



**João Marins da Silva**

## **Projeto e Simulação de uma Prótese Transtibial Passiva Destinada a Remadores Paralímpicos**

### **Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao  
Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Prof. Marco Antonio Meggiolaro

Coorientadores: Prof. Helon Vicente Hultmann Ayala  
Frederic Mallrich Junior

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2022

## **Agradecimentos**

Primeiramente, gostaria de agradecer aos meus pais, Aline e Eudemberg, pelo constante apoio, exemplo e contribuição na minha formação pessoal e profissional.

Ao Professor Marco Antonio Meggiolaro, Professor Helon Alaya, Frederic Mallrich e à remadora paralímpica Diana Barcelos pela orientação e apoio durante o desenvolvimento do trabalho.

Aos Professores Florian Pradelle, Luis Fernando Azevedo e Marcelo Dreux pelos conselhos, solicitude e suporte ao longo da minha formação.

Aos amigos de colégio, que considero irmãos, por todos os momentos vividos ao longo dos anos. Ao professor Sebastião Tadeu, pelos ensinamentos que carrego até hoje e pelo exemplo dado durante a minha formação no Ensino Médio.

Às amizades feitas ao longo da universidade. Em particular, Erick Oliveira, Guilherme Barbosa, Jéssica dos Santos, Laura Bandeira, Maurício Machado e Renato Amorim, que foram referências para me tornar uma pessoa melhor.

Aos amigos feitos durante o meu intercâmbio acadêmico, Amy, Grace, Mia e Sam.

## **Resumo**

### **Projeto e Simulação de uma Prótese Transtibial Passiva Destinada a Remadores Paralímpicos**

Nos esportes, o evento dos Jogos Paralímpicos é o principal meio de inclusão de atletas com deficiências físicas, visuais e mentais. Em relação ao remo paralímpico, a competição possibilita uma disputa igualitária entre esportistas com amputação. No entanto, dado que o regulamento desse esporte não permite a implementação de elementos armazenadores de energia mecânica (molas), torna-se mais desafiador a tarefa de otimizar a reprodução do movimento do membro inferior e, conseqüentemente, da remada.

Este trabalho aborda um projeto de prótese transtibial passiva aplicada ao remo paralímpico, visando o estudo e a otimização da remada de uma remadora paralímpica. Foram desenvolvidos modelos analíticos para o sistema, uma simulação computacional com auxílio do software SolidWorks Motion Analysis para sua validação, uma metodologia de otimização do sistema, uma abordagem conceitual para o desenvolvimento de uma prótese transtibial passiva destinada a remadores paralímpicos e uma proposta de aparato para testes experimentais.

A implementação de um componente atuando como restrição cinemática à prótese transtibial apresentou resultados satisfatórios para a redução de esforços pelo quadril durante a remada. Os resultados provindos das simulações no SolidWorks Motion Analysis apontaram a validade dos modelos analíticos, indicando que a implementação do batente ou de um mecanismo de travamento podem otimizar a eficiência da remada da atleta.

## **Palavras-chave**

Próteses; Biomecânica; Simulação; Corpos Rígidos; Cinemática Direta; Otimização; Remo; Singularidade.

## **Abstract**

### **Design and Simulation of a Passive Transtibial Prosthesis for Paralympic Rowers**

In sports, the Paralympic Games is the main form of inclusion of athletes with physical, visual, and mental disabilities. Regarding paralympic rowing, the sport enables rowers with an amputation to compete in an equal environment. Nevertheless, components responsible for mechanical energy storage, such as springs, are restricted during the competition, thus making more challenging the replication of the rowing movement by the lower limb.

This work approaches a study and an optimization of the sculling of a paralympic rower with transtibial amputation using a passive prosthesis. Analytic models describing the system were developed and validated through SolidWorks Motion Analysis simulations. In addition, an optimization methodology for the system was developed, a design project of a prosthetic leg and foot for paralympic rowers was conducted, and an experimental setup was suggested.

The component responsible for a kinematics restriction to the system presented satisfactory results to reduce the efforts made by the hip joint during rowing. The results related to the simulations through SolidWorks Motion Analysis indicated the validation of the models, pointing out the role of a restriction mechanism acting on the prosthetic leg as a tool responsible for the optimization of rowing efficiency for the paralympic athlete.

## **Keywords**

Prosthetics; Biomechanics; Simulation; Rigid Bodies; Direct Kinematics; Optimization; Rowing; Singularity.

## Sumário

1	Introdução.....	13
1.1	Motivação .....	13
1.2	Revisão Bibliográfica .....	14
1.3	Objetivos .....	15
1.4	Organização do Projeto .....	16
2	Fundamentos Teóricos .....	17
2.1	Anatomia e Biomecânica do Corpo Humano .....	17
2.1.1	Biomecânica do Membro Superior.....	18
2.1.2	Biomecânica do Membro Inferior .....	19
2.2	Biomecânica da Remada.....	20
2.2.1	Ciclo da Remada .....	20
2.3	Próteses para Membros Inferiores.....	22
2.4	Influência de Próteses no Movimento de Remada .....	24
3	Modelagem do Sistema .....	26
3.1	Introdução .....	26
3.2	Modelo 1: Sistema Composto por Prótese Transtibial, Remador e Carrinho Deslizante sem a Ação do Batente.....	27
3.2.1	Definição da Altura $h$ do Carrinho Deslizante e Cálculo de $\partial\theta_1/\partial\theta_3$ 28	
3.2.2	Cinemática Direta .....	29
3.2.3	Cinemática Diferencial.....	30
3.2.4	Dualidade entre Cinemática e Estática .....	31
3.3	Modelo 2: Sistema Composto por Prótese Transtibial, Remador e Carrinho Deslizante com a Ação do Batente.....	32
3.3.1	Definição da Altura do Carrinho Deslizante $h$ e Cálculo de $\partial\theta_1/\partial\theta_3$ 32	
3.3.2	Cinemática Direta .....	34
3.3.3	Cinemática Diferencial.....	35
3.3.4	Dualidade entre Cinemática e Estática .....	36
3.4	Modelo 3: Movimento Livre do Sistema a Partir do Descolamento da Prótese com o Batente.....	37
3.5	Definição das Condições de Contorno do Sistema .....	40
4	Simulação Computacional .....	43
4.1	Introdução .....	43
4.2	Simulação em SolidWorks Motion Analysis .....	43

4.2.1	Atuação do Sistema e Aplicação de Forças.....	45
4.2.2	Simulação de Contato .....	46
4.2.3	Configurações da Simulação .....	46
4.3	Validação.....	46
4.3.1	Validação do Modelo 1 .....	47
4.4	Validação do Modelo 2 .....	48
4.5	Discussão.....	49
5	Resultados Numéricos e Otimização .....	50
5.1	Introdução .....	50
5.2	Análise do Esforço do Quadril para o Modelo 1 .....	50
5.2.1	Análise do Esforço do Quadril na Fase de Recuperação.....	50
5.2.2	Análise do Esforço do Quadril Durante o Ciclo da Remada.....	52
5.3	Análise do Efeito do Ângulo do Batente no Desempenho da Remada Durante a Fase de Recuperação .....	53
5.4	Otimização .....	54
5.4.1	Definição do Ângulo Ótimo do Batente .....	54
5.5	Análise da Influência da Variação de Parâmetros Constantes no Desempenho da Remada .....	58
5.5.1	Variação do Comprimento do Pé Protético .....	58
5.5.2	Variação do Ângulo do Finca-pé.....	59
5.5.3	Variação da Altura do Carrinho Deslizante .....	60
6	Projeto Conceitual .....	61
6.1	Introdução .....	61
6.2	Modelo de Prótese Transtibial e Pé Protético para Remadores Paralímpicos.....	61
6.2.1	Dimensionamento do Mecanismo de Travamento .....	63
6.3	Alojamento de Sensor de Força Resistivo para Validação Experimental	65
7	Conclusões.....	69
7.1	Contribuições.....	69
7.2	Trabalhos Futuros.....	70
	Referências .....	72
	Apêndice A – Códigos do MATLAB .....	74
	Apêndice B – Movimento dos Modelos no SolidWorks Motion Analysis.....	76

## Lista de Figuras

Figura 1: Posições anatômicas, planos de referência e direções fundamentais.	17
Figura 2: Movimentos do ombro, cotovelo e pulso. Adaptado de Pons (2008)...	18
Figura 3: Movimentos do membro inferior. Adaptado de Whittle (2007).	19
Figura 4: Fases do ciclo da remada (World Rowing, 2020).	20
Figura 5: Níveis de amputação (Ottobock, 2019).	22
Figura 6: Componentes de uma prótese para amputação transtibial (Ottobock, 2013).	23
Figura 7: Efeito da assimetria no movimento de remada, no aumento do custo metabólico e na performance do atleta com amputação transtibial.	25
Figura 8: Inclinação da junta do dedo do pé durante a recuperação e a propulsão. Os ângulos do finca-pé, da articulação do tornozelo e entre o tornozelo e o pé são $\varphi$ , $\theta_1$ e $\psi$ , respectivamente. Adaptado de Kleshnev (2016).	26
Figura 9: Sistema composto pela prótese transtibial, remador e carrinho deslizando sem a ação do batente.	27
Figura 10: Representação geométrica do sistema em relação ao elo 2 e 3 para definição da altura $h$ .	28
Figura 11: Sistema composto por prótese transtibial, remador e carrinho deslizando com a ação do batente.	32
Figura 12: Vista expandida da região composta pelo finca-pé, batente e articulações do tornozelo e metatarsofalângica.	33
Figura 13: Modelo adaptado para a situação de descolamento do batente.	37
Figura 14: Vista expandida dos elos representando o pé protético e a prótese transtibial para o modelo 2 adaptado à situação de descolamento do batente.	38
Figura 15: Fase de recuperação do ciclo da remada. A prótese apresenta seu menor valor no domínio de $\theta_1$ e máxima extensão do ângulo do joelho ( $\theta_2$ ).	41
Figura 16: Modelo simplificado utilizado para validação dos modelos através do SolidWorks Motion Analysis.	44
Figura 17: Perfil da força de empunhadura durante a fase de propulsão por meio de um exercício submáximo para um percurso de 2000 m.	46
Figura 18: Comparação entre a curva obtida pelo modelo analítico e via simulação para o modelo 1 (sem ação do batente).	47
Figura 19: Comparação entre as curvas obtidas pelos modelos analíticos e via simulação para os modelos 1 e 2.	48
Figura 20: Curva da fase de recuperação de $\tau_3 * / Fx$ sem ação do batente em função do ângulo da articulação da prótese.	51
Figura 21: Curva do ciclo da remada de $\tau_3 *$ em função de $\theta_1$ obtida via simulação para uma situação sem auxílio do batente.	52
Figura 22: Curvas do modelo 2 durante a fase de recuperação para ângulos de batente $\psi$ variáveis. As setas que representam o modelo 1 indicam a transição entre os modelos.	53

Figura 23: Perfil da razão $\tau_{3,max} */ Fx$ em função do ângulo do batente $\psi$ .....	55
Figura 24: Variação da relação $\tau_3 */ Fx$ em função da articulação da prótese $\theta_1$ durante a recuperação.....	56
Figura 25: Perfil do torque máximo $\tau_3 *$ transmitido da coxa para o quadril em relação à ângulos de batente $\psi$ distintos. ....	57
Figura 26: Curva de $\tau_3 */ Fx$ para comprimentos distintos do pé protético.....	58
Figura 27: Razão entre o torque máximo gerado pela coxa para o quadril em função da inclinação do finca-pé.....	59
Figura 28: Razão entre o torque máximo gerado da coxa para o quadril em função da altura do carrinho deslizante. ....	60
Figura 29: Modelo de prótese transtibial e pé protético com mecanismo de travamento por ranhuras destinado à para-remada. ....	62
Figura 30: Descrição dos componentes do modelo conceitual.....	62
Figura 31: Primeira condição de contorno associada ao dimensionamento do mecanismo de travamento. O sistema se encontra na posição com o joelho sob máxima extensão, associado ao ângulo mínimo da prótese em relação à horizontal.....	63
Figura 32: Segunda condição de contorno utilizada para o dimensionamento do mecanismo de travamento.....	64
Figura 33: Sensores de força resistivos. Cada sensor é capaz de suportar 50 kg. ....	66
Figura 34: Sistema de medição da força exercida pelo pé protético por meio de dois sensores de força resistivos. ....	67
Figura 35: Processo de medição da força que o pé protético aplica sobre o finca-pé. (a) Caso em que o calcanhar não descola do finca-pé. (b) Descolamento do finca-pé causado pela implementação do batente. ....	68
Figura 36: Movimento do modelo 1 durante a fase de recuperação.....	76
Figura 37: Movimento do modelo 2 durante a fase de recuperação.....	77



## Lista de Tabelas

Tabela 1: Descrição dos níveis de amputação (Ottobock, 2019). .....	23
Tabela 2: Valores associados aos parâmetros do sistema.....	41
Tabela 3: Parâmetros associados ao dimensionamento do mecanismo. ....	65

## Lista de Variáveis

$\alpha$ : ângulo entre pé o protético e o finca-pé do modelo 2

$\alpha_d$ : ângulo entre o pé protético e o finca-pé do modelo de descolamento

$\alpha_{max}$ : ângulo de inclinação máximo do pé protético em relação ao finca-pé durante a recuperação seguindo o modelo 2

$\beta$ : ângulo auxiliar associado a geometria do modelo 2

$\beta_d$ : ângulo auxiliar associado a geometria do modelo de descolamento

$C_1$ : centro de massa da prótese

$C_2$ : centro de massa da coxa

$C_3$ : centro de massa do conjunto composto pelo carrinho deslizando, cabo do ergômetro e remador (sem incluir as pernas)

$f_i$ : número de graus de liberdade associado à  $i$ -ésima junta

$F$ : vetor de forças generalizadas

$F_x$ : força de reação que o cabo do ergômetro exerce sobre o remador

$\varphi$ : ângulo do finca-pé

$\varphi_{ideal}$ : ângulo do finca-pé ideal

$\gamma$ : ângulo auxiliar associado a geometria do modelo 2

$\gamma_d$ : ângulo auxiliar associado a geometria do modelo de descolamento

$h$ : altura do carrinho deslizando em relação à origem

$I_1$ : momento de inércia da prótese

$I_2$ : momento de inércia da coxa

$I_3$ : momento de inércia do conjunto composto pelo carrinho deslizando, cabo do ergômetro e remador (sem incluir as pernas)

$J$ : matriz Jacobiana

$k_0$ : constante que associa a distância entre a junta da prótese e o ponto final da ranhura do modelo conceitual com o pé protético

$k_1$ : constante que associa a distância entre a prótese e o eixo fixo de rotação do elo que liga a prótese ao pé protético do modelo conceitual com a prótese

$l_0$ : comprimento do pé protético

$l_1$ : comprimento da prótese

$l_{c1}$ : distância entre a origem e o centro de massa da prótese

$l_2$ : comprimento da coxa

$l_{c_2}$ : distância entre a articulação do joelho e o centro de massa da coxa

$l_{c_3}$ : distância entre a articulação do quadril e o carrinho deslizante

$l_0^*$ : variável auxiliar do modelo 2 que relaciona o comprimento do pé protético e o ângulo entre o pé protético e o finca-pé

$l_{0,d}^*$ : variável auxiliar do modelo de descolamento que relaciona o comprimento do pé protético e o ângulo entre o pé protético e o finca-pé

$l_p$ : distância entre a prótese e o eixo fixo de rotação do elo que liga a prótese ao pé protético do modelo conceitual

$L$ : comprimento do elo que liga a prótese à ranhura do pé protético do modelo conceitual

$m_1$ : massa da prótese

$m_2$ : massa da coxa

$m_3$ : massa do conjunto composto pelo carrinho deslizante, cabo do ergômetro e remador (sem incluir as pernas)

$M$ : número de graus de liberdade

$n_L$ : número de elos

$n_J$ : número de juntas rotativas

$p_0$ : referencial inercial associado a base do finca-pé

$p_{0,d}$ : referencial inercial associado a extremidade do finca-pé

$p$ : vetor de posição da extremidade em relação ao referencial inercial associado a base do finca-pé

$p_d$ : posição da extremidade em relação ao referencial inercial associado a extremidade do finca-pé

$\dot{p}$ : vetor de velocidade na extremidade

$\dot{q}$ : vetor de velocidade das juntas

$\theta_0$ : deslocamento angular do pé protético durante o modelo de descolamento

$\theta_1$ : deslocamento angular da junta rotativa da prótese

$\theta_{1b}$ : ângulo que a prótese encosta o batente

$\theta_{1d}$ : deslocamento angular da junta rotativa da prótese associada ao modelo de descolamento

$\theta_{1,min}$ : ângulo mínimo da prótese em relação à horizontal

$\theta_{1,max}$ : ângulo máximo da prótese em relação à horizontal

$\theta_2$ : deslocamento angular da articulação do joelho

$\theta_3$ : deslocamento angular da articulação do quadril

$\theta_e$ : ângulo na extremidade

$r$ : distância entre a junta da prótese e o ponto inicial da ranhura no pé protético do modelo conceitual

$R$ : distância entre a junta da prótese e o ponto final da ranhura do modelo conceitual

$t_r$ : tempo de recuperação

$t_p$ : tempo de propulsão

$\tau_0$ : torque da junta do pé protético

$\tau_1$ : torque da junta rotativa da prótese

$\tau_1^*$ : ângulo transmitido do batente à prótese

$\tau_2$ : torque da articulação do joelho

$\tau_3$ : torque da articulação do quadril

$\tau_3^*$ : torque gerado da coxa para o quadril

$\tau$ : vetor de torque nas juntas

$x_0$ : eixo horizontal relacionado a origem

$x_e$ : posição horizontal na extremidade

$\xi$ : variável auxiliar do modelo 2 que relaciona o ângulo do finca-pé com o ângulo entre o pé protético e o finca-pé

$y_0$ : eixo vertical relacionado a origem

$y_e$ : posição vertical na extremidade

$\psi$ : ângulo do batente

$\psi_{ot}$ : ângulo ótimo do batente

$\psi_{max}$ : ângulo entre a prótese e o pé protético para a configuração de máxima extensão do joelho

$\psi_t$ : ângulo de travamento do modelo conceitual

# 1

## Introdução

### 1.1

#### Motivação

A amputação de um membro, quando requerida, pode vir a alterar consideravelmente a rotina do paciente que necessitou removê-lo. Segundo o Ministério da Saúde do Brasil, 85% das amputações são relativas ao membro inferior (Ministério da Saúde, 2013). Neste contexto, a amputação transtibial, isto é, a perda parcial do membro inferior abaixo do joelho, pode causar dificuldades como assimetria na execução de movimentos que exigem esforços dos membros inferiores, minimização da capacidade de suportar cargas e aumento do trabalho executado pelos músculos do quadril do membro residual (Price, 2019).

Nos esportes, o evento dos Jogos Paralímpicos é o principal meio de inclusão de atletas com deficiências físicas, visuais e mentais, fornecendo a oportunidade de usuários com amputação, por exemplo, a competirem de forma mais igualitária. Objetivando cumprir tal objetivo, o remo foi incluído no programa paralímpico nos Jogos de Pequim em 2008, marcado pela conquista de uma medalha de bronze na prova do double skiff misto, classe TA, pela seleção brasileira.

Em modalidades como o double skiff misto da classe PR3 Mix2x, por exemplo, remadores com amputações no membro inferior podem utilizar próteses durante a competição de 2000 metros. No entanto, dado que o regulamento desse esporte não permite a implementação de elementos armazenadores de energia mecânica (molas) na prótese, torna-se mais desafiador reproduzir eficientemente o movimento da remada.

Para o dado cenário, foi elaborado neste relatório um projeto de prótese transtibial passiva aplicada ao remo paralímpico, visando o estudo e a otimização do movimento da remada. Foram desenvolvidos modelos analíticos para o sistema, uma simulação computacional para sua validação, uma abordagem conceitual para o desenvolvimento de uma prótese transtibial passiva e uma proposta de aparato para testes experimentais.

## 1.2

### Revisão Bibliográfica

A performance do movimento de remada vem sendo estudada com intuito de otimizá-la e garantir ao remador sua execução com menor custo energético. Consequentemente, os métodos de medição da biomecânica da remada apresentaram uma rápida evolução. Černe et al. (2011) foram responsáveis por desenvolver um sistema de instrumentação para análise da biomecânica através do remo-ergômetro, um dos principais aparelhos responsáveis pela avaliação da performance de atletas de remo. Seu estudo apontou a possibilidade da medição de forças externas e parâmetros cinemáticos por meio de sensores de força, encoders e um sistema óptico. De modo geral, dentre os instrumentos já adotados, destacam-se strain gauges modificados, análise fotográfica, telemetria, medição direta por ergômetro e eletromiografia (Soper, 2004).

A fase de propulsão é um importante período da análise de forças e potências durante o ciclo da remada. McGregor et al. (2005), através de um estudo com doze remadoras de elite, indicaram a ocorrência da força de pico após  $18,8\% \pm 1,8\%$  da pegada. Analogamente, Pollock et al. (2009) coletaram dados de nove remadoras profissionais durante a simulação de uma trajetória olímpica de 2000 m através de um remo-ergômetro Concept 2 e um eletromiógrafo. Para uma força de empunhadura máxima localizada em uma margem de 14 a 24% da fase propulsiva, foi apontado que a parcela da propulsão correspondia a  $44,3\% \pm 1,2\%$  da remada com uma taxa de  $33 \pm 2$  remadas por minuto para cada 250 metros.

Hofmijster et al. (2009) conduziram um experimento com auxílio de 17 atletas remando com intensidade submáxima em um remo-ergômetro modificado e em um circuito de três taxas de remada distintos. Visando analisar se as diferentes taxas estariam associadas à eficiência mecânica, foram obtidos perfis de velocidades angulares para as articulações do joelho e do quadril e concluiu-se que o aumento da velocidade não impacta significativamente na eficiência mecânica.

Apesar de ser considerado um parâmetro importante para avaliação da eficiência da remada, os estudos da força aplicada no finca-pé durante o ciclo da remada são relativamente limitados, quando comparados às pesquisas de forças associadas ao membro superior (Soper, 2004). Um estudo conduzido por Soper et al. (2004) apontou que o pico de força aplicado sobre o finca-pé (componente responsável pelo apoio do pé do remador) varia de 299 a 600 N durante a fase

propulsiva. Além disso, foi realizada uma recomendação para manter o ângulo do finca-pé entre 41 e 46°, apesar da possibilidade de atingir outros valores dependendo da amplitude máxima do tornozelo do remador.

Na pesquisa conduzida por Buckeridge et al. (2015), foram analisados os fatores que interferem na técnica de remada e que podem vir a impactar a força aplicada ao finca-pé, ocasionando assimetrias no membro inferior no momento de execução do movimento. Os experimentos realizados indicaram que o quadril apresentou uma maior influência na produção da força horizontal realizada pelo pé em comparação ao joelho e ao tornozelo. Além disso, o aumento da amplitude de movimento do quadril durante a remada e uma maior flexão na fase de pegada indicaram ser cruciais na execução de uma maior força resultante gerada pelo pé. Buckeridge et al. (2016) também estudaram o efeito da altura do finca-pé na realização de forças pelo pé e definiram a redução da componente horizontal e aumento da componente vertical à medida que o ângulo do finca-pé aumentava.

Modelos matemáticos do ciclo da remada podem não somente ser de grande utilidade para estudar e simular a remada, mas também para prover informações de como tornar o movimento mais eficiente. Baudouin e Hawkins (2002) apontaram a ausência de pesquisas voltadas ao estudo da interação entre o sistema biológico (remador) e o sistema mecânico (barco, remo, finca-pé, entre outros) e, portanto, desenvolveram um modelo associado às forças gravitacional, de empuxo, arraste e propulsiva, indicando uma dependência da força de empunhadura com a resistência das articulações do remador e a relação torque-velocidade do sistema. Cabrera et al. (2006) desenvolveram um modelo analítico simplificado para o movimento de remada, obtendo resultados razoavelmente adequados quando comparados à dados da cinemática e da dinâmica obtidos experimentalmente. Já Findlay et al. (2010) obtiveram perfis da posição da mão, do ombro e do quadril como uma função periódica em relação ao tempo com uma simulação de vinte remadas por minuto.

### **1.3** **Objetivos**

O objetivo do projeto é estudar, desenvolver e validar alternativas para aperfeiçoar o desempenho da remada de uma atleta paralímpica com amputação transtibial (inferior à articulação do joelho) através da aplicação de conceitos referentes à biomecânica, cinemática e dinâmica de corpos rígidos.

Por ser um elemento mecânico, a prótese pode ser representada como o elo entre a junta do tornozelo e do joelho pertencente a um sistema de cadeia cinemática fechada com um grau de liberdade. Portanto, objetiva-se a otimização da relação entre a amplitude do movimento da prótese, do ângulo do finca-pé (elemento de fixação do pé) e eficiência da remada (potência) através da implementação de elementos mecânicos no subsistema prótese-finca-pé. Além disso, busca-se realizar uma simulação computacional do sistema a fim de validar modelos analíticos que descrevem o sistema. Por fim, objetiva-se apresentar um modelo conceitual de prótese passiva destinada a remadores com amputação transtibial e propor uma metodologia experimental de avaliação dos resultados através da utilização de um remo-ergômetro

#### **1.4**

#### **Organização do Projeto**

O trabalho está dividido em 7 capítulos. O Capítulo 1 é composto pela motivação do projeto e apresenta uma revisão bibliográfica sobre os estudos referentes a biomecânica da remada. O Capítulo 2 apresenta uma breve revisão acerca dos fundamentos teóricos sobre anatomia, biomecânica do corpo humano, biomecânica da remada e próteses para membros inferiores. O Capítulo 3 aborda os procedimentos da modelagem do sistema a partir da adoção de fundamentos da biomecânica, cinemática e dinâmica de corpos rígidos. O Capítulo 4 descreve a análise de movimento feita por simulações computacionais realizadas a partir do SolidWorks Motion Analysis, visando a validação dos modelos desenvolvidos. O Capítulo 5 aponta os resultados numéricos obtidos por meio dos modelos analíticos 1 e 2 e através das simulações, expõe a metodologia para otimização do ângulo do batente e aponta o procedimento para determinação de parâmetros constantes ideais associados ao sistema. O Capítulo 6 apresenta o projeto conceitual de uma prótese passiva para remadores com amputação transtibial e de um sistema que permite a avaliação da força exercida pelo pé protético sobre o finca-pé durante a remada e, sobretudo, no momento da propulsão. Finalmente, o Capítulo 7 aborda as conclusões do trabalho.



## 2 Fundamentos Teóricos

### 2.1 Anatomia e Biomecânica do Corpo Humano

De modo a classificar os movimentos característicos de cada junta do membro inferior do corpo humano, torna-se necessário definir os seis termos que descrevem a direção de um segmento: anterior, posterior, superior, inferior, esquerda e direita. Os termos anterior e posterior se referem à região frontal do corpo e à parte de trás do corpo, respectivamente.

Existem três planos utilizados como referência no momento de definir o movimento de uma junta, definidos como plano sagital, plano frontal e plano transversal (Whittle, 2007). A face está localizada paralela ao plano frontal e na direção anterior, e a palma da mão está na direção anterior. A Figura 1 ilustra os termos anatômicos básicos e os planos de referência adotados na anatomia.

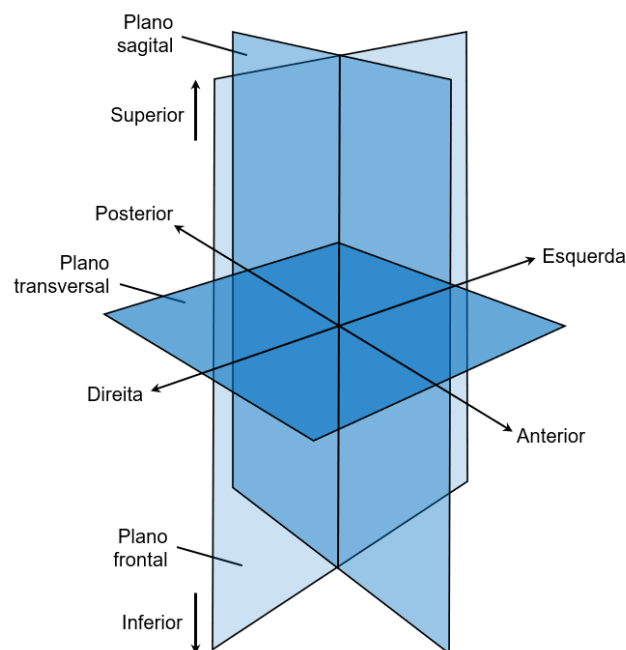


Figura 1: Posições anatômicas, planos de referência e direções fundamentais.

A redução e o aumento do ângulo entre dois membros no plano sagital são definidos como flexão e extensão, respectivamente. Analogamente, a abdução e adução correspondem ao afastamento e a aproximação entre dois membros em relação ao eixo de referência no plano frontal, enquanto os termos rotação interna/externa e supinação/pronação são associados ao plano transversal.

### 2.1.1 Biomecânica do Membro Superior

O membro superior do corpo humano possui sete graus de liberdade, desconsiderando os dedos da mão, e é composto pelas articulações do ombro, cotovelo e pulso. O complexo possui uma redundância, devido ao seu grau de liberdade adicional em relação àquele necessário para se alcançar um objeto, permitindo uma maior possibilidade de movimentações. A Figura 2 exibe os movimentos do membro superior.

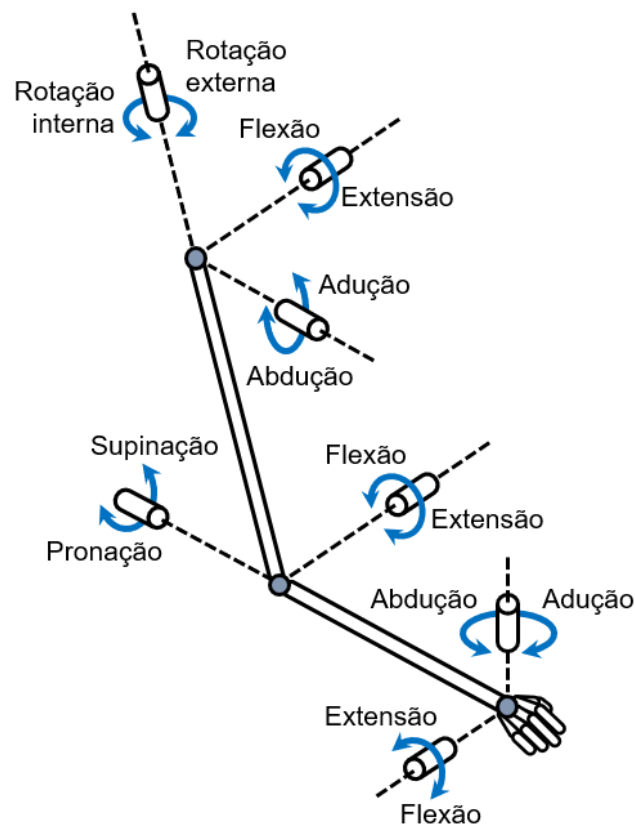


Figura 2: Movimentos do ombro, cotovelo e pulso. Adaptado de Pons (2008).

O ombro é uma das articulações mais complexas do corpo humano, sendo definida como uma junta do tipo bola e soquete com três graus de liberdade, e é capaz de executar extensão e flexão no plano sagital, adução e abdução no plano frontal e rotação interna e rotação externa no plano transversal. O cotovelo possui dois graus de liberdade e realiza flexão e extensão no plano sagital e supinação e pronação do antebraço no plano transversal. Já a junta do pulso apresenta dois graus de liberdade com movimentos de extensão e flexão no plano sagital e de abdução e adução no plano frontal. Além disso, a combinação sequencial de flexão, abdução, extensão e adução com movimento circular é definido como circundução (Pons, 2008).

### 2.1.2 Biomecânica do Membro Inferior

Os movimentos do membro inferior humano são acionados pelo quadril, pelo joelho e pelo conjunto tornozelo-pé, possuindo sete graus de liberdade, quando os dedos do pé são desconsiderados. Assim como o membro superior, o membro inferior possui uma redundância. A Figura 3 ilustra os movimentos de cada junta do membro inferior humano.

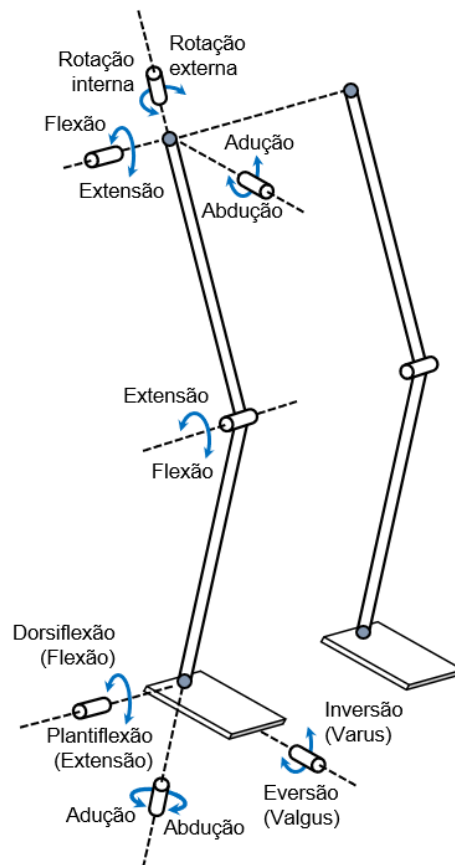


Figura 3: Movimentos do membro inferior. Adaptado de Whittle (2007).

O quadril é considerado uma junta esférica (multiaxial), possuindo 3 graus de liberdade e, portanto, permite a rotação da coxa ao longo dos 3 planos de referência. Os movimentos do quadril são definidos como flexão e extensão no plano sagital, abdução e adução no plano frontal e rotação interna e externa no plano transversal. O joelho pode ser aproximado como uma junta rotativa de um grau de liberdade (uniaxial) e realiza movimentos de flexão e extensão no plano sagital (Whittle, 2007).

O tornozelo e o pé são os responsáveis pela estabilidade do membro inferior humano e seu conjunto possui três graus de liberdade. O tornozelo é composto pela junta talocrural (tibiotalar) e executa movimentos de dorsiflexão e plantiflexão

no plano sagital. Já o pé é formado pelo antepé, mediopé e retropé e possui as juntas subtalar (talocalcânea) e talocalcaneonavicular que causam os movimentos de inversão e eversão no plano frontal e abdução e adução no plano transversal, respectivamente (Whittle, 2007; Brockett, 2016).

O movimento de supinação é produto da combinação da inversão, plantiflexão e adução, enquanto a pronação corresponde a combinação da eversão, dorsiflexão e abdução. Já a junta metatarsfalângica é a responsável pelos movimentos dos dedos do pé, contribuindo com a execução dos movimentos de flexão e extensão (Whittle, 2007).

## 2.2

### Biomecânica da Remada

A remada é um ciclo biomecânico que exige o esforço de diversos grupos musculares e da ação de todas as juntas do corpo humano. Durante a execução da remada, o remador se apoia no carrinho deslizante (assento móvel), mantém seus pés fixos ao finca-pé e utiliza as pás para deslocar o barco, se locomovendo na direção da proa, oposta às costas do remador.

#### 2.2.1

##### Ciclo da Remada

O ciclo da remada pode ser dividido pela fase propulsiva (ou de puxada) e pela fase de recuperação. Durante a propulsão, existem dois movimentos intermediários, denominados como pegada e finalização. A posição do remador para cada etapa é ilustrada pela Figura 4.



Figura 4: Fases do ciclo da remada (World Rowing, 2020).

A fase propulsiva é iniciada a partir da pegada com o deslocamento das pás para dentro da água e correspondente à configuração de máxima flexão dos joelhos e do quadril e máxima dorsiflexão dos tornozelos. O barco apresenta sua menor velocidade, os cotovelos estão estendidos e os pulsos possibilitam a rotação do remo. Simultaneamente, as pás são deslocadas para dentro da água através da abdução e flexão de ombros e estão configuradas perpendiculares em relação à horizontal. A queda característica de aceleração do barco pode ser reduzida caso o remador seja capaz de atingir a posição de pegada mais rapidamente, aumentando a eficiência da velocidade (Mazzone, 1988; Kleshnev, 2011).

O movimento de propulsão pode ser dividido em três fases: ênfase da perna, costas e braços. A primeira parcela da fase de propulsão exige o maior esforço e velocidade das pernas durante o ciclo da remada e consiste na extensão do quadril e dos joelhos e na plantiflexão do tornozelo. Na segunda etapa, o joelho completa sua extensão e o remo é deslocado à medida que o quadril e as costas se estendem. Após a ação do membro inferior, o remador inicia a movimentação das juntas do membro superior a partir da flexão do cotovelo. A última etapa consiste no encerramento da propulsão por uma execução mais enfática do membro superior, onde os joelhos se encontram em máxima extensão, o tornozelo está plantifletido e o quadril e as costas finalizam a sua extensão. O pulso se mantém estabilizado enquanto o cotovelo executa flexão de modo a puxar o remo na direção do corpo. Os ombros agem sob extensão, adução e rotação interna (Mazzone, 1988; Kleshnev, 2011).

A finalização representa o momento em que o quadril termina a sua extensão enquanto os cotovelos permanecem realizando rotação interna. Nessa fase, ocorre o processo de extração das pás da água com auxílio do cotovelo e do pulso, que executam a rotação do remo para garantir seu alinhamento com o eixo horizontal. Na etapa de recuperação, as pás se encontram emergidas devido ao levantamento dos braços com os pulsos executando extensão e com o cotovelo completamente estendido. Além disso, o abdômen causa a flexão do tronco e o carrinho deslizante se desloca em direção à proa com dorsiflexão do tornozelo e flexão do quadril e do joelho. Logo antes de as pernas alcançarem sua máxima flexão, os pulsos flexionam as mãos para rotacionar as pás de modo a otimizar a submersão na pegada e reiniciar o ciclo da remada (Mazzone, 1988).

### 2.3

#### Próteses para Membros Inferiores

Próteses podem ser definidas como mecanismos substitutos de um membro perdido após a amputação e objetivam restaurar o movimento da forma mais próxima à de um membro sadio. A confecção de uma prótese depende sobretudo do grau de amputação, do contorno do membro residual, da função da prótese, das necessidades do paciente e de seus recursos financeiros (Brooker, 2008).

O nível da amputação depende da altura do membro residual do usuário e indica qual modelo de prótese é o mais adequado a ser implementado. A configuração anatômica para cada nível de amputação é ilustrada pela Figura 5, enquanto a descrição para cada grau pode ser consultada na Tabela 1 abaixo.

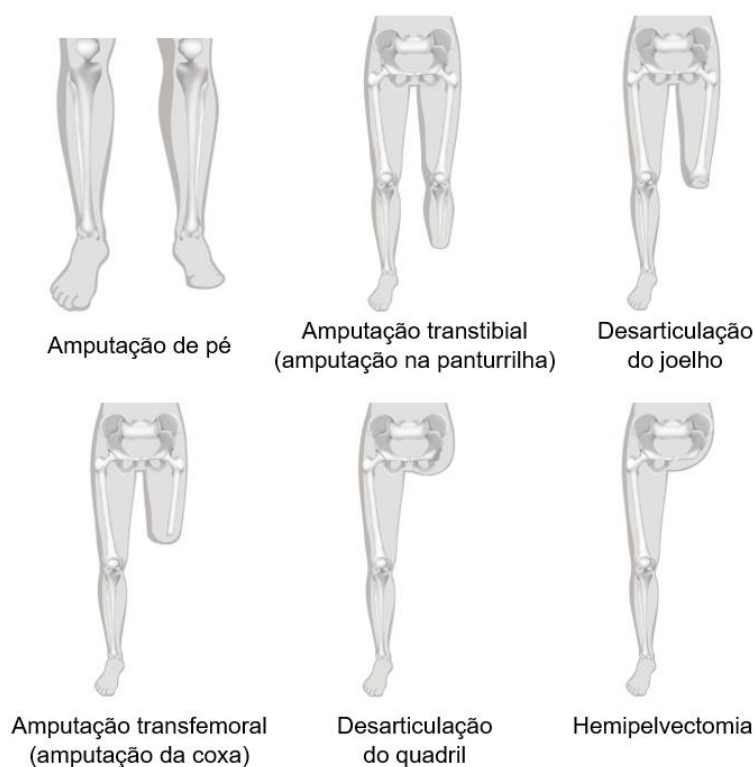


Figura 5: Níveis de amputação (Ottobock, 2019).

Tabela 1: Descrição dos níveis de amputação (Ottobock, 2019).

Nomenclatura	Descrição
Amputação de pé	Abrange desde uma amputação no dedo à uma amputação na região do tarso.
Amputação transtibial	Amputação na área da panturrilha. Ocorre a remoção da tíbia e da fíbula. O paciente ainda é capaz de executar movimentos na junta do joelho.
Desarticulação do joelho	Remoção da articulação do joelho e perda dos movimentos de extensão e flexão. Não há nenhuma amputação na região da coxa.
Amputação transfemoral	Amputação na altura da coxa. O fêmur é retirado.
Desarticulação do quadril	Ocorre a remoção da junta do quadril, anulando seus movimentos. Não há remoção na região da bacia.
Hemipelvectomy	Amputação da perna inteira, além de partes da bacia.

Em geral, uma prótese possui cinco principais componentes: soquete, suspensão, módulo de conexão, articulações e pé protético. A Figura 6 ilustra os elementos de uma prótese transtibial.



Figura 6: Componentes de uma prótese para amputação transtibial (Ottobock, 2013).

O soquete é responsável por interligar o membro residual e o membro artificial, transferindo o peso do membro inferior para o chão ou base de apoio. Ele é implementado com uma interface de gel e atua na distribuição de pressão e estabilização do sistema, sendo geralmente composto por silicone, plástico, fibra de carbono ou polímero.

A suspensão atua na fixação do soquete com o membro residual e o módulo de conexão com adaptador liga o soquete à articulação do tornozelo, sendo geralmente composto de alumínio, aço, fibra de carbono ou titânio. No caso de amputações acima do joelho, o módulo possui uma articulação do joelho ligada ao soquete.

Finalmente, o pé protético é composto por silicone, PVC ou poliuretano e é confeccionado de forma a ser resistente à rasgos, suportar elevadas temperaturas, flexível e adaptável ao corpo do paciente. Os projetos de próteses podem ser divididos de acordo com suas funcionalidades, as quais destacam-se suporte, propulsão, flexibilidade e alívio (Price, 2019).

## **2.4**

### **Influência de Próteses no Movimento de Remada**

Apesar de auxiliarem a reabilitação do paciente na execução de movimentos no membro inferior, as próteses passivas não garantem a restauração absoluta do movimento perdido, podendo gerar assimetrias na execução de algum ciclo biomecânico (Price, 2019). Além disso, um paciente com amputação transtibial pode vir a atingir uma menor velocidade de execução da tarefa alvo e apresentar um maior custo metabólico em comparação a indivíduos com capacidades locomotivas íntegras (Dehghani, 2010).

No caso da remada, exige-se ao competidor a execução de diversas propulsões através da perna ao longo da prova. Logo, uma atuação ineficiente pode vir a causar a desclassificação do atleta, pois cada movimento irregular infere tanto na perda gradual de centímetros ao decorrer da competição quanto no deslocamento inadequado do barco na forma de um arco ao invés de uma reta causado pela execução assimétrica do movimento da remada. Este problema é ilustrado pela Figura 7 abaixo.



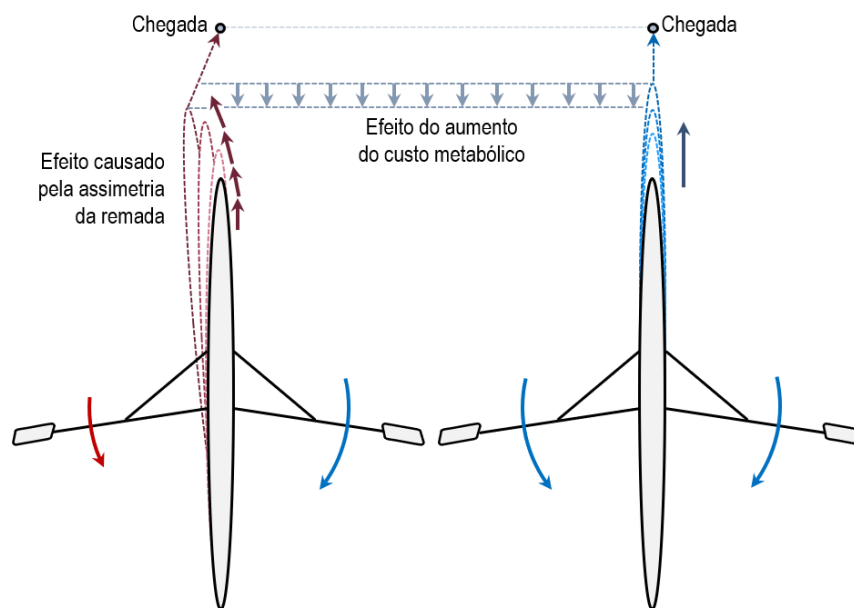


Figura 7: Efeito da assimetria no movimento de remada, no aumento do custo metabólico e na performance do atleta com amputação transtibial.

Próteses passivas também podem vir a causar instabilidades durante a pegada, devido a diferença da aplicação de forças entre a perna e a prótese. Dessa maneira, a transição entre a pegada e propulsão (ou puxada) exige uma possível compensação do tronco pelo remador a fim de corrigir a assimetria resultante, prejudicando a otimização da força de empunhadura.

### 3 Modelagem do Sistema

#### 3.1 Introdução

Neste capítulo, foi realizada a modelagem do sistema composto pela prótese transtibial, remador e carrinho deslizante associados à condição sem contato com o batente e após o contato com o batente, visando definir uma relação entre o torque gerado da coxa para o quadril e o deslocamento angular da junta da prótese. Os três modelos desenvolvidos são brevemente descritos abaixo.

- (1) Sistema de um grau de liberdade composto pela prótese transtibial, remador e carrinho deslizante sem a ação do batente.
- (2) Sistema de um grau de liberdade composto pela prótese transtibial, remador e carrinho deslizante com a ação do batente atuando como uma restrição cinemática.
- (3) Sistema sub-atuado com dois graus de liberdade, associado ao descolamento entre a prótese e o batente.

A Figura 8 ilustra o movimento típico apresentado durante a transição entre as fases de recuperação e propulsão.

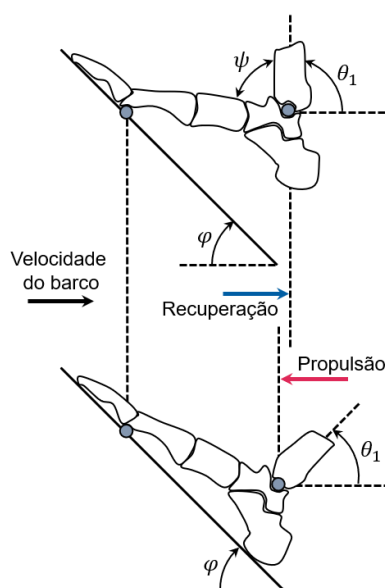


Figura 8: Inclinação da junta do dedo do pé durante a recuperação e a propulsão. Os ângulos do finca-pé, da articulação do tornozelo e entre o tornozelo e o pé são  $\varphi$ ,  $\theta_1$  e  $\psi$ , respectivamente. Adaptado de Kleshnev (2016).

A modelagem do sistema foi realizada com base na teoria de manipuladores. A notação de Denavit-Hartenberg (Craig, 1989) foi adotada para cada modelo, possibilitando a descrição do vetor de posição da extremidade  $p$  do sistema por meio da cinemática direta. A matriz Jacobiana  $J$  que relaciona a velocidade linear da extremidade  $\dot{p} = [\dot{x}_e \ \dot{y}_e \ \dot{\theta}_e]^T$  às velocidades das juntas  $\dot{q}$ , foi definida através da cinemática diferencial do sistema.

A partir da estimativa de  $J$  e adotando a hipótese de movimento quase-estático, foi possível aplicar o princípio da dualidade entre cinemática e estática objetivando analisar a relação entre a força de reação que o cabo do ergômetro exerce sobre o remador  $F_x$  com o torque gerado da coxa para o quadril  $\tau_3^* = -\tau_3$  durante a remada. A análise para um movimento quase-estático possibilita a desconsideração dos termos inerciais de cada modelo. Além disso, ao decorrer do capítulo foram utilizadas as abreviações  $s_i$  e  $c_i$  para as funções seno e cosseno em relação ao ângulo da junta  $i$ .

### 3.2

#### Modelo 1: Sistema Composto por Prótese Transtibial, Remador e Carrinho Deslizante sem a Ação do Batente

A Figura 9 abaixo ilustra o primeiro modelo adotado, classificado como um sistema de cadeia serial fechada composto pelo ergômetro, prótese transtibial, remador e carrinho deslizante. Esta configuração ocorre do ponto de máxima extensão do joelho até o momento em que a prótese encosta no batente. Neste período, o pé se encontra fixo ao finca-pé durante todo o movimento que antecede o contato entre a prótese e o batente. O movimento em análise foi considerado como plano, ou seja, somente no plano anatômico sagital.

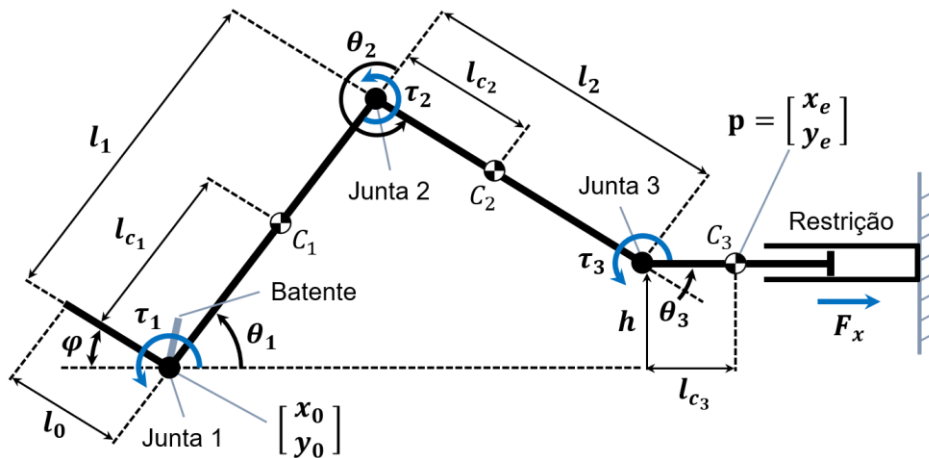


Figura 9: Sistema composto pela prótese transtibial, remador e carrinho deslizante sem a ação do batente.

O primeiro elo representa a prótese, com comprimento  $l_1$ , massa  $m_1$ , centro de massa  $C_1$  a uma distância fixa  $l_{c_1}$  da origem do sistema inercial  $[x_0 \ y_0]^T$  localizado na junta 1 (eixo de rotação da prótese) e momento de inércia  $I_1$  medido em  $C_1$ . O elo gira em relação à horizontal segundo um ângulo  $\theta_1$  da prótese, com torque  $\tau_1$ .

O segundo elo representa a coxa do remador, com comprimento  $l_2$ , massa  $m_2$ , centro de massa  $C_2$  a uma distância fixa  $l_{c_2}$  da junta 2 (joelho) e momento de inércia  $I_2$  medido em  $C_2$ . O elo gira em relação à horizontal segundo um ângulo  $\theta_2$  do joelho, com torque  $\tau_2$ .

O terceiro elo representa o conjunto composto pelo carrinho deslizando, cabo do ergômetro e remador (sem incluir as pernas), com massa  $m_3$  e centro de massa  $C_3$  a uma distância fixa  $l_{c_3}$  da junta 3 (quadril) e momento de inércia  $I_3$  medido em  $C_3$ . O elo se desloca na horizontal a uma altura constante  $h$  em relação ao eixo  $x_0$ , sendo modelado como uma junta prismática (restrição). A força de reação que o cabo do ergômetro exerce sobre o remador é representada por  $F_x$ , definida como positiva no sentido de  $x_0$ . O torque gerado pelo quadril para a coxa é definido como  $\tau_3$  e o elo gira em relação à horizontal segundo um ângulo  $\theta_3$  do quadril.

Por simplicidade e com base no estudo conduzido por Buckeridge et al. (2015) descrito no Capítulo 1, assume-se que os torques associados ao joelho e à prótese são desprezíveis em relação ao torque do quadril.

### 3.2.1

#### Definição da Altura $h$ do Carrinho Deslizante e Cálculo de $\partial\theta_1/\partial\theta_3$

Primeiramente, deve-se definir a altura  $h$  do carrinho deslizante e a relação entre o ângulo do quadril e o ângulo do tornozelo. A Figura 10 abaixo ilustra as relações geométricas entre os elos 1 e 2.

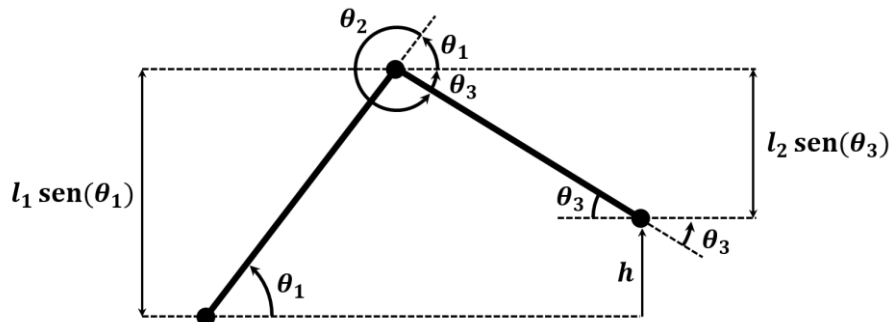


Figura 10: Representação geométrica do sistema em relação ao elo 2 e 3 para definição da altura  $h$ .

A partir da Figura 10, foi possível descrever a relação entre os ângulos  $\theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$  em (3.1) e a altura  $h$  em (3.2).

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 0^\circ \quad (3.1)$$

$$h = l_1 s_1 - l_2 s_3 \quad (3.2)$$

Onde  $\theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$  são os ângulos da prótese, joelho e quadril em relação à horizontal, respectivamente. Já  $h$  é a altura entre o carrinho e o eixo  $x_0$ ,  $l_1$  é o comprimento da prótese e  $l_2$  representa o comprimento da coxa do remador.

Em seguida, a derivada  $\partial\theta_1/\partial\theta_3$ , descrita pela equação (3.4), foi calculada a partir da equação (3.2).

$$\frac{dh}{dt} = l_1 c_1 \dot{\theta}_1 - l_2 c_3 \dot{\theta}_3 = 0 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\theta_3} = \frac{l_2 c_3}{l_1 c_1} \quad (3.4)$$

### 3.2.2 Cinemática Direta

A posição da extremidade p do modelo pode ser determinada a partir da notação de Denavit-Hartenberg (DH) para o ângulo das juntas, como indicado por (3.5).

$$p = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_{12} + l_{c_3} \\ l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

A partir das relações entre  $\theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$  em (3.1), pode-se reescrever p em função de  $\theta_1$  e  $\theta_3$ , como apontado em (3.8).

$$s_{12} = \sin(-\theta_3) = -s_3 \quad (3.6)$$

$$c_{12} = \cos(-\theta_3) = c_3 \quad (3.7)$$

$$p = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_3 + l_{c_3} \\ l_1 s_1 - l_2 s_3 \\ \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + l_2 c_3 + l_{c_3} \\ h \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

O vetor de posição da extremidade  $p$  indica que a posição horizontal  $x_e$  na extremidade é variável, enquanto a posição vertical  $y_e$  e o ângulo  $\theta_e$  na extremidade são constantes.

O vetor de coordenadas generalizadas é definido a partir do número de graus de liberdade do sistema, que pode ser calculado pela equação de Gruebler para o movimento plano (Craig, 1989) em (3.9).

$$M = 3(n_L - n_j - 1) + \sum_{i=1}^n f_i = 3(n_L - n_j - 1) + N \quad (3.9)$$

Onde  $M$ ,  $n_L$ ,  $n_j$  e  $f_i$  são, respectivamente, o número de graus de liberdade do sistema, o número de elos (incluindo a base de apoio), o número de juntas rotativas e o número de graus de liberdade associado à  $i$ -ésima junta. Para  $n_L = n_j = N = 4$ , conclui-se que  $M = 1$ , ou seja, o sistema possui apenas um grau de liberdade e, portanto, é capaz de se movimentar a partir de uma única junta ativa.

### 3.2.3 Cinemática Diferencial

De forma a analisar o esforço aplicado ao quadril durante o movimento, torna-se necessário definir a matriz Jacobiana  $J$  que relaciona a velocidade na extremidade  $\dot{p} = v$  com a velocidade das juntas  $\dot{q} = \dot{\theta}$ , ou seja,  $v = J\dot{\theta}$ .

$$J = \begin{bmatrix} J_L \\ J_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_e}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_e}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x_e}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y_e}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y_e}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y_e}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial \theta_e}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \theta_e}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \theta_e}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

A simplificação apontada no Subcapítulo 3.2 possibilita analisar a relação entre forças e torques do sistema pelo cálculo dos termos da Jacobiana associados à articulação do quadril  $J_{13}$ ,  $J_{23}$  e  $J_{33}$ . Além disso, como  $y_e$  e  $\theta_e$  são constantes,  $J_{11} = J_{13} = J_{21} = J_{22} = J_{23} = J_{31} = J_{32} = J_{33} = 0$  e, portanto, a expressão de  $J$  se reduz a  $J_{13} = \partial x_e / \partial \theta_3$ .

$$J_{13} = \frac{\partial x_e}{\partial \theta_3} = -l_1 s_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_3} - l_2 s_3 = -l_1 s_1 \frac{l_2 c_3}{l_1 c_1} - l_2 s_3 \quad (3.11)$$

$$J_{13} = -l_2 [\tan(\theta_1) c_3 + s_3] \quad (3.12)$$

### 3.2.4 Dualidade entre Cinemática e Estática

A hipótese de movimento quase-estático permite a aplicação do princípio da dualidade entre a cinemática e estática, sendo possível definir uma relação entre o torque das juntas e as forças generalizadas do modelo analítico. Como os torques  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , assim como as forças generalizadas  $F_y$  e  $M_y$  foram consideradas desprezíveis, foi possível formular a relação entre o vetor de torque nas juntas  $\tau = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$  e o vetor de forças generalizadas  $F = [F_x \ F_y \ M_z]^T$  a partir da expressão (3.13).

$$\tau = \tau_3 = J^T F = J_{13} F_x \quad (3.13)$$

Assumindo que o torque gerado pela coxa para o quadril é  $\tau_3^* = -\tau_3 = -J_{13} F_x$ , obtém-se uma relação entre  $\tau_3^*$  e  $F_x$ .

$$\tau_3^* = l_2 [\tan(\theta_1) c_3 + s_3] F_x \quad (3.14)$$

A equação (3.14) deve ser escrita em função de  $\theta_1$  de modo a analisar o efeito do esforço da articulação do quadril em relação ao movimento da prótese. Dessa forma, a equação (3.17) foi obtida por meio da manipulação da equação (3.2), como indicado abaixo.

$$l_2 s_3 = l_1 s_1 - h \quad (3.15)$$

$$l_2 c_3 = l_2 \sqrt{1 - s_3^2} = \sqrt{l_2^2 - (l_2 s_3)^2} = \sqrt{l_2^2 - (l_1 s_1 - h)^2} \quad (3.16)$$

$$\tau_3^* = \left[ \tan(\theta_1) \sqrt{l_2^2 - (l_1 s_1 - h)^2} + l_1 s_1 - h \right] F_x \quad (3.17)$$

Finalmente, obteve-se a razão  $\tau_3^*/F_x$ , descrita por (3.18).

$$\frac{\tau_3^*}{F_x} = \tan(\theta_1) \sqrt{l_2^2 - (l_1 s_1 - h)^2} + l_1 s_1 - h \quad (3.18)$$

### 3.3

#### Modelo 2: Sistema Composto por Prótese Transtibial, Remador e Carrinho Deslizante com a Ação do Batente

O segundo modelo, ilustrado pela Figura 11, descreve o movimento do sistema após o contato entre a prótese e o batente, caracterizado como uma restrição cinemática do sistema. Nesta etapa, o elo 1 exerce um torque de contato  $\tau_1$  no batente e, conseqüentemente, se movimenta em conjunto com o pé protético. A região do calcanhar não se encontra fixa ao finca-pé e a articulação do pé protético rotaciona com um torque  $\tau_0$ . O movimento em análise foi considerado como plano, ou seja, somente no plano anatômico sagital. Assim como o modelo 1, o modelo 2 detém um grau de liberdade, visto que a prótese se mantém fixa ao batente durante o movimento.

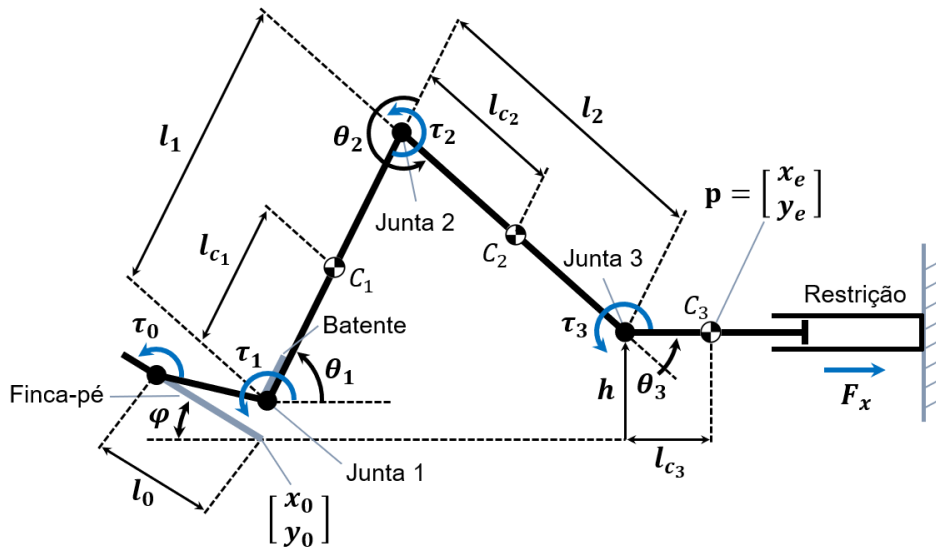


Figura 11: Sistema composto por prótese transtibial, remador e carrinho deslizante com a ação do batente.

Por simplicidade e com base no estudo conduzido por Buckeridge et al. (2015) descrito no Capítulo 1, assume-se que os torques associados ao joelho  $\tau_2$  e ao pé protético  $\tau_0$  são desprezíveis em relação ao torque do quadril. Além disso, a metodologia de cálculo foi realizada de forma análoga ao modelo 1.

#### 3.3.1

##### Definição da Altura do Carrinho Deslizante $h$ e Cálculo de $\partial\theta_1/\partial\theta_3$

A Figura 12 abaixo ilustra a vista expandida da prótese em contato com o batente. A constante  $\psi$  representa o ângulo do batente, a variável  $\alpha$  representa o ângulo entre o finca-pé e o pé protético e a constante  $\varphi$  é o ângulo do finca-pé em relação à horizontal. O ângulo  $\theta_1$  varia em relação ao eixo  $x_0$  e  $\alpha$  varia em relação



ao finca pé enquanto  $\psi = \theta_1 + \varphi - \alpha$  permanece constante ao longo da trajetória do sistema.

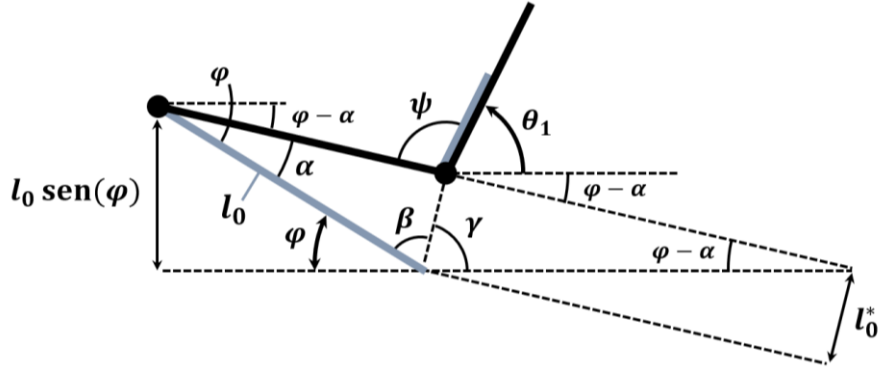


Figura 12: Vista expandida da região composta pelo finca-pé, batente e articulações do tornozelo e metatarsfalângica.

As equações abaixo descrevem as relações entre os ângulos do segundo modelo.

$$\alpha = \theta_1 - \theta_{1b} \quad (3.19)$$

$$\psi = 180^\circ - \theta_{1b} - \varphi \quad (3.20)$$

$$\beta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \quad (3.21)$$

$$\gamma = 180^\circ - \beta - \varphi = 90^\circ + \frac{\alpha}{2} - \varphi \quad (3.22)$$

Onde  $\theta_{1b}$  é o ângulo em que a prótese encosta no batente,  $\varphi$  é a inclinação do finca-pé em relação à horizontal,  $\psi$  é o ângulo do batente,  $\alpha$  é o ângulo entre o finca-pé e o pé protético e  $\beta$  e  $\gamma$  são ângulos auxiliares.

A variável  $l_0^*$  em função de  $l_0$  e  $\alpha$  pode ser definida pela equação abaixo.

$$l_0^* = 2l_0 \sin(\alpha/2) \quad (3.23)$$

A altura  $h$  e  $\partial\theta_1/\partial\theta_3$  podem ser definidas de forma análoga ao primeiro modelo, com auxílio de (3.19) à (3.23).

$$h = l_0^* \sin(\gamma) + l_1 s_1 - l_2 s_3 \quad (3.24)$$

$$\sin(\gamma) = \sin(90^\circ + \frac{\alpha}{2} - \varphi) = \cos\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.25)$$

$$\cos(\gamma) = \cos\left(90^\circ + \frac{\alpha}{2} - \varphi\right) = -\sin\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi\right) = \sin\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.26)$$

$$\xi = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.27)$$

$$h = 2l_0\xi + l_1s_1 - l_2s_3 \quad (3.28)$$

Onde  $\xi$  é uma variável auxiliar escrita em função de  $\alpha$  e  $\varphi$ .

Derivando a equação (3.28), é possível obter a razão  $\partial\theta_1/\partial\theta_3$ , descrita por (3.31), que foi utilizada para a construção da matriz Jacobiana do modelo.

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} = \left\{ l_0 \left[ \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) \right] \right. \\ \left. + l_1c_1 \right\} \dot{\theta}_1 - l_2c_3\dot{\theta}_3 = 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\frac{dh}{dt} = [l_0 \cos(\varphi - \alpha) + l_1c_1] \dot{\theta}_1 - l_2c_3\dot{\theta}_3 = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\theta_3} = \frac{l_2c_3}{l_0 \cos(\varphi - \alpha) + l_1c_1} \quad (3.31)$$

A equação (3.31) difere-se da (3.4) para o modelo 1 apenas em relação ao seu denominador, com o termo adicional  $l_0 \cos(\varphi - \alpha)$  devido a movimentação do pé protético.

### 3.3.2 Cinemática Direta

O vetor de posição da extremidade p foi definido com base nas relações geométricas definidas anteriormente.

$$p = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_0^* \cos(\gamma) + l_1c_1 + l_2c_3 + l_{c_3} \\ l_0^* \sin(\gamma) + l_1s_1 - l_2s_3 \\ \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$p = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2l_0 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) + l_1c_1 + l_2c_3 + l_{c_3} \\ 2l_0\xi + l_1s_1 - l_2s_3 \\ \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Novamente, o vetor p indica que a posição horizontal  $x_e$  na extremidade é variável, enquanto a posição vertical  $y_e$  e o ângulo  $\theta_e$  na extremidade são constantes.

O número de graus de liberdade do sistema associado ao modelo 2 pode ser definido a partir da equação (3.9). Como os elos 0 e 1 podem ser considerados como um único elo durante esse movimento ( $\psi$  constante),  $n_L = n_J = N = 4$  e conclui-se que o sistema detém um grau de liberdade, sendo capaz de se movimentar a partir de uma única junta ativa.

### 3.3.3 Cinemática Diferencial

Para analisar o efeito do batente na prótese, torna-se necessário definir a matriz Jacobiana  $J$  que relaciona a velocidade na extremidade  $\dot{p} = v$  com a velocidade das juntas  $\dot{q} = \dot{\theta}$ , ou seja,  $v = J\dot{\theta}$ .

Para o modelo 2, a presença de um torque  $\tau_1$  da prótese atuando sobre o batente implica na adição do termo  $J_{11} = \partial x_e / \partial \theta_1$  na equação (3.10), que descreve a expressão para a matriz Jacobiana. A equação (3.31) foi utilizada para definir  $J_{11}$  e  $J_{33}$ .

$$J_{11} = \frac{\partial x_e}{\partial \theta_1} = \frac{\partial}{\partial \theta_1} \left[ 2l_0 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) + l_1 c_1 + l_2 c_3 + l_{c_3} \right] \quad (3.34)$$

$$J_{11} = l_0 \sin(\varphi - \alpha) - l_1 s_1 - [l_0 \cos(\varphi - \alpha) + l_1 c_1] \tan(\theta_3) \quad (3.35)$$

$$J_{13} = \frac{\partial x_e}{\partial \theta_3} = \frac{\partial}{\partial \theta_3} \left[ 2l_0 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) + l_1 c_1 + l_2 c_3 + l_{c_3} \right] \quad (3.36)$$

$$J_{13} = \frac{l_2 c_3 [l_0 \sin(\varphi - \alpha) - l_1 s_1]}{l_0 \cos(\varphi - \alpha) + l_1 c_1} - l_2 s_3 \quad (3.37)$$

Visando definir  $J_{11}$  e  $J_{13}$  em função do deslocamento angular da prótese, os termos da equação (3.24) que relaciona a altura do carrinho com os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_3$  foram rearranjados, como descrito por (3.38), de modo a substituir  $l_2 s_3$  em (3.37). Além disso, a expressão (3.38) foi adotada para realizar a substituição o termo  $l_2 c_3$  em (3.37).

$$l_2 s_3 = 2l_0 \xi + l_1 s_1 - h \quad (3.38)$$

$$l_2 c_3 = \sqrt{l_2^2 - (l_2 s_3)^2} = \sqrt{l_2^2 - (2l_0 \xi + l_1 s_1 - h)^2} \quad (3.39)$$

A razão entre (3.38) e (3.39) possibilita o cálculo de  $\tan(\theta_3)$  e sua substituição na equação de  $J_{11}$  em (3.35).

$$\tan(\theta_3) = \frac{2l_0\xi + l_1s_1 - h}{\sqrt{l_2^2 - (2l_0\xi + l_1s_1 - h)^2}} \quad (3.40)$$

A substituição de (3.40) em (3.35) possibilitou a obtenção de  $J_{11}$  em função do ângulo da junta da prótese  $\theta_1$ .

$$J_{11} = l_0 \sin(\varphi - \alpha) - l_1s_1 - [l_0 \cos(\varphi - \alpha) + l_1c_1] \frac{2l_0\xi + l_1s_1 - h}{\sqrt{l_2^2 - (2l_0\xi + l_1s_1 - h)^2}} \quad (3.41)$$

Substituindo (3.38) e (3.39) em (3.37), obteve-se  $J_{13}$  em função de  $\theta_1$ .

$$J_{13} = \frac{l_0 \sin(\varphi - \alpha) - l_1s_1}{l_0 \cos(\varphi - \alpha) + l_1c_1} \sqrt{l_2^2 - (2l_0\xi + l_1s_1 - h)^2} - 2l_0\xi - l_1s_1 + h \quad (3.42)$$

### 3.3.4

#### Dualidade entre Cinemática e Estática

Assim como abordado no procedimento de modelagem do primeiro sistema, o princípio da dualidade entre a cinemática e estática pode ser adotado para determinar a relação  $\tau_3^*/F_x$  do segundo modelo. Além disso, foi considerado um torque passivo adicional transmitido do batente à prótese  $\tau_1^*$  e, portanto, a relação  $\tau_1^*/F_x$  também foi calculada.

Como o torque  $\tau_2$  e as forças generalizadas  $F_y$  e  $M_y$  foram consideradas desprezíveis, foi possível formular a relação entre o vetor de torque nas juntas  $\tau = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$  e o vetor de forças generalizadas  $F = [F_x \ F_y \ M_z]^T$  a partir da expressão (3.13) adaptada ao modelo 2.

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = J^T F \rightarrow \begin{cases} \tau_1 = J_{11}F_x \\ \tau_3 = J_{13}F_x \end{cases} \quad (3.43)$$

Assumindo  $\tau_3^* = -\tau_3$  e  $\tau_1^* = -\tau_1$ , obteve-se as equações (3.44) e (3.45) para  $\tau_1^*/F_x$  e  $\tau_3^*/F_x$ , respectivamente.

$$\frac{\tau_1^*}{F_x} = l_1 s_1 + [l_0 \cos(\varphi - \alpha) + l_1 c_1] \frac{2l_0 \xi + l_1 s_1 - h}{\sqrt{l_2^2 - (2l_0 \xi + l_1 s_1 - h)^2}} - l_0 \sin(\varphi - \alpha) \quad (3.44)$$

$$\frac{\tau_3^*}{F_x} = -\frac{l_0 \sin(\varphi - \alpha) - l_1 s_1}{l_0 \cos(\varphi - \alpha) + l_1 c_1} \sqrt{l_2^2 - (2l_0 \xi + l_1 s_1 - h)^2} + 2l_0 \xi + l_1 s_1 - h \quad (3.45)$$

### 3.4

#### Modelo 3: Movimento Livre do Sistema a Partir do Descolamento da Prótese com o Batente

O terceiro modelo, ilustrado pela Figura 13, descreve o movimento do sistema após descolamento entre a prótese e o batente. Nesta etapa, o elo 1 não se movimenta em conjunto com o pé protético. A região do calcanhar não se encontra fixa ao finca-pé e a articulação do pé protético rotaciona com um torque  $\tau_0$ . O movimento em análise foi considerado como plano, ou seja, somente no plano anatômico sagital.

Nesta etapa, o ângulo entre o pé protético e a prótese  $\psi$  é variável e  $\alpha_d$  está associado aos deslocamentos angulares do pé protético e da prótese,  $\theta_0$  e  $\theta_1$ , respectivamente. Os vetores  $p_{0,d} = [x_{0,d} \ y_{0,d}]^T$  e  $p_d = p_{0,d} + p = [x_{e,d} \ y_{e,d}]^T$  representam, respectivamente, o referencial inercial e a posição da extremidade adaptados para a situação de descolamento.

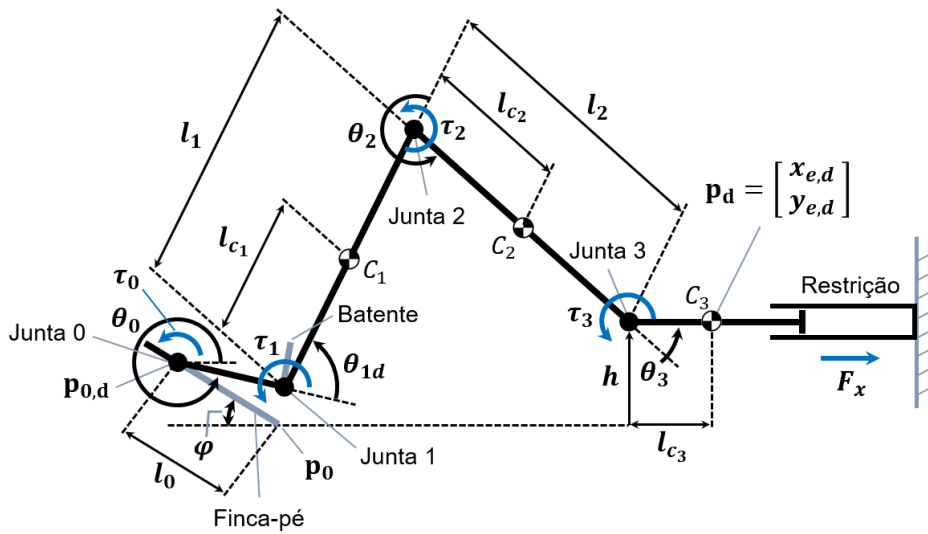


Figura 13: Modelo adaptado para a situação de descolamento do batente.

Por simplicidade, considera-se novamente um movimento quase-estático e que os torques do joelho, da prótese e do pé protético são desprezíveis em relação ao torque do quadril (Buckeridge, 2015). Devido a essas considerações e ao modelo 3 deter dois graus de liberdade, pode-se considerá-lo como um sistema sub-atuado, pois possui menos juntas ativas ( $\tau_3$ ) do que o seu número de graus de liberdade.

A Figura 14 abaixo ilustra a vista expandida do modelo de descolamento. A variável  $\alpha_d$  representa o ângulo entre o finca-pé e o pé protético e a constante  $\varphi$  é o ângulo do finca-pé em relação à horizontal.

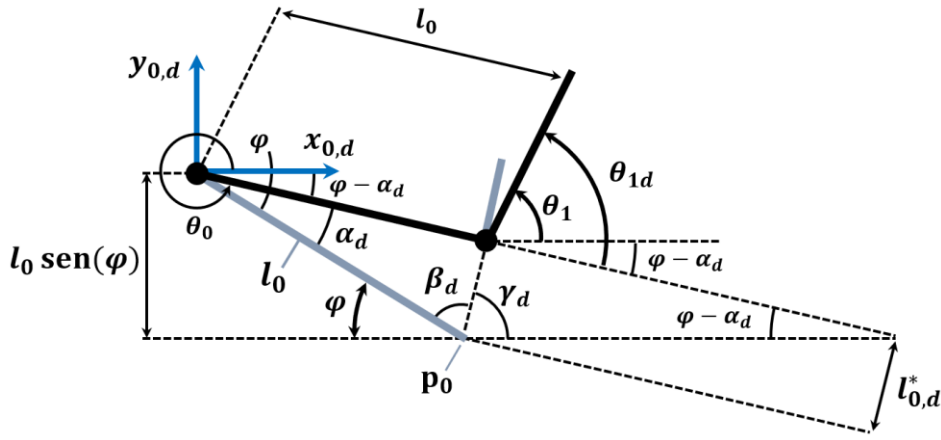


Figura 14: Vista expandida dos elos representando o pé protético e a prótese transtibial para o modelo 2 adaptado à situação de descolamento do batente.

A equação (3.46) descreve a relação entre  $\alpha_d$ ,  $\theta_0$  e  $\varphi$ , enquanto a expressão (4.47) aponta a relação entre  $\theta_{1d}$ ,  $\theta_0$  e  $\theta_1$ .

$$\alpha_d(\theta_0) = \theta_0 + \varphi \quad (3.46)$$

$$\theta_{1d} = \theta_1 + \varphi - \alpha_d = \theta_1 - \theta_0 \quad (3.47)$$

As equações (3.21), (3.22) e (3.23) podem ser adaptadas para as relações descritas abaixo.

$$\beta_d = 90^\circ - \frac{\alpha_d}{2} \quad (3.48)$$

$$\gamma_d = 180^\circ - \beta_d - \varphi = 90^\circ + \frac{\alpha_d}{2} - \varphi \quad (3.49)$$

$$l_{0,d}^* = 2l_0 \sin(\alpha_d/2) \quad (3.50)$$

Já a altura do carrinho em relação à base do finca-pé,  $h$ , é descrita pela equação abaixo.

$$h = l_0[\text{sen}(\varphi) + s_0] + l_1 s_1 - l_2 s_3 \quad (3.51)$$

A altura  $h$  referente ao modelo 1, descrita pela equação (3.2), pode ser obtida para a condição na qual o pé protético encaixa novamente no finca-pé, isto é,  $\alpha_d = 0$  e  $\theta_0 = -\varphi$ .

O cálculo da relação entre  $\partial\theta_1/\partial\theta_3$  segue o mesmo princípio da equação (3.31), dado que  $h$  permanece constante, e é descrita por (3.53) a partir da suposição de que a velocidade angular  $\dot{\alpha}_d$  é igual à apresentada no modelo 2, ou seja,  $\dot{\alpha}_d = \dot{\alpha}$  e  $\dot{\theta}_0 = \dot{\theta}_1$ .

$$\frac{dh}{dt} = l_0 c_0 \dot{\theta}_0 + l_1 c_1 \dot{\theta}_1 - l_2 c_3 \dot{\theta}_3 = 0 \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\theta_3} = \frac{l_2 c_3}{l_0 c_0 + l_1 c_1} \quad (3.53)$$

O vetor  $p_{e,d}$  que representa a posição da extremidade do modelo 3 é descrito pela equação (3.54).

$$p_d = \begin{bmatrix} x_{e,d} \\ y_{e,d} \\ \theta_{e,d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_0 c_0 + l_1 c_1 + l_2 c_3 + l_{c_3} \\ l_0 s_0 + l_1 s_1 - l_2 s_3 \\ \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

Onde  $l_0$  é o comprimento do pé protético,  $c_0 = \cos(\theta_0)$  e  $s_0 = \text{sen}(\theta_0)$ . Nota-se que  $y_{e,d}$  permanece constante, mas com o carrinho sendo avaliado a partir da ponta do finca-pé ao invés de  $h$ .

A equação (3.54) foi utilizada para definir  $\tau_3^* = -\tau_3$  a partir do princípio da dualidade entre cinemática e estática.

$$\tau_3^* = -J_{13} F_x = -\frac{\partial x_{e,d}}{\partial\theta_3} F_x = (l_0 s_0 + l_1 s_1) \frac{\partial\theta_1}{\partial\theta_3} + l_2 s_3 \quad (3.55)$$

Substituindo (3.53) em (3.55), obtém-se (3.56). A partir de (3.51) e dado que  $c_3 = \sqrt{1 - s_3^2}$ , determina-se uma relação entre  $\tau_3^*$ ,  $\theta_0$  e  $\theta_1$  descrita por (3.57).

$$\frac{\tau_3^*}{F_x} = \frac{l_2 c_3 (l_0 s_0 + l_1 s_1)}{l_0 c_0 + l_1 c_1} + l_2 s_3 \quad (3.56)$$

$$\frac{\tau_3^*}{F_x} = \frac{l_0 s_0 + l_1 s_1}{l_0 c_0 + l_1 c_1} \sqrt{l_2^2 + [l_0 (\sin(\varphi) + s_0) + l_1 s_1 - h]^2} + l_0 [\sin(\varphi) + s_0] + l_1 s_1 - h \quad (3.57)$$

A equação (3.57) indica a capacidade do sistema de dois graus de liberdade se locomover a partir de uma única junta ativa, podendo ser caracterizado como sub-atuado. Tal condição foi considerada instantânea após o ângulo da junta da prótese do sistema descrito pelo modelo 2 atingir 90 graus.

### 3.5

#### Definição das Condições de Contorno do Sistema

Para analisar os perfis de torque e força dos modelos com relação à  $\theta_1$ , torna-se necessária a definição do domínio do ângulo da articulação da prótese e das demais condições de contorno do sistema, como descrito pela equação (3.58).

$$\begin{cases} \theta_{1,min} \leq \theta_1 \leq \theta_{1b} \rightarrow \text{Modelo 1} \\ \theta_{1b} \leq \theta_1 \leq \theta_{1,max} \rightarrow \text{Modelo 2} \end{cases} \quad (3.58)$$

Onde  $\theta_{1,min}$  é o ângulo mínimo da prótese em relação à horizontal e  $\theta_{1,max}$  é o ângulo máximo da prótese em relação à horizontal. Durante a fase de recuperação, com tempo de duração representado por  $t_r$ ,  $\theta_1$  varia de  $\theta_{1,min}$  à  $\theta_{1b}$  pelo modelo 1. A transição para o modelo 2 ocorre com o contato entre a prótese e o batente em  $\theta_{1b}$ , que varia até  $\theta_{1,max}$ . Já durante a propulsão,  $\theta_1$  varia de  $\theta_{1,max}$  à  $\theta_{1,min}$  com tempo  $t_p$ . Durante um tempo muito curto, a propulsão ocorre por meio do modelo 3 após o descolamento entre a prótese e o batente em  $\theta_1 = 90^\circ$ , com a sua transição para o modelo 1 ocorrendo quando a região do calcanhar do pé protético encosta no finca-pé.

A relação que define o domínio do ângulo da prótese em função do ângulo da articulação do quadril e parâmetros constantes pode ser obtida isolando  $\theta_1$  na equação (3.2) e é descrita pela equação (3.59).

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{h - l_2 s_3}{l_1} \right) \quad (3.59)$$



O ângulo mínimo da prótese em relação à horizontal corresponde ao momento em que os joelhos estão em máxima extensão, como ilustrado pela Figura 15 abaixo.

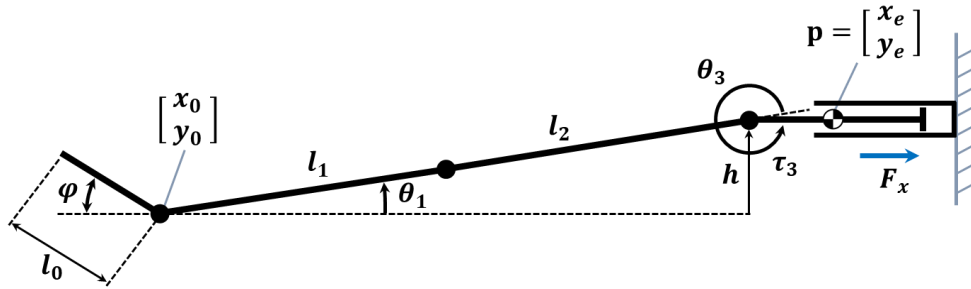


Figura 15: Fase de recuperação do ciclo da remada. A prótese apresenta seu menor valor no domínio de  $\theta_1$  e máxima extensão do ângulo do joelho ( $\theta_2$ ).

O ângulo mínimo pode ser definido a partir da equação abaixo.

$$\theta_{1,min} = \theta_1(0) = \sin^{-1}\left(\frac{h}{l_1 + l_2}\right) \quad (3.60)$$

A transição entre os modelos 1 e 2 ocorre a partir do momento em que a prótese entra em contato com o batente. Nesta condição, é possível notar um deslocamento angular do pé protético e seu ângulo máximo em relação ao finca-pé é dado pela equação (3.61).

$$\alpha_{max} = \theta_{1,max} - \theta_{1b} \quad (3.61)$$

Onde  $\alpha_{max}$  é o ângulo de inclinação máximo do pé protético em relação ao finca-pé para um dado tempo de recuperação.

A partir da medição dos segmentos da atleta, da prótese e dos parâmetros associados ao ergômetro, tornou-se possível a definição das condições de contorno do sistema. A tabela abaixo indica o valor associado a cada parâmetro.

Tabela 2: Valores associados aos parâmetros do sistema.

$l_0$	$l_1$	$l_2$	$h$	$\varphi$
0,18 m	0,42 m	0,47 m	0,20 m	45°

Substituindo os valores da Tabela 2 na equação (3.58) obteve-se  $\theta_{1,min} = \theta_1(0) \cong 13^\circ$ .

Além disso, um teste com a atleta paralímpica feito através de um exercício submáximo para um percurso de 2000 metros indicou um tempo de recuperação médio  $t_r = 0,890$  e um tempo de propulsão médio  $t_p = 0,678$  s.

## **4**

### **Simulação Computacional**

#### **4.1**

##### **Introdução**

Neste capítulo é apontado o procedimento para a realização das simulações computacionais dos modelos elaborados no Capítulo 3 através do software SolidWorks Motion Analysis, objetivando a validação dos modelos analíticos que descrevem o movimento para um remador com prótese transtibial durante a fase de recuperação.

Primeiramente, a montagem simplificada utilizada para simular o modelo 1 (sem batente) e o modelo 2 (com batente) foi descrita em conjunto com uma metodologia de eliminação de redundâncias. Em seguida, foram apontados os recursos e as configurações adotadas durante a simulação. Finalmente, os resultados foram comparados com os modelos analíticos para confirmar sua validade.

#### **4.2**

##### **Simulação em SolidWorks Motion Analysis**

O Motion Analysis é uma extensão do software SolidWorks, responsável por simular sistemas dinâmicos através de soluções numéricas de equações diferenciais e algébricas conjugadas. Em cada passo de tempo, a solução é obtida a partir da integração das equações diferenciais obedecendo simultaneamente as equações de restrição algébrica.

A Figura 16 ilustra a montagem simplificada confeccionada no SolidWorks para a realização da simulação. Os movimentos respectivos a cada simulação estão contidos no Apêndice B.

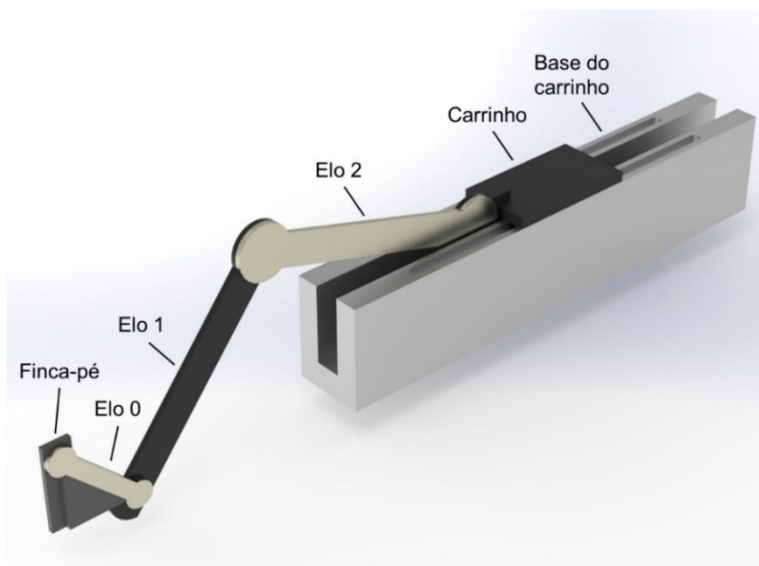


Figura 16: Modelo simplificado utilizado para validação dos modelos através do SolidWorks Motion Analysis.

O pé protético, a prótese transtibial e a coxa são representados, respectivamente, pelos elos 0,1 e 2. A base do carrinho possui ranhuras, possibilitando a translação do carrinho deslizando em sua superfície.

Para os fins de simplificação, a montagem foi elaborada somente com as configurações geométricas dos modelos 1 e 2 apresentados no Capítulo 3. Dado que o batente atua como um mecanismo de travamento e sua massa pode ser considerada desprezível em relação à prótese, pode-se desconsiderá-lo da simulação para reduzir o custo computacional e para evitar uma simulação de impacto inexistente.

Inicialmente, as montagens foram preparadas de modo a garantir o funcionamento adequado das simulações. Para tal, cada peça foi posicionada visando a eliminação de todas as redundâncias do modelo. Desse modo, as juntas rotativas foram montadas a partir do posicionamento mecânico do tipo dobradiça, enquanto o carrinho foi montado a partir do posicionamento mecânico do tipo ranhura, com deslocamento livre. A base do carrinho e o finca-pé, representado como o apoio do pé protético da montagem, foram fixados. Finalmente, as demais redundâncias foram eliminadas na aba do SolidWorks Motion Analysis a partir do recurso “Substituir posicionamentos redundantes com buchas”. Após esse procedimento, o recurso de gravidade foi ativado devido à ação de torques e forças e as massas de cada componente foram configuradas para valores desprezíveis, por conta da consideração de movimento quase-estático.

### 4.2.1

#### Atuação do Sistema e Aplicação de Forças

Como o sistema em análise detém um grau de liberdade, a montagem foi atuada por meio do recurso de motor rotativo na junta que representa o quadril. O método de interpolação do tipo spline cúbico foi adotado para descrever os segmentos do deslocamento angular em função do tempo. Para a validação do primeiro modelo, foi utilizado um tempo de 0,89 s, que reflete o período da fase de recuperação da atleta. Para o modelo 2, foi utilizado um tempo de 0,35 s, associado ao intervalo no qual a prótese encosta no batente com um ângulo  $\theta_{1b} = 64,16^\circ$  ou  $\psi = 70,84^\circ$  até atingir  $90^\circ$ . Já para o ciclo da remada completo, o motor rotativo foi aplicado para um tempo total de 1,57 s, indo do ponto de máxima extensão do joelho ao de máxima flexão em  $t_r = 0,890$  s e retornando à condição inicial com um tempo de  $t_p = 0,678$  s.

Um recurso de força foi implementado na face do carrinho deslizante na direção contrária ao movimento de modo a simular a força de reação que o cabo do ergômetro exerce sobre o remador ( $F_x$ ) e possibilitar a comparação entre a simulação e os modelos analíticos. Para as simulações durante a recuperação, foi adotada uma força constante de 10 N contrária à direção de deslocamento.

Por outro lado, a adoção do recurso de força na simulação do ciclo da remada completo se diferiu do anterior visto que, para este caso, o ciclo engloba as fases de recuperação e propulsão, atreladas à uma força constante e uma força variável, respectivamente (Soper, 2004; McGregor, 2005; Pollock, 2009). Dessa maneira, os dados da força de empunhadura variável, obtidos por meio do exercício submáximo realizado pela atleta, foram tratados e importados para uma função de interpolação associada ao recurso durante a fase propulsiva. Tal força foi aplicada no intervalo de 0,89 a 1,57 s, com sentido oposto à adotada durante a recuperação. O perfil de força implementado durante a propulsão é ilustrado pela Figura 17.

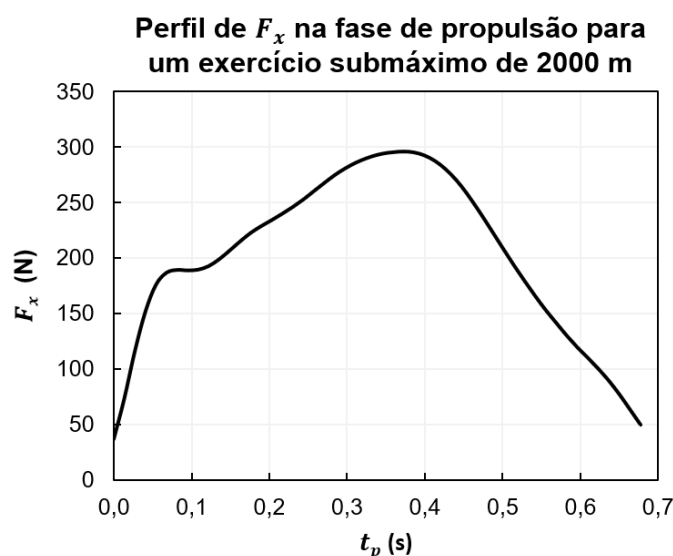


Figura 17: Perfil da força de empunhadura durante a fase de propulsão por meio de um exercício submáximo para um percurso de 2000 m.

#### 4.2.2 Simulação de Contato

A simulação de contato é implementada para casos em que se torna necessário indicar a interação entre corpos que colidem, rolam ou deslizam. Além disso, ela é utilizada para evitar interferências entre as superfícies dos corpos sólidos que interagem entre si. Portanto, o recurso “contato de corpo sólido” foi implementado entre o carrinho deslizante e a base de apoio (deslizamento) e entre o pé protético e o finca pé (força de pressão).

#### 4.2.3 Configurações da Simulação

As simulações foram realizadas utilizando 500 frames por segundo com o recurso de resolução de contato 3D média e precisão média para ambos os modelos, com um número máximo de 100 iterações. O método de integração foi realizado a partir do modelo SI2\_GSTIFF, de modo a garantir um melhor controle dos erros relacionados às velocidades e acelerações executadas pelos componentes da montagem, quando comparado aos métodos GSTIFF e WSTIFF. No entanto, a adoção do SI2\_GSTIFF implica em um maior custo computacional.

### 4.3 Validação

Uma simulação foi realizada para o modelo 1 objetivando a sua validação, enquanto sete simulações para o modelo 2, dada necessidade de avaliar o perfil de torque do quadril para ângulos de batentes distintos. Após a validação dos

modelos, foi realizada uma última simulação para obter o perfil de  $\tau_3^*$  em função de  $\theta_1$  do modelo 1 durante o ciclo da remada.

#### 4.3.1

##### Validação do Modelo 1

Os dados referentes à simulação do modelo 1 foram tratados e comparados com o modelo analítico. Como uma força constante  $F_x = 10$  N foi aplicada sobre a face do carrinho na direção oposta ao deslocamento durante a simulação, tal valor foi substituído na equação (3.18) do modelo analítico para que fosse possível realizar a comparação.

A Figura 18 ilustra o perfil de  $\tau_3^*$  obtido através da simulação e o perfil determinado por meio do modelo analítico. A sobreposição das duas curvas indica a validação do modelo 1. Assim como no modelo analítico, a simulação indicou uma condição de singularidade em  $\theta_1 = 90^\circ$ , apontando a necessidade de um maior esforço para realizar a transição entre as fases de recuperação e propulsão.

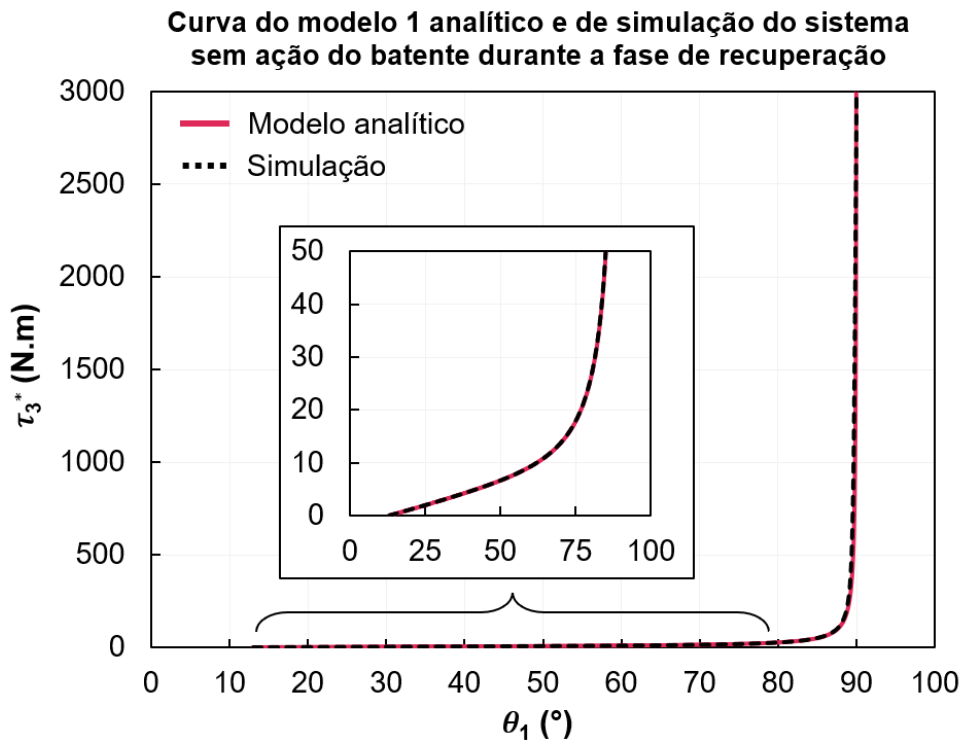


Figura 18: Comparação entre a curva obtida pelo modelo analítico e via simulação para o modelo 1 (sem ação do batente).

#### 4.4

#### Validação do Modelo 2

Objetivando a redução do custo computacional e a simplificação da simulação, o modelo 2 foi configurado para começar no momento de contato com o batente. Nessa etapa, os elos 0 e 1 se mantêm agrupados, replicando a condição em que a prótese permanece fixa ao batente.

Os dados referentes à simulação do modelo 2 foram tratados e utilizados para avaliar o modelo analítico. Como uma força constante  $F_x = 10$  N foi aplicada sobre a face do carrinho na direção oposta ao deslocamento durante a simulação, tal valor foi substituído na equação (3.45) do modelo analítico para que fosse possível realizar a comparação.

A Figura 19 ilustra o perfil de  $\tau_3^*$  obtido através da simulação e a obtida por meio do modelo analítico. A sobreposição das duas curvas indica a validação do modelo 2.

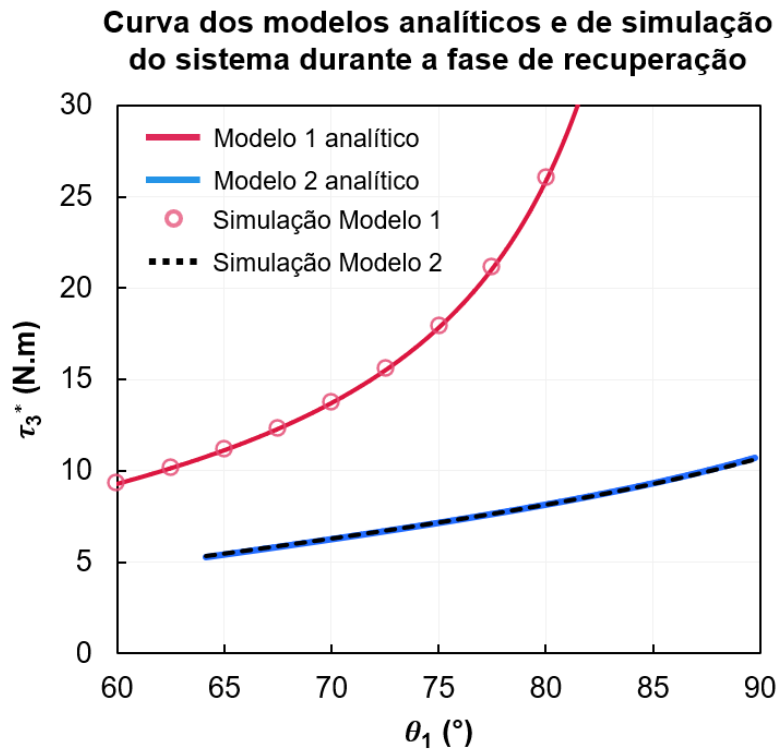


Figura 19: Comparação entre as curvas obtidas pelos modelos analíticos e via simulação para os modelos 1 e 2.



## 4.5

### Discussão

As simulações realizadas pelo software SolidWorks Motion Analysis por meio da montagem simplificada possibilitaram a validação dos modelos analíticos 1 (prótese sem batente) e 2 (prótese com batente).

A validade dos modelos permitiu o estudo do sistema com as hipóteses adotadas de movimento plano e quase-estático (termos de inércia nulos), momento  $M_y$  e força  $F_y$  nulos, e torques  $\tau_0$ ,  $\tau_1$  e  $\tau_2$  desprezíveis em relação ao torque do quadril  $\tau_3$ .

Os dados relacionados ao motor rotativo presente na articulação do quadril para cada simulação foram coletados e utilizados durante o Capítulo 5, visando a análise numérica e otimização de parâmetros constantes.

## 5 Resultados Numéricos e Otimização

### 5.1 Introdução

Este capítulo apresenta os resultados numéricos obtidos a partir do modelo analítico e via simulação computacional. O procedimento de determinação do ângulo ótimo do batente possibilitou o estudo de parâmetros constantes ideais para a inclinação do finca-pé e para a altura do carrinho deslizando.

### 5.2 Análise do Esforço do Quadril para o Modelo 1

Como primeira análise, foi realizado um estudo do modelo 1, correspondente ao sistema composto pela prótese transtibial, remador e carrinho deslizando sem a ação do batente.

#### 5.2.1 Análise do Esforço do Quadril na Fase de Recuperação

A recuperação é o período no qual o remador se desloca da configuração de máxima extensão do joelho até a sua máxima flexão. No início da fase, o ângulo da prótese em relação à horizontal se encontra em  $\theta_1 = 13^\circ$ , para os dados constantes da atleta indicados na Tabela 2, e se encerra em  $\theta_1 = 90^\circ$ .

Durante a recuperação, a força de reação que o cabo do ergômetro exerce sobre a remadora,  $F_x$ , pode ser considerada como aproximadamente constante (Soper, 2004; McGregor, 2005; Pollock, 2009). Essa consideração permite o uso da equação (3.18) do modelo 1 analítico para obter uma curva da relação entre  $\tau_3^*/F_x$  durante a fase de recuperação. A Figura 20 indica o perfil de  $\tau_3^*/F_x$  em função do ângulo da prótese  $\theta_1$  do primeiro modelo.

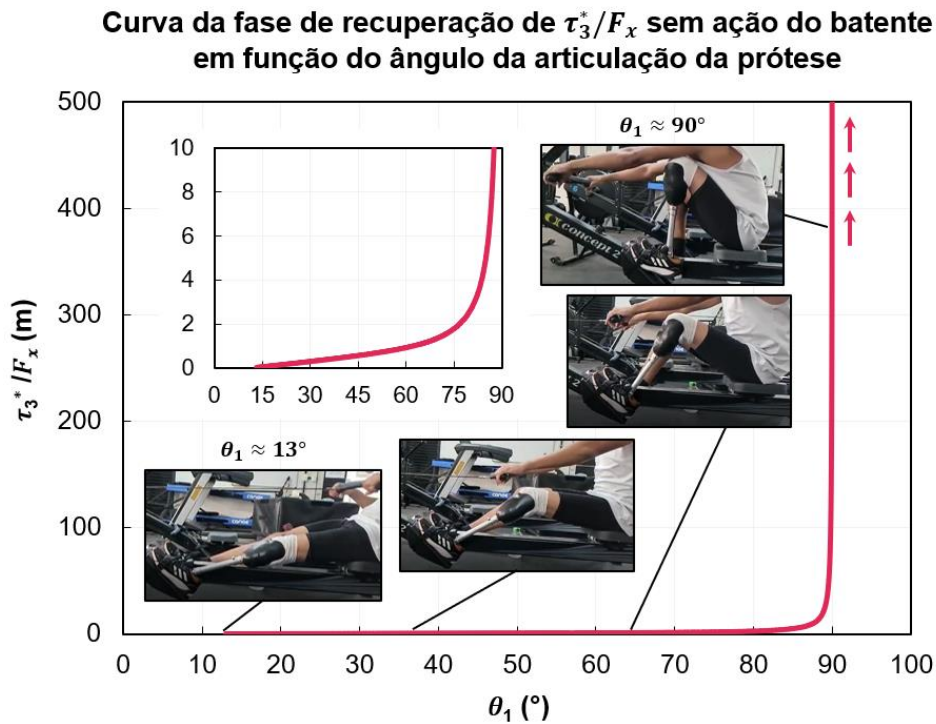


Figura 20: Curva da fase de recuperação de  $\tau_3^*/F_x$  sem ação do batente em função do ângulo da articulação da prótese.

Em  $\theta_1 = 13^\circ$ , nota-se a necessidade de um torque transmitido da coxa ao quadril ( $\tau_3^*$ ) nulo para a execução de  $F_x$ , indicando um esforço desprezível do quadril. Por outro lado, o sistema encontra-se em uma configuração de singularidade em  $\theta_1 = 90^\circ$ , apontando a necessidade de um torque transmitido da coxa ao quadril ( $\tau_3^*$ ) muito elevado para que o sistema possa vir a ser capaz de exercer a força  $F_x$ . Essa condição restringe o único grau de liberdade do sistema, dificultando ou até impedindo a locomoção do remador.

No caso de um remador que detém os dois membros inferiores, pode-se utilizar as juntas do joelho e do tornozelo de ambas as pernas para garantir a saída dessa configuração. No entanto, esta ação não se torna válida para remadores com amputação transtibial, visto que os esforços das demais juntas se concentrariam no membro íntegro, podendo causar um movimento de remada assimétrico e aumentando seu desgaste muscular em relação ao amputado. De forma mais crítica, um remador com os dois membros inferiores amputados não seria capaz de sair da condição de singularidade caso não possuísse uma mobilidade no joelho, prejudicando gravemente a remada e causando uma restrição completa do movimento.

### 5.2.2

#### Análise do Esforço do Quadril Durante o Ciclo da Remada

A simulação computacional possibilitou a obtenção de uma curva do torque transmitido da coxa para o quadril em função do ângulo da prótese em relação à horizontal para o ciclo da remada. O resultado obtido é ilustrado pela Figura 21.

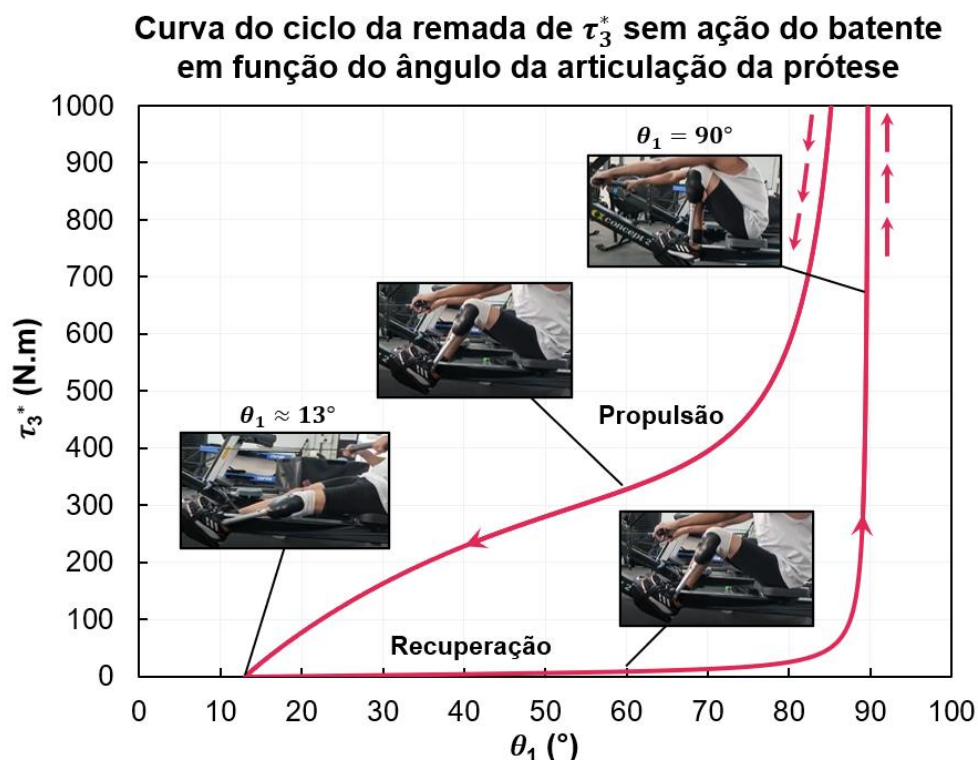


Figura 21: Curva do ciclo da remada de  $\tau_3^*$  em função de  $\theta_1$  obtida via simulação para uma situação sem auxílio do batente.

A curva indicou que a transição entre as fases de recuperação e propulsão requer um esforço do quadril maior do que os necessários durante toda a etapa de propulsão, reafirmando a necessidade de se evitar a condição de  $\theta_1 = 90^\circ$  quando o remador segue o movimento descrito pelo modelo 1. Para uma remada eficiente, deve-se impedir que o torque  $\tau_3^*$  durante a recuperação seja superior ao da fase propulsiva. Logo, a implementação de um batente ou de um mecanismo responsável por atuar como uma restrição cinemática ao sistema pode ser crucial para evitar que o esforço da atleta na fase de recuperação se torne superior ao da fase propulsiva.

### 5.3

#### Análise do Efeito do Ângulo do Batente no Desempenho da Remada Durante a Fase de Recuperação

O modelo analítico do sistema permite a avaliação do efeito do ângulo do batente no desempenho da remada. Nota-se que a redução dos esforços do quadril ocasionados pela adição do batente ocorre durante o modelo 2 na fase de recuperação, isto é, a partir momento em que a prótese entra em contato com o batente com um ângulo  $\theta_1 = \theta_{1b}$ .

A equação (3.45) referente a este modelo foi adotada para a fase de recuperação com uma força  $F_x$  constante (Soper, 2004; McGregor, 2005; Pollock, 2009). O gráfico abaixo foi confeccionado de modo a analisar o efeito de diferentes ângulos de batente no desempenho da remada durante a fase de recuperação. As setas verticais representam a transição entre os modelos 1 e 2, isto é, o momento em que a prótese entra em contato com o batente.

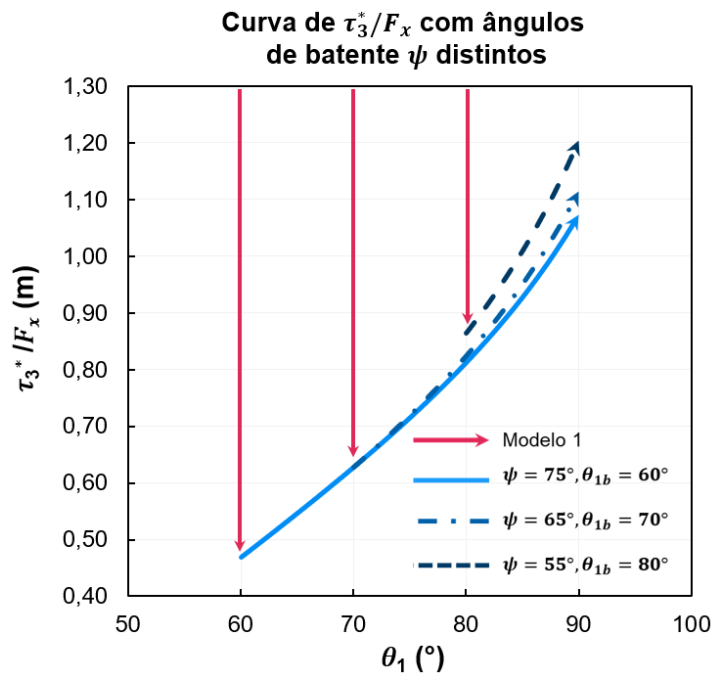


Figura 22: Curvas do modelo 2 durante a fase de recuperação para ângulos de batente  $\psi$  variáveis. As setas que representam o modelo 1 indicam a transição entre os modelos.

De fato, constata-se o aumento da eficiência da remada para todos os ângulos de batente, possibilitando uma menor execução do torque transmitido da coxa ao quadril para exercer a força  $F_x$ . À medida que o ângulo do batente  $\psi$  reduz, nota-se um menor salto do modelo 1 ao modelo 2, tornando a transição mais suave. Por outro lado, as curvas indicam a redução de  $\tau_3^*$  máximo para menores ângulos de batente.

## 5.4 Otimização

### 5.4.1 Definição do Ângulo Ótimo do Batente

Para a fase de recuperação, o critério de definição do ângulo do batente  $\psi$  se deu pelo cálculo de uma condição em que os esforços do grupamento muscular associado ao quadril fossem iguais durante o período de transição entre os modelos definidos e o ponto de singularidade ( $\theta_1 \approx 90^\circ$ ), como apontado pela equação abaixo. Essa abordagem possibilita a otimização do trabalho requerido para a realização da remada.

$$\left. \frac{\tau_3^*}{F_x} \right|_{\text{Modelo 1}, \theta_1 = \theta_{1b}} = \left. \frac{\tau_3^*}{F_x} \right|_{\text{Modelo 2}, \theta_1 = 90^\circ} \quad (5.1)$$

A partir de (5.1), o ângulo do batente foi estimado por meio da função `vpasolve` do software MATLAB, responsável por resolver a igualdade iterativamente. Dessa maneira, o ângulo em que a prótese encosta no batente foi estimado como  $\theta_{1b} \approx 64,16^\circ$  e o ângulo do batente ótimo foi calculada por meio de (3.20) como  $\psi_{ot} \approx 70,84^\circ$ . Com o valor de  $\theta_{1b}$  definido, o domínio do ângulo da prótese indicado pela equação (3.58) pode ser concluído, como indicado abaixo.

$$\begin{cases} 13^\circ \leq \theta_1 \leq 64,16^\circ \rightarrow \text{Modelo 1} \\ 64,16^\circ \leq \theta_1 \leq 90^\circ \rightarrow \text{Modelo 2} \end{cases} \quad (5.2)$$

Para a situação em que  $\theta_{1,max} = \theta_1(t_r)$ , pode-se obter o valor máximo do ângulo do pé protético em relação ao finca-pé utilizando a equação (3.61). Logo,  $\alpha_{max} = 25,84^\circ$ .

O gráfico da Figura 23 foi realizado a partir do valor máximo da razão  $\tau_3^*/F_x$  para ângulos de batente distintos, visando uma análise do ângulo do batente ótimo calculado.

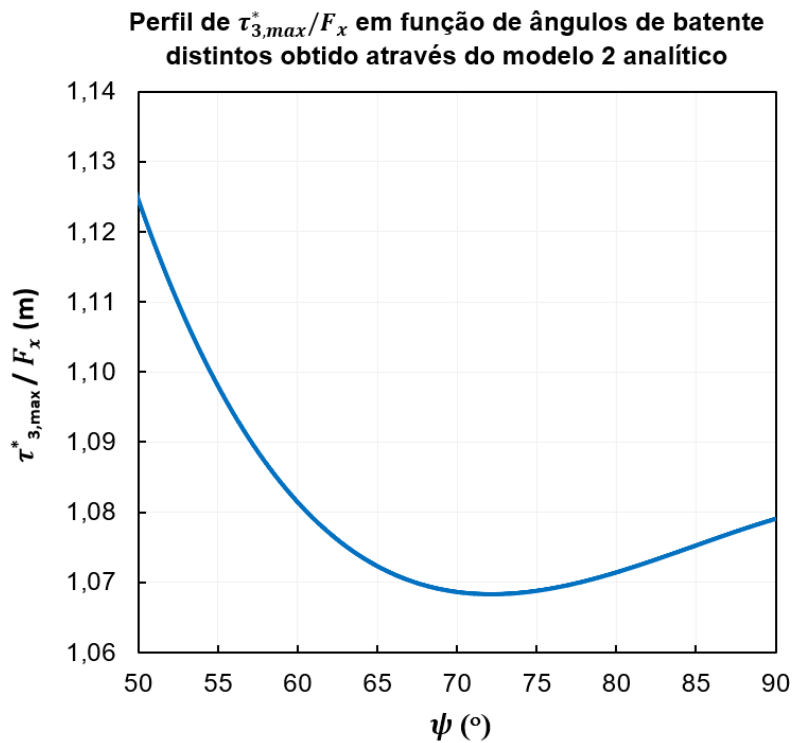


Figura 23: Perfil da razão  $\tau_{3,max}^*/F_x$  em função do ângulo do batente  $\psi$ .

O perfil acima indica uma redução gradativa de  $\tau_{3,max}^*/F_x$  à medida que  $\psi$  aumenta, seguida de um aumento após passar por valores na faixa de  $70^\circ$  a  $75^\circ$ , em que  $\tau_{3,max}^*/F_x$  são muito próximos. Pode-se analisar que até mesmo a inserção de um batente para o ângulo de  $90^\circ$ , referente a condição de singularidade do modelo 1, auxilia na redução dos esforços realizados pelo quadril. No entanto, tal ângulo não se torna uma opção adequada pois o remador já teria apresentado esforços elevados pelo quadril durante a recuperação, somente contribuindo efetivamente para a otimização da remada durante a propulsão.

O gráfico da Figura 24 foi confeccionado a partir da substituição dos valores constantes da atleta na equação (3.18) para o modelo 1 e na equação (3.45) para o modelo 2, possibilitando a avaliação do efeito do ângulo do batente na melhoria da performance do movimento.

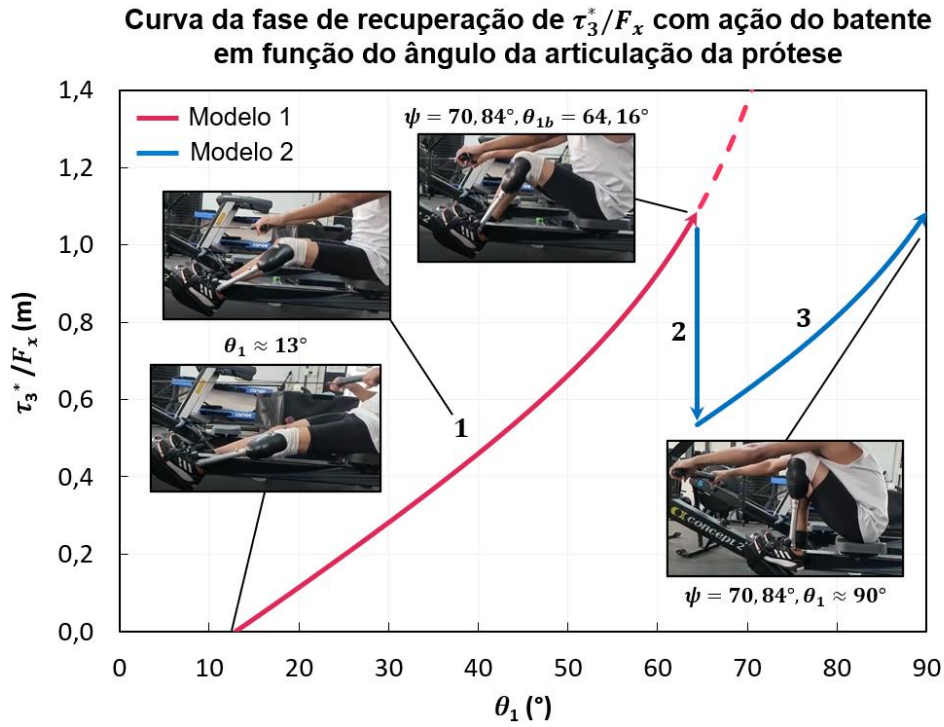


Figura 24: Variação da relação  $\tau_3^*/F_x$  em função da articulação da prótese  $\theta_1$  durante a recuperação.

A curva vermelha representa o modelo 1, enquanto a curva azul representa o modelo 2. O eixo vertical indica a razão entre o torque transmitido da coxa ao quadril  $\tau_3^*$  e a força de reação do cabo do ergômetro  $F_x$ , enquanto o eixo horizontal é representado pelo ângulo da prótese  $\theta_1$  em relação à horizontal. O ângulo de partida da prótese inicia na máxima extensão do joelho ( $\theta_{1,min} = 13^\circ$ ), como definido por (3.60).

Primeiramente, o remador parte da posição de máxima extensão do joelho até o contato da prótese com o batente em  $\theta_{1b} \approx 64,16^\circ$  ou  $\psi_{ot} \approx 70,84^\circ$  (1). Em  $\theta_1 = 13^\circ$ , o torque transmitido da coxa para o quadril tende a zero, possibilitando a aplicação de uma força  $F_x$  elevada sem necessidade de um esforço do quadril. À medida que o ângulo  $\theta_1$  aumenta, torna-se necessário um maior esforço para execução de  $F_x$  devido ao aumento de  $\tau_3^*$ . A transição do primeiro modelo para o segundo modelo ocorre em  $\theta_{1b} \approx 64,16^\circ$  (2). Em (3), ocorre o movimento do sistema seguindo o modelo 2 até a máxima flexão do joelho ( $\theta_1 = 90^\circ$ ). Nota-se que a curva do modelo 2 indica que o batente é responsável por evitar a condição de singularidade presente no modelo 1 e reduz de forma significativa os esforços da atleta.



Além disso, seis simulações foram realizadas para ângulos de batentes distintos variando de 5 em 5 graus de  $\psi = 50^\circ$  a  $75^\circ$ , além da realizada para o ângulo do batente ótimo  $\psi_{ot} = 70,84^\circ$ . A Figura 25 ilustra o perfil obtido, suportando a escolha do ângulo ótimo através do critério apontado em (5.1).

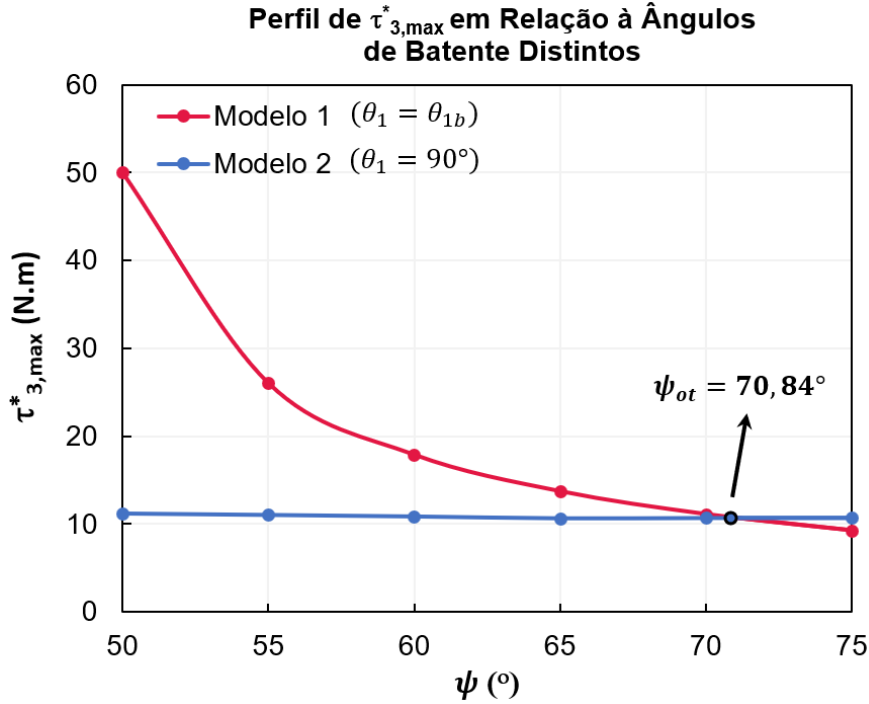


Figura 25: Perfil do torque máximo  $\tau_3^*$  transmitido da coxa para o quadril em relação à ângulos de batente  $\psi$  distintos.

De fato, é possível notar a redução do torque máximo gerado pela coxa para o quadril  $\tau_{3,max}^*$  à medida que o ângulo do batente aumenta. O ponto de maior esforço do quadril se torna menor para o primeiro modelo em relação ao segundo a partir de  $\psi_{ot}$ . Ademais, o gráfico indica que  $\tau_{3,max}^*$  permanece aproximadamente constante para os ângulos de batente analisados. Isso ocorre devido a todos os pontos do modelo 2 estarem associados a  $\theta_1 = 90^\circ$ , uma condição singular que confere maior esforço do quadril independentemente do ângulo de batente adotado. Já a variação de  $\tau_{3,max}^*$  para o modelo 1 está relacionada ao ângulo em que a prótese encosta no batente  $\theta_{1b}$ , apresentando maior divergência entre os valores de  $\tau_{3,max}^*$  para o modelo 2.

## 5.5

### Análise da Influência da Variação de Parâmetros Constantes no Desempenho da Remada

Neste subcapítulo foi realizado uma avaliação da influência de parâmetros constantes na razão entre o torque que a coxa exerce sobre o quadril e a força de empunhadura,  $\tau_3^*/F_x$ . Perfis de  $\tau_3^*/F_x$  e de  $\tau_{3,max}^*/F_x$  para o ângulo ótimo do batente  $\psi_{ot}$  foram obtidos em função do comprimento do pé protético  $l_0$  e do ângulo do finca-pé  $\varphi$ , respectivamente. Esta análise permitiu a definição do ângulo ideal do finca-pé  $\varphi_{ideal}$ . Em seguida, uma curva de  $\tau_{3,max}^*/F_x$  em função da altura do carrinho deslizante  $h$  foi estudada a partir do ângulo ótimo do batente e do ângulo ideal do finca-pé.

#### 5.5.1

##### Variação do Comprimento do Pé Protético

O efeito da variação do comprimento do pé protético é somente válido para o modelo 2, ou seja, a partir da implementação do batente como restrição cinemática do sistema. Portanto, a equação (3.45) relacionada ao modelo 2 foi utilizada para avaliar o efeito de comprimentos de pé protético distintos no desempenho da remada durante a fase de recuperação. A Figura 26 ilustra os perfis de  $\tau_3^*/F_x$  em função de  $\theta_1$  obtidos por meio da variação de  $l_0$  e com o ângulo ótimo do batente e demais parâmetros constantes fixos.

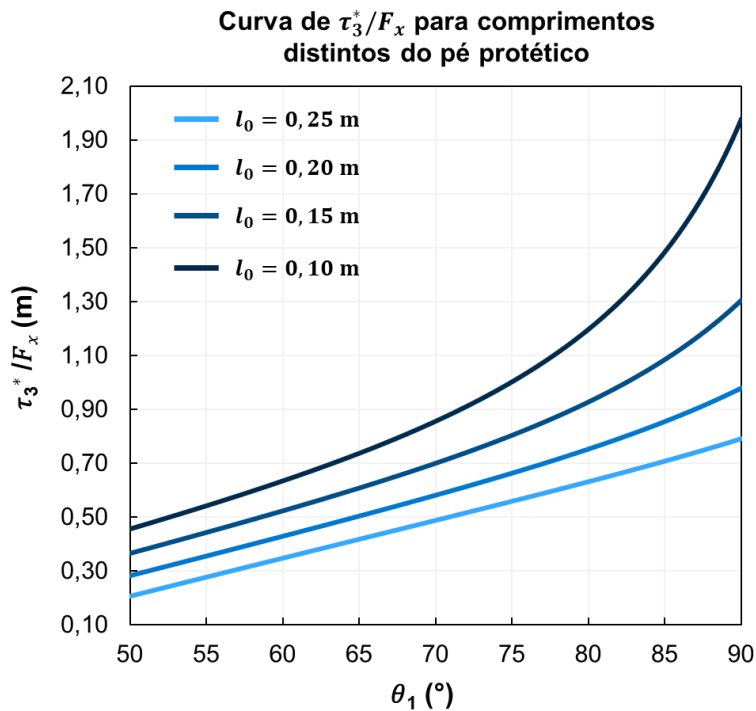


Figura 26: Curva de  $\tau_3^*/F_x$  para comprimentos distintos do pé protético.

O gráfico indica a capacidade da atleta de exercer um menor torque gerado da coxa ao quadril  $\tau_3^*$  para executar a força de empunhadura  $F_x$  com maiores comprimentos do pé protético. Isso se deve ao fato de os maiores comprimentos facilitarem a transmissão do torque do quadril para o eixo de rotação localizado na extremidade do finca-pé. Logo, o desempenho da remada se torna mais eficiente a partir do aumento de  $l_0$ .

### 5.5.2 Variação do Ângulo do Finca-pé

O perfil ilustrado pela Figura 27 indica o efeito que a variação do ângulo do finca-pé em relação à horizontal gera sobre a razão  $\tau_{3,max}^*/F_x$ , para o ângulo do batente ótimo  $\psi_{ot} = 70,84^\circ$ .

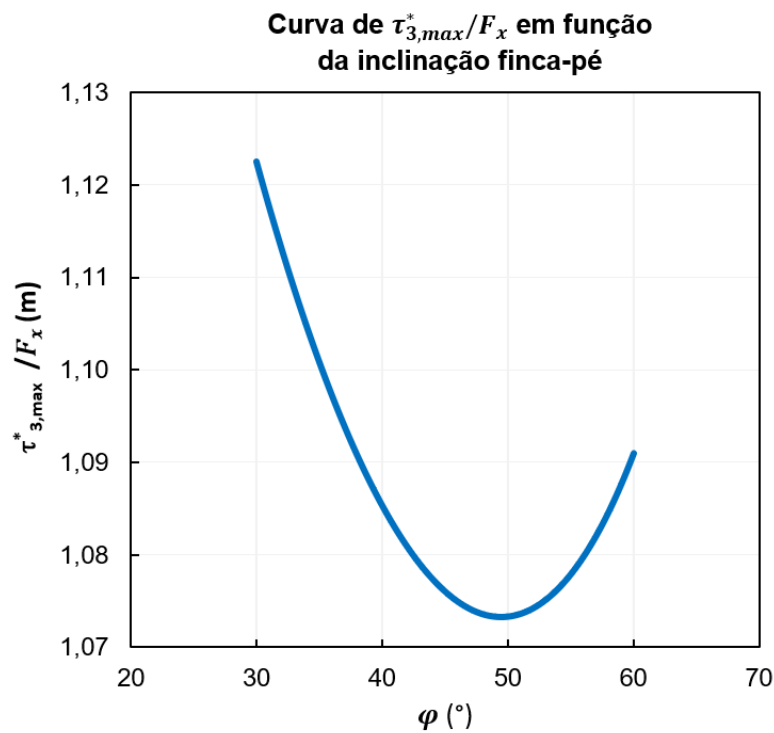


Figura 27: Razão entre o torque máximo gerado pela coxa para o quadril em função da inclinação do finca-pé.

O gráfico aponta a redução do torque máximo  $\tau_{3,max}^*$  à medida que a inclinação do finca-pé aumenta até  $49,5^\circ$ . Logo, o ângulo ideal do finca-pé, responsável por minimizar os esforços do quadril para o ângulo ótimo do batente adotado é definido como  $\varphi_{ideal} = 49,5^\circ$ , próximo ao valor de  $45^\circ$  utilizado durante o projeto. A inclinação do finca-pé somente apresenta influência para o modelo 2, ou seja, a partir da implementação do batente como restrição cinemática do sistema.

### 5.5.3

#### Variação da Altura do Carrinho Deslizante

O gráfico da Figura 28 foi confeccionado a partir de  $\psi_{ot}$  e  $\varphi_{ideal}$  fixos com base no modelo 2. A altura foi variada da posição em que o carrinho se localiza alinhada à base do finca-pé ( $h = 0$ ) e até  $h = 0,4$  m, próxima à altura igual ao comprimento da prótese ( $l_2 = 0,42$  m) relativo à máxima flexão dos joelhos durante o movimento de ida (recuperação).

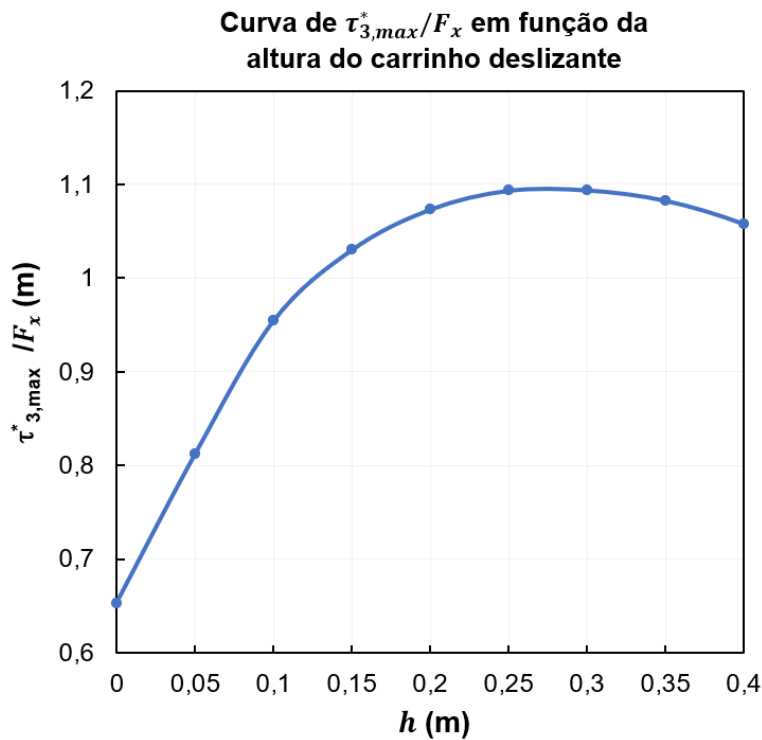


Figura 28: Razão entre o torque máximo gerado da coxa para o quadril em função da altura do carrinho deslizante.

Nota-se uma redução da razão  $\tau_{3,max}^*/F_x$  para menores valores de  $h$ , indicando a exigência de um menor torque à medida que a perna se alinha com a horizontal. Dessa forma, o valor ideal para a otimização de  $\tau_{3,max}^*/F_x$  está associado ao alinhamento do banco com a base do finca-pé, ou seja, para uma altura nula. No entanto, a elevação do carrinho deslizante se torna necessária para garantir a ergonomia do remador ao segurar o remo, exigindo maior esforço do quadril. Logo, a altura adotada durante o projeto para fins de avaliação do perfil pode ser reduzida de 0,2 m para um valor de até 0,15 m de modo a reduzir os esforços do quadril e garantir a ergonomia. Deve-se ressaltar que a variação da altura implica na alteração do ângulo do batente ótimo e do ângulo ideal do finca-pé.

## **6**

### **Projeto Conceitual**

#### **6.1**

##### **Introdução**

Este capítulo expõe dois conceitos elaborados durante a execução do trabalho. O primeiro conceito está associado ao desenvolvimento de uma prótese aplicada exclusivamente à remadores paralímpicos com amputação transtibial, com um mecanismo de travamento baseado no modelo 2 exposto no Subcapítulo 3.3. O sistema de travamento funciona a partir de um conector que liga a prótese à duas ranhuras localizadas no pé protético e impede a ocorrência da condição de singularidade apontada no Subcapítulo 5.2. Já o segundo conceito corresponde a um sistema responsável por alojar um sensor de torque resistivo, com finalidade de avaliar a força que o pé protético exerce sobre o finca-pé durante a remada, viabilizando a interpretação experimental das soluções propostas e permitindo futuros estudos que auxiliem na otimização da força realizada pelo pé protético.

#### **6.2**

##### **Modelo de Prótese Transtibial e Pé Protético para Remadores Paralímpicos**

O conceito para um modelo de prótese e pé protético com mecanismo de travamento foi desenvolvido objetivando a melhoria da eficiência da remada para remadores paralímpicos com amputação transtibial. Os requisitos do projeto são especificados abaixo.

- O sistema deve replicar o modelo 2 descrito no Capítulo 3. Dessa forma, o conceito deve possuir um mecanismo de travamento, tal como o batente, responsável por evitar a condição de singularidade exposta no Subcapítulo 5.2 e, conseqüentemente, reduzir os esforços realizados pela articulação do quadril para cada ciclo da remada.
- Modelo de prótese antropomórfico, objetivando uma execução mais simétrica do movimento pela atleta (requisito ergonômico).
- O sistema deve possuir componentes intercambiáveis.

O modelo conceitual, ilustrado pela Figura 29, foi desenvolvido através do SolidWorks a partir das demandas estabelecidas.



Figura 29: Modelo de prótese transtibial e pé protético com mecanismo de travamento destinado a remadores paralímpicos.

A prótese foi conceitualizada com base no modelo utilizado pela atleta. A camada externa é composta por uma lâmina de fibra de carbono, enquanto o revestimento interior é composto por madeira, com espaço para o soquete que liga a prótese ao joelho.

A Figura 30 aponta os componentes associados ao sistema.

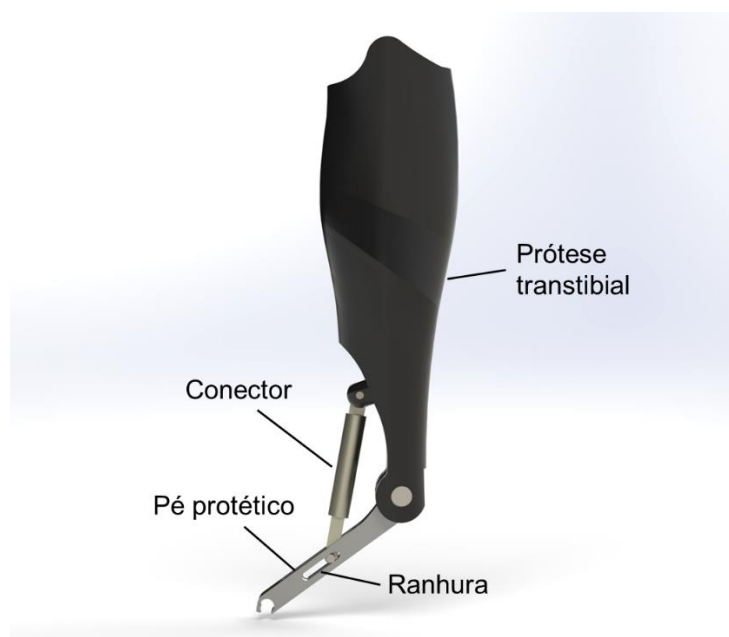


Figura 30: Descrição dos componentes do modelo conceitual.

O conector é responsável por ligar a prótese com a ranhura localizada no pé protético. O curso da ranhura deve ser dimensionado com base nos dados antropométricos do remador, em função do ângulo mínimo da prótese  $\theta_{1,min}$  descrito em (3.60), e em relação ao ângulo de travamento desejado  $\psi_t$ . A condição para  $\theta_{1,min}$  associada à máxima extensão dos joelhos ocorre com o conector localizado na extremidade direita da ranhura, enquanto o travamento ocorre na extremidade esquerda. Além disso, a extremidade esquerda do pé protético possui um encaixe visando sua fixação ao finca-pé, enquanto o eixo à direita é ligado à prótese.

### 6.2.1

#### Dimensionamento do Mecanismo de Travamento

O dimensionamento do mecanismo de travamento foi realizado com base em duas condições de contorno. A primeira condição, ilustrada pela Figura 31, corresponde a posição inicial da fase de recuperação em que o ângulo da junta da prótese em relação à horizontal é  $\theta_{1,min} = 13^\circ$ , ou seja,  $\psi_{max} = 122^\circ$ .

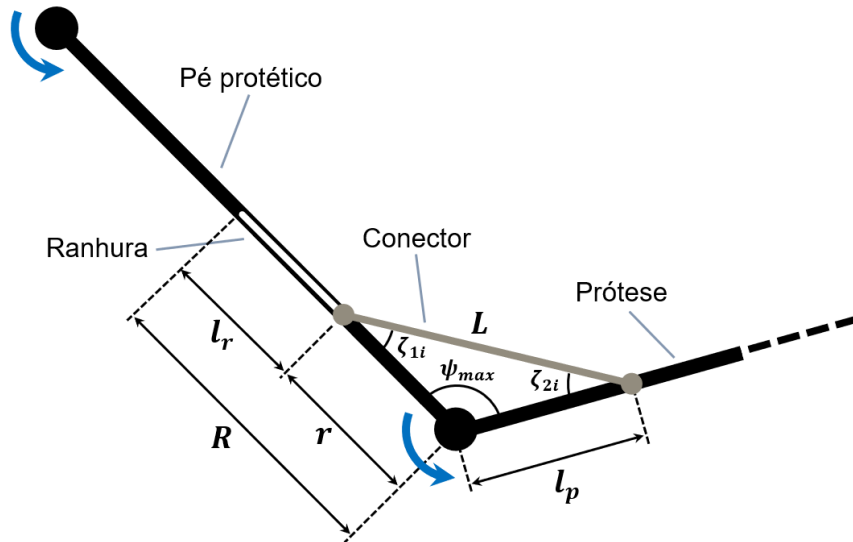


Figura 31: Primeira condição de contorno associada ao dimensionamento do mecanismo de travamento. O sistema se encontra na posição com o joelho sob máxima extensão, associado ao ângulo mínimo da prótese em relação à horizontal.

Já a segunda condição de contorno, ilustrada pela Figura 32, está relacionada à posição de travamento da prótese para um ângulo de travamento  $\psi_t$ . A partir deste ângulo, o sistema segue o modelo 2 definido no Capítulo 3.

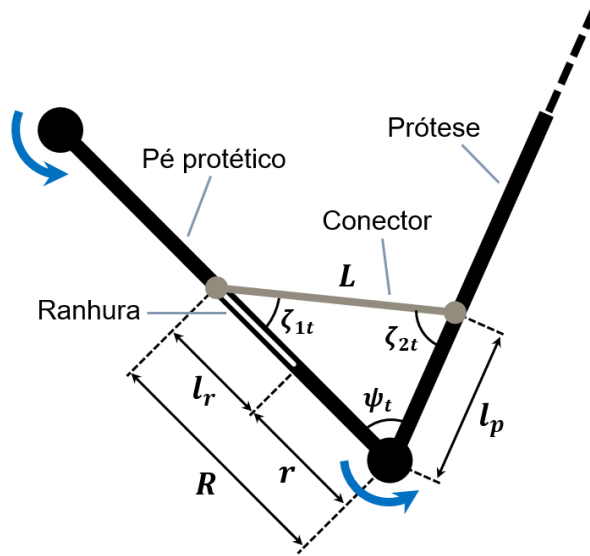


Figura 32: Segunda condição de contorno utilizada para o dimensionamento do mecanismo de travamento.

Primeiramente, a lei dos cossenos foi utilizada para definir as equações (4.1) e (4.2) associadas à  $L$  para as duas condições de contorno explicitadas.

$$L = \sqrt{r^2 + l_p^2 - 2rl_p \cos(\psi_{max})} \quad (4.1)$$

$$L = \sqrt{R^2 + l_p^2 - 2Rl_p \cos(\psi_t)} \quad (4.2)$$

$$R = l_r + r \quad (4.3)$$

Onde  $L$  é o comprimento do elo que liga a prótese à ranhura do pé protético,  $r$  representa a distância entre a junta da prótese e o ponto inicial da ranhura no pé protético,  $l_p$  é a distância entre a prótese e o eixo fixo de rotação do elo que liga a prótese ao pé protético,  $\psi_{max}$  é o ângulo máximo entre a prótese e o pé protético,  $R$  é a distância entre a junta da prótese e o ponto final da ranhura,  $l_r$  é o comprimento da ranhura e  $\psi_t$  é o ângulo entre a prótese e o pé protético para o qual ocorre o travamento da prótese.

A equação (4.4) é obtida através da subtração entre as equações (4.2) e (4.1) e pela substituição de (4.3) na expressão resultante.

$$(l_r + r)^2 + l_p^2 - 2Rl_p \cos(\psi_t) - r^2 - l_p^2 + 2rl_p \cos(\psi_{max}) = 0 \quad (4.4)$$



Para estimar os parâmetros associados ao sistema, torna-se necessário definir valores arbitrários para duas incógnitas. Para tal,  $R$  e  $l_p$  foram associados ao comprimento do pé protético  $l_0$  e ao comprimento da prótese  $l_1$ , respectivamente, por meio das constantes  $k_0$  e  $k_1$ .

$$R = k_0 l_0 \quad (4.5)$$

$$l_p = k_1 l_1 \quad (4.6)$$

Substituindo (4.5) e (4.6) em (4.4) e desenvolvendo a equação, obteve-se (4.7), descrito abaixo.

$$l_r^2 + [2k_1 l_1 \cos(\psi_{max}) - 2k_0 l_0] l_r + 2k_0 k_1 l_0 l_1 [\cos(\psi_t) - \cos(\psi_{max})] = 0 \quad (4.7)$$

Devido a equação (4.7) ser um polinômio de segundo grau em termos de  $l_r$ , torna-se possível resolvê-la e obter a equação (4.8).

$$l_r = k_0 l_0 - k_1 l_1 \cos(\psi_{max}) \pm \sigma \quad (4.8)$$

$$\sigma = \sqrt{(k_0 l_0)^2 - 2k_0 k_1 l_0 l_1 \cos(\psi_t) + (k_1 l_1)^2 \cos^2(\psi_{max})} \quad (4.9)$$

A tabela abaixo indica os valores para os parâmetros estimados utilizando (4.2), (4.3), (4.5), (4.6) e (4.8) com um comprimento do pé protético de  $l_0 = 0,18$  m, ângulo de travamento  $\psi_t = 70,84^\circ$ , estabelecido no Capítulo 5,  $k_0 = 0,56$  e  $k_1 = 0,15$ .

Tabela 3: Parâmetros associados ao dimensionamento do mecanismo.

$\psi_{max}$	$\psi_t$	$l_0$	$l_1$	$l_p$	$l_r$	$r$	$L$
$122^\circ$	$70,84^\circ$	18 cm	47 cm	6,30 cm	5,09 cm	4,99 cm	9,98 cm

### 6.3

#### Alojamento de Sensor de Força Resistivo para Validação Experimental

Assim como a simulação computacional é um meio para a validação dos modelos elaborados, a realização de experimentos pode ser útil para dar suporte

às confirmações obtidas pelos métodos computacionais. Dessa maneira, este subcapítulo contém a proposta e descrição de uma metodologia experimental envolvendo um sensor de força resistivo instalado em um alojamento responsável pela medição da força de pressão do pé sobre o finca-pé. Esta montagem permite a comparação entre a configuração padrão (sem limitadores de movimento) e para a implementação do batente ou do mecanismo de travamento.

Os sensores de força resistivos, responsáveis pela medição da força de pressão do pé protético sobre o finca-pé, são ilustrados pela Figura 33.



Figura 33: Sensores de força resistivos. Cada sensor é capaz de suportar 50 kg.

Os sensores fornecem uma saída de tensão obtida a partir da aplicação de uma força sobre a área da superfície de contato. Os extensômetros medem a deflexão causada na barra, a resistência é determinada a partir de uma configuração de ponte de Wheatstone com amplificador, e a tensão de saída resultante é convertida para uma força a partir de uma curva obtida através da calibração dos sensores.

O modelo conceitual da montagem é ilustrado pela Figura 34.

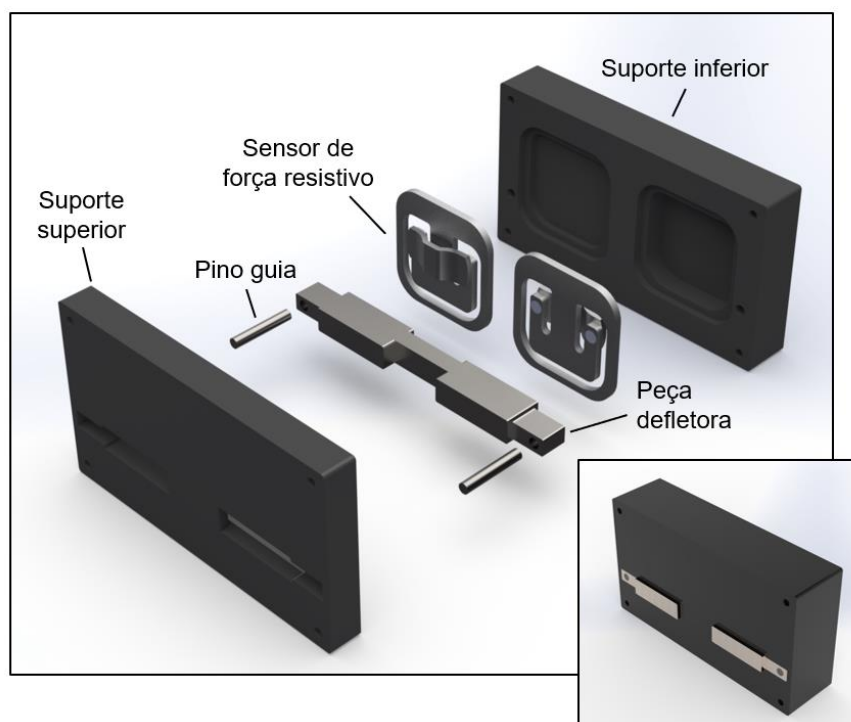


Figura 34: Sistema de medição da força exercida pelo pé protético por meio de dois sensores de força resistivos.

O conjunto é composto por um suporte inferior e um suporte superior que alojam os demais componentes, dois pinos guia de aço retificado responsáveis por impedir um possível desalinhamento das peças, dois sensores de força resistivos da SparkFun Electronics com extensômetros e uma peça defletora de aço, responsável pela aplicação da força sobre os sensores, sendo configurados com orientações opostas na ponte de Wheatstone de modo a garantir que seus sinais de resistência não se cancelem.

A Figura 35 ilustra o processo de medição da força de pressão do pé protético sobre o finca-pé.

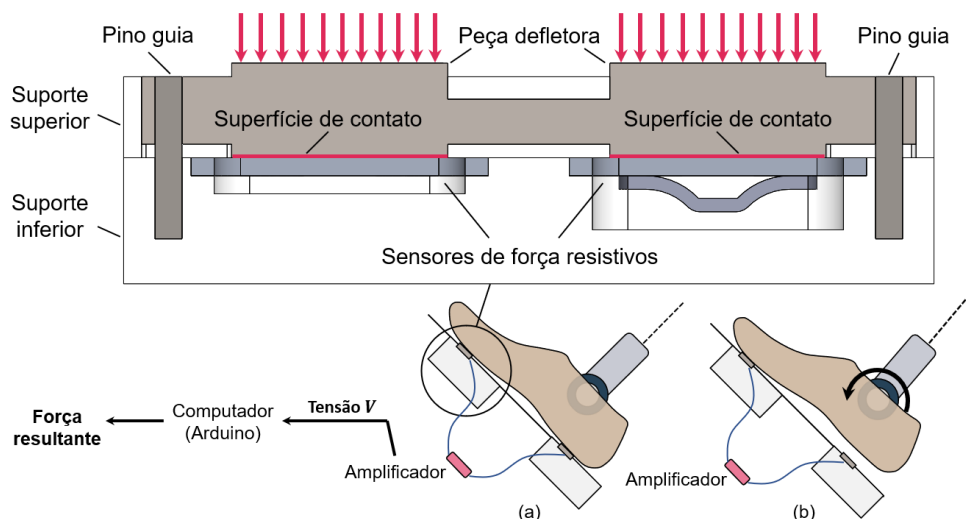


Figura 35: Processo de medição da força que o pé protético aplica sobre o finca-pé. (a) Caso em que o calcanhar não descola do finca-pé. (b) Descolamento do finca-pé causado pela implementação do batente.

A determinação da força ocorre através de dois alojamentos de modo a possibilitar a medição da força aplicada pelo retropé e pelo antepé. A aquisição dos sinais mensurados pelo sensor ocorre com um microcontrolador Arduino e com auxílio do software MATLAB.

É recomendável realizar uma comparação da leitura do sensor com a força de empunhadura realizada a partir da movimentação do cabo do remo-ergômetro. Essa avaliação permitiria averiguar se a força realizada pelo pé protético no momento da propulsão estaria sendo transmitida efetivamente ao cabo do ergômetro quando um mecanismo assistivo estivesse atuando em conjunto com a prótese.

## **7**

### **Conclusões**

#### **7.1**

##### **Contribuições**

Neste trabalho, foram desenvolvidas alternativas para aumentar o desempenho do movimento da remada de uma atleta paralímpica com amputação transtibial (inferior à articulação do joelho). Três modelos analíticos foram elaborados a partir de conceitos referentes à biomecânica, cinemática e dinâmica de corpos rígidos. O primeiro modelo foi determinado com base no movimento usual da atleta, enquanto o segundo modelo foi confeccionado a partir da implementação de um batente no eixo de rotação da prótese, atuando como uma restrição cinemática. O terceiro modelo foi elaborado de modo a avaliar o comportamento do sistema para a condição de descolamento da prótese com o batente.

Os modelos 1 e 2 foram validados através do software de simulação de corpos rígidos SolidWorks Motion Analysis por meio de um modelo simplificado do sistema. O ângulo ótimo também foi validado a partir de simulações adicionais para ângulos de batente distintos. Ademais, foi realizada uma simulação para se obter o perfil do ciclo da remada, composto pelas fases de recuperação e propulsiva, a partir de dados da força de reação do cabo do remo-ergômetro obtidos por meio de um exercício submáximo para um percurso de 2000 m realizado pela atleta.

Para a fase de recuperação, isto é, o movimento partindo da máxima extensão do joelho, foi indicada uma condição de singularidade para o modelo 1 no momento de máxima flexão do joelho, apontando a necessidade de um esforço da articulação do quadril muito elevado para a execução da força de empunhadura, responsável pela movimentação das pás em um barco à remo (ou do cabo de um remo-ergômetro). Além disso, o perfil do ciclo da remada, composto pelas fases de recuperação e propulsão, indicou a necessidade de um maior esforço do quadril na condição de singularidade em comparação ao período de propulsão, apontando novamente a necessidade de evitar tal situação.

O segundo modelo apontou a redução dos esforços do quadril causados pelo modelo 1, sobretudo na condição de singularidade. O ângulo ótimo do batente foi

definido por meio de um critério de otimização objetivando minimizar a razão entre o torque máximo transmitido da coxa para o quadril e a força de reação do cabo do ergômetro sobre a remadora para os modelos 1 e 2, contribuindo para a diminuição do trabalho realizado durante a remada. A partir do cálculo do ângulo ótimo do batente, foram estudados os efeitos causados por parâmetros constantes sobre o esforço do quadril. Concluiu-se que o esforço do quadril diminuía à medida que se aumentava o comprimento do pé protético. Ademais, foi possível determinar um ângulo de inclinação ideal para o finca-pé em relação à horizontal e, a partir disso, avaliou-se que a altura ideal do banco do barco à remo ocorre para uma altura nula em relação à base do finca-pé. Já o terceiro modelo pôde ser caracterizado como um sistema sub-atuado, ocorrendo em um intervalo de tempo instantâneo entre a transição da fase de recuperação para a propulsão, após o descolamento da prótese com o batente.

Finalmente, dois conceitos de projeto foram desenvolvidos visando a otimização da eficiência da remada e avaliação experimental dos resultados. O primeiro conceito correspondeu a um modelo de prótese e pé protético com mecanismo de travamento, objetivando a melhoria da eficiência da remada para remadores paralímpicos com amputação transtibial. Já o segundo conceito foi descrito por uma metodologia experimental envolvendo um sensor de força resistivo instalado em um alojamento que permite a medição da força de pressão do pé sobre o finca-pé.

Em suma, a proposta de implementação de um componente atuando como restrição cinemática à prótese transtibial apresentou resultados satisfatórios para a redução de esforços pelo quadril durante a remada. Os resultados providos das simulações no SolidWorks Motion Analysis apontaram a validade dos modelos, indicando que a implementação do batente ou de um mecanismo de travamento podem otimizar a eficiência da remada da atleta.

## **7.2**

### **Trabalhos Futuros**

Como trabalhos futuros, é sugerida a extensão do estudo da remada tanto para casos em que o remador possui ambos os membros inferiores, quanto situações atreladas à para-remadores. Os modelos podem ser refinados a partir da adição de um elo flexível representando o pé protético e a formulação de um modelo analítico para a propulsão associado a uma entrada do tipo impulso.

O trabalho também pode ser continuado por meio da elaboração de um modelo dinâmico do sistema a partir da formulação Lagrangiana. A equação da dinâmica permitiria o desenvolvimento de uma simulação do sistema com um algoritmo de controle preditivo ótimo, responsável pela definição de quais juntas deveriam ser ativas para cada instante da remada, objetivando a máxima propulsão. A partir do algoritmo, um robô que replique este algoritmo pode ser desenvolvido visando a continuidade de estudos relativos à otimização do movimento de remada.

Finalmente, os conceitos apresentados no Capítulo 6 podem ser continuados. Um estudo de otimização para os parâmetros associados ao modelo conceitual da prótese proposta pode ser elaborado e o procedimento experimental pode ser realizado como um segundo meio de validação dos métodos adotados para melhorar a eficiência da remada.

## Referências

- BAUDOUIN, A., HAWKINS, D. **A biomechanical review of factors affecting rowing performance**. British Journal of Sports Medicine, Vol.36, No.6, pp. 396-402. 2002.
- BROCKETT, C.L., CHAPMAN, G.J. **Biomechanics of the ankle**. Orthopaedics and Trauma, Vol. 30, No.3, pp. 232-238. 2016.
- BROOKER, G. **Introduction to Biomechatronics**. 1.ed. Raleigh, NC: SciTech Publishing, 2012.
- BUCKERIDGE, E.M., BULL A.M.J., MCGREGOR, A.H. **Biomechanical determinants of elite rowing technique and performance**. Scandinavian Journal of Medicine & Science in Sports, Vol.25, No.2, pp. 176-183. 2015.
- BUCKERIDGE, E.M., WEINERT-APLIN, R.A., BULL, A.M.J., MCGREGOR, A.H. **Influence of foot-stretcher height on rowing technique and performance**. Sports Biomechanics, Vol.15, No.4, pp. 513-526. 2016.
- CABRERA, D., RUINA, A., KLESHNEV, V. **A simple 1+ dimensional model of rowing mimics observed forces and motions**. Human Movement Science, Vol.25, No.2, pp. 192-220. 2006.
- ČERNE, T., KAMNIK, R., MUNIH, M. **The measurement setup for real-time biomechanical analysis of rowing on an ergometer**. Measurement, Vol.44, No.10, pp. 1819-1827. 2011.
- CONFEDERAÇÃO BRASILEIRA DE REMO. **Guia de remo: manual para iniciantes**. 1. ed. Rio de Janeiro: Confederação Brasileira de Remo, 2015.
- CRAIG, J.J. **Introduction to robotics: mechanics and control**. 2.ed. Massachusetts: Addison-Wesley Longman Publishing Company, 1989.
- DEGHANI, A. Intelligent prosthesis - a biomechatronics approach. In: **Mechatronics in action**. 1. ed. London: Springer, 2010. p. 173-195.
- FINDLAY, M., TURNOCK, S.R. **Mechanics of a rowing stroke: surge speed variations of a single scull**. Journal of Sports Engineering and Technology, Vol. 224, No.1, pp. 89-100. 2010.
- HOFMIJSTER, M.J., VAN SOEST, A.J., DE KONING. J.J. **Gross efficiency during rowing is not affected by stroke rate**. Medicine & Science in Sports & Exercise, Vol.41, No.5, pp. 1088-1095. 2009.
- KLESHNEV, V. Biomechanics of rowing. In: **Rowing Faster**. 2. ed. Champaign: Human Kinetics, 2011. p. 105-121.
- KLESHNEV, V. The new rocker foot stretcher from BioRow/WinTech. **Rowing Biomechanics Newsletter**, jun. 2016. No.183.
- MAZZONE, T. **Sports performance series: kinesiology of the rowing stroke**. National Strength and Conditioning Association Journal, Vol.10, No.2, pp. 4-13. 1988.



MCGREGOR, A.H., ALISON, H., PATANKAR, Z.S., BULL, A.M.J. **Spinal kinematics in elite oarswomen during a routine physiological “step test”**. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, Vol. 37, No. 6, pp. 1014-1020. 2005.

MINISTÉRIO DA SAÚDE. Secretaria de Atenção à Saúde. **Diretrizes de atenção à pessoa amputada**. 1. ed. Brasília: Ministério da Saúde, 2013.

OTTOBOCK. **Dynamic Vacuum System (DVS)**. Disponível em: <https://www.ottobock.co.uk/prosthetics/lower-limb-prosthetics/socket-technology/active-vacuum/dynamic-vacuum-system/>. Acesso em: 26 jan. 2022.

OTTOBOCK. **Nível de amputação**. Disponível em: <https://www.ottobock.com.br/prosthetics/informação-para-amputados/da-amputação-a-reabilitação/nível-de-amputação/>. Acesso em: 26 jan. 2022.

POLLOCK, C.L., JENKYN, T.R., JONES, I.C., IVANOVA, T.D., GARLAND, S.J. **Electromyography and kinematics of the trunk during rowing in elite female rowers**. *Medicine & Science in Sports & Exercise*, Vol. 41, No. 3, pp. 628-636. 2009.

PONS, J.L. **Wearable robots: biomechatronic exoskeletons**. 1.ed. Chichester: John Wiley and Sons, 2008.

PRICE, M.A., BECKERLE, P., FRANK, C. **Design optimization in lower limb prostheses: a review**. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, Vol. 27, No. 8, pp. 1574-1588. 2019.

SOPER, C., HUME, P.A. **Towards an ideal rowing technique for performance**. *Sports Medicine*, Vol. 34, No.12, pp. 825-840. 2004.

WHITTLE, W.W. **Gait analysis an introduction**. 4.ed. Oxford: Elsevier, 2007.

WORLD ROWING. **Coastal rowing**. 1. ed. Lausanne: World Rowing, 2020.

## Apêndice A – Códigos do MATLAB

% DEFINIÇÃO DO ÂNGULO DO BATENTE - FASE DE RECUPERAÇÃO

```
clear all
close all
clc
```

```
syms q1b
```

% Definição dos parâmetros

```
H = 1.77; % altura da atleta
l1 = 0.42; % comprimento da prótese
l2 = 0.47; % comprimento da coxa
l0 = 0.18; % comprimento do pé protético
h = 0.2; % altura do carrinho
phi = pi/4; % ângulo do finca-pé
q0 = asin(h/(l1+l2)); % ângulo inicial
q1M1 = q1b; % ângulo de contato com o batente (final do modelo 1)
q1M2 = pi/2; % ângulo máximo (singularidade)
alpha = q1M2 - q1b;
h0 = sin(alpha./2).*cos(phi-alpha./2);
```

% Modelo 1

```
JLM1 = h - l1.*sin(q1M1) - (tan(q1M1).*sqrt(l2.^2 - (l1.*sin(q1M1)-h).^2));
```

% Modelo 2

```
jLM21 = l0.*sin(phi-alpha)-l1.*sin(q1M2);
jLM22 = l0.*cos(phi-alpha)+l1.*cos(q1M2);
jLM23 = sqrt(l2.^2 - (2.*l0.*h0 + l1.*sin(q1M2) - h).^2);
jLM24 = h - 2.*l0.*h0 - l1.*sin(q1M2);
JLM2 = (jLM21./jLM22).*jLM23 + jLM24; % Jacobiana do modelo 2
```

```
q1b0t = vpasolve(JLM1-JLM2 == 0,q1b,pi/4);
```

```
fJLM1 = matlabFunction(JLM1);
fJLM2 = matlabFunction(JLM2);
verificacaoM1 = simplify(-fJLM1(q1b0t))
verificacaoM2 = simplify(-fJLM2(q1b0t))
```

```
if round(verificacaoM1,5) == round(verificacaoM2,5)
    disp('A condição de igualdade é válida')
    disp('q1b ótimo:')
    round(simplify(q1b0t*180/pi),2)
    disp('Ângulo do batente ótimo:')
    round(180-q1b0t*180/pi-45,2)
else
    disp('A condição de igualdade não foi validada')
end
```

```

% DIMENSIONAMENTO DO MECANISMO DE TRAVAMENTO POR RANHURA

clear all
close all
clc

syms l0 l1 L r lr lp R ymax yt k0 k1

phi = 45;
q1t = 64.16;
q1min = 12.98;

r = k0*l0 - lr;
lp = k1*l1;
K = r^2 + lp^2 - 2*r*lp*cos(ymax) - ((lr+r)^2 + lp^2 -
2*(lr+r)*lp*cos(yt));

simplify(expand(K))
K=collect(K,lr)==0
LR = solve(K,lr)

% Elos l0 e l1
subsl0 = 0.18; subsl1 = 0.42;

% Arbitragem do comprimento Lp
subsk1 = 0.16; LP = subsk1*subsl1 % variar subsk2

% Definição de k1(min)
subsyt = pi*(180-phi-q1t)/180; subsymax = pi*(180-phi-q1min)/180;

% Arbitragem de R
subsk0 = 0.56; % determinar a partir de K1min
R = subsk0*subsl0 % R = Lr - r

% Comprimento da ranhura Lr
vLR = round(subs(LR, [l0 l1 ymax yt k0 k1], [subsl0 subsl1 subsymax subsyt
subsk0 subsk1]),4)

r = R - vLR % deve ser maior que 0

disp('Comprimento da ranhura l_r [cm]')
vLR(2,:)*100

disp('Distância entre o eixo da prótese e a ranhura, r [cm]')
r(2,:)*100

disp('Distância entre o eixo fixo do conector e o eixo da prótese, l_p
[cm]')
LP*100

disp('Comprimento do conector, L [cm]')
LCC1 = sqrt(r(2,:)^2 + LP^2 - 2*r(2,:)*LP*cos(subsymax));
round(LCC1,4)*100

LCC2 = sqrt(R^2 + LP^2 - 2*R*LP*cos(subsyt));
round(LCC2,4)*100

DL = round((LCC2 - LCC1)*100/LCC1,3) % válido para erros menores que 0.1%

```

## Apêndice B – Movimento dos Modelos no SolidWorks Motion Analysis

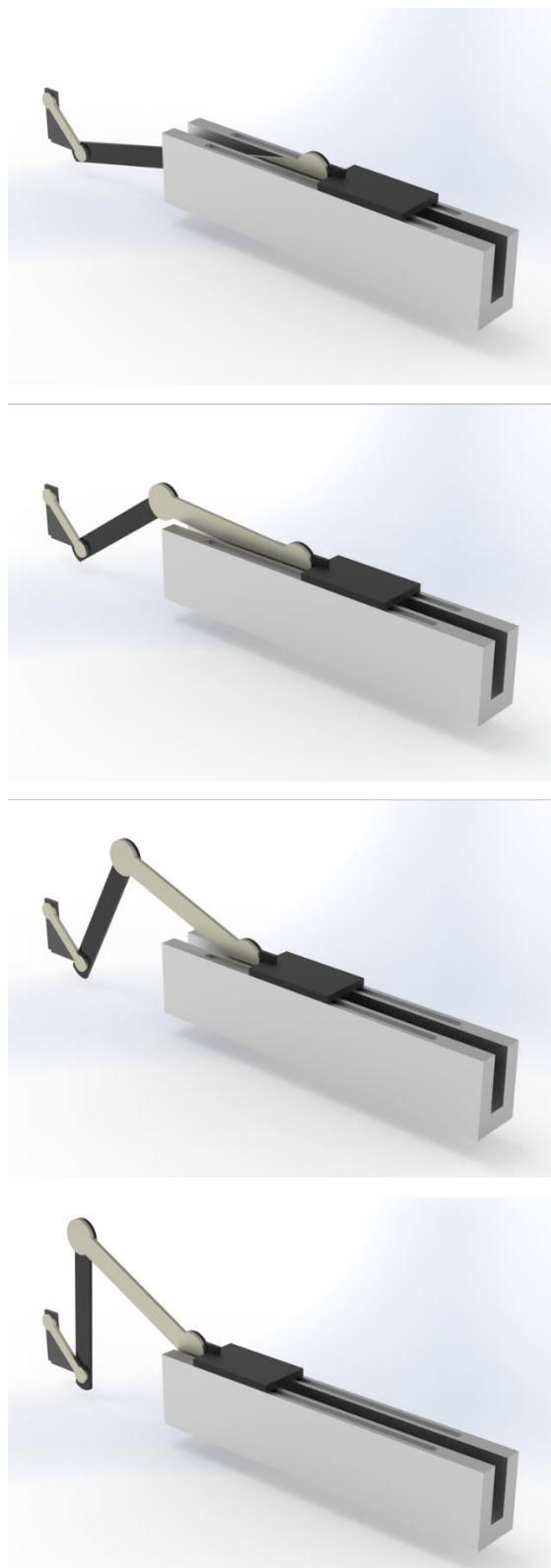


Figura 36: Movimento do modelo 1 durante a fase de recuperação.

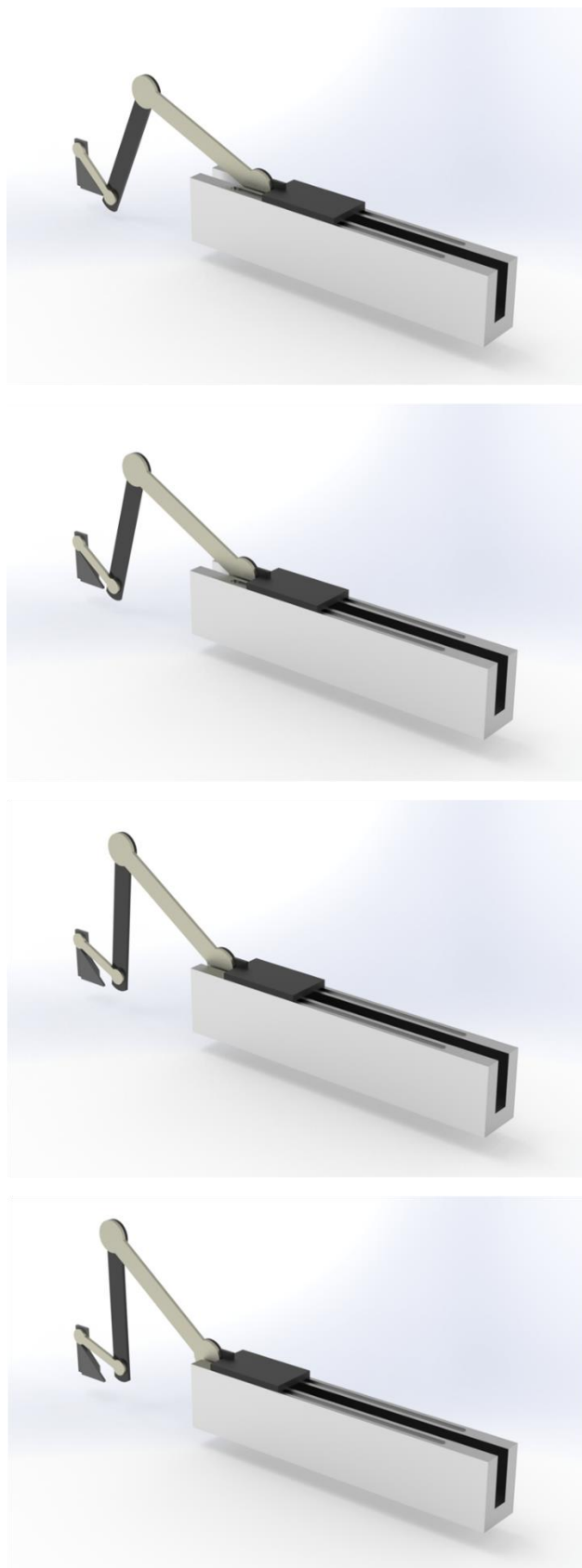


Figura 37: Movimento do modelo 2 durante a fase de recuperação.