

## **Otimização de um portfólio de energia renovável na perspectiva de um fundo de investimento**

Fernanda Basso Alvarenga

Projeto de Graduação



## **Otimização de um portfólio de energia renovável na perspectiva de um fundo de investimento**

**Aluno: Fernanda Basso Alvarenga**

**Orientador: Alexandre Street**

Trabalho apresentado como requisito parcial à conclusão do curso de Engenharia Elétrica na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

## Agradecimentos

Aos meus queridos pais, Marina e Rogério, e à Eliane pelo incansável amor, carinho e dedicação que me ofereceram, além de estarem sempre ao meu lado e me apoiarem neste meu percurso acadêmico e de vida. As conquistas ganham um sabor ainda mais especial quando compartilhadas com vocês.

Ao meu orientador, Prof. Alexandre Street, pela paciência, orientação e por todo aprendizado que me proporcionou. Muito obrigada por ter me ajudado a unir três paixões minhas neste trabalho - finanças, energia e risco. Além de ser um excelente professor pelo qual eu tenho profunda admiração.

Aos meus amigos e colegas da Vinci Partners, principalmente da minha equipe de Risco de Mercado, que sempre me incentivaram nos meus estudos. Agradeço, também, por impulsionarem meu desenvolvimento profissional cada vez mais.

Ao professor e coordenador de curso, Prof. Guilherme Temporão, e à Constance Duarte, cujo estímulo e motivação foram cruciais em minha decisão de aderir ao curso de Engenharia Elétrica.

Ao meu amigo de graduação Douglas Medeiros, por me ouvir e me ajudar diversas vezes durante este curso e este trabalho.

Profundo agradecimento às futuras DSc Marina Dietze e Luíza Ribeiro, muito obrigada por terem generosamente me auxiliado no código deste trabalho e se tornarem fontes de inspirações acadêmicas para mim. Agradeço também ao Arthur Brigatto que foi essencial para me ajudar a identificar um erro no código em questão.

A todos os amigos que eu fiz durante a graduação, em especial aos futuros engenheiros eletricitas, que foram essenciais em diversos momentos. Sem a ajuda de vocês, essa conquista não seria possível. Juntos somos mais fortes.

À PUC-Rio e a todos os seus professores, funcionários e alunos por terem contribuído nos alicerces da minha formação técnica e profissional. Obrigada por terem me ajudado a conquistar um sonho de me formar engenheira.

## Resumo

A formação de um portfólio de investimentos é um processo complexo, permeado por um ambiente repleto de incertezas. Neste contexto, este estudo propõe a criação de um fundo de investimento teórico, com foco em infraestrutura de energia. Mais especificamente, o fundo se concentra em ativos de geração de energia renovável, como parques solares e eólicos, estrategicamente localizados na região Nordeste do Brasil.

A estratégia de investimento do fundo é baseada em um modelo de otimização estocástica com aversão ao risco, que busca maximizar o *Conditional Value at Risk* (CVaR) do fluxo de receitas gerado pelos ativos de geração de energia. Este modelo leva em consideração as variações na produção de energia e os preços do mercado *spot*, com o objetivo de maximizar o retorno do fundo mediante um determinado risco.

Os dados utilizados para a análise e modelagem foram extraídos de registros reais de geração de parques solares e eólicos no Nordeste, no período de julho de 2019 a julho de 2021. Este conjunto de dados fornece uma visão abrangente das variações na produção de energia e permite uma modelagem precisa do desempenho dos ativos do fundo.

Através deste estudo, foi possível identificar a composição ótima da carteira do fundo para maximizar o CVaR do fluxo de receitas. No entanto, é importante destacar que a composição ótima da carteira pode variar dependendo das condições de mercado e das características específicas dos ativos de geração de energia. Portanto, a composição da carteira deve ser revisada e ajustada regularmente para garantir que o fundo alcance o equilíbrio entre risco-retorno desejado.

**Palavras-chave:** otimização estocástica, portfólio ótimo, gerenciamento de risco, Conditional Value-at-Risk, fundo de investimento

## Optimization of a renewable energy portfolio from an investment fund's perspective

### Abstract

Crafting an investment portfolio is an intricate process, steeped in an environment laden with uncertainties. Within this context, this study introduces the concept of a hypothetical investment fund, with a primary focus on energy infrastructure. The fund specifically targets renewable energy generation assets, such as solar and wind farms, strategically situated in the Northeast region of Brazil.

The fund's investment strategy is rooted in a risk-averse stochastic optimization model, aiming to maximize the Conditional Value at Risk (CVaR) of the revenue stream generated by the energy generation assets. This model accounts for fluctuations in energy production and spot market prices, with the overarching goal of optimizing the fund's return against a specified risk.

The data employed for analysis and modeling were drawn from real-world generation records of solar and wind farms in the Northeast, spanning the period from July 2019 to July 2021. This dataset offers a comprehensive perspective on energy production variations and enables precise modeling of the fund's asset performance.

Through this study, we were able to pinpoint the optimal portfolio composition for the fund to maximize the CVaR of the revenue stream. However, it's crucial to underscore that the optimal portfolio composition can shift depending on market conditions and the unique characteristics of the energy generation assets. As such, the portfolio composition should undergo regular review and adjustment to ensure that the fund maintains the desired balance between risk and return.

**Keywords:** stochastic optimization model, optimal portfolio, risk management, Conditional Value-at-Risk, investment fund

## Sumário

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>   | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>CAPÍTULO 1 - Fundo de Investimentos</b>                                    | <b>2</b>  |
| a        | Fundos de Investimento em Infraestrutura . . . . .                            | 2         |
| 1        | Regulamentação do FI-Infra . . . . .  | 3         |
| 2        | Principais Motivações para o investimento . . . . .                           | 3         |
| b        | Processo de Criação de um Fundo de Investimento . . . . .                     | 3         |
| 1        | Pré-Seleção de projetos de novos ativos . . . . .                             | 4         |
| 2        | Análise da Complementariedade da Geração dos ativos do portfólio . . . . .    | 4         |
| 3        | Avaliação da Dinâmica das Incertezas do Mercado . . . . .                     | 5         |
| 4        | Estudo do Portfólio ótimo . . . . .   | 5         |
| 5        | Estudo da Viabilidade Econômica e Precificação de Cotas . . . . .             | 5         |
| 6        | Processo Regulatório, Captação de Clientes e Efetivação do Fundo . . . . .    | 6         |
| <b>3</b> | <b>CAPÍTULO 2 - Características do Mercado Brasileiro de Energia Elétrica</b> | <b>7</b>  |
| a        | O Atual Modelo do Setor Elétrico . . . . .                                    | 7         |
| b        | Ambiente de Contratação Livre (ACL) . . . . .                                 | 8         |
| c        | Modelo Pool . . . . .   | 8         |
| d        | Garantia Física . . . . .   | 8         |
| <b>4</b> | <b>CAPÍTULO 3 - Conceitos da Modelagem Matemática na Gestão de Risco</b>      | <b>10</b> |
| a        | Variável Aleatória e Função Densidade de Probabilidade . . . . .              | 10        |
| b        | Valor Esperado . . . . .  | 11        |
| c        | Variância e Desvio Padrão . . . . .   | 11        |
| d        | Método de Monte Carlo . . . . .   | 12        |
| e        | Medidas de Risco . . . . .  | 12        |
| 1        | Value At Risk . . . . .   | 13        |
| 2        | Medidas Coerentes de Risco . . . . .  | 14        |
| 3        | Conditional Value at Risk . . . . .   | 14        |
| <b>5</b> | <b>CAPÍTULO 4 - Metodologia do Modelo da Formação do Portfólio</b>            | <b>16</b> |
| a        | Programação Linear . . . . .  | 16        |
| b        | Linearização do CVaR . . . . .  | 16        |
| c        | Caracterização das Incertezas . . . . .                                       | 17        |
| 1        | Preço de Liquidação das Diferenças (PLD) . . . . .                            | 17        |
| 2        | Geração de Energia . . . . .  | 18        |
| d        | Modelagem do fluxo de caixa dos geradores . . . . .                           | 19        |
| e        | Modelo de Otimização . . . . .  | 19        |
| <b>6</b> | <b>CAPÍTULO 5 - Estudo de Caso</b>  | <b>21</b> |
| a        | Seleção dos Ativos . . . . .  | 21        |
| b        | Implementação . . . . .   | 21        |
| c        | Resultados Obtidos . . . . .  | 22        |
| <b>7</b> | <b>Conclusão &amp; Trabalhos Futuros</b>                                      | <b>25</b> |
| <b>A</b> | <b>Apêndice: Distribuição Normal de Probabilidade</b>                         | <b>27</b> |
| a        | Distribuição Normal de Probabilidades . . . . .                               | 27        |
| 1        | Medidas da Forma da curva . . . . .   | 27        |
| b        | Teste de Normalidade de Jarque Bera . . . . .                                 | 28        |
| c        | Exemplos . . . . .  | 29        |

## Lista de Figuras

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1  | Estrutura do Setor Elétrico (Fonte: CCEE 2022)                                      | 7  |
| 2  | Função Cumulativa da Densidade de Probabilidade (Fonte: Autoria Própria)            | 11 |
| 3  | Simulação de Monte Carlo - Preços   | 12 |
| 4  | Simulação de Monte Carlo - Retornos   | 12 |
| 5  | Geração de Energia Solar (Fonte: Autoria Própria)                                   | 18 |
| 6  | Geração de Energia Eólica (Fonte: Autoria Própria)                                  | 18 |
| 7  | Alocação ótima das usinas de geração de energia (Fonte: Autoria Própria)            | 22 |
| 8  | Bloxplot das receitas do modelo (Fonte: Autoria Própria)                            | 23 |
| 9  | Estudo da variação do preço $P$ em função dos preços spots (Fonte: Autoria Própria) | 23 |
| 10 | Gráfico Quantidade ótima x Preço do Contrato (Fonte: Autoria Própria)               | 24 |
| 11 | Gráfico CVaR e Preço do Contrato (Fonte: Autoria Própria)                           | 24 |
| 12 | Propriedade da Distribuição Normal do Desvio Padrão                                 | 27 |
| 13 | Curtose de uma Distribuição Normal  | 28 |
| 14 | Assimetria de uma Distribuição Normal   | 28 |
| 15 | Distribuição de Probabilidade da BBAS3 (Fonte: Autoria Própria)                     | 29 |
| 16 | Resultados das métricas para a ação do BBAS3  | 29 |
| 17 | Distribuição de Probabilidade do IBOVESPA (Fonte: Autoria Própria)                  | 29 |
| 18 | Resultados das métricas para o IBOVESPA   | 30 |

### Lista de Siglas e Abreviações

|          |   |
|----------|---|
| ACL      | Ambiente de Contratação Livre                 |
| ACR      | Ambiente de Contratação Regulada              |
| ANEEL    | Agência Nacional de Energia Elétrica          |
| CCEE     | Câmara de Comercialização de Energia Elétrica |
| CCVEE    | Contratos de Compra e Venda de Energia        |
| Clp      | Coin-or linear programming                    |
| CMO      | Custo Marginal de Operação                    |
| CMSE     | Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico     |
| CNPE     | Conselho Nacional de Política Energética      |
| CRI      | Certificados de Recebíveis Imobiliários       |
| CVaR     | Conditional Value at Risk                     |
| CVM      | Comissão de Valores Imobiliários              |
| EPE      | Empresa de Pesquisa Energética                |
| fdp      | Função densidade de probabilidade             |
| FI-Infra | Fundos de investimento em infraestrutura      |
| FIA      | Fundo de Investimento em Ações                |
| FIDC     | Fundo de Investimento em Direitos Creditórios |
| MCP      | Mercado de Curto Prazo                        |
| MME      | Ministério de Minas e Energia                 |
| MRE      | Mecanismo de Realocação de Energia            |
| ONS      | Operador Nacional do Sistema Elétrico         |
| PL       | Patrimônio Líquido                            |
| PLD      | Preço de Liquidação das Diferenças            |
| ROI      | Retorno sobre o Investimento                  |
| SIN      | Sistema Interligado Nacional                  |
| TIR      | Taxa Interna de Retorno                       |
| VaR      | Value at Risk                                 |
| VPL      | Valor Presente Líquido                        |



## 1 Introdução

A indústria de energia elétrica tem passado por transformações significativas nas últimas décadas, evoluindo para uma estrutura de mercado onde o preço se torna o principal instrumento de orientação para os agentes. Essa mudança, fundamentada na competição e na necessidade de os preços refletirem os custos reais, resultou no fortalecimento da comercialização de energia, permitindo aos consumidores a liberdade de escolher seus fornecedores de energia elétrica.

No Brasil, essa evolução foi consolidada em 2004 com a Lei 10.848 e o Decreto 5.163, que aprimoraram o modelo de comercialização de energia elétrica, estabelecendo as bases para o Ambiente de Contratação Livre (ACL) e instituindo a contratação regulada pelas distribuidoras através do Ambiente de Contratação Regulada (ACR), que ocorre via leilões.

Neste contexto, surge o Mercado de Curto Prazo (MCP), também conhecido como mercado *spot*, onde agentes de geração, consumo e comercialização liquidam suas respectivas diferenças contratuais. Assim, por exemplo, um agente de geração vende o seu excedente ou compra o seu déficit com respeito ao volume que vende. O valor de negociação neste mercado, o Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), é determinado semanalmente pela Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) e segmentado por patamar de carga para cada submercado, levando em consideração o custo marginal de operação (CMO) do sistema.

Dada a complexidade do sistema, surge a necessidade de um modelo de controle centralizado dos recursos, conhecido como modelo *Pool*. Este modelo busca obter o mínimo custo de operação, despachando os geradores por ordem de mérito, com todas as transações realizadas através de um ente central.

Nesta dissertação, apresenta-se a proposta de criação de um fundo de investimento estruturado com base no modelo *Pool*, com o objetivo primordial de maximizar o lucro para seus acionistas. A fonte de receita do fundo será originada das transações energéticas de um conjunto de geradores de energia eólica e solar. Já o desafio central é encontrar a alocação ótima do portfólio criado, que equilibre adequadamente o risco e o retorno.

Neste processo, é crucial considerar medidas de mitigação de risco, dada as incertezas inerentes ao mercado de energia. A busca pelo maior retorno esperado deve ser conduzida dentro de um limite de risco que seja aceitável para os *stakeholders* do fundo. Com essa visão, o objetivo deste trabalho é projetar um portfólio ideal para este fundo, com o intuito de maximizar o *Conditional Value at Risk* (CVaR) do fluxo de receitas gerado. Esta abordagem busca garantir uma gestão eficiente do risco, ao mesmo tempo em que se busca maximizar o retorno do investimento.

## 2 CAPÍTULO 1 - Fundo de Investimentos

Fundos de investimentos são veículos que reúnem recursos financeiros de investidores visando obter ganhos por meio da aplicação destes em diversos ativos financeiros. Esses ativos podem incluir ações, títulos públicos e privados, imóveis, moedas, commodities, entre outros e são selecionados de acordo com a estratégia e os objetivos definidos para o fundo.

Existem diversos tipos de fundos de investimentos, cada um com suas características, foco e regulamentação específica. Os fundos de renda variável, por exemplo, investem predominantemente em ações de empresas visando obter retornos a partir do crescimento do capital e/ou dividendos. Este tipo de classe é conhecido como Fundo de Investimento em Ações (FIA) e, por isso, deve cumprir algumas regras estabelecidas pela Comissão de Valores Imobiliários (CVM) no Brasil. Outros tipos de fundo incluem os de renda fixa, multimercado, os focados em investimento no exterior, fundos imobiliários, de infraestrutura, de crédito entre outros.

Ao investir em um fundo, os investidores recebem cotas que são proporcionais ao valor que investiram. O valor da cota é calculado pela razão entre o Patrimônio Líquido (PL) e a quantidade de cotas em circulação. A estrutura de resgate dessas cotas determina se o fundo é classificado sob a forma de condomínio aberto ou fechado.

Os fundos abertos são aqueles que permitem que os cotistas apliquem ou resgatem suas cotas a qualquer momento. Isso é válido tanto para os novos cotistas quanto para os antigos que desejem aumentar sua participação nos investimentos ou retirar seu capital, saindo do investimento. Por outro lado, os fundos fechados são aqueles que emitem um número fixo de cotas e onde só se pode resgatar ao término do prazo de duração do fundo. Assim, neste tipo de fundo a entrada e a saída de cotistas não é permitida, embora, em alguns casos, as cotas possam ser negociadas no mercado secundário.

O retorno do investimento será uma parcela do fluxo de caixa gerado pelos ativos do fundo, que é influenciado pelas condições de mercado e pelo desempenho individual de cada ativo. Esse fluxo de caixa pode ser distribuído sob a forma de dividendos, ganhos de capital ou juros. No caso dos dividendos, os mesmos são pagos periodicamente e podem ser reinvestidos no fundo ou distribuídos proporcionalmente ao número de cotas que os investidores possuem. Já se o fundo vender os ativos por um preço maior do que o preço de compra, isso resultará em ganhos de capital. Esse ganho poderá ser visto também ao resgatar as cotas, caso o valor da cota tenha aumentado desde a data de aplicação. Por fim, no caso dos juros, eles são provenientes, principalmente, de investimentos em títulos de renda fixa e são distribuídos proporcionalmente ao número de cotas.

Dada a diversidade de fundos de investimento disponíveis, o foco deste trabalho será nos fundos de infraestrutura, em especial os focados em energia, um segmento que tem ganhado destaque no cenário de investimentos.

### a Fundos de Investimento em Infraestrutura

Os fundos de infraestrutura com foco em energia representam uma categoria especializada de fundos de investimento, geralmente de natureza fechada, que direcionam seus recursos primordialmente para empreendimentos vinculados ao setor da energia e de infraestrutura. Esses fundos buscam proporcionar aos investidores exposição ao crescimento e desenvolvimento do setor energético, além de gerar renda e retornos de longo prazo a partir de ativos de infraestrutura estáveis e previsíveis.

Os principais ativos e projetos desses fundos estão associados à geração de energia, abrangendo investimentos em usinas de energia renovável (como hidrelétricas, parques eólicos, solares e de biomassa) e não renovável (como gás natural, carvão e nuclear), além de investimentos em projetos de transmissão e distribuição de energia, como em linhas de transmissão, subestações e redes de distribuição. Recentemente, o armazenamento de energia, que inclui tecnologias como baterias e usinas de armazenamento por bombeamento, também tem despertado crescente interesse dos investidores. Geralmente, a exposição a estes projetos é feita tanto via crédito (financiamento de operações) quanto via *equity* (compra de participação do ativo).

Vale destacar que, para garantir uma diversificação adequada, os projetos investidos podem estar em diferentes estágios de desenvolvimento, desde a construção até a operação, e podem estar localizados em diversas localidades.

No entanto, é importante ressaltar que esse tipo de investimento está sujeito a riscos específicos. Estes incluem condições climáticas adversas, variações nos preços de energia, mudanças regulatórias, proble-

mas técnicos, entre outros. Dentre os maiores desafios dos fundos de infraestrutura, podemos destacar a avaliação adequada e a gestão de tais riscos.

## **1 Regulamentação do FI-Infra**

Como explorado em seções anteriores deste trabalho, o setor de investimento em infraestrutura é uma área emergente, ainda em crescimento no mercado brasileiro. A Comissão de Valores Mobiliários (CVM), em 2019, incorporou recentemente os fundos de infraestrutura (FI-Infra) na sua Instrução CVM 555, que oferece diretrizes regulatórias para os fundos de investimento. Este passo regulatório significativo foi solidificado com a publicação subsequente da Instrução CVM 606, que foi criada para acomodar peculiaridades derivadas da Lei nº 12.431/11 [1].

A nova legislação tinha dois objetivos principais: por um lado, buscava formalizar a existência e as regras para esses fundos e, por outro, aspirava a estimular a inovação e o desenvolvimento de novos produtos financeiros neste setor. Isto ocorre em meio a um cenário propício, com crescentes incentivos para projetos de infraestrutura e um papel cada vez mais proeminente do mercado de capitais no financiamento desses empreendimentos. Este estímulo se materializa principalmente na forma de uma flexibilização mais ampla das regras relativas à composição da carteira, especialmente no que diz respeito à concentração por emissor.

Adicionalmente, esta lei estabelece limites de aplicação em determinados ativos para obtenção de benefícios fiscais pelos cotistas. Esses benefícios incluem a isenção de imposto de renda para pessoas físicas e estrangeiras sobre os rendimentos de debêntures, Certificados de Recebíveis Imobiliários (CRI) e Fundo de Investimento em Direitos Creditórios (FIDC) destinados ao financiamento de projetos de infraestrutura específicos. Outra mudança é que a lei também permite que fundos de infraestrutura voltados ao público de varejo adquiram ativos que estejam em estágio pré-operacional [2].

## **2 Principais Motivações para o investimento**

A crescente demanda por energia, junto a políticas governamentais que incentivam projetos de geração por fontes renováveis e limpas, demonstra o quão favorável a um crescimento substancial o setor de infraestrutura de energias renováveis se apresenta. Tal cenário não somente cria um ambiente próspero para investidores, mas também representa uma oportunidade para impulsionar o crescimento do mercado.

O potencial de retorno financeiro no médio a longo prazo é outro aspecto atraente desse tipo de investimento. Devido à natureza da indústria e a sua ênfase em projetos de concessão de monopólio natural, há uma estabilidade considerável na geração de caixa, proporcionando um fluxo de receita previsível e com pouca volatilidade.

Além disso, investidores do tipo pessoa física desses fundos também podem aproveitar os benefícios fiscais, uma vez que o governo oferece isenção de Imposto de Renda sobre os rendimentos e alíquota de 0% sobre o ganho de capital. Esses incentivos fiscais aumentam a atratividade do investimento.

Investir em fundos de infraestrutura de energias renováveis também tem impactos positivos significativos na sustentabilidade e na sociedade. Os projetos financiados por esses fundos objetivam a redução da pegada de carbono e a minimização do impacto ambiental, além de proporcionarem energia limpa e sustentável para áreas que ainda dependem de fontes de energia poluentes.

Outra vantagem é o fato de que investidores têm a oportunidade de investir em projetos em diferentes estágios de desenvolvimento, utilizando diversos tipos inovadores de tecnologias, distribuídos por várias regiões geográficas. Dessa forma, é possível obter uma diversificação de portfólio e de risco significativa para a carteira de ativos.

Por fim, as receitas obtidas por meio de contratos de energia muitas vezes estão vinculadas à inflação. Isso significa que esses contratos costumam incluir cláusulas de ajuste de preços ligadas à inflação, garantindo assim uma rentabilidade a longo prazo, mesmo em cenários econômicos voláteis.

Em resumo, investir em fundos de infraestrutura de energias renováveis é uma estratégia financeira sólida e lucrativa, além de ser um passo significativo em direção a um futuro mais sustentável.

## **b Processo de Criação de um Fundo de Investimento**

O processo de criação de um fundo de investimento envolve a concepção, regulação e implementação do fundo. Inicialmente, é necessário fazer a pré-seleção de projetos de ativos de geração renovável, passando

pela análise de complementaridade e desempenho da geração dos ativos, avaliação da dinâmica de preços, até o estudo de viabilidade econômica e a precificação de cotas. Em seguida, o processo inclui a regulação do fundo, a captação de clientes e a efetivação do fundo.

## 1 Pré-Seleção de projetos de novos ativos

A seleção preliminar de projetos de ativos de geração renovável é uma tarefa intrincada que demanda uma análise meticulosa de diversas dimensões. A análise técnica, inicialmente, figura como um pilar primordial. É essencial avaliar a capacidade de geração da usina, ou seja, a quantidade de energia que o projeto pode potencialmente produzir considerando a capacidade instalada e a produção real. Isto é, quantificar a eficiência com a qual o projeto consegue converter energia renovável em eletricidade utilizável. A confiabilidade do projeto, associada à manutenção requerida para garantir seu funcionamento efetivo ao longo de sua vida útil, são aspectos cruciais que permitem a previsibilidade da geração de energia.

Simultaneamente, a viabilidade econômica e financeira do projeto precisa ser examinada cuidadosamente. A análise financeira se concentra tanto nos custos de capital inicial quanto nos custos operacionais. Além disso, é imprescindível avaliar os retornos esperados através de indicadores financeiros, como a Taxa Interna de Retorno (TIR), o Retorno sobre o Investimento (ROI), o Valor Presente Líquido (VPL) e o tempo de recuperação do investimento (payback). Além disso, é comum realizarem *valuation* nos ativos, isto é, avaliar o real valor dos ativos. Estes indicadores permitem uma avaliação da rentabilidade do projeto e o tempo necessário para recuperar o investimento inicial, fornecendo assim um retrato robusto e completo da saúde financeira do projeto.

Adicionalmente, a localização geográfica do projeto e os fatores climáticos da região exercem papel determinante no desempenho do projeto de geração renovável, principalmente na solar e na eólica. A análise cuidadosa das condições climáticas locais, como incidência solar e velocidade do vento, permite uma previsibilidade do potencial de geração de energia. Dessa maneira, deve-se atentar na escolha da localidade do projeto visando maximizar a eficiência energética e, consequentemente, a rentabilidade.

Além disso, o impacto social e as preocupações de sustentabilidade devem ser cuidadosamente ponderadas. Avaliações sobre o uso dos recursos naturais, a proteção aos ecossistemas, a pegada de carbono do projeto e o envolvimento com as comunidades locais são imperativos para garantir que o projeto não só seja lucrativo, mas também socialmente responsável e ambientalmente sustentável. Em um cenário onde investidores e sociedade estão cada vez mais atentos às questões ambientais e sociais, projetos alinhados a esses princípios têm potencial para atrair maior interesse e, portanto, serem mais bem-sucedidos.

A pré-seleção de projetos de novos ativos de geração renovável é um processo multifacetado e complexo, que requer uma avaliação cuidadosa de múltiplas dimensões. Um projeto ideal não é apenas tecnicamente viável e financeiramente atraente, mas também exerce um impacto social positivo e contribui para a sustentabilidade ambiental. Tendo em vista a crescente demanda por energia renovável, um processo de seleção robusto e holístico é imperativo para identificar os melhores projetos e garantir o sucesso a longo prazo do fundo de investimento em infraestrutura.

## 2 Análise da Complementariedade da Geração dos ativos do portfólio

Um aspecto fundamental na gestão de um portfólio de ativos de geração renovável é a análise de sua complementaridade e desempenho. Isso serve para garantir que os ativos selecionados se complementem e trabalhem juntos de maneira eficaz para maximizar o retorno do fundo, mesmo em cenários desfavoráveis. A intermitência e sazonalidade inerentes a várias fontes de energia renovável podem ser mitigadas através da diversificação do portfólio, resultando em uma produção de energia mais estável e confiável.

A complementaridade entre energia solar e eólica exemplifica essa estratégia. A produção solar, que é mais elevada durante o dia, pode ser equilibrada pela energia eólica, cuja geração varia ao longo do dia e das estações. Da mesma forma, a biomassa, cuja produção ocorre principalmente durante a colheita da cana-de-açúcar, pode compensar a redução da produção hidrelétrica durante a estação seca.

A energia hidrelétrica, com sua produção constante, pode ser efetivamente combinada com a energia eólica, que pode complementar a produção em períodos de alta demanda ou condições climáticas adversas. A biomassa, com sua independência das condições climáticas, pode equilibrar a intermitência da energia solar ou eólica. Além disso, a energia hidrelétrica e solar podem se complementar ao longo do ano, com a solar sendo mais abundante durante o verão e a hidrelétrica durante os meses de inverno ou chuvosos.

Em suma, a análise da complementaridade e desempenho dos ativos é crucial para otimizar a eficiência e confiabilidade da geração de energia. A diversificação cuidadosa do portfólio pode garantir uma produção

de energia constante e confiável, melhorando o desempenho do portfólio e aumentando seu valor para os investidores, ao mesmo tempo em que minimiza os riscos associados à dependência de uma única fonte de energia.

### **3 Avaliação da Dinâmica das Incertezas do Mercado**

A avaliação da dinâmica de preços e a compreensão das incertezas do mercado são componentes essenciais na estruturação de um fundo de investimento em energia renovável. Esta etapa envolve uma análise aprofundada dos preços atuais e futuros dos ativos, ou seja, de estudos de previsão e de projeção dos mesmos, bem como uma avaliação das variáveis de mercado que podem influenciar esses preços.

A dinâmica de preços no mercado de energia é influenciada por uma variedade de fatores, incluindo tendências de mercado, oferta e demanda, condições macroeconômicas globais e políticas energéticas. Tais fatores são marcados por um alto grau de incerteza e podem ter um impacto significativo na rentabilidade dos fundos. Assim, a análise desses fatores permite uma compreensão mais precisa de como os preços podem se comportar no futuro, o que é crucial tanto para a projeção dos retornos do fundo quanto para mudanças no próprio portfólio.

### **4 Estudo do Portfólio ótimo**

A etapa subsequente no processo de estruturação do fundo é o estudo do portfólio ótimo. Esta fase é fundamental para a criação de um portfólio de ativos que ofereça o melhor equilíbrio entre risco e retorno, de acordo com o perfil de risco desejado pelos investidores.

A otimização de portfólio é uma técnica quantitativa que busca determinar a alocação ideal de ativos que maximiza o retorno esperado para um determinado nível de risco. Esta técnica utiliza a teoria moderna do portfólio, que assume que os investidores são racionais e buscam maximizar sua utilidade esperada. A otimização de portfólio envolve a resolução de um problema de programação matemática que busca maximizar uma função objetivo (como o retorno esperado) sujeita a uma série de restrições (como o risco total do portfólio).

A análise de risco-retorno é outra ferramenta crucial neste processo. Esta análise envolve a avaliação do trade-off entre o risco e o retorno de diferentes combinações de ativos. O objetivo é identificar o conjunto de portfólios eficientes, ou seja, portfólios que oferecem o maior retorno esperado para um determinado nível de risco, ou o menor risco para um determinado nível de retorno esperado. A fronteira eficiente resultante fornece uma representação visual do trade-off entre risco e retorno e ajuda a identificar o portfólio ótimo.

Além disso, é importante considerar a correlação entre os retornos dos diferentes ativos. Portfólios compostos por ativos cujos retornos estão negativamente correlacionados podem oferecer benefícios significativos em termos de diversificação, pois as perdas em um ativo podem ser compensadas por ganhos em outro.

### **5 Estudo da Viabilidade Econômica e Precificação de Cotas**

A análise da viabilidade econômica começa com uma avaliação detalhada dos custos associados a cada ativo. Isso inclui os custos de capital inicial para a aquisição e instalação do ativo, bem como os custos operacionais contínuos, como manutenção, reparos e custos de operação. Além disso, os custos indiretos, como impostos, seguros e custos administrativos, também são levados em consideração. Esta análise de custos fornece uma visão clara do investimento total necessário para cada ativo.

Em seguida, realizamos uma projeção dos retornos futuros de cada ativo. Esta projeção é baseada em uma variedade de fatores, incluindo a capacidade de geração de energia do ativo, a demanda esperada de energia, os preços de venda de energia e as tendências do mercado. A projeção de retornos futuros permite estimar a receita potencial de cada ativo e, quando combinada com a análise de custos, fornece uma medida da rentabilidade do ativo.

Com base na análise de custos e na projeção de retornos, podemos então determinar o preço adequado para cada cota do fundo. A precificação das cotas é um processo delicado que deve equilibrar a necessidade de atrair investidores com a necessidade de garantir a rentabilidade do fundo. O preço de cada cota deve refletir o valor intrínseco do ativo, bem como o retorno esperado do investimento. Além disso, a precificação das cotas deve levar em consideração o risco associado a cada ativo, com ativos mais arriscados geralmente exigindo um retorno potencialmente maior para atrair investidores.

## **6 Processo Regulatório, Captação de Clientes e Efetivação do Fundo**

A regulação do fundo representa uma etapa crucial, embora frequentemente permeada por processos burocráticos, na constituição de um fundo de investimento. Este estágio envolve a elaboração meticulosa de um regulamento, um documento que estabelece as diretrizes, regras e procedimentos operacionais do fundo. Além disso, é necessário obter a aprovação da CVM, órgão responsável pela supervisão e regulação do mercado de capitais no Brasil. A obtenção desta aprovação é um passo fundamental para garantir a conformidade legal e a transparência do fundo, elementos essenciais para a confiança dos investidores.

Após a concepção e regulamentação do fundo, a etapa subsequente é a captação de clientes. Este processo requer uma estratégia bem articulada de marketing e vendas para atrair investidores para o fundo. A estratégia de captação deve ser cuidadosamente planejada e executada, visando atrair o perfil de investidores que esteja alinhado com os objetivos e a estratégia do fundo. Isso pode envolver a identificação de potenciais investidores, a apresentação do fundo e seus benefícios, processos de diligência e a negociação de termos de investimento.

Finalmente, a efetivação do fundo de investimento envolve a emissão de cotas dos projetos e a negociação e aquisição de ativos. Nesta etapa, os investidores compram cotas do fundo, que são então usadas para adquirir os ativos pré-selecionados. A efetivação do fundo é um passo fundamental, pois marca o início da operação do fundo, quando ele começa a gerar retornos para os investidores.



### 3 CAPÍTULO 2 - Características do Mercado Brasileiro de Energia Elétrica

#### a O Atual Modelo do Setor Elétrico

O setor elétrico se estrutura através de diferentes instituições e agentes, que desempenham papéis que se complementam e funcionam em sinergia, garantindo a realização da operação energética e regulação do mercado. Tal estrutura poderá ser vista na Figura 1.

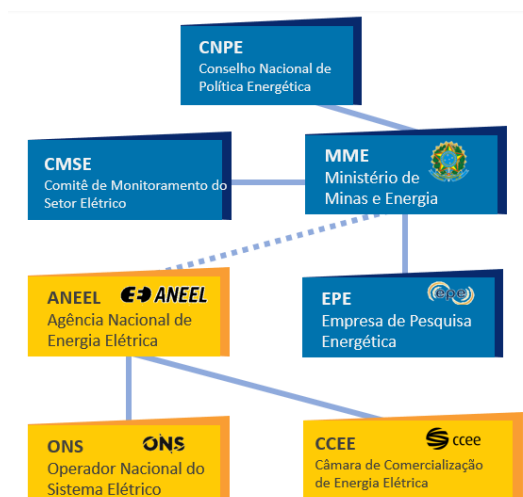


Figura 1: Estrutura do Setor Elétrico (Fonte: CCEE 2022)

Ele é constituído pelo Conselho Nacional de Política Energética (CNPE), que define a política energética do país e as diretrizes do setor.

Abaixo dele está o Ministério de Minas e Energia (MME) que é responsável pelo planejamento, gestão e desenvolvimento das leis do setor, executando as políticas traçadas pelo CNPE.

Para estudar as implementações das políticas do setor, foi criado a Empresa de Pesquisa Energética (EPE), que visa realizar pesquisas e dar assistência aos projetos de planejamento de transmissão e geração de energia, que têm como objetivo expandir o sistema elétrico e reduzir instabilidades da rede. Além disso, o agente tem como função habilitar tecnicamente os empreendimentos que participam dos leilões de energia realizados pela ANEEL.

Com a função de garantir à executabilidade das ações definidas pelos órgãos acima, está o Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico (CMSE), basicamente este agente deve identificar obstáculos que afetem ou possam afetar a regularidade, a segurança de abastecimento e atendimento à expansão dos setores de energia elétrica, gás natural e petróleo e seus derivados.

Já a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) foi criada a fim de fiscalizar e regular o mercado de energia de forma independente, seja na esfera de geração, transmissão, distribuição ou comercialização, de acordo com as políticas e diretrizes do governo federal. Assim, são suas atribuições: aprovar as regras e procedimentos de comercialização de energia elétrica, definir as tarifas dos serviços de transmissão e distribuição e para os consumidores cativos, preservar o equilíbrio econômico-financeiro dos agentes, além de mediar conflitos entre as instituições do setor.

Abaixo da ANEEL, estão o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) e a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE). O primeiro é responsável pela coordenação e controle da operação das instalações de geração e transmissão de energia elétrica no Sistema Interligado Nacional (SIN), além de ser responsável pelo planejamento da operação dos sistemas isolados do país.

Já a CCEE é responsável principalmente pela operação do mercado, isto é, pela realização da Contabilização e Liquidação financeira do Mercado de Curto Prazo. Assim, ela viabiliza a comercialização de energia elétrica no SIN, seja no Ambiente de Contratação Regulada (ACR) quanto no Ambiente de Contratação Livre (ACL). Outra atribuição importante é a apuração e divulgação do Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), isto é, do preço de mercado *spot* com base no custo marginal de operação do sistema.

## **b Ambiente de Contratação Livre (ACL)**

A comercialização de energia elétrica ocorre em dois ambientes de mercado distintos: o Ambiente de Contratação Livre (ACL) e o Ambiente de Contratação Regulada (ACR). No entanto, o fundo de investimento proposto neste estudo opera exclusivamente no ACL, através de contratos bilaterais de compra e venda de energia em diversos submercados. Portanto, a discussão aqui se concentrará somente neste ambiente de negociação.

Os principais atores no ACL incluem geradoras, comercializadoras, consumidores livres, além de importadores e exportadores de energia. Estes agentes negociam energia através de contratos bilaterais, cujas condições - como preço, volume de energia e prazo - são livremente acordadas entre as partes. Esses contratos, conhecidos como Contratos de Compra e Venda de Energia (CCVEE), são registrados na CCEE, que por sua vez, informa ao ONS sobre as demandas de energia. O ONS então contabiliza as diferenças que serão liquidadas no mercado *spot*, com base no Preço de Liquidação das Diferenças (PLD). O PLD, por sua vez, serve como referência para os contratos celebrados no ACL.

É importante ressaltar que, comumente, os contratos negociados no ACL são estabelecidos por quantidade. Isso significa que o consumidor é protegido contra as flutuações na produção de energia e, consequentemente, contra as variações no preço de energia de curto prazo.

## **c Modelo Pool**

O modelo Pool, também conhecido como modelo de mercado centralizado, é um sistema de organização do mercado de energia elétrica que tem sido adotado em várias partes do mundo. Este modelo é caracterizado por uma série de transações de compra e venda de energia que são coordenadas por um operador central do mercado.

No modelo Pool, todas as usinas geradoras de energia submetem ofertas de venda de energia ao operador do mercado, indicando a quantidade de energia que podem fornecer e o preço que desejam receber por ela. Da mesma forma, os consumidores de energia (ou seus representantes) submetem lances de compra de energia, indicando a quantidade de energia que desejam comprar e o preço que estão dispostos a pagar.

O operador do mercado, então, combina todas as ofertas de venda e lances de compra para determinar o preço de equilíbrio do mercado, também conhecido como preço *spot*. Este preço é aplicado a todas as transações de energia que ocorrem no mercado Pool.

Uma das principais vantagens do modelo Pool é que ele promove a eficiência econômica, pois as usinas geradoras de energia são despachadas em ordem de mérito, ou seja, da mais barata para a mais cara, até que toda a demanda de energia seja atendida. Isso garante que a energia seja produzida pelo menor custo possível.

No entanto, o modelo Pool também tem suas desvantagens. Uma delas é que ele pode levar a preços de energia muito voláteis, pois o preço *spot* pode variar significativamente de um período para o outro, dependendo das condições de oferta e demanda. Além disso, o modelo Pool pode ser complexo de operar e requer um alto grau de coordenação e controle por parte do operador do mercado.

No contexto brasileiro, o modelo Pool é utilizado no MCP, onde são liquidadas as diferenças entre a energia contratada e a energia efetivamente gerada ou consumida. O valor de negociação neste mercado, o PLD, é determinado semanalmente pela CCEE e reflete o custo marginal de operação do sistema elétrico.

## **d Garantia Física**

A garantia física desempenha um papel fundamental no mercado de energia brasileiro, proporcionando uma medida confiável da capacidade máxima de fornecimento de energia de um empreendimento em condições normais de operação. Esta medida, estabelecida pela ANEEL, certifica a quantidade máxima de energia que um empreendimento pode comercializar. A garantia física é calculada com base em uma série de parâmetros, incluindo a fonte de energia utilizada, a capacidade de geração e o histórico de produção.

A garantia física é capaz de assegurar a confiabilidade do sistema elétrico brasileiro, atuando como um limitador à quantidade de energia que um empreendimento pode vender e garantindo que a demanda dos compradores seja atendida em condições normais. Isso também ajuda a evitar o risco de crises de abastecimento, que poderiam ocorrer se os vendedores comercializassem mais energia do que sua capacidade de geração.



Além disso, a garantia física desempenha um papel importante para a estabilidade do mercado de energia. Ao regular a quantidade de energia que pode ser vendida, ela contribui para a previsibilidade e a estabilidade do mercado, fatores essenciais para os investidores e participantes do mercado.

No contexto do mercado brasileiro, tem-se que no ACR os contratos de energia são firmados através de leilões governamentais e a garantia física do empreendimento é um critério crucial para a participação. Já no ACL, os consumidores livres negociam diretamente com os geradores ou comercializadores, com a garantia física fornecendo um indicador do volume de energia que pode ser vendido.

Em última análise, a garantia física proporciona confiança, permitindo que os compradores tenham segurança sobre a capacidade de fornecimento dos vendedores. Além disso, cria um ambiente de negociação mais transparente e estável, reduzindo a volatilidade e incerteza associadas à oferta excessiva ou insuficiente de energia. Assim, é um componente essencial no mercado de energia do Brasil, promovendo a confiabilidade e a estabilidade necessárias para o seu bom funcionamento.

## 4 CAPÍTULO 3 - Conceitos da Modelagem Matemática na Gestão de Risco

Para gerenciar a incerteza dos preços e do mercado, as empresas recorrem a diversas métricas de risco, com o objetivo de quantificar a exposição ao risco nas suas operações. A mitigação do risco de mercado torna-se crucial num contexto caracterizado por imprevisibilidade, volatilidade e riscos, como observado nos setores financeiro e elétrico.

Vale ressaltar que, ao longo do tempo, a análise de risco ganhou uma relevância cada vez maior no contexto dos investimentos. Isso se deve à mudança de perspectiva, onde o "risco", antes visto exclusivamente como resultados indesejáveis, passou a ser encarado como uma oportunidade para maximizar lucros, por meio de um controle mais rigoroso das restrições de risco. Esse fenômeno pode ser observado no mercado financeiro, onde muitos fundos de investimento baseiam suas regras operacionais em métricas de risco.

O risco pode ser entendido como a probabilidade da ocorrência de um evento inesperado. Embora esteja geralmente ligado a potenciais perdas financeiras, também pode ser visto como uma grande oportunidade em um cenário de risco-retorno. Nesse sentido, é importante ponderar se uma decisão que envolve um risco maior é justificada pela possibilidade de se obter retornos mais elevados. Esse equilíbrio pode ser avaliado por meio de várias medidas de risco, como o Value at Risk (VaR), Conditional Value at Risk (CVaR), entre outras. Antes de apresentá-las, é necessário abordar outros conceitos probabilísticos e estatísticos que serão vistos a seguir.

Os conceitos abaixo são detalhados em livros clássicos de probabilidade e estatística, tais como: Paul Meyer (1987) [3] e Douglas Montgomery e George Runger (2014) [4]. Para mais informações, consulte o anexo A deste trabalho.

### a Variável Aleatória e Função Densidade de Probabilidade

**Definição 1.** Seja  $E$  um experimento aleatório e seja  $S$  o espaço amostral relacionado a  $E$ . Para cada um dos resultados  $s \in S$  associaremos uma função  $X : s \rightarrow \mathbb{R}$  chamada de variável aleatória.

Em outras palavras, uma variável é aleatória quando puder assumir diferentes valores,  $X(s), \forall s \in S$ , como resultado de um experimento aleatório e que selecione  $s$  em  $S$ .

**Definição 2.** As variáveis aleatórias podem ser classificadas como **discretas**, caso assumam um número finito ou um número infinito numerável de valores.

Neste cenário, para cada valor  $x$  que a variável aleatória discreta  $X$  assume, associa-se uma probabilidade de ocorrência  $p(x) = \mathbb{P}(X = x)$ , onde  $p(x)$  é chamada de função de probabilidade da variável aleatória  $X$  e deve satisfazer duas propriedades:

1.  $0 \leq p(x) \leq 1$ , onde  $p(x)$  é um valor real
2.  $\sum_{\forall x} p(x) = 1$

**Definição 3.** As variáveis aleatórias podem ser classificadas como **contínuas** caso  $X$  assumam um número infinito não numerável de valores.

Define-se uma função  $f_X(x)$  denominada função densidade de probabilidade (fdp) da variável aleatória de  $X$ , que rege o comportamento de todos os infinitos valores que a variável aleatória  $X$  assume descrevendo a forma da curva de distribuição da probabilidade de ocorrência de cada valor da variável aleatória. Esta função  $f(x)$  deve satisfazer três condições:

1.  $f(x) \geq 0, \forall x$
2.  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
3.  $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$  para quaisquer  $a, b$  com  $-\infty < a < b < \infty$

A função cumulativa da densidade de probabilidade da variável contínua  $X$  é expressa por  $F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ , ela é obtida calculando-se a integral da função de densidade de probabilidade  $f(x)$  no intervalo de interesse. Assim, por exemplo, para a figura 2 abaixo, pode-se calcular:

$$F_X(x_i) = \mathbb{P}(X \leq x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f_x(x)dx$$

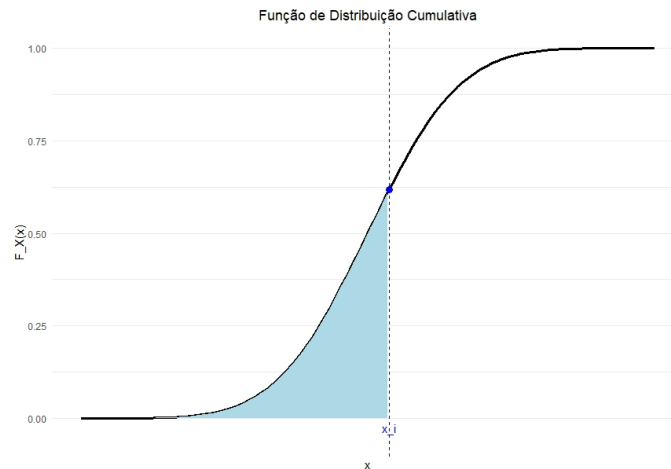


Figura 2: Função Cumulativa da Densidade de Probabilidade (Fonte: Autoria Própria)

## b Valor Esperado

Também conhecido como esperança ou média de uma variável aleatória, o valor esperado é uma medida de tendência central (ou centralidade) de uma variável aleatória. Ele é denotado por  $E(X)$  ou  $\mu_X$ .

**Definição 4.** Seja  $X$  uma variável aleatória discreta e seja  $p(x_i) = P(X = x_i)$  com  $i \in \mathbb{N}$  então o valor esperado de  $X$  é definido como:

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot p(x_i)$$

**Definição 5.** Seja  $X$  uma variável aleatória contínua com fdp  $f(x)$ , o valor esperado de  $X$  é definido como:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx \quad (1)$$

O valor esperado de uma variável aleatória possui algumas propriedades importantes como:

- Se  $C$  for uma constante,  $E(C) = C$ .
- Se  $C$  for uma constante,  $E(CX) = C \cdot E(X)$ .
- Sejam  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias independentes,  $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$ .
- Sejam duas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ . Se  $W = X + Y$  então  $E(W) = E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ .
- Para  $n$  variáveis independentes:  $E(X_1 + \dots + X_n) = E(X_1) + \dots + E(X_n)$

## c Variância e Desvio Padrão

A variância, um conceito fundamental em estatística, representa uma medida de dispersão que indica o quanto os valores de uma variável aleatória se afastam da sua média. Em outras palavras, a variância busca quantificar o grau de variação em um conjunto de dados. Importante notar que a variância é sempre um valor positivo, e é medida em unidades quadradas da variável em análise, o que pode tornar sua interpretação direta um tanto desafiadora.

**Definição 6.** Seja  $X$  uma variável aleatória, denotamos a variância como  $V(X)$  ou  $\sigma^2$  e podemos defini-la pela equação abaixo.

$$V(X) = [X - E(X)]^2 = E(X^2) - [E(X)]^2 \quad (2)$$

Para facilitar a interpretação, criou-se o conceito de desvio padrão que é definido como a raiz quadrada da variância, o que implica em ser medido na mesma unidade que os dados originais. Assim, o desvio padrão serve como uma ferramenta para mensurar o grau de variação ou dispersão em um conjunto de dados. Em outras palavras, ele reflete o quão uniformes ou consistentes os dados são. Um desvio padrão que se aproxima de zero sugere uma elevada consistência e homogeneidade dos dados.

O desvio padrão é amplamente utilizado como um método para determinar a volatilidade de um ativo financeiro, sendo esta forma de cálculo frequentemente referida como volatilidade histórica. A volatilidade, nesse contexto, é uma importante métrica de risco.

**Definição 7.** O desvio padrão é denotado por  $DP(X)$  ou por  $\sigma$  e é definido como:

$$DP(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{E(X^2) - [E(X)]^2} \quad (3)$$

Ademais, assim como foi feito com o valor esperado, vale destacar algumas propriedades da variância:

- Se  $C$  for uma constante,  $V(X + C) = V(X)$ .
- Se  $C$  for uma constante,  $V(CX) = C^2 \cdot V(X)$ .
- Sejam  $X$  e  $Y$  variáveis aleatórias independentes,  $V(X + Y) = V(X) + V(Y)$ .
- Para  $n$  variáveis independentes:  $V(X_1 + \dots + X_n) = V(X_1) + \dots + V(X_n)$

## d Método de Monte Carlo

O Método de Monte Carlo é frequentemente empregado na área financeira e na matemática financeira com o objetivo de examinar e estimar o valor de diferentes instrumentos, portfólios e investimentos. Isso é alcançado por meio da simulação de múltiplos fatores de incerteza que influenciam o seu valor, para posteriormente estabelecer o seu valor médio dentre os valores obtidos. Tipicamente, tal processo é realizado com o apoio de modelos estocásticos de ativos. Conforme aumentam as dimensões do problema, as fontes de incerteza e o intervalo temporal estipulado, a eficácia do Método de Monte Carlo se torna mais evidente em relação a outras técnicas. Em outras palavras, é um método de simulação estatística que utiliza sequências de números aleatórios para desenvolver simulações.

Pachamanova e Fabozzi [5] definem a ideia de que a análise de risco depende intrinsecamente da formulação de modelos baseados em fontes de incerteza, que podem ser representados matematicamente como distribuições probabilísticas. A existência de tais distribuições de probabilidade implica que os ativos considerados podem refletir uma diversidade de valores, cada um associado a uma probabilidade distinta. Portanto, estas distribuições de probabilidade constituem alicerce fundamental para a construção de modelos de simulação, dentre os quais se destaca o Método de Monte Carlo. Isso, pois o modelo leva as suposições da incerteza como inputs, gera os cenários com as probabilidades para depois avaliar o que acontece com as variáveis de interesse de output.

Nas figuras abaixo 3 e 4, foi feita uma simulação com base na série histórica de preços do IBOVESPA para ilustrar o conceito abordado. Foram considerados 1000 simulações assumindo que os retornos do índice seguem uma distribuição normal que, neste caso, é a fonte de incerteza do problema. Note que no primeiro gráfico, a simulação está em função do preço do índice, enquanto no segundo gráfico está em função do retorno obtido.

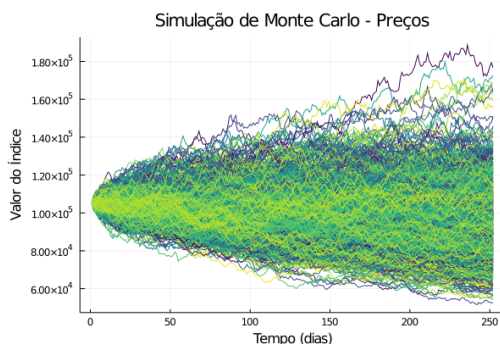


Figura 3: Simulação de Monte Carlo - Preços

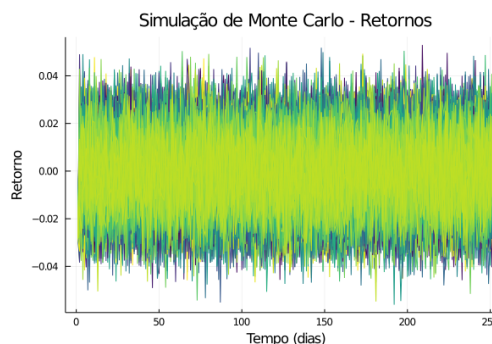


Figura 4: Simulação de Monte Carlo - Retornos

## e Medidas de Risco

Cada vez mais as Medidas de risco tem sido mais explorada, isto pois, atacam o problema de risco de uma maneira mais direta e pragmática. Seu principal uso tem sido maximizar a distribuição dos valores financeiros futuros através no monitoramento e controle de restrições de risco (perdas potenciais).

Matematicamente, Kerkhof e Melenberg [6] descrevem dois conceitos muito importantes: o de risco e o de medida de risco. Tais conceitos encontram-se a seguir. Para eles considere que: Seja um espaço de probabilidade  $m = (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ , onde  $\Omega$  é o conjunto dos possíveis estados da natureza,  $\mathcal{F}$  é uma  $\sigma$ -álgebra e  $\mathbb{P}$  é uma medida de probabilidade e  $\mathcal{M}$  o conjunto dos riscos em  $\Omega$ .

**Definição 8.** Dado  $m$ , o risco  $X(\omega), \omega \in \Omega$ , é uma variável aleatória real definida em  $\Omega$ .

**Definição 9.** Uma medida de risco é uma função  $\rho: \mathcal{M}(m) \rightarrow \mathbb{R} \cup \{\infty\}$ .

Em outras palavras, uma medida de risco é uma função que associa conjuntos de riscos a valores reais. Para isso, a função  $\rho$  deve satisfazer as seguintes propriedades  $\forall X, Y \in \mathcal{M}(m)$ :

1. **Monotonicidade:** Se  $X \leq Y$ , então  $\rho(X) \geq \rho(Y)$ . A interpretação desta propriedade é que o risco de perdas financeiras é reduzido à medida que o perfil do fluxo financeiro o investimento é incrementado.
2. **Invariância a Translação:** Para  $k \in \mathbb{R}$ , então  $\rho(X+k) = \rho(X) - k$ . Se o fluxo de pagamento associado a um investimento pode ser decomposto em uma parcela com risco e em ativos livres de risco, cujo valor é  $k$ , o risco desse investimento será decrescido do montante fixo.
3. **Normalização:** Para  $\mathbf{0} \in \mathcal{M}(m)$ ,  $\rho(\mathbf{0}) = 0$ . Isto garante que um investimento que gera valor constante e igual a zero, possui uma métrica de risco igual a zero também.

Para quantificar o risco de um portfólio, o banco de investimentos J.P. Morgan desenvolveu a métrica de Value-at-Risk, conhecida como  $VaR_\alpha$ .

## 1 Value At Risk

Tal conceito surgiu através da publicação do RiskMetrics em 1996 [7]. A medida foi concebida para quantificar o valor da perda financeira que não é excedida por um determinado nível de significância, associado ao parâmetro  $\alpha$ .

**Definição 10.** Seja  $m = (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  um espaço de probabilidades e  $X \in \mathcal{M}(m)$  uma variável aleatória que representa o fluxo financeiro de um investimento. A métrica de VaR pode ser definida como:

$$VaR_\alpha(X) = \min\{z \in \mathbb{R} | \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega | X(\omega) + z < 0\}) \leq 1 - \alpha\} \quad (4)$$

onde  $\alpha \in (0, 1)$  é conhecido como nível de significância e  $(1 - \alpha)$  como nível de confiança.

Em outras palavras, o Value at Risk nos fornece uma medida da maior (ou pior) perda esperada em uma posição financeira para um determinado período de tempo e um intervalo de confiança previamente especificado. Em termos práticos, o VaR de uma carteira é o quantil de nível  $(1-\alpha)$  da função de distribuição dos retornos da carteira, onde  $\alpha$  é o nível de confiança.

Um exemplo o  $VaR_{95\%}$  de uma carteira no horizonte de tempo de 1 dia e janela de 252 dias é o valor da perda máxima esperada em 1 dia para a carteira considerando 95% de confiança, tendo como amostra as variações ocorridas nos últimos 252 dias. Ou seja, essa carteira tem probabilidade de 5% de sofrer perdas maiores do que o VaR. Ou ainda, é esperado que essa carteira extrapole o seu VaR em 13 dias (95% de 252) em uma janela de 252 dias.

Em outra instância, ela pode ser interpretada como o menor aporte financeiro necessário para que a probabilidade de prejuízo não seja superior a um determinado nível de confiança.

O VaR tem duas metodologias de cálculo principais:

- **VaR Histórico ou VaR por Simulação Histórica:** O VaR é calculado a partir da distribuição empírica dos retornos da carteira.
- **VaR Paramétrico ou VaR Delta Normal:** O VaR é calculado para um ativo ou carteira a partir de uma distribuição paramétrica dos retornos. Em geral considera-se a distribuição Normal e os parâmetros utilizados são a média e o desvio padrão da amostra. Neste caso, para calcular:  $VaR_\alpha = \mu + \sigma \cdot \phi^{-1}(1 - \alpha)$ , onde  $\phi^{-1}$  é a função de distribuição de probabilidade da Normal.

Entretanto, a métrica apresenta uma fraqueza, ela não é capaz de informar o quão ruim é o investimento nos piores casos.

Outra crítica é em relação a sua formulação como um problema de otimização. A formulação de problemas de decisão são realizadas sob a forma de programação matemática não linear o que deixam os problemas bastante complexos, principalmente pela característica de não convexidade do VaR.

Em vista a essas ineficiências desta métrica, uma classe de Medidas Coerentes de Risco foi introduzida na década de 90 pelo Artzner.

## 2 Medidas Coerentes de Risco

Segundo Artzner [8], as medidas coerentes de risco podem ser definidas como:

**Definição 11.** Uma medida de risco é dita coerente quando satisfaz as seguintes propriedades: Invariância de Translação, Sub-aditividade, Homogeneidade Positiva e Monotonicidade.

Faltou apresentar as propriedades de sub-aditividade e de homogeneidade positiva.

1. **Sub-Aditividade:**  $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ . A sub-aditividade ilustra o efeito da diversificação dos portfólios, ou seja, o risco de duas carteiras não deve exceder a soma dos riscos individuais de cada carteira. Portanto, a diversificação tem o poder de reduzir o risco de uma carteira.
2. **Homogeneidade Positiva:** Para  $\lambda \in \mathbb{R}_+$ ,  $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$ . O risco de uma carteira multiplicado por um escalar, um valor monetário, deve ser igual à multiplicação do escalar pelo risco individual da carteira. Para o caso especial onde  $\lambda = 0$ , chamamos de normalização.

Repare que as Medidas Coerentes de Risco são um subconjunto de Medidas de Risco. A volta não é válida de forma que nem toda medida de risco é coerente. Como demonstrado por Artzner em seu artigo, o VaR é monotônico, invariante à translação, positivamente homogêneo (normalizado para  $\lambda = 0$ ), mas não é sub-aditivo e, logo, não é considerado uma medida coerente de risco.

Dentre a classe das medidas coerentes de risco, destaca-se o Conditional Value-at-Risk ( $CVaR_\alpha$ ).

## 3 Conditional Value at Risk

Também conhecida como *Expected Shortfall* e por *Average Value at Risk* (AVaR), o  $CVaR_\alpha$  é uma medida de risco coerente definida em função do VaR. Ele é obtido a partir da média das observações menores do que o VaR estimado. Desta maneira, o VaR nunca será maior do que o CVaR, fazendo com que este último seja uma medida mais conservadora, pois restringe mais o espaço de decisões.

Rockafellar e Uryasev [9] definem:

**Definição 12.** Seja  $m = (\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  um espaço de probabilidades e  $X \in \mathcal{M}(m)$  uma variável aleatória que representa o fluxo financeiro de um investimento. A métrica de CVaR é um funcional  $\mathcal{M}(m) \rightarrow \mathbb{R}$  definida como:

$$CVaR_\alpha(X) = \left( z - \frac{\mathbb{E}[(X - z)^-]}{1 - \alpha} \right) = \mathbb{E}[X | X \leq z] \quad (5)$$

onde  $(x)^- = -\min\{x, 0\}$ ,  $z = VaR_\alpha(X)$  e  $\alpha \in (0, 1)$ .

Entretanto, a ideia pode ser resumida em:

$$CVaR_\alpha(X) = \mathbb{E}[X | X \leq VaR_\alpha(X)] \quad (6)$$

Essa definição de CVaR é uma medida de risco condicional que fornece uma estimativa da média dos piores cenários de receita que excedem um determinado nível de confiança  $\alpha$ . Em outras palavras, o CVaR representa o valor esperado dos fluxos que são inferiores ao quantil de  $(1 - \alpha)\%$ . Esse conceito se diferencia do conceito tradicional das finanças clássicas onde define-se o CVaR a partir da cauda de perdas do fluxo e pode ser visto mais em [10].

Dessa maneira, o CVaR é uma medida mais robusta do risco em comparação com medidas de risco tradicionais, como o VaR, pois leva em consideração não apenas a magnitude dos piores cenários, mas também a probabilidade de ocorrência desses cenários.

Vale destacar, que como demonstrado em [10], quando a variável aleatória em questão é um fluxo financeiro de receitas e não mais de perdas, a propriedade de sub-aditividade vira de super-aditividade, de forma que:

$$CVaR(X + Y) \geq CVaR(X) + CVaR(Y)$$

Além disso, o CVaR possui uma propriedade fundamental para a otimização de portfólios: é uma função convexa. A convexidade é uma propriedade matemática que, em termos de otimização de portfólio, torna o problema de minimização de risco mais tratável.

A convexidade implica que a linha conectando quaisquer dois pontos no gráfico da função nunca fica abaixo da função. Isso é particularmente útil na otimização de portfólio, pois a área viável de soluções possíveis é um conjunto convexo. Ou seja, a combinação de quaisquer duas carteiras viáveis também é viável.

A importância desta propriedade para a otimização de portfólios é devido ao fato de que problemas de otimização convexa têm um mínimo global, que é o resultado ideal ao minimizar o risco de um portfólio. Isso permite que as técnicas de otimização encontrem a solução globalmente ótima de forma mais eficiente, em vez de ficarem presas em soluções sub-ótimas locais.



## 5 CAPÍTULO 4 - Metodologia do Modelo da Formação do Portfólio

Neste capítulo será conceituado o modelo proposto de otimização estocástica para a criação deste fundo de investimento. Antes, é necessário apresentar alguns conceitos que serão necessários.

### a Programação Linear

Programação Linear é utilizada para otimizar funções objetivo lineares, cujo domínio das funções é um subconjunto de  $\mathbb{R}^n$ . Estas funções podem ser expressas tanto na forma de problemas de maximização quanto de minimização já que minimizar a função é equivalente a maximizar o negativo desta função. Segundo Bertsimas [11], podemos expressar este problema sob a forma:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Na equação 7 acima,  $x$  representa o vetor de variáveis a ser determinado e é chamado de variáveis de decisão. No exemplo,  $c$  representa os coeficientes da função objetivo, enquanto o vetor  $b$  e a matriz  $A$  são os coeficientes das equações de restrição. Dando um sentido físico, poderia-se, por exemplo, estar minimizando o custo total, sob uma restrição de demanda dos ativos.

As restrições do problema agem como hiperplanos que juntas formam um poliedro, cujo interior é um conjunto cheio de pontos viáveis de solução para o problema.

Como apresentado por [12], em problemas de otimização de portfólio, que são desta classe majoritariamente, se deseja encontrar a melhor maneira de se investir capital em um conjunto de  $I$  ativos. A variável  $x_i$  representa o investimento no  $i$ -ésimo ativo, então o vetor  $x \in \mathbb{R}^n$  descreve a alocação global do portfólio através do conjunto dos ativos. As restrições podem representar limites de investimento, a necessidade de que os investimentos sejam não-negativos (sem vendas a descoberto ou alavancagens) e um valor mínimo aceitável de expectativa de retorno para o portfólio. A função objetivo pode representar uma medida de risco ou variância do retorno do portfólio, neste caso, o problema corresponde em fazer uma alocação de ativos que minimiza o risco da carteira.

### b Linearização do CVaR

Como apresentado anteriormente, o CVaR possui diversas propriedades que o tornam mais robusto. Dentre elas, destaca-se a formulação, introduzida por Rockafeller em [13], que permite a transformação de um problema de minimização convexa em um problema de programação linear.

No problema a ser apresentado, diferentemente do conceito das finanças clássicas que define para fluxos de perdas financeiras, se considerará o CVaR numa perspectiva onde a variável aleatória  $R$  representa um fluxo de receitas do investimento. Desta maneira, o CVaR representará a média dos piores casos de receita, ou melhor, como definido na equação 6, o valor esperado abaixo de determinado quantil (VaR) da distribuição.

Considerando a fdp da receita, apelidada aqui de  $f_{\tilde{R}}(r)$ , e o conceito apresentado na equação 1, pode-se definir o valor esperado condicional  $\rho$ , que é o CVaR, como:

$$\rho_{\alpha}(\tilde{R}) = \int_{-\infty}^{VaR(\tilde{R})} r \cdot \left( \frac{f_{\tilde{R}}(r)}{\alpha} \right) dr \quad (8)$$

Repare que na equação acima, é uma integral condicional, cujo limite superior da integral é um quantil que depende da variável aleatória  $R$ . Dessa maneira, não é possível otimizar  $\rho$  sem alterar a distribuição de probabilidade. Como forma de solucionar isto, pode-se escrever a equação a partir de uma integral que integra em todo o espaço da distribuição. Para isto, houve a necessidade de criar a variável  $z$ , que representa o quantil de  $\alpha\%$  da distribuição da receita no ótimo de um problema de otimização.

$$\rho(\tilde{R}) = \max_z \left\{ z - \int_{-\infty}^{\infty} (z - r)^+ \cdot \left( \frac{f_{\tilde{R}}(r)}{\alpha} \right) dr \right\} \quad (9)$$



Amostralmente, Rockafeller em [13], mostra que é possível transformar esta integral em somatório, isto pode ocorrer, por exemplo, através de Técnica de Simulação de Monte Carlo ou Discretização. Abaixo, consideraremos  $\omega \in \Omega$  como os cenários possíveis. De forma que a equação se torna:

$$\rho(R) = \max_z \left\{ z - \sum_{\omega \in \Omega} (z - R_\omega)^+ \cdot \frac{\mathbb{P}_\omega}{\alpha} \right\} \quad (10)$$

Por fim, se tem dois problemas, o primeiro de maximizar  $z$ , que é uma função linear e o segundo de maximizar o negativo de um truncamento positivo, que é uma função côncava. Essa combinação, portanto, é um problema de otimização convexa. Logo, para torná-lo um problema de programação linear, se criará uma variável auxiliar  $\delta$ , que deverá estar no epígrafo da função, de forma que o novo problema será:

$$\begin{aligned} \max_z \quad & \left\{ z - \sum_{\omega \in \Omega} \delta_\omega \cdot \frac{\mathbb{P}_\omega}{\alpha} \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \delta_\omega \geq z - R_\omega, \forall \omega \in \Omega \\ & \delta_\omega \geq 0, \forall \omega \in \Omega \end{aligned} \quad (11)$$

### c Caracterização das Incertezas

Nesta seção, serão abordadas as incertezas associadas ao problema: o Preço de Liquidação das Diferenças (PLD) e a própria geração de energia das usinas.

#### 1 Preço de Liquidação das Diferenças (PLD)

No Brasil, o preço spot da energia elétrica é fundamentalmente determinado pelo custo marginal de operação (CMO). O CMO é estabelecido por meio de um modelo de otimização que gerencia o despacho da geração, levando em consideração diversos fatores, tais como a disponibilidade das usinas e a demanda energética esperada.

Em termos mais técnicos, o CMO é calculado como a relação entre o incremento marginal do custo total de geração de energia e o incremento marginal da quantidade de energia gerada. Essa relação é crucial para determinar o preço de curto prazo da energia elétrica, também conhecido como preço spot.

Contudo, é importante ressaltar que o CMO enfrenta uma considerável incerteza, principalmente devido à imprevisibilidade da afluência hídrica. A disponibilidade de água nos reservatórios hidrelétricos é uma variável crítica para o setor elétrico brasileiro, uma vez que a geração hidrelétrica representa uma parcela significativa da matriz energética do país.

A incerteza em relação à afluência hídrica resulta em uma significativa volatilidade no preço spot da energia elétrica. Quando os níveis de água nos reservatórios estão baixos, ocorre uma redução na capacidade de geração hidrelétrica, o que pode levar ao acionamento de termelétricas mais caras e, consequentemente, a um aumento no custo de geração de energia. Esse aumento de custo é repassado ao preço spot.

Além disso, é importante mencionar que a volatilidade do preço spot também tem impacto direto no cálculo do Preço de Liquidação das Diferenças (PLD). O PLD é um indicador utilizado no mercado de energia elétrica brasileiro para estabelecer o valor financeiro das diferenças entre a quantidade de energia contratada por um agente e a quantidade de energia efetivamente consumida ou gerada por esse agente.

O PLD é calculado semanalmente pela Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) e leva em consideração a oferta e demanda de energia no mercado de curto prazo, bem como as restrições de transmissão e as condições hidrológicas. Ele serve como referência para estabelecer o valor a ser pago ou recebido pelos agentes do mercado elétrico em função dessas diferenças.

Em resumo, o preço spot representa o valor pelo qual a energia elétrica é negociada no curto prazo, enquanto o PLD é um indicador financeiro utilizado para calcular as diferenças entre os contratos de energia e o consumo/geração real de energia, com base nas condições do mercado elétrico.

## 2 Geração de Energia

A geração de energia proveniente de fontes solares e eólicas, os ativos do portfólio em estudo, carrega consigo um elemento de incerteza inerente, atribuível à variabilidade das condições climáticas.

A energia solar, cuja produção está atrelada à intensidade da luz solar, é sujeita a variações significativas em função das condições meteorológicas. A geração deste tipo de energia também apresenta uma correlação direta com as estações do ano e o horário do dia, evidenciando um padrão de geração maximizada durante o dia e nula à noite. Esse comportamento é ilustrado na Figura 5, que demonstra o perfil de geração horária da energia solar ao longo de uma semana.

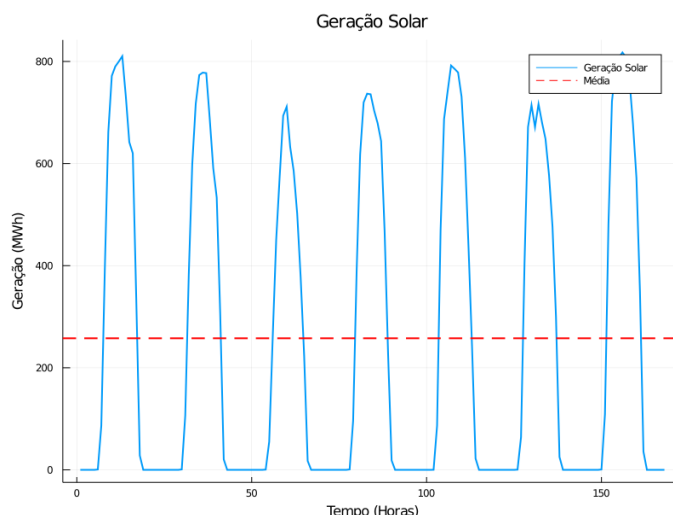


Figura 5: Geração de Energia Solar (Fonte: Autoria Própria)

Por outro lado, a geração de energia eólica depende de maneira primordial da velocidade e direção do vento, parâmetros que possuem uma natureza notoriamente imprevisível. Importante ressaltar que apenas uma faixa específica de velocidades de vento é aproveitável para a geração de energia, existindo limites mínimo (velocidade de arranque) e máximo, além dos quais o aerogerador deve ser desativado por razões de segurança. A Figura 6 retrata o perfil de geração horária da energia eólica durante uma semana.

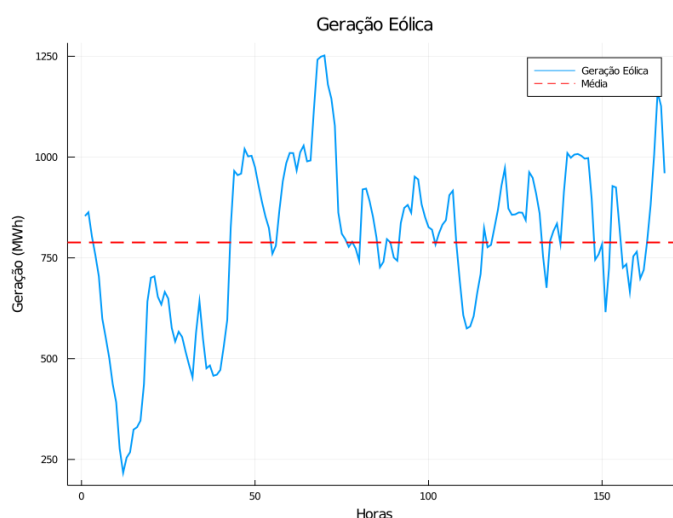


Figura 6: Geração de Energia Eólica (Fonte: Autoria Própria)

Destaca-se que ambos os gráficos 5 e 6 foram gerados como a soma da geração de energia de todos os parques, apresentados na Tabela 1, no cenário 1. Através deles, constata-se que a natureza não-linear e estocástica da geração de energia a partir dessas fontes introduz um componente de incerteza no modelo proposto.

## d Modelagem do fluxo de caixa dos geradores

Na estrutura de fundo de investimento proposta, os produtores de energia tornam-se participantes do Mecanismo de Realocação de Energia (MRE), conforme elucidado em [14]. Este mecanismo tem como objetivo principal a divisão equitativa dos resultados financeiros provenientes da liquidação de diferenças na CCEE em relação à venda de contratos por quantidade. É importante ressaltar que, neste modelo de contrato, o consumidor é protegido contra as flutuações na produção de energia e, consequentemente, contra as variações no preço spot. Desta maneira, cada gerador estaria livre para comercializar seus contratos por quantidade no ACL e entregariam a parcela variável para o MRE, cujo agregado dos excedentes financeiros formariam os resultados do fundo.

Matematicamente, pode-se representar o fluxo de caixa estocástico do gerador através de duas parcelas: uma fixa - referente ao preço e a quantidade negociada no contrato (espécie de contratação no mercado a termo no momento da decisão)- e uma variável, conhecida como parcela da CCEE, que representa à liquidação do excedente ou deficit de geração ao PLD. No caso abaixo, a receita está sendo calculada em função do período  $M$ , dessa forma, a fórmula será:

$$\tilde{R} = P \cdot Q \cdot M + \sum_{t \in M} \left( \sum_{i \in I} (\tilde{g}_{it} \cdot x_i) - Q \right) \cdot \tilde{\pi}_t \quad (12)$$

onde:

$\tilde{R}$  é O fluxo de caixa estocástico futuro para um gerador de energia;

$P$  é o preço do contrato por quantidade (em R\$ / MWh) ;

$Q$  é a quantidade do contrato por quantidade (em MWmed) ;

$M$  é o número de horas do período em que está se calculando a receita ;

$\tilde{g}_{it}$  é a geração da usina  $i$  (MWh) no período  $t$ ;

$x_i$  é a quantidade alocada da usina  $i$  no portfólio (%);

$\pi_t$  é o PLD no período  $t$  no subsistema em que foi contrato;

$t$  é o tempo em horas do período  $M$ ;

A intuição para a equação 12 é de que o fluxo de caixa do gerador deve ser igual ao contrato por quantidade negociado no momento de decisão, acrescido do resultado da liquidação das diferenças na CCEE, que depende das condições reais de geração e do preço da energia.

## e Modelo de Otimização

Pode-se, finalmente, apresentar o modelo de otimização que irá encadear este trabalho. O objetivo dele será maximizar o CVaR do fluxo de caixa estocástico, descontado a valor presente por uma taxa  $K$  e do custo de geração. Assim, o modelo será:

$$L = \max_{x, \rho} \quad \rho \left( \tilde{R} \cdot (1 + K)^{-k} \right) - \sum_{i \in I} x_i \cdot C_i \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \quad \tilde{R} = P \cdot Q \cdot M + \sum_{t \in M} \left( \sum_{i \in I} (\tilde{g}_{it} \cdot x_i) - Q \right) \cdot \tilde{\pi}_t \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I} x_i \cdot C_i \leq B \quad (15)$$

$$Q \leq \sum_{i \in I} x_i \cdot GF_i \quad (16)$$

$$x_i \in [0, 1], \forall i \in I \quad (17)$$

Além da restrição 14 explicada na seção d, há a necessidade de uma restrição que indique que o somatório de todos os custos de operação  $c_i$  das usinas utilizadas sejam menores do que o aporte inicial do fundo  $B$

e que as alocações das usinas  $x_i$  sejam um número situado entre zero e um, por serem um percentual. Ademais, há a necessidade da restrição 16, que representa que o número de contratos ótimos deve estar limitado pela garantia física total das usinas.

Entretanto, como foi apresentado, tal problema acima não é trivial de ser implementado, por não ser linear. Logo, faz necessidade de implementar as mudanças abordadas na seção b. O modelo final encontra-se abaixo:

$$L = \max_{z, Q, \delta_\omega, R_{m\omega}, x_i} \left( z - \sum_{\omega \in \Omega} \mathbb{P}_\omega \cdot \frac{\delta_\omega}{1 - \alpha} - \sum_{i \in I} x_i \cdot C_i \right) \quad (18)$$

$$\text{s.t. } \delta_\omega \geq 0, \forall \omega \in \Omega \quad (19)$$

$$\delta_\omega \geq z - R_\omega \cdot (1 + K)^{-k}, \forall \omega \in \Omega \quad (20)$$

$$R_\omega = P \cdot Q \cdot M + \sum_{t \in M} \left( \sum_{i \in I} (g_{it\omega} \cdot x_i) - Q \right) \cdot \pi_{t\omega}, \forall \omega \in \Omega \quad (21)$$

$$\sum_{i \in I} x_i \cdot C_i \leq B \quad (22)$$

$$Q \leq \sum_{i \in I} x_i \cdot GF_i \quad (23)$$

$$Q \geq 0 \quad (24)$$

$$x_i \in [0, 1], \forall i \in I \quad (25)$$

As variáveis utilizadas no problema são:

$z$  é uma variável auxiliar para o cálculo do CVaR, representa o VaR;

$\mathbb{P}_\omega$  é a probabilidade de cada cenário  $\omega \in \Omega$  ocorrer. Como todos os cenários são equiprováveis, o valor representa:  $\mathbb{P}_\omega = \frac{1}{\Omega}$ ;

$\delta_\omega$  é uma variável auxiliar do CVaR medido em R\$ / MWh;

$\alpha$  é o nível de significância do CVaR e parâmetro de aversão ao risco;

$C_i$  é o custo operativo de cada usina  $i$ ;

$K$  é a taxa de juros descontada que traz o financeiro a valor presente;

$k$  é o número de períodos da taxa de juros  $K$ ;

$R_\omega$  é O fluxo de caixa futuro para um gerador no cenário  $\omega \in \Omega$ ;

$P$  é o preço do contrato por quantidade (em R\$ / MWh) ;

$Q$  é a quantidade do contrato por quantidade (em MWméd) ;

$M$  é o número de horas do período (no caso, da semana) ;

$g_{it\omega}$  é a geração da usina  $i$  (MWh) no período  $t$  no cenário  $\omega$ ;

$x_i$  é a quantidade alocada da usina  $i$  no portfólio (%);

$\pi_t$  é o PLD no período  $t$  no subsistema em que foi contrato no cenário  $\omega$ ;

$B$  é o aporte inicial do fundo;

$I$  é o número total de geradores;

$GF_i$  é a garantia física da usina  $i$ ;

## 6 CAPÍTULO 5 - Estudo de Caso

### a Seleção dos Ativos

A seleção dos ativos foi embasada no *dataset* de referência encontrado em [15], utilizando dados reais obtidos do setor elétrico brasileiro, fornecidos pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). Esses dados abrangem o período de julho de 2019 a julho de 2021, apresentando uma resolução horária ao longo de uma semana, totalizando 168 horas ( $M = 1, \dots, 168$ ).

Foram escolhidos  $I = 25$  parques de geração de energia eólica e solar localizados na região Nordeste (NE) nos estados da Bahia, Piauí, Rio Grande do Norte, Pernambuco e Ceará. Tal região é privilegiada devida a alta incidência solar durante todo o ano e pelos ventos fortes e constantes. Ademais, as fontes solar e eólica são complementares, o que garantem uma produção menos volátil e mais previsível. Durante o dia, quando a geração solar é alta, devido a dependência a incidência da luz solar, os ventos tendem a ser mais baixos. Já à noite, quando a produção de energia solar é baixa, os ventos tendem a ser mais fortes.

Com o objetivo de garantir uma diversificação mais robusta do portfólio, foram selecionados parques de geração com variadas capacidades instaladas, refletindo uma ampla gama de garantias físicas. Esta escolha estratégica possibilita uma maior resiliência do portfólio diante de flutuações no mercado de energia. A Tabela 1 apresenta em detalhes as características de cada um desses parques de geração, incluindo a sua respectiva garantia física.

| Parque de Geração      | Tipo de Fonte | Região | Estado              | Garantia Física (MWh) |
|------------------------|---------------|--------|---------------------|-----------------------|
| Brotas de Macaúbas     | Eólica        | NE     | Bahia               | 35.7                  |
| Calango 1              | Eólica        | NE     | Rio Grande do Norte | 27.8                  |
| Calango 2              | Eólica        | NE     | Rio Grande do Norte | 40                    |
| Chapada I              | Eólica        | NE     | Piauí               | 110                   |
| Curva dos Ventos       | Eólica        | NE     | Bahia               | 27.7                  |
| Caetés II              | Eólica        | NE     | Pernambuco          | 94.7                  |
| Pelourinho             | Eólica        | NE     | Bahia               | 23.6                  |
| Serra de Santana 1 e 2 | Eólica        | NE     | Rio Grande do Norte | 47.3                  |
| Serra de Santana 3     | Eólica        | NE     | Rio Grande do Norte | 52.5                  |
| Cristal                | Eólica        | NE     | Bahia               | 47.7                  |
| Caetitê 123            | Eólica        | NE     | Bahia               | 38.9                  |
| Brisa Potiguar I       | Eólica        | NE     | Rio Grande do Norte | 89.4                  |
| Pedra Cheirosa         | Eólica        | NE     | Ceará               | 27.5                  |
| Trairí                 | Eólica        | NE     | Ceará               | 97.2                  |
| Icaraizinho            | Eólica        | NE     | Ceará               | 20.76                 |
| Lapa                   | Solar         | NE     | Bahia               | 17.4                  |
| São Pedro              | Solar         | NE     | Bahia               | 16                    |
| Juazeiro Solar         | Solar         | NE     | Bahia               | 34.8                  |
| Horizonte              | Solar         | NE     | Bahia               | 24.5                  |
| Ituverava              | Solar         | NE     | Bahia               | 58.8                  |
| Calcário               | Solar         | NE     | Ceará               | 34.8                  |
| Nova Olinda            | Solar         | NE     | Piauí               | 61.6                  |
| Assú V                 | Solar         | NE     | Rio Grande do Norte | 9.2                   |
| Floresta               | Solar         | NE     | Rio Grande do Norte | 25.1                  |
| Sol do Futuro          | Solar         | NE     | Ceará               | 16.2                  |

Tabela 1: Informações sobre os parques de geração.

### b Implementação

A implementação do modelo de otimização proposto neste trabalho foi realizada utilizando a linguagem de programação Julia, uma linguagem de alto nível, de alto desempenho e de tipagem dinâmica que se tornou particularmente popular na comunidade científica e de análise de dados devido à sua eficiência e facilidade de uso. A escolha por Julia foi fundamentada por sua capacidade de realizar cálculos intensivos de forma eficiente e por sua extensa biblioteca de pacotes voltados para computação científica.

No contexto do ambiente Julia, empregou-se o pacote JuMP, um módulo especializado na modelagem de otimização matemática. A escolha por JuMP deve-se à sua sintaxe de alto nível e intuitiva, que pro-

porciona uma formulação simplificada de problemas de otimização de natureza complexa. Como solver, optou-se pelo Clp (Coin-or linear programming), uma biblioteca desenvolvida para resolver problemas de programação linear (LP). A decisão pelo Clp baseou-se em sua robustez e flexibilidade para tratar uma diversidade de problemas de otimização. Além disso, vale ressaltar que o Clp é um software de código aberto, o que contribui para sua escolha como ferramenta de solução de problemas de otimização neste trabalho.

No que tange aos parâmetros do modelo, o preço do contrato fixo  $P$  foi determinado como  $R\$190$ , uma vez que esse valor está próximo da média do PLD, tornando-se uma escolha plausível para o cenário de análise. O custo operativo das usinas foi estabelecido como  $R\$100$ , valor que, embora possa variar de acordo com o tipo e a capacidade de cada usina, representa uma aproximação razoável para o estudo em questão. O aporte inicial do fundo para aquisição de ativos foi definido como  $R\$1000$ . Ademais, o nível de significância (ou fator de aversão ao risco) foi fixado em 95%. Este parâmetro reflete a disposição do fundo em assumir riscos e representa um balanço entre a busca por retornos elevados e a cautela contra possíveis perdas.

Adicionalmente, com o objetivo de espelhar a realidade econômica atual, a taxa de juros utilizada foi a taxa Selic, a taxa básica de juros da economia brasileira. No momento da análise, a Selic estava fixada em 13.75% ao ano. No entanto, dado que o nosso modelo opera em uma escala temporal semanal, foi necessário efetuar uma transformação na taxa Selic para que esta se tornasse compatível. Assim, a taxa semanal  $K$  aplicada no modelo foi de 0.2481%. Esta adaptação é crucial para a obtenção de resultados consistentes, pois permite que as variações temporais do modelo estejam alinhadas com as condições econômicas reais e atuais.

## c Resultados Obtidos

O modelo proposto identificou uma alocação ótima de ativos para os parâmetros estabelecidos. Dessa forma, o portfólio do fundo em questão se constituiria de 10 ativos selecionados dentre os 25 possíveis. Destes, 7 seriam de geração eólica (Chapada I, Caetés II, Serra de Santana 1 e 2, Serra de Santana 3, Cristal, Brisa Potiguar I e Trairí) e 3 seriam de geração solar (Juazeiro Solar, Ituverava e Nova Olinda).

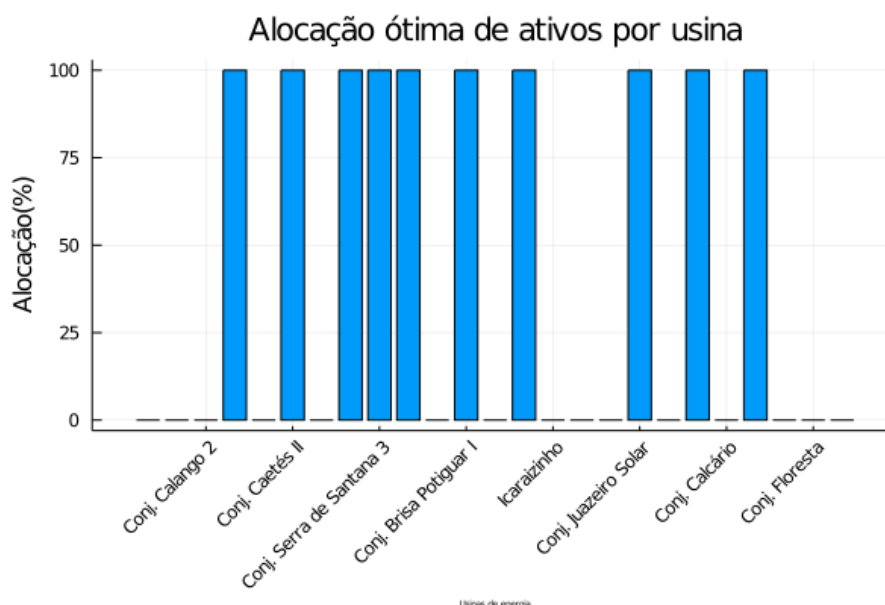


Figura 7: Alocação ótima das usinas de geração de energia (Fonte: Autoria Própria)

Além do *output* da alocação ótima das usinas, o modelo nos retorna valores prováveis de Receitas para cada cenário. Como forma de analisá-las, optou-se por traçar o gráfico de Boxplot.

O boxplot gerado para as receitas, visto na figura 8, proporciona uma visão gráfica significativa da distribuição desses valores. A mediana dos dados, indicada pela linha no meio do retângulo, sugere que 50% das receitas estão abaixo de aproximadamente  $R\$7 \times 10^7$  e 50% estão acima, marcando o ponto central da distribuição.

A margem inferior do retângulo, representando o primeiro quartil, revela que 25% das receitas são menores que esse valor, enquanto a margem superior, representando o terceiro quartil, mostra que 75% das receitas são menores que o valor indicado. Isso significa que a maioria das receitas se concentra na faixa interquartílica representada pelo retângulo.

As linhas que se estendem a partir da caixa, também conhecidas como linhas whisker, indicam a variabilidade além do primeiro e terceiro quartis. Valores que estão além dessas linhas são considerados outliers ou “valores extremos”. Neste caso, o gráfico revela a existência de três outliers, que são valores que se desviam notavelmente dos demais, possivelmente devido a cenários onde os preços spot são particularmente altos ou baixos.

Portanto, o boxplot sugere que a maioria das receitas oscila em torno de  $R\$7 \times 10^7$ , com uma distribuição relativamente simétrica.

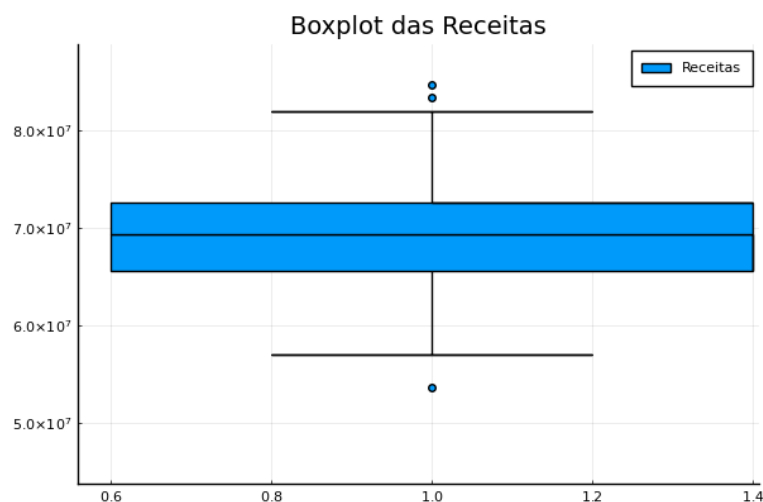


Figura 8: Bloxplot das receitas do modelo (Fonte: Autoria Própria)

Ademais, realizou-se uma análise variando o valor do contrato fixo  $P$ . Este exercício, realizado ao ajustar o valor de  $P$  de  $R\$0$  a  $R\$660$ , em intervalos de  $R\$30$ , e ao executar diversos modelos de otimização, permitiu observar como a quantidade ótima de contratos a serem contratados oscila em resposta. Os valores mencionados foram escolhidos com base em métricas derivadas do preço spot: a média, a média do quantil de 99% e o valor máximo do quantil de 99%, que resultaram, respectivamente, nos valores de  $R\$192$ ,  $R\$562$  e  $R\$638$ . A figura a seguir ilustra o estudo do preço spot junto com essas métricas. Percebe-se que são poucos os eventos que possuem valores maiores do que o do máximo do quantil, representado pela linha vermelha, sendo-assim, escolheu-se este valor para ser o valor máximo do contrato fixo  $P$ .

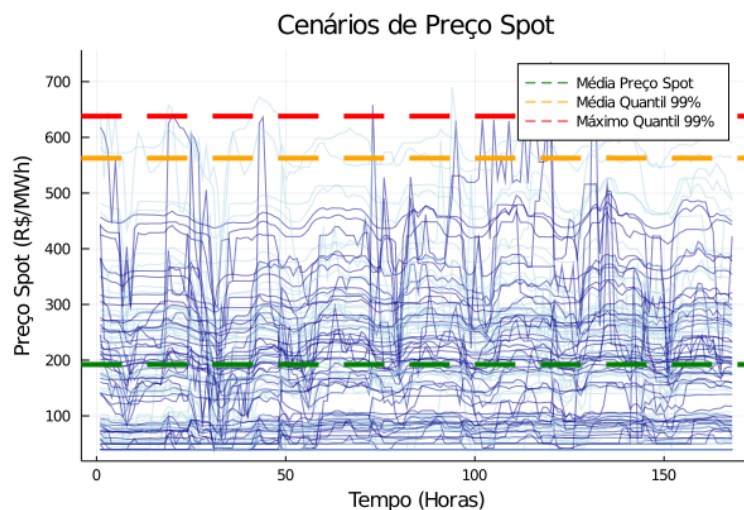


Figura 9: Estudo da variação do preço  $P$  em função dos preços spots (Fonte: Autoria Própria)



A partir desse estudo e da definição das variáveis, é possível rodar o modelo de otimização e observar como a quantidade ótima de contratos varia de acordo com a variação do preço do contrato fixo. Tal estudo pode ser observado no gráfico 10. Evidencia-se que o algoritmo sugere que se contrate o máximo de contratos possíveis ao maior preço fixo possível. Essa quantidade, como apresentada em seções anteriores deste trabalho, será limitada pela garantia física das usinas que foram escolhidas. Na carteira considerada ótima da figura 7, tem-se que a garantia física será de 694 MW, então o máximo de contratos que se poderá contratar é este valor, como mostra o gráfico abaixo.

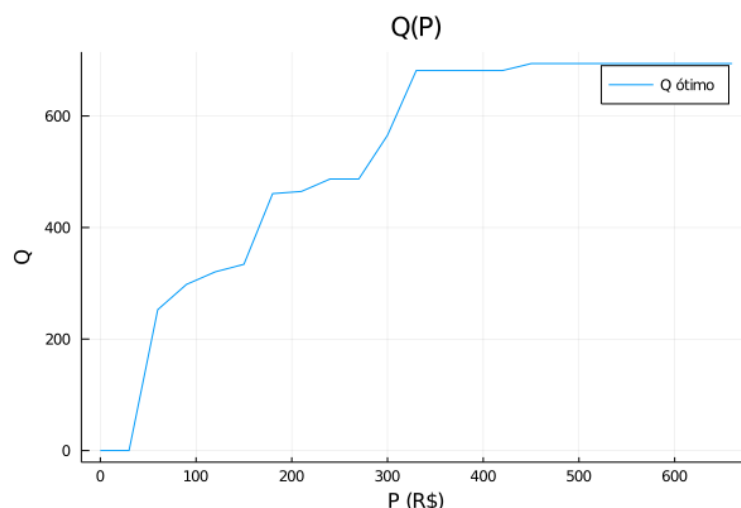


Figura 10: Gráfico Quantidade ótima x Preço do Contrato (Fonte: Autoria Própria)

Por fim, traçou-se também a curva do valor do CVaR - ou seja, o resultado da função objetivo, que representa a média das 5% piores receitas do fundo - em função do valor de  $P$ . Vale destacar que este valor está em função da receita semanal. Nota-se que a relação é uma curva contínua, onde a medida que se aumenta o valor do contrato fixo  $P$ , aumenta-se o valor da receita. Consta-se também que para os valores escolhidos da análise, o fundo sempre seria rentável e retornaria lucro.

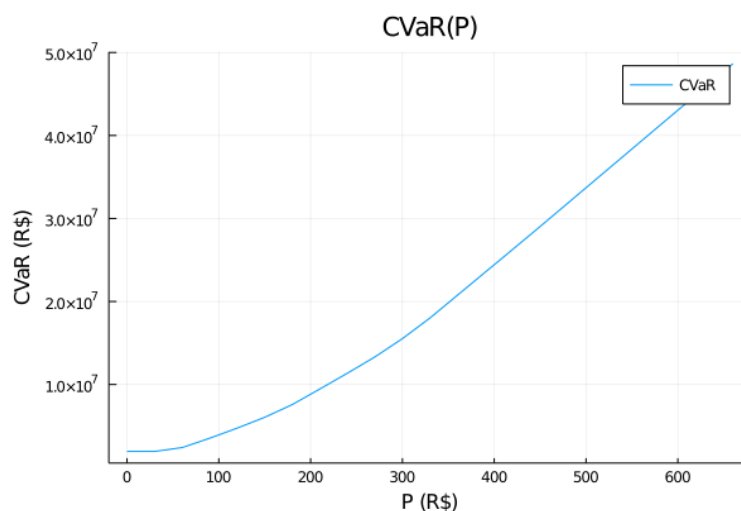


Figura 11: Gráfico CVaR e Preço do Contrato (Fonte: Autoria Própria)

É importante destacar que com outros parâmetros, o modelo apresentaria outros resultados e outros gráficos. Dessa forma, é necessário rodar o modelo de otimização com os parâmetros que façam sentido para o modelo.



## 7 Conclusão & Trabalhos Futuros

Neste trabalho, desenvolveu-se um modelo de otimização estocástica para a alocação ótima de ativos em um portfólio de geração de energia solar e eólica, visando a criação de um fundo de investimento eficiente. O objetivo era desenvolver um algoritmo que pudesse avaliar os riscos associados a um portfólio de energia e que pudesse ser usado para selecionar um conjunto ótimo de ativos para esse portfólio.

Optou-se por empregar o CVaR como métrica de risco, dada sua natureza coerente e convexa, o que facilita a resolução de problemas de programação linear. O algoritmo foi implementado na linguagem de programação Julia, aproveitando-se de dados reais de geração de energia eólica e solar na região nordeste do Brasil.

Os resultados indicam que o CVaR aumenta à medida que o lucro aumenta, demonstrando uma relação direta entre a obtenção de retornos superiores e a assunção de um maior nível de risco. Além disso, constatou-se que o ideal, pelo menos para os parâmetros escolhidos, é contratar o máximo de contratos permitidos, valor este limitado pela garantia física das usinas. Além disso, evidenciou-se que a medida que aumenta-se o valor do contrato fixo, a função objetivo também aumentou.

Em suma, a abordagem de programação linear para a otimização de um portfólio com restrições de CVaR provou ser um método eficiente e estável. Entretanto, destaca-se que é um modelo muito sensível aos seus parâmetros, então deve-se atentar a isso na hora de construir o modelo.

Este trabalho representa um passo importante na integração da teoria financeira moderna com a prática de gerenciamento de portfólio no setor de energia, oferecendo ferramentas valiosas para gestores de fundos e investidores interessados na geração de energia renovável. A metodologia proposta pode ser estendida ou modificada para abranger outras formas de energia ou diferentes contextos de mercado, demonstrando sua flexibilidade e relevância em um mundo em constante evolução energética.

## Referências

- [1] ANBIMA, "CVM regulamenta fundos de investimento em infraestrutura," *ANBIMA*, 25/03/2019 - 18h33, Acesso em: 11-Jun-2023. [Online]. Available: [https://www.anbima.com.br/pt\\_br/noticias/cvm-regulamenta-fundos-de-investimento-em-infraestrutura.htm](https://www.anbima.com.br/pt_br/noticias/cvm-regulamenta-fundos-de-investimento-em-infraestrutura.htm)
- [2] CVM, "CVM cria os Fundos de Investimento em Infraestrutura," *CVM*, 25/03/2019 - 10h36, Acesso em: 11-Jun-2023. [Online]. Available: <https://www.gov.br/cvm/pt-br/assuntos/noticias/cvm-cria-os-fundos-de-investimento-em-infraestrutura-44f01b8cd09541c384e6b1f476bcfadd>
- [3] P. L. Meyer, *Probabilidade - Aplicações à Estatística*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1987.
- [4] D. C. Montgomery and G. C. Runger, *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*, 6th ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.
- [5] D. Pachamanova and F. J. Fabozzi, *Simulation and Optimization in Finance: Modeling with MATLAB, @RISK, or VBA*. John Wiley & Sons, 2010, vol. 173.
- [6] J. Kerkhof and B. Melenberg, "Backtesting for risk-based regulatory capital," *Journal of Banking & Finance*, vol. 28, no. 8, pp. 1845–1865, 2004. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378426603002255>
- [7] J. Morgan, N. J.P. Morgan Chase & Co. (New York, J. Longerstaey, R. Limited, R. Ltd, M. Spencer, and M. G. T. C. of New York, *RiskMetrics: Technical Document*. J. P. Morgan, 1996. [Online]. Available: <https://books.google.com.br/books?id=Jm66tgAACAAJ>
- [8] P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber, and D. Heath, "Coherent measures of risk," *Mathematical Finance*, vol. 9, no. 3, pp. 203–228, 1999.
- [9] R. T. Rockafellar and S. Uryasev, "Conditional value-at-risk: Optimization approach," *Journal of Risk*, vol. 2, no. 3, pp. 21–41, 2002.
- [10] A. Street, "On the conditional value-at-risk probability dependent utility function," *Internal Research Reports*, vol. 1, 2009.
- [11] D. Bertsimas and J. Tsitsiklis, *Introduction to linear optimization*. Athena Scientific, 1997.
- [12] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge University Press, March 2004. [Online]. Available: <http://www.amazon.com/exec/obidos/redirect?tag=citeulike-20&path=ASIN/0521833787>
- [13] R. Rockafellar and S. Uryasev, "Optimization of conditional value-at-risk," *The Journal of Risk*, vol. 2, pp. 21–41, 2000.
- [14] A. Street, B. Fanzeres, D. Lima, J. Dias Garcia, L. Freire, and R. Rajagopal, "Mecanismo de realocação de energia renovável: Uma nova proposta para fontes alternativas," 10 2013.
- [15] M. Barbosa, A. Street, and B. Fanzeres, "Dataset – a tailored derivative instrument to mitigate the price-and-quantity risk faced by wind power companies," <https://www.dropbox.com/sh/oky2kogs21e70nd/AAAgIaTYQ4nqChUp7ftWSdISa?dl=0>, 2023.
- [16] J. S. d. Fonseca and G. d. A. Martins, *Curso de Estatística*, 6th ed. São Paulo: Atlas, 2012.
- [17] C. M. Jarque and A. K. Bera, "A test for normality of observations and regression residuals," *International Statistical Review*, vol. 55, no. 2, pp. 163–172, 1987.

## A Apêndice: Distribuição Normal de Probabilidade

### a Distribuição Normal de Probabilidades

**Definição 13.** Uma variável aleatória  $X$ , que tome todos os valores reais  $-\infty < x < \infty$ , é dita normalmente distribuída caso sua fdp seja da forma:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2\right), \quad -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0 \quad (26)$$

A notação da distribuição normal (ou Gaussiana) é dada por  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , com  $\mu$  sendo o valor esperado e o  $\sigma$  o desvio-padrão, como apresentado anteriormente.

O gráfico de  $f(x)$  apresenta a forma de um sino e é simétrico em relação a  $\mu$ , possuindo seu ponto máximo justamente neste ponto de  $x = \mu$ , que também será o ponto de inflexão da curva, isto é, o ponto na qual a concavidade muda. Quando  $x$  tende ao infinito,  $f(x)$  tende a zero assintoticamente.

Existe ainda um caso especial onde a variável aleatória normal possui  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$ , neste caso, ela é chamada de distribuição normal padronizada ou reduzida. Ela é denotada por  $Z \sim N(0, 1)$  e possui a seguinte fdp:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad -\infty < z < \infty$$

Para transformar uma variável aleatória  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  em uma variável  $Z \sim N(0, 1)$ , basta aplicar a transformação  $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ .

Uma das propriedades da distribuição normal é que dentro de 2 desvios padrões a partir da média estão contidos 95.44% dos dados. Já em 3 desvios padrões temos 99.73% dos dados.

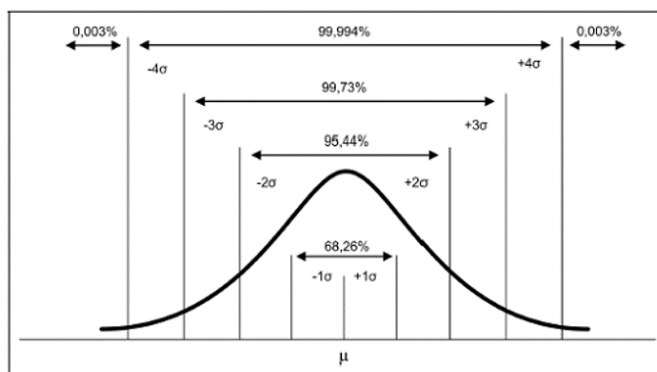


Figura 12: Propriedade da Distribuição Normal do Desvio Padrão

### 1 Medidas da Forma da curva

Quando o desvio padrão for grande, o gráfico será mais achatado e quando o desvio padrão for pequeno, o gráfico será mais pontiagudo. Tal medida de dispersão que caracteriza o "achatamento" da função de distribuição é denominada de Curtose.

O grau de curtose de uma distribuição é definido pela medida  $g = K - 3$ , em que:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^4}{n\sigma^4} \quad (27)$$

Em geral,  $K$  é chamado de "coeficiente de curtose de Pearson", enquanto  $g = K - 3$  é chamado de "coeficiente de curtose de Fisher" ou "excesso de curtose". De acordo com o valor obtido, a curva pode ser: leptocúrtica (no caso de  $K > 0$ ), mesocúrtica (caso da distribuição normal de  $K = 0$ ) ou platicúrtica (no caso de  $K < 0$ ).

Outra propriedade é da distribuição normal é o grau de assimetria da curva. Quando a curva é simétrica ( $AS = 0$ ), a média, a mediana e a moda coincidem, num mesmo ponto, de ordenada máxima, havendo um

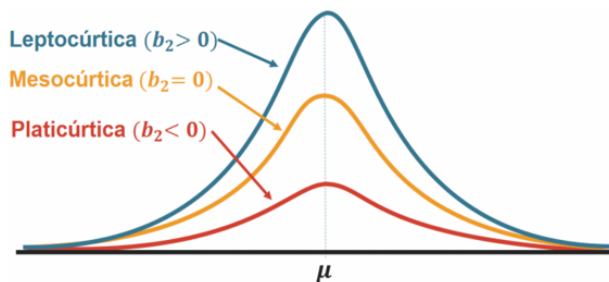


Figura 13: Curtose de uma Distribuição Normal

perfeito equilíbrio na distribuição. Quando o equilíbrio não acontece, isto é, a média, a mediana e a moda recaem em pontos diferentes da distribuição esta será assimétrica; enviesada a direita ou esquerda [16]. O coeficiente de assimetria de Pearson pode ser calculado como:

$$AS = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3}{n \cdot \sigma^3} \quad (28)$$

Desta maneira, a curva pode possuir:

Distribuição assimétrica Negativa ou enviesada a esquerda ( $AS < 0$ ): quando os valores se concentram na extremidade superior da escala e se distribuem gradativamente em direção à extremidade inferior.

Distribuição assimétrica Positiva ou enviesada a direita ( $AS > 0$ ): quando os valores se concentram na extremidade inferior da escala e se distribuem gradativamente em direção à extremidade superior.

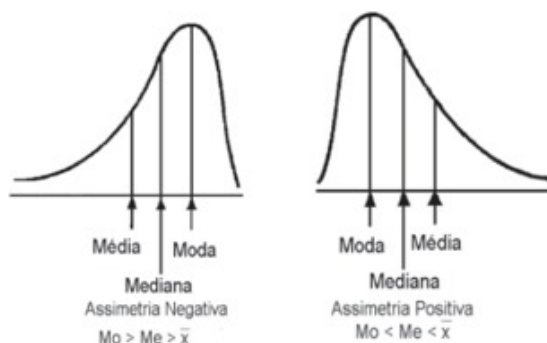


Figura 14: Assimetria de uma Distribuição Normal

## b Teste de Normalidade de Jarque Bera

Proposto por Bera e Jarque em 1980 [17], o teste de Jarque-Bera é um teste de ajuste que determina se os dados da amostra têm ou não assimetria e curtose que correspondem a uma distribuição normal. O teste de hipótese tem como hipótese nula que a distribuição testada segue uma distribuição normal, isto é, apresenta uma assimetria de 0 e uma curtose igual a 3.

A estatística de teste do teste Jarque-Bera é sempre um número positivo e se estiver longe de zero, indica que os dados da amostra não possuem distribuição normal.

O teste de Jarque-Bera é dado por:

$$JB = n \left( \frac{(AS)^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right) \quad (29)$$

Observe que os os valores de K provém da equação 27 e valores de AS provém da equação 28, enquanto  $n$  é o número de observações da amostra.

### c Exemplos

No estudo abaixo, optou-se por analisar o comportamento dos retornos do ativo listado do Banco do Brasil (BBAS3). A série de retornos selecionada abrange o período de 05/05/2021 a 05/05/2022. O objetivo dessa escolha da janela temporal é analisar as flutuações e padrões dos retornos ao longo de um ano, oferecendo uma visão abrangente do desempenho do ativo nesse período específico.

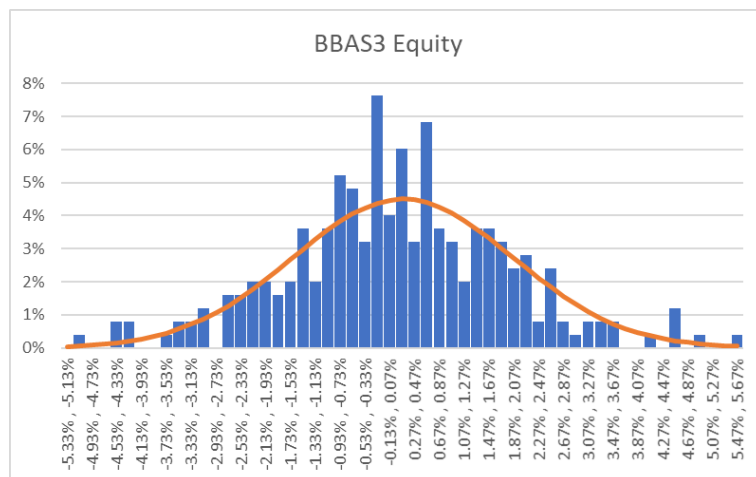


Figura 15: Distribuição de Probabilidade da BBAS3 (Fonte: Autoria Própria)

Os resultados obtidos podem ser vistos abaixo:

|                      |        |                    |        |
|----------------------|--------|--------------------|--------|
| <b>Média</b>         | 0.09%  | <b>Assimetria</b>  | 0.05   |
| <b>Desvio Padrão</b> | 1.78%  | <b>Curtose</b>     | 0.50   |
| <b>Intervalo</b>     | 0.20%  |                    |        |
| <b>Mínimo</b>        | -5.33% | <b>Jarque-Bera</b> | 2.7    |
| <b>Amostra</b>       | 249    | <b>P-Valor</b>     | 26.09% |

Figura 16: Resultados das métricas para a ação do BBAS3

A assimetria positiva indica que a distribuição possui uma cauda direita mais pesada, indicando uma maior concentração de valores extremos positivos. Por outro lado, uma curtose positiva indica uma maior concentração dos dados no centro da distribuição, sugerindo uma dispersão menor em relação à distribuição normal.

Além disso, o teste de Jarque-Bera constata que a Normal pode ser utilizada como uma distribuição aproximada. Ademais, ao calcular o p-valor, obteve-se um valor de 26.09%, sendo que para valores acima de 5%, não se pode rejeitar a hipótese nula de que os dados seguem uma distribuição normal, indicando que a distribuição normal pode ser uma aproximação adequada para os dados em questão.

Foi realizado um estudo similar, porém com o índice do IBOVESPA na janela de 05/05/2012 a 05/05/2022. O gráfico dos retornos e os resultados obtidos por esta análise podem ser vistos nas figuras abaixo.

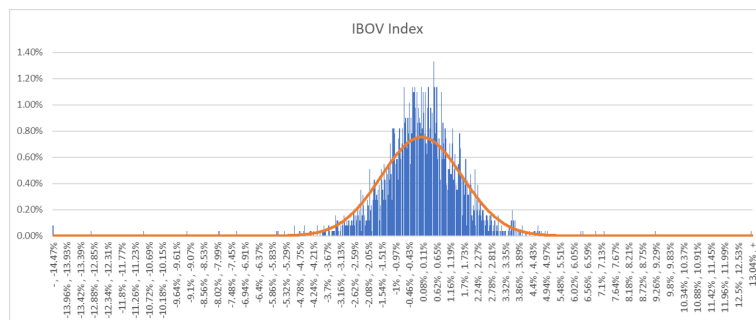


Figura 17: Distribuição de Probabilidade do IBOVESPA (Fonte: Autoria Própria)

|                      |         |                    |                |
|----------------------|---------|--------------------|----------------|
| <b>Média</b>         | 0.02%   | <b>Assimetria</b>  | <b>Curtose</b> |
| <b>Desvio Padrão</b> | 1.59%   | -0.87              | 12.73          |
| <b>Intervalo</b>     | 0.03%   |                    |                |
| <b>Mínimo</b>        | -14.50% | <b>Jarque-Bera</b> | <b>P-Valor</b> |
| <b>Amostra</b>       | 2,554   | 17,575             | 0.00%          |

Figura 18: Resultados das métricas para o IBOVESPA

A análise revelou uma assimetria negativa nos retornos, indicando que a cauda esquerda da distribuição é mais pesada e possui uma concentração maior de valores extremos negativos. Além disso, observou-se uma curtose positiva, o que sugere uma concentração dos dados no centro da distribuição e uma menor dispersão em relação à distribuição normal.

No entanto, o teste de Jarque-Bera revelou um resultado importante: a distribuição empírica dos retornos do Ibovespa não se aproxima de uma distribuição normal. Isso indica que a distribuição normal não é adequada para modelar os retornos desse índice.