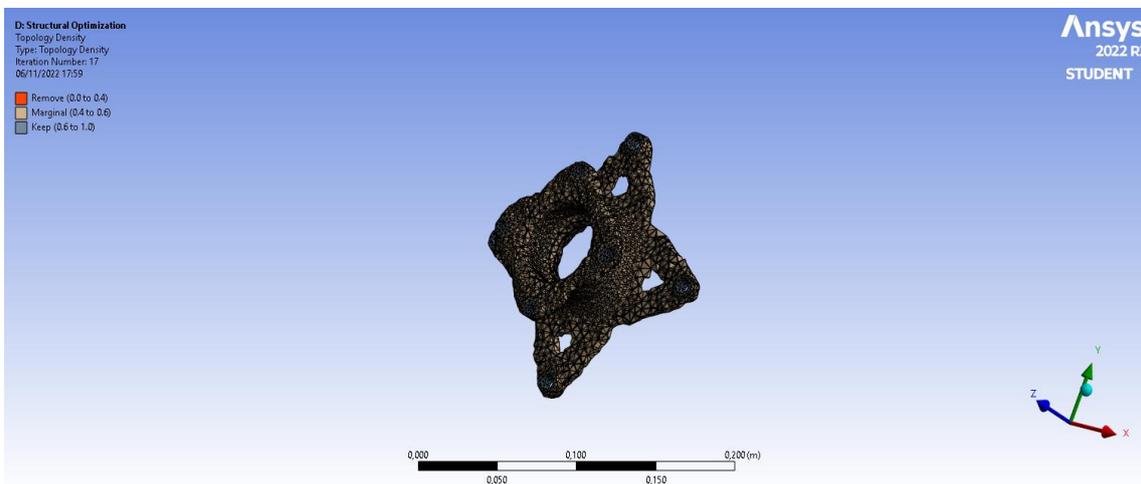


Figura 39 – Resultado da otimização topológica (1)

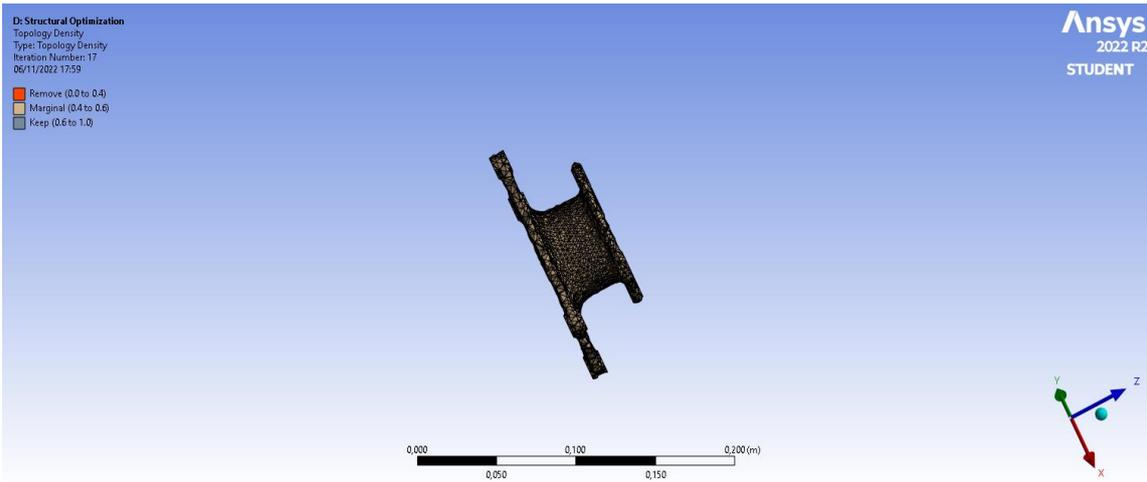


Figura 40 – Resultado da otimização topológica (2)

A partir dos resultados obtidos, a peça foi suavizada e reprojetaada conforme as Figuras 41, 42 e 43.

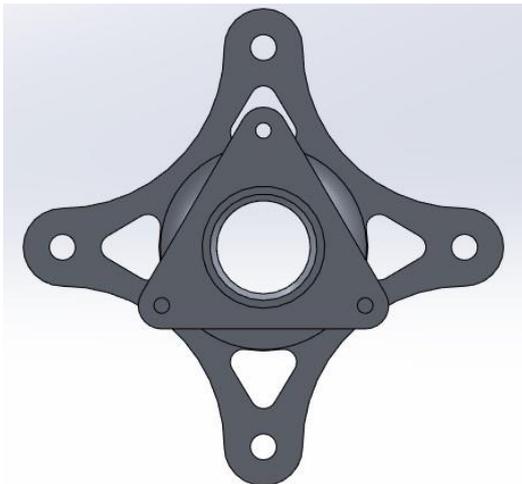


Figura 41 – Vista frontal da peça otimizada

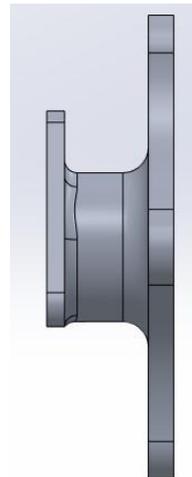


Figura 42 – Vista lateral da peça otimizada

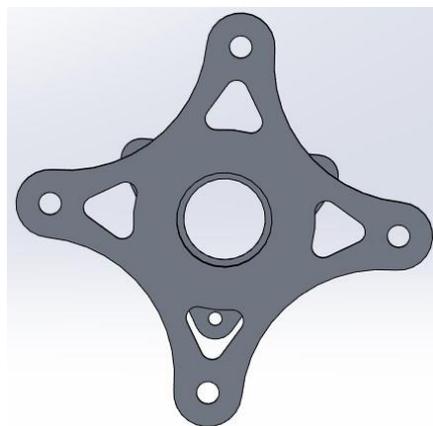


Figura 43 – Vista traseira da peça otimizada

Com a geometria refeita, a peça foi simulada novamente sob as mesmas condições para analisar se esta seria capaz de resistir as tensões máximas após a redução de massa. Ainda na peça otimizada, foi considerado um fator de segurança 2, sendo assim, a tensão máxima que será aprovada é de 285 Mpa. Os resultados da simulação na peça otimizada podem ser visualizados nas Figuras 44, 45 e 46.

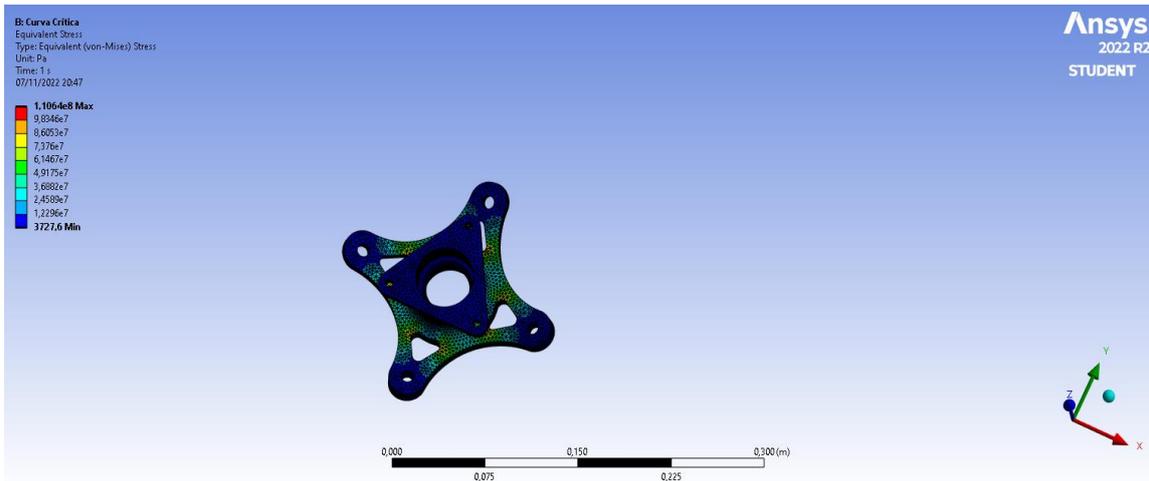


Figura 44 – Teste de queda de 1,5 m na peça otimizada

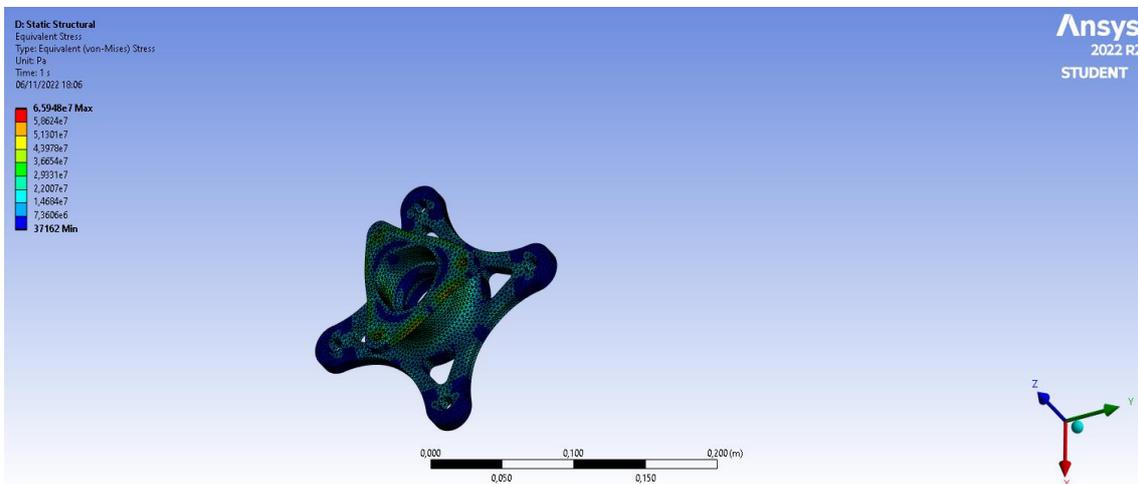


Figura 45 – Teste de frenagem na peça otimizada

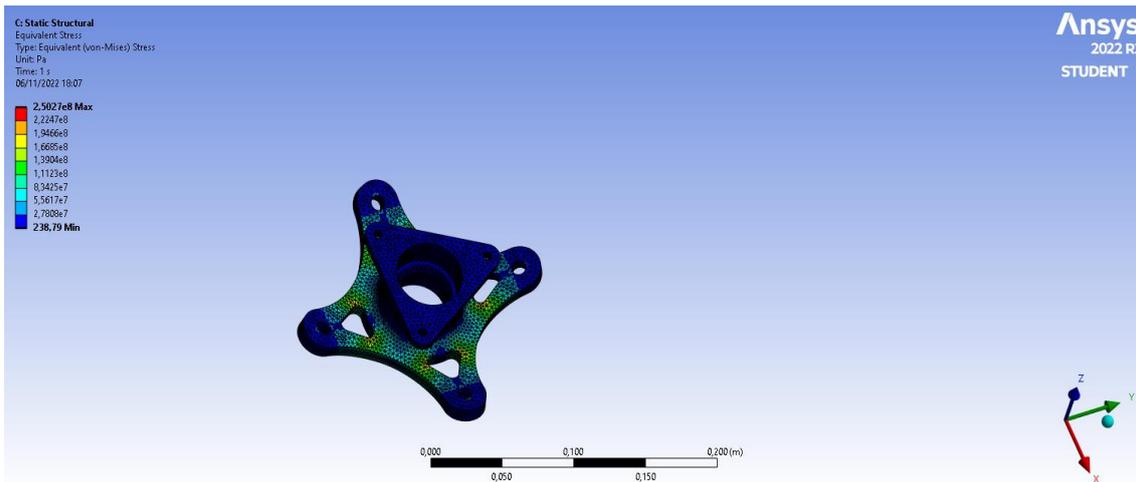


Figura 46 – Teste de curva crítica na peça otimizada

Os resultados encontrados podem ser visualizados na Tabela 2, onde todos os valores de tensão - segundo o critério de von Mises - são menores que o valor máximo estipulado (285 MPa).

Tabela 2 – Resultado da simulação na peça otimizada

Tensão Máxima de von Mises (Pa)	
Teste de Frenagem	6,5900E+07
Teste queda de 1,5 m	2,5000E+08
Teste Curva Crítica	1,1100E+08

## 8 CONCLUSÃO

A partir das condições aplicadas para este projeto, foi possível obter uma redução de 65% da massa inicial, o que é menor do que o valor estipulado (70%), entretanto é um resultado que garante a integridade da peça em situações extremas com fator de segurança 2. Acerca do material, apesar de ser mais caro e mais difícil de usinagem de o aço, o AL 7075 T6 apresenta uma alta resistência e uma densidade muito menor.

A metodologia utilizada pode ser considerada para o estudo de outras peças do veículo com o intuito de reduzir ainda mais a massa do protótipo, mantendo sua integridade.

Por fim, espera-se que o projeto desenvolvido possa ser de utilidade para a equipe Reptiles e que sirva como referência para todos os membros que venham a integrar a equipe. Além disso, espera-se que o projeto Baja desenvolvido pela PUC-Rio continue crescendo e conquistando espaço, pois

se trata de uma experiência única de crescimento pessoal, profissional e acadêmico.

## 9 REFERÊNCIAS

[1] SILVA, E. C. N.; **Técnicas de Otimização Aplicadas no Projeto de Peças Mecânicas**. 2009.

[2] GILLESPIE, T. D.; **Fundamentals of Vehicles Dynamics**. Warrendale, PA. 1992.

[3] G. MICHAEL; **Wheel Bearings: Descriptions of Bearings, Races, Seals, and Hubs**, 2014. Disponível em: <<https://www.carid.com/articles/wheel-bearings.html>>. Acesso em: 06 de set. de 2022.

[4] FONSECA, G.; **Manual Completo da Suspensão do Carro: Componentes, Quando, Como Trocar**, 2021. Disponível em: <<https://bit.ly/3gUMezM>>. Acesso em: 22 de ago. de 2022.

[5] REPTILES. **Somos Tetra Campeões do Baja Rio!**, 2022. Disponível em: <<https://www.instagram.com/p/CjRNUTerzoT/>>. Acesso em: 02 de nov. de 2022

[6] MERLING, M. C. C. **Uma abordagem gerencial para o procedimento de projeto de suspensões de veículos terrestres**, 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Centro Técnico Científico da PUC-Rio, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

[7] NICOLAZZI, L. C.; LEAL, L. da C. M.; DA ROSA, E. **Uma introdução à modelagem quase estática de automóveis**. Publicação Interna Do Grate-Departamento De Engenharia Mecânica Da UFSC, Florianópolis, 2012.

[8] FERNANDES, L. H. T.; OLIVEIRA, E. A. de; JUNIOR, D. R. de L. **Desenvolvimento de um sistema de suspensão para um veículo off-road monoposto de chassi tubular**. Em: II CONGRESSO INTERNACIONAL DE GESTÃO E TECNOLOGIAS COINTER – PDVGT 2018. Recife, 2018.

[9] INGO PNEUS. **Ângulo de Cáster – Suspensão**, 2014. Disponível em: <<https://ingopneus.com.br/blog/angulo-de-caster-suspensao/>>

[10] Rozvany, G., Bendsøe, M.P., Kirsch, U., **“Layout Optimization of Structures”**, Applied Mechanical Review, 48, no.2, pp.41-119, 1995.

[11] MIRLISENNA, G. **Método dos Elementos Finitos: o que é?**, 2016. Disponível em: <<https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/>>

[12] Blog Coisa de Engenheiro. **“O que é a transferência dinâmica de peso”**, 2017. Disponível em: <<https://bit.ly/3fEeJlc>>

[13] CANALE, A. C.; GUTIÉRREZ, J. C. H. **ESTUDO DO DESEMPENHO DA FRENAGEM E DO CONTROLE DA VELOCIDADE DE DESCIDA EM DECLIVE LONGO E ACENTUADO NO TRECHO DA SERRA DO MAR DA RODOVIA DOS IMIGRANTES DE VEÍCULOS COMERCIAIS REPRESENTATIVOS DA FROTA NACIONAL**, 2005. Trabalho de Pesquisa no Programa de Pós-Doutoramento na Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

[14] LIMPert, Rudolph; **Brake Design and Safety**. Third Edition. SAE International, 4 de outubro de 2011.

[15] GENTA, Giancarlo; MORELLO, Lorenzo. **The Automotive Chassis**. Vol. 2: System Design. 26 de dezembro de 2008.

[16] TALISCHI, C.; PAULINO, G.H.; PEREIRA, A.; MENEZES, I.F.M., **PolyTop: A Matlab implementation of a general topology optimization framework using unstructured polygonal finite element meshes**, Structural and Multidisciplinary Optimization, 45, 329-357, 2012.

[17] Sigmund, o., **"A 99 line topology optimization code written in Matlab"**, Structural and Multidisciplinary Optimization, 21, 120-127, 2001;

[18] Talischi, C., Paulino, G.H., Pereira, A., Menezes, I.F.M., **"Polygonal finite elements for topology optimization: a unifying paradigm"**, IJNME, 82, 671-698, 2010.

## **APÊNDICE A - Cálculo do torque de frenagem dianteira**

Massa do veículo ( $W$ )	= 248,85 kg
Desaceleração ( $a_d$ )	= 0,8 g
Coeficiente de atrito ( $\mu$ )	= 0,8
Altura do C.G. ( $h_{C.G.}$ )	= 0,495 m
Distância entre eixos ( $L$ )	= 1,378 m
Altura do C.G. / Distância entre eixos ( $\gamma$ )	= 0,3592
Distribuição de peso ( $v'$ )	= 56,549% traseira
Diâmetro da roda ( $D_R$ )	= 0,5334 m

Peso dinâmico dianteiro:

$$P_{zP_{dyn}} = (1 - v' + \gamma \times a_d) \times W \times g \quad (1)$$

$$P_{zP_{dyn}} = (1 - 0,56549 + 0,3592 \times 0,8) \times 248,85 \times 9,81 = 1762,24 N$$

Força de frenagem dianteira:

$$F_{zF_{dyn}} = P_{zP_{dyn}} \times \mu = 1762,242 \times 0,8 \quad (2)$$

$$F_{zF_{dyn}} = 1409,794 N$$

Torque de frenagem dianteiro:

$$\sigma_{z\sigma_{dyn}} = F_{zF_{dyn}} \times D_R/2 = 1409,794 \times 0,5334/2 = 375,92 Nm \quad (3)$$

## APÊNDICE B - Cálculo da queda de um metro e meio

$$v^2 = u^2 + 2as \quad (4)$$

Onde a velocidade inicial é 0 ( $u = 0 m/s$ ), por conta de a velocidade vertical no começo da queda ser 0.

$$a = g = 9,81 m/s^2$$

$$s = 1,5 \text{ metros (altura)}$$

Então,

$$v^2 = 0 + 1,5 \times 9,81 \times 2 \quad (4)$$

$$v = 5,42 m/s$$

$$\text{Força de Impacto} = \frac{\text{Variação da Quantidade de Movimento}}{\text{Tempo de Impacto}} = \frac{\Delta W \times v}{\Delta t}$$

(5)

$$\text{Velocidade Vertical Inicial, } u = 0 m/s$$

$$\text{Velocidade Vertical Final, } v = 5,42 m/s$$

$$\text{Massa do Veículo (kg) = 248,85kg}$$

$$\Delta W \times v = 5,42 \times 248,85 = 1350,00 kg \cdot m/s \quad (6)$$

$$\text{Tempo de Impacto, } \Delta t = 0,20s$$

$$\text{Força de Impacto} = \frac{1350,00}{0,20} = 6749,98 N \quad (5)$$

## APÊNDICE C - Força em Curva

A força centrípeta do veículo ao executar a curva pode ser determinada a partir da seguinte expressão:

$$F_{cp} = \frac{W \times v^2 \times h_{C.G.}}{2 \times r \times l_p} = \frac{248,85 \times 12,5^2 \times 0,495}{2 \times 1,5 \times 2} = 3207,83 N$$

(7)

A força lateral que atua na roda pode ser determinada por:

$$F_l = F_{cp} \times \mu = 2138,56 \times 0,8 = 2566,27 \text{ N} \quad (8)$$

Aplicando momento para determinar a força que atua no cubo de roda:

$$F_l * \left( \frac{D_R}{2} + \frac{s'}{2} \right) = F_4 \times s' \rightarrow F_4 = \frac{2566,27 \times \frac{0,5334 + 0,154}{2}}{0,154} = 5727,44 \text{ N}$$

(6-3-1)

$$F_3 = F_4 - F_l = 5727,44 - 2566,27 = 3161,17 \text{ N} \quad (9)$$