

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



Markus Ballhausen Arruda

**Desenvolvimento de Modelos de Viscosidade
Turbulenta para o Modelo de Dois-Fluidos 1D em
Escoamento Anular Vertical**

Projeto de Graduação

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento de Engenharia
Mecânica da PUC-Rio

Orientadora: Angela O. Nieckele
Co-orientador: Rodrigo L. F. Castello Branco

Rio de Janeiro
Junho de 2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Karin Sampaio e Marcus Arruda por sempre colocarem a minha formação educacional e pessoal em primeiro lugar, independente do esforço e dedicação envolvida. Agradeço ao meu irmão Petrus Arruda por todos os momentos que dividimos e aprendemos juntos, servindo sempre como uma referência a ser seguida por mim. Aos meus avós que sempre incentivaram e se orgulharam do meu desenvolvimento acadêmico e à minha namorada Rafaela Ribeiro, por todo carinho e amor.

Agradeço aos membros e ex-membros da equipe de desenvolvimento de carros tipo formula da PUC-Rio, Pegasus FSAE e de aeronaves não tripuladas, AeroRio UAV por todo o conhecimento compartilhado e desenvolvido, as amizades cultivadas e as experiências proporcionadas ao longo dos nossos projetos.

Aos grandes amigos que tive a oportunidade de conhecer na PUC-Rio, agradeço pelos momentos de companheirismo em que compartilhamos conhecimentos e risadas. Gostaria de agradecer a equipe de monitoria da PUC-Rio que me proporcionou participar do desenvolvimento de jovens futuros engenheiros. Meus colegas da TechnipFMC e Shell Brasil que acreditaram no meu potencial e tornaram minhas experiências de estágio não só um desenvolvimento profissional como também pessoal.

Agradeço à PUC-Rio e aos professores do Departamento de Mecânica pelos conhecimentos adquiridos ao longo da minha graduação, aos projetos desenvolvidos e aos crescimento pessoal proporcionado. Agradeço ao pesquisador do LEF (Laboratório de Engenharia de Fluidos), Rodrigo Luis F. Castello Branco pelo tempo e atenção dedicado no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço por fim, de forma especial, a minha orientadora Profa. Angela O. Nieckele por todo o ensinamento, compreensão e apoio ao longo

do desenvolvimento deste projeto. Sua dedicação foi de extrema importância para a finalização deste trabalho.

Dedico este trabalho à minha família que esteve presente vibrando por todas minhas conquistas e meus cachorros Niko e Otto que além dos meus melhores amigos, são minhas fontes de amor diárias.

Resumo

Arruda, Markus Ballhausen, Nieckele, Angela Ourivio (orientadora), Castello Branco, Rodrigo Luís F.; (co-orientador). **Desenvolvimento de Modelos de Viscosidade Turbulenta para o Modelo de Dois-Fluidos 1D em escoamento Anular Vertical**. Rio de Janeiro, 2023. 54p. Trabalho de Conclusão – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Escoamentos multifásicos são frequentemente encontrados em diversas indústrias, como a de petróleo, nuclear e refrigeração, entre outras. Em simulações numéricas de escoamentos com mais de uma fase, um dos grandes desafios é o rastreamento das fases no domínio, que podem ser distribuídas em diferentes padrões dependendo das condições operacionais do escoamento, propriedades do fluido e geometria da tubulação. O foco deste estudo é no padrão anular vertical, o qual é caracterizado por um núcleo gasoso central escoando em alta velocidade, envolto por um fino filme de líquido. O Modelo de Dois Fluidos unidimensional é utilizado para prever o comportamento de escoamentos bifásicos, sendo obtido através da realização de médias nas seções transversais. Surge então a necessidade de definir relações de fechamentos para tornar o sistema bem-posto. O objetivo deste trabalho é analisar modelos de viscosidade turbulenta em escoamento anular vertical através do Modelo 1D de Dois Fluidos. Três modelos foram propostos para serem investigados. O primeiro se baseia no perfil logaritmo universal de parede, o segundo no perfil de velocidade proposto por Castello Branco (2022), e o Modelo III considera o comprimento característico como proporcional ao diâmetro do duto. Os dados obtidos foram comparados com a literatura e mostraram que a difusão adicional devido à turbulência é positiva para tornar o sistema bem-posto, e aumentar a adesão a dados experimentais referentes a espessura do filme e gradiente de pressão. Porém, a viscosidade turbulenta sozinha não é suficiente para estabilizar todas as combinações de velocidades superficiais, recomendando-se a inclusão de parâmetros de fluxo.

Palavras-chave:

Escoamento anular, Modelo de Dois Fluidos, Viscosidade turbulenta

Abstract

Arruda, Markus Ballhausen, Nieckele, Angela Ourivio (advisor), Castello Branco, Rodrigo Luís F.; (co-advisor). **Development of Turbulent Viscosity Models for the 1D Two-Fluid Model in Vertical Annular Flow.** Rio de Janeiro, 2023. 54p. Final Paper - Department of Mechanical Engineering, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

Multiphase flows are frequently encountered in various industries, such as oil, nuclear, and refrigeration, among others. In numerical simulations of flows with more than one phase, one of the major challenges is tracking the phases in the domain, which can be distributed in different patterns depending on the operational conditions of the flow, fluid properties, and pipe geometry. The focus of this study is on the vertical annular pattern, which is characterized by a central gas core flowing at high velocity, surrounded by a thin liquid film. The One-Dimensional Two-Fluid Model is used to predict the behavior of two-phase flows and is obtained by averaging processes over the cross-sectional areas. This requires defining closure relationships to render the system well-posed. The objective of the present work is to analyze turbulent viscosity models in vertical annular flow using the 1D Two-Fluid Model. Three models have been proposed for investigation. The first is based on the universal logarithmic wall profile, the second on the velocity profile proposed by Castello Branco (2022), and the third model considers the characteristic length to be proportional to the pipe diameter. The obtained results were compared with the literature and showed that the additional diffusion due to turbulence is beneficial for rendering the system well-posed and improving agreement with experimental data regarding film thickness and pressure gradient. However, turbulent viscosity alone is not sufficient to stabilize all combinations of superficial velocities, recommending the inclusion of the momentum flux parameter.

Key-words:

Annular flow, Two-Fluid Model, Turbulent viscosity

Sumário

Resumo	4
Abstract	5
Sumário	6
Lista de Tabelas	8
Lista de Figuras	9
Lista de Símbolos	10
Lista de símbolos gregos	11
Subscritos	11
1. INTRODUÇÃO	12
1.1. Objetivo	14
1.2. Organização do Manuscrito	15
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
3. MODELO MATEMÁTICO	20
3.1. Parâmetros Geométricos	23
3.2. Relações de Fechamento	24
3.2.1. Tensões Cisalhantes	24
3.2.2. Pressão Média na Seção Transversal	26
3.2.3. Salto de Pressão	26
3.2.4. Parâmetro de Fluxo	27
3.3. Modelos de Turbulência	29
3.3.1. Modelo da Energia Cinética Turbulenta	30
3.3.2. Modelo de Viscosidade Turbulenta	30
3.3.3. Modelo I	31
3.3.4. Modelo II	32

3.3.5. Modelo III	33
3.4. Equações de Conservação para Cada Fase	33
3.5. Condições Iniciais de Condições de Contorno	34
4. MODELO NUMÉRICO	35
4.1. Malha e passo de Tempo	36
4.2. Procedimento de Execução Numérico	37
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	38
5.1. Seleção de Casos	38
5.2. Avaliação de Modelos de Turbulência com $CL = 1$	40
5.3. Avaliação de Modelos de Turbulência com CL variável	43
5.4. Impacto de Parâmetros do Modelo III de Turbulência	45
6. CONCLUSÃO	49
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	51

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Configurações experimentais e propriedades físicas dos fluidos.....	39
Tabela 5.2 – Base de dados experimentais	40

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Padrões de escoamento multifásico de dois fluidos. Brennen (2005).	13
Figura 3.1 – Geometria do escoamento anular	24
Figura 4.1 – Fronteira das Malhas. Volumes de controle escalar e vetorial	35
Figura 5.1 – Mapas de padrão de fluxo. Os casos selecionados estão destacados em vermelho.	39
Figura 5.2 – Influência dos modelos de turbulência no gradiente de pressão com $CL = 1$. Casos 1, 2 e 3.	41
Figura 5.3 – Influência dos modelos de turbulência na espessura de filme líquido com $CL = 1$. Casos 1, 2 e 3.	42
Figura 5.4 – Influência dos modelos de turbulência no gradiente de pressão com CL variável. Casos 1 e 2.	44
Figura 5.5 – Influência dos modelos de turbulência na espessura de filme líquido com CL variável. Casos 1 e 2.	45
Figura 5.6 – Influência de parâmetros empíricos do Modelo III no gradiente de pressão. $CL = 1$.	47
Figura 5.7 – Influência de parâmetros empíricos do Modelo III na espessura de filme líquido. $CL = 1$.	48

Lista de Símbolos

A	Área da seção transversal da tubulação, [m ²]
C	Parâmetro de fluxo de quantidade de movimento, [-]
Co	Número de Courant, [-]
D	Diâmetro do duto, [m]
f	Fator de atrito, [-]
g	Aceleração da gravidade, [m/s ²]
h _L	Espessura do filme líquido, [m]
I	Matriz Identidade
I _k	Intensidade Turbulenta, [-]
K	Constante de Von-Karman
l _m	Comprimento característico, [-]
N	Número de pontos, [-]
P	Pressão, [Pa]
P _{dynk}	Pressão Dinâmica, [Pa]
R _c	Raio de curvatura, [m]
R _d	Taxa de deposição de gotículas, [kg/s/m]
R _G	Constante dos gases, [m ² /s ² /K]
Re	Número de Reynolds, [-]
Re _c	Número de Reynolds crítico, [-]
S	Perímetro molhado, [m ²]
t	Tempo, [s]
T	Temperatura, [K]
U	Velocidade, [m/s]
V _c	Velocidade característica, [m/s]
u _τ	Velocidade de atrito, [m/s]
x	Coordenada axial, [m]
y	Distância à parede do duto, [m]
V	Volume, [m ³]

Lista de símbolos gregos

α	Fração volumétrica da fase, [-]
β	Ângulo de inclinação da tubulação em relação à horizontal, [°]
μ	Viscosidade, [Pa s]
κ	Energia cinética
ρ	Massa específica, [kg/m ³]
σ	Tensão superficial, [N/m]
τ	Tensão cisalhante, [Pa]

Subscritos

G	Gás
i	Interface
L	Líquido
ref	Referência
s	Superficial
sub	Subcamada
w	Parede

1. INTRODUÇÃO

Escoamentos multifásicos consistem no escoamento de dois ou mais fluidos ou fases, separados por interfaces. Eles são encontrados em diversas indústrias, como a de petróleo, nuclear e refrigeração, entre outras. Um cenário muito comum de escoamento multifásico é o escoamento bifásico gás-líquido em dutos.

Nos últimos anos a exploração de campos de petróleo e gás tem atingido maiores profundidades, e junto a isso a dinâmica dos escoamentos bifásicos em dutos se torna cada vez mais difícil devido aos longos comprimentos. Sendo assim, torna-se necessário estudos matemáticos e numéricos detalhados para modelar e manter os equipamentos de forma adequada.

Um dos grandes desafios é o rastreamento das fases no domínio, que podem ser distribuídas em diferentes padrões dependendo das condições operacionais do escoamento (temperatura, pressão e vazão), propriedades do fluido (densidade, viscosidade e tensão superficial) e a geometria da tubulação. As velocidades superficiais do líquido e do gás afetam diretamente a dinâmica da interface, e conseqüentemente o comportamento dos padrões de fluxo. A instabilidade interfacial é um mecanismo chave através do qual ocorre a transição entre as configurações de escoamento. Por exemplo, os padrões de escoamento encontrados em geometrias verticais podem ser: bolhas, golfadas, caótico, anular, bolhas dispersas; e para tubulações horizontais: estratificado, estratificado ondulado, bolhas dispersas, golfadas, pistão, e anular, conforme mostrado na Figura 1.1.

O escoamento em padrão anular é bastante comum em novos poços produtores de gás, ou seja, poços surgentes com altas vazões, onde a corrente de gás é acompanhada por uma mistura líquida de gás condensado, óleo e água. O padrão anular consiste em um núcleo interno de gás que flui envolto por um filme fino de líquido em contato com as

paredes do tubo, e ambas as fases escoam simultaneamente.

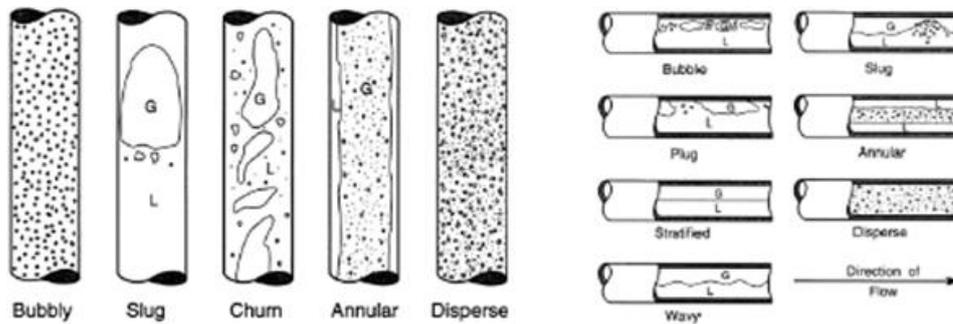


Figura 1.1 – Padrões de escoamento multifásico de dois fluidos. Brennen (2005).

Para prever corretamente o comportamento dos escoamentos anulares, é crucial entender a dinâmica do filme líquido. Devido às velocidades relativas do gás e do líquido, ondas interfaciais frequentemente se desenvolvem no filme de líquido. Por sua vez, elas podem ser divididas em ondulações, que possuem pequena amplitude e alta frequência, e ondas de perturbação, que possuem grande amplitude e baixa frequência. Estas ondulações contribuem para o arrasto interfacial e queda de pressão, agindo como uma fonte de rugosidade da superfície para o fluxo de gás. A queda constante na pressão operacional, que leva a vazões de gás mais baixas e uma menor capacidade de elevar o filme líquido contra a gravidade, é um problema significativo na exploração de gás. O carregamento de líquido é um fenômeno bem conhecido que causa acúmulo de líquido na entrada do poço, dificultando assim, a produção futura (Belt, 2007; Alves et al., 2017).

O Modelo de Dois Fluidos unidimensional é utilizado em larga escala na indústria, principalmente de óleo e gás, para simulações que predizem escoamentos bifásicos. O Modelo de Dois Fluidos é baseado na determinação do escoamento para cada fase, através das respectivas equações de conservação, juntamente com determinação da distribuição da fração volumétrica de cada fase (Ishii e Hibiki, 2011). Este Modelo 1D é baseado na determinação de médias volumétricas referentes a cada fase. A modelagem 1D parte do pressuposto de que as variações relevantes do escoamento ocorrem na direção axial, o que permite a realização de médias nas seções transversais. Surge então a necessidade de definir relações de fechamento como: fator de atrito, parâmetro de fluxo de

quantidade de movimento, pressão dinâmica, salto de pressão na interface devido à curvatura, entre outros.

Além disso, os procedimentos de médias nas áreas levam a perdas de informações importantes do escoamento, como a distribuição de pressão e velocidade, e o sistema de equações diferenciais pode se tornar mal posto, ou seja, não é possível obter solução única com o refinamento de malha (Liao *et al.*, 2008). O Modelo de Dois Fluidos 1D é incondicionalmente mal posto para tubulações verticais (Banerjee e Chan, 1980; Leporini *et al.*, 2021). Para reaver a hiperbolicidade do sistema, é necessário reintroduzir mecanismos físicos perdidos, visando estabilizar o escoamento e tornar o modelo bem-posto. Isso pode ser alcançado através das relações de fechamento, que podem ter efeitos estabilizantes no sistema de equações.

1.1. Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de modelos de viscosidade turbulenta para o Modelo de Dois Fluidos unidimensional. Na metodologia padrão do Modelo de Dois Fluidos 1D, a difusão é desprezada, porém, trata-se de um mecanismo com efeitos estabilizantes no sistema de equações, ampliando a faixa de utilização para a qual o modelo é bem-posto. Além disso, a inclusão de um modelo de viscosidade turbulenta torna a representação do fenômeno físico mais realista.

Serão analisados impactos dos modelos de turbulência no gradiente de pressão ao longo do duto, e na espessura média de filme. As novas formulações serão avaliadas por meio de testes de simulação em um banco de dados experimental. Para isso, será utilizado o Modelo de Dois Fluidos 1D transiente, que vem sendo desenvolvido pelo Grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional da PUC-Rio.

1.2. Organização do Manuscrito

No Capítulo 2 deste trabalho é apresentada uma revisão da literatura sobre os principais avanços experimentais e numéricos em escoamentos anulares bifásicos.

O Capítulo 3 dedica-se a uma completa formulação matemática para o Modelo de Dois Fluidos unidimensional, juntamente com as importantes relações de fechamento, incluindo os três modelos de viscosidade turbulenta utilizados para descrever o comportamento do escoamento e torná-lo bem posto.

O método de solução numérica é apresentado no Capítulo 4, detalhando as técnicas para discretizar as equações utilizando o método de volumes finitos, bem como o procedimento de solução utilizado.

No Capítulo 5, são avaliadas as condições em que o sistema de equações apresenta soluções bem definidas ou indefinidas para os diferentes modelos de viscosidade turbulenta investigados neste estudo. Além disso, é conduzido um teste de sensibilidade de malha para avaliar a capacidade dos modelos em produzir resultados independentes. Por fim, a metodologia é validada por meio da comparação dos resultados numéricos com dados experimentais encontrados na literatura para fluxos ascendentes de água e ar em tubulações verticais com variados diâmetros e comprimentos.

Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões fundamentais decorrentes deste estudo, enfatizando as principais contribuições alcançadas e os *insights* obtidos. Além disso, algumas sugestões valiosas para trabalhos futuros são delineadas, visando a expansão e o aprimoramento das investigações sobre o Modelo de Dois Fluidos e suas aplicações em escoamentos verticais.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Numerosos estudos podem ser encontrados na literatura devido a importância de escoamentos multifásicos para a indústria, muitos destes tratando do aprimoramento dos modelos desde 1D até 3D. O conceito do Modelo de Dois Fluidos (Ishii e Hibiki, 2011) envolve a resolução de equações que descrevem a conservação de massa, quantidade de movimento e energia para cada uma das fases presentes. Essas equações são interligadas com relações de fechamento que descrevem as interações na interface entre as fases. Issa e Kempf (2003), Bonizzi e Issa (2003), Bonizzi et al. (2009), Nieckele *et al.* (2013), Emanzadeh e Issa (2013), Simões *et al.* (2014), Nieckele e Carneiro (2017), Fontalvo *et al.* (2020) e Ribeiro et al. (2021) conseguiram ilustrar de forma convincente a notável versatilidade do Modelo de Dois Fluidos, que se destaca por sua capacidade de prever com precisão uma ampla variedade de padrões de escoamento. Essa eficiência se estende tanto a sistemas de tubulação horizontal quanto vertical, tornando-o uma ferramenta valiosa na análise e compreensão dos fenômenos multifásicos em diferentes configurações.

No entanto, visto que esses modelos são unidimensionais, eles podem encontrar dificuldades em determinadas configurações, conforme apontado por Liao et al. (2008), Galleni e Issa (2015) e Leporini et al., (2021). Nesses casos, é necessário incorporar parâmetros adicionais às equações para garantir que o sistema seja bem-posto. A definição desses parâmetros requer uma análise cuidadosa dos fenômenos físicos relevantes que devem ser considerados na modelagem.

O padrão anular de escoamento ao longo de tubulações verticais ou horizontais tem sido muito estudado devido a sua importância neste meio. Diversos trabalhos exploram as características de maior relevância do padrão anular: espessura do filme, velocidade e frequência das ondas, entranhamento e deposição de gotículas de líquido, e diversas correlações para o fator de atrito interfacial (Paras e Karabelas, 1991; Wolf et al., 2001;

Kaji, 2008; Farias et al., 2012; McCaslin e Desjardins, 2014; Silva e Nieckele, 2016, Alves et al., 2017; Siqueira et al, 2019, Fershtman et al., 2020).

Diversos autores desenvolveram estudos sobre o cálculo do fator de atrito do filme de líquido com a parede (Kosky e Staub, 1971; Alves et al., 2017) ou interfacial fases (Wallis, 1969; Whalley e Hewitt, 1978; Belt et al., 2009), os quais são de extrema valia quando se trata da transferência de quantidade de movimento entre as fases.

Devido à considerável diferença entre as velocidades do gás e do líquido, uma característica relevante do escoamento anular é a ocorrência de ondas ou perturbações na interface entre o filme líquido e o núcleo de gás. Diversos estudiosos (Paras e Karabelas, 1991; Schubring e Shedd, 2008; Farias et al., 2012; Zhao et al., 2013; Berna et al., 2014, Wang et al., 2022) afirmam que podem existir dois tipos de ondas na superfície do filme líquido: as de alta amplitude, conhecidas como ondas de distúrbio, e as de baixa amplitude, chamadas de ondulações.

Fore e Dukler (1995) exploraram os processos de captura e deposição de pequenas gotículas de líquido que se originam do filme ondulado. Eles realizaram experimentos e conduziram análises do balanço de quantidade de movimento para compreender melhor esses fenômenos. Siqueira et al. (2019), Rodrigues et al. (2020) e Wang et al. (2020) ressaltaram a importância de incorporar o fenômeno de captura e deposição de gotículas na modelagem do escoamento anular ao avaliar os resultados do Modelo de Dois Fluidos 1D. Eles destacaram a necessidade de considerar esses processos para uma representação mais precisa do sistema.

Berna et al. (2014) apresentaram uma vasta revisão das correlações para velocidade da onda, espessura do filme e frequência média existentes na literatura para escoamento anular e propuseram correlações alternativas para essas variáveis, com boa concordância com dados disponíveis.

A utilização do modelo bifásico unidimensional com malhas minuciosamente refinadas viabiliza a captação da evolução das ondas interfaciais no sistema, abrindo a oportunidade de simular diversos regimes de escoamento por meio de uma única estrutura numérica (Nieckele e

Carneiro, 2017). Essa abordagem teve sua origem na detecção do surgimento de escoamentos em padrão de golfadas a partir de uma configuração inicialmente estratificada, sendo conhecida como *Slug Capturing* (Issa e Kempf, 2003). Com o passar do tempo, essa metodologia foi expandida e denominada de *Regime Capturing*, permitindo a identificação de diversos outros padrões de escoamento em geometrias tanto horizontais quanto verticais (Bonnizi et al., 2009; Nieckele e Carneiro, 2017).

Em um estudo conduzido por Fullmer et al. em (2014), foram realizadas análises detalhadas de estabilidade para examinar como a inclusão de diferentes parâmetros de estabilização, como o salto de pressão causado pela tensão superficial, a pressão dinâmica, a viscosidade numérica, entre outros, afetam as condições de instabilidade de Kelvin-Helmholtz. Foi proposto um critério para avaliar se o esquema numérico utilizado é apropriado para simulações de escoamentos estratificados. Eles concluíram que o uso de viscosidade artificial pode resultar em uma estabilização excessiva do sistema, especialmente em malhas mais grosseiras, e sugeriram que uma abordagem mais científica poderia ser a utilização de um mecanismo de dissipação física, como as tensões de Reynolds.

Issa e Montini (2010) destacam que um sistema bem definido requer a amortização de perturbações de comprimento de onda curto e uma taxa limitada de crescimento de instabilidades. Também afirmam que a viscosidade artificial é considerada mais apropriada para dissipar perturbações não físicas de comprimento de onda curto.

Holmås et al. (2008) também adicionaram difusão artificial para solucionar problemas de má-colocação do modelo padrão. A adição de termos difusivos estabiliza comprimentos de onda curtos, sem afetar significativamente as soluções de comprimentos de onda mais longos. No entanto, a inclusão de difusão apenas na equação de quantidade de movimento linear não é suficiente para obter soluções numéricas convergentes. Melhorias na modelagem dos mecanismos de comprimentos de onda mais longos são necessárias para um modelo totalmente preditivo no regime de escoamento ondulado estratificado.

Fontalvo et al. (2020) articularam sobre a importância de considerar uma modelagem do parâmetro de fluxo de quantidade de movimento (ou fator de forma) em escoamentos anulares verticais utilizando o modelo de Dois Fluidos 1D, devido a não uniformidade do perfil de velocidades. Além disso, discutiram a necessidade de considerar um parâmetro de fluxo não constante para a fase líquida. Castello Branco et al. (2022), através de análises de estabilidade linear diferencial e discreta, avaliaram diferentes modelos de fechamento, como o fator de forma do filme de líquido. Os resultados obtidos aprimoraram o entendimento da influência do parâmetro de fluxo do líquido em simulações numéricas, e sugeriram, como Fontalvo et al. (2020), que a hipótese de um valor constante de fator de forma deve ser reavaliada. Posteriormente, Castello Branco et al. (2022) propuseram um modelo de perfil de velocidades para estimar o parâmetro de fluxo variável da fase líquida.

A revisão bibliográfica revela uma ausência de estudos que exploram a adição de viscosidade turbulenta para garantir a boa colocação do Modelo de Dois-Fluidos unidimensional em padrão anular. Essa escassez indica uma lacuna significativa destacando a necessidade de investigações adicionais.

3. MODELO MATEMÁTICO

Neste estudo, foi escolhido o Modelo de Dois Fluidos Unidimensional (Ishii e Hibiki, 2011) como a abordagem matemática para determinar o campo de velocidades, pressão e frações volumétricas, estimando assim, o comportamento do escoamento isotérmico, bifásico, anular em tubulações verticais. O Modelo de Dois Fluidos consiste na solução de um conjunto de equações de conservação para cada fase presente no sistema. Essa metodologia se baseia na obtenção das médias volumétricas para cada fase k , as quais são definidas como:

$$\langle f_k \rangle = \frac{\int_{V_k} f_k dV}{\int_{V_k} dV} \quad (3.1)$$

onde f_k é uma grandeza genérica do escoamento, V é o volume ocupado e o subscrito k é uma referência à fase ($k = G$ ou L , ou seja, fase gasosa ou líquida). A fração volumétrica associada fase k é definida como:

$$\alpha_k = \frac{V_k}{V} \quad (3.2)$$

onde V é o volume. A fração volumétrica deve respeitar a seguinte restrição

$$\alpha_G + \alpha_L = 1 \quad (3.3)$$

Avaliando a média volumétrica das equações de conservação de massa e quantidade de movimento linear, desprezando fluxo de massa nas interfaces das fases, assim como partículas em suspensão, tem-se

$$\frac{\partial(\alpha_k \langle \rho_k \rangle)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle) = 0 \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k \rangle) &= \alpha_k \langle \rho_k \rangle \mathbf{g} \\ &+ \nabla \cdot (\alpha_k \langle \boldsymbol{\sigma}_k \rangle) + \frac{1}{V} \int_{S_i} (\mathbf{n}_k \cdot \boldsymbol{\sigma}_k) dS_i \end{aligned} \quad (3.5)$$

onde ρ é a massa específica da fase, \mathbf{u} é o vetor velocidade, $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor de tensões de superfície, \mathbf{g} é o vetor aceleração da gravidade, \mathbf{n} é o vetor normal a interface, e S_i é a área da interface, sendo todas as variáveis referentes a fase k . O tensor de tensões possui duas contribuições: pressão p (normal compressiva, sendo \mathbf{I} a matriz identidade) e tensão viscosa $\boldsymbol{\tau}$, a qual para fluidos Newtonianos depende da viscosidade molecular μ , de acordo com

$$\boldsymbol{\sigma}_k = -p_k \mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}_k ; \boldsymbol{\tau}_k = \mu_k [\nabla \mathbf{u}_k + (\nabla \mathbf{u}_k)^T] - \frac{2}{3} \mu_k \nabla \cdot \mathbf{u}_k \mathbf{I} \quad (3.6)$$

Como as equações de conservação apresentam médias de produtos, é conveniente introduzir a média de Favre, e o vetor velocidade é definido ponderado na massa

$$\widetilde{\mathbf{u}}_k = \frac{\langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle}{\langle \rho_k \rangle} \quad (3.7)$$

O termo convectivo da equação de quantidade de movimento, apresenta uma média de um produto de três variáveis locais instantâneas. Este termo pode ser tratado com a média de Favre

$$\langle \rho_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k \rangle = \langle \rho_k \rangle \widetilde{\mathbf{u}}_k \widetilde{\mathbf{u}}_k \quad (3.8)$$

onde

$$\widetilde{\mathbf{u}}_k \widetilde{\mathbf{u}}_k = \widetilde{\mathbf{u}}_k \widetilde{\mathbf{u}}_k + \widetilde{\mathbf{u}}_k' \widetilde{\mathbf{u}}_k' = \widetilde{\mathbf{u}}_k \widetilde{\mathbf{u}}_k - \widetilde{\boldsymbol{\tau}}_k \quad (3.9)$$

onde $\widetilde{\boldsymbol{\tau}}_k$ é a tensão turbulenta

$$\widetilde{\boldsymbol{\tau}}_k = -\widetilde{\mathbf{u}}_k' \widetilde{\mathbf{u}}_k' \quad (3.10)$$

A equação de conservação de quantidade de movimento linear, pode ser reescrita utilizando as definições acima e expandindo as derivadas de produtos como

$$\frac{\partial(\alpha_k \langle \rho_k \rangle \widetilde{\mathbf{u}}_k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \langle \rho_k \rangle \widetilde{\mathbf{u}}_k \widetilde{\mathbf{u}}_k) = \alpha_k \langle \rho_k \rangle \mathbf{g} \quad (3.11)$$

$$- \alpha_k \nabla p_k + \alpha_k \nabla \cdot (\langle \boldsymbol{\tau}_k \rangle + \widetilde{\boldsymbol{\tau}}_k) + \mathbf{M}_k$$

onde $\mathbf{M}_k = (-p_{ik} \mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}_{ik}) \cdot \nabla \alpha_k$ é devido as tensões interfaciais.

Neste estudo, considera-se que as variações ao longo do comprimento da tubulação são mais relevantes do que as variações na seção transversal, devido à extensão das tubulações analisadas. Isso permite simplificar o problema utilizando uma abordagem unidimensional. Nele, todas as propriedades do escoamento são integradas ao longo da área da seção transversal do duto, substituindo-as por valores médios. Essa média é definida para uma grandeza f ao longo da área da seção transversal do duto:

$$\bar{f} = \frac{1}{A} \int_A f \, dA \quad (3.12)$$

Para simplificar, neste trabalho, opta-se a partir de agora por omitir o uso dos símbolos de média na fase, média de Favre e média na área nas equações. As equações de conservação de massa para o gás e para o líquido são:

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k U_k)}{\partial x} = 0 \quad (3.13)$$

Nas equações anteriores, U é o componente de velocidade na direção axial x , t é o tempo e k é a fase (g para gás e L para o líquido). A equação de conservação de quantidade de movimento linear para cada fase, para um escoamento anular vertical ascendente é definida como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_k \rho_k U_k)}{\partial t} + \frac{\partial(C_k \alpha_k \rho_k U_k^2)}{\partial x} = & -\alpha_k \rho_k g - \alpha_k \frac{\partial P_{Gi}}{\partial x} + \alpha_k \frac{\partial(P_{Gi} - P_{ki})}{\partial x} \\ & - \frac{\partial \alpha_k (P_k - P_{ki})}{\partial x} - \frac{\tau_{wk} S_k}{A} \pm \frac{\tau_i S_i}{A} + \alpha_k \frac{\partial}{\partial x} (\tau_{xxk} + \widetilde{\tau_{xxk}}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde C_k é um parâmetro que descreve a não uniformidade da distribuição da quantidade de movimento da fase k . P_k denota a média da pressão da fase k na seção transversal, enquanto P_{ki} se refere à pressão da fase k em cada lado da interface. g é a aceleração da gravidade, τ_{wk} e τ_i são as tensões de cisalhamento da fase na parede e interface, respectivamente. S_k e S_i são os perímetros molhados das fases (líquida e gás, sendo $S_G = 0$ no caso do padrão anular) e da interface. $A = \pi D^2/4$ é a área da seção transversal do duto, que possui diâmetro D . Para fechar o sistema de

equações, diversos termos precisam de definição adicional, o que é realizado nas próximas seções.

As tensões viscosas molecular τ_{xx_k} e turbulenta $\widetilde{\tau_{xx_k}}$, em geral são desprezadas. Porém, como mencionado na revisão bibliográfica, sabe-se que devido ao seu caráter difusivo, a presença desses termos pode auxiliar a tornar o sistema de equações bem-posto e será considerado neste trabalho. Diferentes modelos de turbulência são propostos e detalhados na seção 3.3.

Segundo diversos estudos recentes sobre escoamentos bifásicos gás-líquido, é satisfatório considerar a fase líquida como possuindo uma densidade constante. Por outro lado, a dependência da densidade do gás em relação à pressão é mais significativa e, nesse contexto, é modelada aqui pela lei dos gases ideais. (Issa e Kempf, 2003; Carneiro et al., 2011; Fontalvo et al., 2020):

$$\rho_G = \frac{P_G}{R_G T_{ref}} \quad ; \quad P_{G_i} = P_G \quad (3.15)$$

onde R_G representa a constante do gás e T_{ref} é a temperatura de referência do escoamento isotérmico. Adicionalmente, considera-se que a pressão média do gás (P_G) é igual ao seu valor na interface (P_{G_i}).

3.1. Parâmetros Geométricos

Conforme mencionado anteriormente, o foco deste trabalho é o estudo do padrão de escoamento conhecido como padrão anular. Isso significa que a configuração ilustrada na Figura 3.1 é a que está sendo considerada e analisada, i.e., o diâmetro da tubulação é representado por D , o diâmetro da região central ocupada pelo gás é representado por D_G , e a espessura do filme de líquido é representada por h_L .

$$D_G = D - 2h_L \quad (3.16)$$

No caso específico do padrão anular, não há contato direto entre a fase gasosa e a parede interna do duto, o que resulta no perímetro molhado do gás (S_G) nulo. Por outro lado, o perímetro molhado do líquido (S_L)

coincide com o perímetro da tubulação, pois o líquido reveste completamente a superfície interna. O perímetro da interface gás-líquido (S_i) é definido como o perímetro da região central ocupada pelo gás.

$$S_L = \pi D \quad ; \quad S_i = \pi(D - 2h_L) \quad (3.17)$$

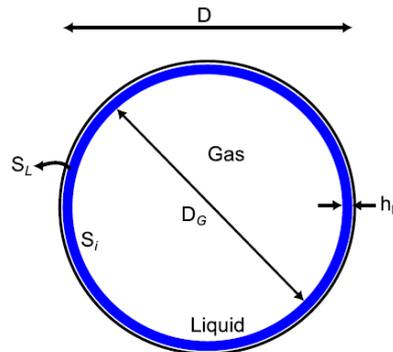


Figura 3.1 – Geometria do escoamento anular

A área na seção transversal ocupada pela fase líquida (A_L) corresponde à área do filme de líquido que reveste a superfície interna da tubulação. Já a área ocupada pela fase gasosa (A_G) corresponde à área da região central ocupada pelo gás, excluindo a área ocupada pelo líquido.

$$A_L = \frac{\pi}{4} D^2 - A_G \quad ; \quad A_G = \frac{\pi}{4} D_G^2 \quad (3.18)$$

A espessura do filme de líquido pode ser obtida em função da fração volumétrica do gás com a seguinte relação:

$$h_L = \frac{D}{2} (1 - \sqrt{\alpha_G}) \quad (3.19)$$

3.2. Relações de Fechamento

Como mencionado, diversos parâmetros precisam ser definidos para fechar o sistema de equações a ser resolvido para a determinação do escoamento, e são apresentados a seguir.

3.2.1. Tensões Cisalhantes

A tensão cisalhante na parede molhada pelo líquido τ_{wL} é definida

em termos do fator de atrito de Fanning para a fase líquida, f_L , assumindo escoamento localmente desenvolvido

$$\tau_{wL} = \frac{1}{2} f_L \rho_L |U_L| U_L \quad (3.20)$$

Note que o módulo do componente da velocidade é introduzido para inverter o sentido da força na presença de reversão de escoamento.

No presente trabalho, o fator de atrito para o líquido é definido de acordo com a correlação de Kosky e Staub (1971):

$$\begin{cases} f_L = \frac{16}{Re_{sL}} & \text{se } Re_{sL} < 50 \\ f_L = \frac{12,7937}{Re_{sL}^{0,9428}} & \text{se } 50 \leq Re_{sL} \leq 1483 \\ f_L = \frac{0,081}{Re_{sL}^{0,25}} & \text{se } Re_{sL} \geq 1483 \end{cases} \quad (3.21)$$

onde Re_{sL} é o número de Reynolds superficial do líquido, baseado na velocidade superficial U_{sL} e viscosidade molecular da fase líquida μ_L

$$Re_{sL} = \frac{\rho_L |U_{sL}| D}{\mu_L} \quad ; \quad U_{sL} = \alpha_L U_L \quad (3.22)$$

A tensão cisalhante interfacial τ_i também é definida em termos do fator de atrito de Fanning:

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G |U_G - U_L| (U_G - U_L) \quad (3.23)$$

O fator de atrito para a interface é definido de acordo com a correlação Whalley e Hewitt (1978):

$$f_i = \frac{0,079}{Re_{sG}^{0,25}} \left[1 + 12 \left(\frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{\frac{1}{3}} (1 - \sqrt{\alpha_G}) \right] \quad (3.24)$$

sendo o Reynolds superficial do gás igual a

$$Re_{sG} = \frac{\rho_G |U_{sG}| D}{\mu_G} \quad ; \quad U_{sG} = \alpha_G U_G \quad (3.25)$$

onde μ_G é a viscosidade molecular do gás e U_{sG} é velocidade superficial da fase gasosa.

3.2.2. Pressão Média na Seção Transversal

Segundo a literatura, é conveniente considerar a existência de uma diferença entre pressão média na seção transversal e na interface (Banerjee e Chan, 1980), visando ampliar a região na qual as equações de conservação de quantidade de movimento são bem-postas. Nos escoamentos horizontais, essa diferença é atribuída principalmente ao efeito hidrostático. Em outras palavras, é a variação da pressão ao longo do sistema, devido à diferença de altura ou densidade do fluido (Issa e Kempf, 2003; Montini, 2011; Fontalvo et al., 2020):

$$-\frac{\partial \alpha_k (P_k - P_{ki})}{\partial x} = -\rho_k \alpha_k g \cos \beta \frac{\partial h_L}{\partial x} \quad (3.26)$$

No caso vertical, o efeito hidrostático desaparece e, de acordo com Fowler e Lisseter (1992) e Bestion (1990), essa diferença de pressão pode ser associada à existência de uma pressão dinâmica. Essa pressão dinâmica pode ser representada por:

$$\Delta P_{dynk} = P_k - P_{ki} = W_{fk} \rho_{ref} (U_k - U_i)^2 \quad (3.27)$$

onde W_f é um parâmetro empírico e U_i é a velocidade na interface.

3.2.3. Salto de Pressão

A diferença de pressão de cada lado da interface, depende da tensão superficial σ entre o gás e o líquido e do raio de curvatura da interface κ , de acordo com a equação de Young-Laplace:

$$P_{G_i} - P_{L_i} = \sigma / R_c \quad (3.28)$$

Em superfícies planas, considera-se que o raio de curvatura é muito grande, e a tensão superficial tem um efeito insignificante. No entanto, o escoamento em um duto no padrão anular, que possui dois raios de curvatura (longitudinal R_{c_2} e axial R_{c_1}), o componente axial é responsável pela estabilização do sistema de equações e contribui para uma formulação adequada do problema. Inácio et al. (2012) demonstrou que o salto de

pressão aumenta a região onde o sistema de equações é bem posto considerando apenas a presença de comprimentos de onda curtos. Inada *et al.* (2004); e Fontalvo *et al.* (2020) consideraram ambos os componentes da curvatura, que é estimada baseada na espessura de filme líquido

$$R_c = R_{c_1} + R_{c_2} \quad (3.29)$$

$$R_{c_1} = \frac{\partial^2 h_L}{\partial x^2} = \frac{\partial h_L \partial^2 \alpha_L}{\partial \alpha_L \partial x^2} + \left(\frac{\partial^2 h_L}{\partial \alpha_L^2} \right) \left(\frac{\partial \alpha_L}{\partial x} \right)^2 \quad (3.30)$$

$$R_{c_2} = \frac{2}{D - 2h_L} = \frac{2}{D\sqrt{\alpha_G}} \quad (3.31)$$

onde:

$$\frac{\partial h_L}{\partial \alpha_L} = \frac{D}{4} \frac{1}{\sqrt{\alpha_G}} \quad ; \quad \frac{\partial^2 h_L}{\partial \alpha_L^2} = \frac{D}{8} \frac{1}{\alpha_G^{\frac{3}{2}}} \quad (3.32)$$

3.2.4. Parâmetro de Fluxo

O parâmetro de fluxo, ou fator de forma, desempenha um papel importante reintroduzindo informações sobre a distribuição da velocidade na seção transversal. Devido aos procedimentos de média na área, perde-se informação a respeito da distribuição das grandezas na direção radial. O fator de forma é um parâmetro multiplicador do termo de fluxo de quantidade de movimento, que permite de forma indireta a introdução de um perfil de velocidades ao escoamento unidimensional.

Segundo Issa e Montini (2010), o aumento do parâmetro de fluxo de momento do gás ($C_G > 1$) leva a uma diminuição na região de bem-posto em um mapa de padrões. Valores de $C_G \approx 1$ também foram relatados para um fluxo de gás totalmente turbulento sobre um filme líquido em fluxo estratificado (Bonzanini *et al.*, 2019). Portanto, $C_G = 1$ foi mantido nas análises do presente trabalho.

Para a fase líquida, o parâmetro de fluxo é definido como

$$C_L = \frac{\overline{\langle u_L^2 \rangle}}{\langle u_L \rangle^2} = \frac{(1/A_L) \int_{A_L} u_L^2 dA_L}{\left[(1/A_L) \int_{A_L} u_L dA_L \right]^2} \quad (3.33)$$

O que elimina a aproximação comumente utilizada de que $\overline{\langle u_L^2 \rangle} = \overline{\langle u_L \rangle}^2$. No contexto de escoamentos anulares, o parâmetro de fluxo permite a reintrodução do perfil de velocidades no filme de líquido, o que é um grande objeto de estudo na literatura.

Estudos têm explorado diferentes abordagens para estimar o parâmetro de fluxo dos filmes de líquido em escoamentos anulares, levando em conta a geometria do sistema, as propriedades físicas das fases envolvidas e os efeitos interfaciais (Castello Branco, 2022). Fontalvo et al (2020) recomendaram o uso de $C_L = 1,05$. Recentemente, formulações têm sido desenvolvidas que dependem das características locais do escoamento. Kushnir *et al.* (2017); Bonzanini *et al.* (2019) e Castello Branco (2022) utilizaram modelos pré-integrados para uma estimativa local dos parâmetros de fluxo a partir de perfis de velocidade teóricos.

Neste estudo, o modelo do perfil de velocidade utilizado foi proposto por Castello Branco (2022). O mesmo se baseia em uma versão simplificada do UVP padrão (Dobran, 1983), com uma subcamada viscosa e uma camada turbulenta completa.

Nesse modelo, o perfil logarítmico da camada turbulenta é ajustado para estabelecer uma ligação entre a distribuição de velocidade no filme líquido e na região central de gás, levando em conta a tensão de cisalhamento na interface. Essa abordagem busca manter a consistência com a formulação de dois fluidos ao relacionar as distribuições de velocidade das duas fases, garantindo continuidade de tensão cisalhante na interface entre as fases, e continuidade de velocidade entre as regiões próxima à parede. O perfil de velocidade na região do filme com espessura h_L é proposto em unidade de parede (u^+, y^+)

$$u^+ = \frac{u_L}{u_\tau} ; y^+ = \frac{\rho_L u_\tau y}{\mu_L} ; y = R - r ; u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{wL}}{\rho_L}} \quad (3.34)$$

onde r é a coordenada radial, R é o raio do duto, y é a distância à parede e u_τ é a velocidade de atrito com τ_{wL} a tensão cisalhante do líquido na parede. O perfil é definido como

$$\begin{aligned} u^+ &= y^+, & 0 \leq y^+ \leq y_{sub}^+ = 11 \\ u^+ &= a \ln y^+ + b, & y_{sub}^+ < y^+ \leq h_L^+ \end{aligned} \quad (3.35)$$

com

$$a = \frac{\tau_i^+}{0,14} \quad ; \quad b = y_{sub}^+ - \frac{\tau_i^+}{0,14} \ln y_{sub}^+ \quad (3.36)$$

sendo

$$\tau_i^+ = \frac{\tau_i}{\rho_L u_\tau^2} \quad ; \quad h_L^+ = \frac{\rho_L u_\tau h_L}{\mu_L} \quad (3.37)$$

A fim de reduzir custos computacionais, Castello Branco (2022) propôs um modelo simplificado para o parâmetro de fluxo, onde o mesmo possui dependência apenas do número de Reynolds líquido:

$$\begin{cases} C_L = 1.334, & Re_L \leq Re_c \\ C_L = m Re_L^n + b, & Re_L > Re_c \end{cases} \quad (3.38)$$

Para o modelo de perfil de velocidade proposto os coeficientes são

$$m = 1.3703 \quad ; \quad n = -0.12517 \quad ; \quad b = 0.66361 \quad ; \quad Re_c = 303 \quad (3.39)$$

3.3. Modelos de Turbulência

O modelo de turbulência mais popular é baseado na hipótese de Boussinesq de 1877 (Pope, 2000) que considera a tensão turbulenta como análoga a tensão viscosa para um fluido Newtoniano (Eq. 3.6)

$$\widetilde{\boldsymbol{\tau}}_k = \mu_{t_k} \left\{ [\nabla \mathbf{u}_k + (\nabla \mathbf{u}_k)^T] - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u}_k \mathbf{I} \right\} - \frac{2}{3} \rho_k \kappa \mathbf{I} \quad (3.40)$$

onde κ é a energia cinética turbulenta.

$$\kappa_k \equiv \frac{\overline{\mathbf{u}'_k \cdot \mathbf{u}'_k}}{2} \quad (3.41)$$

Logo

$$\boldsymbol{\tau}_k + \widetilde{\boldsymbol{\tau}}_k = \mu_{ef_k} \left\{ [\nabla \mathbf{u}_k + (\nabla \mathbf{u}_k)^T] - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u}_k \mathbf{I} \right\} - \frac{2}{3} \rho_k \kappa \mathbf{I} \quad (3.42)$$

Com a viscosidade efetiva igual a

$$\mu_{efk} = (\mu_k + \mu_{tk}) \quad (3.43)$$

O componente axial na direção axial da tensão viscosa e turbulenta

$$\tau_{xxk} + \overline{\tau_{xxk}} = \mu_{efk} \left\{ \left(\frac{\partial U_k}{\partial x} + \frac{\partial U_k}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x} \right\} - \frac{2}{3} \rho_k \kappa \quad (3.44)$$

3.3.1. Modelo da Energia Cinética Turbulenta

A energia cinética turbulenta da fase k_k é definida em uma dimensão como:

$$\kappa_k \equiv \frac{\overline{u_k'^2}}{2} \quad (3.45)$$

Se a intensidade da turbulência I_k , definida como $I_k = \frac{u_k'}{u_k}$, for conhecida, é possível escrever:

$$u_k' = I_k u_k \quad (3.46)$$

Resultando em

$$\kappa_k \equiv \frac{\overline{I_k u_k I_k u_k}}{2} = \frac{1}{2} I_k^2 u_k^2 \quad (3.47)$$

Este modelo corresponde a uma relaxação instantânea da energia cinética turbulenta em relação às alterações no fluxo médio (ou velocidade média axial). Tipicamente a intensidade de turbulência I_k varia de 5% a 10%.

3.3.2. Modelo de Viscosidade Turbulenta

A viscosidade turbulenta pode ser estimada utilizando uma analogia com a viscosidade molecular, como

$$\mu_{tk} = \rho_k V_{ck} l_{mk} \quad (3.48)$$

onde V_{ck} e l_{mk} correspondem à velocidade e comprimento característicos dos turbilhões

Na região da parede a tensão cisalhante é aproximadamente constante e considerando que no núcleo turbulento a viscosidade turbulenta é muito maior do que a viscosidade molecular, tem-se

$$\tau \approx \tau_w = \mu_t \frac{\partial U_L}{\partial y} \quad ; \quad y^+ > y_{sub}^+ \quad (3.49)$$

Adimensionalizando tem-se

$$du^+ = \frac{\mu_L}{\mu_t} dy^+ \quad ; \quad y^+ > y_{sub}^+ \quad (3.50)$$

Para uma camada limite turbulenta sobre uma placa plana

$$\frac{\mu_t}{\mu_L} = K y^+, \quad y^+ > y_{sub}^+ \quad (3.51)$$

onde $K=0,4$ é a constante de von-Kármán e foi estabelecida com base em estudos experimentais e simulação numérica direta sendo amplamente utilizada na mecânica dos fluidos.

Na formulação utilizada por Castello Branco (2022) (Eq. 3.34) tem-se

$$\frac{\mu_t}{\mu_L} = \frac{1}{a} y^+, \quad y^+ > y_{sub}^+ \quad (3.52)$$

3.3.3. Modelo I

O Modelo I é baseado no perfil universal da parede, onde

$$\mu_{t_k} = \mu_k K y^+ \rightarrow \mu_{t_k} = \rho_k u_\tau K y \quad ; \quad y^+ > y_{sub}^+ \quad (3.53)$$

Para o líquido, a velocidade de atrito é baseada na tensão do líquido na parede

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{wL}}{\rho_L}} \quad (3.54)$$

Comparando a Eq. (3.54) com a Eq. (3.48), tem-se que a velocidade característica para o líquido é:

$$V_{cL} = u_\tau \quad (3.55)$$

Para estimar o comprimento característico , pode-se considerar $y = h_L$, resultando em

$$l_{mL} = K h_L \quad (3.56)$$

Para o gás, como a viscosidade do líquido é muito maior do que a do gás, considera-se a interface entre gás/líquido como se fosse uma superfície sólida. Dessa forma, a velocidade de atrito é baseada na tensão na interface,

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_i}{\rho_G}} \quad (3.57)$$

E o comprimento característico para o gás é

$$l_{mG} = K \frac{D_G}{2} = K \left(\frac{D}{2} - h_L \right) \quad (3.58)$$

3.3.4. Modelo II

O Modelo II, por sua vez, se baseia no perfil de velocidade proposto por Castello Branco (2022) na Seção 3.2.4:

Na formulação utilizada tem-se:

$$\mu_{tk} = \mu_k \frac{1}{a} y^+ \rightarrow \mu_{tk} = \rho_k u_\tau \frac{0,14}{\tau_i^+} y ; \quad y^+ > y_{sub}^+ \quad (3.59)$$

Neste caso a velocidade e comprimento característico para o líquido são

$$V_{cL} = u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{wL}}{\rho_L}} \quad (3.60)$$

$$l_{mL} = \frac{0,14}{\tau_i^+} h_L \quad ; \quad \tau_i^+ = \frac{\tau_i}{\rho_L u_\tau^2} \quad (3.61)$$

Para o gás, o Modelo I foi considerado, isto é, a velocidade característica é baseada na tensão na interface e o comprimento característico no raio do gás

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_i}{\rho_G}} \quad (3.62)$$

$$l_{mG} = K \frac{D_G}{2} = K \left(\frac{D}{2} - h_L \right) \quad (3.63)$$

3.3.5. Modelo III

O Modelo III considera o comprimento característico como uma parcela do diâmetro do duto:

$$l_{mk} = \beta_k D \quad (3.64)$$

Nos testes realizados neste trabalho, tanto para o gás como para o líquido, utilizou-se a mesma dimensão caracterisca, i.e.

$$\beta_L = \beta_G = 0,1 \quad (3.65)$$

Já a velocidade característica é definida como:

$$V_{ck} = \sqrt{\frac{2}{3} \kappa_k} \quad (3.66)$$

Lembrando da relação entre a energia cinética turbulenta e a energia do escoamento médio (Eq. 3.47), tem-se que a velocidade caraterística é

$$V_{ck} = \sqrt{\frac{1}{3} I_k} U_k \quad (3.67)$$

3.4. Equações de Conservação para Cada Fase

As equações finais de conservação de massa e de quantidade de movimento, considerando a inclusão dos termos axiais da tensão viscosa e turbulenta, são para o gás:

$$\frac{\partial(\rho_G \alpha_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G U_G)}{\partial x} = 0 \quad (3.68)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_G \rho_G U_G)}{\partial t} + \frac{\partial[\alpha_G \rho_G U_G^2 (C_G + (1/3) I_G^2)]}{\partial x} = & -\alpha_G \rho_G g - \alpha_G \frac{\partial P_{Gi}}{\partial x} \\ & - \frac{\partial \alpha_G (P_G - P_{Gi})}{\partial x} - \frac{\tau_i S_i}{A} + \alpha_G \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{efG} \frac{4}{3} \frac{\partial U_G}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (3.69)$$

Para o líquido:

$$\frac{\partial(\rho_L \alpha_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L U_L)}{\partial x} = 0 \quad (3.70)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_L \rho_L U_L)}{\partial t} + \frac{\partial[\alpha_L \rho_L U_L^2 (C_L + (1/3) I_L^2)]}{\partial x} = & -\rho_L \alpha_L g - \alpha_L \frac{\partial P_{Gi}}{\partial x} \\ \alpha_L \frac{\partial(P_{Gi} - P_{Li})}{\partial x} - \frac{\partial \alpha_L (P_L - P_{Li})}{\partial x} - \frac{\tau_{wL} S_L}{A} + \frac{\tau_i S_i}{A} \\ & + \alpha_L \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{efL} \frac{4}{3} \frac{\partial U_L}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (3.71)$$

3.5. Condições Iniciais de Condições de Contorno

É necessário definir as condições de contorno e iniciais para resolver numericamente o sistema de equações. É válido ressaltar que ambas são atribuídas em todo o domínio computacional. Nas condições de contorno de entrada, as velocidades superficiais do líquido e do gás são impostas. A altura do filme de equilíbrio é calculada com base nas velocidades superficiais e nos parâmetros geométricos. Na condição de contorno de saída, a pressão é estabelecida.

A análise se concentrou apenas na condição estatisticamente estabilizada, tornando a condição inicial irrelevante para a análise. Para inicializar as simulações, foram utilizados campos de velocidade e pressão uniformes.

4. MODELO NUMÉRICO

O método de volumes finitos (MVF) é utilizado para resolver numericamente o sistema de equações do Modelo de Dois Fluidos 1D (Patankar,1980). Nesse método, o domínio espacial é subdividido em volumes de controle, nos quais as equações discretizadas são obtidas utilizando a integração temporal implícita de primeira ordem de Euler e o esquema espacial de segunda ordem TVD (*Total Variation Diminishing*) com a função limitadora de fluxo de van Leer (Versteeg e Malalasekera, 2007). Elas são integradas ao longo do tempo e do espaço, gerando um sistema de equações algébricas para os volumes discretos.

A fim de minimizar as instabilidades associadas a um campo de pressão oscilante, adota-se uma grade escalonada conforme sugerido por Patankar (1980). As variáveis escalares, como pressão e frações de fase, são armazenadas nos pontos nodais, localizados no centro dos volumes de controle escalares. Já as velocidades são armazenadas nas faces, situadas no centro dos volumes de controle vetoriais. A configuração dos volumes de controle é ilustrada na Figura 4.1, na qual os símbolos em letras maiúsculas representam os pontos nodais, como P (principal), E (*East*, “Leste”), W (*West*, “Oeste”), entre outros, enquanto os símbolos em letras minúsculas, como e e w , indicam as faces dos volumes.

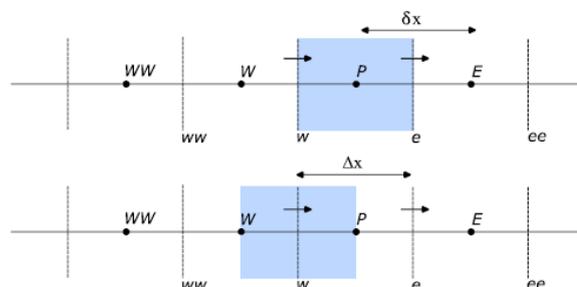


Figura 4.1 – Fronteira das Malhas. Volumes de controle escalar e vetorial

No presente estudo, adotou-se um espaçamento de malha uniforme, em que as faces dos volumes de controle são posicionadas a uma distância

média dos pontos nodais. Os símbolos Δx e δx representam os comprimentos dos volumes de controle escalares e vetoriais, respectivamente. Considerando que o espaçamento da malha é constante, tem-se $\Delta x = \delta x$.

O código utilizado para resolver as equações de conservação, juntamente com os termos de fechamento mencionados nas seções anteriores, foi desenvolvido pelo Grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica na PUC-Rio. O presente trabalho amplia este código introduzindo a formulação de um modelo de viscosidade turbulenta. A discretização das equações para frações volumétricas de cada fase, velocidades e pressão é realizada seguindo os trabalhos de Ortega & Nieckele (2005), Carneiro et al. (2011), Siqueira et al. (2019) e Fontalvo et al. (2020).

A fim de garantir que se tenha atingido um estado estatisticamente estacionário, a simulação foi executada por 100 segundos antes de iniciar a aquisição dos dados. Médias temporais foram realizadas utilizando 30 s, com um passo de tempo de aquisição de 0,001s. Adicionalmente, a espessura média do filme e a queda de pressão foram determinados na região final do duto, de forma a garantir solução estatisticamente estabilizada no espaço.

4.1. Malha e passo de Tempo

Para as simulações, é necessário definir o espaçamento de discretização da malha. Conforme discutido anteriormente, foi adotada uma malha uniforme neste trabalho, o que facilita a determinação do espaçamento da mesma com base no comprimento do domínio L e no número total de pontos N , conforme a equação:

$$\Delta x = \frac{L}{N - 1} \quad (4.1)$$

É recomendado usar uma malha fina ($\Delta x \sim 0,1D$) em casos de simulações no framework de captura de regime, onde a transição entre diferentes regimes de escoamento é detectada naturalmente pelo modelo

numérico a partir da amplificação das instabilidades do escoamento. Vale mencionar que a independência de malha garante a capacidade do modelo em obter soluções bem-postas.

Além da malha, é preciso utilizar um intervalo de tempo adequado. A condição de Courant-Friedrichs-Lewy relaciona o intervalo de tempo com o espaçamento da malha e a velocidade característica do fluxo. O número de Courant limita a quantidade de volumes de controle atravessados em um determinado intervalo de tempo. Sendo assim, para um determinado tamanho de malha, se a velocidade do escoamento aumentar, o intervalo de tempo diminuirá proporcionalmente. Ele por sua vez pode ser definido como:

$$C_o = \frac{\max|U| \Delta t}{\Delta x} \quad (4.2)$$

onde $\max|U|$ é a velocidade máxima do fluxo. Para as simulações realizadas neste estudo, um número de Courant de 0.5 foi selecionado.

4.2. Procedimento de Execução Numérico

O sistema numérico consiste em quatro equações diferenciais discretizadas em um volume de controle. Os valores nos pontos principais são determinados pelos seus vizinhos, resultando em matrizes de solução tridiagonal. O algoritmo TDMA é usado para resolver essas matrizes. Devido à natureza não linear e acoplada das equações, é necessário um procedimento iterativo de solução. O algoritmo PRIME modificado proposto por Ortega e Nieckele (2005) é empregado, com base no algoritmo PRIME original de Maliska (1981).

O procedimento de solução envolve a definição das condições iniciais, a resolução das equações para os campos de velocidade e pressão, a correção dos campos de velocidade e fração volumétrica.

A cada passo de tempo é necessário garantir que o sistema de equações convergiu, isto é, os resíduos obtidos devem ser inferiores a uma tolerância desejada. A tolerância estipulada para as simulações realizadas neste trabalho é de 10^{-7} .

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

No presente estudo, três modelos de turbulência foram propostos para auxiliar na previsão de escoamento anulares verticais. O principal objetivo dos modelos consiste em ampliar a faixa de velocidades superficiais e configurações das tubulações para o qual o sistema de equação da formulação unidimensional do Modelo de Dois Fluidos torna-se bem-posto. Para validar a eficácia da metodologia adotada, foi realizada uma seleção de casos experimentais disponíveis na literatura, para uma variada gama de configurações de escoamento água/ar. Em seguida, foi empreendido testes de convergência de malha, visando determinar a capacidade dos três modelos de viscosidade turbulenta propostos em tornar o sistema de equações bem-posto.

Para melhor avaliar os modelos de turbulência, desprezou-se em todos os casos a pressão dinâmica. Como já mencionado, o parâmetro de fluxo do gás foi mantido constante ($C_G = 1$). Já com relação ao parâmetro de fluxo do líquido, realizou-se dois tipos de análise: $C_L = 1$ e C_L variável.

O desempenho dos modelos foi avaliado através de uma comparação sistemática entre a espessura média do filme líquido e queda de pressão obtidas com os três modelos de turbulência e os dados experimentais disponíveis. Investigou-se ainda o impacto da intensidade turbulenta ($I_k = 1$ e $I_k = 0,1$) e do ($l_{mk} = D$ e $l_{mk} = 0,1D$).

5.1. Seleção de Casos

Para as análises, foram selecionados três trabalhos experimentais da literatura: Zhao et al. (2013) (Caso1); Fore & Dukler (1995) (Caso 2); Kaji (2008) (Caso 3) os mesmos estão detalhados na Tabela 5.1. As configurações selecionadas possuem uma faixa razoável de diâmetros, de $D=19$ mm a 50,8 mm. Os comprimentos também apresentam variação,

sendo o caso 1 com comprimento mais curto ($L/D=58$) e o caso 3 apresenta o tubo mais longo ($L/D=362$).

Tabela 5.1 – Configurações experimentais e propriedades físicas dos fluidos.

Configuração	Geometria		Gás		Líquido	
	Diâm. D (mm)	Comp. L (m)	Densidade (kg/m ³)	Viscosidade (cP)	Densidade (kg/m ³)	Viscosidade (cP)
Caso 1 (Zhao)	34,5	2,00	1,18	0,0179	998,2	1,00
Caso 2 (Fore & Dukler)	50,8	3,50	1,27	0,01827	999,0	1,05
Caso 3 (Kaji)	19,0	6,87	1,75	0,0179	998,2	1,00

Os três estudos exploraram uma ampla gama de velocidades superficiais de gás e líquido. No entanto, devido à ausência de modelagem dos fenômenos de entranhamento e deposição de gotículas na formulação atual, foi necessário identificar as regiões nos mapas de padrões de fluxo onde o entranhamento pode ser inicialmente desprezado (casos coloridos em vermelho nos mapas, Figura 5.1). Além disso, é conhecido que a região do mapa de escoamento de baixas velocidades superficiais de ambas as fases é mal-posta. Portanto, foram selecionados casos no limite entre as regiões de escoamentos anular e anular com entranhamento.

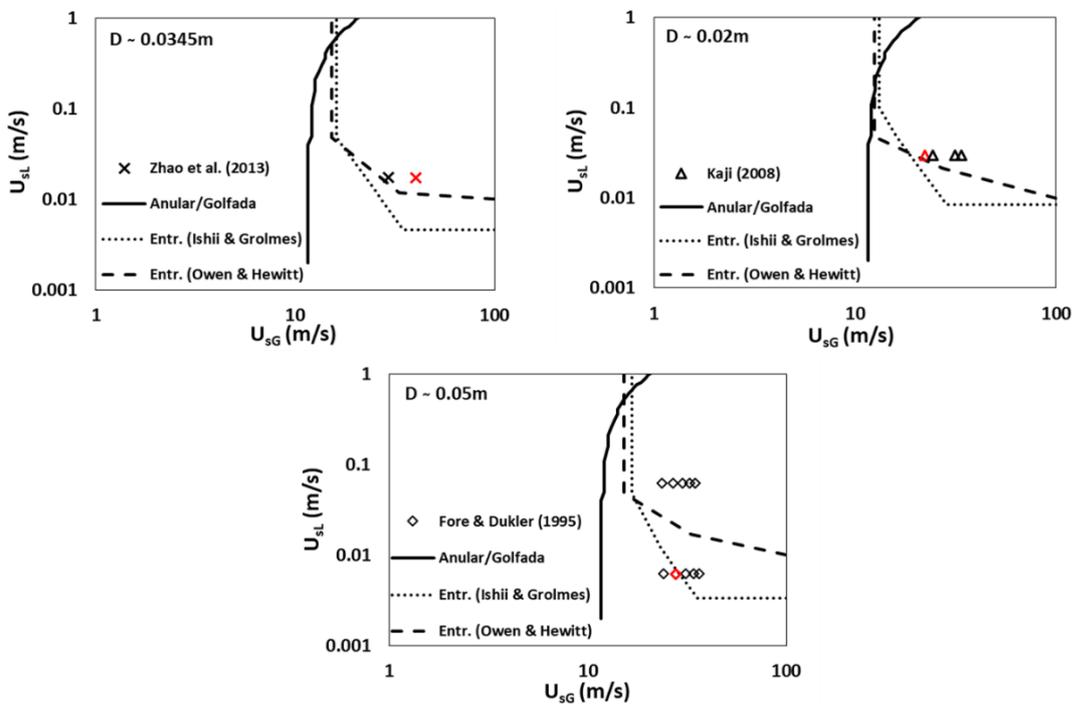


Figura 5.1 – Mapas de padrão de fluxo. Os casos selecionados estão destacados em vermelho.

Na Tabela 5.2, estão registrados os casos juntamente com seus respectivos números de Reynolds superficiais. Além disso, são apresentados os dados médios experimentais para as principais grandezas estatísticas, como a espessura média do filme líquido h_L e a taxa de variação da pressão dp/dx .

Tabela 5.2 – Base de dados experimentais

Configuração	Re_{sL}	U_{sG} (m/s)	$Re_{sG} \times 10^{-4}$	h_L (mm)	$-dp/dx$ (Pa/m)
Caso 1 (Zhao)	603	40,10	9,12	0,1500	1055
Caso 2 (Fore & Dukler)	300	31,00	10,2	0,2790	434
Caso 3 (Kaji)	569	22,30	4,14	0,2447	1712

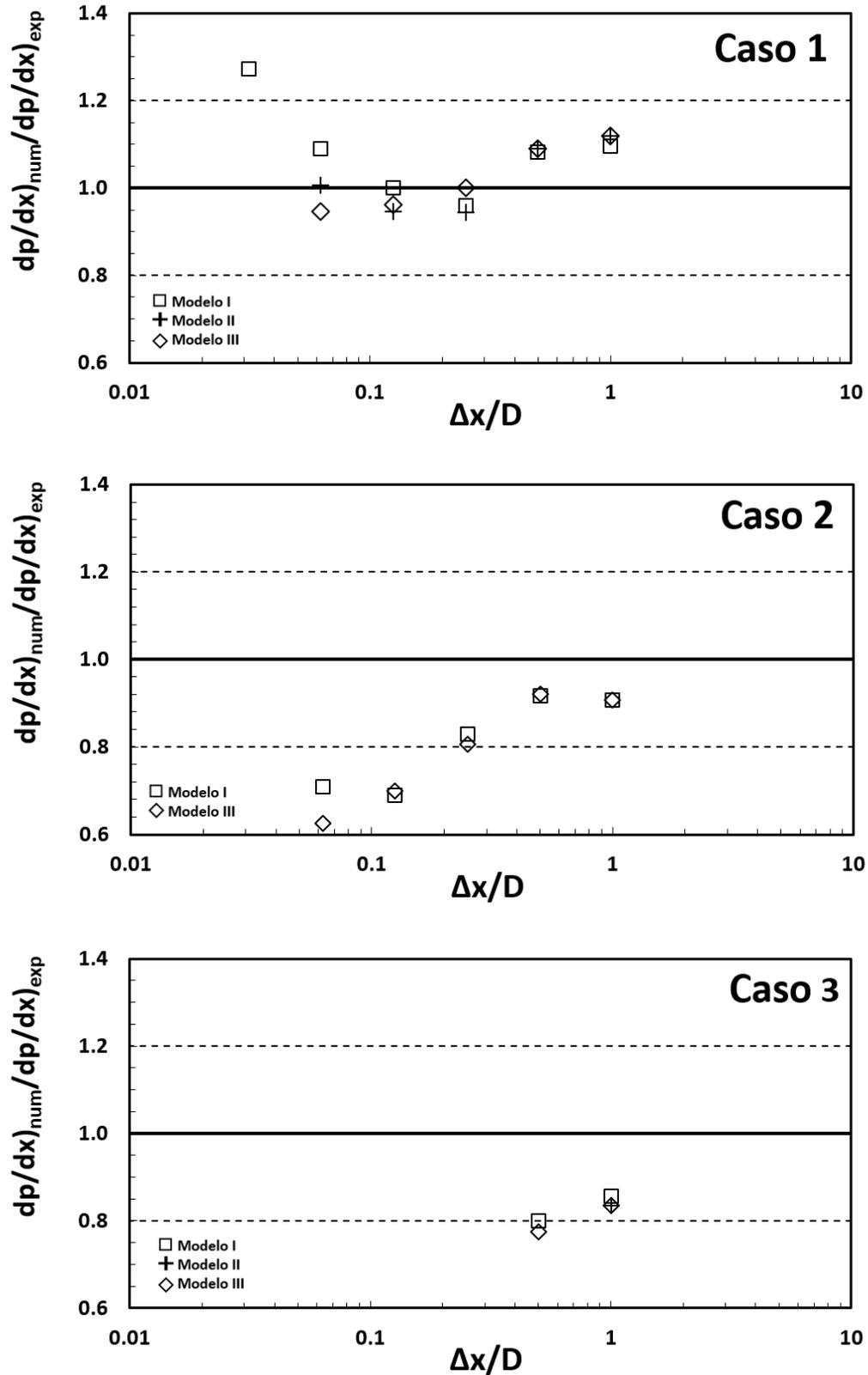
A seguir são apresentados os resultados para as três configurações experimentais. Os resultados de teste de malha são normalizados em relação aos valores experimentais, sendo assim, previsões mais precisas devem se aproximar da linha preta sólida, correspondente a 1. As linhas tracejadas representam as margens de erro de 20%.

5.2. Avaliação de Modelos de Turbulência com $C_L = 1$

Nesta primeira seção de resultados, serão comparados os 3 modelos de viscosidade turbulenta propostos, mantendo o parâmetro de fluxo do líquido constante ($C_L = 1$). Antes de apresentar os resultados obtidos, vale ressaltar que Castelo Branco (2022) reporta que não foi possível obter convergência para esses três casos ao utilizar $C_L = 1$.

Para os três modelos de turbulência, utilizou-se uma intensidade de turbulência de 10% para ambas as fases ($I_k = 0,1$). O comprimento característico do Modelo III foi definido como $l_{m_k} = 0,1D$ para ambas as fases.

Na Figura 5.2 são apresentados os dados referentes ao gradiente de pressão obtidos para os três casos, enquanto que a altura do filme de líquido é apresentada na Figura 5.3. Observa-se que o Caso 3 é o mais instável, e que somente foi possível obter solução convergida com malhas grosseiras. Já para o Caso 2, não foi possível obter solução convergida com o Modelo II.

Figura 5.2 – Influência dos modelos de turbulência no gradiente de pressão com $C_L = 1$.

Casos 1, 2 e 3.

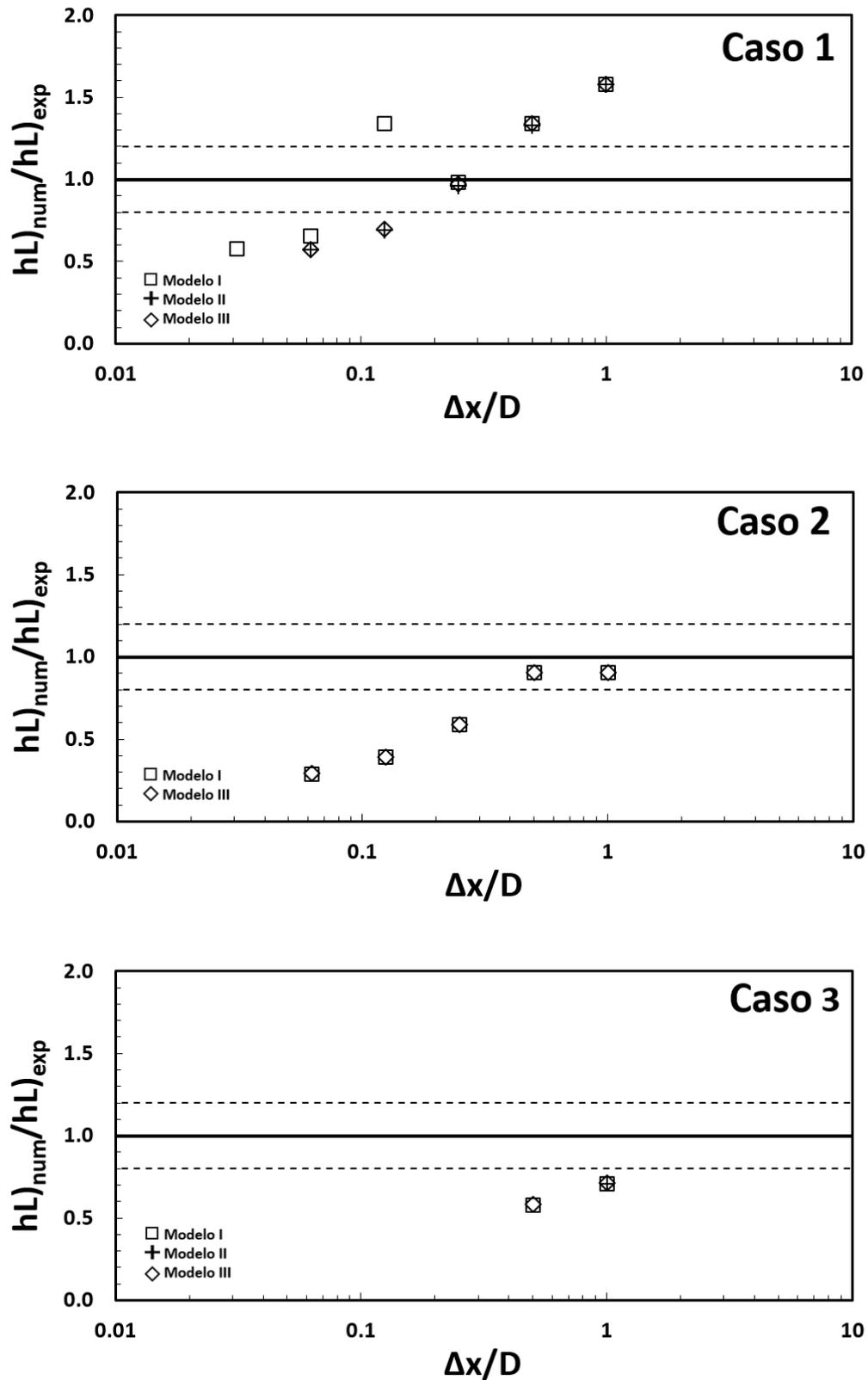


Figura 5.3 – Influência dos modelos de turbulência na espessura de filme líquido com $C_L = 1$. Casos 1, 2 e 3.

Analisando os dados obtidos para o Caso 2 com relação ao gradiente de pressão na Figura 5.2, observa-se uma estabilização da previsão do gradiente de pressão com o Modelo I, apesar de apresentar erro superior a 20% ($\approx 30\%$). Já o Modelo III não apresenta convergência com a malha. Com relação a espessura de filme referente ao Caso 2 (Figura 5.3), observa-se coincidência das previsões obtidas com os dois Modelos (I e III), sem apresentar convergência de malha, apesar da variação com a redução da malha indicar uma possível convergência, devido a menor variação dos resultados, porém, com erros grandes demais em relação aos dados experimentais.

Analisando a previsão do gradiente de pressão para o Caso 1, na Figura 5.2, pode-se notar que, para os Modelos II e III, o resultado é independente da malha quando o espaçamento adimensional é menor que 0,3. Além disso, ambos os modelos obtiveram boas previsões convergindo para resultados com erro de 0,7% e -5,4%, respectivamente. Nesse caso, o Modelo II demonstrou ser superior ao Modelo III. O Modelo I, por sua vez, obtém soluções próximas aos dados experimentais em malhas intermediárias. Porém, para as malhas finas, os resultados divergem, indicando que não foi possível tornar o sistema bem posto. Com relação a previsão da espessura de filme para o Caso 1, observa-se na Figura 5.3, que a difusão introduzida pelos modelos não foi suficiente para tornar o sistema bem posto, uma vez que convergência de malha não foi obtida para essa variável.

5.3. Avaliação de Modelos de Turbulência com C_L variável

Nesta seção são apresentados os dados referentes aos três modelos de viscosidade propostos em conjunto com C_L variável para os Casos 1 e 2. O Caso 3 não fez parte dessa análise, a fim de poupar tempo de simulação, devido a sua maior instabilidade e uma vez que os Casos 1 e 2 foram suficientes para concluir o comportamento dos modelos acoplados com C_L variável. A Figura 5.4 e a Figura 5.5 apresentam as previsões obtidas para o gradiente de pressão e altura do filme de líquido,

respectivamente, correspondente ao presente teste. Nas figuras, são apresentados os dados com modelos de turbulência em branco e sem modelos de turbulência em vermelho. Para o Caso 1 investigou-se os três modelos de turbulência. Já para o Caso 2, somente o Modelo III.

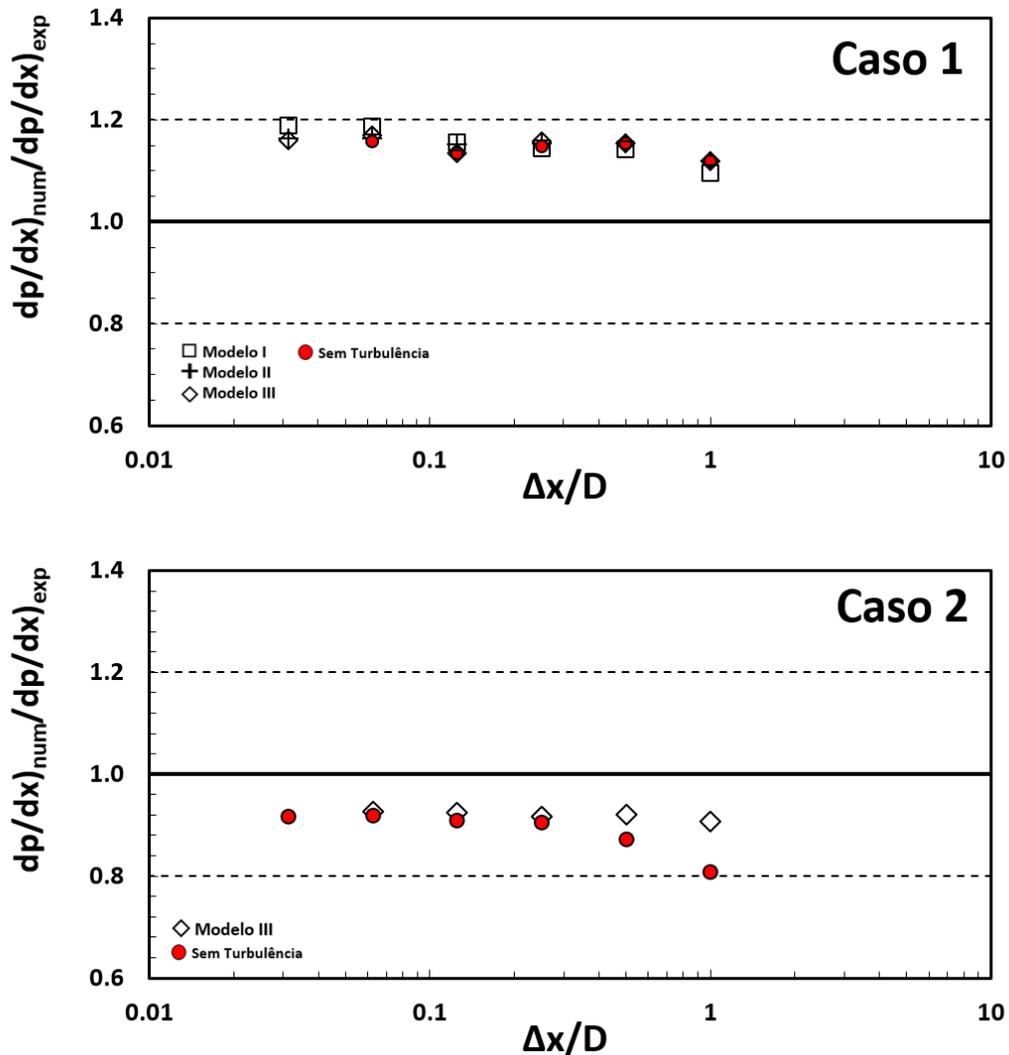


Figura 5.4 – Influência dos modelos de turbulência no gradiente de pressão com C_L variável. Casos 1 e 2.

Observa-se tanto na previsão do gradiente de pressão (Figura 5.4) como da espessura de filme de líquido (Figura 5.5) que a utilização de C_L variável estabiliza a solução, tornando o sistema bem-posto, independente da presença dos modelos de turbulência para os dois casos analisados. Nota-se no entanto um aspecto positivo na utilização da modelagem da turbulência, que é a convergência com a malha com malhas mais grosseiras e uma melhora na previsão das variáveis de interesse.

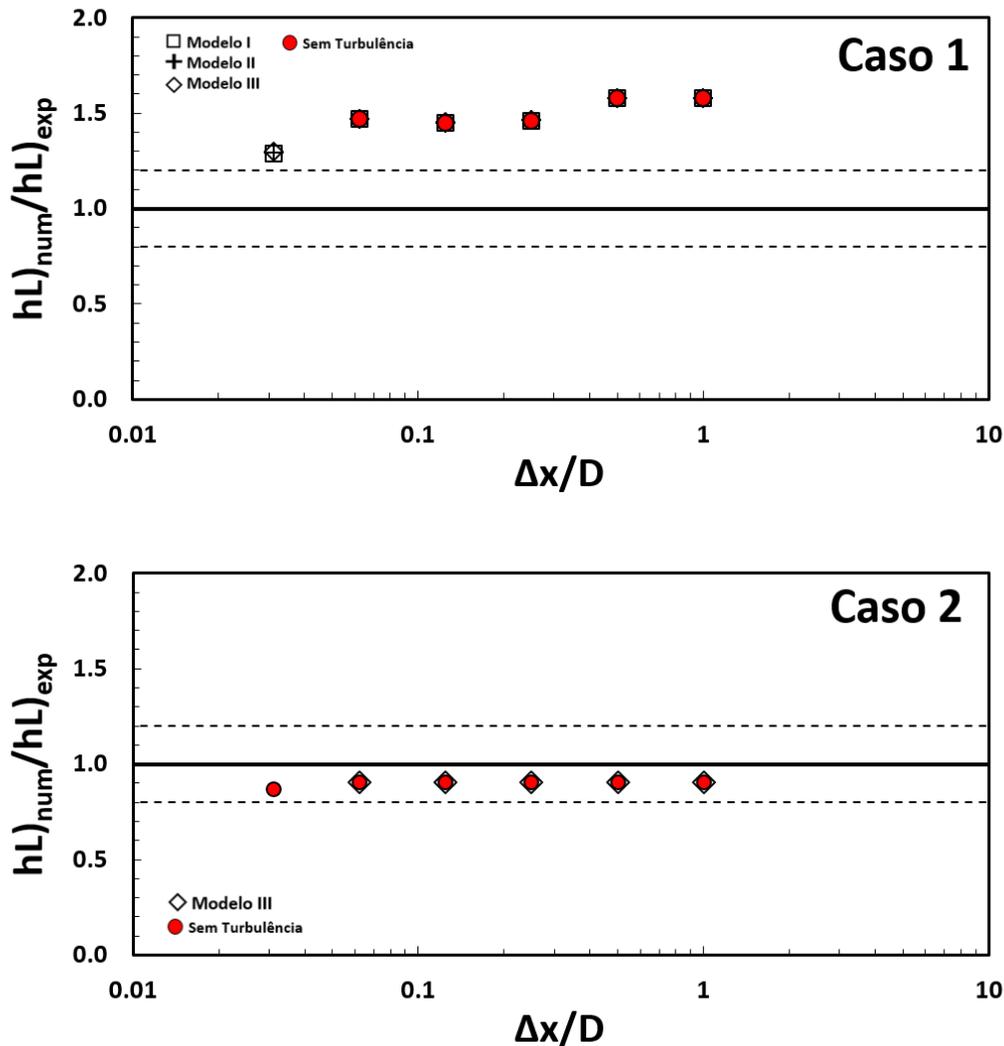


Figura 5.5 – Influência dos modelos de turbulência na espessura de filme líquido com C_L variável. Casos 1 e 2.

5.4. Impacto de Parâmetros do Modelo III de Turbulência

Os três modelos de turbulência dependem de um parâmetro empírico que é a percentagem da intensidade de turbulência em relação ao escoamento médio (I_k). Já o Modelo III também apresenta um parâmetro empírico relacionado ao comprimento característico ($l_{mk} = \beta_k D$). Foi observado nos testes anteriores que os modelos de turbulência auxiliam no amortecimento das instabilidades, porém, a difusão incluída assim como a intensidade de turbulência utilizada não foi suficiente para resultar em soluções bem postas para todos os casos analisados. Para isso, foram feitas dois testes para investigar situações limites e avaliar se as tendências

obtidas indicam o direcionamento a seguir para que novos modelos sejam propostos, visando avaliar o impacto dos parâmetros empíricos na solução e o Modelo III foi selecionado.

No primeiro teste, utilizou-se como comprimento característico o próprio diâmetro da tubulação ($l_{m_k} = D$). O aumento da dimensão característica induz o aumento da difusão, que auxilia a estabilizar a solução. Já no segundo teste, considerou-se uma intensidade de turbulência máxima ($I_k = 1$). A intensidade de turbulência apresenta uma influência direta nos termos convectivos da equação de conservação de quantidade de movimento, aumentando o efeito do parâmetro de fluxo. Estes parâmetros foram aplicadas ao Modelo III de turbulência proposto em conjunto com C_L constante.

Os resultados das previsões do Modelo III com esses parâmetros (utilizando um de cada vez) são comparados com as previsões obtidas com os três modelos com $I_k = 0,1$, e no caso do Modelo III com $l_{m_k} = 0,1 D$. Os resultados com comprimento característico limite ($l_{m_k} = D$) são apresentados em azul na Figura 5.6 e na Figura 5.7, para o gradiente de pressão e altura do filme de líquido, respectivamente, para os três casos. Em verde, o impacto da intensidade de turbulência limite ($I_k = 1$) é ilustrado nessas mesmas figuras, porém, somente o Caso 1 foi investigado.

Analisando inicialmente os dois casos mais instáveis (Caso 2 e Caso 3) observa-se que o impacto de aumentar a dimensão característica não traz nenhuma contribuição positiva nas previsões do Caso 3 tanto para o gradiente de pressão como para a altura do filme de líquido. Com relação ao Caso 2, observa-se uma pequena melhora na previsão do gradiente de pressão para as malhas mais finas, não só com melhor variação da previsão com o refino da malha, mas com melhora na acurácia. Finalmente, com relação ao Caso 1, observa-se o mesmo tipo de resultado que o obtido com o Caso 2, i.e., uma pequena melhora ao aumentar a difusão.

Analisando agora o aumento da intensidade turbulenta observa-se um aumento nos valores obtidos para o gradiente de pressão e altura do filme de líquido para o Caso 1, porém sem levar a convergência de malha para h_L e piorando a acurácia da previsão do gradiente de pressão.

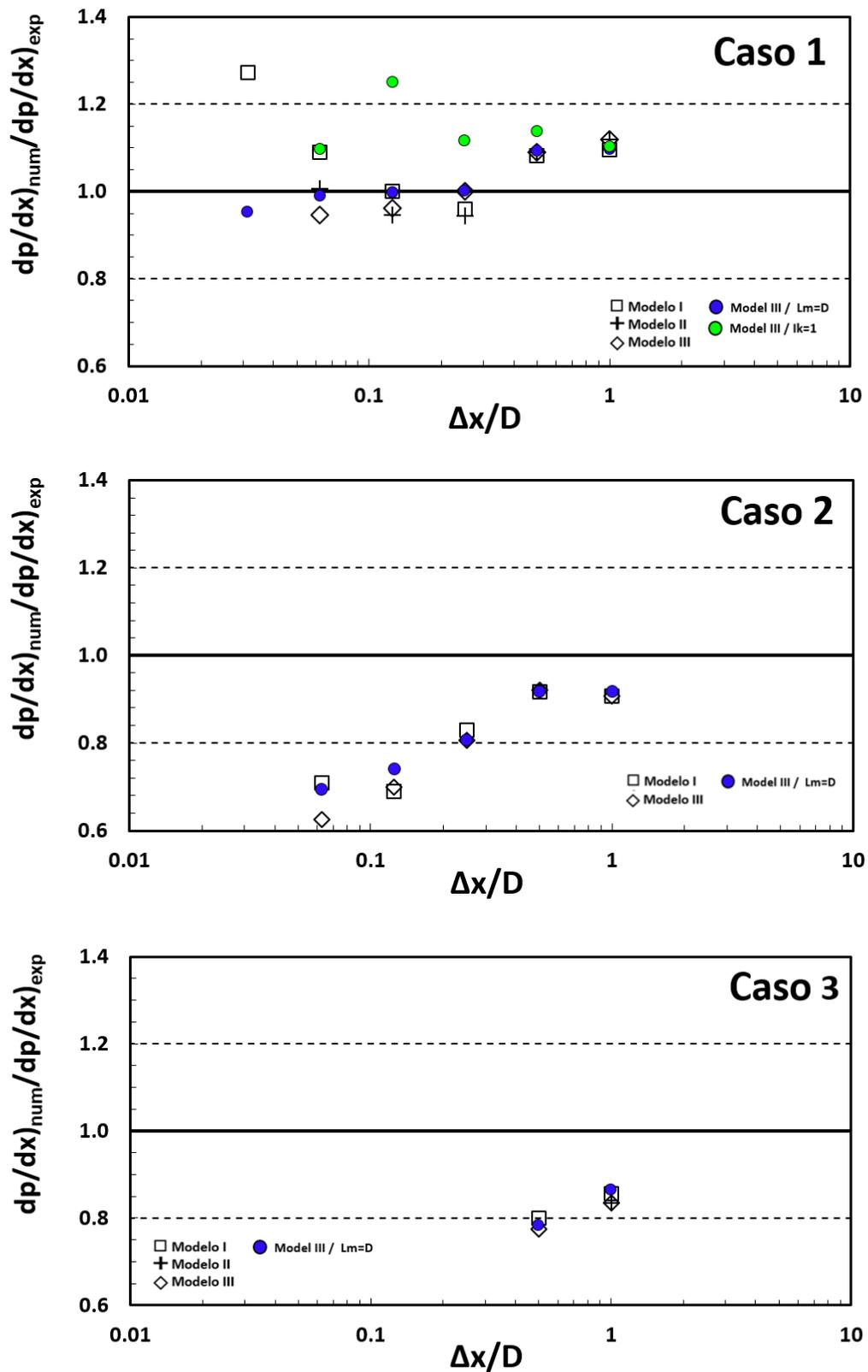


Figura 5.6 – Influência de parâmetros empíricos do Modelo III no gradiente de pressão. $C_L = 1$.

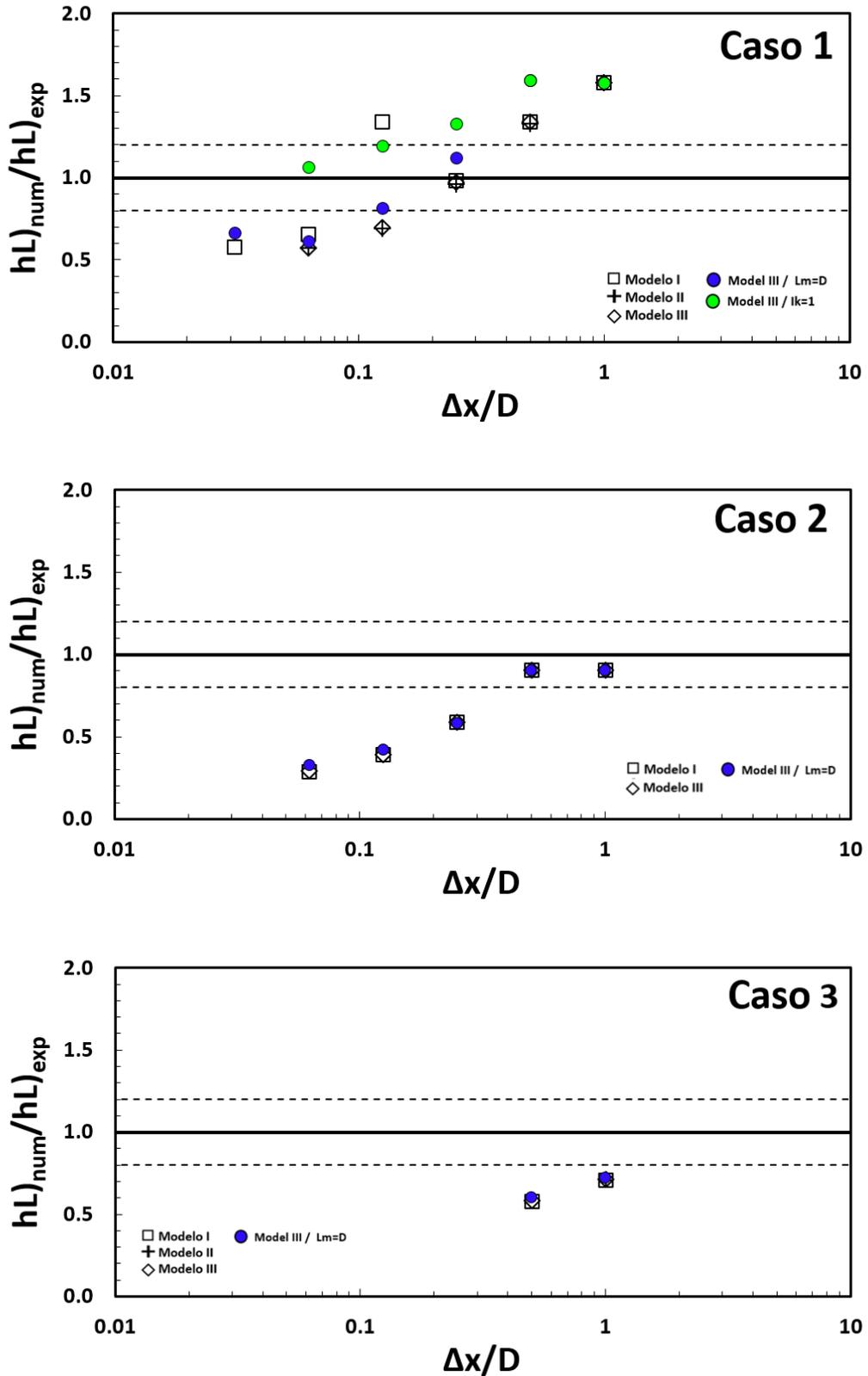


Figura 5.7 – Influência de parâmetros empíricos do Modelo III na espessura de filme líquido. $C_L = 1$.

6. CONCLUSÃO

Com o objetivo de investigar o escoamento ascendente em padrão anular em tubulações verticais, o Modelo de Dois Fluidos unidimensional foi selecionado. Junto a isso, foi ressaltada a importância de relações de fechamento para tornar o sistema de equações bem-posto. Neste trabalho, foram apresentadas algumas relações de fechamento e, junto a isso, foram propostos 3 modelos para a viscosidade turbulenta (Modelo I, Modelo II, Modelo III).

Para avaliar a eficácia dos modelos de viscosidade turbulenta na previsão de escoamentos verticais ascendentes, o termo correspondente foi incorporado e testado para três casos presentes na literatura (Zhao et al. (2013) (Caso1); Fore & Dukler (1995) (Caso 2); Kaji (2008) (Caso 3)). Foram analisados dados de gradiente de pressão e espessura de filme líquido.

Para todos os modelos, notou-se que para os casos em que o parâmetro de fluxo era variável, a introdução do termo referente a viscosidade turbulenta não surtiu efeito na solução. Sendo assim, neste cenário, a viscosidade turbulenta não é suficiente para estabilizar a solução, tornando necessária a adição de novos parâmetros de fechamento.

Adicionalmente, foram analisados os casos separadamente com C_L constante. Para Caso 1, que possui maior Reynolds e menor comprimento, os Modelos II e III, ao contrário do Modelo I, se mostraram bem promissores de acordo com os resultados de gradiente de pressão. Para a espessura de filme líquido, o comportamento é semelhante: os erros aumentam, porém, tendem a se estabilizar. O aumento da intensidade de turbulência ($I_k = 1$) no Modelo III não auxiliou na obtenção de solução independente da malha.

No Caso 2, que possui Reynolds mais baixo e comprimento intermediário, os resultados não foram promissores. Embora o modelo de

turbulência estabilize a solução, não há convergência com a malha, mesmo adicionando as hipóteses de $l_m = D$ e $I_k = 1$. Este comportamento é válido tanto para o gradiente de pressão quanto para a espessura de filme líquido.

Para o Caso 3 que possui Reynolds intermediário e o maior comprimento, a adição do termo turbulento não estabiliza a solução e não garante convergência com a malha.

Conclui-se, portanto, que os modelos de viscosidade turbulenta possuem um efeito positivo para casos de comprimento pequeno e Reynolds alto. Nota-se também que ao adicionar a hipóteses de que $l_m = D$ a solução tende a se estabilizar. É importante ressaltar que considerando um parâmetro de fluxo variável, o modelo de viscosidade turbulenta não surte efeito na solução. Desconsiderar o efeito do parâmetro de fluxo é inadequado, uma vez que a suposição de velocidade uniforme na seção transversal não reflete precisamente as características do escoamento.

Recomenda-se para trabalhos futuros que mais casos sejam investigados com estes modelos de turbulência para que seja possível confirmar as tendências observadas no presente estudo. Outra sugestão de pesquisa futura é realizar uma análise de estabilidade linear do escoamento anular vertical considerando a presença de entranhamento e deposição de gotículas tanto de líquido quanto de gás, a fim de investigar o impacto dos diferentes termos no crescimento de perturbações, e tornar o sistema mais verossímil à realidade.

Tendo em vista que as hipóteses de que $l_{m_k} = D$ e $I_k = 1$ melhoraram ligeiramente a solução, recomenda-se analisar diferentes combinações de comprimento característico e viscosidade turbulenta, visando obter resultados mais próximo dos valores experimentais, além de soluções convergidas com a malha.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, M.V.C., WALTRICH, P.J. GESSNER, T.R., FALCONE, G.BARBOSA JR., J.R. , 2017. Modeling transient churn-annular flows in a long vertical tube, *Int. J. Multiphase Flow* 89:399–412. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2016.12.001>

BANERJEE, S.; CHAN, A. 1980. Separated flow models-I. Analysis of the averaged and local instantaneous formulations. *International Journal of Multiphase Flow*, 6(1), 1-24.

BELT, R. F., 2007. On the liquid film in inclined annular flow. Ph.D. Thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine.

BELT, R.J., VAN'T WESTENDE, J.M.C., PRASSER, H.M., PORTELA, L.M., 2009. Prediction of the interfacial shear-stress in vertical annular flow. *International Journal of Multiphase Flow* 35, 689–697. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2008.12.003.

BERNA, C., ESCRIVÁ, A., MUÑOZ-COBO, J., HERRANZ, L., 2014. Review of droplet entrainment in annular flow: interfacial waves and onset of entrainment. *Progress in Nuclear Energy*. 74, 14–43. doi: 10.1016/j.pnucene.2014.01.018.

BESTION, D. 1990. The physical closure laws in the CATHARE code. *Nuclear Engineering and Design*, 124(3), 229-245.

BONIZZI, M., ISSA, R.I., 2003. A model for simulating gas bubble entrainment in two-phase horizontal slug flow. *International Journal of Multiphase Flow* 29(11), 1685-1717. Doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2003.09.001.

BONNIZI, M., ANDREUSSI, P., BANERJEE, S., 2009. Flow regime independent, high resolution multi-field modelling of near-horizontal gas liquid flows in pipelines. *Int. J. Multiphase Flow* 35(1), 34–46. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2008.09.001.

BONZANINI, A. PICCHI, D. FERRARIC, M. POESIO, P., 2019. Velocity profiles description and shape factors inclusion in a hyperbolic, one-dimensional, transient

two-fluid model for stratified and slug flow simulations in pipes. *Petroleum* 5(2), 191–198. doi:10.1016/j.petlm.2018.03.005

BRENNEN, C., 2005. *Fundamentals of Multiphase Flow*. Pasadena, CA: Cambridge University Press, Inc.

CARNEIRO, J.N.E., FONSECA JR., R., ORTEGA, A.J., CHUCUYA, R.C., NIECKELE, A.O., AZEVEDO, L.F.A., 2011. Statistical characterization of two-phase slug flow in a horizontal pipe. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 33, 251-258. doi:10.1590/S1678-58782011000500007

CASTELLO BRANCO, R. L. F., CARNEIRO, J. N. E., NIECKELE, A. O. N., 2022. Linear Stability Analysis of Closure Models for the 1d Two-Fluid Model: A Focus on The Velocity Shape Factor. *Proceedings of the 19th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering*, November 06th-10th, Bento Gonçalves, RS, Brazil.

DOBRAN, F., 1983. Hydrodynamic and heat transfer analysis of two-phase annular flow with a new liquid film model of turbulence. *Int. J. Heat Mass Transfer* 26(8), 1159-1171. Doi:10.1016/S0017-9310(83)80170-7.

EMAMZADEH, M., ISSA, R. I., 2013. A model for predicting the transition between stratified and annular flow in horizontal pipes. *Multiphase Sc. Tech.* 25(1):79-100.

FARIAS, P.; MARTINS, F.; SAMPAIO, L.; SERFATY, R.; AZEVEDO, L. 2012. Liquid film characterization in horizontal, annular, two-phase, gas-liquid flow using time-resolved laser-induced fluorescence. *Experiments in fluids*, 52(3), 633-645.

FERSHTMAN, A., ROBERS, L., PRASSER, H., BARNEA, D., SHELMER, L., 2020. Interfacial structure of upward gas-liquid annular flow in inclined pipes. *International Journal of Multiphase Flow* 132, 103437. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.103437.

FONTALVO, E.M.G., BRANCO, R.L.C., CARNEIRO, J.N.E., NIECKELE, A.O. 2020. Assessment of closure relations on the numerical predictions of vertical annular flows with the Two-Fluid Model. *Int. J. Multiphase Flow* 126, 103243 (19 pages). doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2020.103243.

FORE, L.B., DUKLER, A.E., 1995. Droplet deposition and momentum transfer in annular flow. *AIChE J.* 41(9), 2040–2046. doi:10.1002/aic.690410904.

FOWLER, A.; LISSETER, P., 1992. Flooding and flow reversal in annular two-

phase flows. *SIAM J. App. Mathematics*, 52(1), 15–33. doi:10.1137/0152002

FULLMER, W.D., RANSOM, V. H., BERTODANO, M. A. L., 2014. Linear and nonlinear analysis of an unstable, but well-posed, one-dimensional Two-Fluid Model for two-phase flow based on the inviscid Kelvin-Helmholtz instability. *Nuclear Eng. and Design* 268, 173–184. doi: 10.1016/j.nucengdes.2013.04.043.

GALLENI, F., ISSA, R.I., 2015. Linear stability analysis of the discretized one-dimensional Two-Fluid Model equations for slug capturing in vertical flow. *Multiphase Sc. Tech.* 27 (2–4), 215–227. doi:10.1615/MultScienTechn.v27. i2-4.80.

HOLMAS, H.; SIRA, T.; NORDSVEEN, M.; LANGTANGEN, H.; SCHULKES, R. 2008. Analysis of a 1D incompressible two-fluid model including artificial diffusion. *IMA journal of applied mathematics*, 73(4), 651-667.

INÁCIO, J.R.G., CARNEIRO, J.N.E., NIECKELE, A.O., 2012. Investigation of closure relations for 1D-Two Fluid model in vertical pipes. In: 14th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, November 18-22.

INADA, F., DREW, D.A., LAHEY JR., R.T., 2004. An analytical study on interfacial wave structure between the liquid film and gas core in a vertical tube. *Int. J. Multiphase Flow* 30, 827–851. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2004.03.002

ISHII, M., HIBIKI, T., 2011. *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*, Springer Sc, USA.

ISSA, R.; KEMPF, M., 2003. Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the Two-Fluid Model. *Int. J. Multiphase Flow*, 29(1), 69–95. doi:10.1016/S0301-9322(02)00127-1.

ISSA, R.I., MONTINI, M., 2010. Applicability of the momentum-flux-parameter closure for Two-Fluid Model to slug flow. In: *Proc. 6th Int. Symp. Multiphase Flow, Heat Mass Transfer and Energy Conversion*. AIP, 712–722. doi:10.1063/1.3366452.

KAJI, R., 2008. Characteristics of two-phase flow structures and transitions in vertical upward flow. Ph.D. Thesis, University of Nottingham.

KOSKY, P. G.; STAUB, F. W. 1971. Local condensing heat transfer coefficients in the annular flow regime. *AIChE J.* 17 (5), p. 1037–1043, 1971.

KUSHNIR, R.; SEGAL, V.; ULLMAN, A.; BRAUNER, N., 2017. Closure relations effects on the prediction of the stratified two-phase flow stability via the two-fluid model. *Int. J. Multiphase Flow* 97, 78–93. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2017.07.010

LEPORINI, M., BONZANINI, A., FERRARI, M., POESIO, P., 2021. The extension of the one-dimensional two-fluid slug capturing method to simulate slug flow in vertical pipes. *International Journal of Numerical Methods in Fluids* 93, pp.816–833. doi:10.1002/flid.4909.

LIAO, J., MEI, R., KLAUSNER, J.F., 2008. A study on the numerical stability of the two-fluid model near ill-posedness. *Int. J. Multiphase Flow* 34, 1067–1087. doi:10.1016/j.ijmultiphaseflow.2008.02.010.

MALISKA, C.R., 1981. A Solution Method for Three-Dimensional Parabolic Fluid Flows Problems in Nonorthogonal Coordinates. Ph.D. Thesis, University of Waterloo, Waterloo.

MCCASLIN, J.; DESJARDINS, O. 2014. Numerical investigation of gravitational effects in horizontal annular liquid-gas flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 67, 88-105.

MONTINI, M., 2011. Closure relations of the one-dimensional two-fluid model for the simulation of slug flows. Ph.D. Thesis, Imperial College London. doi:10.25560/6319

NIECKELE, A.O., CARNEIRO, J.N.E., 2017. On the numerical modeling of slug and intermittent flows in oil and gas production. In: 36th Int. Conf. Ocean, Offshore and Arctic Eng. OMAE2017. Trondheim, Norway doi:10.1115/ OMAE2017–62407.

NIECKELE, A.O., CARNEIRO, J.N.E., CHUCUYA, R.C., AZEVEDO, J.H.P., 2013. Initiation and statistical evolution of horizontal slug flow with a Two-Fluid Model. *ASME J. Fluids Eng.* 135 (12), 121302 (11 pages). doi:10.1115/1.4025223.

ORTEGA, A.J.M., NIECKELE, A.O., 2005. Simulation of horizontal two-phase slug flows using the two-fluid model with a conservative and non-conservative formulation. In: 18th International Congress of Mechanical Engineering. November

6-11, Ouro Preto, MG, Brazil.

PARAS, S.; KARABELAS, A. 1991. Properties of the liquid layer in horizontal annular flow. *International journal of multiphase flow*, 17(4), 439-454.

PATANKAR, S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Taylor & Francis, 1980.

POPE, SB. 2000. *Turbulent Flows*, Cambridge University Press.

RIBEIRO, J.X.F, LIAO, R., ALIYU, A.M., AHMED, S.K.B., BABA, Y.D., ALMABROK, A.A., ARCHIBONG-ESO, A., LIU, Z., 2021. A Two-Fluid Model for High-Viscosity Upward Annular Flow in Vertical Pipes. *Energies* 14, 3485. doi:10.3390/en14123485.

RODRIGUES, H.T., SOEDARMO, A., PEREYRA, E., SARICA, C., 2020. Droplet entrainment measurements under high-pressure two-phase low-liquid loading flow in slightly inclined pipes. *J. Petroleum Sc. and Engineering*, 187, 106767. doi: 10.1016/j.petrol.2019.106767.

SCHUBRING, D.; SHEDD, T. 2008. Wave behavior in horizontal annular air-water flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 34(7), 636-646.

SILVA, I. S. F. D.; NIECKELE, A. O. 2016. Numerical Simulation of Annular Flow in Horizontal Pipes using the Two Fluid Model. *Proceedings of 9th International Conference on Multiphase Flow*.

SIMÕES, E. F. CARNEIRO, J. E., NIECKELE, A. O. 2014 Numerical prediction of non-boiling heat transfer in horizontal stratified and slug flow by the two-fluid model. *Int. J. Heat and Fluid Flow* 47, p. 135–145.

SIQUEIRA, J.G.C.; NIECKELE, A.O.; CARNEIRO, J.N.E. 2019, Assessment of entrainment rate correlations for annular flow based on disturbance wave crests, 19th International Conference on Multiphase Production Technology, BHR Group, Cannes, p.1-14,2019)

VERSTEEG, H.K., MALALASEKERA, W., 2007. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, Prentice Hall, 2nd Edition.

WALLIS, G.B., 1969. *One-dimensional two-phase flow*. 1st ed., McGraw-Hill, USA.

WANG, G., SAWANT, P., ISHII, M., 2020. A new entrainment rate model for annular two-phase flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 124, 103185. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2019.103185.

WANG, L., LIU, S., HOU, L., YANG, M., ZHANG, J., XU, J., 2022. Prediction of the liquid film reversal of annular flow in vertical and inclined pipes, *Int. J. Multiphase Flow*, 146, 103853. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2021.103853

WHALLEY, P.; HEWITT, G. F., 1978. The correlation of liquid entrainment fraction and entrainment rate in annular two-phase flow. UKAEA Atomic Energy Research Establishment.

WOLF, A., JAYANTI, S., HEWITT, G.F., 2001. Flow development in vertical annular flow. *Chemical Engineering Science* 56, 3221-3235. Doi:10.1016/S0009-2509(00)00546-7.

ZHAO, Y.; MARKIDES, C. N.; MATAR, O. K.; HEWITT, G. F., 2013. Disturbance wave development in two-phase gas-liquid upwards vertical annular flow. *Int. J. Multiphase Flow*, 55, 111–129. doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2013.04.001.