



João Pedro Mattos Costa

**Avaliação do equilíbrio de Nash de um mercado
hidrotérmico de curtíssimo prazo por ofertas**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Bruno Fânzeres dos Santos

Rio de Janeiro
abril de 2023



João Pedro Mattos Costa

**Avaliação do equilíbrio de Nash de um mercado
hidrotérmico de curtíssimo prazo por ofertas**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Bruno Fânzeres dos Santos

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

Prof. Davi Michel Valladão

Departamento de Engenharia Industrial – PUC-Rio

Prof. Erlon Cristian Finardi

UFSC

Dra. Débora Dias Jardim Penna

ONS

Rio de Janeiro, 14 de abril de 2023

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial do trabalho, é proibida sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

João Pedro Mattos Costa

Graduado em Engenharia Elétrica com ênfase em Sistemas de Potência (2018) pela Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, com sanduíche na Technische Universität Ilmenau, Alemanha (2014). Trabalha desde 2016 no Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS, onde atualmente integra a Gerência de Programação Mensal - PRM como Engenheiro de Estudos Energéticos, atuando na elaboração do Programa Mensal de Operação Energética - PMO. Ingressou no mestrado em Engenharia de Produção na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) em 2020.

Ficha Catalográfica

Costa, João Pedro Mattos

Avaliação do equilíbrio de Nash de um mercado hidrotérmico de curtíssimo prazo por ofertas / João Pedro Mattos Costa; orientador: Bruno Fânzeres dos Santos. – 2023.

97 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial, 2023.

Inclui bibliografia

1. Engenharia de Produção – Teses. 2. Equilíbrio de Nash. 3. Mercado de energia elétrica de curtíssimo prazo. 4. Mercados hidrotérmicos. 5. Preço por oferta. 6. Otimização binível. I. Santos, Bruno Fânzeres dos. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

Agradecimentos

À minha família, minha razão de existir. Em especial, à minha esposa e parceira de vida Vanessa, que esteve todo e cada dia ao meu lado, por todo apoio, incentivo e inspiração ao longo do mestrado - sem você, eu não teria chegado até aqui; e aos meus pais Jorge e Regina, por me mostrarem o caminho da educação, pelo incentivo e por toda dedicação e abdicção para que todas as oportunidades me fossem oferecidas, obrigado por tanto, sempre. Amo vocês!

Ao meu orientador, Prof. Bruno Fânzeres, por ter me orientado durante todos os dias do mestrado, antes mesmo dele começar oficialmente. Obrigado por toda abertura para tirar todas as minhas dúvidas (não foram poucas), pelo acompanhamento próximo do andamento da pesquisa e por todas as ricas discussões que tivemos. Espero que possamos trabalhar juntos novamente.

Ao MSc. Thiago César, por todo apoio e direcionamento na tradução “Academia x Realidade”.

Ao ONS, por mais uma oportunidade ímpar na minha vida. Em especial, à equipe da Gerência Executiva de Transformação Estratégica, que possibilitou e sempre incentivou meu ingresso no mestrado, e à equipe da Gerência de Programação Mensal pelo providencial suporte na reta final. Agradeço também a todo corpo técnico da empresa, por toda receptividade às dúvidas que tirei visando a elaboração do presente trabalho.

À minha amiga Marina Dietze, que tanto me apoiou e inspirou durante as matérias e ainda mais na reta final da dissertação.

Aos meu colegas de mestrado Carlos Kebudi e Felipe Piancó, pela parceria nas matérias e nas idas à PUC.

À minha psicóloga Suely Sullivan, por me manter são em meio ao caos e por me fazer acreditar que eu sou capaz.

Ao corpo docente do Departamento de Engenharia Industrial pelo ensino de excelência e por todo o aprendizado.

Ao FROG e toda sua equipe, por me receber tão bem em suas instalações durante a fase final de confecção do presente trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Costa, João Pedro Mattos; Santos, Bruno Fânzeres dos. **Avaliação do equilíbrio de Nash de um mercado hidrotérmico de curtíssimo prazo por ofertas**. Rio de Janeiro, 2023. 97p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A possível mudança no paradigma de formação de preço no Brasil do modelo vigente “por custos auditados” para o modelo “por oferta”, com o objetivo de modernizar o Setor Elétrico e buscar práticas que incentivem a competição, implica a necessidade de estudos prévios para auxiliar o processo de transição e a definição do desenho de mercado adequado à realidade brasileira. Nesse sentido, o uso de modelos de equilíbrio, notadamente o Equilíbrio de Nash, desponta como uma poderosa ferramenta *ex-ante* que permite analisar o comportamento dos competidores para identificar possíveis ineficiências a serem mitigadas.

Com esse fim, o presente trabalho modela o processo decisório de ofertas ótimas de um competidor em um mercado de energia elétrica de dia-seguite de base hidrotérmica por um modelo de otimização binível, possibilitando a identificação do Equilíbrio de Nash do mercado através de um algoritmo baseado em Gauss-Seidel. Adicionalmente, o método é aplicado a dois experimentos numéricos: a um sistema-teste de três barras e a um caso representativo do sistema brasileiro completo, permitindo a análise do comportamento dos competidores a partir da comparação dos resultados com os modelos de “Custos Auditados” e “Equilíbrio Competitivo”. Foram observados os impactos das afliências e das cascatas de usinas hidrelétricas de múltiplos proprietários nas receitas e, conseqüentemente, no comportamento dos competidores. Por fim, foi verificada a ocorrência de competição exclusivamente pelas quantidades, além da prática de retenção de ofertas por parte dos competidores para a modificação do preço de equilíbrio de mercado, aumentando suas receitas.

Palavras-chave

Equilíbrio de Nash; Mercado de energia elétrica de curtíssimo prazo; Mercados hidrotérmicos; Preço por oferta; Otimização binível.

Abstract

Costa, João Pedro Mattos; Santos, Bruno Fânzeres dos (Advisor). **Assessing the Nash equilibrium of a bid-based short-term hydrothermal market**. Rio de Janeiro, 2023. 97p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The potential shift in Brazil's energy pricing paradigm from the current Audited Costs model to the Bid-Bases model, with the aim of modernizing the electricity sector and seeking practices that encourage competition, implies the need for preliminary studies to assist the transition process and define the appropriate market design for the Brazilian reality. In this sense, the use of equilibrium models, notably the Nash Equilibrium, emerges as a powerful ex-ante tool that allows the analysis of competitors' behavior to identify possible inefficiencies to be mitigated.

To this end, this thesis models the optimal bidding decision process of a competitor in a hydrothermal day-ahead electricity market using a bilevel optimization model, enabling the identification of the Nash Equilibrium of the market through an algorithm based on the Gauss-Seidel. Additionally, the method is applied to two numerical experiments: a three-bus test system and a representative case of the complete Brazilian system, allowing for the analysis of competitors' behavior by comparing the results with the "Audited Costs" and "Competitive Equilibrium" models. The impacts of water inflows and hydro plants in cascade with distinct ownership on revenues and consequently competitors' behavior were observed. Finally, the occurrence of competition exclusively in quantities was verified, as well as the practice of quantity bids retention by competitors in order to modify the market equilibrium price, increasing their revenues.

Keywords

Nash Equilibrium; Day-ahead electricity market; Hydrothermal markets; Bid-based markets; Bilevel optimization.

Sumário

1	Introdução	13
1.1	Objetivos e Contribuição da Dissertação	15
1.2	Estrutura do Trabalho	16
2	Fundamentos de mercados de energia elétrica e o Sistema Elétrico Brasileiro	17
2.1	Operação e formação de preços vigente no Brasil	17
2.2	Formação de preço “por ofertas” ou “por custos auditados”	18
2.3	O Equilíbrio de Nash	21
2.4	Agregação de preços: nodal x zonal	22
3	Metodologia – Estratégia Ótima em Mercados por Oferta e Equilíbrio de Nash	23
3.1	O Problema do Operador da Rede	24
3.2	O Problema do Operador do Mercado	27
3.3	O Problema dos Agentes	29
3.4	Equilíbrio de Nash para o Mercado de Energia Elétrica	33
4	Experimentos Numéricos e Discussão	37
4.1	Caso de Três Barras	37
4.2	Caso Brasil	52
5	Conclusões	74
6	Referências bibliográficas	76
7	Apêndice	82
7.1	Nomenclatura	82
7.2	Tabelas de Dados de Entrada	86

Lista de figuras

Figura 3.1	Ilustração do algoritmo para identificação do Equilíbrio de Nash.	36
Figura 4.1	Esquemático do “Caso de Três Barras”.	38
Figura 4.2	Dados de entrada do “Caso de Três Barras”.	40
Figura 4.3	Convergência do método numérico utilizado para o “Caso de Três Barras”.	41
Figura 4.4	Principais resultados do <i>clearing</i> para as ofertas provenientes do Equilíbrio de Nash no “Caso de Três Barras”.	44
Figura 4.5	Comparação do despacho nodal e preços zonais para os casos de Custos Auditados, Equilíbrio Competitivo e Equilíbrio de Nash no “Caso de Três Barras”.	45
Figura 4.6	Ofertas de preço e quantidade dos agentes formadores de preço no “Caso de Três Barras”.	48
Figura 4.7	Receita dos agentes <i>price-maker</i> e <i>price-taker</i> no “Caso de Três Barras”.	49
Figura 4.8	Análise da disponibilidade energética nos casos de Custos Auditados e Equilíbrio de Nash no “Caso de Três Barras”.	50
Figura 4.9	Curva de suprimento para os casos de Custos Auditados e Equilíbrio de Nash no “Caso de Três Barras”.	51
Figura 4.10	Representação nodal e zonal do “Caso Brasil”.	52
Figura 4.11	Mapa do SIN. Fonte: ONS	53
Figura 4.12	Dados de entrada do “Caso Brasil”.	58
Figura 4.13	Convergência do método numérico utilizado no “Caso Brasil”.	59
Figura 4.14	Principais resultados do <i>clearing</i> para as ofertas provenientes do Equilíbrio de Nash no “Caso Brasil”.	61
Figura 4.15	Comparação do despacho nodal e preços zonais para os casos de Custos Auditados, Equilíbrio Competitivo e Equilíbrio de Nash no “Caso Brasil”.	62
Figura 4.16	Receita dos agentes <i>price-maker</i> no “Caso Brasil”.	63
Figura 4.17	Receita dos agentes <i>price-taker</i> no “Caso Brasil”.	65
Figura 4.18	Análise da disponibilidade energética nos casos de Custos Auditados e Equilíbrio de Nash no “Caso Brasil”.	66
Figura 4.19	Curva de suprimento para os casos de Custos Auditados e Equilíbrio de Nash no “Caso Brasil”.	67
Figura 4.20	Painel mostrando o detalhamento sobre a operação das usinas da GENCO 22 e sua receita, justificando seu comportamento estratégico como formadora de preço.	70
Figura 4.21	Painel mostrando o detalhamento sobre a operação das usinas da GENCO 43 e sua receita, justificando seu comportamento estratégico como formadora de preço.	71
Figura 4.22	Painel mostrando o detalhamento sobre a operação das usinas da GENCO 49 e sua receita, justificando seu comportamento estratégico como formadora de preço.	72

Figura 4.23 Painel mostrando o detalhamento sobre a operação das usinas da GENCO 64 e sua receita, justificando seu comportamento estratégico como formadora de preço.

73

Lista de tabelas

Tabela 7.1	Barras e zonas do “Caso de Três Barras”.	86
Tabela 7.2	Dados técnicos das usinas hidrelétricas do “Caso de Três Barras”.	86
Tabela 7.3	Dados operativos históricos das usinas hidrelétricas do “Caso de Três Barras”.	86
Tabela 7.4	Dados técnicos das usinas termelétricas do “Caso de Três Barras”.	87
Tabela 7.5	Dados técnicos das linhas de transmissão e intercâmbios entre zonas do “Caso de Três Barras”.	87
Tabela 7.6	Carga por período para cada barramento e zona do “Caso de Três Barras”.	88
Tabela 7.7	Barras e Zonas do “Caso Brasil”	89
Tabela 7.8	Dados técnicos das usinas hidrelétricas do “Caso Brasil”.	89
Tabela 7.9	Dados técnicos das linhas de transmissão do “Caso Brasil”.	92
Tabela 7.10	Fluxos monitorados pelo ONS e modelados no “Caso Brasil”.	93
Tabela 7.11	Dados técnicos dos intercâmbios entre zonas do “Caso Brasil”.	93
Tabela 7.12	Dados técnicos das usinas termelétricas do “Caso Brasil”.	94
Tabela 7.13	Carga por período para cada barramento e zona do “Caso Brasil”.	97

Lista de Abreviaturas

ANA – Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica

CC – Corrente Contínua

CCEE – Câmara de Comercialização de Energia Elétrica

CMO – Custo Marginal de Operação

CVU – Custo Variável Unitário

EN – Equilíbrio de Nash

GENCO – *Power Generation Company*

ISO – *Independent System Operator*

KKT – Karush-Kuhn-Tucker

MME – Ministério de Minas e Energia

MPEC – *Mathematical Problem with Equilibrium Constraints*

ONS – Operador Nacional do Sistema Elétrico

PCH – Pequenas Centrais Hidrelétricas

PCT – Pequenas Centrais Termelétricas

PLD – Preço de Liquidação das Diferenças

SEB – Setor Elétrico Brasileiro

SIN – Sistema Interligado Nacional

TSO – *Transmission System Operator*

UEE – Usinas Eolielétricas

UFV – Usinas Solares Fotovoltaicas

UC – *Unit Commitment*

*“It ain’t about how hard you hit. It’s about
how hard you can get hit and keep moving
forward. How much you can take and keep
moving forward. That’s how winning is
done!”*

Rocky Balboa, *Rocky Balboa* (2006).

1

Introdução

Ao longo das últimas décadas, diversos mercados de energia elétrica globalmente vêm passando por mudanças estruturais, dirigidas, essencialmente, pelo aumento da penetração de fontes renováveis, recursos energéticos distribuídos e maior eficiência na resposta da demanda (Boyle, 2009; Hunt, 2002; Jones, 2014). Um ponto crítico destas mudanças é a necessidade da precificação da energia e operação do sistema estarem aderentes à realidade, refletindo comportamentos desejáveis dos competidores do mercado (Hogan, 2002; Taylor, 2015; Glachant, Joskow e Pollitt, 2021). O Setor Elétrico Brasileiro (SEB) também enfrenta esta esteira de mudanças com diversas iniciativas sendo realizadas ao longo dos últimos anos (Pereira, Barroso e Rosenblatt, 2004; Santos et al., 2021; Tolmasquim et al., 2021; Dutra e Menezes, 2022). A primeira delas foi a instituição da Consulta Pública nº 033/2017 do Ministério de Minas e Energia (MME), que, dentre outras medidas, resultou na organização de um Grupo de Trabalho para conduzir a modernização (GT Modernização) do marco regulatório do SEB por meio da Portaria MME nº 187/2019. As atividades do GT Modernização culminaram com a publicação de um relatório final (MME, 2019), cujos principais pontos se encontram atualmente em fase de tramitação na Câmara dos Deputados na figura do Projeto de Lei 414/2021 (Brasil, 2021), que aborda, dentre outros, a modernização do mecanismo de formação de preço de energia¹.

No Brasil, o modelo de precificação vigente, usualmente chamado “por custos auditados”, é baseado na execução de uma cadeia de modelos de otimização eletroenergética pelos operadores de mercado e do sistema para calcular o preço da energia usando informações “auditadas” dos custos de geração dos agentes (Maceira et al., 2018; Santos et al., 2020). Por outro lado, a formação de preços chamada de “por oferta” foi colocada à mesa para discussão como uma alternativa ao modelo atual, pois promoveria aumento da eficiência econômica ao preço da energia elétrica e melhoraria a resposta da demanda à oferta (Munoz et al., 2018; Glachant, Joskow e Pollitt, 2021). Na dinâmica comercial e operativa do formato “por oferta”, os agentes manifestam sua disposição a suprir energia a partir da oferta de uma curva de suprimento (Ribeiro et al., 2023; Anderson e Philpott, 2002; Rudkevich, 2005). Essa curva indica os preços mínimos que eles estão dispostos a receber por cada unidade

¹Uma extensa revisão dos principais mecanismos de formação de preço e classes de produtos negociados em diferentes mercados ao redor do globo pode ser encontrado em (Glachant, Joskow e Pollitt, 2021)

de energia produzida por seus geradores e as respectivas quantidades máximas a cada segmento da curva. Com isso, espera-se que as ofertas reflitam, entre outros fatores, os custos de oportunidade sobre o recurso disponível e seu perfil de aversão ao risco (Fanzeres, Street e Pozo, 2020; Cruz et al., 2016). A partir da coleção de ofertas de cada participante, o preço da energia e o ponto operativo do sistema são calculados pelo operador de mercado e do sistema, respectivamente (Gabriel et al., 2013).

Neste sentido, a fim de prover suporte às discussões de modernização do SEB, nesta dissertação, será estudado o impacto de uma mudança na dinâmica de precificação e operação do sistema brasileiro para o formato “por oferta”. O foco será destinado ao problema de operação e liquidação do chamado mercado de curtíssimo prazo, isto é, para o dia seguinte. Para tanto, será proposta uma modelagem para o processo decisório dos agentes para definição das ofertas de curva de suprimento ótimas de forma a maximizar suas receitas líquidas (Fanzeres, Ahmed e Street, 2019; Pereira et al., 2005; Ruiz e Conejo, 2009). Tais ofertas serão submetidas a um desenho de mercado-operação similar ao contexto institucional e regulatório brasileiro atual, em que o preço é definido *ex-ante* pelo operador do mercado, com base na cadeia de modelos de otimização, e a liquidação se dá pelo despacho verificado *ex-post*, que tipicamente segue as diretrizes definidas pelo operador da rede. A diferença, portanto, será dada pela possibilidade dos agentes ofertarem os próprios preços e quantidades, em detrimento ao formato atual baseado em informações auditadas. Mais especificamente, será considerada uma estrutura de precificação uniforme e zonal (Krishna, 2009), remontando os atuais submercados de energia, e um processo de especificação do ponto operativo para o dia seguinte, dada uma representação nodal, mais detalhada, da rede (Vlachos e Biskas, 2021; Hogan, 1999). Ademais, as restrições físicas do sistema (e.g., balanço hídrico, cascatas de hidrelétricas, limitações operativas de usinas) serão representadas em ambos os modelos de mercado e de operação. Matematicamente, o modelo proposto é dado por um problema bínivel, cujo nível superior busca a oferta de preço e quantidade que maximiza a receita de um competidor, sujeito ao nível inferior que minimiza o custo de operação em rede completa (operação) e simplificada (mercado) (Fanzeres, Street e Pozo, 2020; Fanzeres, Ahmed e Street, 2019; Pereira et al., 2005).

Posteriormente, será apresentada uma metodologia para avaliar pontos de equilíbrio neste mercado a partir do conceito de Teoria dos Jogos Não-Cooperativos e Equilíbrio de Nash (Nash, 1951; Fanzeres, Street e Pozo, 2020; Barroso et al., 2006). Conceitualmente, um conjunto de decisões/ações/estratégias (e.g., ofertas no mercado de energia) de agentes participantes de um

mercado é classificada como *Equilíbrio de Nash* se nenhum dos agentes pode melhorar sua receita advinda do mercado modificando apenas sua oferta e os competidores rivais “jogando” o equilíbrio. Desta forma, o Equilíbrio de Nash representa um estado competitivo do mercado em que nenhum agente possui incentivo para modificar sua ação estratégica e desviar unilateralmente dele, indicando um importante ponto de convergência para análise do mercado. Desta forma, a metodologia proposta permite emular a dinâmica de mercado, refletindo o comportamento racional dos competidores e seus impactos econômico-financeiros e operativos. Desta forma, reguladores e operadores de mercado e do sistema podem utilizar este arcabouço metodológico para inferir estados econômicos de equilíbrio do sistema, permitindo ajustes regulatórios do desenho de mercado/operação, e monitoramento das atividades dos agentes. Nesta dissertação, iremos utilizar um algoritmo iterativo baseado no método Gauss-Seidel para obter um ponto de Equilíbrio de Nash (Nie, Tang e Xu, 2021; Gabriel et al., 2013).

Por fim, um experimento numérico será apresentado a partir de dois estudos de caso: (i) caso ilustrativo de 3 barras; e (ii) caso representativo do sistema brasileiro, baseado em dados oficiais do dia 06 de outubro de 2023. Análises e *insights* a respeito do equilíbrio encontrado serão apresentados e discutidos para ambos os casos. Também será realizada uma comparação do ponto operativo do sistema e das receitas dos competidores com dois possíveis *benchmarks* de desenho de mercado-operação: (i) “por custos auditados”, e (ii) equilíbrio competitivo. Dessa forma, a metodologia proposta permite a intensificação das discussões acerca da modernização do SEB no âmbito de uma mudança da dinâmica de operação e precificação do sistema, com evidências empíricas usando dados reais.

1.1

Objetivos e Contribuição da Dissertação

Esta dissertação possui como principais objetivos e contribuições:

1. Modelar o processo decisório para ofertas de curva de suprimento ótimas por parte de agentes competidores em um mercado de energia elétrica com preço formado por ofertas, sob um desenho de mercado-operação similar ao contexto regulatório atual do Brasil, em que o preço de mercado é definido ex-ante por um “operador do mercado” e as quantidades liquidadas de cada agente são verificadas ex-post sob as diretrizes de um “operador da rede”;

2. Apresentar uma metodologia para avaliar pontos de equilíbrio neste mercado a partir do conceito de Equilíbrio de Nash, emulando sua dinâmica, de modo a refletir o comportamento racional dos competidores e seus impactos econômico-financeiros e operativos;
3. Descrever a modelagem adotada para criar um caso simplificado representativo do SEB, que possibilite a aplicação da metodologia proposta e a análise de aspectos de interesse para o sistema brasileiro real;
4. Aplicar a metodologia proposta em dois estudos de caso, um ilustrativos com 3 barras e outro com base em dados do SEB e de seus agentes, tecendo análises e extraíndo *insights* a respeito do equilíbrio encontrado. O ponto operativo do sistema, bem como as receitas dos competidores, serão comparados com dois *benchmarks*: (i) “por custos auditados”, e (ii) equilíbrio competitivo;
5. Desenvolver um pacote em Julia em código aberto para a resolução do problema modelado no presente trabalho e disponibilizá-lo junto com os dados de entrada utilizados nos experimentos numéricos na plataforma GitHub : <<https://github.com/joaopedrocosta000/NashEquilibriumElectricityMarkets>>.

1.2

Estrutura do Trabalho

A dissertação encontra-se estruturado em cinco seções. Após a seção introdutória, a segunda seção apresenta o referencial teórico que serviu de base para este trabalho. Na terceira seção, voltada para a apresentação da metodologia utilizada, são modelados os problemas tratados pelo operador da rede e operador do mercado, bem como o problema tratado pelos agentes competidores que precisam definir suas estratégias. Adicionalmente, o método iterativo para determinação do ponto de equilíbrio baseado no conceito de Equilíbrio de Nash é apresentado e definido. Na quarta seção, é apresentada a aplicação da metodologia proposta a um caso-teste, de um sistema com três barras, e a um caso completo, baseado em dados operativos públicos extraídos dos modelos de otimização vigentes no Brasil, de forma a analisar possíveis efeitos da mudança do formato de precificação, comparando os resultados obtidos com os *benchmarks* do estudo, mencionados anteriormente. Por fim, as principais conclusões do estudo são tecidas na quinta seção, com indicação de trabalhos futuros derivados desse tema.

2

Fundamentos de mercados de energia elétrica e o Sistema Elétrico Brasileiro

2.1

Operação e formação de preços vigente no Brasil

No SEB, a cadeia de modelos de otimização energética, centrada nos modelos NEWAVE, DECOMP e DESSEM, é responsável pelo despacho e formação de preço (Helseth e Melo, 2020). Os três modelos são integrados com uma grande cadeia de ferramentas auxiliares que ajudam a especificar o estado do sistema para a operação (e.g., previsões de afluência, armazenamento, carga do sistema, entre outros.) e, entre si, operam de forma acoplada, gerando saídas que servem de insumo para o modelo seguinte, que reduz o horizonte de análise e amplia o detalhamento da representação do problema (Maceira et al., 2018; Santos et al., 2020). Por conta das diferentes representações das incertezas, os três modelos são resolvidos matematica- e computacionalmente usando diferentes técnicas.

O despacho e a programação da operação são atividades de responsabilidade do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) e têm como objetivo principal otimizar a utilização dos recursos energéticos disponíveis para atender a demanda com segurança, ao menor custo de operação total (presente e futuro) (Tolmasquim et al., 2021). Por outro lado, a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) tem como atribuição a viabilização e acompanhamento das transações de compra e venda de energia elétrica entre agentes do mercado, cabendo a ela o cálculo do Preço de Liquidação das Diferenças (PLD) (i.e. “preço da energia”), utilizado para precificar os volumes de energia comercializados no Mercado de Curto Prazo, também chamado de Mercado *Spot* (Santos et al., 2021).

Apesar da utilização da mesma cadeia de modelos, há algumas diferenças nos processos de definição do despacho e formação de preço. A CCEE recebe do ONS os dados de entrada dos modelos e promove algumas alterações, retirando, entre outros, as restrições elétricas internas de cada submercado que não afetam o limite de intercâmbio entre submercados, gerando assim preços por submercado (i.e. preços zonais) no modelo DESSEM¹ (Wolak, 2003; Neves et al., 2019; Nametala et al., 2023). Já o despacho, de responsabilidade do ONS, é definido para cada unidade geradora de cada usina, com o maior e mais

¹Com a retirada das restrições mencionadas, os preços se tornam equalizados em todos os nós da região e, portanto, podem ser dados como únicos para cada submercado.

acurado detalhamento possível tanto na representação da unidade geradora como da rede de transmissão e fluxo de potência. Dessa forma, pode-se afirmar que a representação da rede se dá pelo formato nodal² no modelo DESSEM, nesse contexto.

Conforme dito, a cadeia de modelos tem como objetivo a minimização do custo total de operação, com base nas previsões de afluência, armazenamento, carga do sistema, entre outros. Para tal, o ONS e a CCEE³ precisam definir a política ótima com base em uma coleção de dados de entrada do sistema completo (Munhoz, 2021). Entre esses dados, está o Custo Variável Unitário (CVU), que representa, em $R\$/MWh$, o custo de se gerar uma unidade a mais de energia com determinada usina. Os CVUs, por sua vez, são informações auditadas centralizadamente pelo órgão regulador ou monitorador do mercado⁴ (Munoz et al., 2018). Por esse motivo, o modelo vigente de despacho e formação de preços no Brasil é também chamado de modelo “por custos auditados”.

2.2

Formação de preço “por ofertas” ou “por custos auditados”

Com a formação do GT Modernização, descrita na seção 1, ganhou força a discussão sobre alternativas ao modelo de despacho e formação de preço vigente, por se tratar de um assunto estratégico nesse âmbito. No entanto, como toda decisão em termos de elemento de desenho de mercado, não há certo ou errado. Ambos os modelos apresentam prós e contras que precisam ser levados em conta (Ribeiro et al., 2023; Munoz et al., 2018).

A formação de preço “por ofertas” é uma alternativa amplamente adotada internacionalmente, em mercados de países como Estados Unidos (PJM e CAISO), Noruega (Nordpool), Colômbia, Espanha (Mercado Ibérico), Nova Zelândia e México (MME, 2019; PSR e ENGIE, 2021b; Ribeiro et al., 2023). Naturalmente, sua aplicação apresenta diferentes elementos de mercado, que devem atender às especificidades de cada local, diferindo quanto à granularidade temporal e espacial de preços, número de liquidações, ajustes operativos e encargos adotados, estrutura das ofertas e mecanismos para transparência e mitigação do poder de mercado, entre outros (PSR e ENGIE, 2021b).

Um de seus principais pontos positivos é a maior capacidade de aderência ao perfil de risco do competidor individualmente, pois, no modelo “por custos auditados” o critério de aversão ao risco é adotado centralizadamente,

²Por nó da rede, ou seja, por subestação.

³Genericamente, os operadores da Rede e do Mercado, como serão referidos por analogia ao longo do trabalho.

⁴No Brasil, essa atividade é de responsabilidade da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e da CCEE.

para todos os competidores, com vistas à otimização global dos recursos (Hogan, 2014). Na mesma linha, outro ponto positivo da formação de preços “por ofertas” é a alocação individual da responsabilidade, descentralizando a tomada de decisão para os agentes e também garantindo melhores estimativas para informações particulares de cada usina (PSR e ENGIE, 2020). Se por um lado a centralização das previsões e estimativas de dados particulares pode trazer ganho de escala e uniformidade de critérios em sua aplicação, se trata de uma tarefa de grande dificuldade para um sistema de dimensões continentais como o brasileiro. Com isso, uma possível consequência desse movimento de responsabilização dos agentes seria a redução da judicialização do Setor, uma das grandes travas do SEB nos últimos anos (Ribeiro et al., 2023).

Outro lado da dificuldade da coleta de dados e previsão de parâmetros para o sistema completo são possíveis imprecisões que decorrem dessa centralização da tomada de decisão. Decisões no médio e longo prazos, tomadas por meio de modelos que trabalham com maior simplificação de alguns parâmetros podem ser afetadas, levando a um perfil otimista com relação ao valor da água, tomando decisões subótimas e levando ao deplecionamento dos reservatórios além do ideal (Street et al., 2020).

No entanto, o modelo “por custos auditados” lida melhor com as cascatas de usinas hidrelétricas de múltiplos proprietários, que é uma característica muito própria do SEB, por olhar para a otimização de recursos de forma sistêmica. Em cascatas de múltiplos proprietários, as decisões de determinada empresa, como o turbinamento e o vertimento de uma usina, levam mais água a uma usina a jusante, ou o contrário, reduzem os recursos disponíveis para a usina a jusante. Dessa forma, dizemos que a tomada de decisão de uma usina a montante traz uma externalidade para a hidrelétrica a jusante. Para o tratamento adequado dessa condição no modelo “por ofertas” já há soluções na literatura sendo investigadas há anos (Lino et al., 2003; Barroso et al., 2012; Steeger e Rebennack, 2015; PSR e ENGIE, 2020; PSR e ENGIE, 2021a; PSR e ENGIE, 2022a), mas que precisariam ser implantadas e adaptadas, o que não deixa de ser um importante desafio regulatório e de mercado.

De forma geral, para garantir o sucesso do modelo “por ofertas” é necessário que se busque a competição, pois o monitoramento e controle do poder de mercado para coibição de abusos comerciais é um dos principais desafios a serem enfrentados na implantação desse paradigma (Karthikeyan, Raglend e Kothari, 2013). O poder de mercado pode ser definido como a habilidade de um comprador ou vendedor alterar o preço do mercado de seu equilíbrio competitivo, alterando seu ponto de equilíbrio e aumentando sua receita individual (Church e Ware, 2000). No âmbito internacional, o despacho

e formação de preços “por oferta” é um mecanismo amplamente utilizado (MME, 2019), sendo observado em diversos sistemas ao redor do globo como nos EUA, México, Austrália e mercados como o Nordpool, maior mercado Europeu. Naturalmente, a preocupação com o exercício de poder de mercado é comum a todos esses mercados e países e é intrínseca à aplicação desse modelo (Nazaré, Cunha e Bastos, 2019). Em geral, fica a cargo do órgão monitorador de mercado coibir o abuso do poder de mercado, para que não ocorra uma transferência indesejada de renda dos compradores para os vendedores.

No entanto, tal característica não é exclusiva do modelo “por ofertas”. Em Munoz et al. (2018), é feita uma análise ampla de possibilidades de exercício de poder de mercado tanto em mercados com preço formado “por custos auditados”, quanto “por ofertas”, mostrando ainda que a aproximação do preço com o custo marginal em mercados concentrados pode reduzir o bem-estar social. Para o mercado brasileiro, Fehr e Wolak (2003) analisaram em 2003 o novo marco regulatório que estava sendo discutido, minimizando a possibilidade de exercício de poder de mercado em mercados forward e reforçando tal possibilidade em mercados “por oferta”. No entanto, em Munhoz (2021), uma extensa discussão é realizada a respeito da observação e potencial ocorrência de exercício de poder de mercado no Brasil nos últimos anos, apresentando evidências empíricas de tal fato.

Desta forma, a possível mudança no mecanismo de formação de preço no Brasil com o objetivo de modernizar o Setor e buscar práticas que incentivem a competição, implica a necessidade de estudos prévios para auxiliar o processo de transição e a definição do desenho de mercado adequado à realidade brasileira.

Para o monitoramento do mercado, análises *ex-ante* e *ex-post* podem ser conduzidas (Pham, 2019). A segunda abordagem é feita com base nos dados históricos, enquanto a primeira se utiliza de simulações e de indicadores para prospectar cenários e comportamentos do mercado. Entre as metodologias de análise *ex-ante*, se destaca o uso de Modelos de Equilíbrio, que simulam o comportamento racional dos competidores e encontram um chamado ponto de equilíbrio. Nessa classe de estudos, é comum a modelagem e discriminação dos competidores por formadores de preço ou *price-maker*, ou seja, com poder de influenciar os preços por conta de seu peso na divisão do mercado, ou por tomadores de preço ou *price-taker* (Fanzeres, Street e Pozo, 2020). É preciso ressaltar, no entanto, que tal discriminação não se trata de um elemento do desenho de mercado, mas, sim, metodológico da modelagem adotada para simular os mercados em estudos de equilíbrio. Ou seja, no geral, todos os competidores são capazes de ofertar em mercados com preço

formado “por ofertas”, mas, na prática, os competidores *price-taker*, por não ter capacidade de alterar o equilíbrio do mercado, podem, por simplificação, ter suas ofertas aproximadas por sua capacidade máxima de geração e custos variáveis de geração. Isso se deve ao fato de que suas ofertas ótimas são, de fato, dadas por suas capacidades máximas e custos variáveis de geração. Dessa forma, a classificação dos competidores costuma ser chave para o sucesso da análise, pois apresenta um *tradeoff* entre o detalhamento do problema e o custo computacional envolvido. Essa escolha nem sempre é trivial, por nem sempre poder ser baseada em critérios objetivos, fixos ou pré-estabelecidos. Tipicamente, costuma-se adotar métricas de concentração de mercado para escolher os competidores a serem modelados como *price-maker* (Karthikeyan, Raglend e Kothari, 2013).

2.3

O Equilíbrio de Nash

O Equilíbrio de Nash (EN) vem sendo amplamente utilizado em estudos sobre mercados de energia elétrica (Kelman, Barroso e Pereira, 2001; Barroso et al., 2006; Pozo, Sauma e Contreras, 2017; Fanzeres, Street e Pozo, 2020; PSR e ENGIE, 2022b) e tem seus conceitos baseados na Teoria dos Jogos Não-Cooperativos (Fujiwara-Greve, 2015), nos quais os competidores montam sua estratégia em benefício próprio. O objetivo do EN é encontrar um par preço/quantidade para cada competidor, de tal forma que nenhum deles tenha incentivos para alterar sua oferta quando alcançado o equilíbrio, ou seja, partindo do equilíbrio, quando um competidor altera sua oferta, permanecendo os demais no equilíbrio, seu resultado piora - e isso vale para todos os competidores (Nash, 1951). Apesar de, na realidade, as curvas de oferta relacionarem preços e quantidades ofertadas, a literatura de modelos de equilíbrio também costuma modelar a aplicação do EN a mercados de energia como um caso particular, chamado Competição de Cournot, em que a competição ocorre apenas pelas quantidades, com preços dados pelos custos marginais de geração (Borenstein, Bushnell e Knittel, 1998; Hobbs, 2001; Contreras, Klusch e Krawczyk, 2004; Fanzeres, Street e Pozo, 2020). Dessa forma, as principais possibilidades de uso do Equilíbrio de Nash aplicado a mercados de energia elétrica são para a definição da estratégia ótima de oferta do competidor (Barroso et al., 2006; Cruz et al., 2016) e o monitoramento do exercício unilateral de poder de mercado por parte de órgãos monitoradores (Ribeiro et al., 2023; Borenstein, Bushnell e Knittel, 1998).

2.4

Agregação de preços: nodal x zonal

No que tange o desenho do mercado, a forma de agregação dos preços da energia é um elemento relevante para a garantia da sua competitividade e da alocação eficiente dos recursos, tanto no curto quanto no longo-prazo (Ding e Fuller, 2005). Com relação à gestão do congestionamento da rede no mercado de curto e curtíssimo prazo, preços nodais traduzem melhor os custos de oportunidade do sistema, evidenciando os pontos de maior gargalo e gerando incentivos para a expansão da transmissão no longo prazo (Lété, Smeers e Papavasiliou, 2022), horizonte dos problemas de planejamento da expansão.

Nesse horizonte, a especificação incorreta das zonas pode levar à sinalização econômica equivocada para a expansão da geração, gerando ineficiências e impactando negativamente a maximização do bem estar social do mercado (Grimm et al., 2017; Perez-Arriaga e Olmos, 2005; Oggioni e Smeers, 2013). No contexto da definição de políticas e elementos de desenho de mercado, são fundamentais análises detalhadas levando em conta as particularidades de cada mercado, visando a compatibilização entre curto e longo prazos (Grimm et al., 2021).

No caso do Brasil, um país de dimensões continentais, com uma malha de transmissão que supera os 270.000 km, segundo dados do ONS, o uso do modelo DESSEM, que modela a rede completa, seria capaz de prover preços nodais, visto que o ONS calcula e fornece preços⁵ semi-horários por barra. No entanto, por uma questão de desenho de mercado adotado, os PLDs horários são dados por submercados (zonas) por meio das alterações nos decks de entrada do DESSEM citadas na subseção 2.1, mesmo sendo o DESSEM capaz de fornecer preços por zonas por meio da agregação ponderada de barras, como mostrado em Santos et al. (2020).

É amplamente reconhecido que a precificação por zonas resulta em vários tipos de ineficiências (Lété, Smeers e Papavasiliou, 2022), por não apresentar um sinal econômico adequado. Por outro lado, se ressalta a alta complexidade política e administrativa de um sistema de preços nodais. Por consequência, estudos sobre a especificação ótima de zonas de preço vem ganhando destaque na literatura (Grimm et al., 2017).

⁵Custos marginais de operação (CMOs).

3

Metodologia – Estratégia Ótima em Mercados por Oferta e Equilíbrio de Nash

Conforme abordado no capítulo 2, a possível mudança no mecanismo de formação de preço no Brasil implica a necessidade de estudos prévios para auxiliar o processo de transição e a definição do desenho de mercado adequado à realidade brasileira. Naturalmente, uma modalidade de estudos que emerge da necessidade de se entender o ambiente competitivo brasileiro sob o paradigma da formação de preços por oferta é o uso de modelos de equilíbrio.

Para o estudo do equilíbrio de um mercado de dia seguinte com preço formado por ofertas e com base hidrotérmica, como o brasileiro, se faz necessário um modelo capaz de refletir o processo decisório dos agentes competidores, bem como o processo de *clearing* adotado, emulando seu funcionamento real. No entanto, a definição de um modelo desta natureza não é direta, visto que todos os competidores desejam maximizar seu fluxo financeiro simultaneamente e de maneira não-cooperativa, sem saber as ofertas dos adversários, enquanto os operadores da Rede e do Mercado visam a minimização do custo de operação para atendimento da demanda do sistema com modicidade tarifária advinda dos preços de energia. Em outras palavras, a definição das ofertas ótimas dos competidores, visando a maximização de suas receitas, depende do preço de fechamento do mercado, enquanto o preço de fechamento do mercado, por sua vez, depende das próprias ofertas dos competidores.

Desta forma, uma das contribuições desta dissertação é a proposta de uma modelagem do processo decisório de um agente em um mercado de energia com preço formado por ofertas como um problema de otimização em dois níveis, em que o nível superior busca maximizar a receita do competidor, sujeito ao nível inferior, em que os operadores da Rede e do Mercado definem o ponto de operação e liquidam o mercado, respectivamente, levando em consideração as ofertas de todos os participantes. Nesta seção, iremos detalhar tais problemas, apresentando os problemas da operação da rede (Subseção 3.1), do mercado (Subseção 3.2) e do agente (Subseção 3.3). Por fim, na Subseção 3.4, detalhamos o procedimento numérico e algorítmico para identificar um ponto que representa Equilíbrio de Nash a partir do método de Gauss-Seidel.

3.1

O Problema do Operador da Rede

O despacho físico do sistema, ou seja, a definição de quanto e quando cada gerador irá de fato gerar é de responsabilidade do Operador do Sistema ou da Rede¹ e é consequência das ofertas de preço-quantidade recebidas, que são empilhadas da mais barata para a mais cara (ordem de mérito) e cruzadas com a curva de demanda, observando o atendimento às restrições operativas. Para a definição do despacho, o Operador da Rede deve definir os montantes de energia a serem produzidos por cada gerador, visando a minimização do custo de operação e observando as restrições físicas do sistema como a representação de rede completa e detalhada, ou seja, todas as subestações, geradores e linhas de transmissão do sistema. Adicionalmente, foram consideradas neste problema restrições ligadas às rampas de subida e descida para a geração das usinas e às variáveis hidráulicas, como a cascata de usinas hidrelétricas (com tempo de viagem entre as usinas), balanço hídrico e volumes mínimos e máximos.

Matematicamente, para um conjunto $\mathcal{J} \triangleq \{1, 2, \dots, J\}$ de geradores hidrelétricos e $\mathcal{I} \triangleq \{1, 2, \dots, I\}$ de geradores termelétricos, sejam a matriz de preços ofertados,

$$\Lambda \triangleq [\Lambda^H, \Lambda^T] \text{ com } \Lambda^H = [\lambda_{1,t}^H, \lambda_{2,t}^H, \dots, \lambda_{J,t}^H] \text{ e } \Lambda^T = [\lambda_{1,t}^T, \lambda_{2,t}^T, \dots, \lambda_{I,t}^T],$$

e a matriz de quantidades ofertadas

$$M \triangleq [M^H, M^T] \text{ com } M^H = [\mu_{1,t}^H, \mu_{2,t}^H, \dots, \mu_{J,t}^H] \text{ e } M^T = [\mu_{1,t}^T, \mu_{2,t}^T, \dots, \mu_{I,t}^T].$$

O problema de otimização a ser resolvido pelo Operador da Rede para um mercado de dia seguinte com etapas de liquidação horária, ou seja, cada período $t \in \mathcal{T}$, em um sistema com um conjunto $b \in \mathcal{B}$ de barras e $l \in \mathcal{L}$ de linhas dada uma demanda inelástica² $D_{b,t}$ alocada em cada barra para cada instante de tempo, define a geração de cada gerador hidrelétrico e térmico (respectivamente $g_{j,t}^G$ e $p_{i,t}^G$), o vertimento $s_{j,t}^G$, turbinamento $q_{j,t}^G$ e volume $v_{j,t}^G$ de cada usina hidrelétrica, os fluxos nas linhas $f_{l,t}^G$, o déficit por barra $\delta_{b,t}^G$ e os ângulos das tensões nas barras $\theta_{b,t}^G$ para cada instante de tempo, podendo ser

¹Comumente chamado de *Independent System Operator (ISO)* quando opera o sistema e não detém ativos de transmissão e geração ou *Transmission System Operator (TSO)* quando opera o sistema e também é proprietário de ativos de geração e transmissão.

²Não varia com o preço.

escrito como:

$$\underset{\substack{g^G, p^G, f^G, \\ \delta^G, \theta^G, \\ v^G, q^G, s^G}}{\text{Minimizar}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[\sum_{j \in \mathcal{J}} \Lambda_{j,t}^H g_{j,t}^G + \sum_{i \in \mathcal{I}} \Lambda_{i,t}^T p_{i,t}^G + \sum_{b \in \mathcal{B}} C^d \delta_{b,t}^G \right] - \sum_{j \in \mathcal{J}} \left[(v_{j,T}^G - v_{j,0}^G) \gamma_j \right] \quad (3-1)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in \mathcal{J}^b} g_{j,t}^G + \sum_{i \in \mathcal{I}^b} p_{i,t}^G + \sum_{l \in \mathcal{L} | \text{to}(l)=b} f_{l,t}^G - \sum_{l \in \mathcal{L} | \text{fr}(l)=b} f_{l,t}^G = D_{b,t} - \delta_{b,t}^G, \quad \rightarrow \pi_{b,t}^G \quad \forall b \in \mathcal{B}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-2)$$

$$0 \leq \delta_{b,t}^G \leq D_{b,t}, \quad \forall b \in \mathcal{B}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-3)$$

$$\underline{F}_l \leq f_{l,t}^G \leq \overline{F}_l, \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-4)$$

$$f_{l,t}^G = \frac{1}{x_l} (\theta_{\text{fr}(l),t}^G - \theta_{\text{to}(l),t}^G), \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-5)$$

$$\underline{Q}_{i,t}^T \leq p_{i,t}^G \leq M_{i,t}^T, \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-6)$$

$$\underline{Q}_{j,t}^H \leq g_{j,t}^G \leq M_{j,t}^H, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-7)$$

$$p_{i,t}^G - p_{i,t-1}^G \leq \overline{R}_i^T, \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-8)$$

$$p_{i,t-1}^G - p_{i,t}^G \leq \underline{R}_i^T, \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-9)$$

$$g_{j,t}^G - g_{j,t-1}^G \leq \overline{R}_j^H, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-10)$$

$$g_{j,t-1}^G - g_{j,t}^G \leq \underline{R}_j^H, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-11)$$

$$\underline{V}_j \leq v_{j,t}^G \leq \overline{V}_j, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-12)$$

$$0 \leq q_{j,t}^G, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-13)$$

$$0 \leq s_{j,t}^G, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-14)$$

$$v_{j,t+1}^G = v_{j,t}^G - \xi \left[q_{j,t}^G + s_{j,t}^G - Y_{j,t} - \sum_{m \in \Omega_{M_j}} (q_{m,t-\tau_{mj}}^G + s_{m,t-\tau_{mj}}^G) \right], \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-15)$$

$$g_{j,t}^G = \rho_j q_{j,t}^G, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}. \quad (3-16)$$

O problema (3-1)–(3-16) é da classe de Programação Linear, onde são definidas as variáveis de decisão relacionadas ao problema do Operador da Rede, identificadas com sobrescrito G , cujo espaço de solução depende das matrizes de ofertas de preço e quantidade $\mathbf{\Lambda}$ e \mathbf{M} . Conforme dito, neste problema, a rede é representada de forma completa, com o fluxo nas linhas modelado pelo fluxo em corrente contínua (CC), como na equação (3-5). As quantidades de produção definidas $g_{j,t}^G$ e $p_{i,t}^G$ para cada gerador e período devem respeitar os limites inferiores dados pelas quantidades mínimas de geração de cada usina, \underline{Q}_j^H e \underline{Q}_i^T , e superiores, $M_{j,t}^H$ e $M_{i,t}^T$, dados pelas suas ofertas,

conforme visto nas restrições (3-6) e (3-7). As restrições (3-8) -(3-11) modelam as rampas de subida e descida de geração, limitadas por seus valores máximos \overline{R}_j^H , \overline{R}_i^T , \underline{R}_j^H , \underline{R}_i^T , respectivamente.

No âmbito das variáveis hídricas, as restrições (3-12) a (3-16) tratam da limitação do volume de cada usina a cada período $v_{j,t}^G$ por seus valores máximos e mínimos \overline{V}_j e \underline{V}_j , da limitação inferior em 0 do turbinamento $q_{j,t}^G$ e vertimento $s_{j,t}^G$ das usinas e da conversão do turbinamento $q_{j,t}^G$ (em m^3/s) para geração (em MWh), ao multiplicá-lo pela produtibilidade da usina ρ_j . A equação (3-15) representa o balanço hidráulico de cada reservatório do sistema. Nessa equação, a parcela $\sum_{m \in \Omega_{M_j}} (q_{m,t-\tau_{mj}} + s_{m,t-\tau_{mj}})$ modela o turbinamento e vertimento de cada usina m do conjunto Ω_{M_j} de usinas à montante de j , levando em conta o tempo de viagem τ_{mj} da água da usina m até a usina j à jusante. Ainda na equação (3-15), o parâmetro de entrada $Y_{j,t}$ trata a afluência lateral (em m^3/s) recebida pelo reservatório j a cada período t e a constante ξ de transformação de turbinamento para armazenamento trata da conversão de $1 \frac{m^3}{s}$ para hm^3 em um período de 1 hora e vale, para o presente estudo³, $\xi = 0,0036 \text{ } hm^3/\frac{m^3}{s}$.

Por fim, nota-se que a função objetivo apresenta a minimização custo total de operação em três parcelas, para todo o horizonte de operação $t \in \mathcal{T}$: (i) $\sum_{j \in \mathcal{J}} \Lambda_{j,t}^H g_{j,t}^G$ que trata do custo de operação de usinas hidrelétricas, pela multiplicação do preço ofertado pela geração liquidada; (ii) $\sum_{i \in \mathcal{I}} \Lambda_{i,t}^T p_{i,t}^G$ que trata do custo de operação de usinas termelétricas, analogamente às hidrelétricas; e (iii) $\sum_{b \in \mathcal{B}} C^d \delta_{b,t}^G$ que trata do custo de déficit, quando há acionamento do mecanismo de corte de carga nas barras do sistema. Ainda, pode-se observar uma quarta parcela dada por $-\sum_{j \in \mathcal{J}} [(v_{j,T}^G - v_{j,0}^G) \gamma_j]$, em que o parâmetro γ_j é dado de entrada do modelo e representa o valor em $R\$/hm^3$ para cada reservatório, buscando recompensar variações positivas nos volumes dos reservatórios e evitar o “efeito do fim do mundo”⁴ no modelo. Esse valor pode ser obtido ao se multiplicar o valor da água ν_j em $R\$/\frac{m^3}{s}$ pela produtibilidade acumulada ρc_j da usina considerando sua posição na cascata⁵ e dividir pela constante ξ , ou seja, para o presente estudo foi adotado $\gamma_j = \frac{\rho c_j \nu_j}{\xi}$. O valor da água ν_j , por sua vez, traz um sinal econômico relacionado à função de custo futuro, tipicamente resultado de simulações com horizontes

³Em estudos com períodos semi-horários (30 minutos), por exemplo, basta dividir seu valor por 2, ou seja, $\xi = 0,0018 \text{ } hm^3/\frac{m^3}{s}$.

⁴Ocorre no(s) último(s) período(s) do modelo quando não há informação sobre horizontes mais amplos, permitindo o consumo de todos os melhores recursos disponíveis em $t \in \mathcal{T}$.

⁵Para uma usina no final da cascata, temos $\rho = \rho c$ e para uma usina de cabeceira temos $\rho c \geq \rho$, visto que a água armazenada na cabeceira da cascata gerará energia em todas as usinas à jusante após ser turbinada por elas. Com isso, o parâmetro ρc é capaz de auxiliar na valoração adequada do recurso hídrico.

temporais mais longos, em que a água armazenada no reservatório é valorada pelo custo evitado de geração termelétrica no futuro, segundo a política ótima adotada para uma dada previsão de afluência futura. Por conta das limitações do estudo, o valor da água ν_j de todas as usinas é recebido como parâmetro de entrada do problema e, na aplicação numérica a ser apresentada posteriormente, é proveniente dos problemas de maior horizonte da cadeia de modelos de otimização aplicados ao planejamento e programação da operação (i.e. NEWAVE e DECOMP). Para tal, foi assumido que as variações nos volumes dos reservatórios possíveis para um horizonte de 24 horas são pequenas a ponto de possibilitar a utilização de um único corte da função de custo futuro.

Por fim, destaca-se que o problema (3-1)–(3-16) é linear e contínuo, portanto a dualidade forte é válida. Neste sentido, para uma coleção de ofertas (Λ, M) do mercado, seja $\mathcal{M}^G(\Lambda, M)$ o conjunto das seguintes soluções ótimas primais e duais de (3-1)–(3-16).

$$\mathcal{M}^G(\Lambda, M) \triangleq \left\{ (g^G, p^G, \pi^G) \in \mathbb{R}^J \times \mathbb{R}^I \times \mathbb{R}^B \mid \right. \\ \left. (g^G, p^G, \pi^G) \text{ resolve (3-1) - (3-16)} \right\}. \quad (3-17)$$

Sem perdas de generalidade, para toda oferta dos competidores (Λ, M) , iremos assumir que $\mathcal{M}^G(\Lambda, M)$ é não-vazio. Conceitualmente, estamos assumindo que sempre haverá uma solução para o operador da rede independente da oferta dos competidores.

3.2

O Problema do Operador do Mercado

Além do Operador da Rede, que gerencia a congestão da rede e define o despacho físico do sistema, há também o Operador do Mercado, responsável por monitorar e liquidar o mercado. A discussão entre detalhamento \times simplificação da modelagem da rede para a liquidação do mercado é ampla e apresenta diferentes vertentes. Por um lado, a representação detalhada da rede permite que o Operador do Mercado receba ofertas mais simplificadas, visto que o detalhamento é centralizado na liquidação do mercado, mas tende a centralizar a modelagem e tomada de decisão, o que, de certa forma, vai de encontro às premissas de mercados liberalizados. Por outro lado, a representação simplificada da rede também simplifica o entendimento sobre o funcionamento e a modelagem do mercado, mas exige que as ofertas dos competidores internalizem o detalhamento da rede e suas características individuais ou exige a criação de mercados com outros produtos ligados à

gestão da congestão da rede. De forma geral, mercados americanos costumam adotar a modelagem detalhada da rede, enquanto mercados europeus tendem a preferir a modelagem simplificada da rede (Ribeiro et al., 2023). Por premissa do desenho de mercado adotado para este estudo, o problema tratado pelo Operador do Mercado deve ser simplificado na representação da rede, contando com menos restrições físicas do sistema, como as rampas de geração⁶. No entanto, optou-se por manter as restrições hidráulicas na modelagem do Operador do Mercado, dada a relevância de tal recurso para o Brasil, tanto em termos energéticos quanto para usos consuntivos, e toda a regulação existente, contando com atuação intensiva da Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA).

Com isso, a rede é modelada por um conjunto $z \in \mathcal{Z}$ de zonas, que remontam aos submercados existentes no Brasil, e o conjunto $e \in \mathcal{E}$ de intercâmbios entre elas, modeladas pelo Modelo de Transporte⁷. Assim, para um conjunto de ofertas dos competidores $(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{M})$, o problema de *clearing* tratado pelo Operador do Mercado, para um mercado com as mesmas características apresentadas anteriormente no problema do Operador da Rede, pode ser definido como:

$$\underset{\substack{g^M, p^M, \\ f^M, \delta^M, \\ v^M, q^M, s^M}}{\text{Minimizar}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[\sum_{j \in \mathcal{J}} \Lambda_{j,t}^H g_{j,t}^M + \sum_{i \in \mathcal{I}} \Lambda_{i,t}^T p_{i,t}^M + \sum_{z \in \mathcal{Z}} C^d \delta_{z,t}^M \right] - \sum_{j \in \mathcal{J}} \left[(v_{j,T}^M - v_{j,0}^M) \gamma_j \right] \quad (3-18)$$

sujeito a:

$$\sum_{j \in \mathcal{J}^z} g_{j,t}^M + \sum_{i \in \mathcal{I}^z} p_{i,t}^M + \sum_{e \in \mathcal{E} | \text{to}(e)=z} f_{e,t}^M - \sum_{e \in \mathcal{E} | \text{fr}(e)=z} f_{e,t}^M = D_{z,t} - \delta_{z,t}^M, \quad \rightarrow \pi_{z,t}^M \quad \forall z \in \mathcal{Z}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-19)$$

$$0 \leq \delta_{z,t}^M \leq D_{z,t}, \quad \forall z \in \mathcal{Z}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-20)$$

$$\underline{F}_e \leq f_{e,t}^M \leq \overline{F}_e, \quad \forall e \in \mathcal{E}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-21)$$

$$\underline{Q}_{i,t}^T \leq p_{i,t}^M \leq \overline{Q}_{i,t}^T, \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-22)$$

$$\underline{Q}_{j,t}^H \leq g_{j,t}^M \leq \overline{Q}_{j,t}^H, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-23)$$

$$\underline{V}_j \leq v_{j,t}^M \leq \overline{V}_j, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-24)$$

$$0 \leq q_{j,t}^M, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-25)$$

$$0 \leq s_{j,t}^M, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-26)$$

⁶Há de se ressaltar que, hoje, a modelagem de rede adotada pela CCEE no Brasil traz a representação de rampas de geração, bem como o *unit commitment* (UC) de usinas termelétricas, não abordado no presente trabalho por simplificação.

⁷Não apresenta a Segunda Lei de Kirchhoff, como na equação (3-5) da Subseção 3.1

$$v_{j,t+1}^M = v_{j,t}^M - \xi \left[q_{j,t}^M + s_{j,t}^M - Y_{j,t} - \sum_{m \in \Omega_{M_j}} (q_{m,t-\tau_{mj}}^M + s_{m,t-\tau_{mj}}^M) \right],$$

$$\forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}; \quad (3-27)$$

$$g_{j,t}^M = \rho_j q_{j,t}^M, \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}. \quad (3-28)$$

O problema (3-18)–(3-28) é da classe de Programação Linear. De forma análoga ao problema do Operador da Rede, por meio deste problema, são calculadas as variáveis de decisão relacionadas ao problema do Operador do Mercado, identificadas com sobrescrito M . Da mesma forma, o espaço de solução depende das matrizes de ofertas de preço e quantidade $\mathbf{\Lambda}$ e \mathbf{M} . Além disso, como (3-18)–(3-28) é também linear e contínuo, dualidade forte também é válida. Então, similar à Subseção 3.1, para uma coleção de ofertas $(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{M})$ do mercado, seja $\mathcal{M}^M(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{M})$ o conjunto das seguintes soluções ótimas primais e duais de (3-18)–(3-28).

$$\mathcal{M}^M(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{M}) \triangleq \left\{ \left(\mathbf{g}^M, \mathbf{p}^M, \boldsymbol{\pi}^M \right) \in \mathbb{R}^J \times \mathbb{R}^I \times \mathbb{R}^Z \mid \right. \\ \left. \left(\mathbf{g}^M, \mathbf{p}^M, \boldsymbol{\pi}^M \right) \text{ resolve (3-18) - (3-28)} \right\}. \quad (3-29)$$

Novamente, assim como em (3-17), iremos assumir que $\mathcal{M}^M(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{M})$ é não-vazio para toda oferta $(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{M})$. As variáveis duais $\pi_{b,t}^G$ e $\pi_{z,t}^M$ das equações de balanço energético (3-2) e (3-19) diferem quanto à agregação da modelagem da rede e representam o valor da energia, dado pelo seu custo de oportunidade, para cada barra b e zona z , para cada período. Ainda, é válido reforçar que apesar de considerada a mesma coleção ofertas de preço e quantidade $\mathbf{\Lambda}$ e \mathbf{M} para ambos os problemas, as variáveis de decisão dos dois problemas não são necessariamente iguais, justamente por conta das diferenças nas representações da rede e, conseqüentemente, nas restrições consideradas, como as rampas de subida e descida.

Visto que ambos os problemas dos operadores da Rede e do Mercado dependem das matrizes $\mathbf{\Lambda}$ e \mathbf{M} , se faz necessário modelar o processo decisório responsável por sua definição: o Problema dos Agentes.

3.3

O Problema dos Agentes

O desafio dos competidores em um mercado de energia elétrica é definir sua estratégia de oferta de forma a garantir a maximização de sua receita líquida, sabendo que os outros competidores também tem o mesmo objetivo.

Assim, em um mercado com preço formado “por ofertas”, cada competidor define para cada usina de sua propriedade um par preço-quantidade para cada instante de tempo, sob a incerteza das ofertas de seus concorrentes e do preço de *clearing* do mercado.

O problema a ser resolvido pelos competidores busca refletir esse processo de tomada de decisão e é focado nas informações e nos ativos de posse de cada competidor, ao contrário dos problemas dos operadores da Rede e do Mercado, que tinham o foco na otimização do sistema como um todo. Por conta dessa característica, no Problema dos Agentes, o universo de geradores hidrelétricos \mathcal{J} e termelétricos \mathcal{I} se resume aos geradores hidrelétricos \mathcal{J}^ψ e termelétricos \mathcal{I}^ψ que pertencem ao competidor ψ . Da mesma forma, seguindo a notação tipicamente utilizada na literatura de Teoria dos Jogos, os conjuntos $\mathcal{I}^{-\psi}$ e $\mathcal{J}^{-\psi}$ definem os geradores que não são propriedade do jogador ψ .

Genericamente, a receita líquida de um agente competidor ψ é dada pela soma das receitas líquidas de suas usinas termelétricas, dadas pelo conjunto \mathcal{I}^ψ , e hidrelétricas, dadas pelo conjunto \mathcal{J}^ψ :

$$R^\psi = \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[\sum_{i \in \mathcal{I}^\psi} R_{i,t} + \sum_{j \in \mathcal{J}^\psi} R_{j,t} \right]. \quad (3-30)$$

As receitas $R_{i,t}$ e $R_{j,t}$ de cada gerador termelétrico $i \in \mathcal{I}^\psi$ e hidrelétrico $j \in \mathcal{J}^\psi$ de sua propriedade, para cada período $t \in \mathcal{T}$, por sua vez, dependem não apenas da sua própria estratégia comercial e operativa traduzida nas ofertas de preço e quantidade $\mathbf{\Lambda}^\psi$ e \mathbf{M}^ψ , mas também das estratégias de ofertas de preço e quantidade $\mathbf{\Lambda}^{-\psi}$ e $\mathbf{M}^{-\psi}$ dos demais competidores, visto que $R_{i,t}$ e $R_{j,t}$ dependem do preço da energia $\pi_{z,t}^M$ na zona $z \in \mathcal{Z}$ em que a usina está alocada⁸, definido pelo Problema do Operador do Mercado, e da geração $p_{i,t}^G$ e $g_{j,t}^G$, liquidada pelo Problema do Operador da Rede, para cada gerador termelétrico e hidrelétrico, respectivamente. Dessa forma, as receitas $R_{i,t}$ e $R_{j,t}$ de cada gerador termelétrico $i \in \mathcal{I}^\psi$ e hidrelétrico $j \in \mathcal{J}^\psi$ de propriedade do competidor ψ , para cada período $t \in \mathcal{T}$, podem ser definidas como:

$$R_{i,t}(\mathbf{\Lambda}^\psi, \mathbf{M}^\psi, \mathbf{\Lambda}^{-\psi}, \mathbf{M}^{-\psi}, \pi_{z,t}^M, p_{i,t}^G) = (\pi_{z,t}^M - c_i^T) p_{i,t}^G; \quad (3-31)$$

$$R_{j,t}(\mathbf{\Lambda}^\psi, \mathbf{M}^\psi, \mathbf{\Lambda}^{-\psi}, \mathbf{M}^{-\psi}, \pi_{z,t}^M, g_{j,t}^G) = \pi_{z,t}^M g_{j,t}^G. \quad (3-32)$$

Sabendo que o objetivo de todos os competidores em um mercado de energia é maximizar sua própria receita líquida no mercado, pode-se definir um problema de maximização da receita de um competidor em um mercado

⁸ Alternativamente, a receita dependeria do preço da energia $\pi_{b,t}^G$ da barra $b \in \mathcal{B}$ em que a usina está alocada, caso fossem adotados preços nodais na remuneração dos competidores.

com preço zonal e remuneração uniforme pelo seguinte *Mathematical Problem with Equilibrium Constraints (MPEC)* (Luo, Pang e Ralph, 2008):

$$\underset{\substack{\mu^H, \mu^T, \lambda^H, \lambda^T \\ p^G, g^G}}{\text{Maximizar}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \left[\sum_{i \in \mathcal{I}^\psi} (\pi_{z,t}^M - c_i^T) p_{i,t}^G + \sum_{j \in \mathcal{J}^\psi} \pi_{z,t}^M g_{j,t}^G \right] \quad (3-33)$$

sujeito a:

$$\underline{Q}_j^H \leq \mu_{j,t}^H \leq \overline{Q}_j^H, \quad \forall j \in \mathcal{J}^\psi, t \in \mathcal{T}; \quad (3-34)$$

$$\underline{Q}_i^T \leq \mu_{i,t}^T \leq \overline{Q}_i^T, \quad \forall i \in \mathcal{I}^\psi, t \in \mathcal{T}; \quad (3-35)$$

$$0 \leq \lambda_{j,t}^H \leq (1 + \eta) \nu_j, \quad \forall j \in \mathcal{J}^\psi, t \in \mathcal{T}; \quad (3-36)$$

$$0 \leq \lambda_{i,t}^T \leq (1 + \eta) c_i^T, \quad \forall i \in \mathcal{I}^\psi, t \in \mathcal{T}; \quad (3-37)$$

$$(\cdot, \cdot, \pi^M) \in \mathcal{M}^M(\Lambda, M); \quad (3-38)$$

$$(g^G, p^G, \cdot) \in \mathcal{M}^G(\Lambda, M). \quad (3-39)$$

Por meio deste problema, são calculados os pares preço-quantidade ótimos para geradores hidrelétricos dados por λ^H e μ^H e para geradores termelétricos dados por λ^T e μ^T . Iremos nos referir daqui em diante à região de ofertas viáveis (i.e., conjunto de ofertas $(\lambda^H, \mu^H, \lambda^T, \mu^T)$ que satisfazem às restrições (3-34)–(3-37)) do jogador ψ como \mathcal{X}^ψ .

Destaca-se que as ofertas de quantidade foram modeladas com limites dados pelas capacidades mínimas e máximas de geração de cada usina em (3-34) e (3-35). As capacidades máximas são tipicamente definidas por restrições físicas das usinas, enquanto as capacidades mínimas podem expressar, entre outros, inflexibilidades permanentes declaradas pelos agentes. No contexto regulatório abordado no presente trabalho, esses parâmetros não são passíveis de alteração frequente como as ofertas. Inflexibilidades temporárias e indisponibilidades poderiam ser internalizadas nas quantidades ofertadas por meio da adoção de segmentos de oferta com preço nulo, por exemplo, mas não foram modeladas nesta dissertação visando a simplificação do problema.

Adicionalmente, é importante sublinhar que, por se tratar de um estudo de curtíssimo prazo, para o dia seguinte, questões relacionadas à adequabilidade do suprimento não fazem parte do escopo, pois são inerentes a problemas de longo prazo. Assim, para o horizonte de estudo deste trabalho, não há garantia de atendimento à carga, dada a utilização de mecanismo de déficit em (3-2) e (3-19). Como (3-34) e (3-35) garantem a possibilidade de ofertas iguais à geração mínima de cada usina, os competidores podem inclusive explorar essa condição para acionar o mecanismo de déficit intencionalmente, deslocando o equilíbrio do mercado e aumentando sua receita, o que é previsto em estudos

desse tipo (PSR e ENGIE, 2022b). Em mercados por oferta reais, os Operadores da Rede e do Mercado devem ser dotados de mecanismos que garantam o suprimento o energético no curto prazo e impeçam a retenção de ofertas de quantidade para a manipulação do equilíbrio do mercado e exercício de poder de mercado (Ribeiro et al., 2023).

Com relação aos preços ofertados, estes foram limitados inferiormente por 0 e superiormente por uma faixa percentual de η acima dos custos variáveis unitários c_i das usinas termelétricas e do valor da água ν_j das usinas hidrelétricas. Analogamente às quantidades mínimas e máximas de geração tratadas anteriormente, os custos variáveis unitários são parâmetros fixos definidos por características técnicas das usinas e são valores acima dos quais se admite pequenas flutuações, além de serem permitidos preços inferiores, o que incentiva a competição e a redução de custos de geração.

As equações (3-38) e (3-39) representam a ligação entre os problemas do Agente e dos operadores da Rede e do Mercado, visto que os montantes de geração liquidada \mathbf{g}^G e \mathbf{p}^G são variáveis de decisão cuja solução pertence ao espaço de solução $\mathcal{M}^G(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{M})$ do Problema do Operador da Rede e o preço zonal $\boldsymbol{\pi}^M$ é uma variável de decisão cuja solução pertence ao espaço de solução $\mathcal{M}^M(\mathbf{\Lambda}, \mathbf{M})$ do Problema do Operador do Mercado, conforme mencionado anteriormente. Assim, o problema completo pode ser definido por um problema binível, onde o nível superior é dado por (3-33) – (3-37) e o nível inferior pode ser representado pela combinação das condições de otimalidade dos problemas dos Operadores de Rede e Mercado. Nesta dissertação, esta combinação foi operacionalizada pela construção de um problema de nível inferior único constituído pela soma de (3-1) e (3-18) na função objetivo e pela enumeração de todas restrições (3-2) – (3-16) e (3-19) – 3-28, visto que os problemas do Operador da Rede e do Operador do Mercado são disjuntos. Assim, as condições de otimalidade do problema conjunto são equivalentes às dos problemas separados.

Por fim, para representar, portanto, estas condições de otimalidade, fazemos uso do fato de tanto (3-1)–(3-16) quanto (3-18)–(3-28) serem lineares e contínuos. Desta forma, podemos escrever o conjunto otimal \mathcal{M}^G e \mathcal{M}^M utilizando as *Condições de Karush-Kuhn-Tucker* (KKT), transformando o problema binível em um problema de único nível. Um ponto importante desta representação é a presença de restrições não-convexas advindas das condições de complementaridade de folgas. Para lidar com este desafio, podemos aplicar a linearização por Fortuny-Amat e McCarl (Fortuny-Amat e McCarl, 1981), como feito em (Pereira et al., 2005; Barroso et al., 2006; Ruiz e Conejo, 2009; Fanzeres, Ahmed e Street, 2019; Fanzeres, Street e Pozo, 2020), em que as

condições de complementariedade são reescritas por meio da introdução de constantes grandes o suficiente para a dimensão do problema, conhecidas como *big numbers* (Pineda e Morales, 2019). Além disso, a função objetivo (3-33) do problema do agente é bi-linear devido à multiplicação de variáveis de decisão. Novamente, lançamos mão da abordagem similar à utilizada em (Pereira et al., 2005; Barroso et al., 2006; Fanzeres, Ahmed e Street, 2019; Fanzeres, Street e Pozo, 2020) e resolvemos o problema bi-linear a partir de discretizações do espaço viável das variáveis. Desta forma, o problema resultante é da classe *Mixed-Integer Linear Programming* (MILP). Neste dissertação, o pacote `BilevelJuMP.jl` (Garcia, Bodin e Street, 2022) foi utilizado para implementar o problema do agente. Nele, estes procedimentos descritos para tratar o problema já estão implementados.

3.4

Equilíbrio de Nash para o Mercado de Energia Elétrica

O Equilíbrio de Nash é um ponto de equilíbrio do mercado, no qual todos os competidores garantem sua máxima receita e, assim, a partir dele, nenhum competidor tem incentivos para alterar sua oferta. Ao aplicar o conceito de Equilíbrio de Nash para mercados de energia elétrica, pode-se modelá-lo como o ponto onde a receita do competidor ψ no equilíbrio, estando os demais competidores também no equilíbrio, é superior a qualquer receita possível para o competidor ψ , também estando os demais competidores no equilíbrio, sendo o mesmo válido para todos os outros competidores do espaço Ψ . Formalmente, a proposição apresentada pode ser modelada da seguinte forma, em que o subscrito eq representa as matrizes de oferta definidas em condição de equilíbrio e a ausência do subscrito representa as ofertas fora do equilíbrio:

$$R_{\psi}(\Lambda_{eq}^{\psi}, M_{eq}^{\psi}, \Lambda_{eq}^{-\psi}, M_{eq}^{-\psi}) \geq R_{\psi}(\Lambda^{\psi}, M^{\psi}, \Lambda_{eq}^{-\psi}, M_{eq}^{-\psi}),$$

$$\forall \left(\Lambda^{\psi}, M^{\psi} \right) \in \mathcal{X}^{\psi}, \psi \in \Psi. \quad (3-40)$$

Para implementar computacionalmente o problema exposto em (3-40), o presente trabalho utilizou uma técnica iterativa derivada do método Gauss-Seidel, como em Gabriel et al. (2013), na qual, a cada rodada, o competidor-líder define sua estratégia ao otimizar suas próprias ofertas de preço e quantidade, dada a informação perfeita das estratégias (ofertas) dos demais competidores. Assim, a cada rodada, é resolvido o problema binível definido ao fim da Subseção 3.3. O competidor-líder de cada rodada, por sua vez, é um dos competidores definidos *a priori* como *price maker*, sendo os demais definidos

como *price taker*. Em outras palavras, iterativamente, os competidores *price maker* atualizam suas ofertas e os competidores *price taker* permanecem com as mesmas ofertas iniciais, dadas pelas quantidades iguais às as capacidades máximas de geração de cada usina e preços dados pelos respectivos custos variáveis unitários de geração de cada usina ou valor da água, no caso das hidrelétricas.

Inicialmente, para se determinar um *hot start* para o processo iterativo, o primeiro candidato a equilíbrio é o ponto no qual todos os competidores ofertam quantidades iguais às suas capacidades máximas de geração para cada usina e preços dados por seus respectivos custos variáveis unitários de geração ou valor da água. Esse é o ponto operativo em que os competidores ofertam verdadeiramente sua real disposição para suprir (*truthfull bidding*), chamado de Equilíbrio Competitivo - um dos benchmarks do estudo, pois representa a competição perfeita, cuja remuneração dos competidores é tida como a referência, visto que nenhum deles tem o poder de alterar o ponto de equilíbrio do sistema, ou seja, exercer seu poder de mercado unilateralmente.

Na primeira rodada, o primeiro competidor-líder (*price maker*) define sua estratégia, dado o primeiro candidato a equilíbrio (escolhido como o Equilíbrio Competitivo na primeira rodada), resultando em novas ofertas ótimas para o primeiro competidor, as quais devem ser armazenadas em separado.⁹ Em seguida, o segundo competidor-líder define sua estratégia, dado o mesmo primeiro candidato a equilíbrio utilizado para o primeiro competidor-líder, e essas ofertas também são armazenadas em separado. Sequencialmente, todos os competidores-líderes repetem o processo e definem suas ofertas. Ao fim da sequência de rodadas de cada competidor-líder, o candidato a equilíbrio é comparado com a coleção de ofertas ótimas obtida e armazenadas em separado. Caso as ofertas sejam iguais ao “candidato ao equilíbrio”, significa que ele é o próprio equilíbrio e o método convergiu, fazendo com que o Equilíbrio de Nash seja alcançado por definição, visto que não houve interesse na alteração das ofertas por parte dos competidores. Caso o “candidato ao equilíbrio” divirja das ofertas ótimas resultantes, o mercado é liquidado para as ofertas ótimas através do problema conjunto dado por (3-1) - (3-16) e (3-18) - (3-28), para definição das grandezas operativas e de mercado, além da contabilização das receitas dos competidores, e o novo “candidato ao equilíbrio” é dado pelo conjunto de ofertas resultante da rodada. Após isso, uma nova iteração começa, com o primeiro competidor-líder definindo sua estratégia para o novo candidato a equilíbrio, proveniente da rodada anterior. O Equilíbrio de Nash é

⁹Dessa forma, elimina-se o impacto da escolha do primeiro competidor-líder a definir sua estratégia, pois, a cada rodada de uma mesma iteração, todos os competidores definem suas estratégia para um mesmo conjunto de ofertas dos demais competidores.

numericamente alcançado quando nenhum agente altera mais suas ofertas, por não ter incentivos financeiros para tal (Contreras, Klusch e Krawczyk, 2004), obedecendo (3-40), ou, alternativamente, quando as receitas dos competidores se repetem por várias iterações ou se alternam repetidamente¹⁰. Salienta-se no entanto que a metodologia adotada não é capaz de garantir a unicidade do equilíbrio encontrado (Pozo e Contreras, 2011; Pozo, Sauma e Contreras, 2017), o que foi admitido para a aplicação proposta. A figura 3.1 traz um resumo do processo descrito.

¹⁰Foi adotado como critério de parada a repetição de receitas por cinco iterações.

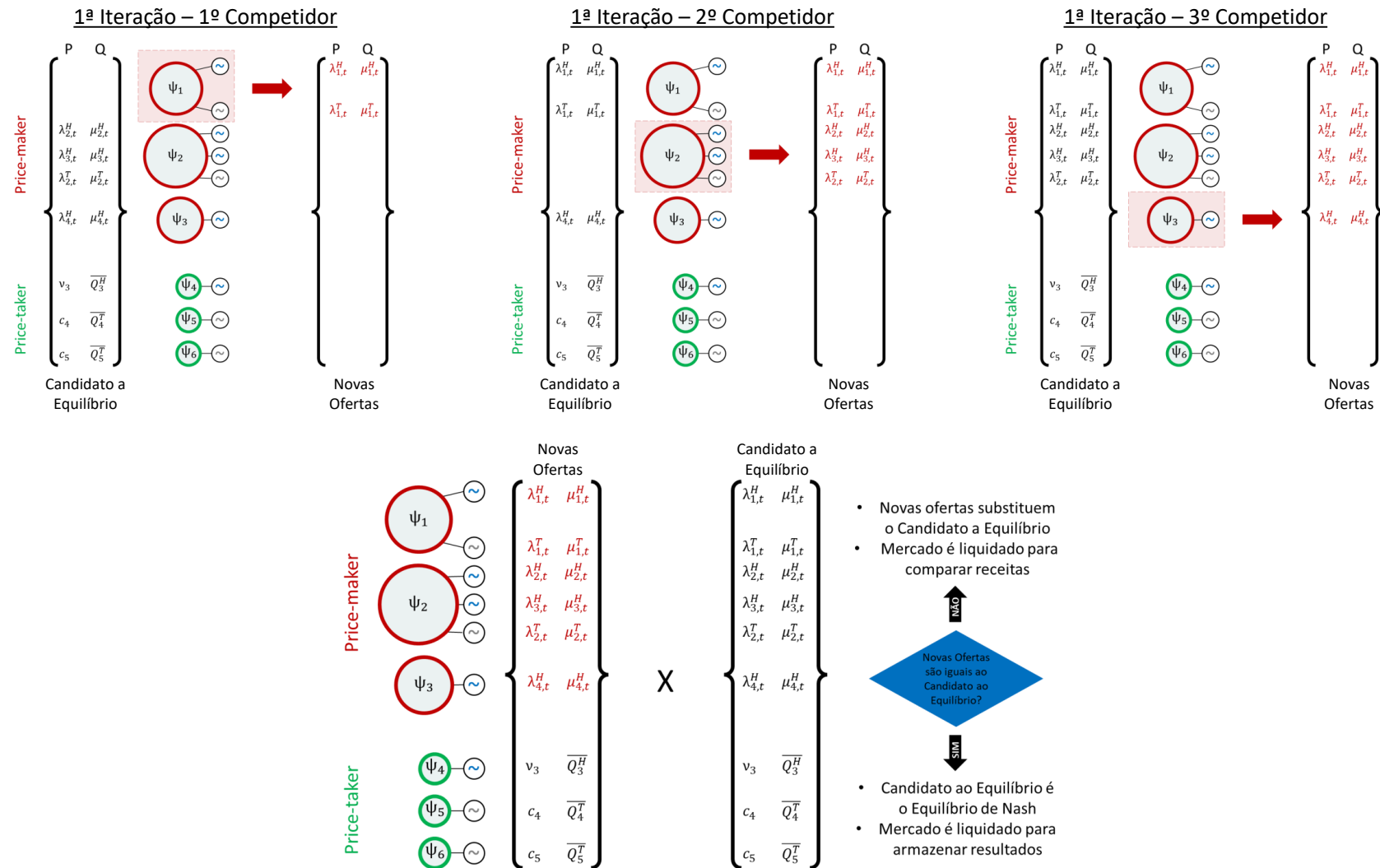


Figura 3.1: Ilustração do algoritmo para identificação do Equilíbrio de Nash.

4

Experimentos Numéricos e Discussão

Como explorado na Seção 3, o objetivo da aplicação da metodologia é simular o comportamento racional dos competidores e encontrar o ponto de equilíbrio, a partir do qual os agentes definidos como *price maker* não têm interesse de alterar suas ofertas: o chamado Equilíbrio de Nash. A partir das ofertas ótimas dos competidores obtidas após a convergência do algoritmo, é realizado o *clearing* e o ponto operativo e de mercado pode ser estudado.

Por conta da modelagem trazida nas seções 3.1 e 3.2, são necessárias tanto a representação da rede de forma nodal, como é tratada pelo Operador da Rede, quanto a representação da rede de forma zonal, como é tratada pelo Operador do Mercado. Dessa forma, cada barra da representação nodal é alocada em uma zona, os geradores e cargas de cada barra passam a integrar sua respectiva zona e o fluxo energético entre as zonas é modelado por um intercâmbio, que não necessariamente representa uma linha de transmissão real do caso nodal, mas pode representar um conjunto de linhas.

Para cada um dos casos, os resultados do Equilíbrio de Nash são comparados com os *benchmarks* dados pelo: (i) “Equilíbrio Competitivo”, que, conforme relatado na seção 3, emula a “competição perfeita”, ponto em que os agentes ofertam seus custos marginais como preço e capacidades máximas como quantidade e; (ii) pelo modelo de Custos Auditados que emula o modelo de formação de preço vigente no Brasil.

A seguir, serão apresentadas as configurações utilizadas nos dois casos e seus principais resultados.

4.1

Caso de Três Barras

O “Caso de Três Barras” tem menor porte e tem como objetivo a investigação de condições operativas típicas que poderiam ser observadas a partir da mudança no modelo de formação de preço. Nas próximas subseções, será apresentada a configuração do caso e seus resultados serão analisados detalhadamente.

4.1.1

Configuração do caso

O sistema didático hipotético do “Caso de Três Barras” pode ser visto na Figura 4.1. Ele apresenta três barras ($\mathcal{B} = \{1, 2, 3\}$); três linhas de transmissão

The diagram illustrates a hierarchical network structure across three levels, labeled $z=1$, $z=2$, and $z=3$.

- Level $z=1$ (Top):** Contains two main nodes, $i \in \mathcal{I}^1$ and $j \in \mathcal{I}^2$, each represented by a circle with a tilde symbol. They are connected by a horizontal line with a yellow arrow pointing right, labeled $l=1$. The node $i \in \mathcal{I}^1$ has a vertical line labeled $b=1$ extending downwards. The node $j \in \mathcal{I}^2$ has a vertical line labeled $b=2$ extending downwards.
- Level $z=2$ (Middle):** Contains two nodes, $i \in \mathcal{I}^2$ and $j \in \mathcal{I}^2$, each represented by a circle with a tilde symbol. They are connected by a horizontal line with a yellow arrow pointing left, labeled $l=3$. The node $i \in \mathcal{I}^2$ has a vertical line labeled $b=3$ extending downwards. The node $j \in \mathcal{I}^2$ has a vertical line labeled $b=2$ extending downwards.
- Level $z=3$ (Bottom):** Contains three nodes, $i \in \mathcal{I}^3$, $j \in \mathcal{I}^3$, and $j \in \mathcal{I}^3$, each represented by a circle with a tilde symbol. They are connected by a horizontal line with a yellow arrow pointing right, labeled $l=2$. The node $i \in \mathcal{I}^3$ has a vertical line labeled $b=3$ extending downwards. The node $j \in \mathcal{I}^3$ has a vertical line labeled $b=2$ extending downwards. The node $j \in \mathcal{I}^3$ has a vertical line labeled $b=2$ extending downwards.

Red arrows labeled D_1 , D_2 , and D_3 point downwards from the nodes $i \in \mathcal{I}^1$, $j \in \mathcal{I}^2$, and $i \in \mathcal{I}^3$ respectively. Blue arrows indicate flow directions: from $j \in \mathcal{I}^2$ to $j \in \mathcal{I}^3$ (labeled $j=1$), from $j \in \mathcal{I}^3$ to $j \in \mathcal{I}^3$ (labeled $j=2$), and from $j \in \mathcal{I}^3$ to $j \in \mathcal{I}^3$ (labeled $j=3$).

Figura 4.1: Esquemático do “Caso de Três Barras”.

¹No presente trabalho, por simplicidade, todas as demais usinas não-hidrelétricas foram modeladas como usinas termelétricas. As duas usinas de energia renovável foram modeladas como usinas termelétricas de custo variável unitário nulo.

²Custo de déficit praticado no ano de 2022 na cadeia de modelos de otimização vigente no Brasil.

²Custo de déficit praticado no ano de 2022 na cadeia de modelos de otimização vigente no Brasil.

de geração por período, fonte e barra em comparação com a carga por barramento (linha em amarelo). Com isso, pode-se perceber que a barra dois detém a maior capacidade instalada e que a barra três apresenta um perfil fortemente exportador. Do lado direito da figura, no gráfico “GENCOs”, foram traçadas as capacidades instaladas por agente, com identificação da fonte de energia de cada usina. A partir do gráfico, é evidenciada a posição estratégica das empresas GENCO 1, GENCO 2 e GENCO 3, como as três maiores empresas do mercado, responsáveis por aproximadamente 50% da capacidade instalada e detentoras de todas as usinas hidrelétricas do sistema.

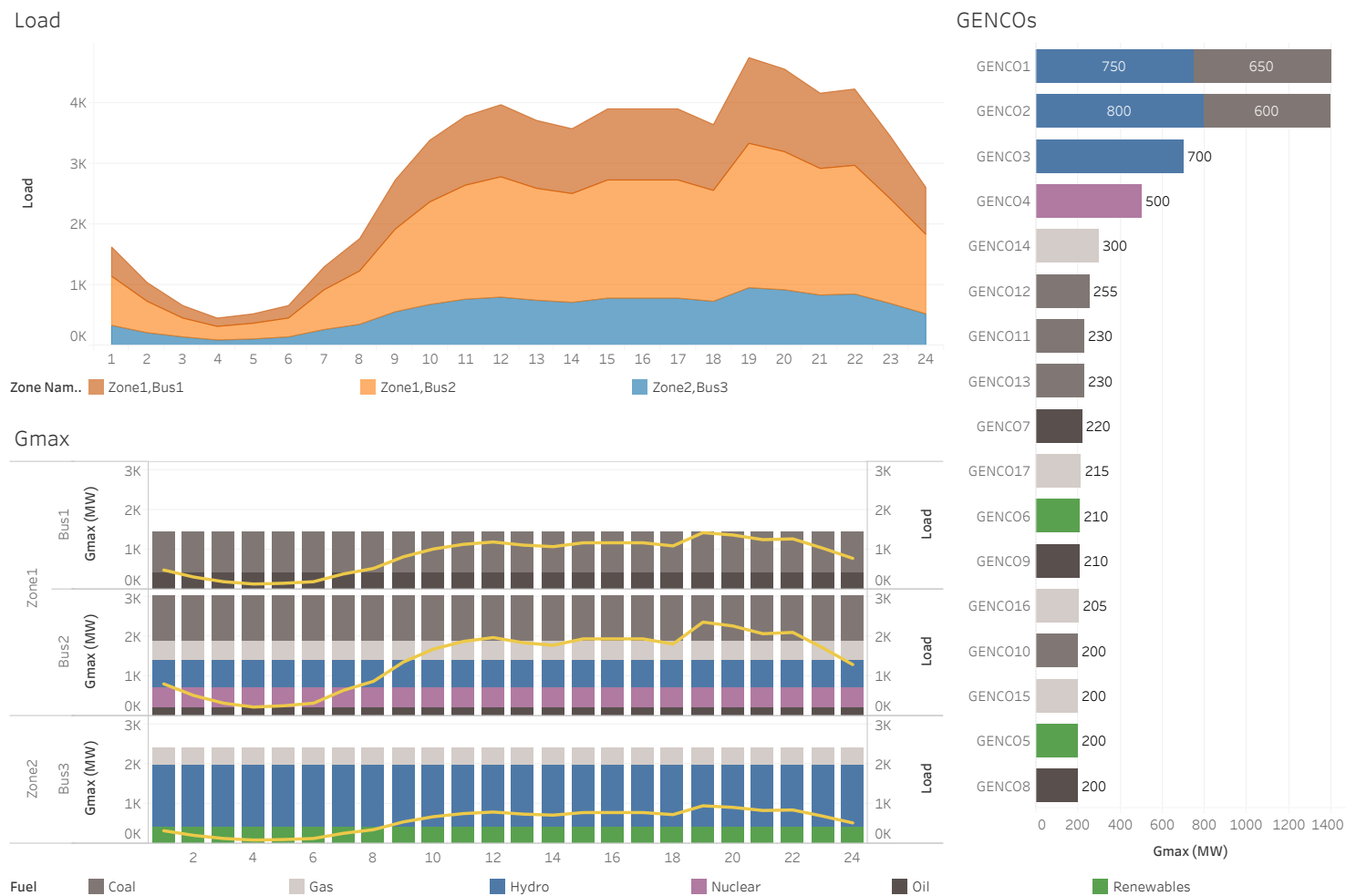


Figura 4.2: Dados de entrada do “Caso de Três Barras”.

4.1.2

Análise dos resultados

A convergência do algoritmo desenvolvido na seção 3.4 se deu por repetição das receitas dos competidores, que, da terceira rodada em diante, passaram a repetir os resultados das rodadas 1 e 2 de forma alternada. Na quinta repetição de receitas (rodada 7), o algoritmo atingiu seu critério de parada. A figura 4.3 mostra a receita operativa dos competidores *price-maker* ao longo das rodadas.

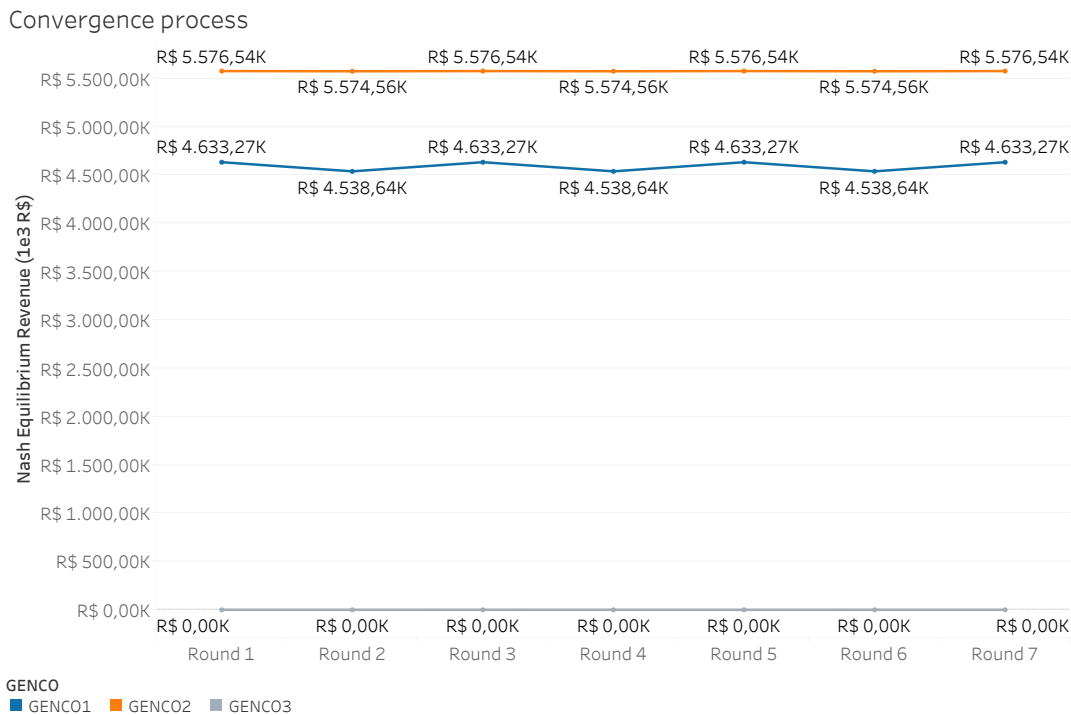


Figura 4.3: Convergência do método numérico utilizado para o “Caso de Três Barras”.

Na figura 4.4, se encontram os principais resultados de *clearing* realizado após a determinação das ofertas ótimas pelo Equilíbrio de Nash. No gráfico “*Nash Equilibrium Dispatch*”, é mostrado, período a período, como se deu o atendimento da carga, por usina utilizada e sua respectiva fonte, dada pela cor no gráfico. As usinas de energias renováveis se encontram primeiro na ordem de mérito, devido ao seu baixo custo, mas acabam não sendo despachadas no vale da curva de carga, sobretudo no período 4, por conta da inflexibilidade operativa apresentada pela usina termonuclear, que atende sozinha a carga do sistema para esse período. Em seguida, aparecem as usinas hidrelétricas $j = 2$ e $j = 3$ e as usinas termelétricas seguindo a ordem de mérito e

observando a modulação necessária para que as restrições de rampa sejam respeitadas. No gráfico “*Nash Equilibrium Dispatch - Behavior*” é possível observar a categorização de cada usina segundo o comportamento de seu agente proprietário (*price-maker* em laranja ou *price-taker* em azul), o que permite perceber que as usinas termelétricas $i = 1$ e $i = 2$ dos agentes *price-maker* se posicionam no alto da ordem de mérito. Além disso, outro ponto importante é a ausência da hidrelétrica $j = 1$. O comportamento dessas três usinas será investigado mais a fundo a partir da comparação com os modelos de Custos Auditados e Equilíbrio Competitivo. Na parte de baixo da figura 4.4, no gráfico “*Nash Equilibrium Prices*”, foram traçados os preços de acordo com os problemas do Operador da Rede e do Operador do Mercado. Devido à ausência de restrições de rede ativas nos dois problemas, os preços ficaram equalizados entre todas as barras e todas as zonas e, por esse motivo, puderam ser traçados genericamente apenas como “Preço da Rede” e “Preço do Mercado”. Adicionalmente, pode-se notar que os preços da Rede e do Mercado apresentaram o mesmo comportamento e praticamente os mesmos valores, o que decorre de redes com baixo carregamento.

Para entender melhor o comportamento dos agentes no ambiente por oferta, modelado pelo Equilíbrio de Nash, seus resultados foram comparados com os modelos por “Custos Auditados” e com o “Equilíbrio Competitivo”, conforme mencionado anteriormente. Os principais resultados podem ser observados na figura 4.5. De forma análoga à figura 4.4, são traçados na parte superior os despachos por fonte e usina e ao lado a respectiva identificação do comportamento de seu agente proprietário (*price-maker* em laranja e *price-taker* em azul). Como era esperado, a comparação dos resultados dos modelos permite entender melhor o comportamento da hidrelétrica $j = 1$ e das usinas termelétricas $i = 1$ e $i = 2$.

No modelo de Custos Auditados, a hidrelétrica $j = 1$ é despachada junto das demais hidrelétricas na ordem de mérito, mas, no Equilíbrio Competitivo, seu acionamento é substituído por usinas termelétricas, o que se repete no Equilíbrio de Nash. Isso se deve pela diferente valoração do recurso hídrico nos três modelos. No modelo de Custos Auditados, a hidrelétrica é despachada a partir de seu custo variável unitário (nulo) e a água em seu reservatório é valorada por γ_1 na função objetivo do problema. Analisando a tabela 7.2, observa-se que a usina $j = 1$ apresenta o maior valor da água, ou seja, em outras palavras, seu acionamento no futuro é o mais valioso entre as três. Com isso, seu acionamento intermitente, como mostra o gráfico “*Dispatch - Audited Costs - Behavior*”, é compreensível, pois a política ótima definida pelo modelo indica maior benefício no replecionamento do reservatório para utilização do

recurso no futuro e só indica a utilização da hidrelétrica $j = 1$ nos períodos de carga mais elevada. Já no Equilíbrio Competitivo e no Equilíbrio de Nash, a usina $j = 1$ não é acionada, pois nesses modelos as hidrelétricas apresentam custo variável unitário dado pelo valor da água ν_j (ou até 40%³ acima de ν_j no Equilíbrio de Nash), o que introduz custos adicionais à geração de energia por ela e não justifica seu acionamento. Com isso, os modelos indicam que, em nenhum período, a geração no presente traz mais benefícios do que a geração no futuro, levando ao replecionamento de seu reservatório.

Quanto ao comportamento das usinas termelétricas $i = 1$ e $i = 2$, os agentes proprietários fazem uso da possibilidade de ofertar preços superiores em até 40% em relação a seus custos variáveis unitários no mercado com formação de preços por oferta. Com isso, as usinas acabam sendo acionadas apenas na ponta de carga, como mostram os gráficos “*Dispatch - Nash*” e “*Dispatch - Nash - Behavior*”. No entanto, a comparação com os gráficos dos modelos de Custos Auditados e Equilíbrio Competitivo mostra que, nesses modelos, as usinas são acionadas pouco acima das usinas hidrelétricas. Esse movimento de se posicionar mais acima na ordem de mérito do mercado por ofertas é justificado pelo aumento de receita dessas usinas, como será visto mais adiante na comparação das receitas dos competidores. Apesar de gerarem menos em quantidade, o aumento no preço do mercado compensa esse movimento e aumenta a receita de seus agentes proprietários.

O gráfico “*Market Prices - Comparison*” justamente compara os preços do mercado para os três modelos, evidenciando o aumento dos preços zonais no modelo baseado em ofertas. Os modelos por Custos Auditados e Equilíbrio Competitivo apresentam preços próximos, sendo os preços do Equilíbrio Competitivo ainda superiores. Outro ponto relevante é a comparação entre o Equilíbrio Competitivo e o Equilíbrio de Nash (formação de preço por ofertas), pois o primeiro representa a competição perfeita, como mencionado anteriormente, e o segundo representa o ponto de equilíbrio do mercado. Visto que os preços do Equilíbrio de Nash são superiores, é possível inferir que os competidores *price-maker* foram capazes de alterar o ponto de equilíbrio do mercado de forma a aumentar suas receitas. Isso é esperado em mercados de energia elétrica, por apresentarem competição imperfeita⁴.

³Na aplicação da metodologia proposta na seção 3, foi utilizado $\eta = 40\%$.

⁴Notadamente, a “competição perfeita” é um objetivo distante, mas seus pilares de (i) aceitação de preços; (ii) homogeneidade de produtos; (iii) transparência do mercado; e (iv) livre entrada e saída (Hunt, 2002) guiam os incentivos providos pelos elementos de mercado adotados.

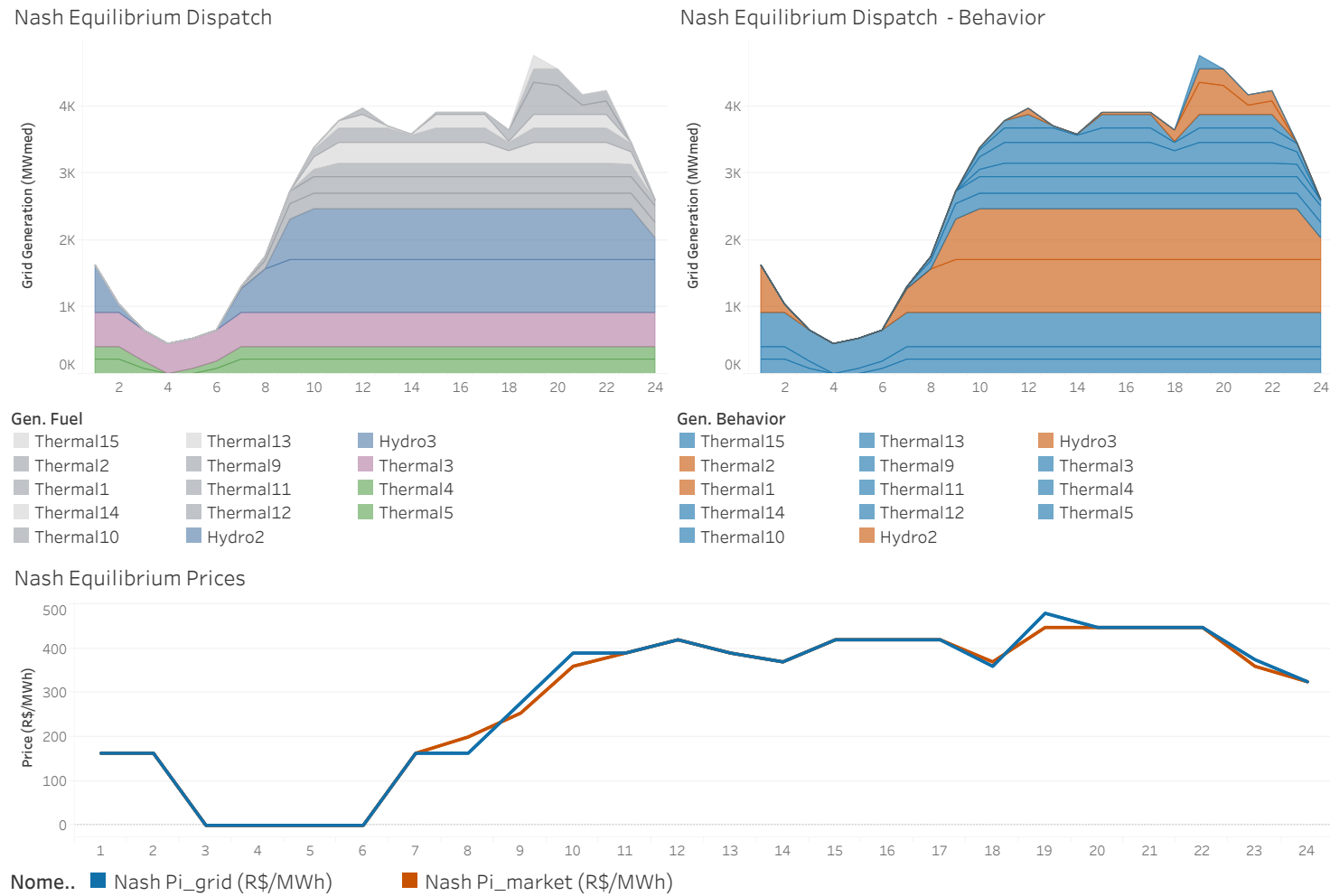


Figura 4.4: Principais resultados do *clearing* para as ofertas provenientes do Equilíbrio de Nash no “Caso de Três Barras”.

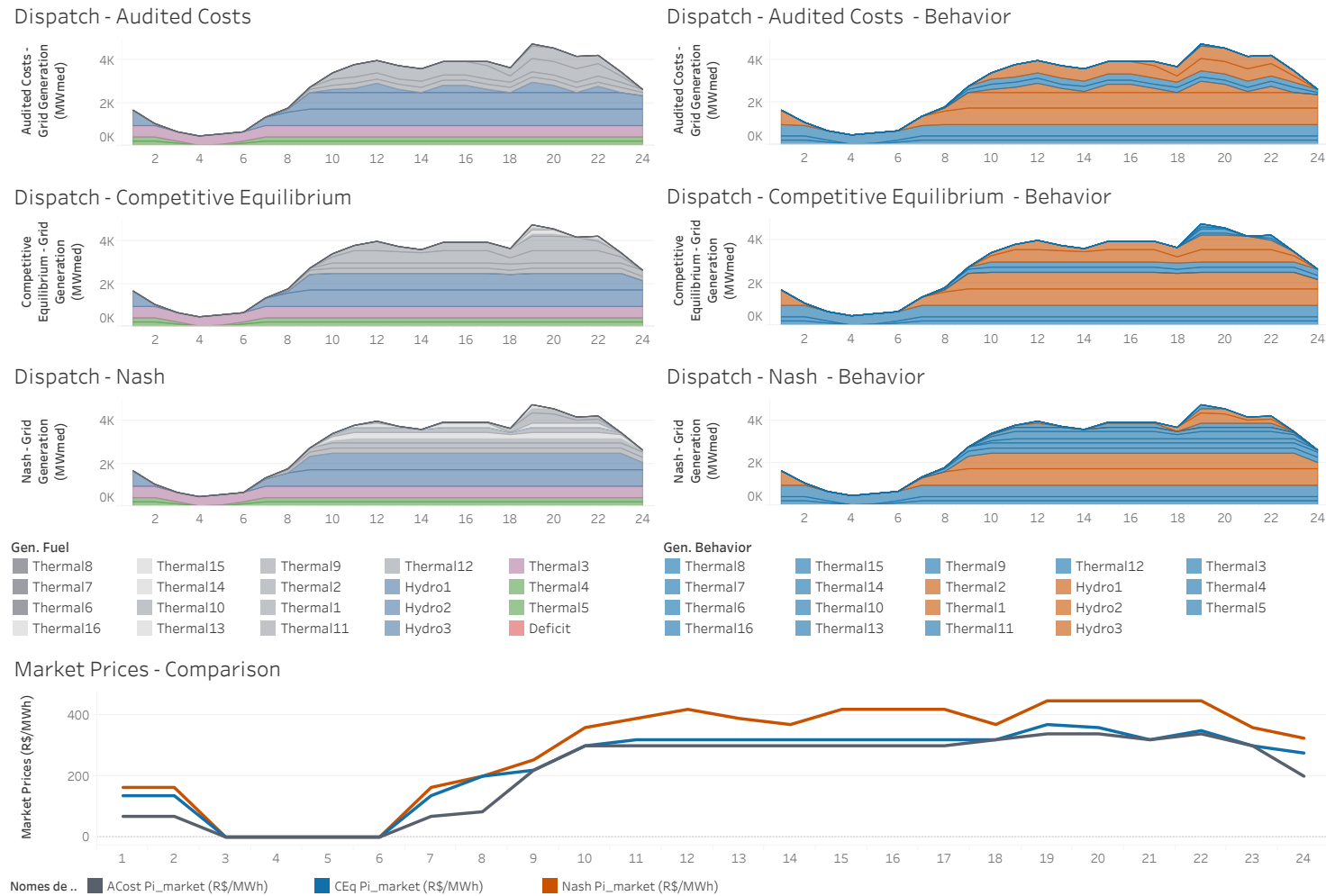


Figura 4.5: Comparação do despacho nodal e preços zonais para os casos de Custos Auditados, Equilíbrio Competitivo e Equilíbrio de Nash no “Caso de Três Barras”.

Os gráficos da figura 4.6 apresentam variáveis de decisão e parâmetros ligados aos preços ($R\$/MWh$) do lado esquerdo e variáveis de decisão e parâmetros ligados às quantidades (MW) do lado direito, para o mercado com preço formado por ofertas. Comparando os gráficos, pelas linhas laranjas que representam os preços e quantidades ofertados por cada agente para cada usina, nota-se que a competição de fato ocorre pelas quantidades, visto que o preço ofertado foi fixo em seu valor máximo possível, para todas as usinas, enquanto as quantidades foram moduladas ao longo dos períodos, inclusive apresentando um vale no período de carga baixa. Adicionalmente, ao analisar os gráficos de quantidades ofertadas, é possível perceber que, para as usinas termelétricas $i = 1$ e $i = 2$, em muitos períodos, as quantidades ofertadas são inferiores à geração verificada no modelo de Custos Auditados e Equilíbrio Competitivo, o que indica um represamento intencional das ofertas de quantidade, que desloca a oferta para baixo e tende a elevar os preços, como será visto na análise da curva de suprimento. No caso das hidrelétricas, o comportamento típico de sair do mercado ao reduzir as quantidades ofertadas no vale de carga e ofertar sua capacidade total nos períodos fora dele decorre da possibilidade de armazenar água para uso futuro, isto é, nos períodos de carga leve e, conseqüentemente, baixos preços, o valor futuro da água supera o valor presente, indicando a política de contenção de quantidades ofertadas visando o replecionamento dos reservatórios. Outro ponto interessante de ser observado é o pico de quantidade ofertada pela hidrelétrica $j = 3$ para o período 4, igual à sua capacidade máxima de geração, enquanto nos períodos 3 e 5 sua oferta é igual a zero. Tal comportamento pode ser explicado pela degenerescência do problema, pois, mesmo com a hidrelétrica $j = 3$ ofertando sua capacidade total, não ocorre o despacho da usina, ou seja, o resultado ótimo seria o mesmo independentemente do valor assumido pela variável de decisão de oferta de quantidade.

No que tange as receitas dos competidores, foram consideradas suas receitas totais, dadas pela soma das receitas operativas com o pagamento *uplift* feito *a posteriori*. Os pagamentos *uplift* são pagamentos realizados por fora do mercado com o objetivo de recompensar financeiramente os competidores por decisões tomadas pelos operadores da Rede e do Mercado. Na modelagem proposta, o pagamento uplift é realizado aos geradores quando o preço de mercado da zona em que eles estão alocados é inferior ao custo variável de geração da usina, o que levaria os geradores a ter prejuízo nessas situações, visto que a remuneração é dada pela multiplicação dos preços calculados pelo Operador do Mercado pelas quantidades de geração observadas pelo Operador da Rede, conforme visto nas equações (3-31) e (3-32). Esses casos ocorrem por conta da diferença de agregação das redes tratadas pelo Operador da Rede e

do Mercado, pois a simplificação da rede faz com que determinadas usinas, que poderiam ser mais caras, por exemplo, e entravam na ordem de mérito no Problema do Operador da Rede não sejam mais acionadas no Problema do Operador do Mercado e vice-versa, modificando os preços zonais do mercado e gerando uma incongruência entre os ambientes operativo e de mercado.

Na figura 4.7 foram traçadas as receitas totais dos competidores *price-maker* no gráfico “*Revenue - Price Maker GENCOs*” e dos competidores *price-taker* no gráfico “*Revenue - Price Taker GENCOs*”. No geral, todos os agentes aumentaram sua remuneração em relação aos dois modelos do *benchmark*, o que já era esperado, dada a elevação nos preços zonais que dão origem à remuneração dos competidores. Excetua-se a esse caso geral o agente $\psi = 3$, detentor da usina hidrelétrica $j = 1$, analisada anteriormente, que optou pela saída da competição no modelo por ofertas por conta do alto valor futuro da água em seu reservatório. Como a usina não foi acionada nos modelos de Equilíbrio Competitivo e Equilíbrio de Nash, sua remuneração foi nula para esses casos. Outro ponto interessante é que o aumento de preços zonais permitiu o acionamento de usinas ligadas a alguns agentes *price-taker* que apresentaram remuneração nula nos casos de *benchmark*, como é o caso dos agentes $\psi = 10, 11, 14$ e 15 . Com isso, pode-se concluir que o deslocamento do ponto de equilíbrio de mercado por parte dos agentes *price-maker* aumenta a remuneração não somente destes agentes, mas também dos agentes *price-taker*.

Como visto anteriormente, a competição ocorreu pelas quantidades e não pelos preços e que os preços zonais foram elevados no Equilíbrio de Nash. Isso ocorreu devido ao represamento das quantidades ofertadas por parte dos competidores formadores de preço. Tal fato pode ser observado diretamente na figura 4.8. No gráfico “*System Supply*” em cinza, são traçadas as capacidades instaladas e as respectivas cargas por barra por período. Do lado direito, no gráfico “*Nash Equilibrium Supply*” em laranja, são traçadas as quantidades ofertadas por barra por período. Nota-se, ao comparar os dois gráficos, a diminuição nas quantidades ofertadas em comparação com as capacidades máximas de geração, sobretudo nos períodos de carga leve. Ainda, ressalta-se que a barra 1, antes capaz de atender toda a sua demanda diretamente, agora precisa necessariamente recorrer às outras barras para o atendimento de sua demanda, visto que sua carga supera as quantidades ofertadas para alguns períodos. Através do gráfico “*Supply Reduction*”, nota-se que a redução na oferta ultrapassou os $1000MW$ nas barras 2 e 3 em determinados períodos e chegou a quase 60% da capacidade instalada da barra 3. Na barra 1, a redução na oferta ficou entre 20 e 40% de sua capacidade instalada.

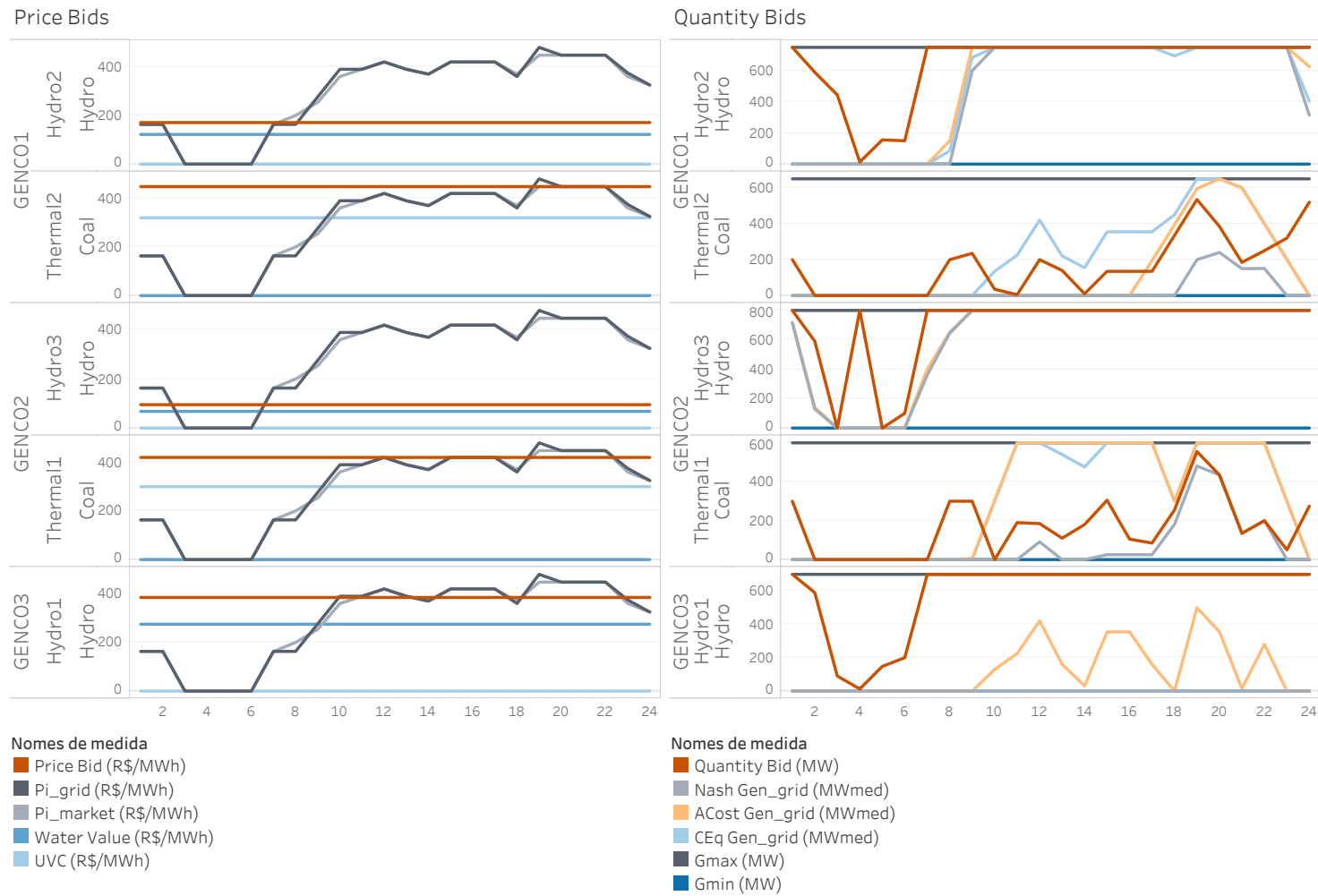


Figura 4.6: Ofertas de preço e quantidade dos agentes formadores de preço no “Caso de Três Barras”.

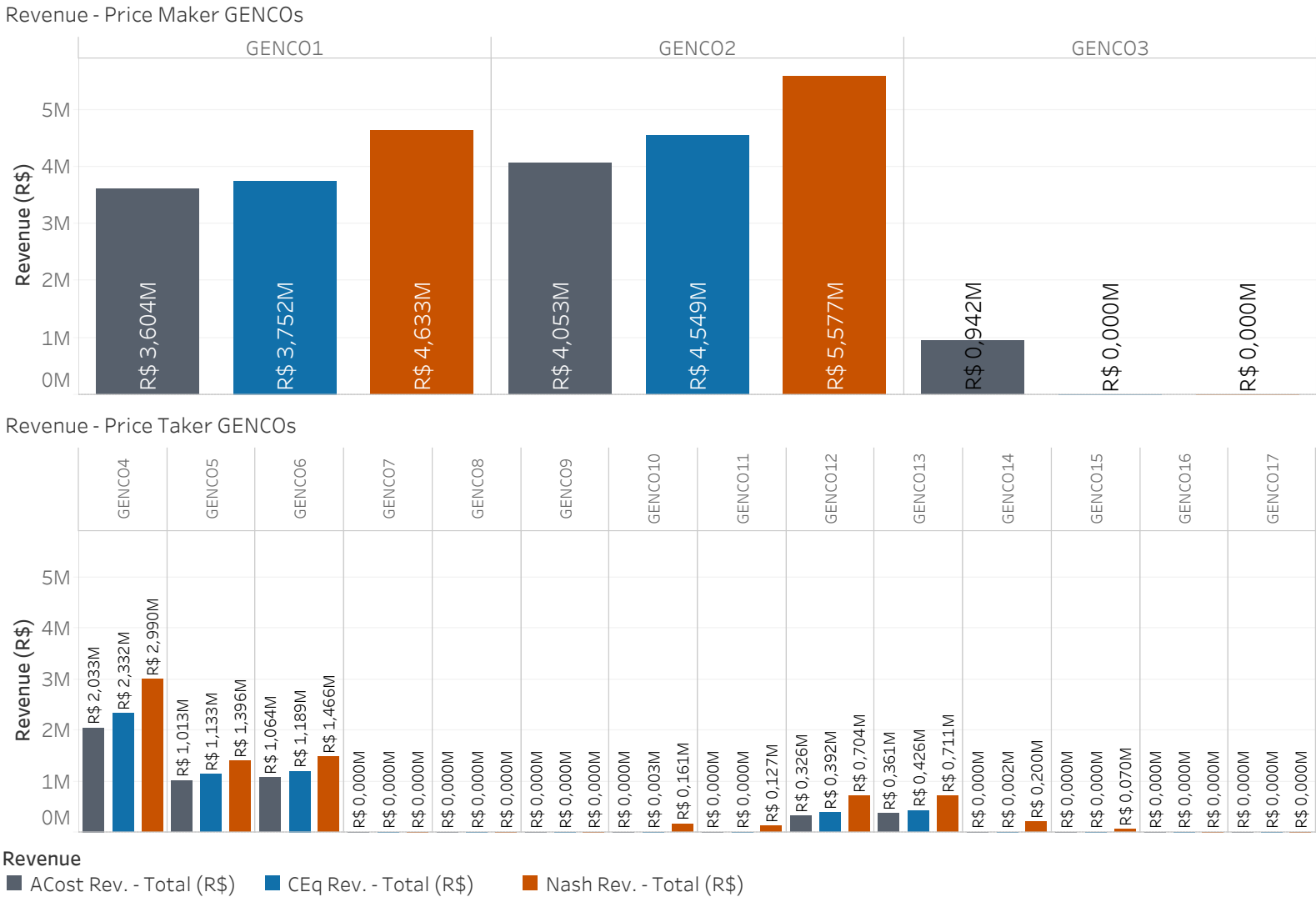
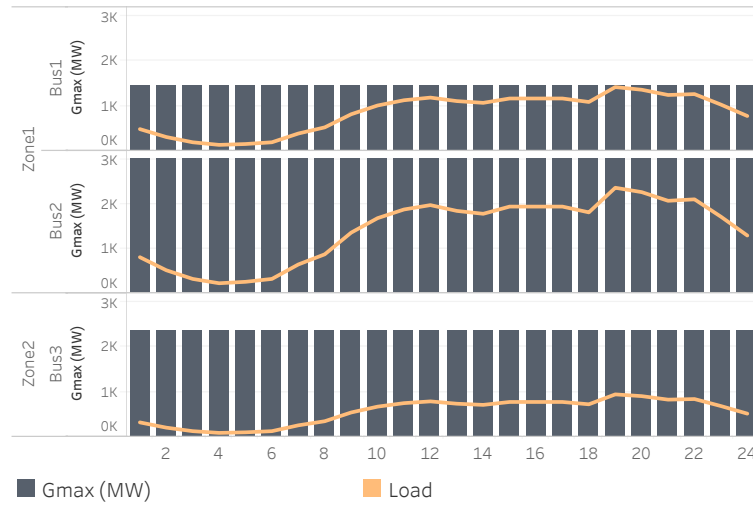
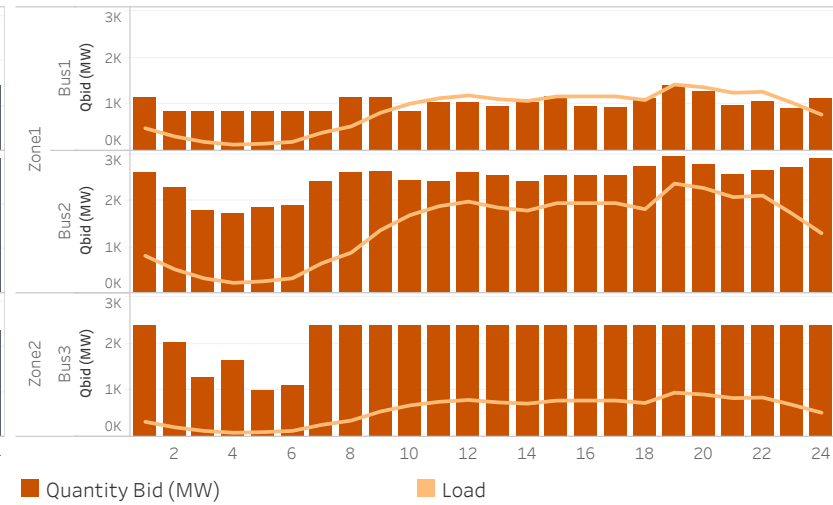


Figura 4.7: Receita dos agentes *price-maker* e *price-taker* no “Caso de Três Barras”.

System Supply



Nash Equilibrium Supply



Supply Reduction

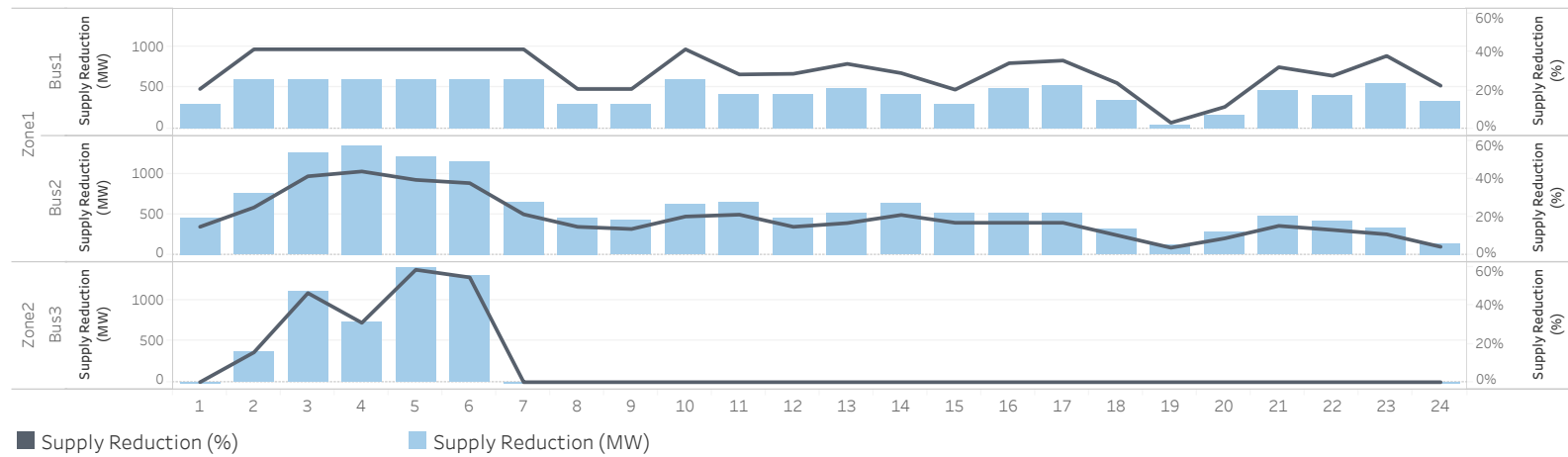


Figura 4.8: Análise da disponibilidade energética nos casos de Custos Auditados e Equilíbrio de Nash no “Caso de Três Barras”.

Por fim, um gráfico que resume o comportamento dos agentes observado nesse primeiro caso é o das curvas de suprimento dos mercados por Custos Auditados e por ofertas (Equilíbrio de Nash), como na figura 4.9. A curva de suprimento relaciona a disponibilidade energética acumulada no eixo das abscissas, dada pela capacidade instalada no caso do modelo de Custos Auditados e pelas quantidades ofertadas médias acumuladas no modelo de Equilíbrio de Nash, com o custo de geração ou preço médio ofertado de cada usina no eixo das ordenadas. Ao compararmos os gráficos, sabendo que os eixos foram sincronizados, é direto perceber como houve deslocamento da curva para a esquerda no mercado liquidado com as ofertas provenientes do Equilíbrio de Nash, o que é consequência direta da atuação dos agentes formadores de preço causando um represamento de ofertas de quantidade, como abordado anteriormente. Além disso, por conta dos preços ofertados no mercado por ofertas, também houve deslocamento para cima das usinas de propriedade de agentes formadores de preço. Diretamente, a partir da análise da figura 4.9, já há uma expectativa de aumento de preços no mercado por ofertas. Desconsideradas as demais restrições operativas e de mercado, como a representação da rede e restrições hidráulicas, focando a análise apenas na oferta e na demanda, para uma demanda hipotética de $5000MW$, o mercado com preço formado por ofertas apresentaria um preço de equilíbrio⁵ de $500R\$/MWh$, enquanto o mercado por custos auditados apresentaria um preço em torno de $400R\$/MWh$.

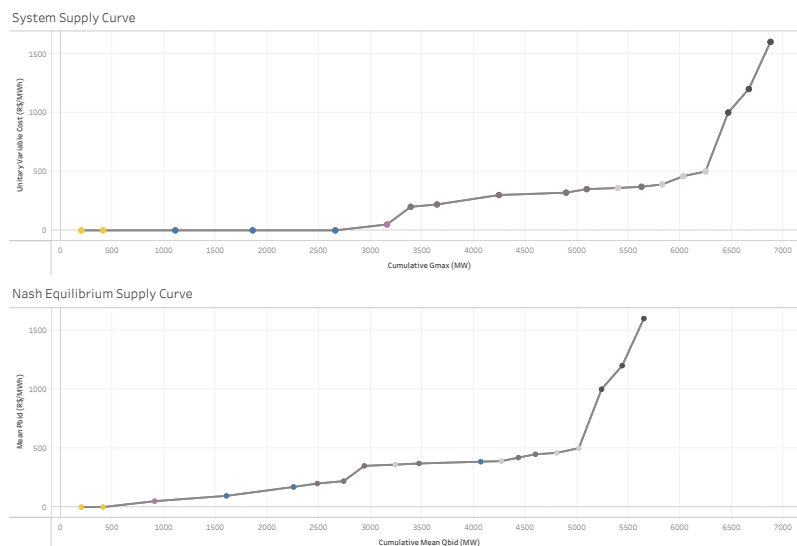


Figura 4.9: Curva de suprimento para os casos de Custos Auditados e Equilíbrio de Nash no “Caso de Três Barras”.

⁵Dado pelo encontro das curvas de oferta e demanda.

4.2

Caso Brasil

O “Caso Brasil” trata de um problema computacional de porte e tem como objetivo a investigação de possíveis comportamentos reais que poderiam ser observados a partir da mudança no modelo de formação de preço, se mantida a configuração institucional vigente. Nas próximas subseções, serão apresentados os dados de entrada do caso com a descrição do processo de definição de cada um deles e, em seguida, os principais resultados serão cuidadosamente analisados, de forma a extrair *insights* relevantes sobre um possível mercado com preço formado por ofertas no Brasil.

4.2.1

Configuração do caso

Para este caso, foi modelado o sistema brasileiro completo, com 153 hidrelétricas, conectadas em cascata com seus respectivos tempos de viagem, e 97 usinas termelétricas, com dados extraídos dos decks oficiais utilizados na cadeia de modelos de otimização para o dia 06/10/2022. A geração não despachável foi modelada, por simplicidade, como geração termelétrica de custo variável unitário nulo, assim como no “Caso de Três Barras”.

A rede foi modelada com 25 barras, sendo uma por estado conectado ao Sistema Interligado Nacional (SIN)⁶, 40 linhas de transmissão, representando as ligações energéticas reais entre os estados, 5 zonas representando os atuais submercados de energia, e 6 intercâmbios interligando as zonas. Os mapas da figura 4.10 mostram a representação nodal e zonal da rede considerada.

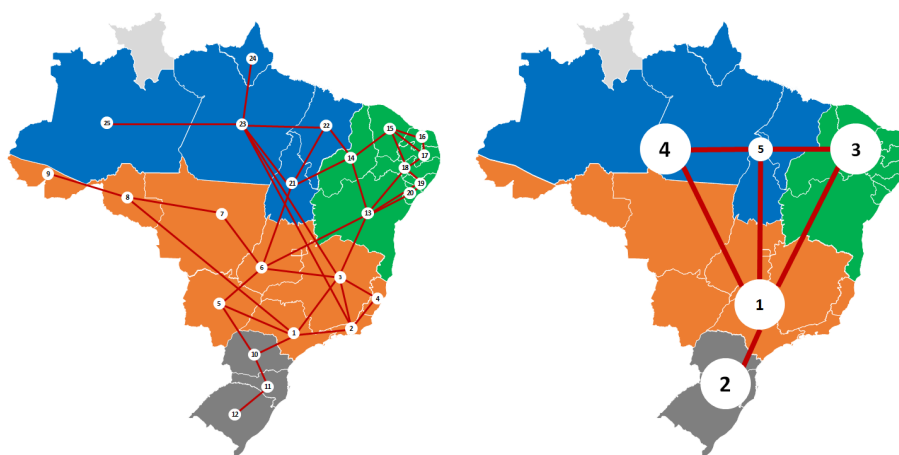


Figura 4.10: Representação nodal e zonal do “Caso Brasil”.

⁶O estado de Roraima ainda não é interligado ao SIN e, por esse motivo, não foi considerado no estudo.

Mesmo em se tratando de dados públicos disponíveis nos sites institucionais do ONS e da CCEE, optou-se por preservar o anonimato dos dados utilizados, substituindo os nomes reais das usinas hidrelétricas e termelétricas, bem como o nome de seus agentes proprietários, por nomes genéricos como “Hydro j ”, $\forall j \in \mathcal{J}$ no caso das hidrelétricas, “Thermal i ”, $\forall i \in \mathcal{I}$ no caso das termelétricas e “GENCO ψ ”, $\forall \psi \in \mathcal{\Psi}$ no caso dos agentes proprietários,

4.2.1.1

Rede

Foi adotado o critério de modelar a rede de transmissão com um barramento por estado. Assim, os estados/barramentos foram numerados e os fluxos entre eles foram convencionados do estado com barra de menor número para o estado com barra de maior número (conforme números vistos na figura 4.10). Com isso, fluxos positivos fluem da barra menor para a barra maior e fluxos negativos fluem da barra maior para a barra menor. Inicialmente, foram definidas as ligações entre os estados⁷ por inspeção visual do mapa do SIN, reproduzido abaixo:

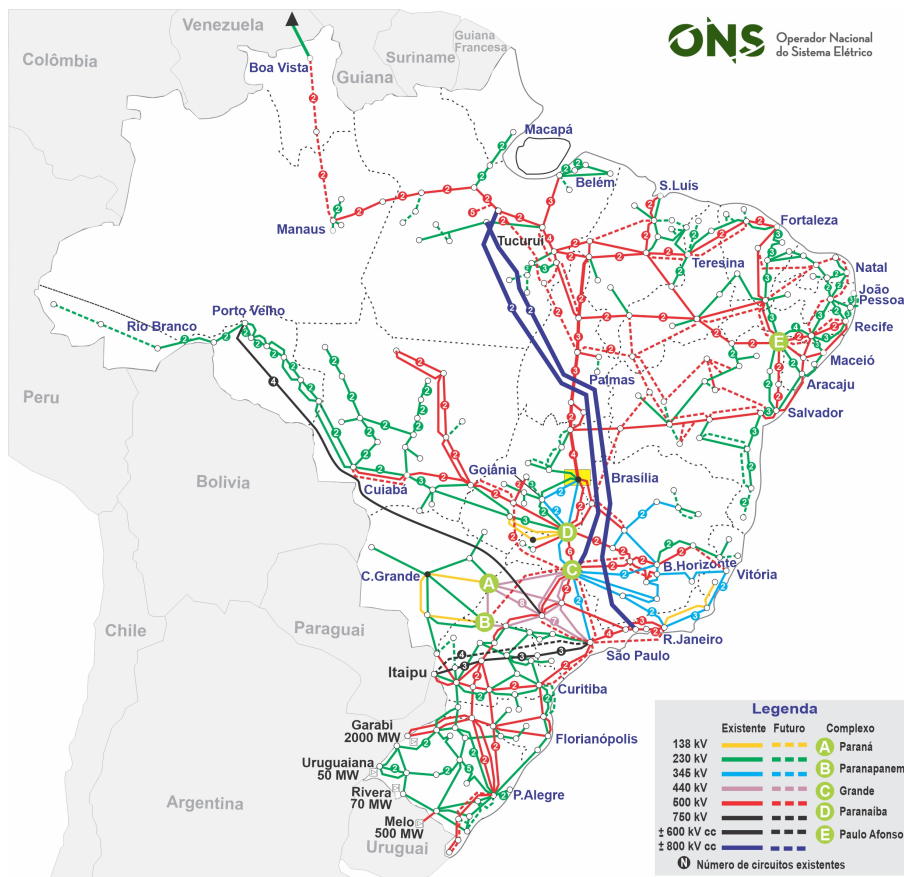


Figura 4.11: Mapa do SIN. Fonte: ONS

⁷Foi considerada apenas uma ligação entre os estados, representando todas as linhas entre eles.

Para a modelagem da capacidade de escoamento entre os estados na rede nodal, foram identificadas todas as linhas de transmissão pertencentes à Rede Básica⁸, ativas em 06/10/2022 e com origem em uma subestação pertencente a um estado e subestação de destino pertencente a outro estado, no total de 226 linhas de transmissão reais, agrupadas em 40 conjuntos representando cada uma das linhas da representação nodal do “Caso Brasil”. A partir dessa listagem, as ligações entre os estados definidas *a priori* foram revisitadas e ligações entre estados que não foram identificadas na etapa de inspeção visual, mas constavam na base de dados de linhas de transmissão considerada, foram incluídas e vice-versa. O sentido dos fluxos na base de dados foi corrigido de maneira a ficar coerente com a convenção adotada no trabalho e seus valores históricos para o ano de 2022 foram extraídos dos dados históricos da operação em tempo real. Foram adotados como limites mínimos e máximos de cada linha do “Caso Brasil” os valores mínimos e máximos verificados para um dos 40 grupos de linhas de transmissão durante 2022. Dada a grande redução na malha de transmissão, para garantir a viabilidade do caso com certa folga, os valores encontrados foram multiplicados por dois.

Para as reatâncias da modelagem por fluxos em corrente contínua, como na equação (3-5), por não se tratar do escopo do presente trabalho a elaboração de um equivalente de rede preciso e dada a complexidade do caso, foram adotadas as reatâncias médias de cada grupo de linhas.

Também foram considerados na representação nodal os elos em corrente contínua em operação no Brasil⁹, modelados como linhas convencionais de reatância de $1p.u.$ e capacidade dada pelos limites constantes no Relatório de Limites de Transmissão para Representação no Programa Mensal de Operação - Outubro/2022 (ONS, 2022d).

Além da modelagem dos “limites físicos” de cada linha do “Caso Brasil”, também foi adotada a limitação de grupos de linhas representando os fluxos monitorados pelo ONS em seus estudos energéticos. Como referência, também foi utilizado o mesmo Relatório de Limites de Transmissão para Representação no Programa Mensal de Operação - Outubro/2022 (ONS, 2022d). Assim, foram limitados, na rede com representação nodal, os fluxos regionais entre submercados, representados por grupos de linhas.

Por fim, na rede com representação zonal, foram modeladas 5 zonas, que representam os 4 submercados de energia vigentes (Sudeste/Centro-Oeste, Sul,

⁸Linhas de transmissão com tensão nominal superior a $230kV$.

⁹Uma linha representando o Bipolo do Madeira, ligando RO a SP; uma linha representando o Elo CC de Itaipu entre PR e SP, que se junta à linha existente entre os estados; e duas linhas representando os Bipolos de Belo Monte, ligando PA a MG e RJ.

Nordeste e Norte) e 1 zona chamada de “Fictícia”¹⁰, 6 intercâmbios entre as zonas. Seus limites foram dados também por ONS (2022d), de acordo com a metodologia utilizada para os estudos energéticos de horizonte mensal do ONS.

4.2.1.2

Carga

A partir da escolha de representar cada unidade federativa por um barramento, a carga também precisou ser adequada. Para tal, os valores históricos da carga verificada em cada estado¹¹ para o dia 06/10/2022 foram extraídos dos dados históricos da operação em tempo real. A carga de cada zona é dada pela soma das cargas das barras que a compõe. Também relacionado ao atendimento da carga, o custo de déficit considerado no estudo foi de R\$7643,82, o mesmo adotado na cadeia de modelos de otimização eletroenergética.

4.2.1.3

Geração Hidrotérmica

Os dados das usinas hidrelétricas e termelétricas foram extraídos dos decks de entrada e saída do modelo DESSEM para o dia 06/10/2023 (ONS, 2022b) e do deck definitivo do modelo NEWAVE para o mês de outubro de 2022 (ONS, 2022a).

Especificamente, os valores de ν_j (valor da água), muito relevantes para a modelagem do problema, são obtidos diretamente no arquivo de saída do DESSEM `pdo_hidr.dat`. Os dados de rampa de subida e descida máxima foram estimados em 80% da capacidade de geração de cada usina hidrelétrica. Os vertimentos históricos de cada usina para 360 períodos foram considerados nulos, enquanto os turbinamentos históricos para o mesmo período foram dados pela replicação de valores de turbinamento obtidos em uma das rodadas para representar valores típicos praticados na realidade do sistema que está sendo modelado. Para simplificar a modelagem hidráulica do estudo, foram desconsiderados volumes de espera, restrições de turbinamento e vertimento vigentes no dia, canais de desvios e usinas de bombeamento. Adicionalmente, usinas que apresentam modelagens diferentes para os modelos NEWAVE e DESSEM foram removidas ou a modelagem do DESSEM foi assumida.

Quanto às termelétricas, os únicos dados alterados em relação aos decks da cadeia de modelos de otimização eletro energética foram as rampas de subida e descida máxima e as inflexibilidades declaradas. Usinas termonucleares

¹⁰Visto que não apresenta carga ou geração, existindo apenas para possibilitar a melhor visualização dos fluxos energéticos entre os submercados Norte e Nordeste. Nenhuma barra pertence a essa zona.

¹¹A carga do DF foi somada à carga de GO.

foram modeladas com rampas de subida e descida máximas de 10% de sua geração máxima; usinas a gás com rampas de 60%; usinas a carvão, diesel, biomassa e óleo com rampas de 30%. Os valores de inflexibilidade declarados pelos agentes para o dia 06/10/2022 foram desconsiderados, visto que inflexibilidades conjunturais recebem outro tratamento no ambiente por ofertas: devem ser internalizadas nas ofertas da usina¹². Como tal análise não faz parte do escopo do trabalho, as inflexibilidades foram zeradas. A única inflexibilidade mantida foi a declarada para as usinas termonucleares, pois se trata de característica técnica estrutural das usinas.

4.2.1.4

Geração Não Despachável

Para a geração não despachável, dada pelas Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCH), Pequenas Centrais Termelétricas (PCT), Usinas Solares Fotovoltaicas (UFV) e Usinas Eólicas (UEE), foram utilizados dados do bloco de “Pequenas Usinas” do deck do DESSEM (ONS, 2022b). Como os valores são fornecidos por subsistema, eles foram ponderados pelos dados de geração horária por fonte e por unidade federativa verificados para o dia 06/10/2022, obtidos via Portal de Dados de Abertos do ONS (ONS, 2022c). Dessa forma, foram mantidos os valores previstos para o DESSEM, mas com granularidade por estado em vez de subsistema. Outro ponto positivo foi a manutenção do comportamento horário típico das fontes, como as UFVs, por exemplo, que apresentam disponibilidade nula a noite e semelhante a uma parábola ao longo do dia. Por fim, calculados os valores de disponibilidade máxima das usinas, foi adicionada uma usina termelétrica de custo variável unitário nulo e capacidade calculada para cada fonte disponível em cada estado. Seus nomes foram atribuídos de maneira diferente¹³ para que as usinas fictícias pudessem ser identificadas e filtradas dos resultados, caso fosse necessário, e seus agentes proprietários foram definidos como individuais, ou seja, cada uma dessas usinas possui sua própria GENCO. Com isso, foram adicionadas mais 55 usinas de 55 agentes proprietários diferentes ao bloco de usinas termelétricas.

¹²Por exemplo, se determinada usina precisa gerar determinada quantidade de energia para utilização de combustível comprado para testes em outra unidade geradora em comissionamento, o agente proprietário pode ofertar esse quantitativo a preço zero para garantir o despacho. Como o presente estudo não apresenta curvas de oferta, esse comportamento não pode ser modelado.

¹³Começam por “Small” e contêm a identificação do tipo de fonte, subsistema e unidade federativa em que estão alocadas.

4.2.1.5

Agentes Competidores

Os nomes dos agentes proprietários das usinas também foram retirados dos decks da cadeia de modelos. Agentes que fazem parte de um mesmo grupo ou *holding* foram unificados em um só nome, pensando em uma possível unificação de estratégias sob um contexto de formação de preços por oferta.

A escolha dos competidores *price-maker*, outro parâmetro relevante para o método, se deu por meio da observação da concentração de mercado. Assim, foram escolhidos como competidores *price-maker* as GENCOs 22, 43, 49 e 64, por estarem entre os cinco maiores competidores. A GENCO 56, maior competidora, foi retirada da lista por se tratar de uma única usina, a maior do país, cujas regras comerciais apresentam diversas particularidades. Dessa forma, foi assumido que a GENCO 56 assumiria um papel de *price-taker* nesse contexto.

4.2.1.6

Análise dos dados de entrada

Os dados de entrada do “Caso Brasil” são graficamente apresentados na figura 4.12. No gráfico “*Load*”, a curva de carga total foi traçada para os vinte e quatro períodos mostrando a divisão da carga por barra e por suas respectivas zonas. É notável que a zona do submercado Sudeste/Centro-Oeste (SE/CO) detém mais de 50% da carga do sistema. Logo à direita, no gráfico “*Gmax*”, foram traçadas as capacidades máximas de geração por período, fonte e zona em comparação com a carga de cada zona (linha em preto). Com isso, pode-se perceber que a zona Norte (N) possui perfil fortemente exportador, por conta de sua baixa demanda e elevada oferta e que a zona Nordeste (NE) seria capaz de atender sua demanda apenas a partir de geração não despachável. Na parte de baixo da figura, no gráfico “*GENCOs*”, foram traçadas as capacidades instaladas por agente para o período $t = 12$, com identificação da fonte de energia de cada usina. A partir do gráfico, é possível perceber a elevada concentração de geração em poucos competidores.

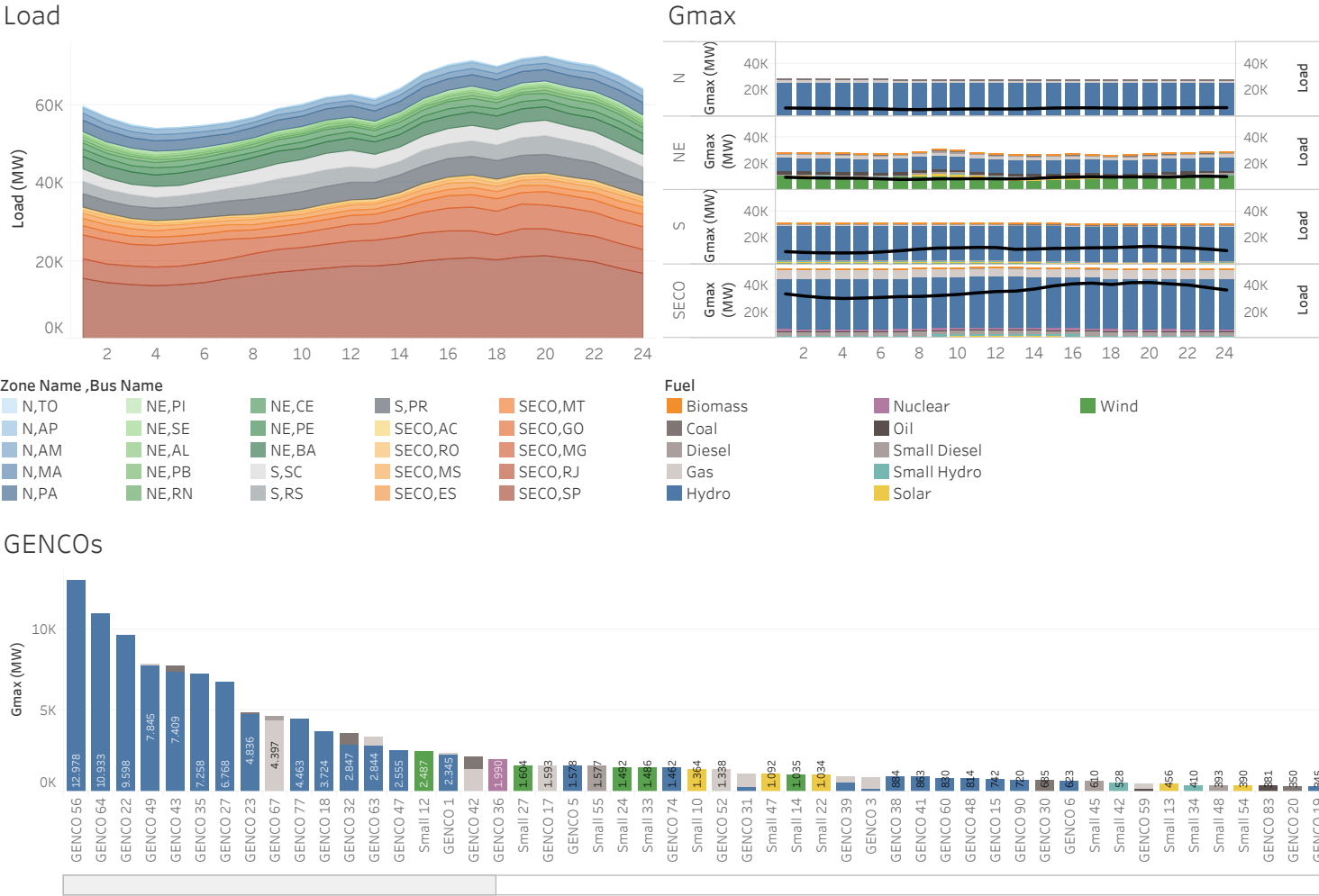


Figura 4.12: Dados de entrada do “Caso Brasil”.

4.2.2

Análise dos resultados

Os critérios inicialmente definidos para a convergência do algoritmo não foram atendidos, visto que não houve repetição exata de receitas e a GENCO 43 atualizava sua oferta a cada rodada¹⁴. No entanto, a partir da observação do gráfico da figura 4.13, optou-se por interromper o algoritmo em virtude da manutenção do comportamento das receitas, com pequenas variações numéricas. A dificuldade na convergência numérica se deve à grande degenerescência e elevado porte do “Caso Brasil” e essas pequenas variações de receitas foram interpretadas como naturais para esse caso. A figura 4.13 mostra a receita operativa dos competidores *price-maker* ao longo das 19 rodadas, evidenciando a estabilidade mencionada.

Convergence process

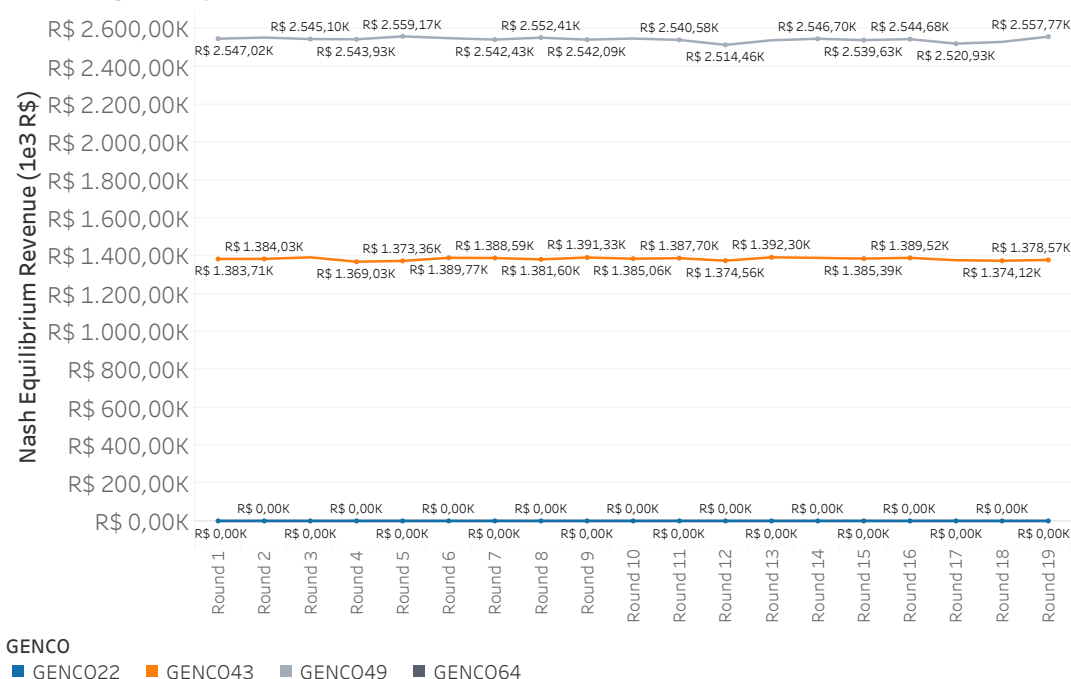


Figura 4.13: Convergência do método numérico utilizado no “Caso Brasil”.

Na figura 4.14, se encontram os principais resultados de *clearing* realizado após a determinação das ofertas ótimas pelo Equilíbrio de Nash. No gráfico “*Nash Equilibrium Dispatch*”, é mostrado, período a período, como se deu o atendimento da carga, por fonte utilizada, dada pela cor no gráfico. É interessante perceber como as fontes não-despacháveis contribuem para o

¹⁴Os outros competidores atingiram o equilíbrio.

atendimento da carga no “Caso Brasil”, mas, principalmente como a energia hidráulica atua massivamente no atendimento da carga. Do lado direito, são traçados os preços por barra para o Operador da Rede e por zona para o Operador do Mercado. Observa-se que, diferentemente do “Caso de Três Barras”, os preços não foram equalizados no caso nodal, devido às restrições de rede impostas. Por outro lado, os preços nas barras da região Sul se mantiveram baixos e equalizados, por conta da grande oferta de geração hidráulica na zona e baixo congestionamento na rede, o que permite seu escoamento.

Visando a comparação do ambiente com preço formado por ofertas com os *benchmarks* definidos no estudo, foram traçados os gráficos da figura 4.15, que trazem, além dos principais resultados do *clearing* já apresentados anteriormente, sua comparação com os resultados dos modelos por “Custos Auditados” e “Equilíbrio Competitivo”. Do lado esquerdo da figura, os gráficos “Dispatch - Comparison” trazem os valores de geração dada pelo Operador da Rede para os três modelos e, no lado direito da figura, em “Market Prices - Comparison”, os preços de mercado de cada zona dados pelo Operador do Mercado também para os três modelos. Pela comparação dos gráficos, pode ser observado que os modelos baseados no “Equilíbrio de Nash” e “Equilíbrio Competitivo” tiveram comportamentos semelhantes, o que já indica de antemão que os competidores *price-maker* não conseguiram fazer grandes alterações no ponto de equilíbrio do sistema. Adicionalmente, foi observado que, em virtude da retirada das declarações de inflexibilidade do caso, o despacho termelétrico, antes dado por inflexibilidade, foi reduzido no modelo com preços do “Equilíbrio de Nash”.

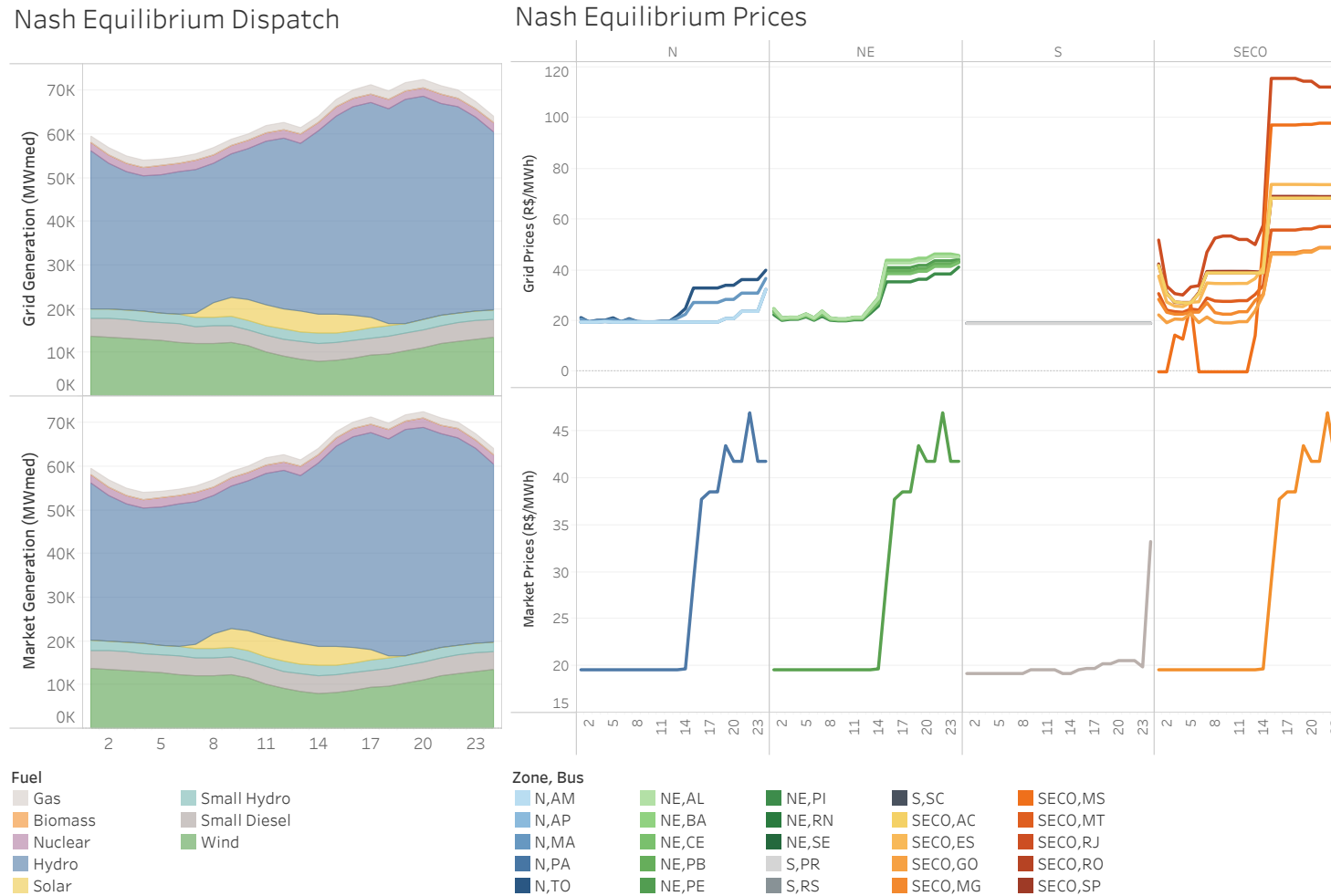


Figura 4.14: Principais resultados do *clearing* para as ofertas provenientes do Equilíbrio de Nash no “Caso Brasil”.

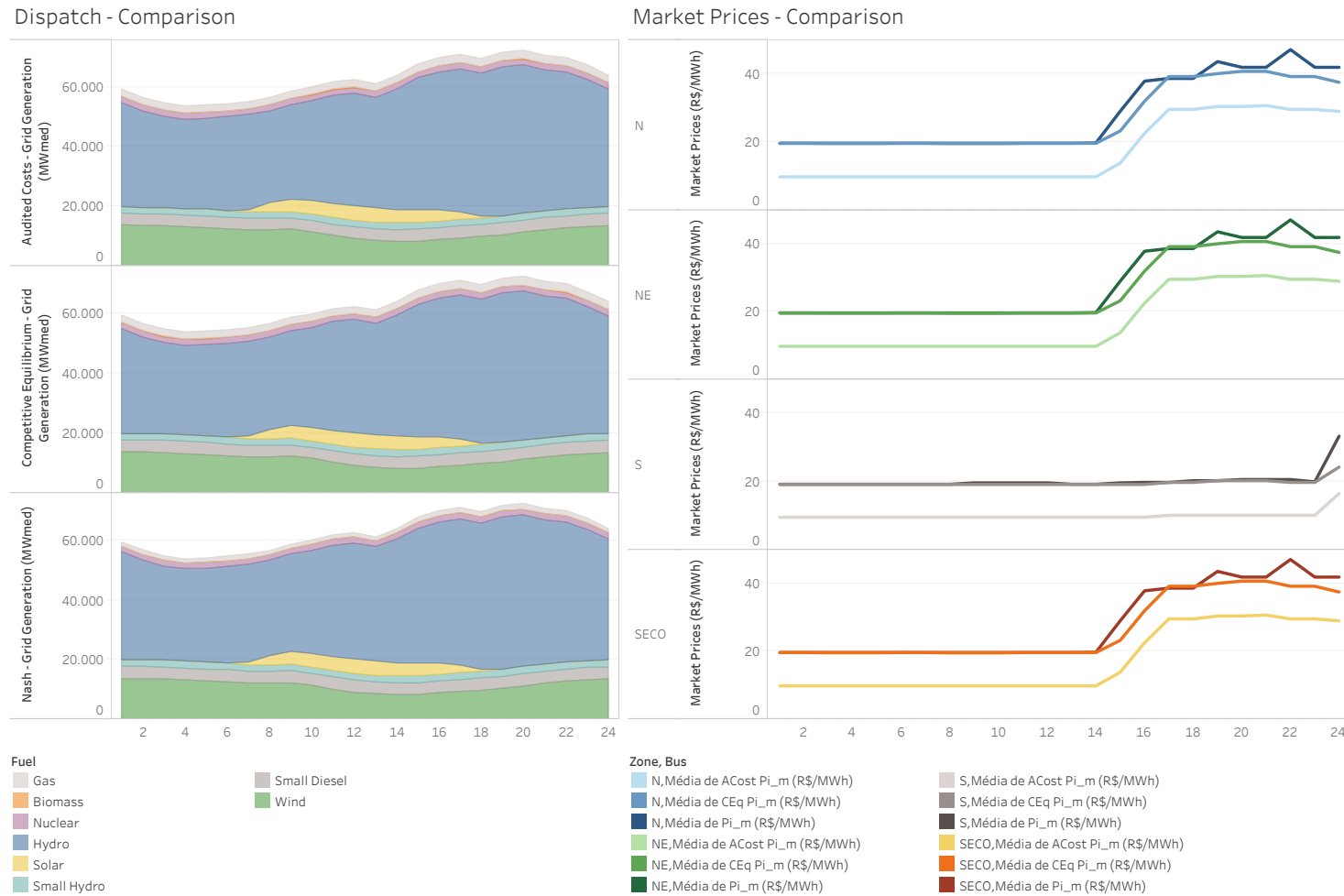


Figura 4.15: Comparação do despacho nodal e preços zonais para os casos de Custos Auditados, Equilíbrio Competitivo e Equilíbrio de Nash no “Caso Brasil”.

Para observar as receitas dos competidores *price-maker*, foi traçado o gráfico da figura 4.16. Para o “Caso Brasil”, optou-se por segregar as Receitas Totais em Receitas Operativas e Receitas por *Uplift*, para cada um dos três modelos. As colunas relacionadas ao modelo de “Custos Auditados” têm a cor azul, as colunas do modelo de “Equilíbrio Competitivo” receberam cores cinzas e, as colunas relacionadas ao “Equilíbrio de Nash”, cores alaranjadas. Ainda na legenda de cores do gráfico, as Receitas Operativas receberam cores mais claras, Receitas por *Uplift* receberam cores médias e, Receitas Totais, cores mais escuras. Assim, pode-se perceber que as receitas totais não foram elevadas para os competidores *price-maker* no “Equilíbrio de Nash” em comparação com os outros dois modelos, pois as receitas relacionadas ao “Equilíbrio Competitivo” foram superiores e a Receita Total do modelo por “Custos Auditados” foi a menor das três. No entanto, ao segregar as receitas totais em suas parcelas correspondentes, consegue-se verificar que as Receitas Operativas são um pouco maiores no “Equilíbrio de Nash” para a GENCO 43. Como o pagamento *uplift* não é endógeno ao Problema dos Agentes, por uma opção metodológica do trabalho, os competidores não contam com essa parcela ao maximizar suas receitas. Assim, para se observar que a GENCO 43 consegue, de fato, aumentar ligeiramente sua receita, foi necessário comparar a receita maximizada pelo Problema do Agente com a receita calculada no modelo por “Custos Auditados”. Essas duas parcelas de “receita operativa” refletem a resposta dos dois modelos.

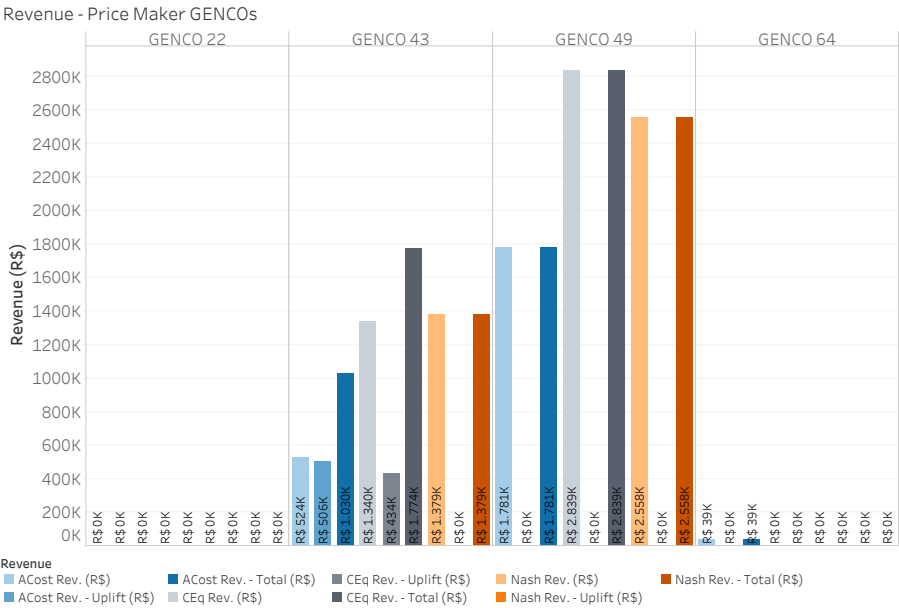


Figura 4.16: Receita dos agentes *price-maker* no “Caso Brasil”.

Para os competidores *price-taker*, foram traçados os gráficos da figura 4.17, que trazem a diferença entre as receitas totais no “Equilíbrio de Nash” e no modelo por “Custos Auditados”, na cor laranja, e a diferença entre as receitas totais no “Equilíbrio de Nash” e no “Equilíbrio Competitivo”, em azul. Com isso, se observa que houve aumento generalizado nas receitas para os competidores *price-taker*, sobretudo para agentes proprietários de usinas hidrelétricas, o que era de se esperar, dada a elevada geração hidráulica observada na figura 4.14.

Para se analisar a disponibilidade energética no ambiente com preço formado por ofertas simulado, foram traçados os gráficos da figura 4.18. O gráfico “System Supply”, em cinza, apresenta a capacidade instalada dos geradores a cada período para cada uma das 4 zonas, em comparação com as cargas zonais em laranja. No gráfico “Nash Equilibrium Supply”, em laranja mais escuro, são apresentadas as ofertas de quantidade a cada período para as quatro zonas, em comparação com as cargas zonais. O gráfico “Supply Reduction”, por sua vez, trata da diferença entre os dois gráficos anteriores, traçando as quantidades que foram reduzidas nas ofertas dos agentes, em azul claro, e sua representatividade com relação à capacidade instalada da zona, dada pela linha azul escura. Essa análise nos mostra que houve redução de 40% da disponibilidade da região Norte no mercado com preço formado por ofertas e uma redução de quase 30% da geração disponível na região Nordeste, no período de carga leve. A redução observada na zona Norte é explicada pela saída total do mercado do agente formador de preço GENCO 64, detentor de duas usinas na região. Tal comportamento estratégico adotado se deve à ausência de afluições verificadas na região para o dia 06/10/2022, dia modelado pelo “Caso Brasil” e, como as usinas da GENCO 64 são usinas a fio d’água, o competidor opta por se retirar do mercado. Por fim, no gráfico de pizza “Willingness to supply”, as usinas dos agentes formadores de preço são classificadas de acordo com sua disposição a ofertar, ou seja, se a usina oferta quantidades não nulas em todos os períodos, em alguns períodos ou em nenhum período. Assim, dentre as 35 usinas dos agentes *price-maker*, apenas 4 optam por se retirar do mercado e 3 ofertam quantidades em alguns dos períodos. Os resultados trazidos pelo gráfico “Willingness to supply” mostram que, conforme observado ao longo da análise dos resultados, para o caso modelado, não houve um comportamento acentuado por parte dos agentes *price-maker* visando a redução da geração máxima disponível.

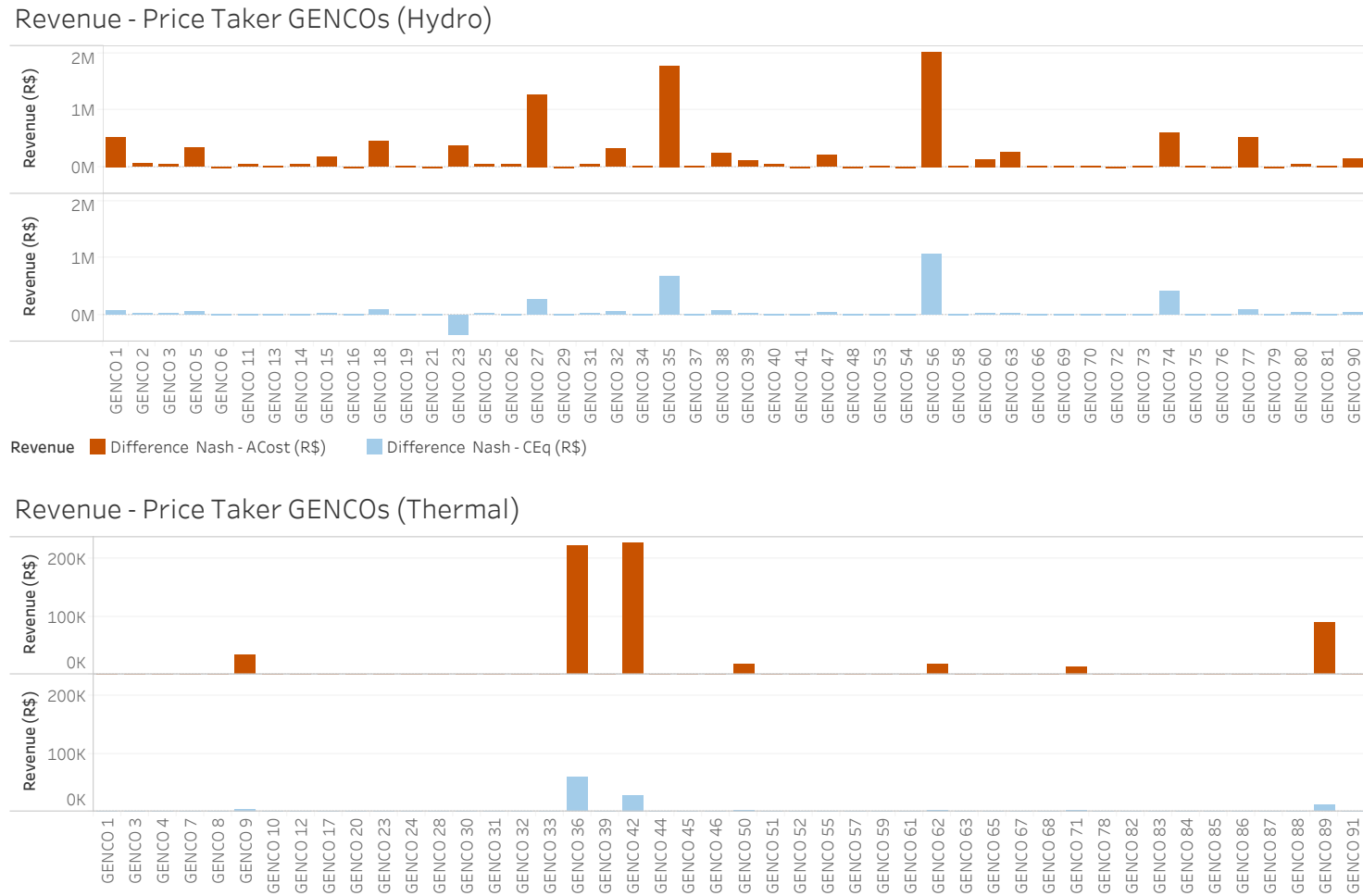


Figura 4.17: Receita dos agentes *price-taker* no “Caso Brasil”.

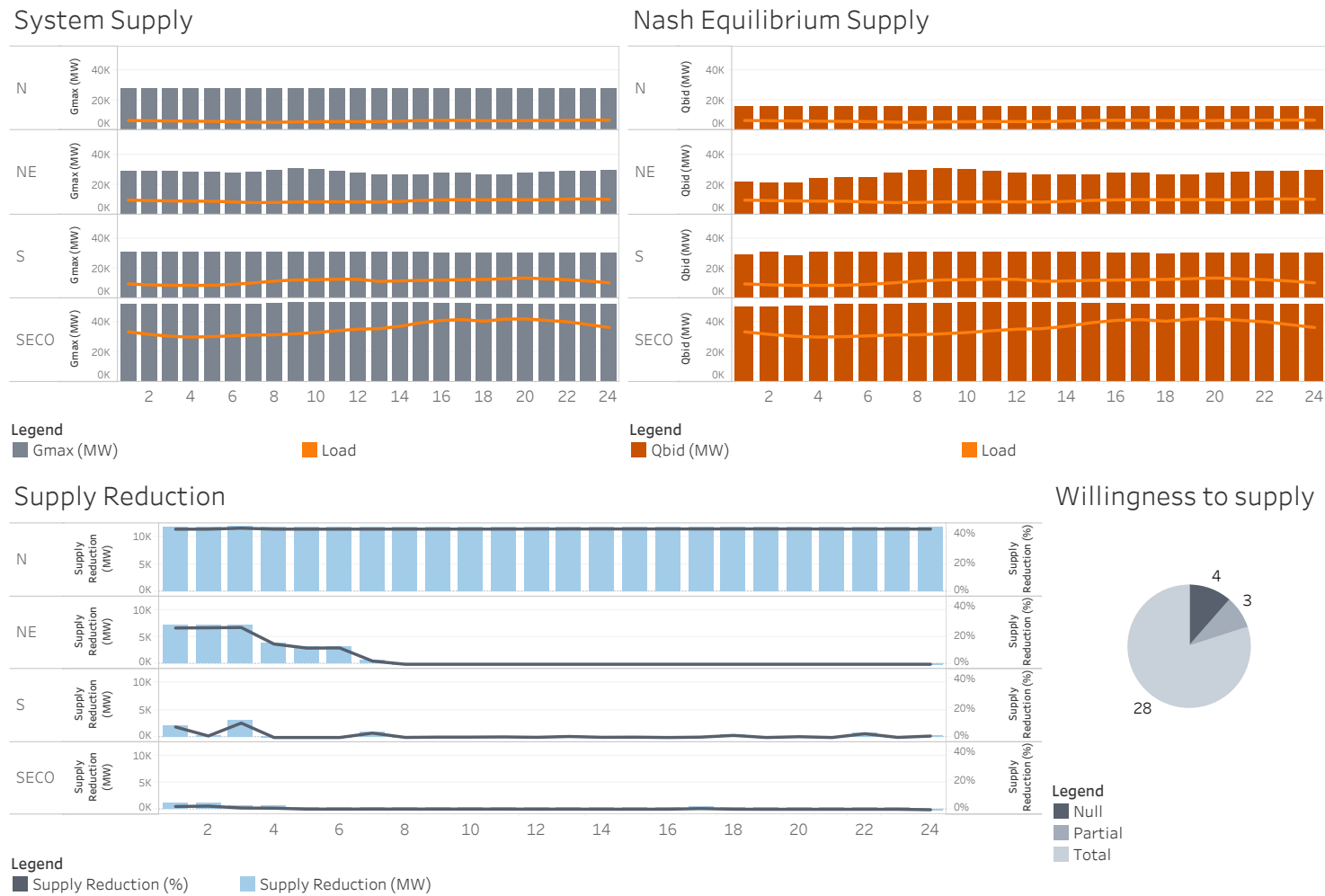
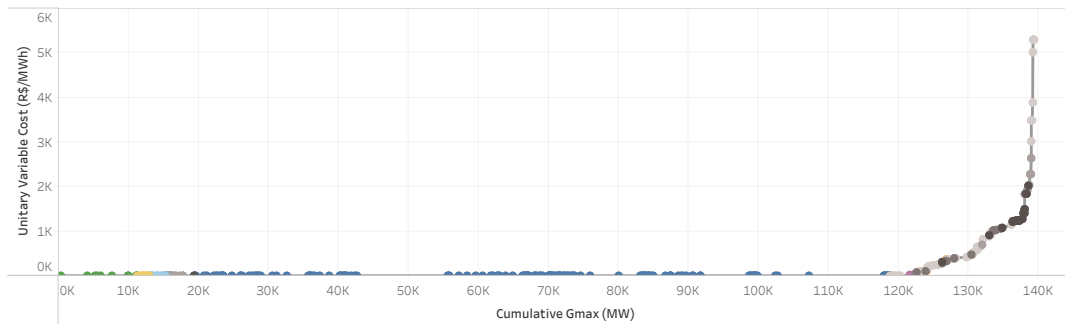


Figura 4.18: Análise da disponibilidade energética nos casos de Custos Auditados e Equilíbrio de Nash no “Caso Brasil”.

Outra forma de se analisar o comportamento dos agentes no modelo “Por Custos Auditados” e no modelo “Por Ofertas” é através das curvas de suprimento, traçadas na figura 4.19, conforme feito para o “Caso de Três Barras”. As reduções nas disponibilidades apontadas anteriormente também se verificam nas curvas de suprimento por conta do deslocamento para a esquerda da curva. Se cruzarmos os pontos de mínima e máxima demanda (54GW e 72,5GW, respectivamente) encontramos que o preço de equilíbrio¹⁵ seria R\$0,00 para o modelo de “Custos Auditados” e R\$10,00 para o “Equilíbrio de Nash”, o que confirma, mais uma vez que o sistema apresenta grande disponibilidade energética.

System Supply Curve



Nash Equilibrium Supply Curve

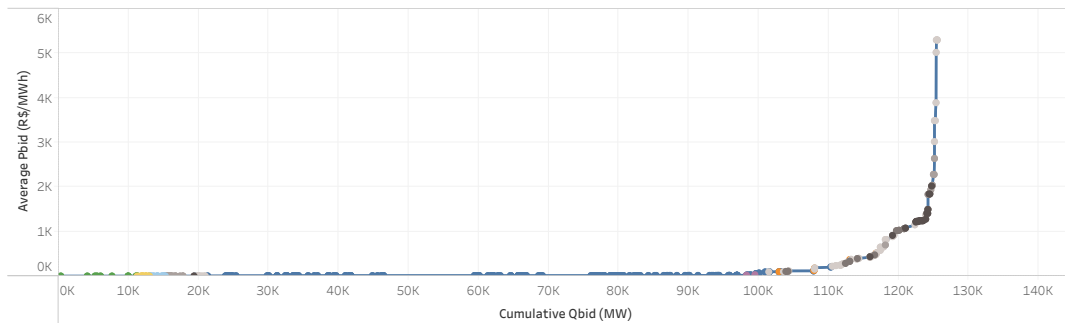


Figura 4.19: Curva de suprimento para os casos de Custos Auditados e Equilíbrio de Nash no “Caso Brasil”.

4.2.3

Insights sobre o comportamento estratégico dos competidores formadores de preço

Agora, discutidos os principais resultados sobre os experimentos numéricos realizados, serão analisados os comportamentos dos quatro agentes

¹⁵Ressalta-se mais uma vez que, para essa análise, são desconsiderados os custos introduzidos pela representação da rede e restrições físicas do problema.

formadores de preço. Os resultados do “Equilíbrio de Nash” serão comparados com o modelo de “Custos Auditados”, por se tratarem do modelo vigente de formação de preço no Brasil e sua possível alternativa. Após a apresentação dos principais pontos, serão traçados gráficos mais detalhados sobre cada agente justificando a análise feita.

GENCO 22:

Detentora de cinco usinas hidrelétricas com altos parâmetros de valor da água, alocadas no Nordeste, zona que apresenta perfil exportador com excesso de oferta proveniente de geração não despachável (custo variável unitário nulo) e baixa demanda. Devido ao valor da água elevado, as usinas da GENCO 22 não foram despachadas no modelo por “Custos Auditados”. Para o “Equilíbrio de Nash”, a decisão ótima é de apresentar disponibilidade para gerar ao preço de sua máxima oferta possível. Como o preço não atinge o valor ofertado, a usina não é acionada e repleciona seus reservatórios, com a “expectativa” de gerar energia valorada aos valores da água ν_j no futuro.

GENCO 43:

Detentora de 11 usinas hidrelétricas nas zonas Sudeste/Centro-Oeste, Sul e Norte e 1 usina termelétrica no Sul. Como todas as suas usinas apresentam baixo valor da água, a GENCO 43 tem incentivos para participar do mercado. Para as zonas Sul, Norte e SE/CO, o agente consegue aumentar suas receitas explorando o aumento dos preços zonais no ambiente “por ofertas”. Especificamente para as usinas Hydro 131 e Hydro 127, localizadas no MA e TO, respectivamente (zona Norte), é interessante reparar que, apesar de terem ν_j semelhantes e apresentarem ofertas de preço semelhantes, a GENCO adota duas estratégias diferentes para as quantidades ofertadas: para a Hydro 127, foi ofertada quantidade total e para a Hydro 131 foi ofertada uma quantidade reduzida. Investigando esse caso da Hydro 131, que é uma usina a fio d’água, foi percebido que isso ocorreu devido à dinâmica da cascata à montante. A cascata permite o armazenamento de água nas usinas Hydro 125 e 128, mas, pelo sinal de valor da água, ela é armazenada em Hydro 128. Com isso, essa usina não turbinada, apenas armazena e toda água que chega na usina Hydro 129 (próxima da cascata) é por afluência lateral ($98m^3/s$). Assim, a usina Hydro 129 turbinada esse mesmo valor e a água que, enfim, chega em Hydro 131 é a soma da água turbinada por Hydro 129 e sua própria afluência lateral ($511m^3/s$). Multiplicando esse valor por sua produtibilidade, chegamos a $107,31MW$, que é justamente o valor ofertado pela GENCO 43 para a Hydro 131. Esse é um exemplo prático dos efeitos das cascatas em um mercado hidrotérmico por ofertas, pois a GENCO 43 opta por reduzir sua oferta de quantidade diante

da expectativa de represamento do recurso hídrico nos reservatórios de montante. Como o agente proprietário da usina Hydro 128 é tomador de preços, não há intencionalidade no armazenamento de água por parte dele, visto que a decisão foi tomada pelo Operador da Rede, visando a otimização global dos recursos. Para o Sul, por exemplo, o perfil de geração é semelhante ao comparar os dois modelos, mas, como os preços zonais são praticamente o dobro no “Equilíbrio de Nash” (figura 4.15) a receita aumenta. Para a usina termelétrica no Sul Thermal 80, por conta da inflexibilidade declarada, a usina é acionada no modelo de “Custos Auditados”, gera prejuízo à GENCO 43 e esse valor é compensado pelo pagamento *uplift*. No ambiente por ofertas, as inflexibilidades foram zeradas, conforme mencionado anteriormente. Assim, a estratégia adotada pela GENCO 43 foi de retirá-la do mercado, visto que seu preço é muito mais alto do que o preço da rede e do mercado e, mesmo ofertando quantidades totais, a usina não é despachada.

GENCO 49:

A GENCO 49 é proprietária de 13 usinas hidrelétricas e 3 usinas termelétricas, todas alocadas na zona SE/CO. Com isso, o agente consegue, para todas as suas usinas, aumentar suas receitas, aproveitando os preços zonais mais altos para o “Equilíbrio de Nash”. Para o caso específico da Hydro 88, uma usina a fio d’água, o valor de quantidade ofertada é, de maneira análoga ao exemplo visto anteriormente, dado pela afluência que chega até seu reservatório. O pequeno pico observado em $t = 16$ na quantidade ofertada é dado pela maior disponibilidade de geração em virtude da chegada da água vertida pela Hydro 87 em $t = 10$. Essa água, por sua vez, chega à Hydro 87 por conta do vertimento realizado em $t = 5$ pela Hydro 86, usina de cabeceira. Por meio dessas sequências de defluências, todas as usinas envolvidas na cascata puderam aumentar sua geração até o período $t = 24$ e, conseqüentemente, sua receita operativa.

GENCO 64:

A GENCO 64 é proprietária de duas usinas hidrelétricas na zona Norte. Mais uma vez, como as duas usinas Hydro 145 e Hydro 152 são a fio d’água, as ofertas de quantidades tem relação direta com as afluências recebidas. Uma de suas usinas apresenta alto valor da água e recebeu afluência lateral (Hydro 152), enquanto a outra apresenta baixo valor da água e não recebeu afluência lateral (Hydro 145). Com isso, conforme tratado anteriormente, a GENCO 64 opta pela estratégia de sair do mercado, zerando as quantidades ofertadas pela (Hydro 145) e mantendo o alto preço para a (Hydro 152), em virtude das baixas afluências.

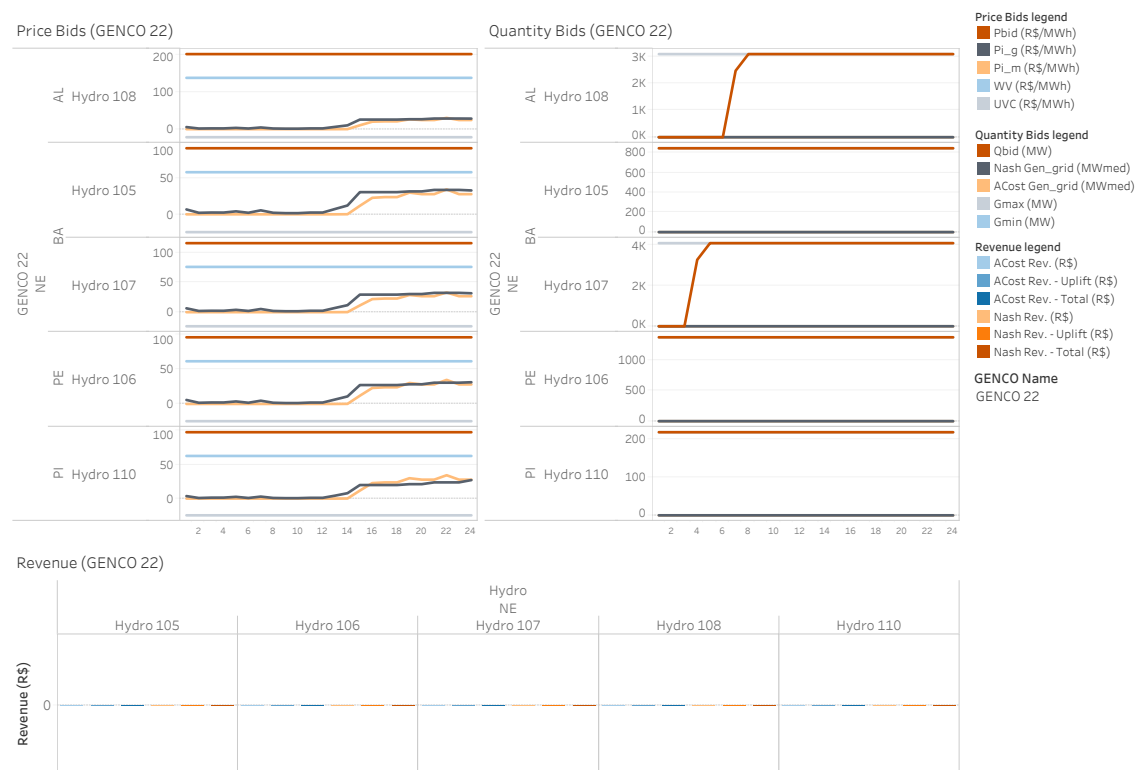


Figura 4.20: Painel mostrando o detalhamento sobre a operação das usinas da GENCO 22 e sua receita, justificando seu comportamento estratégico como formadora de preço.

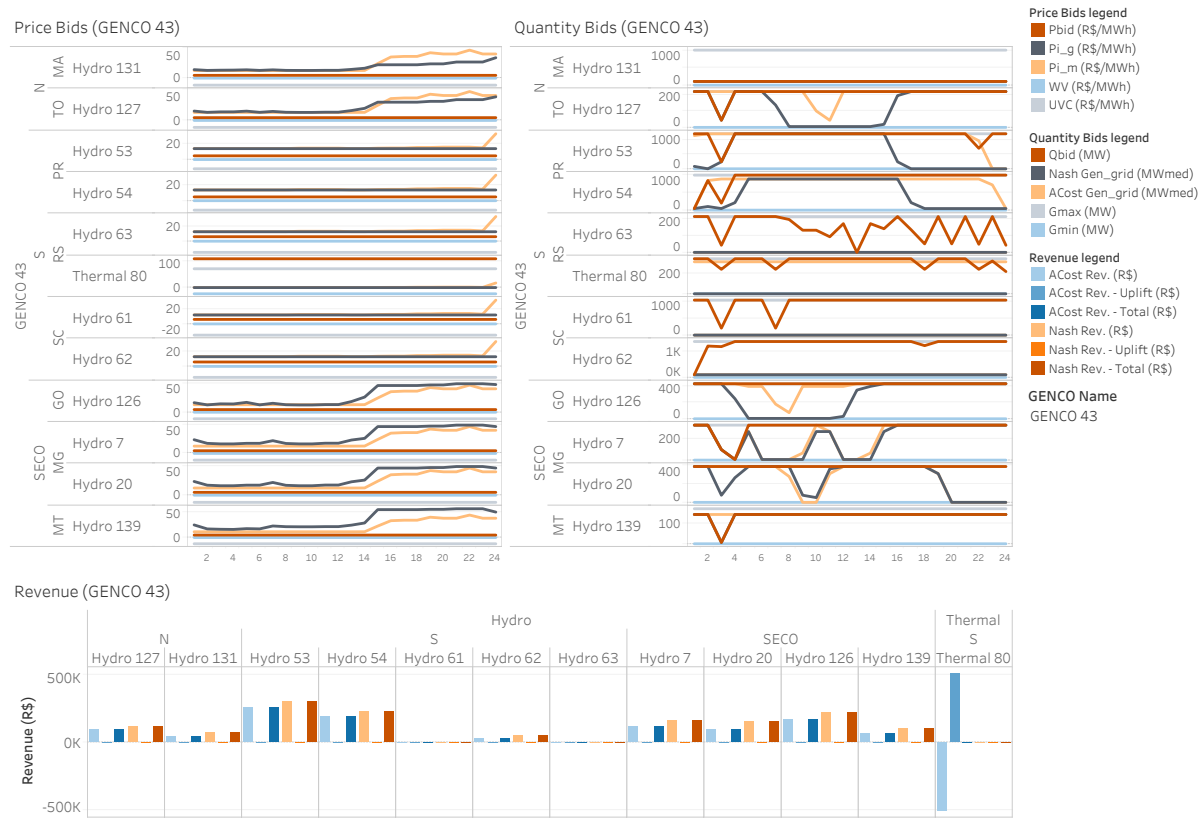


Figura 4.21: Pannel mostrando o detalhamento sobre a operação das usinas da GENCO 43 e sua receita, justificando seu comportamento estratégico como formadora de preço.

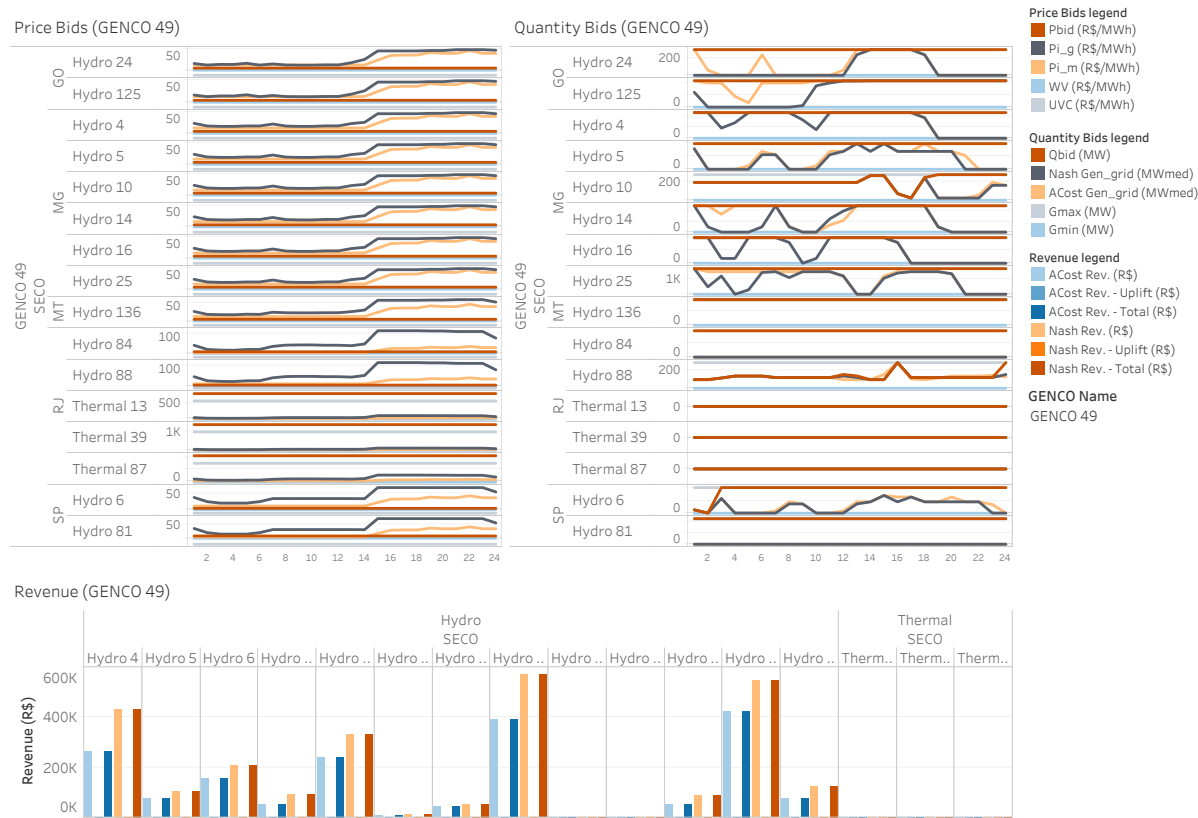


Figura 4.22: Pannel mostrando o detalhamento sobre a operação das usinas da GENCO 49 e sua receita, justificando seu comportamento estratégico como formadora de preço.

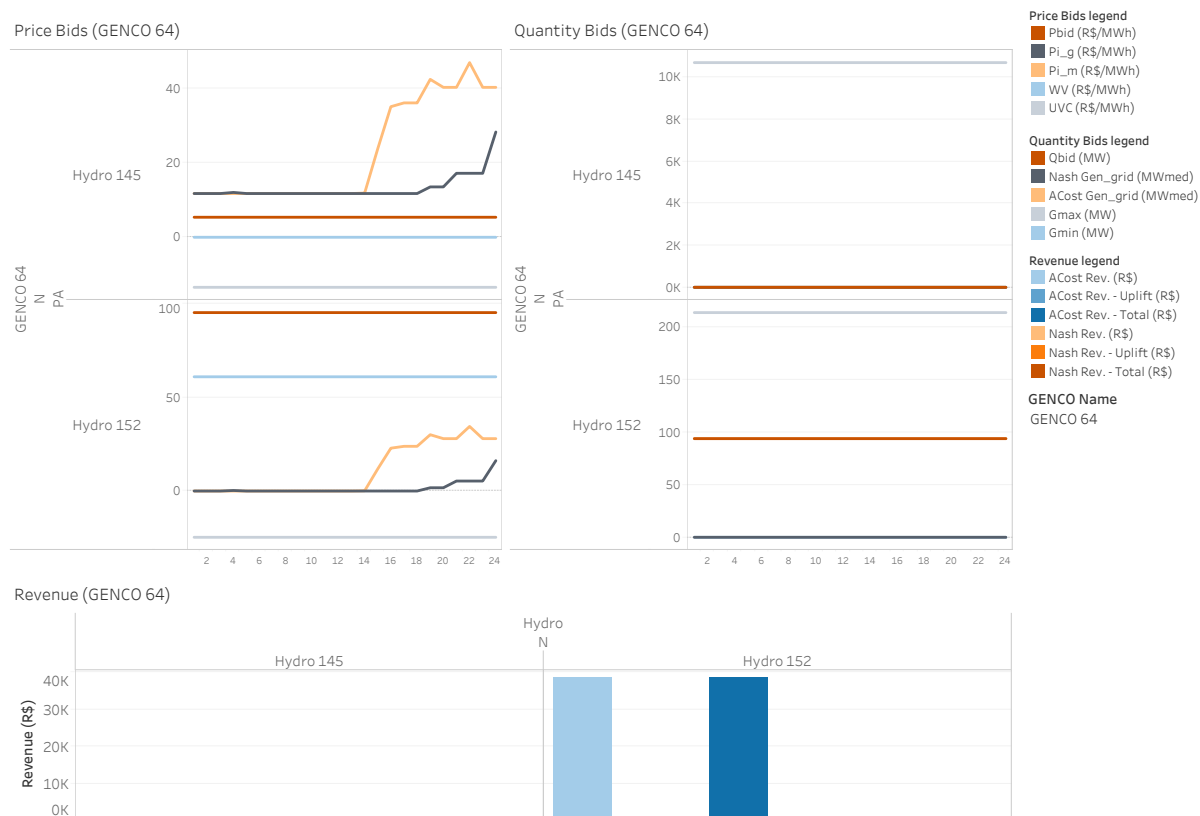


Figura 4.23: Pannel mostrando o detalhamento sobre a operação das usinas da GENCO 64 e sua receita, justificando seu comportamento estratégico como formadora de preço.

5 Conclusões

Diante das perspectivas de continuidade e aprofundamento da discussão sobre o paradigma de formação de preço da energia no Brasil, estudos prévios e simulações sobre o ambiente competitivo brasileiro se tornam essenciais para entender os possíveis riscos de uma eventual implementação desse mecanismo. Nesse sentido, o uso de modelos de equilíbrio desponta como uma poderosa ferramenta que permite emular e analisar o comportamento dos competidores para identificar possíveis ineficiências a serem mitigadas.

O presente trabalho apresentou um modelo de otimização binível capaz de emular o processo decisório de ofertas ótimas de um competidor em um mercado de energia elétrica de dia-seguinte de base hidrotérmica. Para tal, foi assumido um desenho de mercado-operação similar ao contexto regulatório brasileiro atual, com definição de preços *ex-ante* e liquidação pelos montantes despachados (*ex-post*).

Em seguida, foi apresentado um algoritmo baseado no método Gauss-Seidel para a identificação de um ponto operativo em que o Equilíbrio de Nash é verificado. Dessa forma, permite-se definir e avaliar pontos de equilíbrio de um dado mercado de energia. Com isso, busca-se emular a dinâmica de mercado e representar o comportamento racional dos jogadores nesse ambiente competitivo.

Por fim, foram conduzidos dois experimentos numéricos: com uma rede fictícia de três barras e com um caso baseado no sistema brasileiro completo. A partir da comparação de seus resultados com modelos que simulam um mercado por “custos auditados”, vigente no Brasil, e o ponto de “equilíbrio competitivo”, em que competidores fazem ofertas verdadeiras, foram coletados *insights* empíricos relevantes, dentre os quais se destacam:

- A ocorrência de competição pelas quantidades em detrimento da competição pelo preço, visto que pequenas modificações nos preços ofertados podem provocar grandes alterações nas receitas, em virtude da entrada ou saída do competidor na ordem de mérito;
- A prática de retirar oferta do mercado para modificar o preço de equilíbrio e gerar acréscimos de receita, tanto para os jogadores formadores de preço quanto para os tomadores de preço;
- Os desafios trazidos pelas cascatas de usinas hidrelétricas de múltiplos proprietários, pois as decisões de usinas a montante impactam diretamente nas receitas de usinas a jusante;

- A importância de um sinal adequado de valor da água ou função de custo futuro proveniente de estudos de maior horizonte;
- O impacto das afluências nas receitas e, conseqüentemente, no comportamento dos competidores.

Como trabalhos futuros, pode-se vislumbrar possíveis extensões do problema apresentado, fora do escopo do presente trabalho. Dentre elas, podem ser citados: (i) a importação de energia por países vizinhos; (ii) a introdução de mais segmentos de oferta; (iii) introdução de mecanismos de resposta da demanda, com pequenas alterações em (3-2) e (3-19); (iv) inclusão de novas variáveis de desvio com atendimento compulsório como uma das vazões defluentes em (3-15) e (3-27), para modelar usos consuntivos da água; (v) inclusão de limites superiores nas equações (3-13), (3-14), (3-25) e (3-26) para modelar novas restrições hidráulicas, além da inclusão de novas restrições; (vi) inclusão de restrições de UC, melhorando a aproximação entre modelo e realidade. Naturalmente, todas essas extensões incorrem na complexificação do problema modelado e no aumento substancial do custo computacional da resolução.

Adicionalmente, sugere-se:

- (i) A incorporação no modelo de elementos de desenho de mercado que tratem a problemática das cascatas de usinas hidrelétricas de múltiplos proprietários em um mercado “por ofertas”, tal como em (PSR e ENGIE, 2022a);
- (ii) O estudo do impacto da consideração dos pagamentos *uplift* endogenamente ao modelo no comportamento dos competidores;
- (iii) O estudo da mudança da agregação de preços (zonal x nodal) na receita dos competidores e seu impacto no equilíbrio do mercado;
- (iv) Análises de sensibilidade com diferentes cenários hidrológicos e estados do sistema, além de mudanças na modelagem do valor da água.

Referências bibliográficas

ANDERSON, E. J.; PHILPOTT, A. B. Using Supply Functions for Offering Generation into an Electricity Market. **Operations Research**, v. 50, n. 3, p. 477–489, May–Jun. 2002.

BARROSO, L. et al. Virtual models for reservoir management in competitive markets. In: **Proceedings of the 3rd conference on hydroscheduling in competitive Markets–Bergen, Norway**. [S.l.: s.n.], 2012.

BARROSO, L. A. N. et al. Nash equilibrium in strategic bidding: a binary expansion approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 21, n. 2, p. 629–638, 2006.

BORENSTEIN, S.; BUSHNELL, J.; KNITTEL, C. R. A cournot-nash equilibrium analysis of the new jersey electricity market. In: . [S.l.: s.n.], 1998.

BOYLE, G. (Ed.). **Renewable Electricity and the Grid: The Challenge of Variability**. [S.l.]: Routledge, 2009.

BRASIL. **SENADO FEDERAL. Projeto de Lei nº 414, de 2021**. 2021. Disponível em: <<https://www.camara.leg.br/proposicoesWeb/fichadetramitacao?idProposicao=2270036>>. Acesso em: 16 fev. 2023.

CHURCH, J. R.; WARE, R. **Industrial organization: A strategic approach**. [S.l.]: Boston: Irwin McGraw Hill, 2000.

CONTRERAS, J.; KLUSCH, M.; KRAWCZYK, J. Numerical solutions to nash-cournot equilibria in coupled constraint electricity markets. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 19, n. 1, p. 195–206, 2004.

CRUZ, M. et al. Strategic bidding for price-maker producers in predominantly hydroelectric systems. **Electric Power Systems Research**, v. 140, p. 435–444, 2016. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779616302048>>.

DING, F.; FULLER, J. D. Nodal, Uniform, or Zonal Pricing: Distribution of Economic Surplus. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 20, n. 2, p. 875–882, May 2005.

DUTRA, J.; MENEZES, F. Energy transition in the brazilian electric power system. **Competition and Regulation in Network Industries**, v. 23, n. 2, p. 119–134, 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/17835917221088765>>.

FANZERES, B.; AHMED, S.; STREET, A. Robust strategic bidding in auction-based markets. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 272, n. 3, p. 1158–1172, 2019.

FANZERES, B.; STREET, A.; POZO, D. A column-and-constraint generation algorithm to find nash equilibrium in pool-based electricity markets. **Electric Power Systems Research**, v. 189, p. 106806, 2020. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037877962030609X>>.

FEHR, N.-H. Von der; WOLAK, F. A. **Power sector reform in Brazil: some issues**. [S.l.], 2003.

FORTUNY-AMAT, J.; MCCARL, B. A representation and economic interpretation of a two-level programming problem. **Journal of the Operational Research Society**, v. 32, p. 783–792, 1981. ISSN 1476-9360. Disponível em: <<https://doi.org/10.1057/jors.1981.156>>.

FUJIWARA-GREVE, T. **Non-Cooperative Game Theory**. 1st. ed. [S.l.]: Springer Japan, 2015.

GABRIEL, S. A. et al. **Complementarity Modeling in Energy Markets**. [S.l.]: New York: Springer, 2013.

GARCIA, J. D.; BODIN, G.; STREET, A. **BilevelJuMP.jl: Modeling and Solving Bilevel Optimization in Julia**. 2022.

GLACHANT, J.-M.; JOSKOW, P. L.; POLLITT, M. G. (Ed.). **Handbook on Electricity Markets**. First. [S.l.]: Edward Elgar Pub, 2021.

GRIMM, V. et al. Optimal price zones of electricity markets: a mixed-integer multilevel model and global solution approaches. **Optimization Methods and Software**, v. 34, p. 1–31, 11 2017.

GRIMM, V. et al. The Impact of Market Design on Transmission and Generation Investment in Electricity Markets. **Energy Economics**, v. 93, p. 104934, January 2021.

HELSETH, A.; MELO, A. C. G. de. **Scheduling Toolchains in Hydro-Dominated Systems: Evolution, Current Status and Future Challenges for Norway and Brazil**. [S.l.], 2020.

HOBBS, B. Linear complementarity models of nash-cournot competition in bilateral and poolco power markets. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 16, n. 2, p. 194–202, 2001.

HOGAN, W. W. Transmission Congestion: the Nodal-Zonal debate Revisited. **Harvard University, John F. Kennedy School of Government, Center for Business and Government**. Retrieved August, v. 29, n. 4, February 1999.

HOGAN, W. W. Electricity market restructuring: Reforms of reforms. **Journal of Regulatory Economics**, v. 21, p. 103–132, 2002.

HOGAN, W. W. Electricity Market Design and Efficient Pricing: Applications for New England and Beyond. **The Electricity Journal**, v. 27, n. 7, p. 23–49, August–September 2014.

HUNT, S. **Making Competition Work in Electricity**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2002.

JONES, L. E. **Renewable Energy Integration: Practical Management of Variability, Uncertainty, and Flexibility in Power Grids**. [S.l.]: Elsevier Inc., 2014.

KARTHIKEYAN, S. P.; RAGLEND, I. J.; KOTHARI, D. P. A Review on Market Power in Deregulated Electricity Market. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 48, n. 1, p. 139–147, June 2013.

KELMAN, R.; BARROSO, L. A. N.; PEREIRA, M. V. F. Market power assessment and mitigation in hydrothermal systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 16, n. 3, p. 354–359, 2001.

KRISHNA, V. **Auction theory**. [S.l.]: Academic press, 2009.

LÉTÉ, Q.; SMEERS, Y.; PAPAVALIOU, A. An analysis of zonal electricity pricing from a long-term perspective. **Energy Economics**, v. 107, p. 105853, 2022. ISSN 0140-9883. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140988322000366>>.

LINO, P. et al. Bid-based dispatch of hydrothermal systems in competitive markets. **Annals of Operations Research**, v. 120, p. 81–97, 2003. ISSN 1572-9338. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1023/A:1023322328294>>.

LUO, Z.-Q.; PANG, J.-S.; RALPH, D. **Mathematical Programs with Equilibrium Constraints**. 1st. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2008.

MACEIRA, M. E. P. et al. Twenty Years of Application of Stochastic Dual Dynamic Programming in Official and Agent Studies in Brazil – Main Features and Improvements on the NEWAVE Model. In: **Power Systems Computation Conference (PSCC), 2018**. Dublin, Ireland: [s.n.], 2018. p. 1–7.

MME. **Relatório do Grupo de Trabalho da Modernização do Setor Elétrico**. 2019. Disponível em: <<https://www.gov.br/mme/pt-br/assuntos/secretarias/secretaria-executiva/modernizacao-do-setor-eletrico/arquivos/pasta-geral-publicada/relatorio-do-gt-modernizacao-do-setor-eletrico.pdf>>. Acesso em: 17 mai. 2020.

MUNHOZ, F. C. Two-Settlement System for the Brazilian Electricity Market. **Energy Policy**, v. 152, p. 112234, May 2021.

MUNOZ, F. et al. Economic inefficiencies of cost-based electricity market designs. **The Energy Journal**, v. 39, p. 51–68, 07 2018.

NAMETALA, C. A. L. et al. Analysis of hourly price granularity implementation in the brazilian deregulated electricity contracting environment. **Utilities Policy**, v. 81, p. 101513, 2023. ISSN 0957-1787. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957178723000255>>.

NASH, J. Non-cooperative games. **Annals of Mathematics**, v. 54, n. 3, p. 286–295, 1951.

NAZARÉ, F.; CUNHA, G.; BASTOS, J. Uma metodologia para ofertas de preços no setor elétrico brasileiro: Avaliação e impactos. **Anais do XXV SNPTEE**, 2019.

NEVES, E. et al. A adoção do preço horário na operação do mercado brasileiro – questões e soluções. **Anais do XXV SNPTEE**, 2019.

NIE, J.; TANG, X.; XU, L. The Gauss–Seidel Method for Generalized Nash Equilibrium Problems of Polynomials. **Computational Optimization and Applications**, v. 78, p. 529–557, March 2021.

OGGIONI, G.; SMEERS, Y. Market Failures of Market Coupling and Counter-Trading in Europe: An Illustrative Model based Discussion. **Energy Economics**, v. 35, p. 74–87, January 2013.

ONS. **Deck NEWAVE Definitivo (Outubro 2022)**. 2022. Disponível em: <https://sintegre.ons.org.br/sites/9/52/71/paginas/servicos/produtos-pasta.aspx?RootFolder=%2Fsites%2F9%2F52%2F71%2FProdutos%2F286%2F29-09-2022_213900&produto=DECK%20NEWAVE%20DEFINITIVO&descricaoProduto=Deck%20NEWAVE%20Definitivo%20-%20Outubro%202022>. Acesso em: 03 abr. 2023.

ONS. **Decks de Entrada e Saída - Modelo DESSEM (06/10/2022)**. 2022. Disponível em: <https://sintegre.ons.org.br/sites/9/51/Produtos/277/DS_ONS_102022_RV0D06.zip>. Acesso em: 03 abr. 2023.

ONS. **Geração por Usinas em Base Horária - 2: banco de dados**. 2022. Disponível em: <<https://dados.ons.org.br/dataset/geracao-usina-2>>. Acesso em: 03 abr. 2023.

ONS. **Limites de Transmissão para Representação no Programa Mensal de Operação - Outubro/2022**. 2022. Disponível em: <https://sintegre.ons.org.br/sites/9/52/Produtos/302/RT-ONS%20DPL%200486_2022_Limites%20PMO_Outubro-2022.pdf>. Acesso em: 03 abr. 2023.

PEREIRA, M. et al. Strategic bidding under uncertainty: a binary expansion approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 20, n. 1, p. 180–188, 2005.

PEREIRA, M. V.; BARROSO, L. A.; ROSENBLATT, J. Supply Adequacy in the Brazilian Power Market. In: **IEEE PES General Meeting, 2004**. Denver, CO, USA: [s.n.], 2004. p. 1–6.

PEREZ-ARRIAGA, I. J.; OLMOS, L. A Plausible Congestion Management Scheme for the Internal Electricity Market of the European Union. **Utilities Policy**, v. 13, n. 2, p. 117–134, June 2005.

PHAM, T. Market power issues in liberalized wholesale electricity markets: A review of the literature with a look into the future. **Revue d'économie politique**, v. 129, n. 3, p. 325–354, 2019. Disponível em: <<https://www.cairn.info/revue-d-economie-politique-2019-3-page-325.htm>>.

PINEDA, S.; MORALES, J. M. Solving linear bilevel problems using big-ms: Not all that glitters is gold. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 34, n. 3, p. 2469–2471, 2019.

POZO, D.; CONTRERAS, J. Finding multiple nash equilibria in pool-based markets: A stochastic epec approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 26, n. 3, p. 1744–1752, 2011.

POZO, D.; SAUMA, E.; CONTRERAS, J. Basic Theoretical Foundations and Insights on Bilevel Models and Their Applications to Power Systems. **Annals of Operations Research**, v. 254, n. 1–2, p. 303–334, Jul. 2017.

PSR; ENGIE. Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no brasil: Entregável 01: Avaliação conceitual e estratégias de desenho. **PD ANEEL PD-00403-0050/2020**, 2020. Disponível em: <https://www.engie.com.br/uploads/2021/09/PeD_Engie_Rel1_EstrategiasDeDesenho.pdf>.

PSR; ENGIE. Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no brasil: Entregável 03: Proposta de desenho de mecanismo conceitual. **PD ANEEL PD-00403-0050/2020**, 2021. Disponível em: <https://www.engie.com.br/uploads/2021/09/PeD_Engie_Rel3_DesenhoConceitual.pdf>.

PSR; ENGIE. Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no brasil: Entregável 04: Visão internacional. **PD ANEEL PD-00403-0050/2020**, 2021. Disponível em: <https://www.engie.com.br/uploads/2021/09/PeD_Engie_Rel4_VisaoInternacional.pdf>.

PSR; ENGIE. Propostas de metodologias para a formação de preços por ofertano brasil: Entregável 06: Desenho detalhado. **PD ANEEL PD-00403-0050/2020**, 2022. Disponível em: <https://www.engie.com.br/uploads/2022/07/PeD_Engie_Rel6_DesenhoDetalhado_02Fev2022_Final.pdf>.

PSR; ENGIE. Propostas de metodologias para a formação de preços por oferta no brasil: Entregável 11: Estudos de caso com o modelo de equilíbrio de nash. **PD ANEEL PD-00403-0050/2020**, 2022. Disponível em: <https://www.engie.com.br/uploads/2023/02/PeD_Engie_Rel11_30Oct2022.pdf>.

RIBEIRO, L. et al. Technical and economical aspects of wholesale electricity markets: An international comparison and main contributions for improvements in brazil. **Electric Power Systems Research**, v. 220, p. 109364, 2023. ISSN 0378-7796. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779623002535>>.

RUDKEVICH, A. On the Supply Function Equilibrium and Its Applications in Electricity Markets. **Decision Support Systems**, v. 40, n. 3–4, p. 409–425, October 2005.

RUIZ, C.; CONEJO, A. J. Pool strategy of a producer with endogenous formation of locational marginal prices. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 24, n. 4, p. 1855–1866, 2009.

SANTOS, A. Q. O. et al. Electricity Market in Brazil: A Critical Review on the Ongoing Reform. **Energies**, v. 14, n. 10, p. 2873, May 2021.

SANTOS, T. N. et al. Hourly Pricing and Day-Ahead Dispatch Setting in Brazil: The DESSEM model. **Electric Power Systems Research**, v. 189, p. 106709, December 2020.

STEEGER, G.; REBENNACK, S. Strategic bidding for multiple price-maker hydro-electric producers. **IIE Transactions**, Taylor Francis, v. 47, n. 9, p. 1013–1031, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/0740817X.2014.1001928>>.

STREET, A. et al. Assessing the cost of the hazard-decision simplification in multistage stochastic hydrothermal scheduling. **Applied Energy**, v. 280, p. 115939, 2020. ISSN 0306-2619. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0306261920313969>>.

TAYLOR, J. A. **Convex Optimization of Power Systems**. 1st. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2015.

TOLMASQUIM, M. T. et al. Electricity Market Design and Renewable Energy Auctions: The Case of Brazil. **Energy Policy**, v. 158, p. 112558, November 2021.

VLACHOS, A. G.; BISKAS, P. N. Modeling zonal exchanges and nodal system representation in multi-zonal spot electricity markets. **Electric Power Systems Research**, v. 196, p. 107172, Jul. 2021.

WOLAK, F. A. **Options for Short-Term Price Determination in the Brazilian Wholesale Electricity Market: Report Prepared for Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE)**. [S.l.], 2003.

7

Apêndice

7.1

Nomenclatura

Nesta seção, serão apresentados todos os símbolos utilizados no presente trabalho, separados por suas categorias.

Índices:

- t : período; T : último período;
- i : usina termelétrica;
- j : usina hidrelétrica;
- b : barra;
- z : zona;
- l : linha;
- e : intercâmbio.
- ψ : agente competidor.

Conjuntos e espaços:

- \mathcal{T} : conjunto de períodos;
- \mathcal{I} : conjunto de usinas termelétricas; · \mathcal{J} : conjunto de usinas hidrelétricas;
- \mathcal{B} : conjunto de barras; · \mathcal{Z} : conjunto de zonas;
- \mathcal{L} : conjunto de linhas; · \mathcal{E} : conjunto de intercâmbios;
- Ψ : conjunto de agentes competidores;
- Ω_{M_j} : conjunto de usinas hidrelétricas a montante da usina hidrelétrica j ;
- \mathcal{I}^b : conjunto de usinas termelétricas conectados à barra b ;
- \mathcal{J}^b : conjunto de usinas hidrelétricas conectados à barra b ;
- \mathcal{I}^z : conjunto de usinas termelétricas conectados à zona z ;
- \mathcal{J}^z : conjunto de usinas hidrelétricas conectados à zona z ;
- \mathcal{I}^ψ : conjunto de usinas termelétricas do competidor líder ψ ;
- \mathcal{J}^ψ : conjunto de usinas hidrelétricas do competidor líder ψ ;
- $\mathcal{I}^{-\psi}$: conjunto de usinas termelétricas dos demais competidores, exceto o competidor líder ψ ;
- $\mathcal{J}^{-\psi}$: conjunto de usinas hidrelétricas dos demais competidores, exceto o competidor líder ψ ;
- \mathcal{M}^G : espaço de soluções do Problema do Operador da Rede;
- \mathcal{M}^M : espaço de soluções do Problema do Operador do Mercado;

· \mathcal{X}^ψ : espaço de soluções do Problema dos Agentes para o agente ψ .

Sobrescritos e subscritos das variáveis:

- G : variáveis ligadas ao Problema do Operador da Rede;
- M : variáveis ligadas ao Problema do Operador do Mercado;
- H : variáveis ligadas às usinas hidrelétricas;
- T : variáveis ligadas às usinas termelétricas;
- $_{eq}$: variáveis ligadas ao Equilíbrio de Nash.

Funções:

- $to(l)$: retorna a barra b de destino da linha l ;
- $fr(l)$: retorna a barra b de origem da linha l ;
- $to(e)$: retorna a zona z de destino do intercâmbio e ;
- $fr(e)$: retorna a zona z de origem do intercâmbio e .

Parâmetros, constantes e dados de entrada:

- C^d : custo de déficit;
- γ_j valor da água armazenada no reservatório da usina hidrelétrica j ($R\$/hm^3$);
- $D_{b,t}$: carga na barra b e período t ;
- $\overline{F}_l, \underline{F}_l$: capacidade máxima e mínima de transmissão da linha l ;
- x_l : reatância da linha l ;
- $\overline{Q}_j^H, \underline{Q}_j^H$: quantidade máxima e mínima de geração da usina hidrelétrica j ;
- $\overline{Q}_i^T, \underline{Q}_i^T$: quantidade máxima e mínima de geração da usina termelétrica i ;
- $\overline{R}_j^H, \underline{R}_j^H$: rampa máxima de subida e descida da usina hidrelétrica j ;
- $\overline{R}_i^T, \underline{R}_i^T$: rampa máxima de subida e descida da usina termelétrica i ;
- $\overline{V}_j, \underline{V}_j$: volume armazenável máximo e mínimo no reservatório da usina hidrelétrica j ;
- ξ : constante de conversão de turbinamento (m^3/s) para armazenamento (hm^3), considerando o período de 1 h, igual a $0,0036 \text{ } hm^3/\frac{m^3}{s}$;
- $Y_{j,t}$: afluência lateral ao reservatório da hidrelétrica j no período t ;
- τ_{mj} : tempo de viagem da água em períodos entre a usina hidrelétrica a montante m e a usina hidrelétrica j ;
- ρ_j : produtibilidade da usina hidrelétrica j ;
- ρ_{c_j} : produtibilidade acumulada da usina hidrelétrica j na cascata;
- ν_j valor da água armazenada no reservatório da usina hidrelétrica j ($R\$/MWh$);
- $D_{z,t}$: carga da zona z no período t ;
- $\overline{F}_e, \underline{F}_e$: capacidade máxima e mínima de transmissão do intercâmbio e ;
- c_i^T : custo variável unitário de geração para a usina termelétrica i ;
- η : coeficiente de teto de ofertas de preço.

Resultados e variáveis de decisão:

- $\mathbf{p}^G, \mathbf{g}^G$: matrizes das gerações de todas as usinas termelétricas e hidrelétricas para o Problema do Operador da Rede;
- $g_{j,t}^G, p_{i,t}^G$: geração hidráulica de j e térmica de i no período t para o Problema do Operador da Rede;
- \mathbf{f}^G : matriz de fluxos nas linhas para o Problema do Operador da Rede;
- $f_{l,t}^G, f_{lz,t}^M$: fluxo na linha l da rede e no intercâmbio lz do mercado no período t (MWh);
- δ^G, θ^G : matrizes de déficits e ângulos nas barras para o Problema do Operador da Rede;
- $\delta_{b,t}^G$: déficit na barra b e período t para o Problema do Operador da Rede;
- $\theta_{b,t}^G$: ângulo da tensão na barra b no período t para o Problema do Operador da Rede;
- $\mathbf{v}^G, \mathbf{q}^G$ e \mathbf{s}^G : matrizes de volumes armazenados, turbinamentos e vertimentos das usinas hidrelétricas para o Problema do Operador da Rede;
- $v_{j,t}^G, q_{j,t}^G$ e $s_{j,t}^G$: volume armazenado, turbinamento e vertimento da usina hidrelétrica j no período t para o Problema do Operador da Rede;
- $v_{j,0}^G$ e $v_{j,T}^G$: volume inicial e final do reservatório da usina hidrelétrica j no período t para o Problema do Operador da Rede;
- π^G : matriz de preços nodais de todas as barras para o Problema do Operador da Rede;
- $\pi_{b,t}^G$: preço nodal (variável dual) na barra b no período t para o Problema do Operador da Rede;
- $\mathbf{p}^M, \mathbf{g}^M$: matrizes das gerações de todas as usinas termelétricas e hidrelétricas para o Problema do Operador do Mercado;
- $g_{j,t}^M, p_{i,t}^M$: geração hidráulica de j e térmica de i no período t para o Problema do Operador do Mercado;
- \mathbf{f}^M : matriz de fluxos nos intercâmbios para o Problema do Operador do Mercado;
- $f_{e,t}^M$: fluxo no intercâmbio e no período t para o Problema do Operador do Mercado;
- δ^M : matriz de déficit nas zonas para o Problema do Operador do Mercado;
- $\delta_{z,t}^M$: déficit na zona z e período t para o Problema do Operador do Mercado;
- $\mathbf{v}^M, \mathbf{q}^M$ e \mathbf{s}^M : matrizes de volumes, turbinamentos e vertimentos das usinas hidrelétricas para o Problema do Operador do Mercado;
- $v_{j,t}^M, q_{j,t}^M$ e $s_{j,t}^M$: volume armazenado, turbinamento e vertimento da usina hidrelétrica j no período t para o Problema do Operador do Mercado;
- $v_{j,0}^M$ e $v_{j,T}^M$: volume inicial e final do reservatório da usina hidrelétrica j no período t para o Problema do Operador do Mercado;

- π^M : matriz de preços zonais de todas as zonas para o Problema do Operador do Mercado;
- $\pi_{z,t}^M$: preço zonal (variável dual) na zona z no período t para o Problema do Operador do Mercado;
- Λ : matriz completa de preços ofertados; · Λ^H : matriz de preços ofertados por usinas hidrelétricas; · Λ^T : matriz de preços ofertados por usinas termelétricas;
- $\Lambda_{j,t}^H, \Lambda_{i,t}^T$: preço ofertado pela usina hidrelétrica j e termelétrica i no período t no Problema do Operador da Rede e do Mercado (parâmetro de entrada com todos os agentes);
- λ^H e λ^T : matrizes de preços ofertados por usinas hidrelétricas e termelétricas para o Problema dos Agentes;
- $\lambda_{j,t}^H, \lambda_{i,t}^T$: preço ofertado pela usina hidrelétrica j e termelétrica i para o período t no Problema dos Agentes (variável de decisão para um agente);
- Λ^ψ : matriz de preços ofertados por usinas do competidor ψ ; · $\Lambda^{-\psi}$: matriz de preços ofertados por usinas dos outros competidores, exceto ψ ; · Λ_{eq}^ψ : matriz de preços ofertados por usinas do competidor ψ no equilíbrio; · $\Lambda_{eq}^{-\psi}$: matriz de preços ofertados por usinas dos outros competidores, exceto ψ , no equilíbrio;
- M : matriz completa de quantidades ofertadas; · M^H : matriz de quantidades ofertadas por usinas hidrelétricas; · M^T : matriz de quantidades ofertadas por usinas termelétricas;
- $M_{j,t}^H, M_{i,t}^T$: quantidade ofertada pela usina hidrelétrica j e termelétrica i no período t no Problema do Operador da Rede e do Mercado (parâmetro de entrada com todos os agentes);
- μ^H e μ^T : matrizes de quantidades ofertadas por usinas hidrelétricas e termelétricas para o Problema dos Agentes;
- $\mu_{j,t}^H, \mu_{i,t}^T$: quantidade ofertada pela usina hidrelétrica j e termelétrica i para o período t no Problema dos Agentes (variável de decisão para um agente);
- M^ψ : matriz de quantidades ofertadas por usinas do competidor ψ ; · $M^{-\psi}$: matriz de quantidades ofertadas por usinas dos outros competidores, exceto ψ ; · M_{eq}^ψ : matriz de quantidades ofertadas por usinas do competidor ψ no equilíbrio;
- $M_{eq}^{-\psi}$: matriz de quantidades ofertadas por usinas dos outros competidores, exceto ψ , no equilíbrio;
- R^ψ : receita líquida total do competidor ψ · $R_{i,t}, R_{j,t}$: receita líquida da usina termelétrica i e hidrelétrica j no período t .

7.2

Tabelas de Dados de Entrada

Na presente seção, serão anexadas todos os dados utilizados como entrada para os modelos.

7.2.1

Caso de Três Barras

A seguir, serão dispostas as tabelas relacionadas aos dados de entrada do “Caso de Três Barras”.

Tabela 7.1: Barras e zonas do “Caso de Três Barras”.

Barra	Zona	Nome Barra	Nome Zona
1	1	Bus1	Zone1
2	1	Bus2	Zone1
3	2	Bus3	Zone2

Tabela 7.2: Dados técnicos das usinas hidrelétricas do “Caso de Três Barras”.

Usina	$B(j)$	$Z(j)$	$\psi(j)$	\overline{Q}_j^H (MW)	\underline{Q}_j^H (MW)	\overline{R}_j^H (MW)	\underline{R}_j^H (MW)	\overline{V}_j (hm ³)	\underline{V}_j (hm ³)	$v_{j,0}$ (hm ³)	ρ_j ($\frac{MWh}{m^3/s}$)	ρc_j ($\frac{MWh}{m^3/s}$)	ν_j ($\frac{RS}{MWh}$)	γ_j ($\frac{RS}{hm^3}$)	Y_j (m ³ /s)
1	2	1	3	700	0	500	500	1050	400	750	1,58	1,95	275	148958,3	37
2	3	2	1	750	0	600	600	2200	900	1550	0,87	1,1	122	37277,8	47,5
3	3	2	2	800	0	700	700	2800	1000	1950	0,91	0,91	68	17188,9	66,9

Tabela 7.3: Dados operativos históricos das usinas hidrelétricas do “Caso de Três Barras”.

Grandeza	Usina	$t = -6$	$t = -5$	$t = -4$	$t = -3$	$t = -2$	$t = -1$	$t = 0$
$q_j(m^3/s)$	1	0	601,27	574,89	601,27	601,27	601,27	513,7
	2	862,07	862,07	862,07	862,07	862,07	862,07	360,92
	3	879,12	879,121	879,12	879,12	879,12	879,12	879,12
$s_j(m^3/s)$	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 7.4: Dados técnicos das usinas termelétricas do “Caso de Três Barras”.

Usina	Fonte	$B(i)$	$Z(i)$	$\psi(i)$	$\overline{Q_i^T}$ (MW)	$\underline{Q_i^T}$ (MW)	$\overline{R_i^T}$ (MW)	$\underline{R_i^T}$ (MW)	c_i (R\$/MWh)
1	Carvão	1	1	2	600	0	300	300	300
2	Carvão	2	1	1	650	0	200	200	320
3	Nuclear	2	1	4	500	450	40	40	50
4	Renováveis	3	2	5	200	0	125	125	0
5	Renováveis	3	2	6	210	0	125	125	0
6	Óleo	1	1	7	220	0	50	50	1000
7	Óleo	1	1	8	200	0	60	60	1200
8	Óleo	2	1	9	210	0	70	70	1600
9	Carvão	1	1	10	200	0	100	100	350
10	Carvão	1	1	11	230	0	110	110	370
11	Carvão	2	1	12	255	0	120	120	220
12	Carvão	2	1	13	230	0	100	100	200
13	Gás	2	1	14	300	0	190	190	360
14	Gás	2	1	15	200	0	190	190	390
15	Gás	3	2	16	205	0	190	190	460
16	Gás	3	2	17	215	0	190	190	500

Tabela 7.5: Dados técnicos das linhas de transmissão e intercâmbios entre zonas do “Caso de Três Barras”.

Linha	$fr(l)$	$to(l)$	$\underline{F_l}$ (MW)	$\overline{F_l}$ (MW)	x_l (Ω)
1	1	2	-800	800	1
2	1	3	-700	700	1,1
3	2	3	-1200	1200	0,9

Intercâmbio	$fr(e)$	$to(e)$	$\underline{F_e}$ (MW)	$\overline{F_e}$ (MW)
1	1	2	-1900	1900

Tabela 7.6: Carga por período para cada barramento e zona do “Caso de Três Barras”.

Período	Barra 1 (MW)	Barra 2 (MW)	Barra 3 (MW)	Zona 1 (MW)	Zona 2 (MW)	Total (MW)
1	488	813	325	1300	325	1625
2	312	520	208	832	208	1040
3	195	325	130	520	130	650
4	137	228	91	364	91	455
5	156	260	104	416	104	520
6	195	325	130	520	130	650
7	390	650	260	1040	260	1300
8	527	878	351	1404	351	1755
9	819	1365	546	2184	546	2730
10	1014	1690	676	2704	676	3380
11	1131	1885	754	3016	754	3770
12	1190	1983	793	3172	793	3965
13	1112	1853	741	2964	741	3705
14	1073	1788	715	2860	715	3575
15	1170	1950	780	3120	780	3900
16	1170	1950	780	3120	780	3900
17	1170	1950	780	3120	780	3900
18	1092	1820	728	2912	728	3640
19	1424	2373	949	3796	949	4745
20	1365	2275	910	3640	910	4550
21	1248	2080	832	3328	832	4160
22	1268	2113	845	3380	845	4225
23	1034	1723	689	2756	689	3445
24	780	1300	520	2080	520	2600

7.2.2

Caso Brasil

A seguir, serão dispostas as principais tabelas relacionadas aos dados de entrada do “Caso Brasil”. Devido ao tamanho, as tabelas com os valores “históricos” de turbinamento e vertimento serão suprimidas e disponibilizadas somente no GitHub.

Tabela 7.7: Barras e Zonas do “Caso Brasil”

Barra	Zona	Nome Barra	Nome Zona
1	1	SP	SECO
2	1	RJ	SECO
3	1	MG	SECO
4	1	ES	SECO
5	1	MS	SECO
6	1	GO	SECO
7	1	MT	SECO
8	1	RO	SECO
9	1	AC	SECO
10	2	PR	S
11	2	SC	S
12	2	RS	S
13	3	BA	NE
14	3	PI	NE
15	3	CE	NE
16	3	RN	NE
17	3	PB	NE
18	3	PE	NE
19	3	AL	NE
20	3	SE	NE
21	4	TO	N
22	4	MA	N
23	4	PA	N
24	4	AP	N
25	4	AM	N

Tabela 7.8: Dados técnicos das usinas hidrelétricas do “Caso Brasil”.

Usina	$B(j)$	$\psi(j)$	$Z(j)$	$\overline{Q_j^H}$ (MW)	$\underline{Q_j^H}$ (MW)	$\overline{R_j^H}$ (MW)	$\underline{R_j^H}$ (MW)	$\overline{V_j}$ (hm ³)	$\underline{V_j}$ (hm ³)	$v_{j,0}$ (hm ³)	ρ_j ($\frac{MWh}{m^3/s}$)	ρc_j ($\frac{MWh}{m^3/s}$)	ν_j ($\frac{RS}{MWh}$)	γ_j ($\frac{RS}{hm^3}$)	Y_j (m ³ /s)
1	3	18	1	186	0	28	28	792	120	507,07	0,187	6,118	9,53	16195,71	116
2	3	18	1	192	0	37	37	11	11	11	0,243	5,931	9,53	15700,68	0
3	3	18	1	483	0	137	137	304	304	304	0,354	5,688	9,52	15041,6	163
4	3	49	1	1483	0	930	930	22950	5733	16045,98	0,784	5,334	9,47	14031,38	403
5	3	49	1	1182	0	310	310	4040	1540	3395,5	0,328	4,55	9,47	11969,03	46
6	1	49	1	1884	0	817	817	1423	1423	1423	0,542	4,222	9,46	11094,48	11
7	3	43	1	841	0	264	264	450	450	450	0,393	3,68	9,4	9608,889	4
8	3	18	1	1328	0	154	154	480	480	480	0,145	3,287	9,8	8947,944	13
9	3	40	1	1356	0	269	269	2244	2244	2244	0,248	3,142	9,8	8553,222	28
10	3	49	1	1350	0	217	217	1524	1524	1524	0,201	2,894	9,78	7862,033	60
11	1	1	1	87	0	54	54	555	51	328,05	0,783	4,445	9,71	11989,15	18
12	1	1	1	140	0	84	84	14	14	14	0,748	3,662	9,75	9917,917	12
13	1	1	1	136	0	24	24	25	25	25	0,22	2,914	9,73	7875,894	0
14	3	49	1	2540	0	990	990	6150	890	3015,57	0,487	2,694	9,72	7273,8	156

Usina	$B(j)$	$\psi(j)$	$Z(j)$	$\overline{Q_j^H}$ (MW)	Q_j^H (MW)	$\overline{R_j^H}$ (MW)	R_j^H (MW)	$\overline{V_j}$ (hm^3)	V_j (hm^3)	$v_{j,0}$ (hm^3)	ρ_j ($\frac{MWh}{m^3/s}$)	ρ_{Cj} ($\frac{MWh}{m^3/s}$)	ν_j ($\frac{RS}{MWh}$)	γ_j ($\frac{RS}{hm^3}$)	Y_j (m^3/s)
15	1	1	1	2755	0	985	985	11025	5856	7288,33	0,447	2,207	9,64	5909,856	136
16	3	49	1	119	0	32	32	1781,61	430,05	826,87	0,331	5,343	9,68	14366,73	23
17	6	80	1	298	0	146	146	5199	1752	2835,39	0,614	5,012	9,69	13490,63	15
18	3	18	1	925	0	804	804	17725	4669	10890,18	1,086	4,398	9,71	11862,38	112
19	3	18	1	473	0	343	343	12792	2412	6735,27	0,906	5,756	9,64	15413,29	107
20	3	43	1	622	0	306	306	1120	974	1091,49	0,614	4,85	9,8	13202,78	6
21	3	18	1	450	0	183	183	241,13	228,27	228,29	0,509	4,237	9,78	11510,52	1
22	3	18	1	476	0	158	158	879	878	878,53	0,416	3,728	9,76	10107,02	2
23	6	25	1	206	0	95	95	3708	2936,6	3402,37	0,575	4,818	9,56	12794,47	32
24	6	49	1	520	0	246	246	1500	470	1008,38	0,591	3,903	9,76	10581,47	68
25	3	49	1	2504	0	1330	1330	17027	4573	10498,61	0,664	3,312	9,73	8951,6	148
26	6	39	1	2230	0	480	480	460	460	460	0,269	2,648	9,68	7120,178	25
27	3	74	1	2362	0	1170	1170	12540	7000	8787,2	0,619	2,378	9,7	6407,389	313
28	1	27	1	8112	0	2460	2460	21060	8232	18643,2	0,379	1,759	9,54	4661,35	222
29	1	1	1	642	0	83	83	3135	569	2793,47	0,161	2,778	9,63	7431,15	124
30	1	1	1	708	0	104	104	544	544	544	0,184	2,617	9,68	7036,822	26
31	1	1	1	693	0	96	96	985	985	985	0,173	2,432	9,66	6525,867	51
32	1	1	1	1102	0	182	182	7408	5280	6228,88	0,207	2,259	9,64	6049,1	48
33	1	1	1	1186	0	264	264	2720	2720	2720	0,278	2,053	9,61	5480,369	19
34	1	90	1	1824	0	576	576	13372	9923	12746,01	0,395	1,775	9,54	4703,75	14
35	1	27	1	7548	0	1081	1081	3354	3354	3354	0,179	0,354	9,46	930,2333	360
36	1	5	1	8581	0	1201	1201	14400	14400	14400	0,175	0,175	9,4	456,9444	746
37	1	27	1	316	0	70	70	7008	3843	5824,92	0,278	3,419	9,28	8813,422	206
38	1	14	1	326	0	60	60	84	84	84	0,23	3,141	9,22	8044,45	5
39	1	27	1	629	0	304	304	8795	5754	7649,76	0,604	2,911	9,34	7552,428	97
40	1	27	1	465	0	55	55	45	45	45	0,148	2,211	9,26	5687,183	72
41	1	27	1	536	0	55	55	151	151	151	0,128	2,063	9,43	5403,914	6
42	1	27	1	531	0	63	63	212	212	212	0,148	1,935	9,41	5057,875	12
43	10	23	2	318	0	263	263	2137	1473	2137	1,034	1,034	6,02	1729,078	427
44	1	27	1	1530	0	435	435	10540	4816	8788,46	0,355	1,786	9,54	4732,9	233
45	1	27	1	2224	0	393	393	677	677	677	0,221	0,405	9,49	1067,625	37
46	1	27	1	1822	0	268	268	1918	1918	1918	0,184	0,184	9,45	483	88
47	10	56	2	12649	0	10382	10382	29403,91	27695,19	28379,36	1,026	1,026	9,57	2727,45	3302
48	10	23	2	135	0	85	85	431	169	430,06	0,785	3,743	9,32	9690,211	114
49	10	23	2	131	0	87	87	35	35	35	0,828	2,958	8,07	6630,85	13
50	10	23	2	0	0	0	0	110	85	110	0	2,13	8,79	5200,75	52
51	10	23	2	1333	0	1096	1096	5779	1974	5743,99	1,028	4,053	9,34	10515,28	777
52	10	23	2	1321	0	945	945	2950	2562	2950	0,894	3,025	8,98	7545,694	264
53	10	43	2	1440	0	984	984	6775	2662	6753,2	0,854	2,13	8,79	5200,75	197
54	10	43	2	1707	0	782	782	1124	1124	1124	0,573	1,277	8,98	3185,406	78
55	10	23	2	2114	0	944	944	3573	3573	3573	0,558	0,703	8,47	1654,003	490
56	10	63	2	2204	0	256	256	211,92	178,7	194,31	0,145	0,145	2,94	118,4167	196
57	11	6	2	456	0	499	499	4904,45	2711,79	4082,64	1,367	3,578	10,47	10406,02	106
58	11	79	2	281	0	93	93	795,67	336,72	653,81	0,412	4,582	10,42	13262,34	103
59	11	27	2	485	0	142	142	296	232	261,77	0,365	4,17	10,44	12093	23
60	11	41	2	541	0	690	690	1477	1320	1418,89	1,595	3,806	10,44	11037,4	12
61	11	43	2	1213	0	829	829	3340	2283	2915,61	0,854	2,211	10,66	6547,017	65
62	11	43	2	1547	0	1123	1123	5100	5100	5100	0,907	1,356	10,19	3838,233	114
63	12	43	2	97	0	171	171	1589	185	1327,01	2,199	3,187	10,38	9189,183	60
64	12	29	2	133	0	57	57	150,48	150,48	150,48	0,538	0,988	10,23	2807,567	42
65	11	21	2	110	0	90	90	137	111	127,66	1,025	1,025	10,17	2895,625	76
66	12	19	2	165	0	101	101	92	87	89,3	0,765	1,419	10,2	4020,5	67
67	12	19	2	341	0	96	96	11,28	10,1	10,38	0,353	0,654	10,2	1853	39
68	12	19	2	328	0	79	79	55	49,31	51,59	0,301	0,301	10,29	860,3583	5
69	12	54	2	250	0	37	37	186,33	186,33	186,33	0,187	0,441	10,2	1249,5	91
70	12	37	2	285	0	58	58	102,4	102,4	102,4	0,254	0,254	10,37	731,6611	4
71	12	48	2	1812	0	651	651	1501,8	1427,5	1478,8	0,449	0,449	10,12	1262,189	110
72	12	15	2	0	0	0	0	259	21	245,48	0	2,21	4,76	2922,111	54
73	12	15	2	344	0	91	91	3646	289	2599,29	0,329	2,21	4,79	2940,528	163
74	12	15	2	209	0	133	133	29	29	29	0,793	1,881	4,07	2126,575	3
75	12	15	2	615	0	370	370	620	620	620	0,753	1,088	6,91	2088,356	59
76	12	26	2	353	0	95	95	330	330	330	0,335	0,335	0	0	66
77	10	23	2	49	0	247	247	179	23	111,44	6,303	6,303	10,57	18506,31	17
78	1	38	1	0	0	0	0	189,96	0,77	114,28	0	5,665	18,06	28419,42	6
79	1	38	1	0	0	0	0	1132,65	0,98	679,98	0	5,665	18,08	28450,89	8
80	1	38	1	156	0	707	707	1	1	1	5,665	5,665	9,24	14540,17	0
81	1	49	1	46	0	18	18	1236	443	665,44	0,487	4,014	15,94	17773,1	26
82	1	5	1	114	0	61	61	4732	2096	2835,4	0,671	4,538	15,17	19122,63	47
83	1	60	1	132	0	36	36	439	131	174,18	0,34	3,866	16,77	18009,12	7
84	2	49	1	346	0	145	145	888	283	596,03	0,525	3,527	16,84	16498,52	91

Usina	$B(j)$	$\psi(j)$	$Z(j)$	$\overline{Q_j^H}$ (MW)	Q_j^H (MW)	$\overline{R_j^H}$ (MW)	R_j^H (MW)	$\overline{V_j}$ (hm ³)	V_j (hm ³)	$v_{j,0}$ (hm ³)	ρ_j ($\frac{MWh}{m^3/s}$)	ρ_{cj} ($\frac{MWh}{m^3/s}$)	ν_j ($\frac{RS}{MWh}$)	γ_j ($\frac{RS}{hm^3}$)	Y_j (m ³ /s)
85	2	60	1	0	0	0	0	445,35	0,01	267,21	0	3,004	9,1	7593,444	3
86	3	66	1	42	0	39	39	7	6	6,65	1,151	3,109	10,17	8782,925	24
87	3	81	1	80	0	46	46	1	1	1	0,714	1,957	10,16	5523,089	20
88	2	49	1	296	0	230	230	126,5	126,5	126,5	0,973	1,243	10,12	3494,211	79
89	2	60	1	727	0	156	156	8	8	8	0,269	0,269	9,91	740,4972	32
90	2	60	1	136	0	292	292	38	38	38	2,68	3,002	10,52	8772,511	0
91	2	60	1	291	0	75	75	17	17	17	0,322	0,322	13,12	1173,511	0
92	3	18	1	120	0	77	77	78	78	78	0,8	1,825	10,09	5115,069	57
93	3	69	1	243	0	78	78	89	56	73,94	0,402	1,025	10,04	2858,611	0
94	3	13	1	304	0	66	66	54,44	54,44	54,44	0,27	0,893	5,64	1399,033	297
95	3	18	1	763	0	103	103	38,07	31,42	35,01	0,169	0,623	9,78	1692,483	116
96	3	18	1	1240	0	253	253	185,52	156,55	183,98	0,255	0,453	9,77	1229,392	50
97	4	32	1	898	0	142	142	21,68	21,68	21,68	0,198	0,198	9,54	524,7	89
98	2	60	1	49	0	105	105	445,35	445,35	445,35	2,682	3,004	9,27	7735,3	0
99	3	18	1	251	0	280	280	5963,92	2267,94	4424,17	1,393	1,393	28,96	11205,91	41
100	5	37	1	136	0	33	33	131,3	116,45	124,88	0,306	0,481	9,48	1266,633	102
101	13	63	3	618	0	353	353	1634	1634	1634	0,713	0,713	10,03	1986,497	5
102	3	72	1	221	0	59	59	241,59	200,72	205,26	0,331	0,733	56,12	11426,66	60
103	3	18	1	759	0	245	245	19528	4250	13485,55	0,403	0,403	60,76	6801,744	177
104	3	18	1	59	0	76	76	557	95,25	350,14	1,61	1,61	46,44	20769	9
105	13	22	3	3717	0	675	675	34116	5447	24531,95	0,227	2,755	65,93	50454,76	581
106	18	22	3	3159	0	1097	1097	10782	7234	10373,27	0,434	2,528	68,15	47856,44	0
107	13	22	3	4007	0	3263	3263	1226	1226	1226	1,018	2,093	82,52667	47980,09	0
108	19	22	3	2870	0	2468	2468	3800	3800	3800	1,075	1,075	144,4	43119,44	0
109	13	32	3	154	0	115	115	3134	2192	2896,99	0,934	0,934	67,84	17600,71	5
110	14	22	3	594	0	175	175	5085	3173	4073,55	0,369	0,369	69,55	7128,875	225
111	3	53	1	121	0	97	97	12	12	12	1,004	2,56	6,99	4970,667	78
112	3	18	1	84	0	63	63	1	1	1	0,934	1,556	3,9	1685,667	2
113	7	70	1	123	0	91	91	17,15	16,17	17,04	0,927	0,927	10,21	2629,075	58
114	7	11	1	74	0	91	91	21	21	21	1,541	1,855	9,07	4673,569	30
115	6	63	1	261	0	71	71	972	709	839,4	0,341	4,244	9,75	11494,17	8
116	24	32	4	1332	0	149	149	230,56	230,56	230,56	0,14	0,469	6,38	831,1722	340
117	11	75	2	108	0	152	152	0,26	0,12	0,2	1,759	1,759	10,2	4983,833	53
118	4	18	1	28	0	38	38	11	11	11	1,686	1,686	10,18	4767,633	21
119	7	31	1	1237	0	225	225	3071,2	1012,4	2168,83	0,227	1,164	9,96	3220,4	465
120	7	23	1	1222	0	202	202	1525	1525	1525	0,207	0,937	9,89	2574,147	43
121	23	63	4	3463	0	1396	1396	897,22	897,22	897,22	0,504	0,73	9,78	1983,167	230
122	23	32	4	2891	0	523	523	577,22	577,22	577,22	0,226	0,226	9,43	591,9944	2
123	6	73	1	235	0	70	70	264,48	264,48	264,48	0,373	2,133	9,62	5699,85	7
124	1	14	1	412	0	32	32	20,82	20,82	20,82	0,096	2,307	9,22	5908,483	3
125	6	49	1	1111	0	863	863	54400	11150	36005,78	0,971	2,139	9,12	5418,8	172
126	6	43	1	1114	0	344	344	2300	2300	2300	0,386	1,168	9,15	2968,667	12
127	21	43	4	1043	0	179	179	952	952	952	0,214	0,782	9,1	1976,722	12
128	21	32	4	1970	0	374	374	2741	2212,7	2453,97	0,237	0,568	9,39	1481,533	93
129	21	42	4	2653	0	703	703	4940	4940	4940	0,331	0,331	9,37	861,5194	98
130	6	27	1	248	0	89	89	826,06	826,06	826,06	0,449	2,582	9,73	6978,572	87
131	22	43	4	4805	0	807	807	5400	5400	5400	0,21	0,741	9,4	1934,833	413
132	23	35	4	223	0	28	28	602	133	594,36	0,157	0,157	9,6	418,6667	179
133	23	35	4	13099	0	5564	5564	50275	11293	34647,12	0,531	0,531	9,8	1445,5	624
134	8	34	1	129	0	53	53	478,29	192,17	307,93	0,517	0,517	10,27	1474,886	71
135	25	3	4	1083	0	173	173	20006,22	9711,9	17083,66	0,2	0,2	10,96	608,8889	343
136	7	49	1	374	0	148	148	7337	4386	6242,77	0,494	0,494	9,56	1311,844	61
137	8	35	1	729	0	155	155	3493,44	943,23	1374,73	0,265	0,265	13,77	1013,625	106
138	24	35	4	416	0	60	60	138,8	24,57	138,8	0,179	0,329	4,81	439,5806	1
139	7	43	1	79	0	139	139	199	199	199	2,204	2,204	10,17	6226,3	66
140	3	76	1	127	0	46	46	146	146	146	0,448	0,448	10,22	1271,822	7
141	24	2	4	1444	0	172	172	137,31	137,31	137,31	0,149	0,149	9,93	410,9917	3
142	8	47	1	23874	0	2044	2044	2746,7	1249,83	1249,83	0,107	0,314	3,47	302,6611	7201
143	24	32	4	1476	0	273	273	133,39	104,61	104,9	0,231	0,231	9,98	640,3833	589
144	8	77	1	21561	0	3571	3571	2282,8	2077,3	2077,3	0,207	0,207	6,96	400,2	1190
145	23	64	4	13382	0	8575	8575	4802,3	4802,3	4802,3	0,801	0,801	10,46	2327,35	0
146	6	16	1	70	0	22	22	209	71	127,14	0,391	2,15	9,56	5709,444	44
147	7	11	1	74	0	45	45	5	5	5	0,766	1,987	10,17	5613,275	42
148	7	11	1	73	0	71	71	1	1	1	1,22	1,22	10,14	3436,333	0
149	7	63	1	288	0	200	200	0,12	0,12	0,12	0,866	0,866	10,23	2460,883	48
150	6	58	1	249	0	48	48	227,45	195,76	227,36	0,241	2,56	9,64	6855,111	67
151	6	58	1	255	0	65	65	347,8	300	347,18	0,321	2,319	9,6	6184	3
152	23	64	4	1845	0	171	171	4802,3	4802,3	4802,3	0,116	0,116	68	2191,111	810
153	6	2	1	273	0	52	52	95,33	95,33	95,33	0,239	1,998	9,57	5311,35	5

Tabela 7.9: Dados técnicos das linhas de transmissão do “Caso Brasil”.

Linha	$fr(l)$	$to(l)$	\underline{F}_l (MW)	\overline{F}_l (MW)	x_l (Ω)
1	1	2	-8642,54	7942,23	3,46
2	1	3	-25541,26	15527,51	3,05
3	1	5	-695,54	1257,57	4,60
4	1	8	-6300,00	0,00	1,00
5	1	10	-26524,52	14278,84	4,30
6	2	3	-1036,88	838,72	6,50
7	2	4	-1557,58	1892,38	3,79
8	2	23	-3000,00	1250,00	1,00
9	3	4	-826,61	3873,65	2,44
10	3	6	-12806,82	4894,25	4,92
11	3	13	-10514,27	3732,93	2,13
12	3	23	-3000,00	1250,00	1,00
13	5	6	-961,32	747,49	9,24
14	5	10	-227,40	363,40	18,92
15	6	7	-9656,65	2356,40	14,48
16	6	13	-4628,68	2968,85	2,48
17	6	21	-7675,40	7198,30	2,50
18	7	8	-1370,88	810,35	19,17
19	8	9	84,33	708,35	16,84
20	10	11	-9027,78	18166,86	5,47
21	11	12	-2722,50	14226,72	5,12
22	13	14	-5037,41	4035,28	5,01
23	13	18	-3943,84	3610,91	7,37
24	13	19	-2017,69	1437,94	5,71
25	13	20	-2174,32	407,30	11,98
26	14	15	-6590,10	6767,52	4,98
27	14	21	-4169,54	6704,93	3,54
28	14	22	-4974,06	5198,04	4,91
29	15	16	-6631,69	2455,98	6,04
30	15	17	-490,52	384,25	11,66
31	15	18	-2018,72	1386,80	5,08
32	16	17	-1343,11	6568,48	7,61
33	17	18	-2092,72	5740,63	6,96
34	18	19	-2430,06	1615,50	7,12
35	19	20	-1329,46	3359,84	6,19
36	21	22	-1768,79	2316,47	3,55

Linha	$fr(l)$	$to(l)$	\underline{F}_l (MW)	\overline{F}_l (MW)	x_l (Ω)
37	21	23	-5716,75	4348,87	3,04
38	22	23	-8230,70	5724,44	2,37
39	23	24	-1219,50	563,81	6,10
40	23	25	-620,56	1660,94	3,45

Tabela 7.10: Fluxos monitorados pelo ONS e modelados no “Caso Brasil”.

Fluxo	Linha	$fr(l)$	$to(l)$	\overline{F}_l (MW)	\underline{F}_l (MW)
FMCCO / FNS	17	6	21	4000,00	-4100,00
-RSE / RSE+ELOCC	5	1	10	6500,00	-14890,48
	14	5	10		
RSUL / FSUL	20	10	11	8909,52	-7309,52
FSENE / FNESE	11	3	13	4700,00	-6300,00
	16	6	13		
EXPSE / FNS + FNESE	17	6	21	99999,00	-9233,00
	11	3	13		
	16	6	13		
FNEN / FNNE	27	14	21	6000,00	-5500,00
	28	14	22		
EXPNE / RNE	27	14	21	11500,00	-9000,00
	28	14	22		
	-11	3	13		
	-16	6	13		
EXPN	-17	6	21	6200,00	-99999,00
	-27	14	21		
	-28	14	22		

Tabela 7.11: Dados técnicos dos intercâmbios entre zonas do “Caso Brasil”.

Intercâmbio	$fr(e)$	$to(e)$	\underline{F}_e (MW)	\overline{F}_e (MW)
1	1	2	-9890,48	6500
2	1	5	-99999	4000
3	3	5	-5500	6000
4	4	5	-99999	99999
5	1	3	-6300	4700
6	1	4	-6000	2500

Tabela 7.12: Dados técnicos das usinas termelétricas do “Caso Brasil”.

Usina	$B(i)$	$\psi(i)$	$Z(i)$	$\overline{Q'_{i,1}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,2}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,3}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,4}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,5}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,6}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,7}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,8}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,9}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,10}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,11}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,12}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,13}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,14}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,15}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,16}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,17}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,18}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,19}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,20}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,21}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,22}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,23}}$ (MW)	$\overline{Q'_{i,24}}$ (MW)	$Q'_{i,t}$ (MW)	$\overline{R_i^T}$ (MW)	$\underline{R_i^T}$ (MW)	c_i^T ($\frac{R\$}{MWh}$)	Fonte		
1	2	36	1	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	640	6	6	31	Nuclear		
2	6	4	1	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	0	16	16	2639	Diesel	
3	1	67	1	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	465	0	279	279	654	Gás	
4	7	65	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Gás	
5	2	36	1	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	1350	14	14	20	Nuclear	
6	2	52	1	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	1338	0	803	803	1151	Gás	
7	3	46	1	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	0	12	12	134	Biomassa	
8	4	59	1	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	204	0	122	122	916	Gás	
9	6	91	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1832	Diesel	
10	6	10	1	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	133	0	40	40	1933	Diesel	
11	6	8	1	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	0	6	6	1496	Diesel	
12	8	87	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	911	Óleo
13	2	67	1	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	530	0	318	318	578	Gás	
14	5	33	1	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	0	15	15	124	Biomassa	
15	1	24	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	176	Biomassa
16	2	57	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3488	Gás
17	2	57	1	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	0	70	70	3488	Gás	
18	4	59	1	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	0	22	22	5298	Gás	
19	1	82	1	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	0	10	10	5020	Gás	
20	2	57	1	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	109	0	65	65	3891	Gás	
21	4	59	1	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	75	0	45	45	5298	Gás	
22	4	59	1	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	37	0	22	22	5298	Gás	
23	5	28	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Gás
24	2	89	1	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	335	0	201	201	0	Gás	
25	2	49	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	310	Óleo
26	5	28	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Óleo
27	2	67	1	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	830	0	498	498	381	Gás	
28	4	59	1	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	175	0	53	53	1242	Óleo	
29	1	67	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	470	Gás
30	3	67	1	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	84	0	50	50	523	Gás	
31	2	31	1	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	400	0	240	240	98	Gás	
32	2	31	1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	60	60	115	Gás	
33	2	31	1	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	200	0	120	120	218	Gás	
34	2	31	1	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	126	0	76	76	820	Gás	
35	2	67	1	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	0	216	216	469	Gás	
36	3	67	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3018	Gás
37	5	67	1	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	0	210	210	319	Gás	
38	2	49	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	585	Gás
39	2	49	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	978	Gás
40	2	67	1	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	900	0	540	540	886	Gás	
41	1	67	1	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	210	0	126	126	398	Gás	
42	12	43	2	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	345	0	104	104	77	Carvão	

Usina	$B(i)$	$\psi(i)$	$Z(i)$	$\overline{Q_{i,1}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,2}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,3}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,4}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,5}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,6}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,7}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,8}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,9}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,10}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,11}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,12}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,13}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,14}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,15}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,16}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,17}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,18}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,19}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,20}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,21}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,22}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,23}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,24}^T}$ (MW)	$Q_{i,t}^T$ (MW)	$\overline{R_i^T}$ (MW)	$\underline{R_i^T}$ (MW)	c_i^T ($\frac{\text{R\$}}{\text{MWh}}$)	Fonte
43	12	24	2	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	0	2	2	97	Biomassa
44	12	20	2	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	350	0	105	105	103	Carvão
45	11	61	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0	1	1	369	Biomassa	
46	11	30	2	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	330	0	99	99	285	Carvão	
47	11	30	2	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	220	0	66	66	332	Carvão	
48	10	7	2	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	0	4	4	650	Gás	
49	11	30	2	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	80	0	24	24	393	Carvão	
50	11	30	2	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	0	17	17	333	Carvão	
51	10	23	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	476	Carvão
52	12	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Gás
53	10	23	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Gás
54	12	67	2	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	249	0	75	75	698	Diesel	
55	13	46	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	97	Biomassa
56	13	78	3	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	0	7	7	1496	Óleo	
57	18	68	3	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	132	0	40	40	2021	Óleo	
58	13	55	3	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	0	17	17	183	Gás	
59	16	85	3	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	0	16	16	2036	Diesel	
60	18	86	3	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	0	15	15	1226	Óleo	
61	18	45	3	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	143	0	43	43	2281	Diesel	
62	18	45	3	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	94	0	28	28	2281	Diesel	
63	16	85	3	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	0	17	17	2036	Diesel	
64	15	42	3	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	365	0	110	110	1028	Carvão	
65	13	78	3	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	136	0	41	41	1842	Óleo	
66	13	78	3	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	123	0	37	37	1842	Óleo	
67	15	32	3	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	720	0	216	216	1063	Carvão	
68	18	83	3	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	381	0	114	114	1278	Óleo	
69	13	84	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	510	Biomassa
70	20	17	3	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	1593	0	956	956	419	Gás	
71	15	39	3	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	327	0	196	196	277	Gás	
72	13	67	3	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	0	104	104	375	Gás	
73	17	8	3	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	169	0	51	51	1242	Óleo	
74	13	12	3	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	0	43	43	1406	Óleo	
75	13	12	3	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144	0	43	43	1406	Óleo	
76	15	8	3	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	141	0	42	42	1211	Óleo	
77	15	67	3	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	184	0	110	110	481	Gás	
78	17	44	3	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	0	48	48	1229	Óleo	
79	17	44	3	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	0	48	48	1229	Óleo	
80	16	67	3	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	310	0	186	186	451	Gás	
81	18	63	3	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	533	0	320	320	235	Gás	
82	18	88	3	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	201	0	60	60	1076	Óleo	
83	22	42	4	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	56	0	34	34	152	Gás	
84	25	3	4	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	591	0	355	355	245	Gás	
85	22	42	4	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	360	0	108	108	1018	Carvão	
86	25	3	4	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	113	0	68	68	245	Gás	
87	25	71	4	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	51	0	31	31	0	Gás	
88	25	9	4	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	0	38	38	0	Gás	
89	25	62	4	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	0	38	38	0	Gás	
90	25	50	4	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	64	0	38	38	0	Gás	

Usina	$B(i)$	$\psi(i)$	$Z(i)$	$\overline{Q_{i,1}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,2}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,3}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,4}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,5}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,6}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,7}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,8}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,9}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,10}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,11}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,12}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,13}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,14}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,15}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,16}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,17}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,18}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,19}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,20}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,21}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,22}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,23}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,24}^T}$ (MW)	$\overline{Q_{i,t}^T}$ (MW)	$\overline{R_i^T}$ (MW)	$\underline{R_i^T}$ (MW)	c_i^T ($\frac{R}{MW \cdot h}$)	Fonte		
91	25	9	4	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	63	0	38	38	0	Gás	
92	22	42	4	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	0	203	203	0	Gás	
93	22	42	4	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	519	0	311	311	95	Gás	
94	22	42	4	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	338	0	203	203	0	Gás	
95	22	42	4	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	178	0	107	107	0	Gás	
96	22	51	4	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	0	48	48	1242	Óleo	
97	22	51	4	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	159	0	48	48	1242	Óleo	
98	22	92	4	25	25	25	25	25	25	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	0	25	25	0	PCT	
99	22	93	4	373	362	357	358	362	359	347	343	347	343	335	309	285	284	285	285	278	262	266	285	309	332	337	335	335	0	373	373	0	Eólica	
100	23	94	4	37	37	37	37	37	37	37	36	36	36	36	36	36	35	35	35	35	35	36	36	36	36	36	36	36	0	37	37	0	PCT	
101	21	95	4	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45	46	46	46	46	45	45	45	0	46	46	0	PCH	
102	21	96	4	0	0	0	0	0	0	1	2	3	3	3	3	3	3	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	Solar
103	21	97	4	172	172	172	172	172	171	171	170	169	167	166	167	167	166	165	165	165	165	167	167	169	169	169	169	169	169	0	172	172	0	PCT
104	19	98	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	0	PCH	
105	19	99	3	42	41	41	41	41	41	41	42	42	38	38	38	38	38	37	37	37	37	39	42	41	41	42	42	42	0	42	42	0	PCT	
106	13	100	3	69	67	67	67	67	67	67	67	67	68	69	69	70	70	69	70	71	71	73	73	73	73	73	73	71	0	73	73	0	PCH	
107	13	101	3	0	0	0	0	0	0	261	943	1311	1330	1351	1364	1412	1366	1325	1150	756	141	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1412	1412	0	Solar
108	13	102	3	172	168	168	168	170	170	170	166	167	170	170	169	169	170	169	168	167	168	167	166	166	166	166	167	167	0	172	172	0	PCT	
109	13	103	3	4640	4795	4836	4973	4857	4728	4627	4214	4005	3556	2924	2487	2325	2145	2099	2068	2403	2886	3397	3886	4325	4673	4898	5106	5106	0	5106	5106	0	Eólica	
110	15	104	3	0	0	0	0	0	0	215	418	463	433	433	456	486	465	440	442	238	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	486	486	0	Solar
111	15	105	3	1506	1573	1480	1386	1320	1176	1004	1050	1197	1192	1117	1035	984	992	1041	1066	1046	1051	896	870	870	873	975	917	0	1573	1573	0	Eólica		
112	17	106	3	0	0	0	0	0	0	46	121	121	140	166	165	170	160	160	123	53	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	170	170	0	Solar
113	17	107	3	51	50	50	50	51	51	51	51	49	47	47	47	47	47	47	47	46	47	46	48	51	51	51	51	0	51	51	0	PCT		
114	17	108	3	364	276	269	265	217	178	184	196	206	195	169	156	150	144	155	176	222	285	402	465	496	522	520	489	0	522	522	0	Eólica		
115	18	109	3	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	24	24	24	24	23	0	24	24	0	PCH			
116	18	110	3	0	0	0	0	0	0	76	167	185	182	183	182	169	175	146	120	47	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	185	185	0	Solar
117	18	111	3	102	100	100	100	101	101	101	102	102	102	99	99	101	99	99	98	97	98	102	102	101	101	102	102	0	102	102	0	PCT		
118	18	112	3	566	594	560	528	509	522	524	377	443	419	329	260	200	203	318	435	508	636	721	727	715	678	615	576	0	727	727	0	Eólica		
119	14	113	3	0	0	0	0	0	0	222	726	939	1071	1074	1034	903	876	831	762	666	167	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1074	1074	0	Solar
120	14	114	3	19	18	18	18	18	18	18	18	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	18	18	18	18	19	0	19	19	0	PCT			
121	14	115	3	2133	2136	2156	2112	2031	2068	2124	2154	2064	1879	1691	1492	1151	1024	1012	1018	1009	1004	1137	1444	1747	1788	1520	1437	0	2156	2156	0	Eólica		
122	16	116	3	0	0	0	0	0	0	27	65	79	83	83	84	88	85	79	65	26	1	0	0	0	0	0	0	0	0	88	88	0	Solar	
123	16	117	3	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	0	14	14	0	PCT		
124	16	118	3	2392	2085	1927	1661	1670	1664	1490	1972	2270	2193	1851	1604	1644	1796	2093	2693	3020	2964	2910	2883	2851	2934	3303	3546	0	3546	3546	0	Eólica		
125	20	119	3	5	5	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	Eólica		
126	10	120	2	309	306	305	304	305	304	306	308	309	312	314	313	313	313	314	316	318	320	321	321	320	319	316	0	321	321	0	PCH			
127	10	121	2	161	161	158	153	156	156	157	161	155	143	151	148	159	161	154	153	149	151	155	154	158	160	154	163	0	163	163	0	PCT		
128	12	122	2	195	193	193	193	191	189	188	188	188	185	186	188	188	188	188	188	189	193	197	198	197	197	196	195	0	198	198	0	PCH		
129	12	123	2	20	20	20	19	19	19	20	19	18	17	18	18	19	19	19	19	18	18	19	18	19	18	19	0	20	20	0	PCT			
130	12	124	2	1469	1532	1524	1498	1535	1606	1456	1414	1443	1449	1473	1486	1461	1259	963	784	607	483	461	464	535	692	792	824	0	1606	1606	0	Eólica		
131	11	125	2	406	404	403	402	404	403	405	406	406	409	411	410	409	409	409	411	413	419	423	424	424	422	419	416	0	424	424	0	PCH		
132	11	126	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	2	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	Solar		
133	11	127	2	23	23	22	21	22	22	22	23	22	21	22	21	23	23	23	23	22	22	22	22	22	22	22	23	0	23	23	0	PCT		
134	11	128	2	149	162	186	196	134	52	186	227	201	196	180	171	153	173	185	144	146	116	69	72	90	83	102	125	0	227	227	0	Eólica		
135	4	129	1	53	52	52	52	52	52	52	52	52	53	53	53	53	53	53	53	53	53	54	53	54	54	54	53	0	54	54	0	PCH		
136	4	130	1	275	267	269	270	274	275	277	279	276	278	273	270	273	277	274	273	270	268	272	273	274	276	281	284	0	284	284	0	PCT		
137	6	131																																

Usina	$B(i)$	$\psi(i)$	$Z(i)$	$\overline{Q}_{i,1}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,2}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,3}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,4}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,5}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,6}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,7}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,8}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,9}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,10}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,11}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,12}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,13}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,14}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,15}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,16}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,17}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,18}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,19}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,20}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,21}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,22}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,23}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,24}^T$ (MW)	$\overline{Q}_{i,t}^T$ (MW)	\overline{R}_i^T (MW)	\underline{R}_i^T (MW)	c_i^T ($\frac{R_i}{\sqrt{12}A}$)	Fonte
138	6	132	1	323	328	317	318	318	314	305	281	286	292	296	314	315	333	329	335	334	324	309	305	310	307	312	304	0	335	335	0	PCT
139	7	133	1	531	529	528	527	528	527	526	526	527	527	528	528	532	531	529	532	535	540	543	551	550	545	542	540	0	551	551	0	PCH
140	7	134	1	71	71	71	71	71	71	71	71	70	69	69	68	68	69	68	69	68	67	68	69	70	70	71	71	0	71	71	0	PCT
141	5	135	1	112	110	109	109	109	109	109	110	111	112	112	112	112	112	113	113	112	116	115	116	115	113	113	0	116	116	0	PCH	
142	5	136	1	645	639	637	638	638	633	631	634	627	609	610	610	601	548	567	562	571	617	631	634	636	630	628	635	0	645	645	0	PCT
143	3	137	1	182	181	181	180	181	181	181	181	181	183	183	183	183	183	183	184	184	188	195	194	195	193	189	186	0	195	195	0	PCH
144	3	138	1	0	0	0	0	0	0	121	617	929	1040	1086	1092	1140	1000	871	792	510	138	0	0	0	0	0	0	0	1140	1140	0	Solar
145	3	139	1	409	410	413	410	411	408	410	410	404	399	396	393	396	400	398	400	398	390	396	400	403	404	408	411	0	413	413	0	PCT
146	2	140	1	96	96	96	95	96	96	95	96	96	96	96	96	96	96	97	98	98	101	101	100	100	99	99	0	101	101	0	PCH	
147	2	141	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	PCT	
148	2	142	1	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	5	5	0	Eólica	
149	8	143	1	35	35	35	35	35	35	35	35	35	36	36	36	36	36	36	36	35	37	38	38	38	38	38	36	0	38	38	0	PCH
150	1	144	1	102	100	100	100	100	98	99	100	101	101	102	103	102	103	102	103	103	105	108	107	107	107	105	104	0	108	108	0	PCH
151	1	145	1	0	0	0	0	0	0	14	118	225	307	370	390	302	355	312	158	106	40	2	0	0	0	0	0	0	390	390	0	Solar
152	1	146	1	1620	1621	1635	1624	1623	1623	1630	1639	1622	1598	1589	1577	1584	1604	1579	1574	1567	1547	1560	1578	1588	1597	1592	1583	0	1639	1639	0	PCT

Tabela 7.13: Carga por período para cada barramento e zona do “Caso Brasil”.

Periodo	b=1	b=2	b=3	b=4	b=5	b=6	b=7	b=8	b=9	b=10	b=11	b=12	b=13	b=14	b=15	b=16	b=17	b=18	b=19	b=20	b=21	b=22	b=23	b=24	b=25	z=1	z=2	z=3	z=4	Total
1	15290,14	5153,06	5998,82	1288,33	722,43	2428,11	1945,57	713,36	149,25	3470,80	3044,14	3185,95	3306,86	489,80	1570,67	781,97	716,32	1842,96	578,18	462,81	160,62	1658,29	2876,10	296,70	1497,84	33689,07	9700,88	9749,58	6489,55	59629,08
2	14295,79	4907,21	5962,25	1232,65	677,53	2205,00	1872,91	680,85	144,31	3277,23	2871,63	2942,19	3163,38	469,30	1512,23	771,80	692,36	1791,81	556,31	454,39	156,74	1612,52	2810,65	284,47	1464,85	31978,50	9091,05	9411,58	6329,23	56810,36
3	13791,28	4737,99	5657,33	1216,09	648,30	2126,34	1787,75	647,45	138,34	3178,89	2803,27	2790,62	3101,71	449,04	1481,79	762,26	666,24	1751,63	544,41	446,44	153,59	1566,60	2756,36	274,47	1416,67	30750,88	8772,79	9203,52	6167,69	54894,88
4	13590,70	4674,11	5557,08	1167,65	627,75	2048,90	1730,91	619,87	132,08	3191,48	2789,32	2742,86	3031,32	431,84	1459,82	735,44	672,99	1724,72	535,59	446,63	149,89	1525,80	2724,23	265,04	1348,15	30149,05	8723,67	9038,36	6013,12	53924,19
5	14379,10	4903,89	5629,98	1172,35	616,93	2021,73	1684,05	599,46	126,46	3210,58	2850,65	2763,11	3036,24	414,27	1459,19	733,65	677,15	1709,45	529,10	447,96	143,24	1501,33	2689,60	255,99	1301,95	30493,95	8824,35	9007,01	5892,11	54217,42
6	14325,99	5011,00	5475,71	1170,69	619,14	2054,99	1643,36	579,21	122,31	3409,45	3135,21	2918,94	2968,09	384,08	1363,20	674,25	620,00	1596,38	486,98	415,82	137,07	1442,05	2679,26	243,98	1259,80	31002,40	9463,60	8508,81	5762,16	54736,98
7	15256,98	5210,58	4992,75	1170,11	606,50	2113,22	1541,81	559,95	118,76	3668,76	3464,28	3280,98	2931,60	315,39	1307,19	616,86	560,22	1468,60	468,37	412,07	120,03	1307,96	2541,58	218,02	1185,42	31570,65	10414,02	8080,29	5373,01	55347,97
8	16123,79	5541,93	4042,35	1247,07	603,42	2152,46	1390,46	505,09	108,88	3994,24	3815,52	3809,50	2976,69	278,30	1399,58	606,04	545,15	1454,65	481,28	448,03	118,03	1290,88	2530,88	212,23	1093,98	31715,44	11619,26	8189,72	5246,01	56770,42
9	16901,32	5783,98	3615,89	1272,01	595,79	2248,39	1349,28	522,87	108,26	4267,17	3996,59	4151,09	3049,85	288,91	1497,85	616,14	560,43	1524,86	509,81	478,09	127,75	1358,38	2661,95	230,40	1159,63	32397,77	12414,85	8525,94	5538,11	58876,67
10	17525,72	5903,58	3580,01	1263,16	606,49	2332,90	1337,77	575,24	123,62	4337,38	4035,46	4191,19	3093,64	280,36	1517,71	606,53	557,89	1534,40	505,75	488,97	128,44	1389,33	2666,09	240,50	1245,41	33248,50	12564,03	8585,24	5669,77	60067,54
11	18148,02	6101,80	3869,57	1289,78	611,83	2423,97	1302,68	584,53	138,44	4508,02	4161,61	4237,45	3127,12	275,96	1539,79	603,76	556,86	1544,27	531,33	497,72	128,23	1409,70	2732,34	246,39	1270,05	34470,61	12907,08	8676,81	5786,71	61841,21
12	18512,41	6517,56	4067,59	1251,46	630,98	2452,21	1301,24	600,98	145,56	4547,18	4178,01	4042,91	3114,02	270,27	1489,54	564,27	541,29	1556,01	543,97	504,60	114,60	1367,01	2703,17	252,00	1296,35	35479,98	12768,10	8583,97	5733,12	62565,16
13	18463,91	6610,11	4225,57	1254,06	648,25	2589,81	1281,67	598,19	149,98	4239,83	3748,22	3443,31	3051,89	281,57	1484,47	540,03	535,25	1527,78	535,56	467,46	117,46	1353,60	2660,76	264,58	1317,73	35821,55	11431,36	8424,01	5714,11	61391,03
14	19195,07	6754,41	4766,35	1313,97	671,79	2621,65	1331,53	621,08	152,96	4477,20	3749,29	3495,29	3157,13	326,65	1644,78	594,69	586,98	1529,54	560,46	490,42	136,84	1451,67	2790,57	291,79	1389,94	37428,80	11721,78	8890,65	6060,81	64102,04
15	19953,35	6958,04	5449,55	1376,55	767,44	2915,47	1539,35	700,55	155,79	4581,07	3796,35	3738,17	3350,03	372,78	1758,85	655,55	644,40	1667,25	600,45	523,21	146,67	1541,22	2941,05	309,19	1517,10	39816,08	12115,59	9572,52	6455,23	67959,42
16	20506,23	7038,92	5916,10	1427,85	792,96	3068,99	1703,77	746,08	173,04	4627,79	3808,56	3880,39	3409,79	408,07	1821,72	695,80	697,50	1704,13	621,96	537,09	155,53	1596,36	2990,06	308,75	1573,18	41373,93	12316,75	9896,05	6623,87	70210,60
17	20716,87	6883,25	6185,83	1468,81	818,23	3153,64	1743,18	753,48	182,66	4702,55	3899,18	4003,24	3454,95	436,03	1829,15	702,89	716,14	1788,65	623,97	536,15	155,95	1589,90	3007,82	298,08	1555,50	41905,97	12604,97	10087,92	6607,25	71206,11
18	20053,88	6571,02	6044,00	1467,25	796,52	3161,32	1802,20	740,83	170,09	4708,57	3955,93	4062,20	3398,83	444,11	1705,07	691,74	718,37	1833,24	619,93	510,32	143,42	1523,72	2948,24	276,42	1499,03	40807,12	12726,70	9921,62	6390,82	69846,25
19	21067,47	6959,06	6471,28	1518,67	772,80	2983,59	1645,66	676,43	153,63	4795,75	4086,28	4335,47	3312,00	483,28	1797,23	719,74	736,82	1873,71	644,72	527,00	132,04	1581,15	2910,41	272,38	1388,08	42248,60	13217,50	10094,50	6284,07	71844,66
20	21166,48	6928,03	6194,34	1491,40	809,90	3300,21	1646,33	676,82	143,04	4882,22	4104,27	4710,87	3246,13	489,65	1773,87	725,71	721,39	1860,49	643,09	520,32	136,38	1600,39	2947,84	288,18	1461,23	42356,55	13697,36	9980,64	6434,02	72468,57
21	20341,95	6803,81	6183,74	1471,98	811,56	3220,53	1684,34	718,49	145,40	4635,27	3932,13	4503,62	3186,70	496,92	1762,21	738,95	719,84	1860,90	645,40	520,52	139,17	1622,72	2961,44	294,89	1524,33	41381,82	13071,02	9936,48	6542,55	70931,87
22	19543,32	6695,01	6156,55	1491,12	771,07	3185,82	1729,69	732,76	145,67	4503,89	3718,09	4298,13	3458,54	517,92	1802,91	792,02	735,28	1928,37	663,12	530,17	155,81	1679,89	2958,13	300,68	1551,04	40451,00	12520,10	10428,35	6645,56	70045,01
23	18081,26	6388,12	5852,44	1483,93	761,50	3182,51	1860,81	752,64	145,80	4168,42	3500,91	3986,18	3560,16	529,34	1784,93	792,78	748,58	1920,56	664,65	515,59	164,01	1709,32	3040,02	304,21	1570,33	38509,02	11655,51	10516,59	6787,88	67469,01
24	16710,50	6127,05	5838,35	1422,54	720,24	3023,49	1857,81	764,82	146,32	3756,00	3091,65	3963,55	3488,02	522,42	1740,28	768,97	724,54	1880,24	653,04	428,90	163,07	1689,53	3014,92	302,15	1560,77	36610,72	10451,20	10267,79	6730,44	64060,14