

#### **Bernardo Turnes Moreira**

Análise de Tensões e Otimização Topológica de um Disco de Freio em Veículos Baja SAE

# Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Ivan Fabio Mota de Menezes

Coorientadora: Luísa Imbroisi Cavalcanti

Rio de Janeiro Dezembro de 2022

#### **AGRADECIMENTOS**

À minha família, que sempre confiou em mim, me incentivando em momentos difíceis e investindo no meu futuro.

Ao meu Orientador Ivan Menezes, que foi fundamental para elaboração desse projeto e pelo meu desenvolvimento profissional.

À minha Coorientadora e amiga Luísa Imbroisi, que me auxiliou e apoiou diante de todas as dificuldades enfrentadas.

À Carolina Padilha, Beatriz Padilha, Cláudia Padilha e Eonio Campello Junior, que acompanharam de perto todos os detalhes desse desafio percorrido e sempre me auxiliaram em momentos de dificuldade.

Aos meus grandes amigos Rodrigo dos Santos, Diego Godoy, Luig Dalcol, Gabriel Motta, Stélio Henrique, Bruno Critsinelis, Ana Formosinho, Davi Francisco, Guilherme Rodrigues e Erick Oliveira, que fizeram parte dessa história.

Ao Real Valor, em especial, Eduardo Mendonça, Gabriel Farias, Elisa Ribeiro, Thiago Ferolla, Thayana Azevedo e Alexandre Quattrucci, por sempre acreditar no meu potencial e estar ao meu lado.

À Equipe Repitles Baja, projeto do qual me orgulho demais, responsável por me desenvolver como pessoa, profissional e auxiliar neste projeto.

#### **RESUMO**

# Análise de Tensões e Otimização Topológica de um Disco de Freio em Veículos Baja SAE

Este trabalho tem como objetivo a análise das tensões atuantes em um sistema de freio a disco presente no protótipo Basilísco, veículo Baja SAE desenvolvido pela Equipe Reptiles Baja PUC-Rio logo após a pandemia do COVID-19.

Para este estudo, foram consideradas as tensões térmicas e mecânicas presentes no disco de freio traseiro do protótipo e, a partir dos resultados, foi proposta uma geometria otimizada deste componente, focando em uma redução de massa expressiva utilizada na sua fabricação.

Foram utilizados os seguintes softwares para o desenvolvimento do projeto: *SolidWorks* [20], para manipulação da geometria do disco de freio, e *Ansys Workbench* [19], para a realização de simulações térmicas, estruturais estáticas e a otimização topológica do componente estudado, que se utilizam do método de elementos finitos para conseguir mapas de distribuição de tensões e deformações na estrutura com a aplicação de condições de contorno.

Com uma nova geometria obtida para o disco de freio traseiro, foram feitas validações térmicas e estruturais para garantir que a integridade da peça não seria comprometida, visto que se trata de um sistema de segurança do veículo.

**Palavras chaves:** *Ansys Workbench*, *SolidWorks*, Otimização Topológica, Método de Elementos Finitos, Sistema de Freio a Disco, Baja SAE.

#### **ABSTRACT**

# Stress Analysis and Topological Optimization of a Brake Disc in Baja SAE Vehicles

This work aims to analyze the tensions acting on a disc brake system present in the Basilísco prototype, a Baja SAE vehicle developed by the Reptiles Baja PUC-Rio Team shortly after the COVID-19 pandemic.

For this study, the thermal and mechanical stresses present in the rear brake disc of the prototype were considered and, from the results, an optimized geometry of this component was proposed, focusing on an expressive mass reduction, used in its manufacture.

The following softwares were used for the development of the project: SolidWorks [20], for manipulation of the geometry of the brake disc, and Ansys Workbench [19], for the accomplishment of thermal simulations, static structural and the topological optimization of the studied component, which use the finite element method to achieve stress and strain distribution maps in the structure with the application of boundary conditions.

With a new geometry obtained for the rear brake disc, thermal and structural validations were carried out to ensure that the integrity of the component wouldn't be compromised, as it is a vehicle safety system.

**Keywords:** *Ansys Workbench*, *SolidWorks*, Topological Optimization, Finite Element Method, Disc Brake System, Baja SAE.

# SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	2
RESUMO	3
ABSTRACT	4
SUMÁRIO	5
LISTA DE FIGURAS	7
LISTA DE TABELAS	8
1 INTRODUÇÃO	8
1.1 Motivação do Trabalho	8
1.2 Objetivo do Trabalho	8
2 Premissas do Projeto	9
2.1 Veículo	10
2.2 Ambiente	10
2.3 Regulamento Baja SAE	11
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
3.1 Geração de Calor por Atrito	13
3.2 Resfriamento por Convecção	14
3.2.1 Convecção Forçada	16
3.2.2 Convecção Natural	16
3.3 Análise da Temperatura para Frenagens Consecutivas	17
4 METODOLOGIA	17
4.1 Geometria	19
4.2 Propriedades do Material	20
4.3 Teste de Frenagens Consecutivas	21
4.4 Força do Êmbolo e Torque Atuante no Disco de Freio Traseiro	22
5 SIMULAÇÕES E OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	25
5.1 Método dos Elementos Finitos	26
5.2 Ajuste na Geometria	27
5.3 Definição do Material no Ansys	29

5.4 Malha Utilizada	30
5.5 Simulações Iniciais	32
5.5.1 Simulação Térmica	32
5.5.2 Simulação Estática	35
5.6 Otimização Topológica	38
5.5 Simulações de Verificação	42
5.5.1 Simulação Térmica	42
5.5.2 Simulação Estática	42
6 CONCLUSÕES	44
REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	45

# **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 – Basilísco na competição Baja Rio 2022	9
Figura 2 – Sistema físico representando um rotor de freio	12
Figura 3 – Modelo simplificado de um freio a disco	13
Figura 4 – Transferência de calor por convecção natural	15
Figura 5 – Exemplo de transferência de calor por convecção forçada	16
Figura 6 – Disco inicialmente otimizado pela Equipe Reptiles Baja PUC-Rio	18
Figura 7 – Procedimento geral para desenvolvimento do projeto	19
Figura 8 – Disco traseiro bruto, com 140 mm de diâmetro e 4 mm de espessura	20
Figura 9 – Temperatura do disco de freio traseiro pelo número de frenagens consecutivas	21
Figura 10 – Diagrama de blocos utilizado no Ansys [19]	25
Figura 11 – Representação de uma malha com o MEF	26
Figura 12 – Pastilha de freio utilizada no veículo	28
Figura 13 – Disco traseiro com região de atuação da pastilha delimitada	29
Figura 14 – Propriedades do Aço SAE 1045 no Ansys [19]	30
Figura 15 – Configuração da malha no Ansys [19]	31
Figura 16 – Malha distribuída na geometria estudada (total de 52317 elementos)	31
Figura 17 – Condição de contorno envolvendo a temperatura do disco	32
Figura 18 – Condição de contorno envolvendo a perda de calor por convecção	33
Figura 19 – Condição de contorno envolvendo a perda de calor por radiação	34
Figura 20 – Resultados da simulação térmica na geometria bruta	34
Figura 21 – Condição de contorno envolvendo o torque atuante no disco	36
Figura 22 – Condição de contorno envolvendo a força do êmbolo	37
Figura 23 – Resultados da simulação estática na peça original	38
Figura 24 – Otimização topológica para reduzir 50% da massa total	39
Figura 25 – Otimização topológica para reduzir 70% da massa total	40
Figura 26 – Vista frontal da peça otimizada	41
Figura 27 – Vista isométrica da peça otimizada	41
Figura 28 – Resultados da simulação térmica na geometria otimizada	42
Figura 29 – Resultados da simulação estática na geometria otimizada	43

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do Protótipo (Equipe Reptiles Baja)	10
Tabela 2 – Parâmetros do Ambiente (Equipe Reptiles Baja)	10
Tabela 3 – Coeficientes de Transferência de Calor (SOLIDWORKS [14])	15
Tabela 4 – Coeficiente de Transferência de Calor por Convecção (PHILIP KOSKY [10])	17
Tabela 5 – Propriedades do Aço SAE 1045 (MATWEB [12])	20

# 1 INTRODUÇÃO

A SAE (Society of Automotive Engineers) é uma entidade responsável por promover competições universitárias de Baja, no Brasil e ao redor do mundo. Os eventos organizados são responsáveis pelo aprimoramento e evolução dos conhecimentos adquiridos nas salas de aula, trazendo a prática para o cotidiano dos alunos participantes.

As equipes universitárias são compostas estritamente por alunos. Estes são responsáveis pelo desenvolvimento dos protótipos *off-road*, desde o projeto até a sua concepção e fabricação, buscando sempre um aprimoramento no seu desempenho, para que se possa obter melhores resultados nas competições.

#### 1.1 Motivação do Trabalho

Um dos maiores desafios quando se planeja projetar um automóvel é garantir que este atinja um melhor desempenho possível. Uma das formas de se alcançar esse objetivo é tornando o veículo mais leve por meio da redução de massa de diversos componentes que o compõem, sem que estes percam as suas propriedades mecânicas dentro do sistema.

A mesma lógica pode ser aplicada para veículos Baja SAE (*Society of Automotive Engineers*), automóveis robustos projetados para percorrer terrenos complexos. Por serem veículos utilizados em competições universitárias e que utilizam motores de potência relativamente baixa (10 *HP*), uma redução de massa passa a ser interessante, o que motiva o estudo e a aplicação de diferentes métodos de otimização para atingir este objetivo.

#### 1.2 Objetivo do Trabalho

Este estudo tem como objetivo principal a redução da massa de um disco de freio, por meio da análise das tensões que atuam no componente durante o seu funcionamento. A análise será feita com base no protótipo Basilísco, veículo Baja SAE projetado pela Equipe *Reptiles* PUC-Rio, visando otimizar a geometria do seu disco de freio traseiro por meio da redução de massa utilizada na fabricação da peça.



Figura 1 – Basilísco na competição Baja Rio 2022 Fonte: Manuela Chaves – Integrante da Equipe *Reptiles* Baja

Este trabalho foi baseado no Projeto de Graduação (TCC) do aluno Henrique M. Pohl [21], no qual o objetivo principal era a análise de tensões e otimização topológica do disco dianteiro de um veículo Baja SAE. O objetivo deste projeto é a otimização topológica do disco de freio traseiro de um veículo Baja SAE, considerando um enfoque diferente na aplicação do carregamento atuante e das condições de contorno do problema.

A partir da análise das tensões, serão aplicadas técnicas de otimização topológica, melhorando a distribuição de massa do componente, sem que este perca a sua funcionalidade no sistema de frenagem do veículo.

#### 2 Premissas do Projeto

De forma a ter um progresso no projeto do veículo, foram estabelecidas premissas, a partir de testes validados e documentações, com relação ao protótipo e ambiente em questão. Além disso, foram feitas consultas ao Regulamento Baja SAE [2] para verificações pontuais do sistema de freio, visto que o veículo necessita estar

alinhado com certos parâmetros para poder participar de competições organizadas por esta instituição.

#### 2.1 Veículo

O protótipo Basilísco já está construído e sendo utilizado pela Equipe *Reptiles* Baja. Assim, foi possível coletar algumas informações relevantes que auxiliaram com as análises feitas. Foram obtidos valores por meio do modelo em CAD do projeto, no *SolidWorks* [20], e a partir de testes dinâmicos envolvendo o veículo, conforme ilustrados na Tabela 1:

Tabela 1 – Parâmetros do Protótipo (Equipe Reptiles Baja)

Descrição	Valor
Massa do Veículo	173,85 <i>kg</i>
Massa do Piloto	75 kg
Distância do Centro de Gravidade ao Eixo Traseiro	779,24 mm
Distância do Centro de Gravidade ao Eixo Traseiro	598,76 <i>mm</i>
Força Máxima de Aplicação no Pedal	375 N
Distância dos Entre-Eixos	1378,00 <i>mm</i>
Raio Dinâmico do Pneu Traseiro	0,2667 <i>m</i>
Área do Cilindro Mestre	126,68 <i>mm</i> <sup>2</sup>
Área do Êmbolo do Pinça Traseira	706,86 <i>mm</i> <sup>2</sup>

#### 2.2 Ambiente

Para o ambiente, foram considerados os seguintes parâmetros apresentados na Tabela 2:

Tabela 2 – Parâmetros do Ambiente (Equipe Reptiles Baja)

Descrição	Valor
Gravidade	9,81 <i>m/s</i> <sup>2</sup>
Coeficiente de Atrito entre o Pneu e Solo	0,83
Temperatura Ambiente	25 ℃
Densidade do Ar	1,1614 kg/m <sup>3</sup>
Condutividade Térmica do Ar	0,02 W/m.K

11

2.3 Regulamento Baja SAE

De forma a garantir uma maior segurança para todos os participantes das

competições, a SAE fornece, como pré-requisito de participação, o seu Regulamento

Administrativo e Técnico [2].

Nele são fornecidas diversas informações e instruções, envolvendo os

integrantes das equipes, as etapas das competições e, principalmente, as exigências

técnicas dos veículos desenvolvidos pelos estudantes. Caso essas exigências não

sejam cumpridas, as respectivas universidades não estarão aptas a participar do

evento.

Com relação ao sistema de frenagem, é destacado no Regulamento

Administrativo e Técnico Baja SAE [2], Emenda 4:

**Item B9: SISTEMA DE FREIO** 

1. O veículo deve possuir um sistema de freio hidráulico que atue em

todas as rodas e seja atuado por um único pé. O pedal deve atuar

diretamente o cilindro mestre por uma conexão rígida, isto é, cabos

não são permitidos. O sistema deve ser capaz de travar todas as

rodas, tanto em condição estática como em movimento em superfícies

pavimentadas e não pavimentadas.

2. O sistema de freios deve ser segregado em ao menos dois circuitos hidráulicos

independentes de tal forma que, mesmo com qualquer falha ou vazamento em um

ponto do sistema, a capacidade de frear efetivamente seja mantida em pelo menos

duas rodas.

3. Os freios no eixo motor devem atuar no eixo final, ou seja, no eixo das rodas.

Freios centrais atuando nas rodas por meio de semieixos são permitidos. Freios

atuando em eixos de transmissão intermediários são proibidos.

# 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os freios são responsáveis pela conversão de energia cinética e potencial do veículo em energia térmica, por meio do processo de geração de calor nas regiões de atrito do sistema. Sendo assim, é de extrema importância que estes sistemas sejam projetados de forma a manter a temperatura em uma faixa adequada em determinados componentes, garantindo assim a conservação das suas propriedades mecânicas e, consequentemente, um funcionamento mais seguro.

Dessa forma, Limpert [1] destaca a importância da realização dos testes e simulações dos componentes, buscando garantir a segurança e eficiência do sistema de freios em condições previsíveis.

Ao observarmos discos de freio, é possível pontuar alguns fatores importantes a serem considerados, como a geração de calor por atrito e o resfriamento do disco por meio da convecção. Estes fatores são de extrema relevância para auxiliar nas análises, de forma a trazerem resultados mais próximos da realidade. A Figura 2 ilustra um sistema físico que representa um rotor de freio.

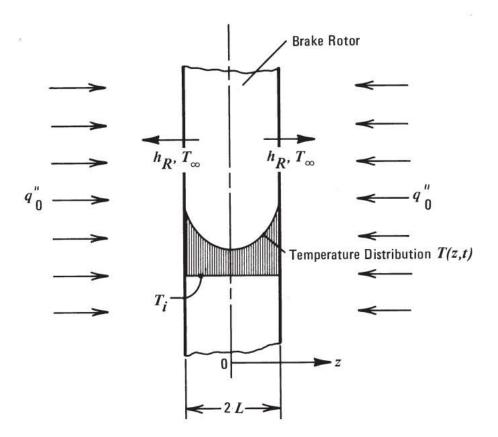


Figura 2 – Sistema físico representando um rotor de freio Fonte: LIMPERT [1]

#### 3.1 Geração de Calor por Atrito

Em um sistema de freio a disco (Figura 3), o conjunto mais simples é composto por um disco, uma pinça e pastilhas de freio. A pinça possui um ou mais êmbolos, que são responsáveis por pressionar as pastilhas contra o disco de freio em movimento. A partir disso, o atrito atua no componente, fazendo com que a energia cinética do disco seja convertida em calor.

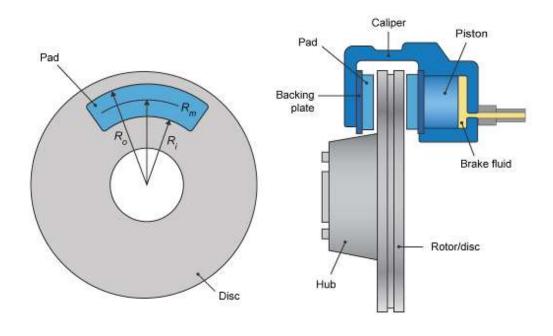


Figura 3 – Modelo simplificado de um freio a disco Fonte: MATHWORKS [13]

A distribuição de energia térmica entre o disco de freio e a pastilha está diretamente relacionada com a resistência térmica das duas faces responsáveis pela geração de atrito.

De acordo com Limpert [1], assume-se que a transferência de calor para o disco é definida, para uma condição de estado uniforme, pela seguinte expressão:

$$\frac{q_R^{\prime\prime}}{q_P^{\prime\prime}} = \frac{\sum R_P}{\sum R_R} \tag{1}$$

onde,

 $q_R^{\prime\prime}$  = Fluxo de calor dentro da pastilha, em  $N.m/hm^2$ 

 $q_P^{"}$  = Fluxo de calor dentro do disco, em  $N.m/hm^2$ 

 $R_P={
m Resist\hat{e}ncia}$  térmica para o fluxo de calor em condução na pastilha, em hK/N.m

 $R_R={
m Resist\hat{e}ncia}$  térmica para o fluxo de calor em condução no disco, em hK/N.m

### 3.2 Resfriamento por Convecção

Com a geração de calor, a partir da atuação do atrito, certos componentes do sistema de frenagem – disco de freio e pastilha – ficam com suas temperaturas mais elevadas comparadas com a temperatura do ambiente em questão. Dessa forma, o fenômeno termodinâmico de resfriamento por convecção ocorre a partir de uma transferência de calor entre o ar e os respectivos componentes, conforme mostrado na Figura 4.

Em um disco de Freio com temperatura elevada, essa transferência de calor ocorre a partir do movimento do ar ao seu redor e pode ser representada, de acordo com Kosky [10], pela Lei de Resfriamento de Newton:

$$\dot{Q}_{conv} = hA(T_{\infty} - T_s) \tag{2}$$

onde.

 $\dot{Q}_{conv}=$  Taxa de transferência de calor convectivo

 $h={\sf Coeficiente}$  de transferência de calor por convecção

A =Área da superfície de resfriamento

 $T_{\infty}=$  Temperatura do fluído ao redor do componente

 $T_{\rm S} =$  Temperatura da superfície do componente

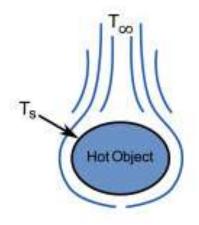


Figura 4 – Transferência de calor por convecção natural Fonte: PHILIP KOSKY [10]

Apesar do ar possuir um baixo coeficiente de transferência de calor, a sua atuação ainda é fundamental para ser considerada em análises térmicas, já que ele pode ser responsável por uma redução das tensões térmicas presentes em um componente com temperatura elevada. A Tabela 3 apresenta os coeficientes de transferência de calor para diferentes meios.

Tabela 3 – Coeficientes de Transferência de Calor (SOLIDWORKS [14])

Coeficiente de Transferência de Calor Meio  $(W/m^2.K)$ Vapor (em condensação) 6000 - 120000 Água (fervente) 3000 - 60000 Água (convecção forçada) 300 - 6000 Óleo (convecção forçada) 60 - 1800 Ar/vapor superaquecido (convecção forçada) 20 - 300 Ar (convecção natural) 5 - 25

A transferência de calor por convecção pode ser avaliada de duas formas distintas: convecção forçada e convecção natural.

#### 3.2.1 Convecção Forçada

O resfriamento por convecção forçada ocorre quando o movimento do fluído é realizado com o auxílio de um agente externo, de forma direta, como ilustrado na Figura 5.

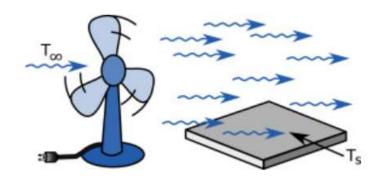


Figura 5 – Exemplo de transferência de calor por convecção forçada

Fonte: PHILIP KOSKY [10]

De acordo com Adamowicz [9], ao observarmos uma situação de frenagem não completa, ou seja, onde o veículo ainda está em movimento rotativo, o calor gerado nas superfícies de contato de uma pastilha e um disco de freio é dissipado pela convecção forçada entre o componente e o ar do ambiente. Isso ocorre justamente devido ao maior fluxo de ar em contato com o disco, por conta de seu movimento.

#### 3.2.2 Conveçção Natural

Por outro lado, a convecção natural ocorre em situações onde o movimento do fluído é realizado sem o auxílio direto de um agente externo.

Em uma análise de frenagem, o resfriamento por convecção natural pode ser considerado em uma situação onde o veículo está totalmente parado. Sem o movimento do disco auxiliando no aumento do fluxo de ar, pode-se assumir que o contato do fluído no componente se dá de forma natural.

Para análises mais conservadoras, é interessante que as tensões térmicas sejam as maiores possíveis, já que teriam um impacto representativo nos resultados finais. Para isso, opta-se pela consideração de uma convecção natural, justamente pelo coeficiente de transferência de calor ser menor ao se comparar com um

resfriamento por convecção forçada. A Tabela 4 apresenta os coeficientes de transferência de calor do ar para os diferentes tipos de convecção.

Tabela 4 – Coeficiente de Transferência de Calor por Convecção (PHILIP KOSKY [10])

Tipo de Convecção	Coeficiente de Transferencia de Calor por Convecção <i>h W/(m².K</i> )
Ar, Convecção Natural	237
Ar, Convecção Forçada	401

### 3.3 Análise da Temperatura para Frenagens Consecutivas

Uma das análises a serem realizadas acerca de um disco de freio é a análise de frenagens consecutivas. Estes testes são de extrema importância para a segurança dos componentes e, consequentemente, de quem está dirigindo o veículo.

Durante essas análises, o veículo passa de uma velocidade elevada até o repouso a partir do uso de sistema de freio de forma repetitiva. Assim que o veículo chega neste estágio, ele conclui um ciclo de frenagem e inicia outro, de forma permanecer acelerando e desacelerando.

De acordo com Limpert [1], as temperaturas atingidas por meio das frenagens consecutivas serão bem maiores quando comparadas com o uso comum dos freios. Isso ocorre justamente pelo sistema de frenagem ser exigido de forma contínua e em um curto intervalo de tempo.

As temperaturas do disco de freio obtidas por esse procedimento ao longo dos diferentes ciclos de frenagem podem ser usadas para auxiliar outras análises e garantir resultados mais conservadores, visto que o sistema de freio está sendo colocado em uma situação extrema.

#### 4 METODOLOGIA

Ao longo da pandemia, a Equipe de Baja SAE, *Reptiles* PUC-Rio, desenvolveu o dimensionamento do projeto e uma otimização inicial de um disco de freio traseiro, que seria utilizado pelo protótipo Basilísco, como pode ser observado na Figura 6.



Figura 6 – Disco inicialmente otimizado pela Equipe Reptiles Baja PUC-Rio

A primeira otimização realizada no componente foi bastante restrita, de forma a tornar a sua fabricação economicamente viável. Em um novo momento, com um pouco mais de estabilidade financeira, a Equipe *Reptiles* enxergou a possibilidade de melhoria nessa peça, com o objetivo de reduzir ainda mais a massa do carro.

Para realizar a simulação numérica do componente, é necessário explicitar diversos parâmetros de forma a tornar a modelagem computacional a mais próxima possível da realidade.

Na Figura 7, é possível observar o procedimento seguido para obtenção dos resultados do projeto.

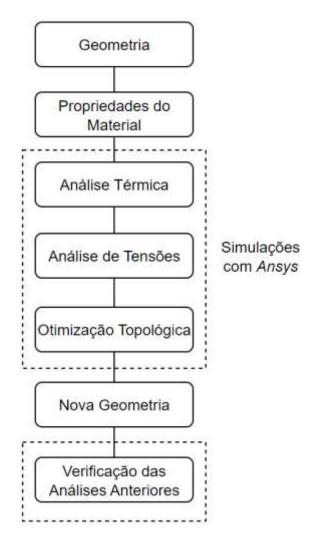


Figura 7 – Procedimento geral para desenvolvimento do projeto

#### 4.1 Geometria

Para obtenção do disco de freio ideal, o dimensionamento foi realizado seguindo as restrições impostas pelo Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE Brasil [2], além de ter como base para o seu desenvolvimento os conceitos de segurança fornecidos por Limpert [1]. Com o auxílio de trabalhos disponíveis na literatura técnica, optou-se por um valor de 140 *mm* para o diâmetro do disco de freio traseiro, com 4 *mm* de espessura, conforme ilustrado na Figura 8.

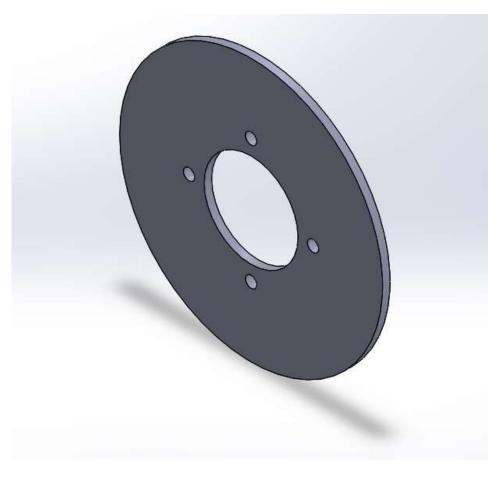


Figura 8 – Disco traseiro bruto, com 140 mm de diâmetro e 4 mm de espessura

# 4.2 Propriedades do Material

Para o material deste disco, a Equipe *Reptiles* Baja optou pelo Aço SAE 1045. Isso se deu devido as suas ótimas propriedades mecânicas, observadas na Tabela 5, e preço acessível para o projeto.

Tabela 5 – Propriedades do Aço SAE 1045 (MATWEB [12])

<u>Propriedades</u>	Aço 1045
Densidade	7861,1 <i>kg.m</i> <sup>-3</sup>
Módulo de Young	206 <i>GPa</i>
Coeficiente de Poisson	0,29
Limite de Escoamento	530 <i>MPa</i>
Limite de Ruptura	625 MPa
Condutividade Térmica	49,8 <i>W/m.K</i>

## 4.3 Teste de Frenagens Consecutivas

Em 2017, foi realizado um teste de frenagens consecutivas no disco de freio traseiro bruto, com o intuito de reproduzir uma situação de prova e, com isso, avaliar como o aumento da temperatura e a dissipação de calor se comportam após sucessivas frenagens.

Em seguida, foi possível verificar a temperatura alcançada depois da enésima frenagem, visto que a possível ocorrência do *fading* – redução da eficiência de frenagem pelo aquecimento dos componentes – pode ser extremamente prejudicial a diversos componentes, comprometendo a segurança do condutor.

Assim como descrito na Seção 3.3, o teste consiste na aceleração do veículo até uma velocidade pré-determinada e, em seguida, na desaceleração do mesmo até o repouso. O procedimento foi repetido um número determinado de vezes em um curto intervalo de tempo.

Para reprodução do teste, a Equipe contou com o auxílio de um sensor acoplado na pinça de freio, sendo responsável por registrar a mudança de temperatura até atingir seu valor máximo, como pode ser observado na Figura 9:

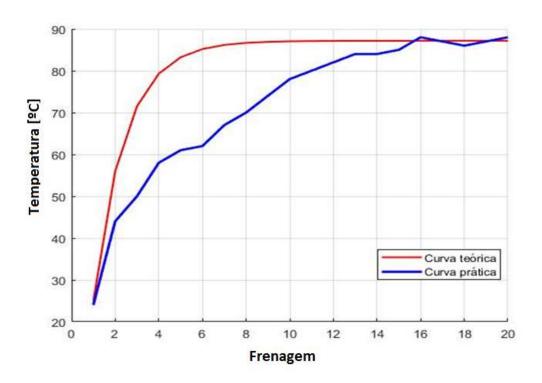


Figura 9 – Temperatura do disco de freio traseiro pelo número de frenagens consecutivas

Fonte: Equipe Reptiles Baja

Como é possível observar na Figura 9, após 20 frenagens, a temperatura na área de atuação da pastilha de freio atingiu o seu valor máximo, de aproximadamente 89°C.

Sendo assim, este dado foi utilizado para auxiliar na análise térmica do componente, buscando prever o cenário mais crítico em que o disco se encontraria com relação à sua temperatura.

#### 4.4 Força do Êmbolo e Torque Atuante no Disco de Freio Traseiro

Para auxiliar na análise estática, buscou-se o valor da força exercida pelo êmbolo da pinça traseira e o torque de frenagem atuante no disco de freio a ser estudado.

A metodologia adotada neste trabalho para o cálculo desses valores se baseia no trabalho de Pohl [21], cujos principais passos consistem na obtenção da força total atuante no cilindro mestre, aplicação do Princípio de Pascal para obtenção da força total no êmbolo da pinça traseira e, por fim, no cálculo do torque de frenagem atuante no disco de freio traseiro.

A primeira informação a ser utilizada é o *Pedal Ratio* que, para o protótipo Basilísco, seu valor é 6. Este termo será utilizado para o cálculo da força de aplicação no cilindro mestre:

$$F_{C.M.\ Total} = F_{Pedal} \cdot PR \tag{3}$$

onde,

 $F_{C.M.\ Total}$  = Força total no cilindro mestre

 $F_{Pedal} =$  Força de atuação no pedal de freio

PR = Pedal Ratio

Com relação à força de atuação no pedal, o protótipo em questão teve o seu sistema de freio projetado para que 375 *N* fossem suficientes para o acionamento total do pedal.

Contudo, Limpert [1] afirma que existem valores aceitáveis para a força no acionamento do pedal de freio, variando de acordo com o percentil do piloto. Para mulheres, é considerada uma força de 445 N e, para homens, uma força de 668 N.

Dessa forma, mantendo uma postura conservadora, o valor utilizado para a força atuante no pedal será de 668 N. Assim, utilizando a Eq. (3), temos:

$$F_{C.M.\ Total} = F_{Pedal} \cdot PR$$
  
 $F_{C.M.\ Total} = 668\ N \cdot 6$   
 $F_{C.M.\ Total} = 4008\ N$ 

A partir do valor obtido, é necessário saber como a força total no cilindro mestre será distribuída entre o sistema de freios dianteiro e traseiro. O componente responsável por essa distribuição é chamado de *Balance Bar* e ele permite que exista uma regulagem de forma manual do quanto será distribuído.

Atualmente, o ajuste do *Balance Bar* está direcionando 50% da força total no cilindro mestre para a frenagem das rodas dianteiras e os outros 50% para a frenagem das rodas traseiras. Ou seja:

$$F_{Traseira} = F_{C.M.\ Total} \cdot 50\%$$
  
 $F_{Traseira} = 4008\ N \cdot 0.5$   
 $F_{Traseira} = 2004\ N$ 

Para o cálculo da força atuante no êmbolo da pinça traseira, foi utilizado o Princípio de Pascal, através da Eq. (4):

$$\frac{F_{Traseira}}{A_{C.M.\ Traseira}} = \frac{F_{\hat{E}mbolo\ Pinça\ Traseira}}{A_{\hat{E}mbolo\ Pinça\ Traseira}} \tag{4}$$

onde,

 $F_{Traseira}=$  Força atuante no sistema de freio traseiro  $F_{\hat{\mathbb{E}}mbolo\ Pinca\ Traseira}=$  Força atuante no êmbolo da pinça traseira

 $A_{C.M.\ Traseira}=$ Área do cilindro mestre  $A_{\hat{\mathbb{E}}mbolo\ Pinça\ Traseira}=$ Área do êmbolo da pinça traseira

Utilizando os dados obtidos e fornecidos na Tabela 1, temos através da Eq. (4):

$$\frac{F_{Traseira}}{A_{C.M.\ Traseira}} = \frac{F_{\hat{\mathbb{E}}mbolo\ Pinça\ Traseira}}{A_{\hat{\mathbb{E}}mbolo\ Pinça\ Traseira}}$$

$$\frac{2004 \, N}{126,68 \, mm^2} = \frac{F_{\hat{\mathbb{E}}mbolo \, Pinça \, Traseira}}{706,86 \, mm^2}$$

$$F_{\hat{E}mbolo\ Pinça\ Traseira} = 11182,09\ N$$

De forma a simplificar o problema, mantendo uma postura conservadora, assumiu-se que o disco sofreria a força do êmbolo nas duas faces, dentro da região de atuação das pastilhas de freio (cujo valor resultante desse carregamento distribuído é igual a 11182,09 *N*, conforme ilustrado na Figura 22).

Finalmente, será calculado o torque de frenagem atuante no disco de freio traseiro, através da Eq. (5) [1]:

$$T_{Frenagem\ Traseira} = F_Z \cdot \mu_{solo} \cdot R_{Traseira}$$
(5)

onde.

 $T_{Frenagem\ Traseira} =$  Torque de frenagem atuante no disco de freio traseiro

 $F_Z = \text{Carga no eixo traseiro durante a frenagem}$ 

 $\mu_{solo}$  = Coeficiente de atrito

 $R_{Traseira}$  = Raio dinâmico da roda traseira

O eixo traseiro é responsável por suportar parte do peso do veículo e de seu conteúdo. Durante uma frenagem em linha reta, o peso do veículo é transferido

dinamicamente entre os eixos, o que afeta diretamente no torque atuante no disco de freio.

Para obtenção do valor da carga no eixo traseiro durante a frenagem  $(F_Z)$ , foi levado em consideração a distância entre o CG e o eixo traseiro, além do peso total do veículo (ver Tabela 1). De acordo com informações obtidas pela Equipe *Reptiles*, temos que  $F_Z=541,68\ N$ .

Além disso, a partir dos dados apresentados na Tabela 1 e Tabela 2, foram adotados os valores  $\mu_{solo}=0.83$  e  $R_{Traseira}=0.2667$  m. Assim, foi possível obter o seguinte resultado, utilizando a Eq. (5):

$$T_{Frenagem\ Traseira} = 144,46\ N.\ m$$

# 5 SIMULAÇÕES E OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Para as análises numéricas, é interessante buscar um equilíbrio entre poder computacional exigido e precisão desejada, a fim de obter os melhores resultados. Neste projeto, será utilizado o *Ansys* [19], *software* que realiza a aplicação do Método dos Elementos Finitos para as suas simulações, assim como a grande maioria dos programas na atualidade. Além disso, serão utilizadas técnicas de otimização topológica para maximização da rigidez e redução da massa de um disco de freio de um veículo Baja SAE. Maiores detalhes sobre as técnicas de otimização topológica podem ser encontrados nas referências [17] e [18].

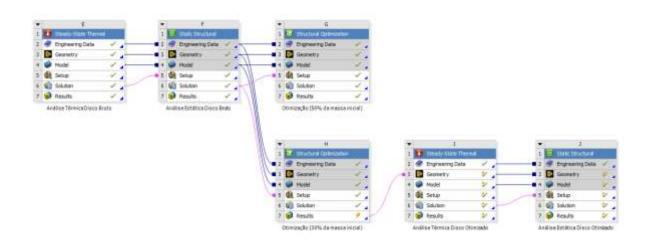


Figura 10 – Diagrama de blocos utilizado no *Ansys* [19]

Foram realizadas duas simulações, uma térmica e outra estática, seguidas de duas tentativas de otimização topológica. A primeira otimização tinha como objetivo uma redução de 50% da massa total e a segunda otimização buscou reduzir 70% da massa total.

Como o resultado da segunda otimização foi o mais satisfatório, sua geometria resultante foi refinada juntamente com uma redução de 0,5 *mm* da espessura, buscando reduzir ainda mais a sua massa.

Por fim, foram realizadas as mesmas simulações – térmica e estática – com a nova geometria da peça, de forma a validar o novo componente.

#### 5.1 Método dos Elementos Finitos

Uma das técnicas mais utilizadas na atualidade, no que diz respeito à análise estrutural, é o conhecido Método dos Elementos Finitos (MEF). O MEF consiste em dividir um problema extremamente complexo em diversos problemas mais simples de serem solucionados [6], por meio da discretização do domínio do problema em elementos finitos. A ideia geral desse método consiste em transformar as equações diferenciais que governam o problema em um sistema de equações algébricas.

A discretização do domínio consiste em uma etapa do método conhecida como "geração de malha", na qual os elementos finitos ficam conectados entre si por meio de arestas/faces e nós.

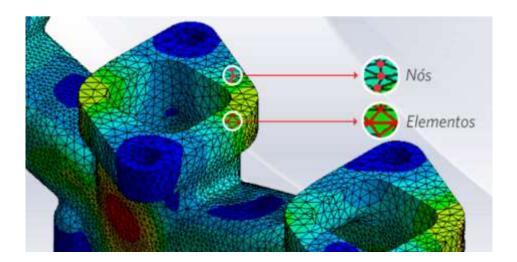


Figura 11 – Representação de uma malha com o MEF Fonte: MIRLISENNA [11]

A proximidade entre os nós de uma malha representará o quão refinada ela é. Quanto mais próximos entre si, mais refinada é a malha e, consequentemente, mais precisos serão os resultados da simulação. Por outro lado, quanto mais refinada for a malha, maior será o custo computacional da simulação.

#### 5.2 Ajuste na Geometria

Para realizar as análises computacionais na geometria bruta do disco de freio traseiro, foi preciso delimitar a região de atuação da pastilha. De acordo com Limpert [1], um dos maiores requisitos para uma pinça de freio na atualidade é que ela seja capaz de pressionar a pastilha contra o disco de forma uniforme, resultando em um desgaste e aumento uniforme da temperatura.

De forma a simplificar um problema dinâmico para uma análise estática, mantendo uma postura conservadora, toda a atuação da pastilha no disco de freio foi considerada uniforme em sua região de atuação.

Para determinar a exata delimitação dessa região, foi medida a face da pastilha de freio atualmente utilizada no protótipo e seu respectivo posicionamento em relação ao disco de freio traseiro, como ilustrado na Figura 12.



Figura 12 – Pastilha de freio utilizada no veículo

Com isso, foi possível concluir que a região de atuação da pastilha no disco de freio possui um raio externo de 65 *mm* e raio interno de 50 *mm*. Além disso, a distância entre o raio externo do disco e o raio externo da região de atuação da pastilha é de 5 *mm*, resultando na geometria apresentada na Figura 13.

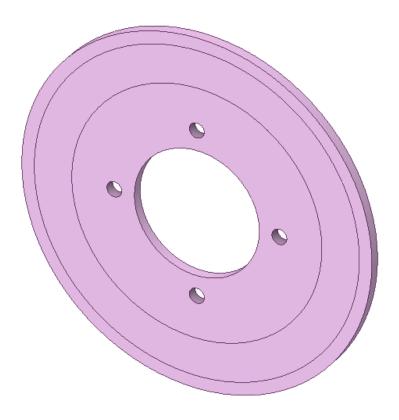


Figura 13 – Disco traseiro com região de atuação da pastilha delimitada

#### 5.3 Definição do Material no Ansys

Um fator extremamente importante para as simulações é o material do componente a ser analisado. Certas propriedades do material necessitam estar explicitas no *software*, visto que estas serão utilizadas como parâmetro de cálculo para a obtenção de resultados.

Como mencionado na Seção 4.2, a Equipe *Reptiles* Baja optou pelo uso do Aço SAE 1045. Pela ausência do material na biblioteca de material do *Ansys* [19], fez-se necessária a adição das propriedades da Tabela 5 no programa, por meio de dados obtidos pelo MatWeb [12].

A Figura 14 ilustra as propriedades do Aço SAE 1045 adicionadas no *software* Ansys [19].

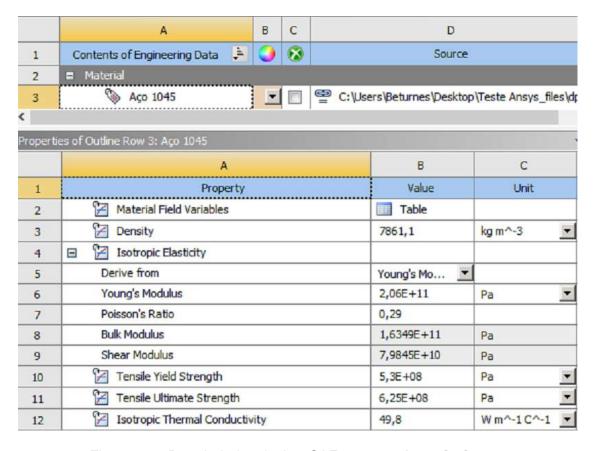


Figura 14 – Propriedades do Aço SAE 1045 no *Ansys* [19]

#### 5.4 Malha Utilizada

Em um primeiro momento, foi gerada uma malha genérica para configurar a simulação térmica e estática. Em seguida, foi necessário realizar um aprimoramento dessa malha para obtenção de melhores resultados, isto é, valores mais precisos e próximos da realidade para auxiliar na otimização topológica.

Buscou-se o equilíbrio entre custo computacional e refinamento da malha. A partir de diversos testes, foi possível observar que, após determinado número de elementos não houve mais variações drásticas no valor final da tensão atuante na peça.

Sendo assim, foi definida a malha final, representada nas Figuras 15 e 16.

Para o estudo apresentado nesse trabalho, foram utilizados elementos tetraédricos de 4 nós.

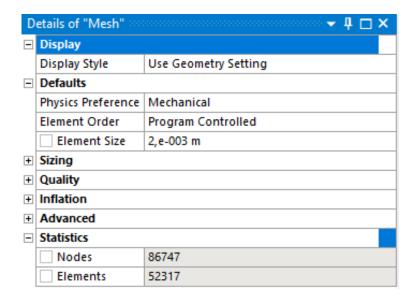


Figura 15 – Configuração da malha no Ansys [19]

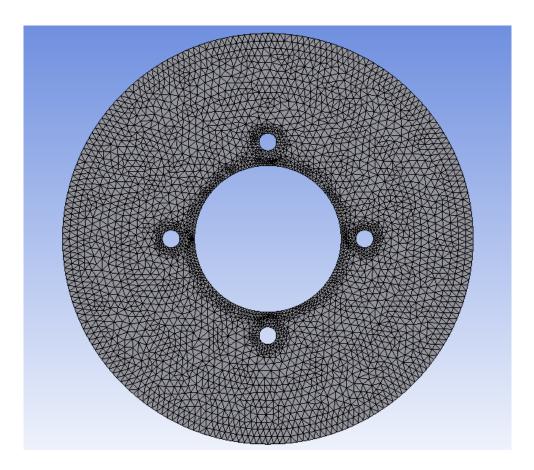


Figura 16 – Malha distribuída na geometria estudada (total de 52317 elementos)

Visando obter bons resultados, optou-se por um tamanho de elemento de 2 *mm*, tendo um grande foco em refinar a malha em regiões concentradoras de tensão. Dessa forma, foi possível atribuir a malha à geometria como é ilustrado pela Figura 16.

#### 5.5 Simulações Iniciais

#### 5.5.1 Simulação Térmica

Para a simulação térmica, foram impostas três condições de contorno. A primeira delas, envolve justamente o teste de frenagens consecutivas apresentado na Seção 4.3. Pela Figura 9, foi observado que a temperatura máxima atingida pelo disco de freio, na região de atuação da pastilha, foi de 89°C.

Dessa forma, este valor para a temperatura foi inserido nas duas faces do disco de freio, nas respectivas regiões delimitadas, como mostrado na Figura 17.

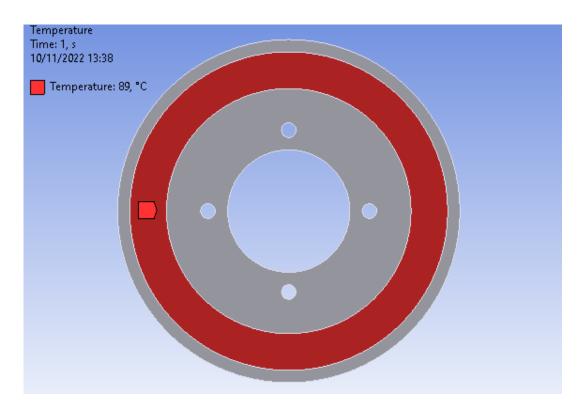


Figura 17 – Condição de contorno envolvendo a temperatura do disco

As outras duas condições de contorno envolvem a dissipação do calor presente no disco de freio, por convecção e radiação.

Como mencionado na Seção 3.2.2, para análises mais conservadoras, é interessante que as tensões térmicas sejam as maiores possíveis, por terem um impacto representativo nos resultados finais. Sendo assim, optou-se pela convecção natural, em todo o corpo do disco de freio, simulando o componente em uma situação extrema.

Os valores para os coeficientes de convecção do ar foram importados do banco de dados do *Ansys* [19], para maior precisão, visto que ele varia para diferentes temperaturas. A Figura 18 ilustra a primeira condição de contorno utilizada, envolvendo a perda de calor por convecção.

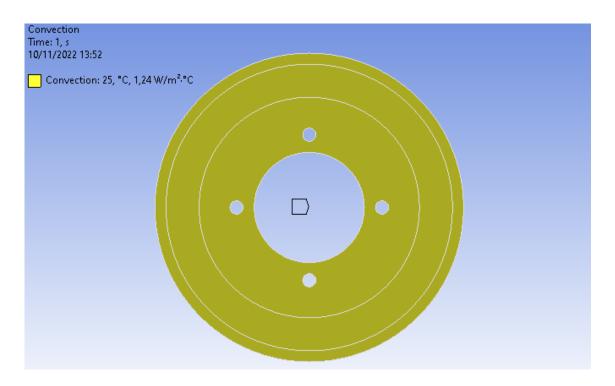


Figura 18 – Condição de contorno envolvendo a perda de calor por convecção

Finalmente, para a radiação, foi considerada a sua atuação em todo o corpo da peça, levando em consideração uma emissividade de valor 1, cuja condição de contorno é mostrada na Figura 19.

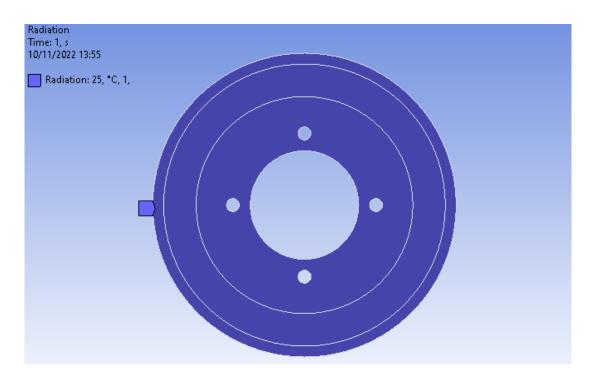


Figura 19 - Condição de contorno envolvendo a perda de calor por radiação

Por fim, foram obtidos os resultados para a simulação térmica, apresentados na Figura 20. Estes valores foram importados para auxiliar na simulação estática.

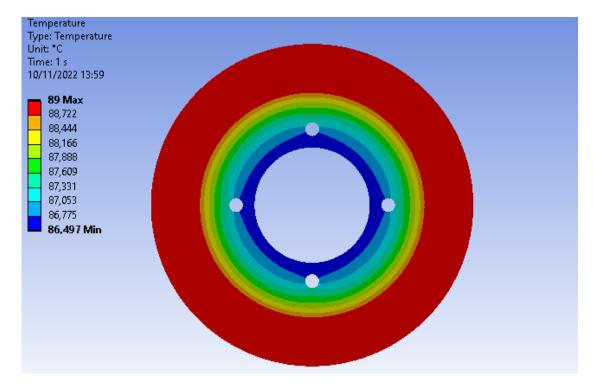


Figura 20 - Resultados da simulação térmica na geometria bruta

#### 5.5.2 Simulação Estática

Para a simulação estática foram impostas novas condições de contorno além das condições importadas da simulação térmica. O grande desafio envolvendo este passo da simulação é representar um problema dinâmico em um formato estático equivalente.

Foram utilizados os valores calculados na Seção 4.4, para a força do êmbolo e para o torque de frenagem atuantes no disco de freio traseiro.

De forma a simplificar o problema dinâmico, foi considerado que o momento de 144,46 *N.m* seria equivalente a 4 forças iguais atuantes nas faces dos furos de parafuso, que possuem uma distância de 33 *mm* do centro da estrutura. Para obtenção da força, foi utilizada a Eq. (6):

$$T_{Frenagem\ Traseira} = 4 \cdot F \cdot d \tag{6}$$

onde,

 $T_{Frenagem\ Traseira} =$  Torque de frenagem atuante no disco de freio traseiro

F =Força a ser aplicada

d= Distância entre o centro de um furo de parafuso e o centro do disco

Assim, foi obtido um valor F = 1094,39 N, a ser aplicado em cada face dos furos de parafuso, como é possível observar na Figura 21.

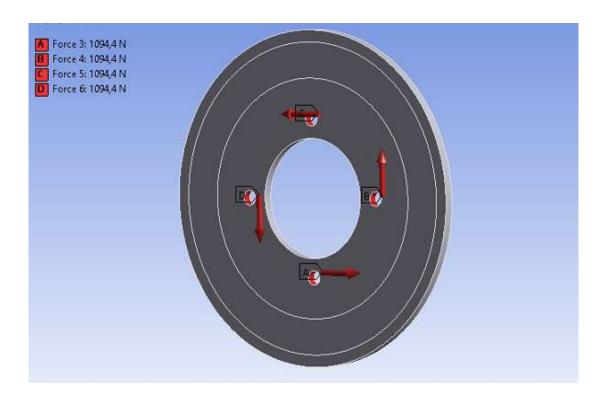


Figura 21 – Condição de contorno envolvendo o torque atuante no disco

A outra condição de contorno envolve o travamento completo do disco de freio, pela pinça, como é mostrado na Figura 22.

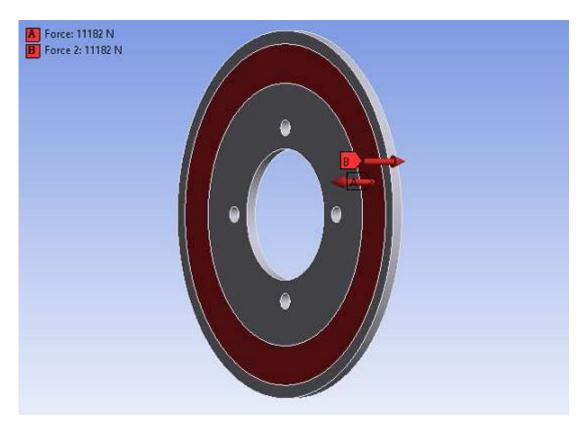


Figura 22 – Condição de contorno envolvendo a força do êmbolo

Finalmente, o resultado da simulação se deu como era esperado, apresentando uma maior concentração das tensões nos furos de parafuso da peça. A Figura 23 apresenta um mapa de tensões obtidas na simulação estática.

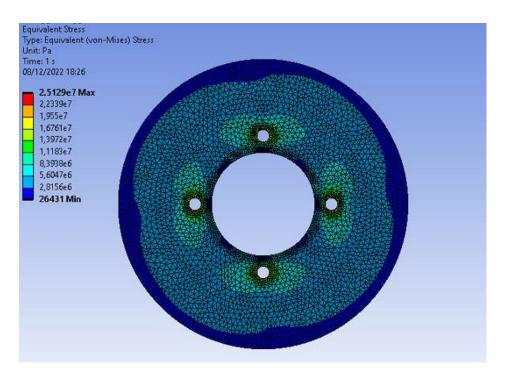


Figura 23 – Resultados da simulação estática na peça original

## 5.6 Otimização Topológica

Na competição do mercado atual, não é necessário apenas desenvolver um sistema totalmente funcional, é essencial que seja desenvolvido o melhor sistema [3], recorrendo à eficiência, versatilidade e custo-benefício. Para alcançar esse objetivo, destacam-se diversas metodologias numéricas, dentre elas, a otimização topológica.

O método computacional de otimização topológica consiste em uma distribuição eficiente do material presente em uma estrutura, maximizando a rigidez da estrutura e levando em consideração as diferentes cargas e condições de contorno existentes [7] [8]. Dessa forma, é possível obter um produto que utilize menos material, auxiliando na busca de um componente mais eficiente.

Para este projeto, foram realizadas duas tentativas de otimização topológica, a primeira focando em uma redução de 50% da massa total (Figura 24) e outra com objetivo de reduzir 70% da massa total (Figura 25).

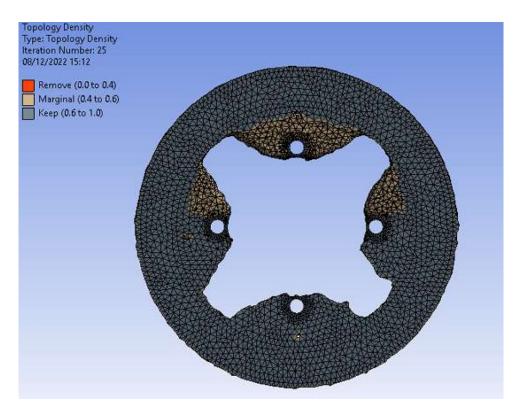


Figura 24 – Otimização topológica para reduzir 50% da massa total

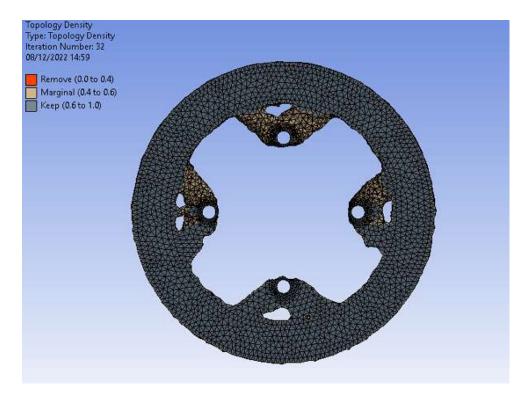


Figura 25 – Otimização topológica para reduzir 70% da massa total

Ambas as otimizações foram satisfatórias, já que trouxeram resultados que convergiram. Visto que a geometria ótima, obtida na redução objetivando 70% da massa total, foi a mais satisfatória, desenvolveu-se um melhor acabamento para a mesma, buscando suavizar falhas e assimetrias advindas da otimização topológica bruta, além de reduzir sua espessura de 4 *mm* para 3,5 *mm*.

Como resultado, a redução real de massa foi de 35,80% da massa total, como é possível observar nas Figuras 26 e 27.

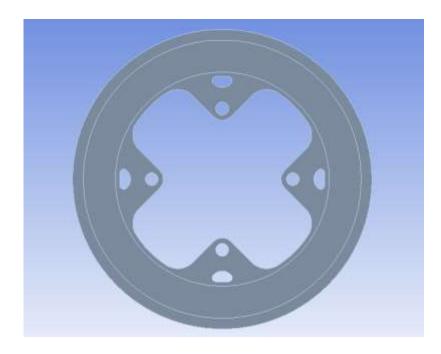


Figura 26 – Vista frontal da peça otimizada

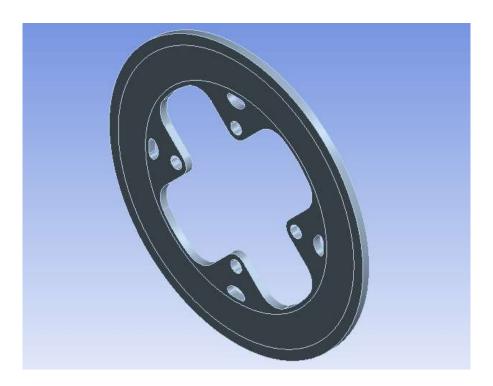


Figura 27 – Vista isométrica da peça otimizada

#### 5.5 Simulações de Verificação

Com a nova geometria obtida, é importante realizar novamente as simulações térmica e estática, de forma a garantir que o componente realmente suportará a situação mais extrema. Para todas as simulações, as mesmas condições de contorno foram consideradas.

#### 5.5.1 Simulação Térmica

Assim como na simulação realizada no disco de freio bruto, os resultados obtidos nesta simulação (Figura 28) foram importados para complementar na simulação estática.

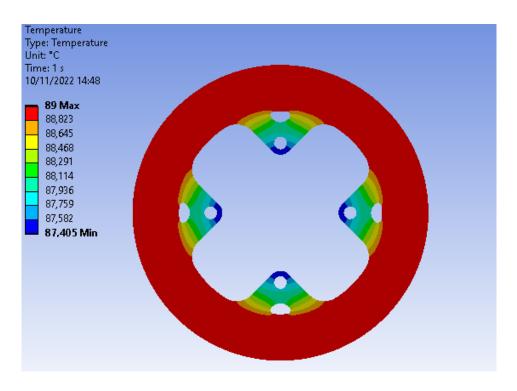


Figura 28 – Resultados da simulação térmica na geometria otimizada

#### 5.5.2 Simulação Estática

O principal foco desta simulação (ver Figura 29) está voltado para a tensão máxima exercida no componente. Caso essa tensão fosse mais elevada do que a tensão de escoamento do Aço SAE 1045, seria necessário gerar uma nova geometria,

e provavelmente remover menos massa do disco de freio, para realizar novamente as simulações de verificação.

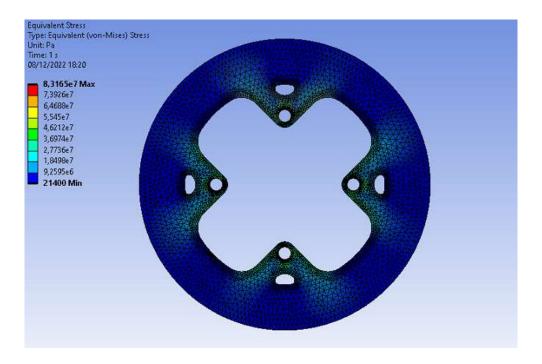


Figura 29 – Resultados da simulação estática na geometria otimizada

Como esperado, os resultados demostraram que a estrutura sofreria uma tensão máxima de 83,16 *MPa*. Visto que o limite de escoamento do Aço SAE 1045 é de 530 *MPa*, é possível afirmar que a estrutura não irá sofrer deformações plásticas nas situações extremas apresentadas.

Além disso, realizou-se o cálculo do fator de segurança, por meio da seguinte expressão:

$$FS = \frac{S_y}{\sigma_{m\acute{a}x}} \tag{5}$$

onde,

FS = Fator de segurança

 $S_{\nu} = \text{Limite de escoamento}$ 

 $\sigma_{mcute{a}x}=$  Tensão máxima

A partir dos resultados obtidos pelas simulações e do limite de escoamento do material, fornecido na Tabela 5, temos:

$$FS = \frac{530 MPa}{83,16 MPa}$$
$$FS = 6.37$$

De acordo com o *International Research Journal of Engineering and Technology* [15], como o fator de segurança é maior de 1,5 (limite especificado para componentes rotatórios), a estrutura está apta para ser utilizada, por estar dentro dos padrões de segurança.

### 6 CONCLUSÕES

A partir das análises realizadas, foi possível concluir que a peça estaria apta a receber a redução de massa real, passando de 418,75 g para 268,85 g, ou seja, uma redução real de 35,80% da sua massa total, como mencionado anteriormente.

Ao compararmos a nova geometria gerada (Figura 29) com o disco de freio traseiro anteriormente otimizado pela Equipe Reptiles Baja (Figura 6), é possível perceber que a fabricação do novo componente seria satisfatória, visto que a massa do anterior é de 363,70 g e a nova otimização seria responsável por remover 22,66% a mais da massa inicial.

Além disso, a partir do fator de segurança calculado, para que o componente projetado sofra escoamento seria necessária uma tensão 6,37 vezes maior do que a máxima simulada. Pelo fato das análises realizadas terem sido extremamente conservadoras, com o objetivo de minimizar possíveis falhas a partir de imprevisibilidades, pode-se afirmar que o componente está preparado a ser fabricado e colocado à prova no protótipo.

Para a Equipe *Reptiles* Baja, os resultados obtidos poderão representar, junto com a otimização de outros componentes, uma melhora significativa na eficiência do veículo, tornando-o cada vez mais leve.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] LIMPERT, R., Brake Design e Safety, 1999
- [2] SAE BRASIL, Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE Brasil ("RATBSB"), Emenda número 4, de 01 de outubro de 2021.
- [3] COUTINHO, K. D. Método de Otimização Topológica em Estruturas Tridimensionais. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal. 2006.
- [4] BENDSØE, Martin P. Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications. 2. ed. [S. l.]: Springer, 2003. 370 p.
- [5] BATHE, Klaus-Jürgen, Finite Element Procedures, 2nd Edition, Prentice Hall, Pearson Education Inc, 2016, 1041p.
- [6] GIUSEPPE, Mirlisenna, Método dos Elementos Finitos: o que é?, ESSS, 22 jan. 2016. Disponível em: https://www.esss.co/blog/metododos-elementos-finitos-o-que-e/. Acesso em: 21 jun. 2022.
- [7] TALISCHI, C.; PAULINO, G.H.; PEREIRA, A.; MENEZES, I.F.M., "PolyMesher: A general-purpose mesh generator for polygonal elements written in Matlab", Structural and Multidisciplinary Optimization, 45, 309-328, 2012a.
- [8] TALISCHI, C.; PAULINO, G.H.; PEREIRA, A.; MENEZES, I.F.M., "PolyTop: A Matlab implementation of a general topology optimization framework using unstructured polygonal finite element meshes", Structural and Multidisciplinary Optimization, 45, 329-357, 2012b.
- [9] ADAM ADAMOWICZ; PIOTR GRZES. Influence of Convective Cooling on a Disc Brake Temperature Distribution During Repetitive Braking. Applied Thermal Engineering, Elsevier, 2011, 31 (14-15), pp.2177. ff10.1016/j.applthermaleng.2011.05.016ff. ffhal-00781352f. Disponível em: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00781352/document. Acesso em: 8 nov. 2022.

- [10] PHILIP KOSKY; ... GEORGE WISE, in Exploring Engineering (Fifth Edition), 2021. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/convection-heat-transfer-coefficient. Acessado em: 8 nov. 2022.
- [11] MIRLISENNA G. (2016). Método dos Elementos Finitos: o que é? Brasil: ESSS. Disponível em: https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/. Acesso em: 7 set. 2022.
- [12] MATWEB. Matweb: Material Property. AISI 1045 Steel, cold drawn, 19-32 mm (0.75-1.25 in) round. Disponível em: https://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=cbe4fd0a 73cf4690853935f52d910784. Acesso em: 04 de mai. 2022.
- [13] MATHWORKS. Disc Brake. Disponível em: https://www.mathworks.com/help/sdl/ref/discbrake.html. Acesso em: 9 de mai. 2022.
- [14] THE ENGINEERING TOOLBOX. Solids, Liquids and Gases Thermal Conductivities. Disponível em: https://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d\_429.html. Acessado em: 10 nov. 2022.
- [15] INTERNATIONAL RESEARCH JOURNAL OF ENGINEERING AND TECHNOLOGY (IRJET). Design Optimization of Disk Brake Rotor. Disponível em: https://www.irjet.net/archives/V4/i9/IRJET-V4I970.pdf. Acessado em: 10 nov. 2022.
- [16] MARILUCI NEIS CARELLI, 2016. Disponível em: https://www.researchgate.net/figure/Figura-1-Curva-torque-rotacao-do-motor-Briggs-Stratton-10-horse-power-HP\_fig7\_324784189.

  Acessado em: 13 ago. 2022.
- [17] SIGMUND, o., "A 99 line topology optimization code written in Matlab", Structural and Multidisciplinary Optimization, 21, 120-127, 2001.

- [18] TALISHI, C. PAULINO, G.H., PEREIRA, A., MENEZES, I.F.M., "Polygonal finite elements for topology optimization: a unifying paradigm", IJNME, 82, 671-698.
- [19] ANSYS Inc. Software ANSYS 2022 R1, 2022.
- [20] SolidWorks Education Edition 2019.
- [21] POHL, H. M., "Análise de tensões e Otimização Topológica de sistemas de freio a disco de veículos Baja SAE". TCC (Graduação em Engenharia Mecânica) Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.