



Daniel Vaz Campos

**Equivalência entre modelos de Brinkman e de
mono e duplo contínuo na representação do
escoamento monofásico em meios porosos 2D
carstificados**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Márcio da Silveira Carvalho
Coorientador: Dr. Marcos Vitor Barbosa Machado

Rio de Janeiro
Março de 2022



Daniel Vaz Campos

**Equivalência entre modelos de Brinkman e de
mono e duplo contínuo na representação do
escoamento monofásico em meios porosos 2D
carstificados**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo:

Prof. Márcio da Silveira Carvalho
DEM-PUC-Rio

Dr. Marcos Vitor Barbosa Machado
Petrobras

Dr. Daniel Nunes de Miranda Filho
Petrobras

Prof. Luiz Adolfo Helege Junior
UDESC

Dr. Victor de Souza Rios
Petrobras

Rio de Janeiro, 18 de Março de 2022

Todos os direitos reservados. A reprodução, total ou parcial do trabalho, é proibida sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Daniel Vaz Campos

Graduado em Engenharia de Controle e Automação pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2010)

Ficha Catalográfica

Vaz Campos, Daniel

Equivalência entre modelos de Brinkman e de mono e duplo contínuo na representação do escoamento monofásico em meios porosos 2D carstificados / Daniel Vaz Campos; orientador: Márcio da Silveira Carvalho; coorientador: Marcos Vitor Barbosa Machado. – 2022.

113 f: il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2022.

Inclui bibliografia

1. Engenharia Mecânica – Teses. 2. Engenharia de Petróleo – Teses. 3. Equação de Brinkman. 4. Método de Elementos Finitos. 5. Simulação de Reservatórios. 6. Modelos de Duplo Contínuo. 7. Reservatórios Carbonáticos. 8. Sistemas Carstificados. 9. Fraturas. 10. Permeabilidade . I. da Silveira Carvalho, Márcio. II. Barbosa Machado, Marcos Vitor. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD: 620.11

Aos meus pais e avós, pelo suporte e
carinho, e à minha esposa, pela
paciência e encorajamento.

Agradecimentos

Em primeiro lugar eu gostaria de agradecer aos meus pais, Julio e Ana Maria, pelo sacrifício em me dar todo o suporte necessário para exercer meus estudos durante minha infância e adolescência e por terem sido um exemplo para mim de profissionalismo e excelência em suas áreas de atuação. Estendo esse agradecimento aos meus avós Sebastião e Otília, responsáveis por grande parte da minha criação.

Agradeço à minha esposa María Pía pela compreensão da ausência em muitos momentos durante a elaboração deste estudo, pelo incentivo incondicional e pela dedicação à educação e crescimento dos nossos filhos, Lucas e Matias.

Agradeço ao professor Marcio Carvalho por ter aceitado me orientar nesse estudo, ter fornecido a infraestrutura necessária no Laboratório de Micro-hidrodinâmica e Fluxo em Meios Porosos (LMMP) e, juntamente com os pesquisadores Frederico Gomes e Monique Feitosa, terem tornado possível a realização da modelagem da equação de Brinkman através do método de elementos finitos.

Agradeço ao professor Marcos Vitor Machado, tanto por ter me coorientado neste trabalho e ter sido fundamental para a realização das simulações de contínuo único e duplo, quanto por ser, desde o meu ingresso na Petrobras, um exemplo de excelência técnica a ser seguido e um suporte recorrente em inúmeros projetos.

Finalmente, agradeço à Petrobras pela liberação parcial necessária para cursar essa pós-graduação, graças à cultura de incentivo à formação acadêmica de seu quadro de empregados, e especialmente aos esforços de meu gerente à época, Fabrício Tezini.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Resumo

Vaz Campos, Daniel; da Silveira Carvalho, Márcio; Barbosa Machado, Marcos Vitor. **Equivalência entre modelos de Brinkman e de mono e duplo contínuo na representação do escoamento monofásico em meios porosos 2D carstificados**. Rio de Janeiro, 2022. 113p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nesta dissertação é apresentado um estudo comparativo entre dois métodos de descrição do escoamento de fluidos em meios porosos heterogêneos e compostos de elementos arquiteturais de permoporosidade elevada, chamados fraturas e carstes. Fraturas são descontinuidades nas formações desencadeadas por tensão mecânica e carstes são espaços vazios na rocha formados por dissolução. Ambos são característicos das rochas carbonáticas do Pré-Sal, principais reservatórios produtores de petróleo do Brasil. A presença destes elementos traz grande dificuldade de caracterização e, por consequência, introduz grande incerteza nas curvas de produção previstas para cada campo. Os simuladores numéricos em diferenças finitas de Engenharia de Reservatórios, responsáveis pela geração destas curvas, representam de forma aproximada o escoamento nos espaços vazios da rocha devido à formulação aplicada. Além disso, devido à escala de quilômetros de extensão em que normalmente são utilizados, usam células que incluem os três meios (matriz porosa, carste e fratura), cujas escalas são menores que a de cada célula. Nesta dissertação, busca-se entender a equivalência entre simuladores numéricos *black oil* e o modelo de Brinkman, ainda não utilizado amplamente, que é um modelo físico constituído por equações que representam mais fielmente o escoamento, tanto na matriz porosa, quanto nas regiões de altíssima porosidade e nas fronteiras entre elas. Para esse objetivo, foi desenvolvido um simulador de Brinkman de fluxo monofásico em duas dimensões e capaz de representar o regime não permanente, utilizando o método dos elementos finitos para resolução das equações diferenciais. Os comportamentos não permanente e permanente do simulador criado foram validados por meio de exemplos da literatura. Os valores obtidos para a propagação da pressão e velocidade de fluxo foram comparados com os de um simulador numérico *black oil* na reprodução do escoamento em camadas selecionadas do modelo do carbonato do Lajedo Arapuá. Foram realizados estudos com modelos de duplo contínuo (que representam, através de parâmetros específicos, o fluxo na matriz porosa e nas fraturas, com um termo de transferência entre eles) buscando, através da variação da permeabilidade efetiva da fratura e do fator de forma, convergência aos resultados do modelo de contínuo único de referência,

selecionado após análise dos resultados comparativos com Brinkman. Os resultados mostraram pouca variação entre os resultados dos métodos em cenários nos quais o sistema cárstico é composto por *vugs* dispersos e desconectados, enquanto que carstes em forma de condutos e com configurações complexas causam alterações na propagação da onda de pressão e nas velocidades de fluxo entre os modelos, principalmente em cenários com valores de permeabilidade mais próximos entre carste e matriz porosa na simulação *black oil*. A análise em duplo contínuo mostrou ser possível obter, através de modelos homogêneos e com escala até 10 vezes maiores, resultados semelhantes aos obtidos com uma modelagem *black oil* heterogênea com caracterização do sistema cárstico. Também foi possível concluir que a permeabilidade efetiva de fratura é suficiente como parâmetro de ajuste para encontrar um modelo equivalente, dentro de um critério de valor de variação, ao modelo de contínuo único.

Palavras-chave

Equação de Brinkman; Método de Elementos Finitos; Simulação de Reservatórios; Modelos de Duplo Contínuo; Reservatórios Carbonáticos; Sistemas Carstificados; Fraturas; Permeabilidade.

Abstract

Vaz Campos, Daniel; da Silveira Carvalho, Márcio (Advisor); Barbosa Machado, Marcos Vitor (Co-Advisor). **Equivalence between Brinkman, single and double continuum models in the description of single phase flow in 2D vuggy porous media.** Rio de Janeiro, 2022. 113p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This dissertation presents a comparative study between two porous media fluid flow description methods applied to heterogeneous reservoirs composed of architectural elements of high porosity, called fractures and karsts. Fractures are formation discontinuities triggered by mechanical stress and karsts are empty cavities inside the formation generated by dissolution. Both are characteristic of Pre-Salt carbonate rocks, which are the main oil producing reservoirs in Brazil. The existence of these elements brings complexity in characterization and, hence, increases the uncertainty in field production prediction curves. The Reservoir Engineering numerical simulators, based on finite differences, that generate these curves model the flow behavior inside the cavities in an approximate manner due to the mathematical formulation applied. Besides, due to the kilometeric scale in which they are usually applied, these models use cells that comprehend the three media (matrix, karst and fractures), whose scales are smaller than the cell's. This dissertation evaluates the equivalence between black oil simulation and the Brinkman model, still not widely used, which is a physical model made of equations that represent porous media flow inside high porosity regions as well as at the porous matrix and its boundaries. With this objective, a two-dimensional single-phase Brinkman simulator, capable of representing transient flow, was designed using the finite elements method to solve differential equations. The simulator's transient and permanent behaviors were validated through literature analytical solutions. The pressure propagation and flow velocity values obtained while simulating fluid flow inside selected layers from Lajedo Arapuá's carbonate formation were compared to the ones from a black oil simulator. Studies were performed using dual-continuum models (which calculate the fluid flow inside porous matrix and fractures separately and use a transfer term to account for the flow between them) seeking, through variation of the fracture effective permeability and the shape factor, convergence to the mono-continuum reference model that was selected after Brinkman's results comparative analysis. The results show small variation between the two methods when the karst system is composed of sparse and disconnected vugs, while conduit shaped karsts with complex

configuration increase the variation in pressure wave propagation and flow velocity values between models, especially in scenarios where matrix permeability values were closer to karst permeability values in the black oil model. The dual-continuum analysis showed that it is possible to obtain, through homogeneous and even ten times coarser models, similar results to those obtained by a heterogeneous black oil model with karst system characterization. It was also possible to conclude that fracture effective permeability was sufficient as a fitting parameter in order to achieve equivalent results to those from the mono-continuum model, using a threshold criteria.

Keywords

Brinkman Equation; Finite Element Method; Reservoir Simulation; Dual-Continuum Model; Carbonate Reservoirs; Karst Systems; Fractures; Permeability.

Sumário

1	Introdução	20
1.1	Apresentação do problema	20
1.2	Motivação	22
1.3	Objetivos	22
1.4	Estrutura da dissertação	23
2	Conceitos fundamentais	24
2.1	Rochas carbonáticas	24
2.2	Leis do escoamento de fluidos	28
2.3	Equação de Brinkman	30
2.4	Método de elementos finitos	31
2.4.1	Projeto FEniCS e biblioteca DOLFIN	32
2.5	Simulação numérica de escoamento em reservatórios e modelos de duplo contínuo	33
3	Formulação do problema	39
3.1	Formulação variacional de Brinkman	39
3.2	Código e implementação em elementos finitos	41
3.3	Validação do modelo	43
3.3.1	Solução analítica da equação da difusividade em regime não permanente	43
3.3.2	Perfil da velocidade e comportamento na interface entre meio poroso e espaço vazio	48
4	Geração dos cenários e solução numérica	53
4.1	Modelo geológico do Lajedo Arapuá	53
4.2	Seleção das camadas e geração das malhas de elementos finitos	55
4.3	Solução numérica <i>black oil</i>	60
5	Resultados	63
5.1	Magnitude da velocidade e da pressão em regime permanente	63
5.2	Perfis de velocidade em regime permanente	71
5.3	Perfis de velocidade em regime não permanente	74
5.4	Variação da pressão em secção	78
5.5	Simulações <i>black oil</i> com permeabilidade equivalente	81
5.6	Evolução das vazões de entrada e saída da malha no tempo	83
5.7	Verificação da influência da maior macroporosidade devida ao carste	85
5.8	Simulações em duplo contínuo	85
5.8.1	Principais contribuições do estudo em duplo contínuo	96
6	Conclusões	98
6.1	Trabalhos futuros	100
	Referências bibliográficas	101

A	Gráficos dos melhores resultados dos estudos em modelos de duplo contínuo	106
B	Código Python do modelo de Brinkman	110

Lista de figuras

Figura 1.1	Evolução da produção <i>onshore</i> e <i>offshore</i> - Pré-sal x Pós-sal (Mboe/d) [ANP (2022)].	20
Figura 2.1	Cavernas de um sistema cárstico em Minerve, Hérault, França [Britannica (2016)].	25
Figura 2.2	Arquitetura do modelo estrutural de carste híbrido do Lajedo Arapuá, na Bacia Potiguar, Margem Equatorial Brasileira [Quadros (2018)].	25
Figura 2.3	(A) Afloramento anticlinal Jebel Madmar, no Oman [Finkbeiner et al. (2019)]. (B) Exemplo de fraturas em escalas centimétricas [Hamon et al. (2015)].	26
Figura 2.4	Fraturas interpretadas na imagem de alta resolução do Lajedo Arapuá. As diferentes cores classificam as fraturas por direção [Quadros (2018)].	27
Figura 2.5	Modelo de rede de fraturas discretas fruto da interpretação das fraturas em superfície do Lajedo Arapuá [Quadros (2018)].	27
Figura 2.6	Função base de elemento bilinear (adaptado de Carvalho & Valério (2012)).	33
Figura 3.1	Tipo de elementos finitos utilizados (adaptado de Arnold & Logg (2014)).	41
Figura 3.2	Difusividade de pressão em meio poroso semi-infinito.	43
Figura 3.3	Função complementar ao erro.	44
Figura 3.4	Soluções analítica (linha cheia) e numérica (marcadores circulares) do escoamento em um meio semi-infinito em quatro tempos de simulação.	45
Figura 3.5	Gráfico da diferença entre os resultados analítico e numérico.	45
Figura 3.6	Soluções analítica (linha cheia) em um meio semi-infinito e numérica (marcadores circulares) em um meio contendo um <i>vug</i> central em quatro tempos de simulação.	46
Figura 3.7	Gráfico da diferença entre os resultados analítico no meio homogêneo e numérico com <i>vug</i> .	47
Figura 3.8	Campo de velocidade na malha contendo um <i>vug</i> centralizado no instante inicial, após a onda de pressão atingir o <i>vug</i> (em 0,10 segundos) e após o atingimento do regime permanente (ao final de 2 segundos).	47
Figura 3.9	Perfil de velocidade de fluxo do experimento de Beavers e Joseph. Retirado de Beavers & Joseph (1967).	48
Figura 3.10	Velocidade e pressão no escoamento em regime permanente no modelo de meio poroso homogêneo cortado por um canal.	49

Figura 3.11	Perfil de velocidade na malha modelada, composta de um meio poroso cortado por um canal de permeabilidade infinita. A zona assinalada por uma elipse será ampliada em próximas imagens.	50
Figura 3.12	Ampliação da zona assinalada na figura 3.11, mostrando as velocidades nos meios porosos de permeabilidades 0,01, 0,1 e 1 Darcy.	50
Figura 3.13	Ampliação da zona assinalada na figura 3.11, mostrando as velocidades nos meios porosos de permeabilidades 10 e 100 Darcy.	51
Figura 3.14	Perfis de velocidade encontrados no experimento de Yao et al, na equação ajustada ao experimento e no modelo de experimento análogo de Beavers e Joseph. Retirado de Yao et al. (2010).	52
Figura 3.15	Comparação entre os resultados da solução de Yao et al. e do modelo de Brinkman construído.	52
Figura 4.1	Esqueleto de carste epigênico gerado, com os três níveis freáticos integrados. Pontos vermelhos representam pontos de infiltração e pontos azuis de exfiltração. Retirado de Quadros (2018).	54
Figura 4.2	Esqueleto de carste hipogênico gerado, com os pontos de infiltração, a sudoeste, e exfiltração, a nordeste, em destaque. Retirado de Quadros (2018).	54
Figura 4.3	Mapa de permeabilidade (unidade em mili Darcy, mD) da camada Arapuá 10, mostrando a configuração de <i>vugs</i> segregados.	55
Figura 4.4	Mapa de permeabilidade (unidade em mili Darcy, mD) da camada Arapuá 24, mostrando seu sistema cárstico contínuo em forma de conduto.	56
Figura 4.5	Mapa de permeabilidade (unidade em mili Darcy, mD) da camada Arapuá 17, mostrando sua configuração híbrida entre <i>vugs</i> segregados e sistema cárstico em forma de conduto.	56
Figura 4.6	Comparação de duas configurações de tamanhos de elementos finitos em um recorte da malha de Arapuá 24. Nos quadros à esquerda, são mostrados os nós da malha e as arestas dos elementos (preenchidos de azul na matriz porosa e verde no carste). Nos quadros à direita, vemos os mapas de velocidade após um dia de simulação.	58
Figura 4.7	Malha de elementos finitos de Arapuá 10, formada por 8456 elementos (unidade dos eixos em metros).	59
Figura 4.8	Malha de elementos finitos de Arapuá 17, formada por 10744 elementos (unidade dos eixos em metros).	59
Figura 4.9	Malha de elementos finitos de Arapuá 24, formada por 9796 elementos (unidade dos eixos em metros).	60

- Figura 4.10 Linhas injetoras e produtoras em uma das camadas de interesse, com a representação das completações em cada célula e os valores de pressão (pressão de fluxo, P_{wf} , ou *bottom hole pressure*, BHP, como bastante utilizado em inglês, e pressão de reservatório na condição inicial) da simulação. 62
- Figura 5.1 Comparação entre velocidades de fluxo no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapuá 10 no modelo de Brinkman (à esquerda) e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente. 63
- Figura 5.2 Comparação entre velocidades de fluxo no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapuá 17 no modelo de Brinkman (à esquerda) e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente. 64
- Figura 5.3 Comparação entre velocidades de fluxo no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapuá 24 no modelo de Brinkman (à esquerda) e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente. 64
- Figura 5.4 Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapuá 10 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman. Cada mapa está em escala linear própria. 65
- Figura 5.5 Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapuá 17 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman. Os quatro mapas estão na mesma escala logarítmica. 65
- Figura 5.6 Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapuá 24 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman. Os quatro mapas estão na mesma escala logarítmica. 66
- Figura 5.7 Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapuá 10, cenário de 10 mD de permeabilidade na matriz porosa, com a direção do vetor velocidade em cada nó da malha. 67
- Figura 5.8 Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapuá 17, cenário de 10 mD de permeabilidade na matriz porosa, com a direção do vetor velocidade em cada nó da malha. 67
- Figura 5.9 Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapuá 24, cenário de 10 mD de permeabilidade na matriz porosa, com a direção do vetor velocidade em cada nó da malha. 68
- Figura 5.10 Comparação entre mapas de pressão no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapuá 10 no modelo de Brinkman (à esquerda e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente. 68
- Figura 5.11 Comparação entre mapas de pressão no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapuá 17 no modelo de Brinkman (à esquerda e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente. 69

Figura 5.12 Comparação entre mapas de pressão no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapuá 24 no modelo de Brinkman (à esquerda e no modelo <i>black oil</i> (à direita) em regime permanente.	69
Figura 5.13 Mapa de pressão de Arapuá 17 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman.	70
Figura 5.14 Mapa de pressão de Arapuá 24 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman.	70
Figura 5.15 Mapa de pressão de Arapuá 10 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman.	71
Figura 5.16 Perfis de velocidade de fluxo em regime permanente na saída dos modelos de Brinkman e <i>black oil</i> de Arapuá 10.	72
Figura 5.17 Perfis de velocidade de fluxo em regime permanente na saída dos modelos de Brinkman e <i>black oil</i> de Arapuá 17.	72
Figura 5.18 Perfis de velocidade de fluxo em regime permanente na saída dos modelos de Brinkman e <i>black oil</i> de Arapuá 24.	73
Figura 5.19 Perfis de velocidade de fluxo em regime não permanente na saída dos modelos de Brinkman e <i>black oil</i> de Arapuá 10 com permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.	75
Figura 5.20 Perfis de velocidade de fluxo em regime não permanente na saída dos modelos de Brinkman e <i>black oil</i> de Arapuá 17 com permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.	75
Figura 5.21 Perfis de velocidade de fluxo em regime não permanente na saída dos modelos de Brinkman e <i>black oil</i> de Arapuá 24 com permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.	76
Figura 5.22 Evolução do índice SI em regime não permanente entre os modelos de Brinkman e <i>black oil</i> para cada camada no cenário de permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.	76
Figura 5.23 Evolução do índice SI entre o valor inicial e final de perfis de velocidade em regime não permanente nos modelos de Brinkman e <i>black oil</i> para cada camada no cenário de permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.	77
Figura 5.24 Secção escolhida para análise da propagação da pressão na camada Arapuá 10.	78
Figura 5.25 Secção escolhida para análise da propagação da pressão na camada Arapuá 17.	78
Figura 5.26 Secção escolhida para análise da propagação da pressão na camada Arapuá 24.	79
Figura 5.27 Variação de pressão em secção linear ligando entrada e saída da malha de Arapuá 10 nos dois modelos e em todos os cenários de permeabilidade de matriz porosa.	80
Figura 5.28 Variação de pressão em secção linear ligando entrada e saída da malha de Arapuá 17 nos dois modelos e em todos os cenários de permeabilidade de matriz porosa.	80
Figura 5.29 Variação de pressão em secção linear ligando entrada e saída da malha de Arapuá 24 nos dois modelos e em todos os cenários de permeabilidade de matriz porosa.	81

Figura 5.30 Comparação entre as curvas de vazão de saída dos cenários de Arapuá 10.	83
Figura 5.31 Comparação entre as curvas de vazão de saída dos cenários de Arapuá 17.	83
Figura 5.32 Comparação entre as curvas de vazão de saída dos cenários de Arapuá 24.	84
Figura 5.33 Comparação entre a malha original de Arapuá 24 e a malha com redução do sistema cárstico, que é representado pela cor vermelha nas figuras.	85
Figura 5.34 Esquema generalizado do processo de estudo do programa CMOST (adaptado de CMG (2020)).	86
Figura 5.35 Características das malhas geradas para estudos de modelos de duplo contínuo com menor discretização.	88
Figura 5.36 Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha produtora de Arapuá 10 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).	90
Figura 5.37 Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha injetora de Arapuá 10 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).	91
Figura A.1 Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha produtora de Arapuá 17 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).	106
Figura A.2 Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha injetora de Arapuá 17 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).	107
Figura A.3 Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha produtora de Arapuá 24 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).	108
Figura A.4 Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha injetora de Arapuá 24 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).	109

Lista de tabelas

Tabela 4.1	Propriedades de rocha, matriz porosa e sistema cárstico, e de fluido.	61
Tabela 5.1	Valores de RMSD e SI das comparações entre perfis de velocidade de fluxo em regime permanente na saída da malha para cada cenário dos modelos de Brinkman e <i>black oil</i> .	74
Tabela 5.2	Variáveis e resultados das simulações <i>black oil</i> utilizando a permeabilidade equivalente calculada em cada cenário no modelo de Brinkman.	82
Tabela 5.3	Valores de vazão de saída em regime permanente de cada cenário simulado e a variação entre eles.	84
Tabela 5.4	Tabela resumo dos melhores resultados de cada estudo de ajuste de histórico em Arapuá 10.	92
Tabela 5.5	Tabela resumo dos melhores resultados de cada estudo de ajuste de histórico em Arapuá 17.	93
Tabela 5.6	Tabela resumo dos melhores resultados de cada estudo de ajuste de histórico em Arapuá 24.	94
Tabela 5.7	Comparativo das variações globais de cada estudo.	95

Lista de siglas e símbolos

Siglas

RMSD	<i>Root mean squared deviation</i>
SI	<i>Scatter index</i>

Símbolos gregos

ρ	Massa específica do fluido
ϕ	Porosidade
μ	Viscosidade do fluido
μ'	Viscosidade efetiva de Brinkman
$\mu \nabla^2 \mathbf{u}$	Termo viscoso
$\phi_i(x)$	Função base da teoria de elementos finitos
α	Fator adimensional do termo de transferência
σ	Fator de forma
Ω	Domínio
Γ	Fronteira do domínio

Símbolos romanos

boe	Barris de óleo equivalentes
\mathbf{u}	Campo de velocidades
\mathbf{K}	Tensor permeabilidade
k	Permeabilidade efetiva
k_{eq}	Permeabilidade equivalente
$u(x)$	Solução do problema no método de elementos finitos
$u_h(x)$	Solução aproximada do problema
c_i	Coefficientes da combinação linear da solução aproximada
$w_i(x)$	Função peso
R_i	Resíduo
c_f	Compressibilidade do fluido
c_r	Compressibilidade da rocha
c_t	Compressibilidade total
\dot{q}_r	Termo fonte ou sumidouro, taxa positiva ou negativa de variação da vazão
Q	Vazão de fluxo volumétrica
L_f	Abertura de fratura

*Busque a liberdade e se tornará escravo dos
seus desejos. Busque a disciplina e encontrará
a liberdade.*

Frank Herbert, *Duna*.

1 Introdução

1.1 Apresentação do problema

Desde o anúncio oficial da descoberta do primeiro reservatório de hidrocarbonetos no Pré-Sal, em 2006, a contribuição dos mesmos na produção total de petróleo do Brasil (figura 1.1) chegou a 73,8%, o que equivale em vazão a 2,709 MMboe/d [ANP (2022)]. Os seguidos sucessos na exploração do Pré-Sal levaram o Brasil à 9ª posição no *ranking* dos maiores produtores de petróleo do mundo [IBP (2021)].

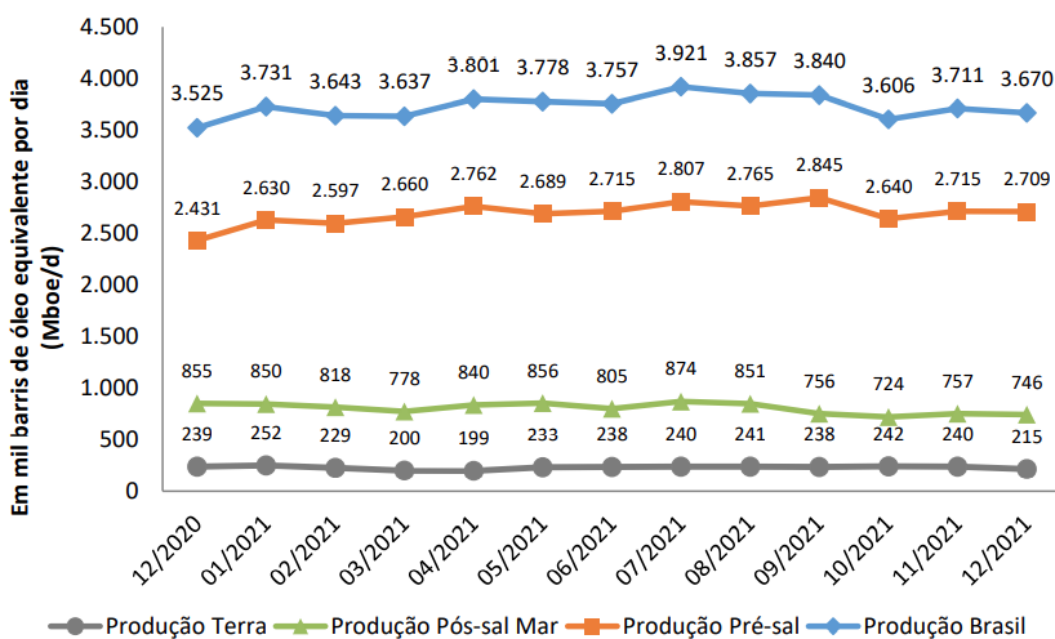


Figura 1.1: Evolução da produção *onshore* e *offshore* - Pré-sal x Pós-sal (Mboe/d) [ANP (2022)].

Os altos valores de vazão dos campos do Pré-Sal devem-se, além dos grandes volumes de hidrocarbonetos *in place*, às boas características permoporosas e grandes espessuras das rochas carbonáticas que constituem este tipo de reservatório. Além disso, grande parcela destas rochas possuem feições diagenéticas, como fraturas e carstes, que contribuem para as altas produtividades.

São reservatórios extremamente profundos, tanto em lâmina d'água, quanto em soterramento. Apesar da experiência acumulada pelas empresas, principalmente pela Petrobras, ao longo dos anos na exploração do Pré-Sal, que reduziu consideravelmente o custo de extração, essas condições extremas e as eventuais quedas no preço do barril de petróleo exigem a elaboração de planos de desenvolvimento robustos e flexíveis. Para que isso seja possível, faz-se necessário um plano de aquisição de dados de reservatório eficiente para embasar os estudos de previsão de produção destas oportunidades. Quanto maior a precisão destes estudos, mais otimizados são os investimentos nos projetos de desenvolvimento do campo.

Utilizando os dados de rocha e fluido adquiridos, pode-se estimar o perfil de produção destes reservatórios ao longo dos anos. A previsão de produção (ou de receita, do ponto de vista econômico do projeto) de um campo de petróleo é a base para todas as definições sobre a estratégia de exploração da jazida, chamada de plano de desenvolvimento da produção. Essas definições englobam quantidade e tipos de poços, método de recuperação, manejo do gás produzido, etc. Os investimentos decorrentes destas definições em um plano de desenvolvimento no Pré-Sal variam em torno de centenas de milhões a bilhões de dólares.

Nos casos em que os dados de rocha e fluido são escassos ou o prazo é reduzido, pode-se optar por métodos analíticos mais simplificados como, por exemplo, curvas de declínio, balanço de materiais ou modelo Buckley-Leverett, para prever o comportamento produtivo do reservatório. Essas são soluções unidimensionais no espaço (no caso da teoria de Buckley & Leverett (1941)) e de dimensão “zero” (curvas de declínio e balanço de materiais). Quando são necessárias estimativas que levem em conta a composição dos fluidos, o escoamento em mais dimensões, e quando mais dados estão disponíveis, a melhor opção é adotar o método de simulação numérica do escoamento no reservatório.

Entretanto, mesmo a simulação numérica pode ter muita dificuldade em descrever o escoamento em meios porosos muito heterogêneos. Particularmente, neste estudo, estes meios são compostos de regiões onde as equações utilizadas na modelagem não se aplicam, pelo fato do escoamento se aproximar de um fluxo livre. Para o caso de escoamento em meios fraturados e vulgares, foram desenvolvidos simuladores de duplo contínuo que representam separadamente o escoamento na rocha principal e nas heterogeneidades, acoplando as soluções através de funções de transferência. Ainda assim, caracterizar essas heterogeneidades em termos de porosidade, permeabilidade, forma e extensão, é um grande desafio.

1.2

Motivação

A atual relevância de reservatórios carbonáticos fraturados e carstificados na produção de petróleo é muito grande no Brasil e no mundo. Entretanto, existe grande dificuldade em caracterizar as heterogeneidades como fraturas e carstes (ou *vugs*) desses reservatórios. Essa dificuldade gera grande incerteza para a parametrização da simulação numérica com modelos de mono ou duplo contínuo e essa incerteza é, conseqüentemente, incorporada às curvas de produção.

Idealmente, a definição dos parâmetros de simulação numérica relacionados às fraturas e carstes deveria ser realizada em um modelo físico mais preciso, como o modelo de Brinkman. Comparado com os simuladores de reservatórios comerciais, que utilizam a equação de Darcy, este modelo apresenta melhor representação do escoamento em meio livre, onde a porosidade tende à unidade, por se aproximar à representação pela equação de Stokes e incorporar as tensões viscosas dentro do volume de fluido. Porém, o uso do modelo de Brinkman em escala de reservatório é inviável devido ao alto custo computacional.

A comparação com os resultados de simulações de modelos de Brinkman em escala fina pode trazer indicações de como representar de forma mais fiel o escoamento no mesmo meio poroso utilizando simulação em modelos de mono ou duplo contínuo, mais amplamente implementados comercialmente e com menor esforço computacional.

1.3

Objetivos

Essa dissertação tem como objetivo geral testar a equivalência na representação de meios porosos fraturados e carstificados entre modelos de escoamento de fluidos que utilizam a equação de Brinkman e modelos de mono e duplo contínuo desenvolvidos comercialmente.

Para atingir o objetivo geral, alguns objetivos específicos foram traçados. São eles:

- O desenvolvimento, utilizando a teoria dos elementos finitos, de um modelo de Brinkman não permanente monofásico de escoamento;
- Construção de modelos de simulação numérica utilizando programas comerciais com diferentes distribuições de feições cársticas;
- Realização de simulações em contínuo único, com diferentes relações entre permeabilidade de meio poroso e de fratura ou *vug* para verificação

da equivalência de comportamento de pressão e velocidade de fluxo com as simulações de Brinkman nas mesmas condições;

- Realização de simulações em duplo contínuo variando parâmetros específicos dessa modelagem, com distribuição de propriedades homogênea ou separada para matriz porosa e para sistema cárstico, visando correspondência aos resultados mais representativos das simulações de Brinkman.

1.4

Estrutura da dissertação

A dissertação está organizada em seis capítulos, incluindo este capítulo de introdução.

O Capítulo 2 contém a revisão bibliográfica de conceitos fundamentais, como rochas carbonáticas, leis de escoamento de fluidos, a teoria da equação de Brinkman, a descrição do método de elementos finitos utilizado para resolver o sistema de equações diferenciais do modelo de Brinkman e a teoria da simulação numérica de escoamento em reservatórios e modelos de mono e duplo contínuo.

O Capítulo 3 contém o equacionamento da implementação da modelagem de Brinkman, passando por sua formulação variacional e a utilização da biblioteca DOLFIN do projeto FEniCS para a resolução através do método de elementos finitos. Também são apresentadas validações do modelo em regime permanente e não permanente.

O Capítulo 4 apresenta o modelo de simulação numérica 2D, construído no *software* comercial IMEX, representando o meio poroso do Lajedo Arapuá, utilizado para as simulações em mono e duplo contínuo. Também são apresentadas as malhas de elementos finitos geradas para cada camada selecionada do modelo do Lajedo Arapuá para a simulação usando modelo de Brinkman.

O Capítulo 5 apresenta os resultados comparativos das simulações realizadas e os estudos conduzidos em modelo de duplo contínuo.

O Capítulo 6 contém as conclusões do estudo e sugestões de trabalhos futuros dentro do tema.

2

Conceitos fundamentais

2.1

Rochas carbonáticas

Rochas carbonáticas contém grande parte das reservas mundiais de petróleo e são os principais reservatórios da seção Pré-Sal no Brasil. Em contraste com as rochas areníticas, responsáveis pelo armazenamento dos hidrocarbonetos da grande maioria dos campos maduros brasileiros, as rochas carbonáticas têm características de alta heterogeneidade, causadas por diferentes processos deposicionais e diagenéticos. A previsão de seu comportamento de produção se coloca, assim, como um desafio.

Os minerais carbonáticos mais relevantes nestes reservatórios são calcita (CaCO_3) e dolomita ($\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2$). Os íons carbonato são provenientes de restos de esqueletos e outros resíduos biológicos, que nos ambientes marinhos vêm principalmente de conchas e corais. Os grãos destes minerais formadores da matriz do reservatório são gerados por processos biológicos, químicos e detríticos. Estes processos dão origem a diversos tipos de porosidades não exclusivamente interparticular, como pode ser dito, de maneira geral, em relação aos reservatórios areníticos. A possibilidade de grande variação de formato e textura de grãos, e a susceptibilidade à diagênese e à fraturamentos, faz com esses reservatórios guardem uma heterogeneidade maior e uma relação não tão direta entre porosidade e permeabilidade, se comparados aos reservatórios siliciclásticos [Ahr (2008), Terra et al. (2010)].

Os elementos de heterogeneidades que mais afetam o escoamento são fraturas e carstes, termo geral dado a regiões da rocha onde houve criação ou aumento de volumes vazios (ou preenchidos por brechas ou sedimentos) gerados pelo processo químico de dissolução, em que minerais são dissolvidos e varridos pelo fluido que satura a rocha (no caso, a água). O interesse em especial, para este trabalho, recai sobre os *vugs*, que são um tipo de feição cárstica isolada, com volumes ordens de grandeza superiores aos poros originais, responsáveis pela porosidade vugular.

Os sistemas cársticos possuem elementos de diferentes escalas. A figura 2.1 é uma foto de um sistema cárstico na França, cujas cavernas podem ser vi-

sualizadas em superfície. Reduzindo-se a escala para o meio poroso, estruturas semelhantes formam o espaço poroso vugular da rocha, com diferentes graus de conectividade entre *vugs*. A figura 2.2 mostra a modelagem estrutural de um carste de boa continuidade, interno a um modelo de reservatório, exemplificando um dos métodos possíveis para tentar representar o escoamento de fluidos nestes sistemas. As diferentes cores estão relacionadas com o processo de geração do carste (hipogênico ou epigênico).



Figura 2.1: Cavernas de um sistema cárstico em Minerve, Hérault, França [Britannica (2016)].

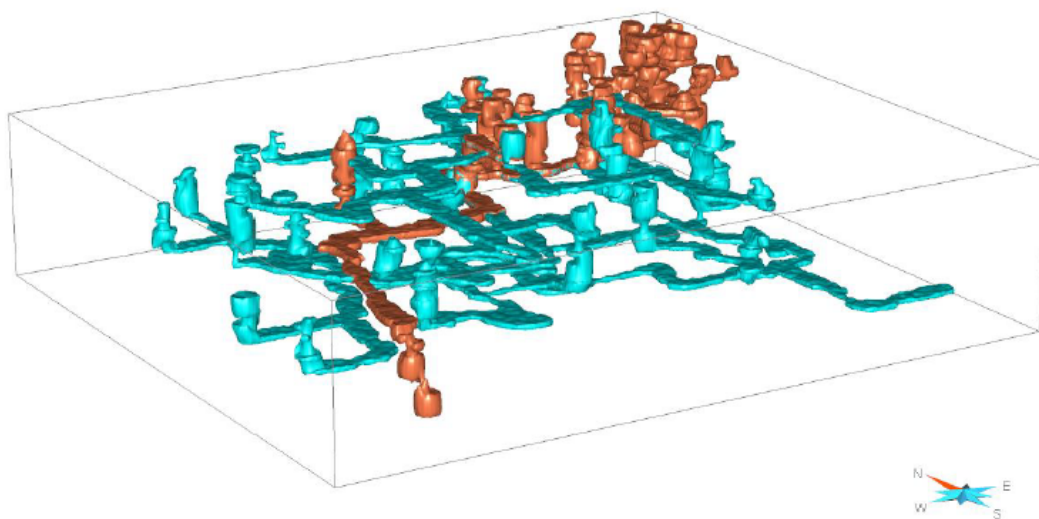


Figura 2.2: Arquitetura do modelo estrutural de carste híbrido do Lajedo Arapuá, na Bacia Potiguar, Margem Equatorial Brasileira [Quadros (2018)].

Fraturas são descontinuidades nas formações desencadeadas por tensão mecânica. O processo de fraturamento envolve uma combinação de, macroscopicamente, movimentos das placas tectônicas, que geram as tensões necessárias ao cisalhamento ou abertura das rochas, e de, microscopicamente, propriedades elásticas dos grãos da matriz e configurações estruturais do meio poroso, como formato dos poros e microfissuras. São as características microscópicas que ditarão como as fraturas se propagarão na rocha, podendo ocorrer ligação das mesmas e até mesmo a formação de redes de fraturas [Zerfass & Chemale Jr. (2011)].

Diferentemente das falhas, outra estrutura rúptil na qual se observa um deslocamento paralelo ao plano da estrutura, as fraturas não permitem concluir, em escala de observação, se foram geradas por cisalhamento ou abertura entre os blocos.

As fraturas também são heterogeneidades com larga diversidade de escala, como é ilustrado na figura 2.3. À esquerda, vê-se o afloramento anticlinal Jebel Madmar, no Oman, formado por rochas carbonáticas naturalmente fraturadas do período Cretáceo análogas a reservatórios produtores em campos próximos, e, à direita, uma foto de um afloramento com fraturas em escala centimétrica.

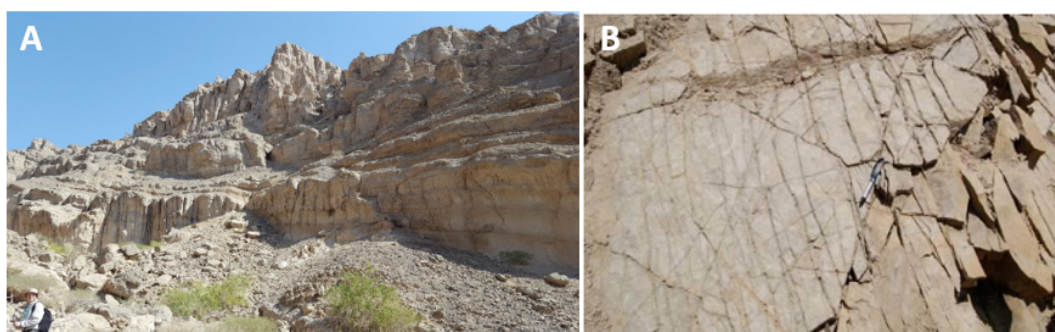


Figura 2.3: (A) Afloramento anticlinal Jebel Madmar, no Oman [Finkbeiner et al. (2019)]. (B) Exemplo de fraturas em escalas centimétricas [Hamon et al. (2015)].

As figuras 2.4 e 2.5 exemplificam um dos métodos de representação das fraturas na simulação numérica de reservatórios: a rede de fraturas discretas. A figura 2.4 mostra a interpretação da fraturas visíveis em uma imagem de alta resolução do Lajedo Arapuá, mesmo objeto de estudo da figura 2.2. A figura 2.5 mostra a tradução desta interpretação em um modelo determinístico de rede de fraturas. Esta rede é incorporada ao modelo geológico do reservatório e cada

fratura recebe outros atributos (como, por exemplo, abertura) relevantes para a simulação de fluxo.

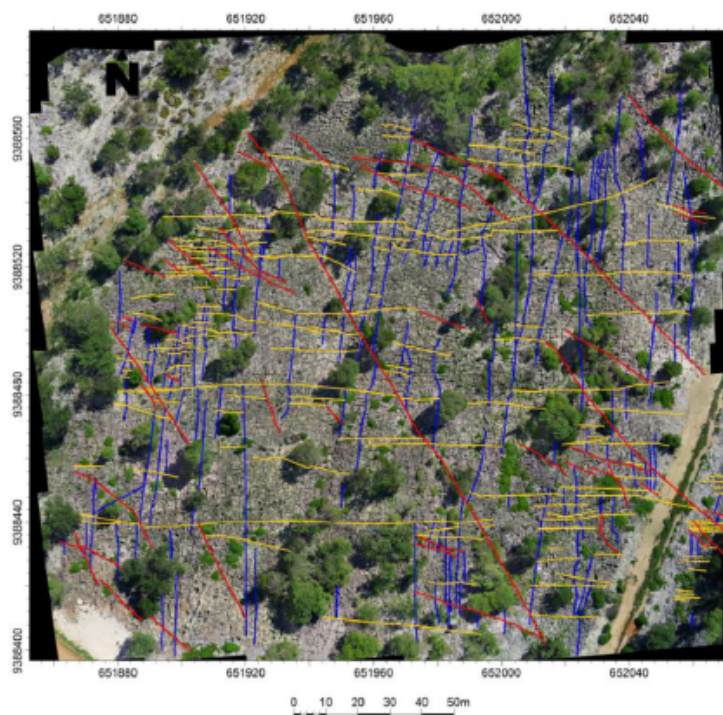


Figura 2.4: Fraturas interpretadas na imagem de alta resolução do Lajedo Arapuá. As diferentes cores classificam as fraturas por direção [Quadros (2018)].

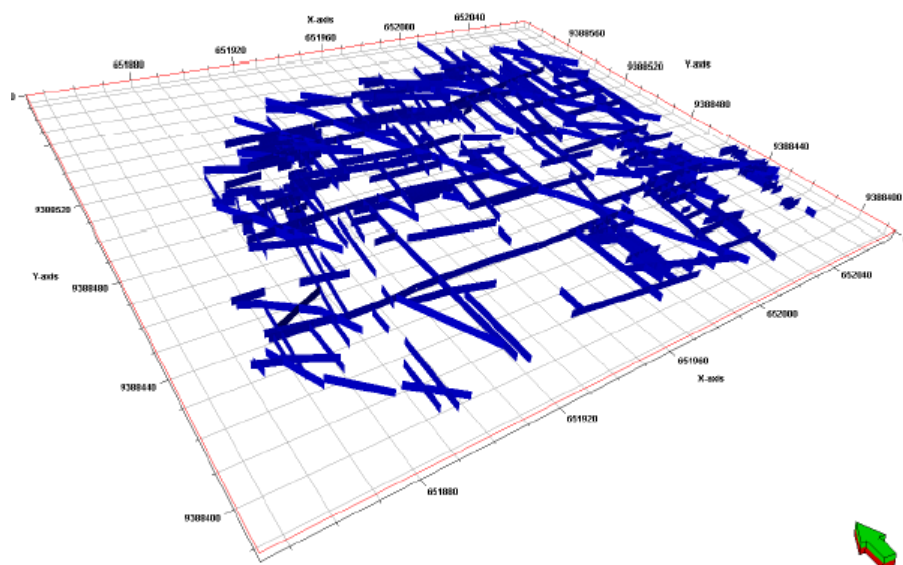


Figura 2.5: Modelo de rede de fraturas discretas fruto da interpretação das fraturas em superfície do Lajedo Arapuá [Quadros (2018)].

Até mesmo fraturas naturais podem ser afetadas pelos processos diagenéticos, formando tipos híbridos de poros. Desta forma, fraturas podem contribuir para o escoamento de fluidos ou representar barreiras ao fluxo, caso sejam preenchidas por sedimentos.

2.2

Leis do escoamento de fluidos

As equações que governam os campos de pressão e velocidade de um escoamento monofásico dependem da situação física de interesse.

O escoamento em meios porosos é descrito por duas equações. A primeira é a equação de continuidade, ou de balanço de massa

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}) = 0, \quad (2-1)$$

onde $\frac{\partial}{\partial t}$ é a derivada parcial em relação ao tempo, ρ é a massa específica do fluido, ϕ é a porosidade do meio e \mathbf{u} é o campo de velocidades.

A segunda é a equação de Darcy, que relaciona a velocidade com o gradiente de pressão [Hubbert (1956)]

$$\mathbf{u} = -\frac{\mathbf{K}}{\mu}[\nabla p - \nabla(\rho gh)], \quad (2-2)$$

onde \mathbf{K} é o tensor permeabilidade, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, p é a pressão, g é a aceleração da gravidade e h é a profundidade vertical em relação a algum referencial. Se desprezados os efeitos gravitacionais, torna-se

$$\mathbf{u} = -\frac{\mathbf{K}}{\mu}\nabla p. \quad (2-3)$$

Na equação 2-3, \mathbf{u} se refere à velocidade aparente do fluxo, ou a velocidade média do fluxo passando por uma seção do meio poroso, e que corresponde à velocidade real do fluido nos poros multiplicada pela porosidade. O escoamento em espaços abertos, como fraturas e *vugs*, também é governado pela equação de continuidade 2-1, onde \mathbf{u} corresponde à velocidade real do fluido e a porosidade ϕ é igual a 1.

A equação que descreve o escoamento de fluidos Newtonianos é a equação de Navier-Stokes. Ela é obtida a partir da lei de conservação de quantidade de movimento. A taxa de variação da quantidade de movimento dentro do volume de controle deve se igualar à soma do fluxo de quantidade de movimento atravessando as fronteiras do volume e qualquer força externa atuante [Currie (2003)].

Para se chegar à equação de Navier-Stokes, parte-se da forma particular da equação de conservação de quantidade de movimento

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \nabla \cdot \sigma_{Cauchy} + \rho \mathbf{g}, \quad (2-4)$$

chamada equação de Cauchy ou equação de movimento, onde o tensor de tensões de Cauchy, σ_{Cauchy} , para um fluido newtoniano incompressível, é escrito como

$$\sigma_{Cauchy} = -p\mathbf{I} + \mu(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T). \quad (2-5)$$

Expandindo o termo da derivada material $\frac{D\mathbf{u}}{Dt}$, substituindo σ na equação 2-4 e considerando desprezíveis as variações da viscosidade no volume de controle, temos a equação de Navier-Stokes simplificada

$$\rho \left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}. \quad (2-6)$$

Quando o escoamento se dá em velocidade muito baixa com maior influência das forças viscosas, em um regime conhecido como *creeping flow*, mais uma simplificação pode ser feita na equação 2-6, e os termos inerciais podem ser desprezados:

$$-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} = 0, \quad (2-7)$$

que é chamada equação de Stokes.

Grande parte dos reservatórios carbonáticos são compostos por uma matriz porosa e possuem regiões não porosas de fluxo livre: as fraturas e os carstes. Como esses domínios não são facilmente segregáveis, existem diversos trabalhos que buscam soluções para representar o escoamento nestes reservatórios utilizando os sistemas de equações apresentados nesta seção.

Algumas abordagens combinam a matriz porosa, as fraturas e os *vugs* em um único meio contínuo, atribuindo a ele porosidades e permeabilidades equivalentes [Oda (1986), Sitharam et al. (2001)]. Apesar de computacionalmente atraente, a dificuldade desses métodos, classificados como contínuos, é o cálculo destas propriedades equivalentes.

O chamado modelo Darcy-Stokes, classificado como modelo descontínuo de dois domínios, utiliza a equação de Stokes para caracterizar o escoamento nas fraturas e *vugs* e a lei de Darcy para o meio poroso [Yao et al. (2010), Arbogast & Lehr (2006), Peng et al. (2007)]. Essa abordagem exige uma representação relativamente detalhada da localização e do formato das interfaces entre os domínios de fluxo livre e meio poroso, e que sejam definidas condições de contorno para elas [Beavers & Joseph (1967)], para acoplar as duas equações e manter os balanços de massa e de momento através da fronteira.

O estabelecimento de condições de contorno precisas é possível com alta definição de imagem e experimentos em escala de amostra, mas torna-se impraticável em seções maiores ou até mesmo em um reservatório completo. Outra dificuldade na aplicação da abordagem Darcy-Stokes é a impossibilidade

computacional de tratar a representação dos *vugs* e fraturas em escalas maiores que amostras centimétricas.

Com o intuito de superar alguns dos pontos negativos das abordagens mencionadas, principalmente da necessidade de condições de contorno bem definidas na interface entre os domínios, a utilização da equação de Stokes-Brinkman vem sendo estudada para simular o escoamento em reservatórios com regiões de alta porosidade.

2.3

Equação de Brinkman

Em dois artigos publicados em 1947, Hendrick Brinkman elaborou uma modificação da equação de Darcy de forma a representar o escoamento em meios com porosidades muito elevadas. Com ela, calculou a força viscosa de um fluido escoando em meio a um “enxame” de partículas [Brinkman (1949a)] e a permeabilidade equivalente deste meio [Brinkman (1949b)].

Brinkman comparou este fluxo através de um “enxame” de partículas ao fluxo em um meio super poroso. A limitação da lei de Darcy para representar este cenário seria a ausência de um termo que adicionasse ao resultado os efeitos viscosos em altas permeabilidades. Outra alternativa, de se considerar a combinação de Darcy no meio poroso e Navier-Stokes ou Stokes em fluxo livre, também é limitada pela dificuldade em se formular condições de contorno entre os dois meios devido à diferença de ordem das duas equações diferenciais.

Então, Brinkman sugere a utilização da equação

$$\nabla p = -\frac{\mu}{k}\mathbf{u} + \mu'\nabla^2\mathbf{u}, \quad (2-8)$$

onde μ' é a viscosidade efetiva de Brinkman. Com esta equação, passam a ser consideradas as tensões cisalhantes que atuam dentro do volume de fluido. A proposta de Brinkman tem como vantagens utilizar a mesma equação para o escoamento tanto em uma matriz porosa quanto em espaço livre, e não requerer a definição de condições de contorno entre esses meios.

Em seu artigo, Brinkman (1949a) testa valores diferentes para a viscosidade efetiva, e compara com resultados experimentais em uma coluna com alta densidade de partículas. Ele chega à conclusão que para porosidades muito altas, as equações não são comparáveis e escolhe a relação $\mu = \mu'$. Essa relação é consenso na literatura quando a porosidade tende à unidade [Auriault (2009)] e para a maioria dos reservatórios o termo que contém a permeabilidade costuma dominar a equação em algumas ordens de grandeza, tornando o termo com μ' comparável a uma pequena perturbação [Gulbransen et al. (2009)]. Neste trabalho assumiremos esta relação válida para todo o espectro.

Observando o comportamento da equação de Brinkman em escoamento em meios porosos, como a matriz de uma rocha carbonática, onde a permeabilidade é muito menor, e em escoamento em espaços vazios, como em *vugs* e fraturas da mesma rocha, onde a permeabilidade é muito maior, vemos que ela se aproxima das equações de Darcy e de Stokes, respectivamente:

$$\left. \begin{array}{l} k \rightarrow 0 \\ \left| \frac{\mu}{k} \mathbf{u} \right| \gg |\mu' \nabla^2 \mathbf{u}| \end{array} \right\} \nabla p = -\frac{\mu}{k} \mathbf{u}; \quad (2-9)$$

$$\left. \begin{array}{l} k \rightarrow \infty \\ \left| \frac{\mu}{k} \mathbf{u} \right| \rightarrow 0 \end{array} \right\} \nabla p = \mu' \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (2-10)$$

De forma mais geral, podemos adicionar à equação 2-8 o termo gravitacional, obtendo a equação

$$\nabla p = -\frac{\mu}{k} \mathbf{u} + \mu' \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g}, \quad (2-11)$$

também chamada de equação de Stokes-Brinkman, por tender à equação de Stokes quando a permeabilidade tende ao infinito.

2.4

Método de elementos finitos

O método de elementos finitos (FEM, do inglês *Finite Element Method*) é um método numérico de resolução de equações diferenciais que se caracteriza pela discretização do meio contínuo em diversas partes menores (elementos). Essa característica fornece vantagens frente a outros métodos numéricos, entre eles o de diferenças finitas (utilizado em outros trabalhos recentes para a solução do sistema de equações proposto, como em Hallack (2018)), como, por exemplo, permitir a modelagem de geometrias complexas e tratar condições de contorno do tipo diferencial com maior facilidade. Além disso, pode ser implementado de forma flexível e generalista [Donea & Huerta (2003)].

Este método faz parte de uma classe chamada métodos variacionais, através dos quais se busca uma solução aproximada em um espaço de dimensão finita criado pela combinação linear de funções conhecidas, chamadas funções base. A equação 2-12 mostra a solução aproximada $u_h(x)$, onde c_i são os coeficientes da combinação linear e ϕ_i são as funções base. No caso específico do FEM, as funções base são escolhidas de forma que elas sejam nulas em todo o domínio com exceção de uma pequena região, facilitando a solução do problema [Carvalho & Valério (2012)].

$$u(x) \approx u_h(x) = \sum_{i=1}^N c_i \phi_i(x). \quad (2-12)$$

Os coeficientes c_i da expansão são obtidos forçando as integrais da equação diferencial de resíduo, ponderadas por funções peso w_i , a serem nulas:

$$R_i = \int_0^1 w_i(x) R dx = 0; \quad 0 < x < 1 \quad ; \quad i = 1, \dots, N \quad . \quad (2-13)$$

2.4.1

Projeto FEniCS e biblioteca DOLFIN

FEniCS é um projeto de pesquisa e desenvolvimento cujo objetivo é criar métodos matemáticos e *softwares* para resolução de equações diferenciais parciais utilizando o método de elementos finitos [Langtangen & Logg (2016)]. Um dos componentes do projeto é a biblioteca DOLFIN, composta de algoritmos desenvolvidos para montagem de sistemas lineares formados por tensores de diversas ordens em malhas de até três dimensões espaciais. DOLFIN é capaz de trabalhar com uma vasta gama de formulações variacionais e de tipos de elementos finitos [Logg & Wells (2011)].

A utilização do pacote FEniCS permite a resolução de equações diferenciais parciais de forma extremamente eficiente e compacta. O exemplo a seguir (adaptado de FEniCS (2021)) mostra como é reduzido o código em Python da resolução da equação de Stokes para regime permanente e fluido newtoniano e incompressível utilizando o FEniCS:

```

1 from fenics import *
3 #Definindo espaco de funcao
  P2 = VectorElement('P', quadrilateral, 2)
5 P1 = FiniteElement('P', quadrilateral, 1)
  TH = P2 * P1
7 W = FunctionSpace(mesh, TH)

9 #Definindo formulacao variacional
  (u, p) = TrialFunctions(W)
11 (v, q) = TestFunctions(W)
  a = inner(grad(u), grad(v))*dx - p*div(v)*dx + div(u)*q*dx
13 L = dot(f, v)*dx

15 #Calculando solucao
  w = Function(W)
17 solve(a == L, w, [bc1, bc0])

```

Nas linhas 4-7, é definido um espaço de funções formado pela combinação entre um elemento vetorial, de grau 2, e um elemento escalar. O primeiro

argumento das funções *VectorElement* e *FiniteElement* define a família do elemento. Utilizando-se o argumento 'P', é selecionada a família de elementos Lagrangeanos, na qual as funções base são determinadas pelo polinômio interpolador de Lagrange, valendo 1 apenas em seus nós respectivos. No caso de P2, a função é quadrática e em P1 linear em cada elemento. A forma geométrica escolhida para os elementos foi o quadrilátero. As funções base abaixo e a figura 2.6 exemplificam uma parametrização Lagrangeana de quatro nós e elemento quadrilátero bilinear.

$$\begin{aligned}\phi_1(\xi, \eta) &= -\frac{(\eta + 1)(\xi - 1)}{4}; & \phi_2(\xi, \eta) &= \frac{(\eta + 1)(\xi + 1)}{4}; \\ \phi_4(\xi, \eta) &= \frac{(\eta - 1)(\xi - 1)}{4}; & \phi_3(\xi, \eta) &= -\frac{(\eta - 1)(\xi + 1)}{4}.\end{aligned}\quad (2-14)$$

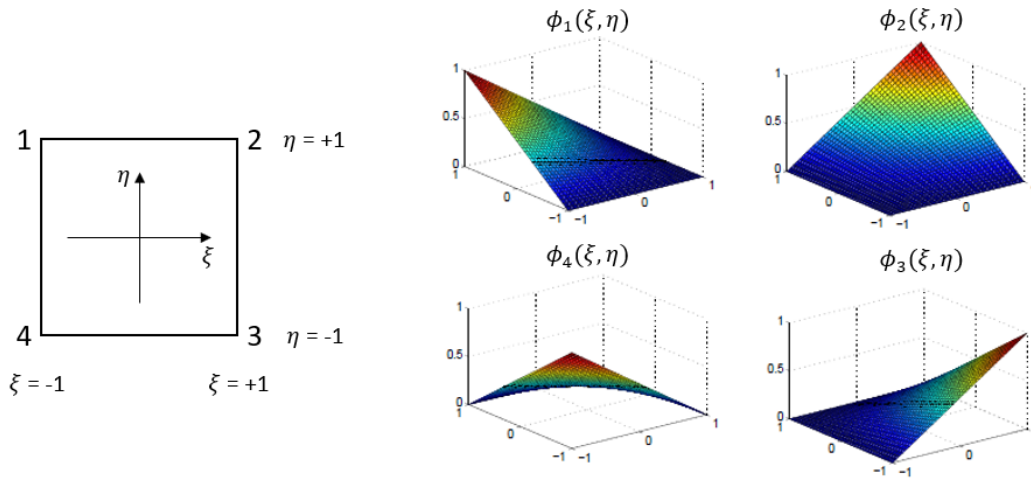


Figura 2.6: Função base de elemento bilinear (adaptado de Carvalho & Valério (2012)).

Nas linhas 10 e 11, são definidas as variáveis para as funções base e peso, que são denominadas *trial* e *test functions*, respectivamente. Na linha 17, o terceiro argumento da função *solve* é o conjunto de condições de contorno que foram previamente definidas.

2.5

Simulação numérica de escoamento em reservatórios e modelos de duplo contínuo

A simulação numérica de reservatórios é um método que resolve as equações de escoamento de fluidos em meio poroso para um modelo ou *grid* construído com base em dados de sísmica, de poços perfurados, de testes de

formação e de analogia com outros reservatórios. São calculadas, em cada passo de tempo, a pressão, a distribuição de saturações dos fluidos no meio e as vazões dos poços.

Os simuladores numéricos comerciais utilizam o método de diferenças finitas para resolução das equações diferenciais e são classificados pelo método através do qual o comportamento físico é tratado matematicamente [Rosa et al. (2006)]: simuladores *black oil* (exemplos são o IMEX, da CMG, e o Eclipse 100, da Schlumberger), que consideram como um único componente cada fase presente no reservatório; simuladores composicionais (GEM, da CMG, e Eclipse 300, da Schlumberger), que consideram as composições de cada fase presente no meio poroso; e simuladores composicionais térmicos (STARS, da CMG, e novamente Eclipse 300, da Schlumberger), que consideram as variações de temperatura no interior do reservatório. O simulador escolhido para este trabalho foi o IMEX, da CMG (*Computer Modeling Group LTD.*, empresa fundada em 1978 com sede em Calgary, Canadá [CMG (2021)]).

Além de selecionar o simulador comercial com o tratamento matemático adequado para representar as condições de pressão e temperatura do reservatório, seus fluidos saturantes e o método de recuperação, há que se identificar o tipo de modelo que representa mais fielmente os meios presentes no reservatório. Como mencionado sobre as rochas carbonáticas, é comum que se encontrem três meios a serem representados na simulação do escoamento de fluidos: matriz, fraturas e *vugs*.

No caso de um reservatório fraturado, dependendo das características permoporosas da rede de fraturas e da matriz, pode-se escolher, entre outras opções, um modelo de dupla porosidade ou um modelo de dupla porosidade e dupla permeabilidade, também chamados de modelos de duplo contínuo. Nestes modelos a rede de fraturas é considerada homogênea e são utilizados termos de transferência nas equações de difusividade para representar as trocas entre matriz e fratura. Além disso, a permeabilidade e a porosidade da matriz e da rede de fraturas são especificadas separadamente. A definição destes parâmetros é um desafio, já que não são grandezas diretamente mensuráveis e sim estimadas via correlações e ajustes matemáticos.

A presença de *vugs* aumenta ainda mais a complexidade da simulação e introduz diversas incertezas, já que essas cavidades associadas com a rede de fraturas introduzem regiões de fluxo livre, o qual não é governado pelas mesmas equações implementadas no simulador de reservatórios. Uma das equações utilizada com sucesso para modelar em escala fina o escoamento em um meio poroso com presença de cavidades é a equação de Brinkman, apresentada anteriormente neste capítulo. Em regiões de alta permeabilidade, esta equação

se aproxima à de fluxo livre e, em regiões de permeabilidade mais baixa, à de fluxo em meio poroso tradicional, sem necessidade de especificação de condição de contorno na interface entre as regiões.

Nos cenários onde é válida a aplicação de Darcy na forma da equação 2-3, dada a relação linear entre a velocidade e o gradiente de pressão, a simulação numérica de reservatórios utiliza de forma generalizada a equação da difusividade hidráulica. Para isso, é realizada uma alteração na equação de balanço de massa 2-1, para evidenciar a derivada parcial da pressão em relação ao tempo, utilizando as expressões da compressibilidade de fluido e de rocha.

As expressões

$$c_f = - \left(\frac{1}{V} \right) \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right) = - \left(\frac{1}{m/\rho} \right) \left(\frac{\partial(m/\rho)}{\partial p} \right) = \left(\frac{1}{\rho} \right) \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right) \quad (2-15)$$

e

$$c_r = \left(\frac{1}{\phi} \right) \left(\frac{\partial \phi}{\partial p} \right) \quad (2-16)$$

são substituídas na expansão do primeiro termo da equação de conservação de massa:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) &= \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} \\ &= \rho \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \\ &= \rho \phi c_r \frac{\partial p}{\partial t} + \phi \rho c_f \frac{\partial p}{\partial t} \\ &= \phi \rho (c_r + c_f) \frac{\partial p}{\partial t} \\ &= \phi \rho c_t \frac{\partial p}{\partial t}, \end{aligned} \quad (2-17)$$

onde c_t é a compressibilidade total, soma da compressibilidade do fluido e da rocha.

Desta forma, e desconsiderando o termo $\mathbf{u} \cdot \nabla \rho$, temos o seguinte sistema de equações para o escoamento em meio poroso:

$$\begin{cases} \phi \rho c_t \frac{\partial p}{\partial t} + \rho (\nabla \cdot \mathbf{u}) = 0 \longrightarrow \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \mathbf{u} = -\frac{\mathbf{K}}{\mu} \nabla p. \end{cases} \quad (2-18)$$

Acoplando as duas equações, nós temos a equação da difusividade hidráulica

$$\phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{K}}{\mu} \nabla p \right) = 0, \quad (2-19)$$

que com viscosidade constante se torna

$$\phi \mu c_t \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla p) = 0. \quad (2-20)$$

Em reservatórios fraturados e carstificados, esta equação não representa fielmente os dados históricos de produção, devido a estas características e também à anisotropia de permeabilidades e orientação principal das fraturas. Para a simulação numérica deste cenário, outras premissas e equações devem ser adotadas.

Em 1960, Barenblatt, Zheltov e Kochina [Barenblatt et al. (1960)], avaliando a infiltração de fluidos homogêneos através de fissuras na rocha, sugeriram a representação do meio como blocos permeáveis separados entre si por um sistema de fraturas. Além do fluxo entre os blocos e dentro das fissuras, o escoamento total na rocha dependeria de uma transferência do fluido dos blocos para as fissuras e vice-versa. Desta forma, a equação de difusividade seria resolvida para cada um dos dois meios, com a inserção de um termo de transferência (destacado por um retângulo):

$$\begin{cases} \nabla \cdot (k_m \nabla p_m) \boxed{-\alpha (p_m - p_f)} = c_{tm} \mu \phi_m \frac{\partial p_m}{\partial t} \\ \nabla \cdot (k_f \nabla p_f) \boxed{+\alpha (p_m - p_f)} = c_{tf} \mu \phi_f \frac{\partial p_f}{\partial t} \end{cases} \quad (2-21)$$

Neste conjunto de equações, o índice m se refere à matriz e o índice f ao sistema de fraturas. O termos de transferência é composto por um fator adimensional α , que multiplica a diferença de pressão entre os meios. O fator α seria aproximadamente igual à permeabilidade da matriz multiplicada por um parâmetro que representaria as características do fraturamento da rocha, chamado fator de forma (σ) de dimensão $[1/L^2]$:

$$\alpha = \sigma k_m. \quad (2-22)$$

Este conjunto de premissas, com fluxo dentro da matriz, dentro das fraturas e entre matriz e fratura, é a base dos modelos de simulação de duplo contínuo, ou de dupla porosidade e dupla permeabilidade (2 ϕ 2k). Tais modelos são indicados para reservatórios onde existem também regiões não fraturadas, com fluxo apenas dentro da matriz.

Warren & Root (1963) propuseram um modelo simplificado que também segue o conceito de dois meios. Nele, a matriz da rocha, considerada porosidade primária, é composta de um arranjo de paralelepípedos idênticos, totalmente homogêneos e isotrópicos, enquanto o sistema de fraturas, porosidade secundária, é uma rede ortogonal com eixos paralelos às arestas dos blocos da matriz, uniformemente espaçada e de largura constante. Outra premissa é de que não poderia ocorrer fluxo entre os blocos da matriz, o que torna o modelo um caso limite do de Barenblatt e Zheltov, onde $k_m \ll k_f$:

$$\begin{cases} -\alpha(p_m - p_f) = c_{tm}\mu\phi_m \frac{\partial p_m}{\partial t} \\ \nabla \cdot (k_f \nabla p_f) + \alpha(p_m - p_f) = c_{tf}\mu\phi_f \frac{\partial p_f}{\partial t}. \end{cases} \quad (2-23)$$

Este conjunto de premissas, com escoamento apenas nas fraturas e entre matriz e fraturas, dá origem aos simuladores de dupla porosidade ($2\phi 1k$). Neles, as fraturas concentram a permeabilidade do modelo, atuando como drenos presentes ao redor de todos os blocos da matriz.

Existem inúmeros trabalhos que visam a obtenção de uma expressão para o fator de forma, implementando uma abordagem mais prática, onde o mesmo é tratado como um parâmetro puramente geométrico função do espaçamento entre fraturas, ou considerando em sua dedução a difusividade entre matriz e fratura. Idealmente, o fator de forma poderia ser calculado mediante ajuste de testes de formação, utilizando dados de pressão em período de *build-up*, ou seja, fechamento de fluxo e restabelecimento de pressão [Gilman (2003)].

Warren e Root definem o fator de forma, para uma matriz formada de cubos de lado L , como:

$$\sigma = \frac{4n(n+2)}{L^2}, \quad (2-24)$$

sendo n o número de conjuntos de fraturas ortogonais. Para blocos cúbicos, onde $n = 3$, e fluxo nas três dimensões, $\sigma = 60/L^2$. O fluxo estudado no artigo é de fase única em regime pseudo-permanente.

Kazemi et al. (1976) introduziram a aplicação do fator de forma no primeiro simulador numérico bifásico de dupla porosidade. O fator de forma, derivado numericamente, para calcular o fluxo entre matriz e fratura permitiu diferenciar o espaçamento de fraturas nas três dimensões:

$$\sigma = 4 \left[\frac{1}{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2} \right]. \quad (2-25)$$

Uma expressão muito semelhante à anterior, tendo a constante 4 substituída por π^2 , foi derivada analiticamente para fluxo em regime pseudo-permanente [Kazemi & Gilman (1993)].

Lim & Aziz (1995), assim como outros trabalhos [Coats (1989), Thomas et al. (1983), Ueda et al. (1989)], trataram de evoluir a abordagem puramente geométrica dos fatores de forma mencionados anteriormente, levando em conta a difusividade da pressão na transferência de fluido entre matriz e fratura. Suas conclusões apontaram a necessidade de fatores multiplicadores para ajuste da equação de Kazemi et al. dependendo do número de fases e direções do escoamento.

Gilman & Kazemi (1983) desenvolveram um simulador de fluxo transiente de duas fases em dupla porosidade, que adiciona possibilidade de fluxo diagonal através de uma formulação *nine-point* com permeabilidades nessas

direções independentes das direções dos eixos do plano. Entretanto, a representação diagonal da permeabilidade pode não se aplicar para todos os reservatórios fraturados, já que é necessário que o escoamento esteja alinhado com os eixos principais e as fraturas podem ter qualquer direção no espaço [Cavalcante Filho (2016)]. O fator de forma utilizado no modelo é o mesmo derivado numericamente por Kazemi et al. (1976).

Para a definição dos valores de porosidade e permeabilidade de fratura utilizados na simulação, são analisados testemunhos e perfis de imagem obtidos dos poços, ou até mesmo afloramentos da formação em questão. Neles são realizadas medições da abertura e da extensão das fraturas, que por sua vez são utilizadas no cálculo da porosidade e da permeabilidade. Existem diversos métodos para calcular a permeabilidade das fraturas, como por exemplo o de placas paralelas (ou de Poiseuille) no qual $k = \frac{h^2}{12}$, sendo h a abertura da fratura, e o método de Oda (1985), método anisotrópico que também depende da orientação das fraturas.

Há diversas limitações para a utilização, na simulação de duplo contínuo, dos valores de permeabilidade de fraturas calculados com base nos dados de poços. Uma delas é o fato de que estes dados são muito pontuais, retirados de uma imagem adquirida em um poço dentro de um reservatório de escala muito maior. Outra é que a permeabilidade calculada pelo método de placas paralelas, por exemplo, tende a um valor muito maior que o verdadeiro, já que as fraturas reais não são perfeitamente paralelas, principalmente se houver presença de *vugs*, e podem estar preenchidas por depósitos minerais. Assim, valores mais confiáveis de permeabilidade de fratura para a simulação são obtidos de testes dinâmicos no maior número de poços possível e, mesmo assim, permanece uma incerteza muito grande acerca destes valores, que costumam representar uma variável utilizada como parâmetro de ajuste do comportamento do modelo aos dados históricos de produção.

3

Formulação do problema

3.1

Formulação variacional de Brinkman

O modelo matemático utilizado nesta dissertação é obtido manipulando-se as equações de conservação de massa e quantidade de movimento apresentadas na revisão bibliográfica do Capítulo 2. Este sistema de equações diferenciais parciais é solucionado de forma aproximada através do método de elementos finitos implementado utilizando a biblioteca DOLFIN do projeto FEniCS.

A primeira equação do sistema é a 2-1, de conservação de massa, após duas alterações. Primeiramente, substitui-se o termo derivada parcial do produto entre a porosidade e a massa específica, como apresentado na seção 2.5. Em seguida, adiciona-se o termo \dot{q}_r , para se considerar uma possível fonte ou sumidouro no meio. A segunda equação é a 2-11, de Stokes-Brinkman:

$$\begin{cases} \phi c_t \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} = \dot{q}_r & em \Omega, \\ \nabla p = -\frac{\mu}{k} \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} & em \Omega. \end{cases} \quad (3-1)$$

As equações de Darcy e de Stokes não assumem premissa de escoamento em regime permanente. Logo, utilizando a equação de Stokes-Brinkman e a equação generalizada de conservação de massa acima, obtém-se um modelo aplicável a regime transiente [He et al. (2015)].

A formulação variacional a ser solucionada via método de elementos finitos é obtida multiplicando-se as equações diferenciais por uma função peso, em inglês chamada de *test function*, e integrando-se no domínio Ω . Para a resolução da pressão serão utilizadas as funções peso q_i e para a velocidade as funções peso \mathbf{v}_i .

Iniciando pela equação da conservação de massa:

$$R_{mi} = \frac{\phi \rho c_t}{\Delta t} \int_{\Omega} (p^n - p^{n-1}) q_i d\Omega + \rho \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{u}) q_i d\Omega - \rho \int_{\Omega} \dot{q}_r q_i d\Omega = 0. \quad (3-2)$$

Aplicando o teorema da divergência, ou teorema de Gauss, no segundo termo da equação acima, chega-se a

$$R_{mi} = \frac{\phi \rho c_t}{\Delta t} \int_{\Omega} (p^n - p^{n-1}) q_i d\Omega + \rho \int_{\Gamma} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) q_i d\Gamma - \rho \int_{\Omega} \dot{q}_r q_i d\Omega = 0. \quad (3-3)$$

Para obtenção da formulação variacional da equação de Stokes-Brinkman, o termo gravitacional $\rho \mathbf{g}$ será tratado de forma mais genérica como uma força externa \mathbf{f} atuante no escoamento. Em seguida, aplica-se o teorema da divergência para eliminar termos de segunda derivada do campo desconhecido.

$$R_{ci} = \frac{\mu}{k} \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla p \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega - \int_{\Omega} (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega - \int_{\Omega} \mu (\nabla^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega = 0 \quad (3-4)$$

$$R_{ci} = \frac{\mu}{k} \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla p \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega - \int_{\Omega} (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega \\ + \int_{\Omega} \mu [\nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{v}_i)^T] d\Omega - \int_{\Omega} \mu \nabla \cdot (\mathbf{v}_i \cdot \nabla \mathbf{u}) d\Omega = 0 \quad (3-5)$$

$$R_{ci} = \frac{\mu}{k} \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla p \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega - \int_{\Omega} (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega \\ + \int_{\Omega} \mu [\nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{v}_i)^T] d\Omega - \int_{\Gamma} \mu \mathbf{n} \cdot (\mathbf{v}_i \cdot \nabla \mathbf{u}) d\Gamma = 0 \quad (3-6)$$

Como a função peso vale zero onde a solução é conhecida (nos problemas estudados, serão impostas condições de Dirichlet), pode-se anular o último termo. Desdobrando o segundo termo segundo a lei distributiva, chega-se a outra situação de aplicação do teorema da divergência e, desta vez, é mantido o termo da fronteira, pois com ele serão aplicadas as condições de contorno da pressão de entrada e saída do meio nos cenários estudados:

$$R_{ci} = \frac{\mu}{k} \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla p \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega - \int_{\Omega} p (\nabla \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega \\ - \int_{\Omega} (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega + \int_{\Omega} \mu [\nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{v}_i)^T] d\Omega = 0 \quad (3-7)$$

$$R_{ci} = \frac{\mu}{k} \int_{\Omega} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{n} \cdot (p \cdot \mathbf{v}_i) d\Gamma - \int_{\Omega} p (\nabla \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega \\ - \int_{\Omega} (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_i) d\Omega + \int_{\Omega} \mu [\nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{v}_i)^T] d\Omega = 0 \quad (3-8)$$

3.2

Código e implementação em elementos finitos

Para a resolução do problema, deve-se discretizar o espaço em elementos finitos adequados. Como é um caso de formulação mista, ou seja, os dois campos de variáveis têm ordens diferentes, será adotado um elemento triangular da família de elementos Lagrangeanos, um dos elementos mais utilizados na literatura para este cenário (figura 3.1). Para a velocidade, o elemento terá seis graus de liberdade e funções base quadráticas, e para a pressão apenas três e funções base lineares [Dali (2019)].

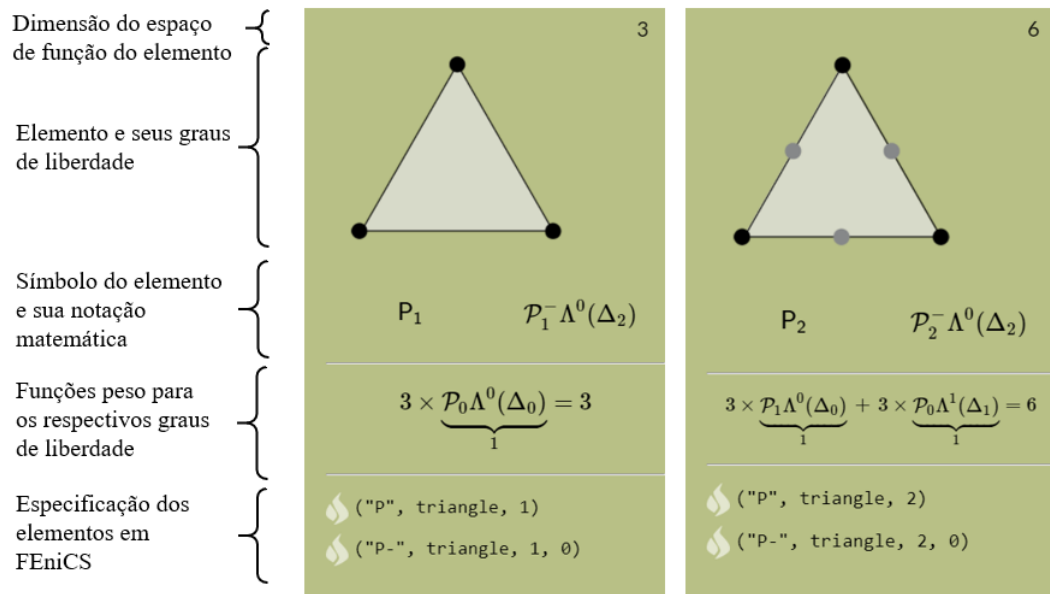


Figura 3.1: Tipo de elementos finitos utilizados (adaptado de Arnold & Logg (2014)).

Na implementação é necessário definir as regiões de *vugs* e fraturas como um subdomínio do meio poroso. No código, o índice 1 será referente ao subdomínio e 0 ao restante do espaço poroso. Abaixo, serão apresentados alguns trechos do código.

```

1 #Definindo espaco de funcao
V = VectorElement('CG', mesh.ufl_cell(), 2)
3 Q = FiniteElement('CG', mesh.ufl_cell(), 1)
Element = V * Q
5 W = FunctionSpace(mesh, Element)

```

Nesta primeira seção acima, de definição do espaço de função, CG significa *Continuous Galerkin*, que é outra denominação da família de elementos Lagrangeanos. A malha, previamente construída para cada cenário, terá seu formato de célula importado nestas linhas.

```

1 #Definindo as medidas incrementais do dominio e fronteiras
ds = Measure('ds', domain=mesh, subdomain_data=boundaries)
3 dx = Measure('dx', domain=mesh, subdomain_data=subdomains)

```

Nesta segunda seção, de definição das medidas incrementais do domínio e de suas fronteiras, a medida “ds” é definida para as fronteiras (*boundaries*) previamente definidas no código, e “dx” para os subdomínios 0 e 1.

```

1 #Definindo formulacao variacional
(u, p) = TrialFunctions(W)
3 (v, q) = TestFunctions(W)
F1 = ((phi*beta_por)/dt)*(p - p0)*q*dx(0) - qr*q*dx(0) + (beta_vug
    ↪ /dt)*(p - p0)*q*dx(1) - qr*q*dx(1) + div(u)*q*dx(0) + div(u)
    ↪ *q*dx(1)
5 F2 = mu*inner(grad(u), grad(v))*dx(1) + (mu/k)*inner(u, v)*dx(0) +
    ↪ Pin*dot(v, n)*ds(1) + Pout*dot(v, n)*ds(3) - inner(f, v)*dx(1)
    ↪ - inner(f, v)*dx(0) - div(v)*p*dx(1) - div(v)*p*dx(0)

```

A terceira seção contém a formulação variacional. Nota-se na equação “F1”, de conservação de massa, que todos os termos são calculados em ambos subdomínios. Já na equação “F2”, de Brinkman, o termo referente à equação de Stokes é calculado no subdomínio dos *vugs* e fraturas, enquanto o termo referente à equação de Darcy é calculado no restante do meio poroso. As pressões “Pin” e “Pout” são impostas na entrada (fronteira “ds(1)”) e na saída (fronteira “ds(3)”) do meio como condições de contorno deste exemplo.

```

1 #Calculando solucao
a = lhs(F1+F2)
3 L = rhs(F1+F2)
U = Function(W, name = "field")
5 A = assemble(a)
b = assemble(L)
7 [bc.apply(A, b) for bc in bcu]
solve(A, U.vector(), b)

```

A última seção, de cálculo da solução de forma acoplada, é repetida a cada passo de tempo e os resultados são atualizados para a pressão “ p_0 ”, velocidade “ u_0 ” e tempo “ t ”.

3.3

Validação do modelo

Como não há na literatura solução analítica para o modelo transiente de Stokes-Brinkman, a validação da formulação e do código desenvolvido será realizada através de alguns testes. O primeiro teste visa validar o comportamento não permanente do modelo, o qual deve apresentar os mesmos resultados da equação da difusividade em um meio poroso homogêneo. O segundo teste visa validar o cálculo da velocidade em regime permanente em um canal com fluxo livre e o comportamento da pressão na fronteira entre o canal e um meio poroso adjacente.

3.3.1

Solução analítica da equação da difusividade em regime não permanente

O comportamento não permanente do modelo será testado em um meio poroso semi-infinito, para o qual há solução analítica da equação de difusividade 2-20 no escoamento em uma direção baseada na função erro [Balhoff (2016)].

Neste exemplo, uma pressão p_E é imposta em uma fronteira de um meio poroso com pressão inicial p_0 e essa onda de pressão se propaga com o tempo (figura 3.2). Na malha de elementos finitos criada para representar o meio semi-infinito, a pressão p_0 foi fixada na fronteira de saída.

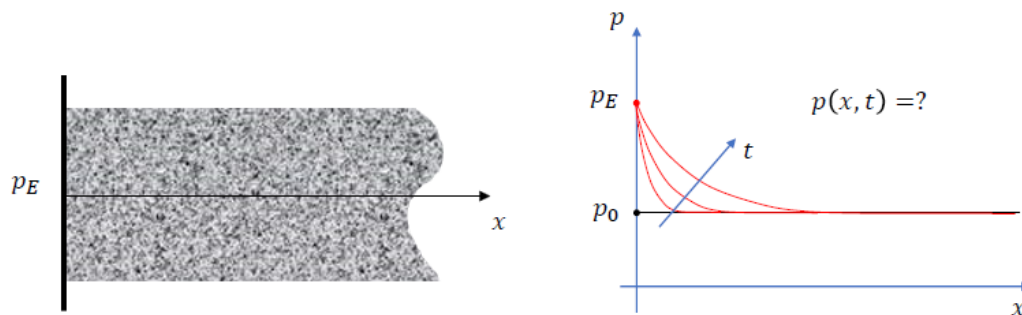


Figura 3.2: Difusividade de pressão em meio poroso semi-infinito.

A solução analítica é obtida com o uso de uma variável de similaridade, reescrevendo a equação 2-20 como função de

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{4Dt}}, \quad (3-9)$$

onde

$$D = \frac{k}{\mu c_t \phi}. \quad (3-10)$$

O sistema então se torna

$$\begin{cases} \frac{d^2 p}{d\xi^2} + 2\xi \frac{dp}{d\xi} = 0 \\ p(\xi = 0) = p_E \\ p(\xi = \infty) = p_0. \end{cases} \quad (3-11)$$

A solução encontrada para tal sistema é

$$\frac{p(\xi) - p_0}{p_E - p_0} = 1 - \operatorname{erf}(\xi) = \operatorname{erfc}(\xi), \quad (3-12)$$

onde $\operatorname{erf}(\xi)$ é a função erro abaixo e $\operatorname{erfc}(\xi)$ é a função complementar ao erro.

$$\operatorname{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi e^{-u^2} du. \quad (3-13)$$

As soluções analítica e do modelo construído para a pressão serão comparadas graficamente, em diferentes tempos de simulação, em formato semelhante ao da curva na região destacada na figura 3.3.

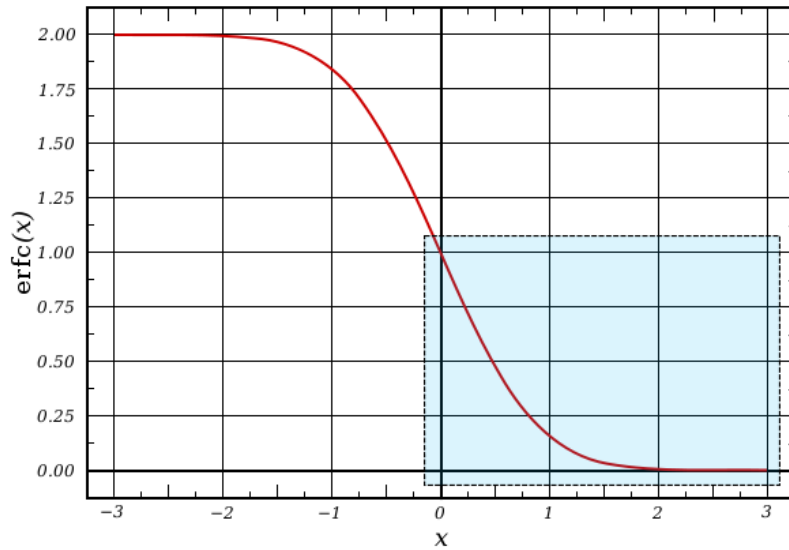


Figura 3.3: Função complementar ao erro.

Uma malha foi criada para simular o meio semi-infinito com uma extensão horizontal cinco vezes maior que sua espessura vertical. A pressão inicial p_0 do meio foi escolhida como 1 *psi* (6894,76 *Pascal*) e a pressão imposta na fronteira de entrada foi duas vezes este valor. Na figura 3.4 é apresentada a

comparação entre a solução analítica e a solução numérica em quatro tempos de simulação. Na figura 3.5 pode-se ver a diferença entre os resultados.

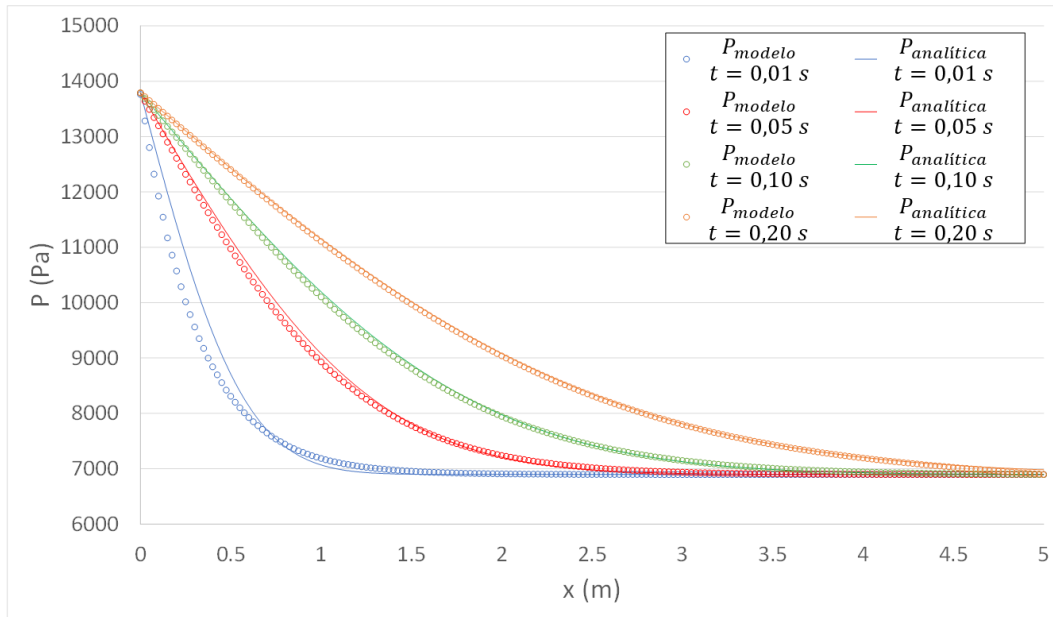


Figura 3.4: Soluções analítica (linha cheia) e numérica (marcadores circulares) do escoamento em um meio semi-infinito em quatro tempos de simulação.

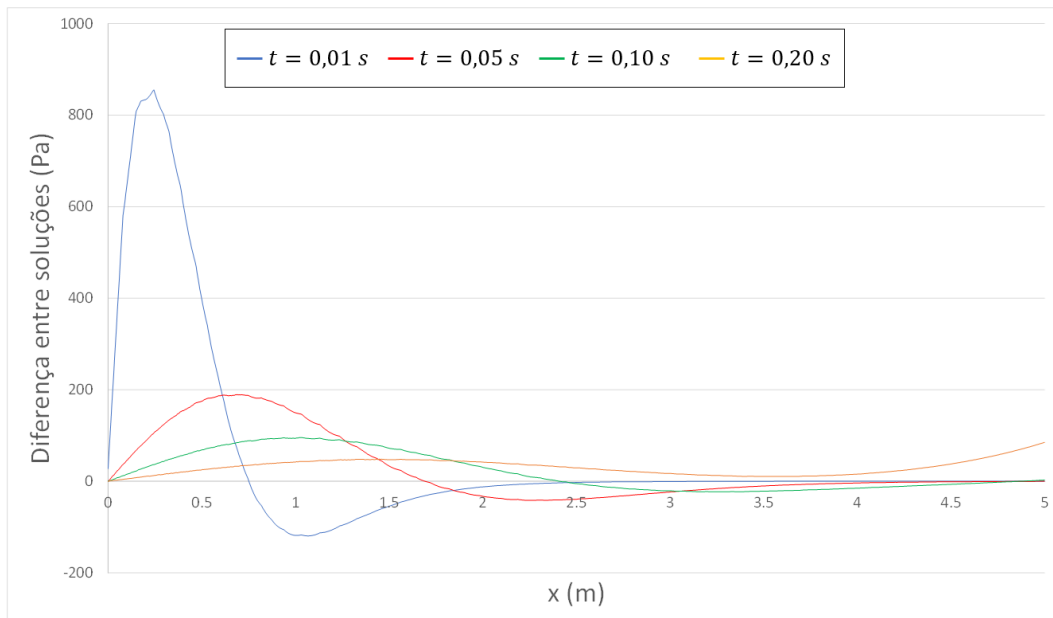


Figura 3.5: Gráfico da diferença entre os resultados analítico e numérico.

A notável diferença entre os resultados no início da simulação ($t = 0,01$ segundos) se deve ao alto gradiente de pressão próximo à fronteira de entrada

à esquerda, que requer um refinamento maior que o utilizado para malha para atingir uma representação mais precisa do comportamento da pressão.

Na figura 3.5 se pode notar que a diferença entre os resultados começa a aumentar no final do meio poroso. Isso acontece pois a solução utilizada é de um meio semi-infinito, que não possui fronteira à direita, e neste tempo de simulação ($t = 0,20$ segundos) a onda de pressão atinge a fronteira do meio modelado.

Uma modificação na configuração deste meio serve para demonstrar a dificuldade de se representar o escoamento em meio poroso não homogêneo utilizando apenas a equação da difusividade. As figuras 3.6 e 3.7 mostram a comparação entre a resposta do mesmo modelo de meio poroso anterior, porém com um *vug* circular inserido em seu centro (figura 3.8), e a solução analítica para o meio semi-infinito homogêneo. A diferença entre os dois aumenta consideravelmente quando a onda de pressão atinge o *vug*, onde ela apresenta valor constante até declinar novamente ao final do *vug*.

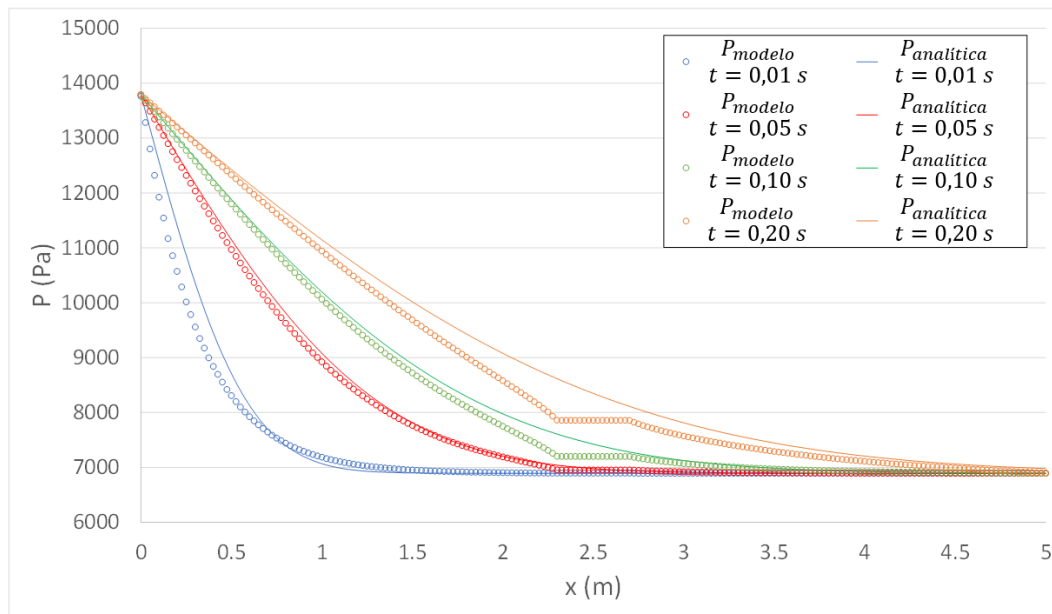


Figura 3.6: Soluções analítica (linha cheia) em um meio semi-infinito e numérica (marcadores circulares) em um meio contendo um *vug* central em quatro tempos de simulação.

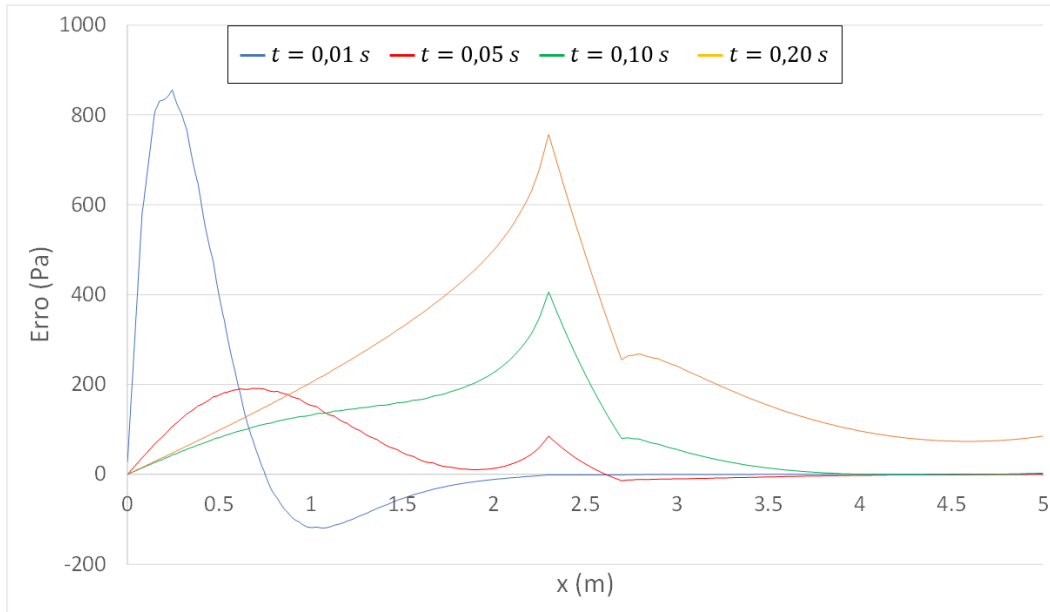


Figura 3.7: Gráfico da diferença entre os resultados analítico no meio homogêneo e numérico com *vug*.

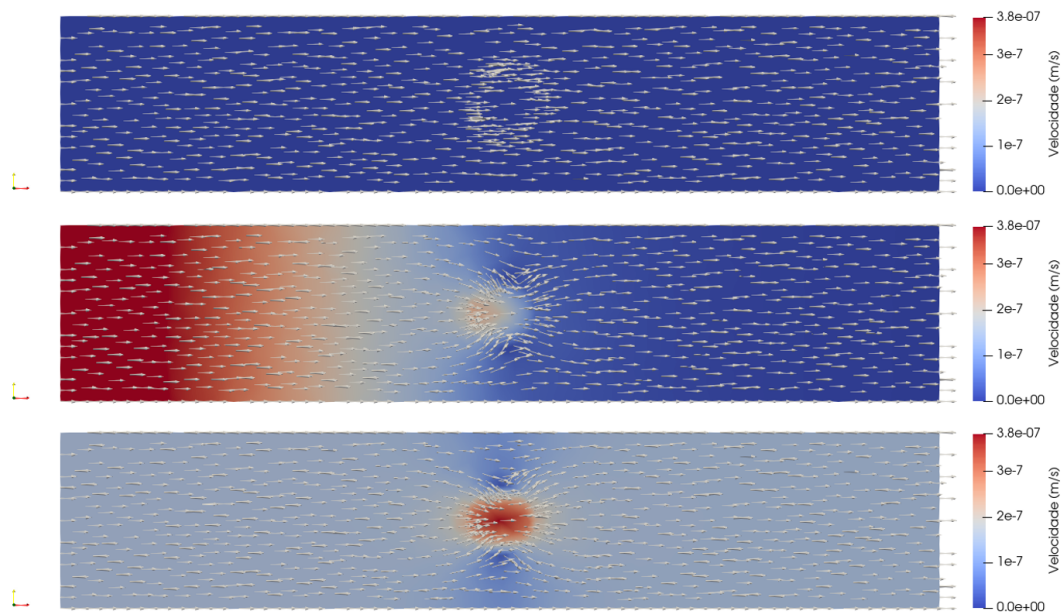


Figura 3.8: Campo de velocidade na malha contendo um *vug* centralizado no instante inicial, após a onda de pressão atingir o *vug* (em 0,10 segundos) e após o atingimento do regime permanente (ao final de 2 segundos).

3.3.2

Perfil da velocidade e comportamento na interface entre meio poroso e espaço vazio

Como pontuado anteriormente, umas das vantagens do modelo de Brinkman é simplificar a formulação dos problemas por não necessitar que sejam definidas condições de contorno nas fronteiras entre espaço vazio e meio poroso. Por isso, faz sentido verificar se o modelo representa de forma satisfatória o perfil de velocidade nessa interface, como feito por Dali (2019).

O perfil de velocidade gerado pelo modelo deve respeitar os resultados obtidos por Beavers & Joseph (1967), que observaram um efeito de escorregamento na velocidade do fluxo na fronteira entre um canal e um meio poroso adjacente, enquanto na outra fronteira, uma superfície impermeável, a velocidade é nula (figura 3.9). Analisando este experimento, os autores propuseram uma condição de contorno semi-empírica para a interface com meio poroso permeável ao utilizar a equação de Darcy e a equação de Navier-Stokes para a solução do problema.

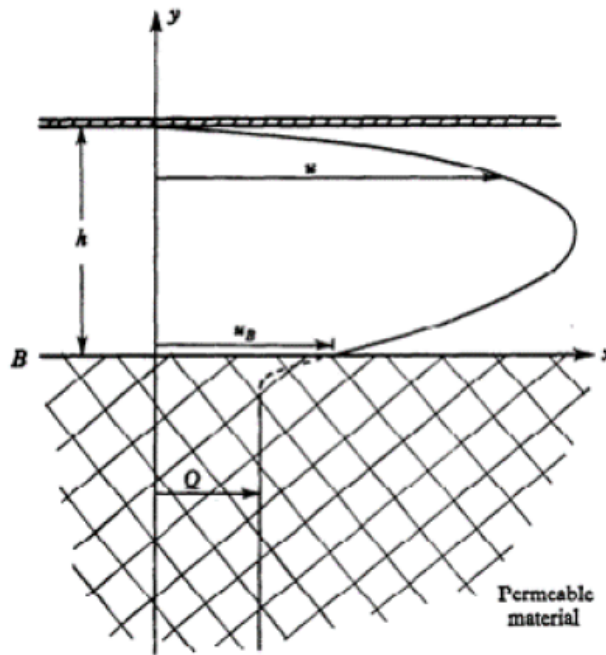


Figura 3.9: Perfil de velocidade de fluxo do experimento de Beavers e Joseph. Retirado de Beavers & Joseph (1967).

Para a reprodução deste perfil de velocidade, foi modelado um meio poroso de 1 metro de espessura cortado por um canal de 60 cm em seu centro e foi observada a interface inferior. Na figura 3.10 pode-se ver a distribuição da velocidade e da pressão na malha em regime permanente. Nas simulações foram utilizados os mesmos valores de pressão na entrada e na saída do meio.

Foram realizadas rodadas com diferentes valores de permeabilidade para o meio poroso, variando de 0,01 a 100 Darcy.

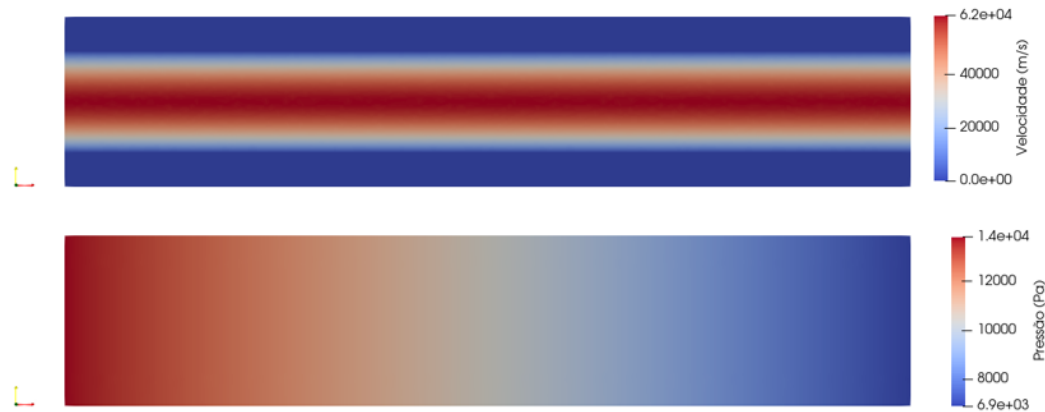


Figura 3.10: Velocidade e pressão no escoamento em regime permanente no modelo de meio poroso homogêneo cortado por um canal.

Na figura 3.11 é apresentado o perfil de velocidade completo do meio, com o formato parabólico no canal e o que aparenta ser velocidade nula nos trechos do meio poroso permeável. Nesta escala, as curvas para todos os diferentes valores de permeabilidade se sobrepõem. É necessária uma ampliação na região destacada com uma elipse tracejada vermelha na figura 3.11 para se observar o efeito de escorregamento da velocidade na interface e a região de transição entre o fluxo livre e em meio poroso. Duas ampliações, para vencer o efeito de escala, são mostradas nas figuras 3.12 e 3.13.

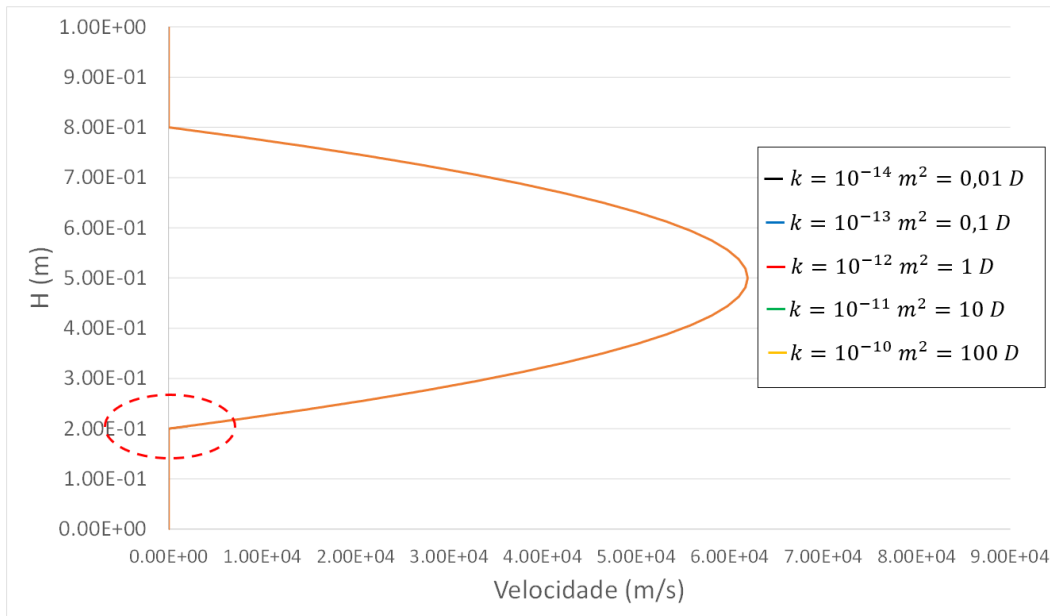


Figura 3.11: Perfil de velocidade na malha modelada, composta de um meio poroso cortado por um canal de permeabilidade infinita. A zona assinalada por uma elipse será ampliada em próximas imagens.

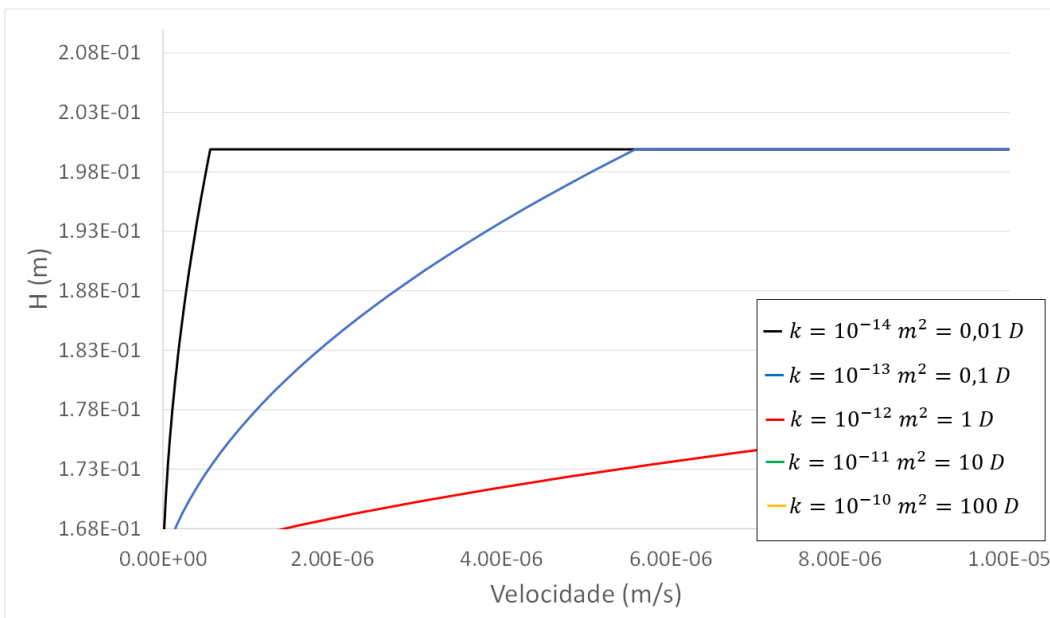


Figura 3.12: Ampliação da zona assinalada na figura 3.11, mostrando as velocidades nos meios porosos de permeabilidades 0,01, 0,1 e 1 Darcy.

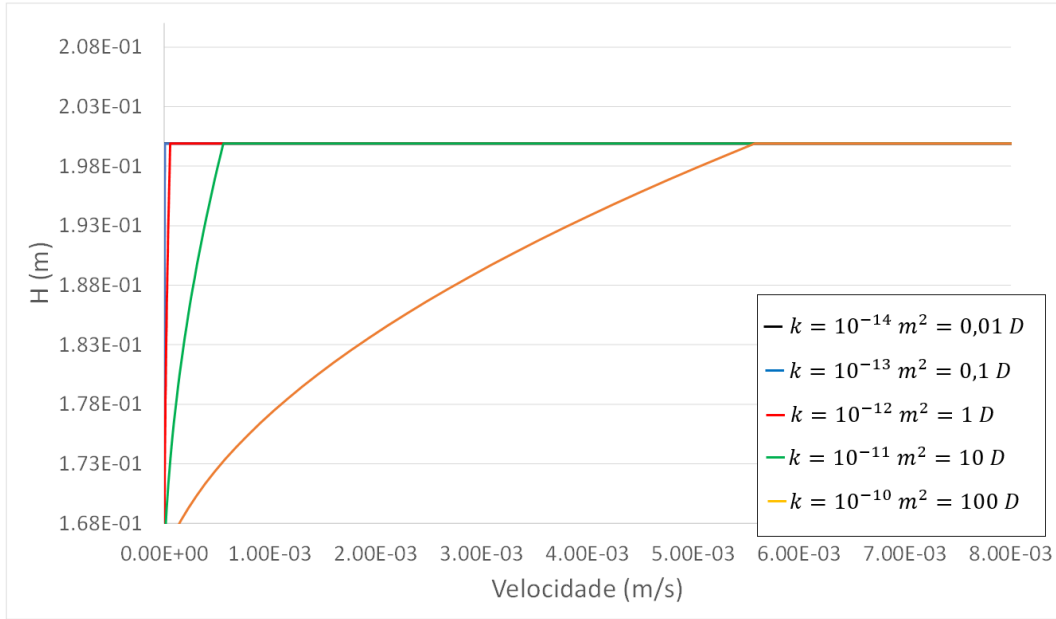


Figura 3.13: Ampliação da zona assinalada na figura 3.11, mostrando as velocidades nos meios porosos de permeabilidades 10 e 100 Darcy.

Também é possível concluir, das figuras 3.12 e 3.13, que quanto menor a permeabilidade do meio poroso adjacente, mais abrupta é a transição do perfil de velocidade em fluxo livre para a velocidade no meio poroso e menores são as velocidades na zona de transição.

Outra malha semelhante foi criada para validar os valores de velocidade obtidos pelo modelo, impondo um gradiente de pressão no meio, utilizando os resultados do experimento realizado e a equação de distribuição de velocidade obtida por Yao et al. (2010).

A figura 3.14, retirada do artigo, mostra o ajuste à velocidade u_s da equação 3-14 aos dados experimentais. O experimento utilizou um canal preenchido na parte inferior por um meio poroso, gerando o mesmo perfil apresentado na figura 3.11 na parte superior do escoamento. Este meio poroso possuía porosidade de 0,45 e permeabilidade $5 \times 10^{-9} \text{ m}^2$. Nele foi aplicado um gradiente de pressão de -0,33 Pa/m e o fluido utilizado foi água de viscosidade 0,001 Pa.s.

$$\begin{cases} u_s = \left(1 + \frac{\alpha}{\sqrt{K}}y\right) u_B + \frac{1}{2\mu} (y^2 + 2\beta\alpha\sqrt{K}y) \frac{dp}{dx} \\ u_B = -\frac{K}{2\mu} \left(\frac{\alpha^2 + 2\beta\alpha\sigma}{1 + \alpha\sigma}\right) \frac{dp}{dx} \\ \sigma = \frac{H}{\sqrt{K}}. \end{cases} \quad (3-14)$$

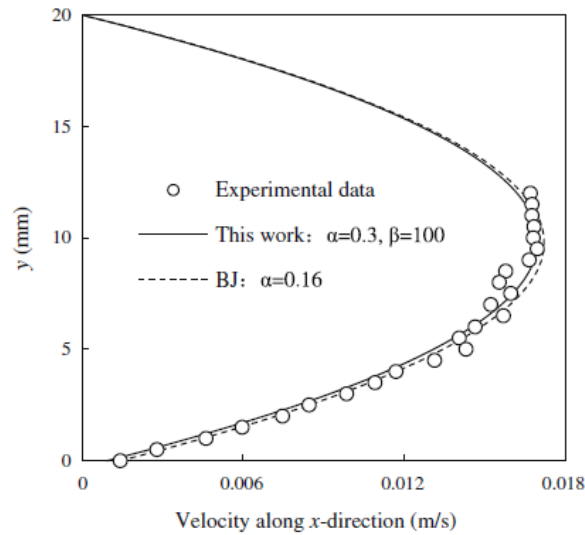


Figura 3.14: Perfis de velocidade encontrados no experimento de Yao et al, na equação ajustada ao experimento e no modelo de experimento análogo de Beavers e Joseph. Retirado de Yao et al. (2010).

Reproduzindo as mesmas características do experimento de Yao et al. no modelo de Brinkman construído, obteve-se uma boa correspondência, como pode ser visto na figura 3.15. Foi simulado um canal de 20 cm e utilizados os mesmos valores para α e β que Yao et al. para ajustar aos dados experimentais.

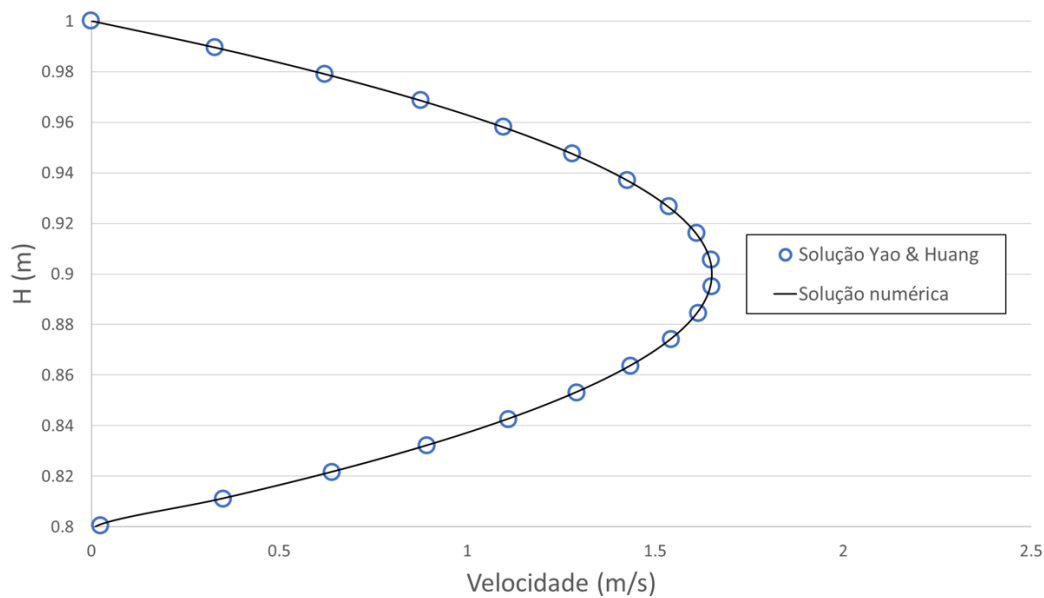


Figura 3.15: Comparação entre os resultados da solução de Yao et al. e do modelo de Brinkman construído.

4.1**Modelo geológico do Lajedo Arapuá**

Para as simulações de escoamento de fluidos em meio poroso a serem realizadas, buscou-se um estudo de modelagem cujo objeto apresentasse um sistema cárstico que permitisse a verificação das respostas de Brinkman e de simulação numérica *black oil* em diferentes configurações geométricas. A dissertação de Quadros (2018), na qual é realizada a modelagem geológica numérica do Lajedo Arapuá, foi selecionada. Além de atender às necessidades de investigação dadas as características geológicas, o trabalho também disponibiliza uma malha para simulação numérica aproveitável nesse estudo.

O Lajedo Arapuá é uma área de afloramento da Formação Jandaíra localizada na Bacia Potiguar, no Rio Grande do Norte. Possui intenso fraturamento em toda sua extensão, como apresentado na figura 2.4, e feições cársticas associadas.

Para a modelagem de falhas discretas e medição da área do Lajedo e consequentemente do modelo, foi utilizada uma imagem de alta resolução obtida por um *drone* e levantamento através de linhas de varredura. Para a construção do modelo em três dimensões, foi realizada a combinação dos dados do Lajedo Arapuá com dados de fácies deposicionais e feições cársticas observadas no Afloramento da Tijubina, exposição da Fm. Jandaíra de três metros de espessura.

Para a construção do modelo de carste, utilizou-se o arcabouço estrutural de fácies e fraturas gerado previamente e outras inferências do Afloramento Tijubina e do próprio Lajedo Arapuá. Do primeiro se registrou a posição de camadas de dissolução intensa ou sem dissolução, de forma a caracterizar a anisotropia de permeabilidade e influenciar no caminho preferencial de carstificação da simulação do esqueleto do sistema cárstico. No segundo se localizou a presença de elementos de vegetação, com alta intensidade de fraturamento, e neles foram posicionados os pontos de infiltração de água, responsável pela formação epigênica dos carstes. Após uma primeira rodada de simulação para geração do esqueleto, representando uma primeira variação

do nível freático, novos pontos de infiltração foram determinados através do resultado. Isto foi feito para três níveis freáticos. Também foi simulada a formação hipogênica de carste, considerando um fluxo ascendente com apenas um ponto de infiltração profundo e outro de exfiltração raso, observado em superfície em um local de fraturamento intenso a nordeste da área. Os esqueletos de carste epigênico e hipogênico podem ser vistos, respectivamente, nas figuras 4.1 e 4.2.

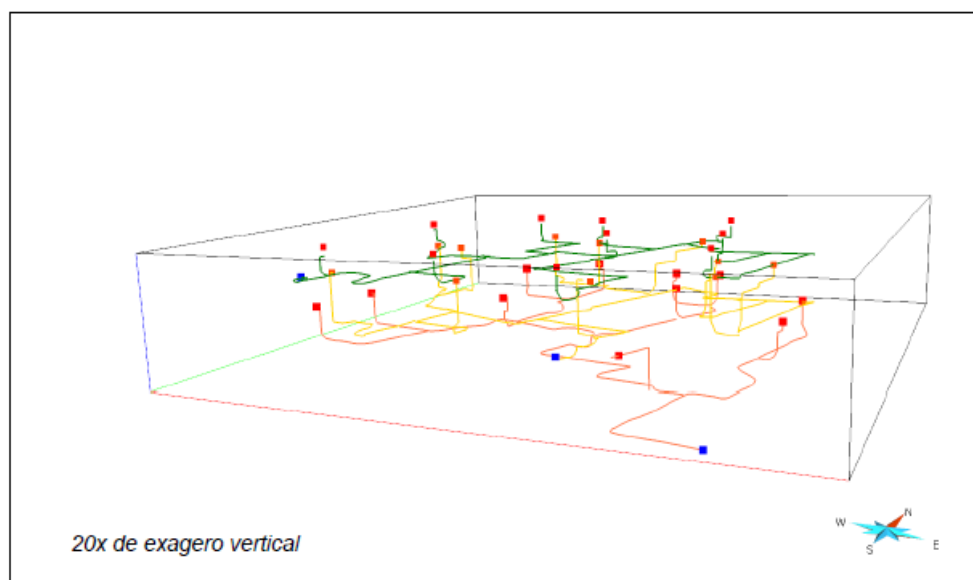


Figura 4.1: Esqueleto de carste epigênico gerado, com os três níveis freáticos integrados. Pontos vermelhos representam pontos de infiltração e pontos azuis de exfiltração. Retirado de Quadros (2018).

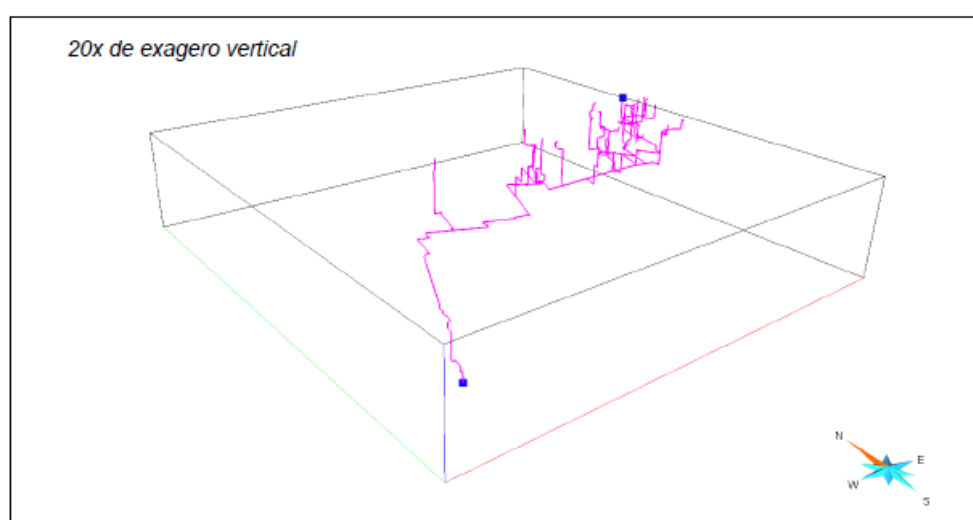


Figura 4.2: Esqueleto de carste hipogênico gerado, com os pontos de infiltração, a sudoeste, e exfiltração, a nordeste, em destaque. Retirado de Quadros (2018).

Para a geração da arquitetura dos carstes em torno do esqueleto foram utilizados dados de largura obtidos de diversas cavernas da Fm. Jandaíra. Um histograma dessa propriedade foi inserido no *software* de caracterização geológica que, juntamente com outras premissas de geostatística e após diversas rodadas de simulação, gerou o modelo estrutural de carste híbrido apresentado na figura 2.2, condizente com o modelo conceitual esperado para as feições cársticas da área.

4.2

Seleção das camadas e geração das malhas de elementos finitos

Os cenários analisados neste trabalho pretendem reproduzir fluxo em duas dimensões. Desta forma, foram selecionadas camadas do modelo de simulação numérica do Lajedo Arapuá, construído por Machado et al. (2020), que representassem diferentes configurações de distribuição areal dos carstes para avaliar os impactos no escoamento. Foram selecionadas três camadas: Arapuá 10 (figura 4.3), que apresenta *vugs* bem segregados, Arapuá 24 (figura 4.4), que contém um sistema cárstico contínuo como um conduto, e Arapuá 17 (figura 4.5), que representa uma mescla entre as características das duas camadas anteriores.

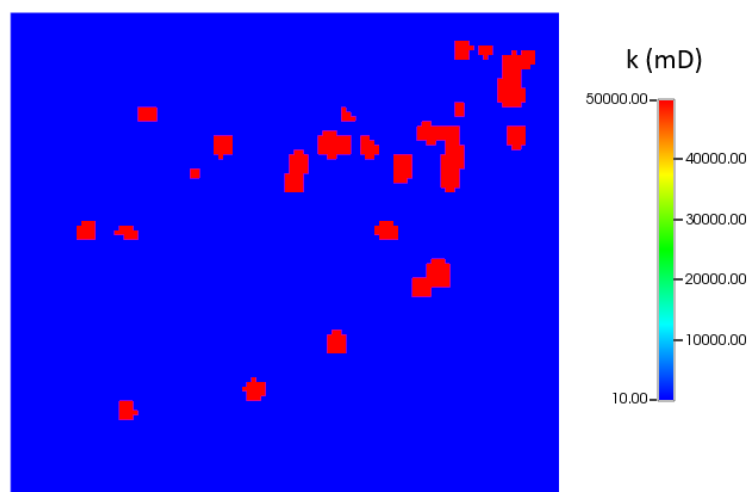


Figura 4.3: Mapa de permeabilidade (unidade em mili Darcy, mD) da camada Arapuá 10, mostrando a configuração de *vugs* segregados.

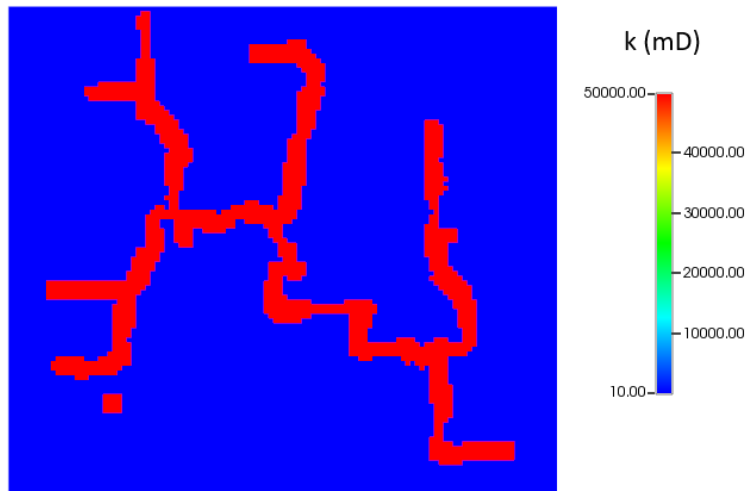


Figura 4.4: Mapa de permeabilidade (unidade em mili Darcy, mD) da camada Arapuá 24, mostrando seu sistema cárstico contínuo em forma de conduto.

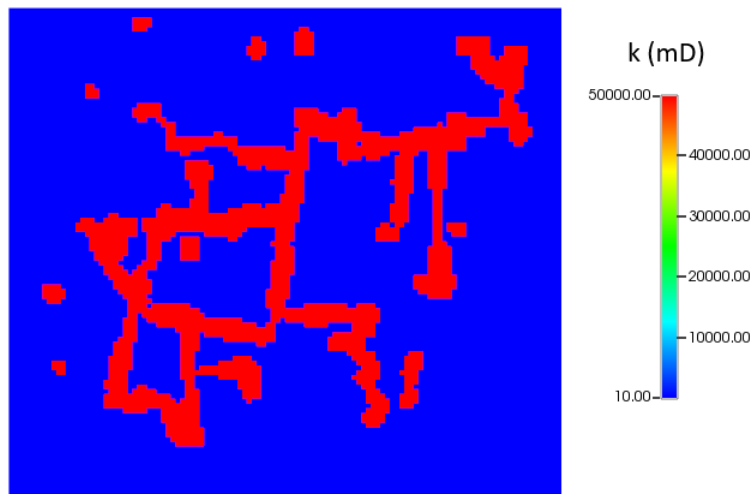


Figura 4.5: Mapa de permeabilidade (unidade em mili Darcy, mD) da camada Arapuá 17, mostrando sua configuração híbrida entre *vugs* segregados e sistema cárstico em forma de conduto.

Selecionadas as camadas, inicia-se a etapa de construção das malhas de elementos finitos para a simulação de Brinkman. Para isso, é feito um processamento da imagem de cada camada, destacando a matriz porosa e os carstes, para que possam ser utilizados no algoritmo criado por Dali (2019) para

gerar uma malha composta de elementos triangulares como os introduzidos na seção 3.2.

Além da imagem da camada, o algoritmo exige a definição do tamanho das arestas dos elementos na matriz porosa e tanto no interior como ao redor dos carstes. O tamanho original do modelo, medidas reais do Lajedo Arapuá, é 232 por 206 metros horizontalmente, com 3 metros de profundidade. Foram realizados testes de redução do tamanho do modelo com o objetivo de atingir um tempo de simulação razoável, permitindo-se obter as mesmas conclusões finais desejadas no estudo, e evitar erros de convergência devido a utilização de elementos com tamanhos inadequados para as características da rocha em estudo. Uma redução de 100 vezes na escala do modelo apresentou os resultados desejados para este estudo. Assim, as dimensões da malha criada para a simulação de Brinkman foram 2,32 por 2,06 metros. Não há dimensão vertical por se tratar de um escoamento em duas dimensões.

Para o controle do tamanho dos elementos finitos, foram utilizados três parâmetros: comprimento da aresta dos elementos ao redor das fronteiras externas da malha, ao redor das fronteiras da matriz porosa com o carste e o comprimento máximo de aresta para todos os outros elementos da malha. Novamente, foram feitos diversos testes para que o tamanho dos elementos fosse adequado até mesmo para as regiões mais estreitas dos carstes e para as fronteiras, representando assim o fluxo com uma maior acurácia e em um tempo de simulação aceitável.

A figura 4.6 mostra a comparação, em um pequeno recorte da malha de Arapuá 24, entre duas configurações. Os valores de comprimento de aresta nas fronteiras externas, nas fronteiras entre meios e comprimento máximo são, respectivamente: 10, 4 e 8 cm para a malha menos refinada da metade superior da figura; e 5, 2 e 4 cm para a malha da metade inferior, cuja configuração foi selecionada para as simulações. Pode-se verificar que, com a configuração menos refinada, faltam nós em algumas regiões mais estreitas do carste de forma a representar corretamente o fluxo horizontal (no centro e no canto inferior direito do recorte do campo de velocidades) e vertical (no canto superior esquerdo do recorte). Reduzindo o tamanho dos elementos é possível mitigar estes problemas, como vemos com o emprego da configuração mais refinada na metade inferior da figura. A simulação de um dia de escoamento utilizando essa configuração levou em torno de 4 minutos com o equipamento disponível para o estudo, o que foi considerado satisfatório dentro do cronograma.

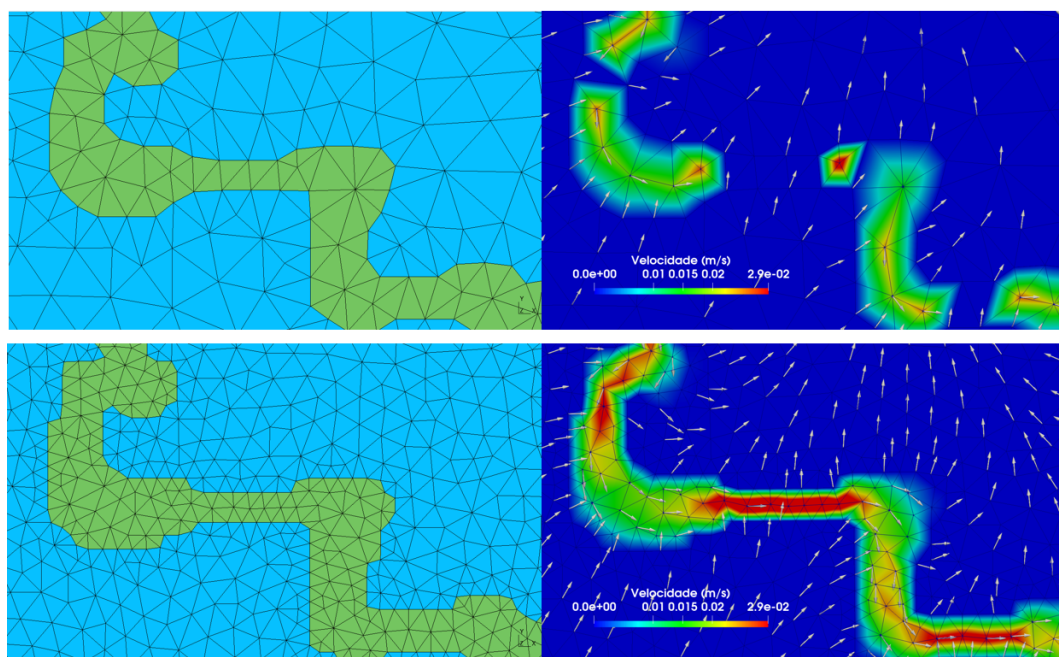


Figura 4.6: Comparação de duas configurações de tamanhos de elementos finitos em um recorte da malha de Arapua 24. Nos quadros à esquerda, são mostrados os nós da malha e as arestas dos elementos (preenchidos de azul na matriz porosa e verde no carste). Nos quadros à direita, vemos os mapas de velocidade após um dia de simulação.

As figuras 4.7, 4.8 e 4.9 mostram as malhas de elementos finitos criadas para Arapua 10, 17 e 24, respectivamente. Estas malhas são formadas por 8456, 10744 e 9796 elementos.

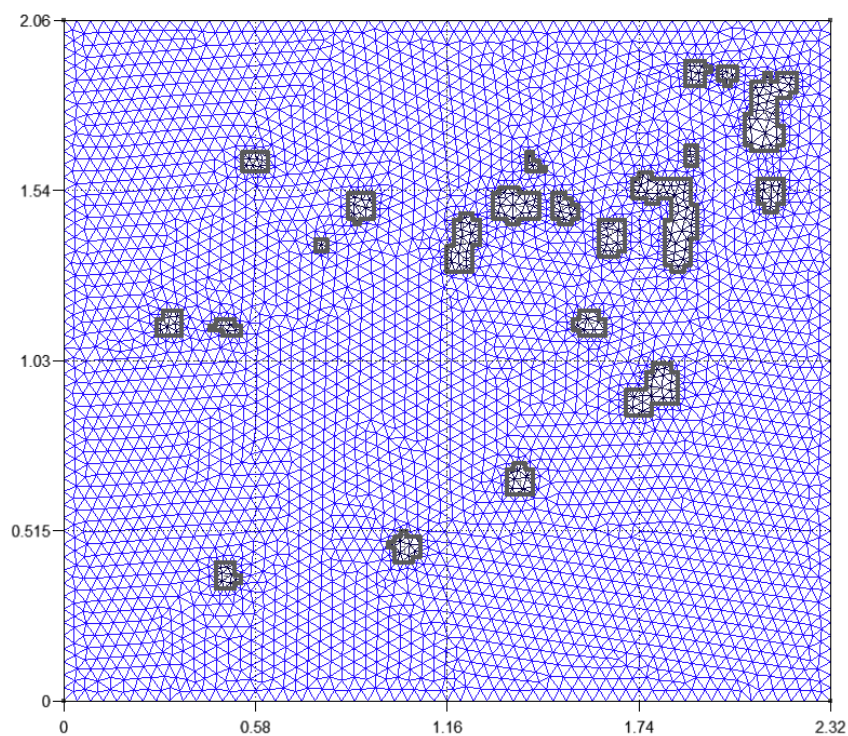


Figura 4.7: Malha de elementos finitos de Arapué 10, formada por 8456 elementos (unidade dos eixos em metros).

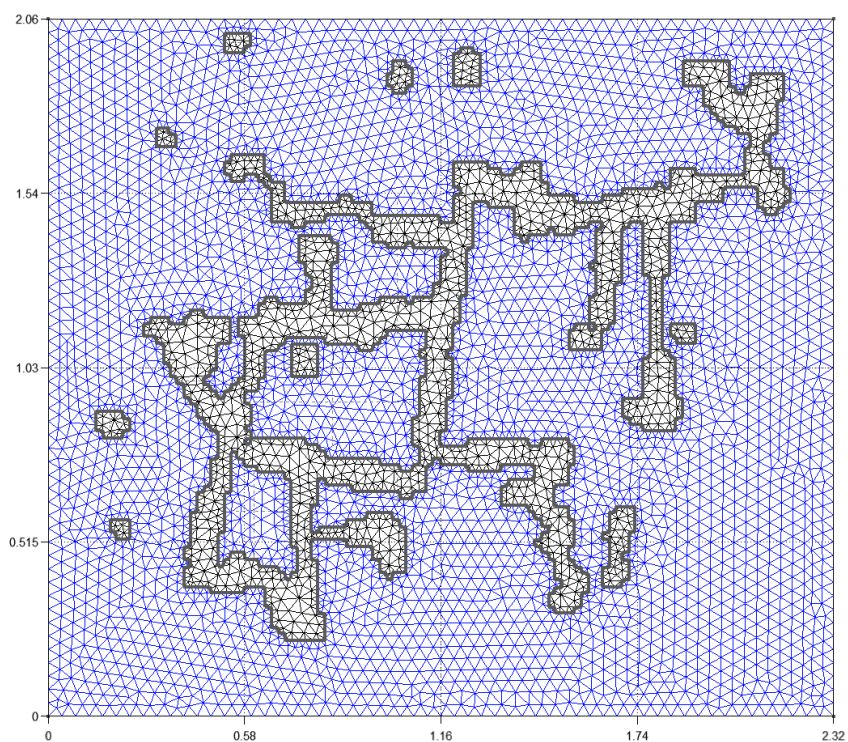


Figura 4.8: Malha de elementos finitos de Arapué 17, formada por 10744 elementos (unidade dos eixos em metros).

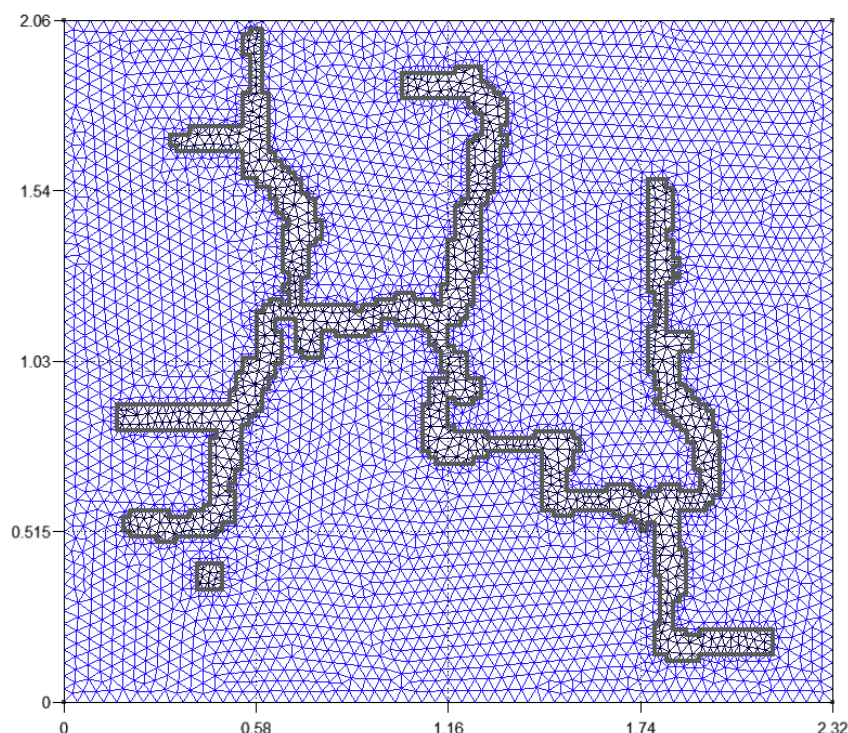


Figura 4.9: Malha de elementos finitos de Arapua 24, formada por 9796 elementos (unidade dos eixos em metros).

4.3

Solução numérica *black oil*

Incorporando o mapeamento em três dimensões do sistema cárstico do Lajedo Arapua, foi construído um *grid* cartesiano representando toda a estrutura do Lajedo para a simulação numérica *black oil*, do qual foram posteriormente separadas as camadas de interesse para a comparação com os resultados dos cálculos de Brinkman em duas dimensões. O *grid* é composto por 116 células no eixo das abcissas, 103 no eixo das ordenadas e 30 no eixo vertical. As células têm tamanho fixo de aresta de 0,02 metro. Para simular o escoamento em duas dimensões, anulam-se todas as camadas com exceção da camada de interesse.

As propriedades originais da matriz porosa no modelo dinâmico construído por Quadros (2018) foram mantidas e reproduzidas no modelo de Brinkman. O valor de porosidade de 40% para a matriz porosa foi estimado para contemplar a possível existência de porosidade vugular não caracterizada. As propriedades do sistema cárstico foram especificadas de forma a atingir o contraste desejado entre matriz porosa e espaço vazio. Ambos os meios têm distribuição isotrópica das propriedades. Foi atribuído um valor de permeabilidade

para o carste 5000 vezes maior que a permeabilidade média da matriz porosa, com o objetivo de aproximar o fluxo dentro do carste de um escoamento livre. A compressibilidade no carste foi definida como sendo uma ordem de grandeza maior que a da matriz porosa.

Como o objetivo do estudo é analisar escoamento monofásico, foi indicado no modelo *black oil* um contato óleo-água acima do topo da estrutura, de forma que o reservatório estivesse completamente saturado com água. A compressibilidade da água foi aumentada para o mesmo valor da compressibilidade do carste, para que o fluido se tornasse pouco-compressível. Dado o escoamento monofásico de água, as curvas de permeabilidade relativa óleo-água não tiveram relevância na simulação e foram definidas como curvas lineares com pontos terminais em 1, apenas por exigência do código do simulador multifásico. A tabela 4.1 resume os valores das principais propriedades de rocha e fluido.

Tabela 4.1: Propriedades de rocha, matriz porosa e sistema cárstico, e de fluido.

Propriedade	Matriz porosa	Carste
Porosidade [%]	40	100
Permeabilidade [mD]	10	50000
Compressibilidade da rocha [1/(kgf/cm ²)] @ P_i^*	3e-5	3e-4
Compressibilidade do fluido [1/(kgf/cm ²)] @ P_i^*	3e-4	3e-4
Viscosidade do fluido [mPa.s]	0.6	0.6

* P_i : Pressão média inicial da formação

As simulações no modelo de Brinkman em elementos finitos foram realizadas da seguinte forma. Foi imposto no modelo, através de condições de contorno nas fronteiras, um diferencial de pressão entre entrada (fronteira oeste) e saída (fronteira leste) da malha no valor de 300 kgf/cm². Na entrada são impostos 600, na saída 300 e a pressão inicial é 488 kgf/cm². Com isso, é criado um escoamento monofásico quase incompressível (devido ao valor baixo de compressibilidade total) na direção oeste-leste. Na simulação *black oil* são criados dois poços horizontais cruzando a camada de interesse: um injetor na entrada e um produtor na saída, e o diferencial de pressão é especificado através da pressão de fundo (máxima no caso do injetor e mínima no caso do produtor), ou de fluxo, dos dois poços. Graças à definição do tamanho das células numa escala 100 vezes menor que a do modelo original, a pressão de fundo nas células atravessadas pelos poços horizontais é aproximadamente igual à pressão de reservatório nestas células. A figura 4.10 mostra de forma

esquemática a configuração do *grid* de cada camada com as completações dos poços injetor e produtor e os valores de pressão, configurando o conceito de linha produtora e linha injetora, análogo ao modelo de Brinkman desenvolvido.

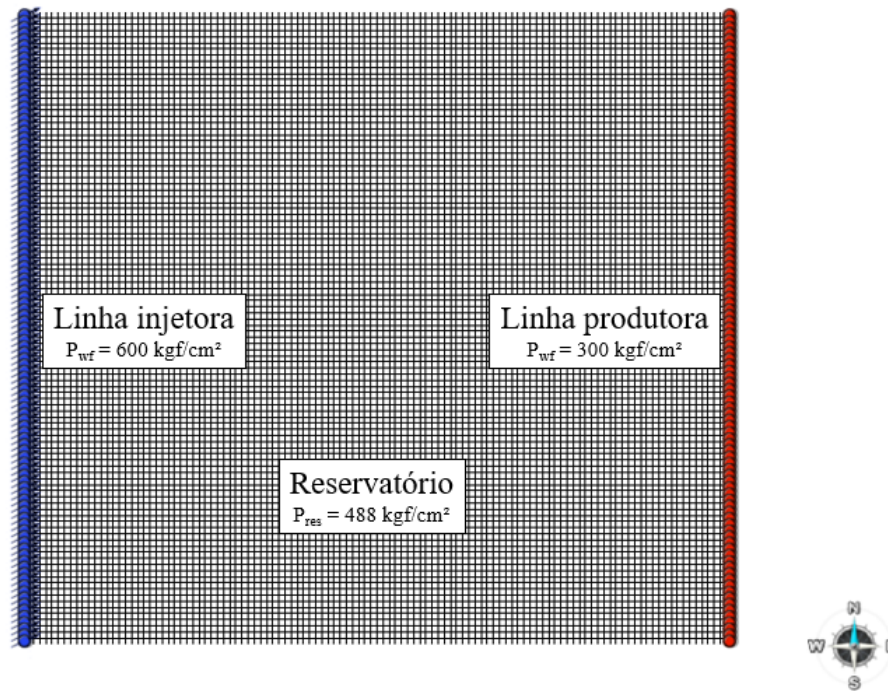


Figura 4.10: Linhas injetoras e produtoras em uma das camadas de interesse, com a representação das completações em cada célula e os valores de pressão (pressão de fluxo, P_{wf} , ou *bottom hole pressure*, BHP, como bastante utilizado em inglês, e pressão de reservatório na condição inicial) da simulação.

Além das três camadas selecionadas, para a obtenção dos resultados apresentados no próximo capítulo, também foi alterada a permeabilidade média da matriz porosa do modelo *black oil*. Isso permitirá verificar a influência do contraste entre permeabilidade da matriz porosa e do carste nos resultados. O tempo de simulação foi estipulado em um dia, tempo suficiente para atingir o regime permanente de escoamento.

5 Resultados

5.1

Magnitude da velocidade e da pressão em regime permanente

A primeira verificação realizada foi a comparação visual do campo bidimensional da pressão e da velocidade de fluxo em ambos os modelos (Brinkman e *black oil*) para cada cenário após um dia de simulação, já em regime permanente. As figuras 5.1, 5.2 e 5.3 ilustram as diferenças entre velocidades dos cenários com permeabilidade da matriz porosa de 10 mD. São apresentados Arapuá 10, 17 e 24, nesta ordem.

Os resultados, levando em consideração as pequenas diferenças entre as escalas de cores disponíveis em cada um dos programas de pós-processamento e visualização disponíveis para os dois modelos e a diferença geométrica entre a malha de elementos finitos e a malha cartesiana regular do modelo *black oil*, são coerentes. Observa-se claramente a maior velocidade nos carstes. As diferenças entre os dois modelos serão verificadas quantitativamente nas próximas seções.

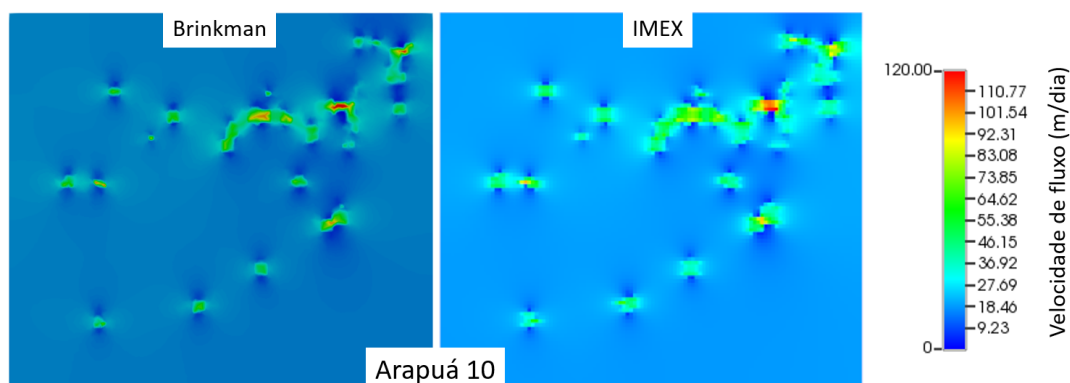


Figura 5.1: Comparação entre velocidades de fluxo no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapuá 10 no modelo de Brinkman (à esquerda) e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente.

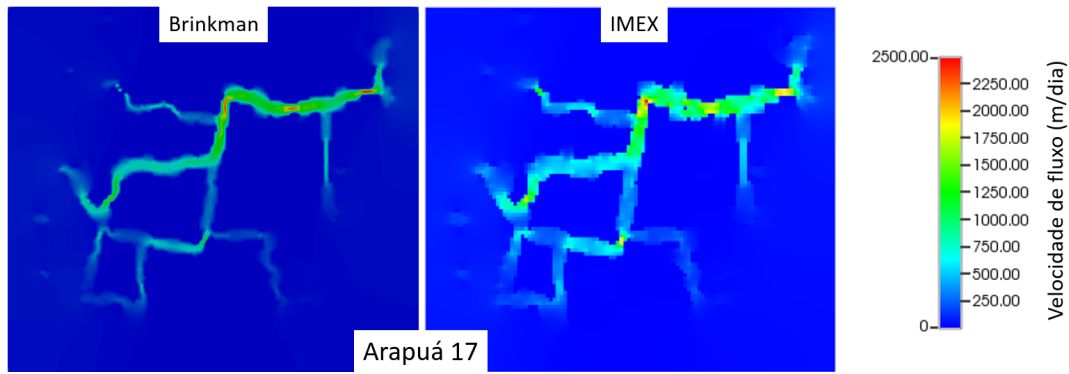


Figura 5.2: Comparação entre velocidades de fluxo no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapua 17 no modelo de Brinkman (à esquerda) e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente.

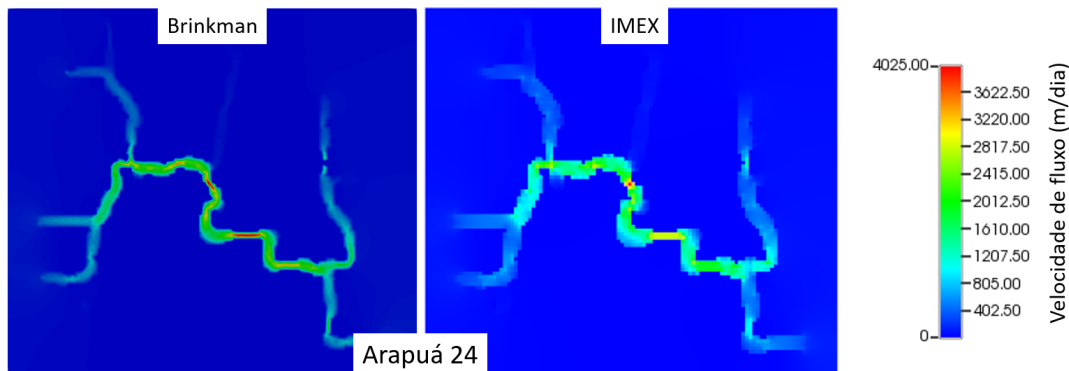


Figura 5.3: Comparação entre velocidades de fluxo no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapua 24 no modelo de Brinkman (à esquerda) e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente.

As seguintes figuras 5.4, 5.5 e 5.6 mostram campos de magnitude de velocidade de fluxo nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa (1, 10, 100 e 1000 mD) para cada camada selecionada do modelo de Brinkman.

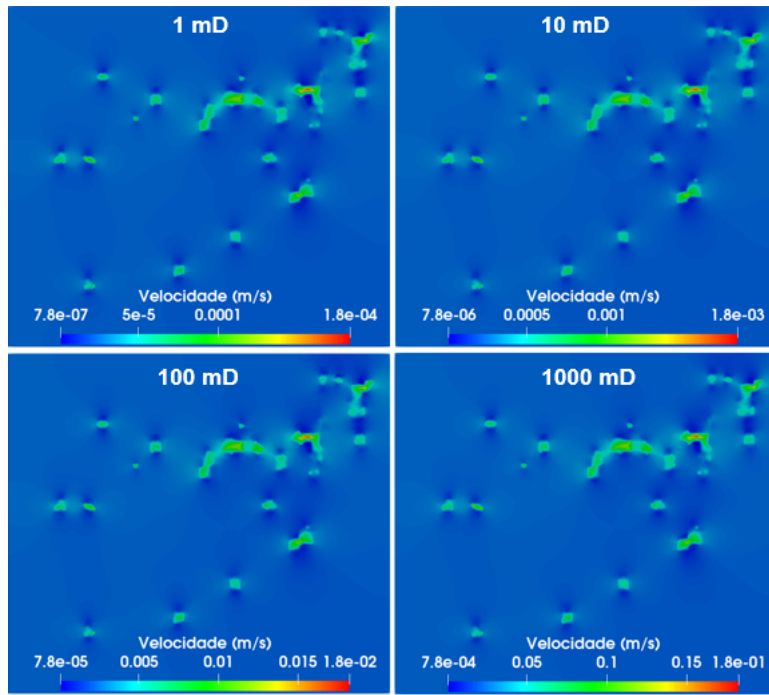


Figura 5.4: Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapua 10 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman. Cada mapa está em escala linear própria.

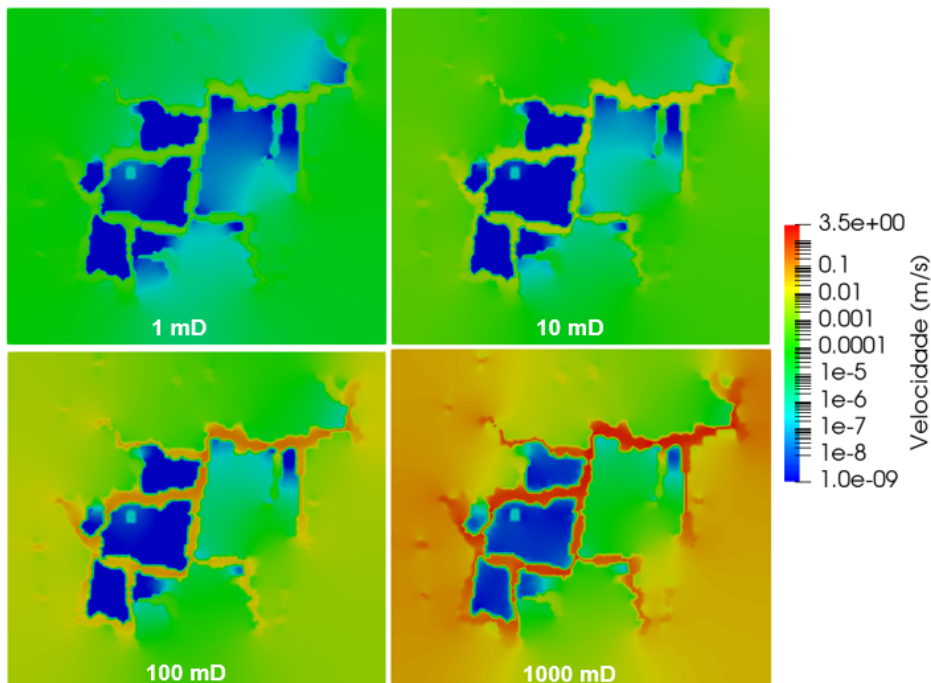


Figura 5.5: Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapua 17 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman. Os quatro mapas estão na mesma escala logarítmica.

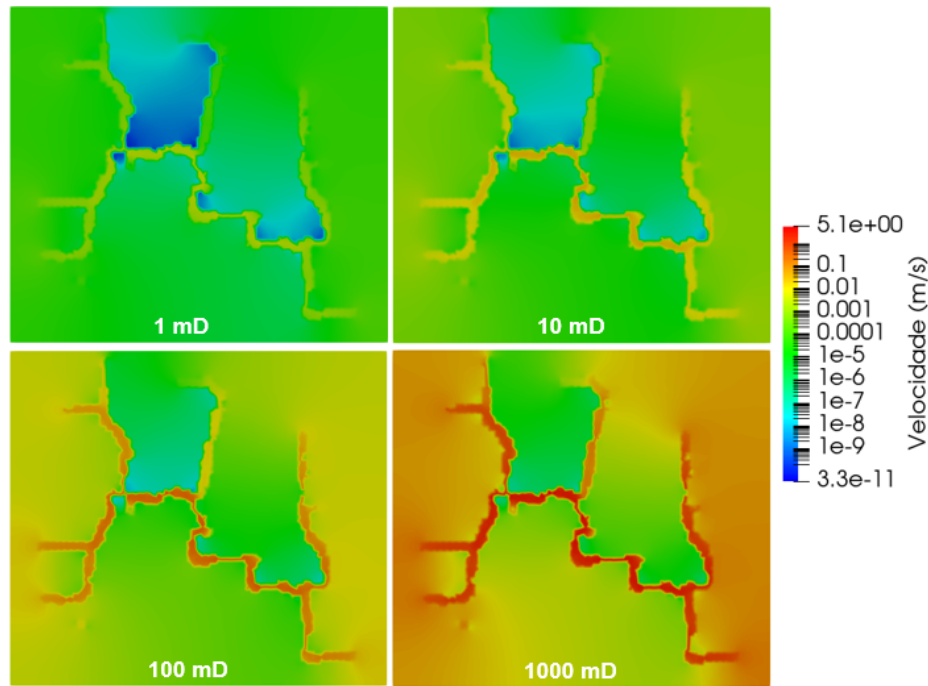


Figura 5.6: Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapua 24 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman. Os quatro mapas estão na mesma escala logarítmica.

Nota-se que no caso de Arapua 10, onde os *vugs* são mais espaçados e pouco conectados, os mesmos exercem menos influência na magnitude da velocidade do escoamento em comparação com as outras duas camadas. Em Arapua 10, nota-se uma evolução da velocidade proporcional ao valor da permeabilidade da matriz porosa, ou seja, de uma ordem de grandeza a cada cenário. Em Arapua 17 e 24 enxerga-se altas velocidades dentro do sistema cárstico e, fora dele, velocidades mais altas próximas à entrada e à saída da malha e mais baixas em regiões cercadas por carstes. Magnitudes de velocidades mais altas são atingidas em Arapua 24, seguida por Arapua 17 e 10.

Nas figuras 5.7, 5.8 e 5.9 são apresentadas as direções dos vetores velocidade em cada nó da malha de elementos finitos dos três casos, mostrando a atuação dos carstes como caminhos preferenciais ao escoamento.

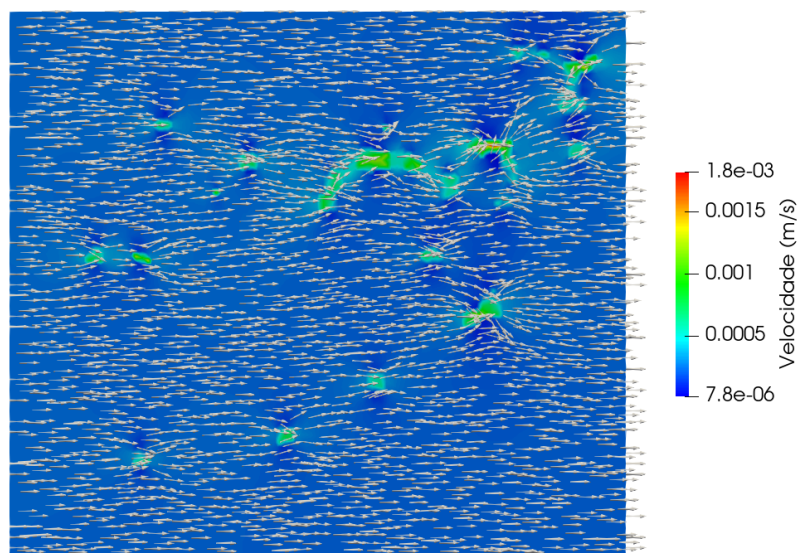


Figura 5.7: Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapué 10, cenário de 10 mD de permeabilidade na matriz porosa, com a direção do vetor velocidade em cada nó da malha.

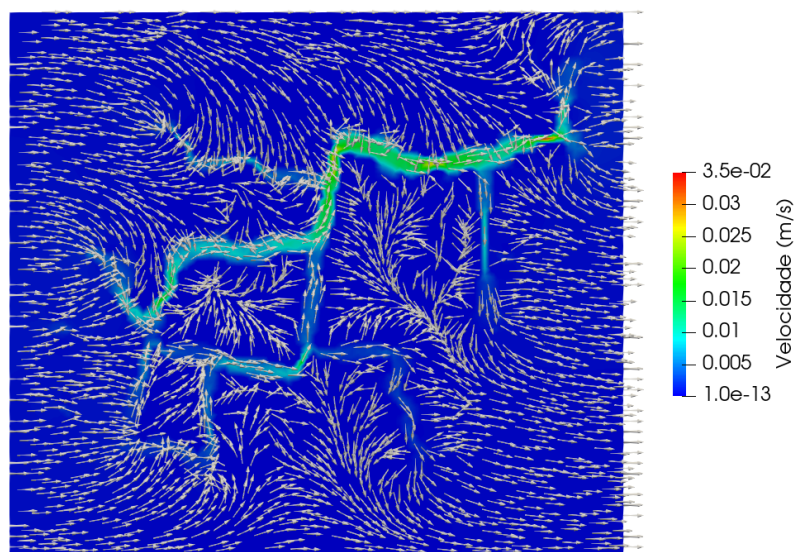


Figura 5.8: Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapué 17, cenário de 10 mD de permeabilidade na matriz porosa, com a direção do vetor velocidade em cada nó da malha.

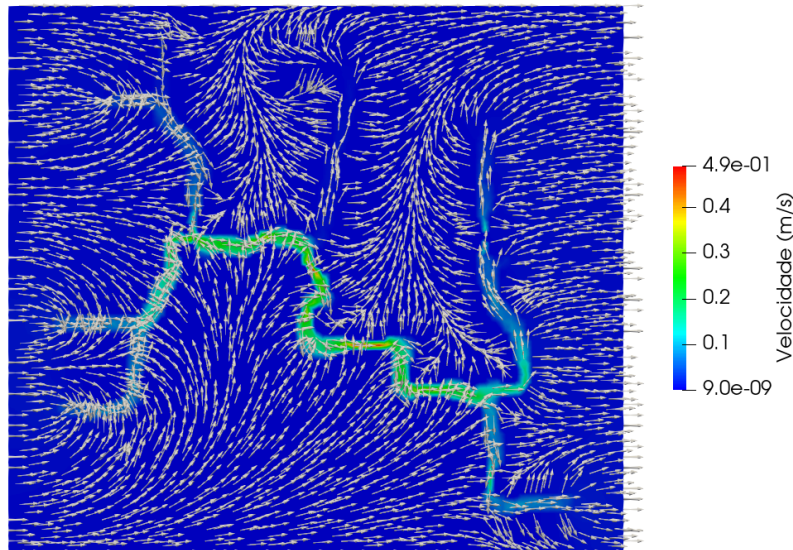


Figura 5.9: Mapa de magnitude de velocidade de fluxo de Arapué 24, cenário de 10 mD de permeabilidade na matriz porosa, com a direção do vetor velocidade em cada nó da malha.

Também foram comparados visualmente os campos de pressão em regime permanente. As figuras 5.10, 5.11 e 5.12 mostram essa comparação para os cenários de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa nas três camadas selecionadas. Pode-se verificar que os resultados de Brinkman e *black oil* são muito próximos.

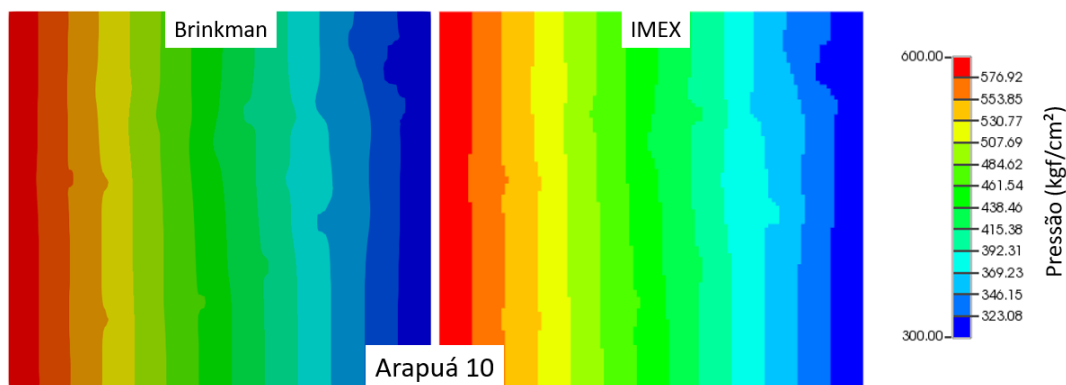


Figura 5.10: Comparação entre mapas de pressão no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapué 10 no modelo de Brinkman (à esquerda e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente.

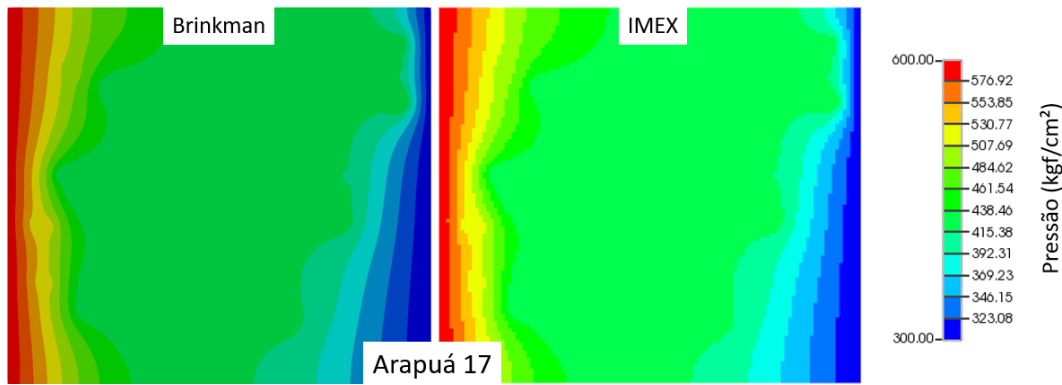


Figura 5.11: Comparação entre mapas de pressão no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapua 17 no modelo de Brinkman (à esquerda e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente.

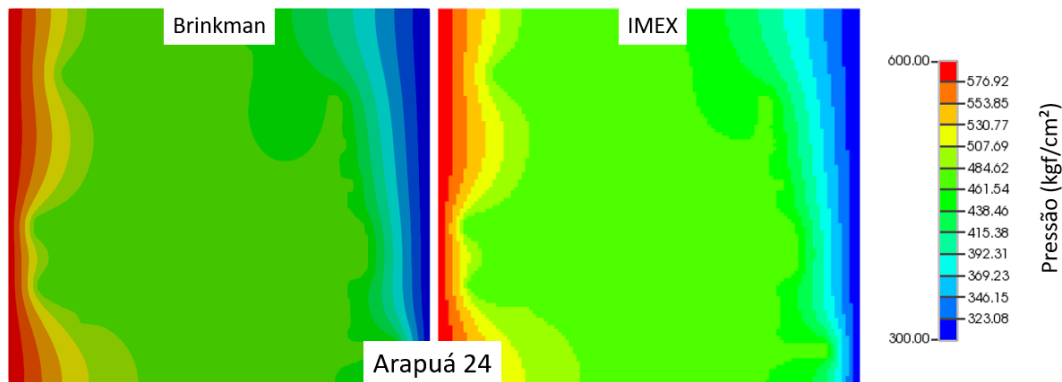


Figura 5.12: Comparação entre mapas de pressão no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa de Arapua 24 no modelo de Brinkman (à esquerda e no modelo *black oil* (à direita) em regime permanente.

Entretanto, verificou-se nas simulações *black oil* que, conforme aumentamos a permeabilidade da matriz porosa, há um tipo de homogeneização das isolinhas de pressão no mapa, conforme se pode observar nas figuras 5.13 e 5.14, das camadas Arapua 17 e 24, respectivamente. Já em Arapua 10, como os *vugs* exercem menor impacto no fluxo, a pressão já se propaga de forma homogênea desde os valores mais baixos de permeabilidade da matriz porosa (figura 5.15). Esse fenômeno não é observado nas simulações de Brinkman, que mantém o mesmo perfis de isolinhas de pressão para todos os valores de permeabilidade da matriz porosa. Isso pode ser explicado pelo fato de que a pressão se mantém praticamente constante dentro dos carstes centrais da malha na

simulação do modelo de Brinkman, e na simulação *black oil* há uma perda de carga dentro dos mesmos, mesmo com permeabilidades altas. Conforme vamos diminuindo o contraste de permeabilidades entre a matriz porosa e o carste, a pressão se propaga mais uniformemente.

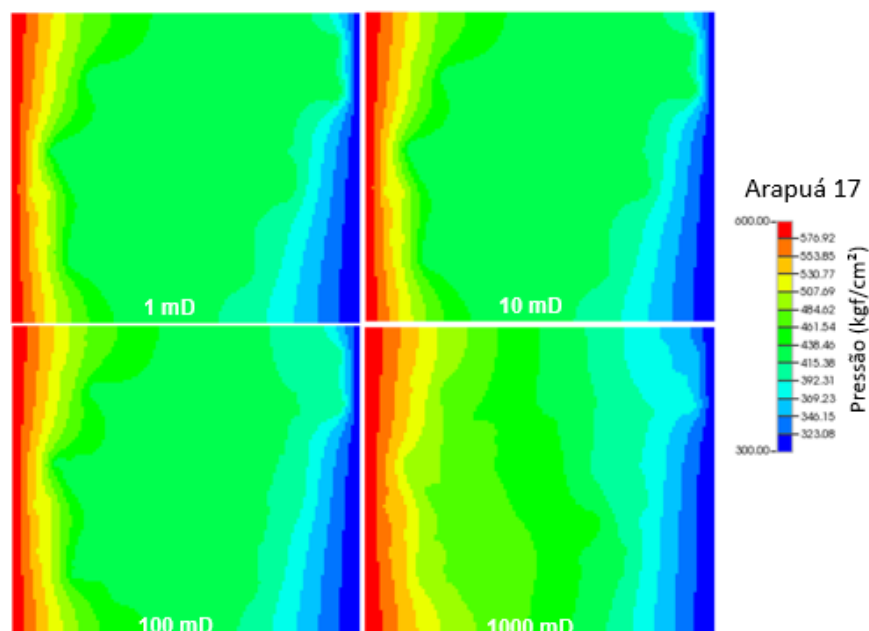


Figura 5.13: Mapa de pressão de Arapua 17 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman.

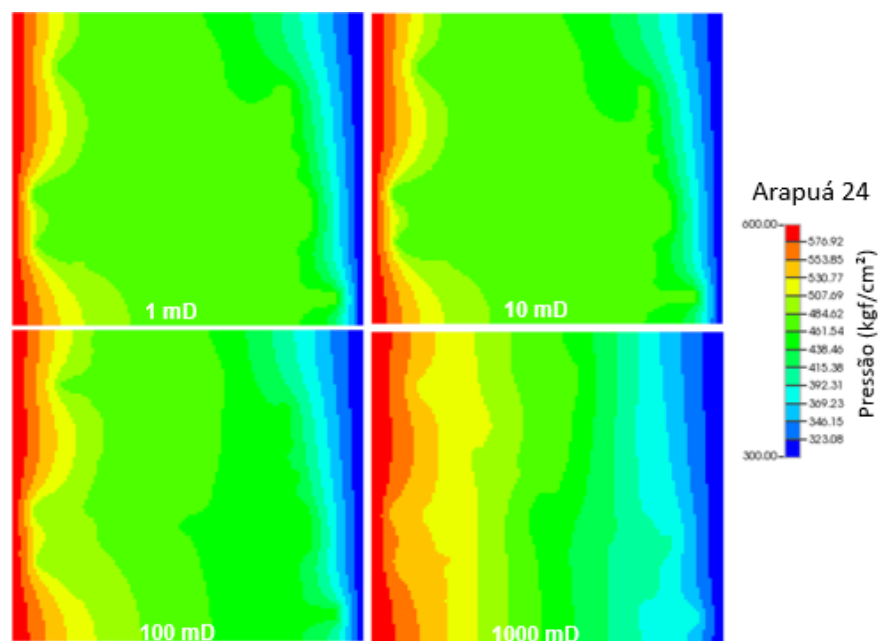


Figura 5.14: Mapa de pressão de Arapua 24 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman.

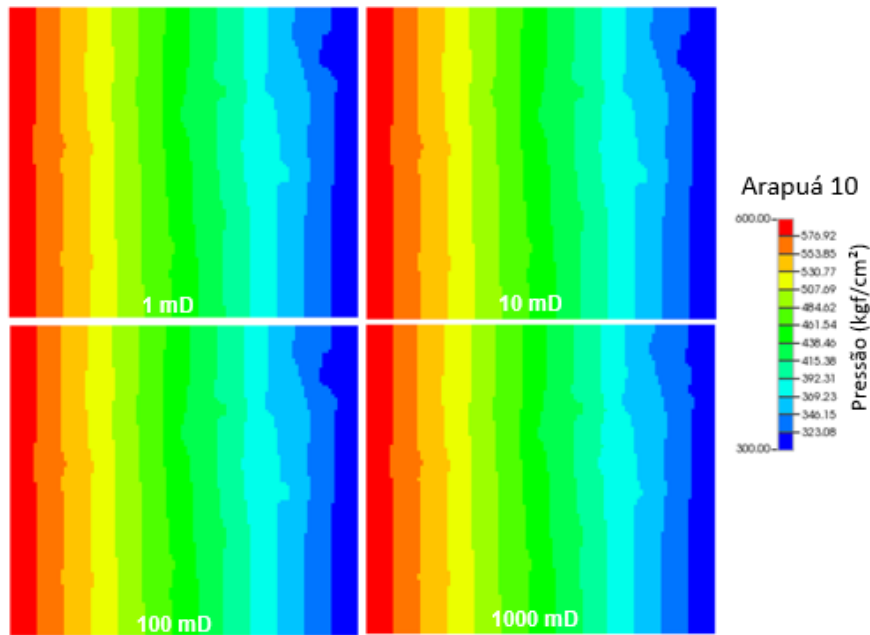


Figura 5.15: Mapa de pressão de Arapua 10 nos quatro cenários de permeabilidade de matriz porosa no modelo de Brinkman.

5.2

Perfis de velocidade em regime permanente

A primeira verificação quantitativa foi a comparação entre os perfis de velocidade de fluxo em regime permanente na saída da malha: fronteira leste no modelo de Brinkman e linha produtora na simulação *black oil*. As figuras 5.16, 5.17 e 5.18 mostram os resultados de Arapua 10, 17 e 24, respectivamente.

Quando o contraste de permeabilidade é alto (baixa permeabilidade da matriz porosa em relação à permeabilidade adotada para o carste), os resultados de Brinkman e da simulação *black oil* foram semelhantes para as três camadas. Arapua 10, por ter o escoamento dominado pela matriz porosa, também mostra resultados semelhantes no cenário de menor contraste de permeabilidades. Entretanto, nestes cenários em Arapua 17 e 24, a velocidade na fronteira de saída no modelo de Brinkman supera com grande variação a velocidade no modelo *black oil*.

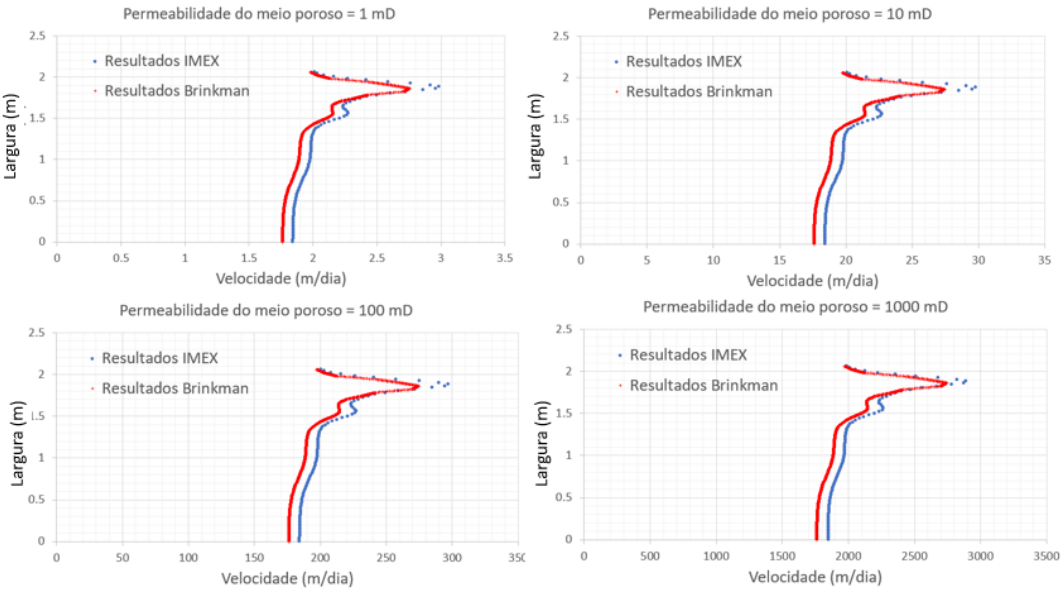


Figura 5.16: Perfis de velocidade de fluxo em regime permanente na saída dos modelos de Brinkman e *black oil* de Arapué 10.

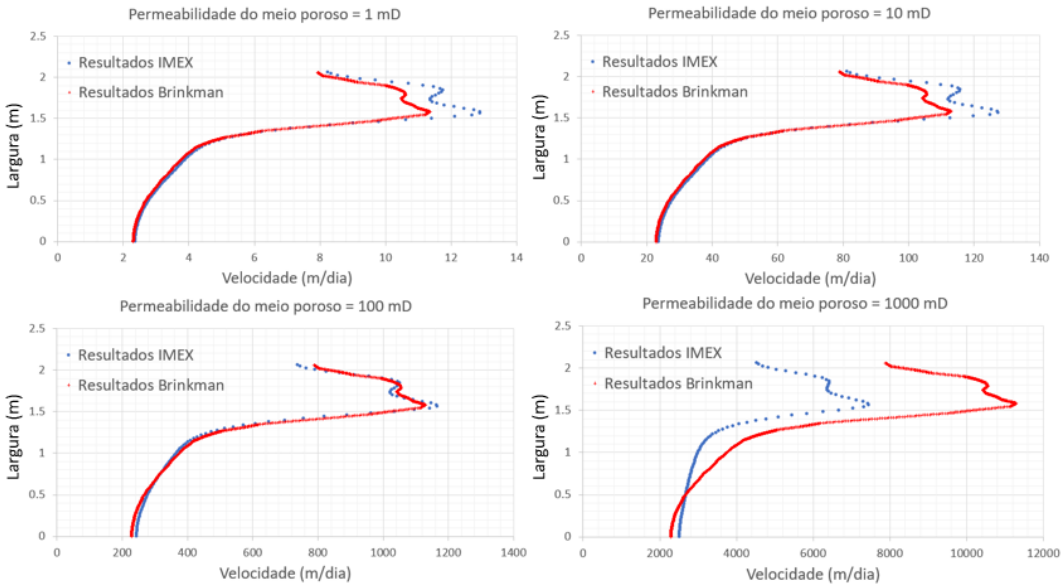


Figura 5.17: Perfis de velocidade de fluxo em regime permanente na saída dos modelos de Brinkman e *black oil* de Arapué 17.

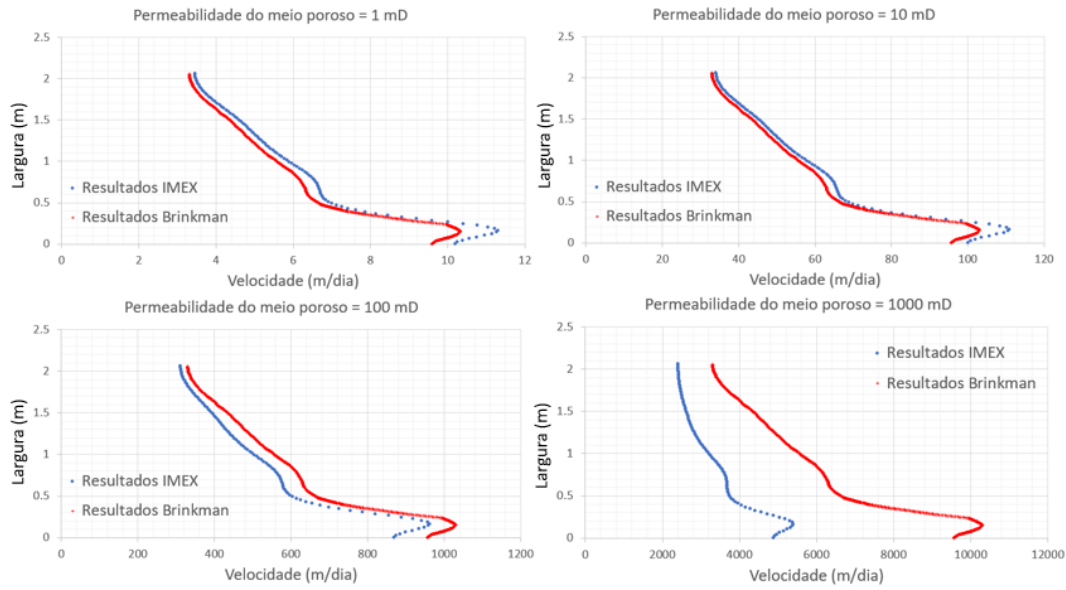


Figura 5.18: Perfis de velocidade de fluxo em regime permanente na saída dos modelos de Brinkman e *black oil* de Arapué 24.

Para mensurar a variação entres as respostas, utilizou-se o desvio RMSD (do inglês *root mean squared deviation*) e, para relacionar o RMSD com os resultados e analisar se este desvio foi pequeno ou não, o índice SI (do inglês *scatter index*). As fórmulas para calcular esses dois parâmetros são:

$$RMSD = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (|\mathbf{u}|_{IMEX} - |\mathbf{u}|_{Brinkman})^2} \quad (5-1)$$

$$SI = \left(\frac{RMSD}{\bar{\mathbf{u}}_{Brinkman}} \right) \times 100\% \quad (5-2)$$

A tabela 5.1 mostra os valores de RMSD e SI para cada cenário. Os altos valores de SI dos cenários de Arapué 17 e 24 com 1000 mD corroboram a observação dos gráficos de grande distanciamento dos modelos nesses cenários.

Tabela 5.1: Valores de RMSD e SI das comparações entre perfis de velocidade de fluxo em regime permanente na saída da malha para cada cenário dos modelos de Brinkman e *black oil*.

Camada	Permeabilidade do meio poroso (mD)	RMSD	SI
Arapuá 10	1	0.10	5.16 %
	10	1.05	5.36 %
	100	10.38	5.29 %
	1000	92.32	4.70 %
Arapuá 17	1	0.61	11.06 %
	10	5.57	10.20 %
	100	20.30	3.72 %
	1000	2210.68	40.51 %
Arapuá 24	1	0.39	6.68 %
	10	2.96	5.03 %
	100	54.78	9.32 %
	1000	2753.28	46.85 %

5.3

Perfis de velocidade em regime não permanente

Tendo analisado os resultados em regime permanente, o próximo passo foi estudar a variação entre as respostas em regime não permanente (*unsteady* em inglês). Para isso, foram selecionados sete passos de tempo nos primeiros cinco minutos de ambas as simulações, tempo suficiente para atingir aproximadamente o regime permanente no cenário de 10 mD de permeabilidade de matriz porosa.

As figuras 5.19, 5.20 e 5.21 mostram os perfis de velocidade de fluxo na saída da malha nesses sete passos de tempo selecionados nas três camadas.

Destes gráficos podemos concluir que, apesar de no primeiro passo de tempo as curvas dos dois modelos apresentarem um descolamento significativo, no segundo passo elas já mostram proximidade praticamente nas mesmas medidas que no regime permanente apresentadas na tabela 5.1 para o cenário de permeabilidade de matriz porosa de 10 mD. A figura 5.22 mostra a evolução dos valores do índice SI entre o modelo de Brinkman e o modelo *black oil* em cada camada para este cenário.

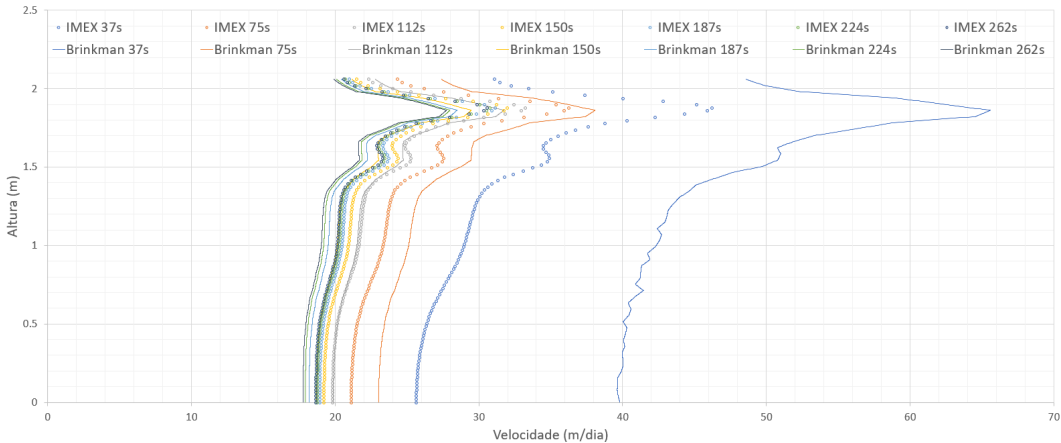


Figura 5.19: Perfis de velocidade de fluxo em regime não permanente na saída dos modelos de Brinkman e *black oil* de Arapuá 10 com permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.

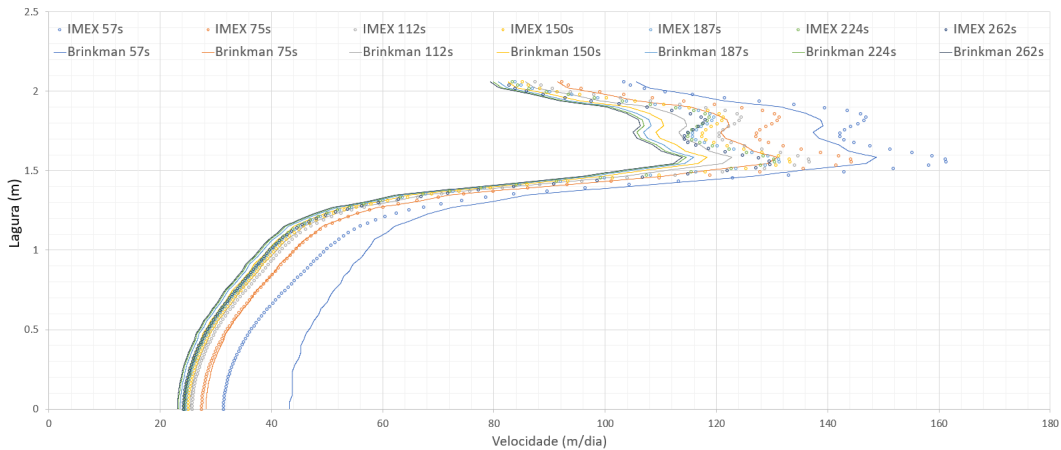


Figura 5.20: Perfis de velocidade de fluxo em regime não permanente na saída dos modelos de Brinkman e *black oil* de Arapuá 17 com permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.

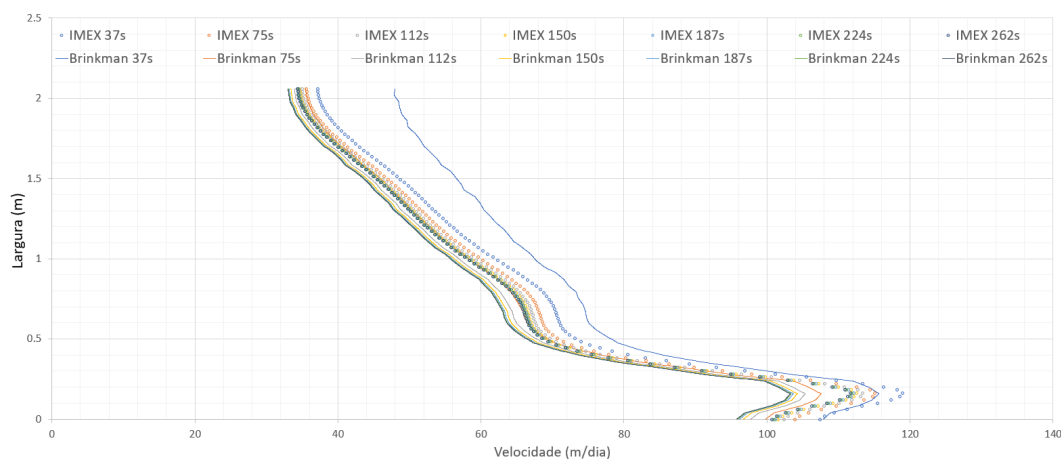


Figura 5.21: Perfis de velocidade de fluxo em regime não permanente na saída dos modelos de Brinkman e *black oil* de Arapuá 24 com permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.

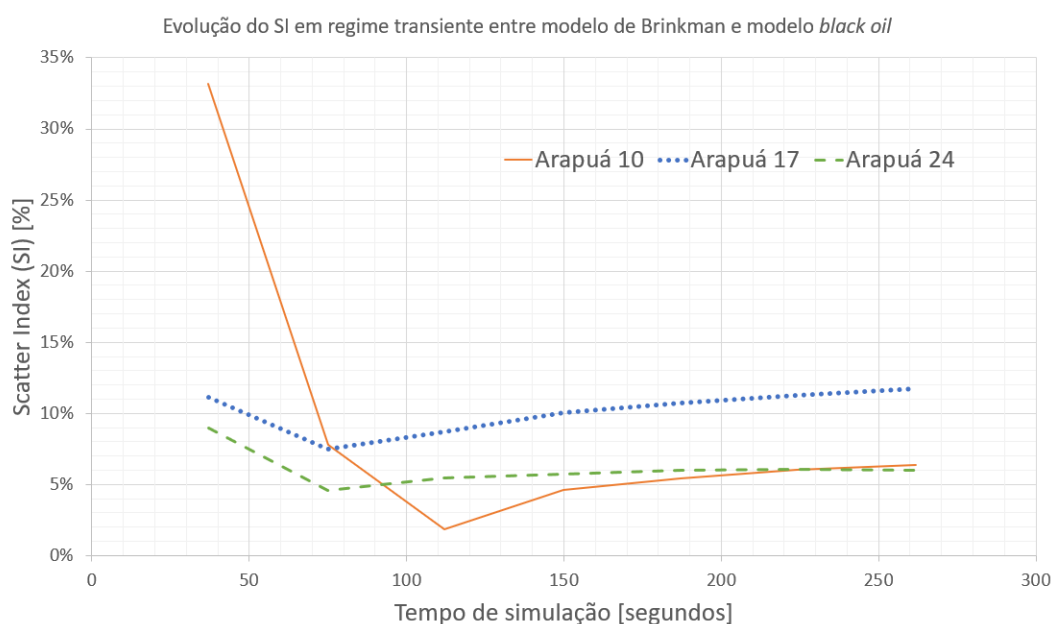


Figura 5.22: Evolução do índice SI em regime não permanente entre os modelos de Brinkman e *black oil* para cada camada no cenário de permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.

A figura 5.23 permite duas análises comparativas: uma entre os modelos de equações e outra entre o comportamento de cada camada. Analisando o desempenho de cada modelo de equações, o modelo de Brinkman começa a

simulação com um perfil de velocidades mais distante do apresentado no último passo de tempo selecionado. Porém, consegue vencer essa diferença, chegando a valores aproximados aos do regime permanente, dentro do mesmo espaço de tempo que o modelo *black oil*. Isso se deve ao fato de existir uma pequena perda de carga no carste do modelo *black oil*, que, mesmo pequena em relação à da matriz porosa, inexistente no modelo de Brinkman e atrasa a propagação da onda de pressão.

Comparando o comportamento de cada camada, pode-se observar que a camada Arapuá 10 apresenta inicialmente a maior distância do perfil de velocidade final em ambos os modelos, seguida da Arapuá 17 e da Arapuá 24. Se observados os mapas de velocidade das figuras 5.4 a 5.6, pode-se relacionar este resultado de Arapuá 10 ao fato de a camada apresentar menores valores de velocidade de fluxo, dado que seu escoamento é maioritariamente dominado pela matriz porosa. Entre as duas outras camadas, que apresentam maiores carstes e maior conexão entre eles, Arapuá 17 apresenta uma maior complexidade na configuração do sistema cárstico, que origina zonas de baixa velocidade, como é observado na figura 5.5. Assim, a pressão se propaga mais rapidamente em Arapuá 24, que combina as maiores velocidades nos carstes com uma distribuição menos complexa do sistema cárstico e, conseqüentemente, do campo de velocidades (vide figura 5.6).

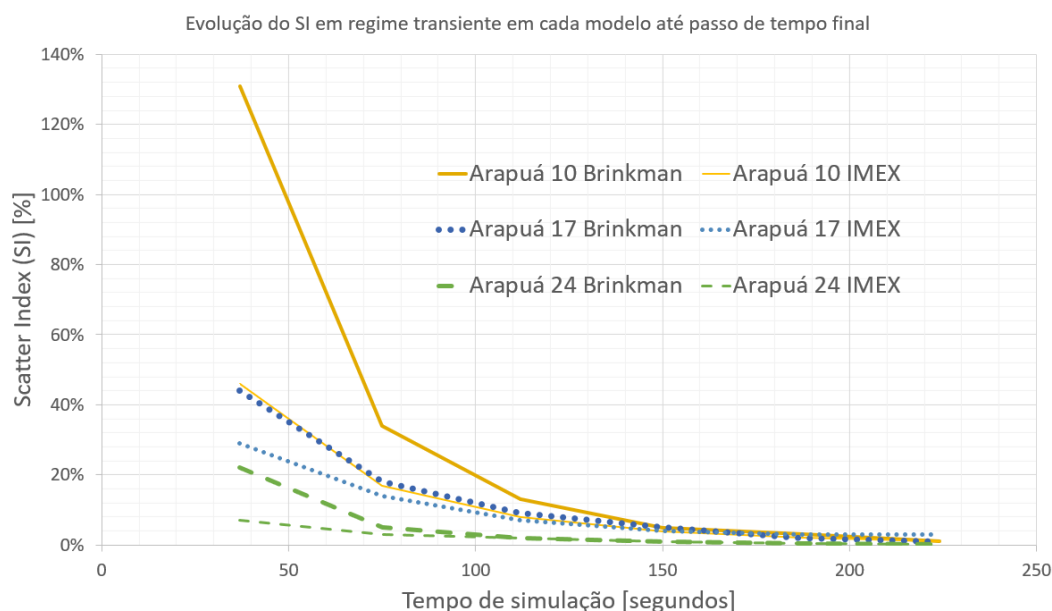


Figura 5.23: Evolução do índice SI entre o valor inicial e final de perfis de velocidade em regime não permanente nos modelos de Brinkman e *black oil* para cada camada no cenário de permeabilidade de matriz porosa de 10 mD.

5.4

Variação da pressão em secção

Seguindo a análise visual dos mapas de pressão em regime permanente da seção 5.1, foram tomadas secções ligando a fronteira de entrada e a de saída das malhas para investigar a propagação da pressão nessa direção. Foram escolhidas secções lineares que interceptassem regiões cársticas importantes. As figuras 5.24, 5.25 e 5.26 mostram as secções escolhidas para cada camada.

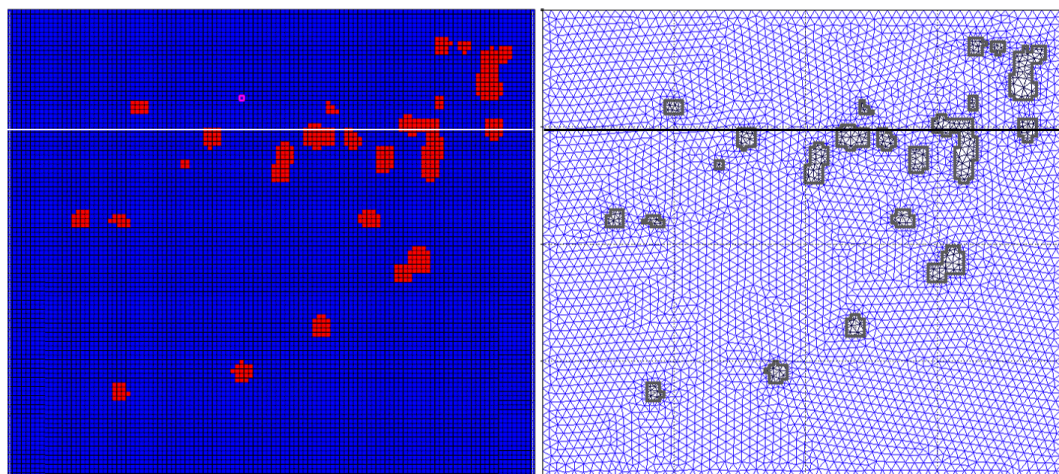


Figura 5.24: Secção escolhida para análise da propagação da pressão na camada Arapua 10.

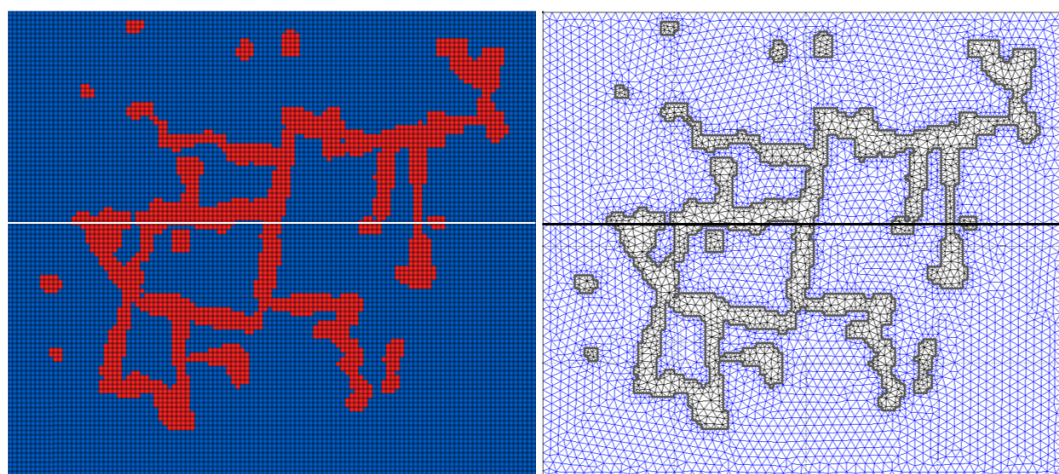


Figura 5.25: Secção escolhida para análise da propagação da pressão na camada Arapua 17.

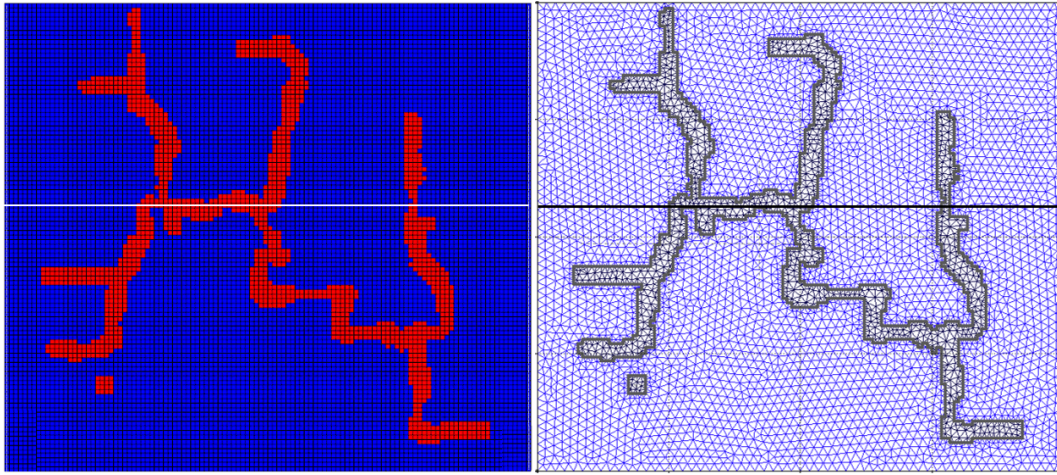


Figura 5.26: Secção escolhida para análise da propagação da pressão na camada Arapuá 24.

As figuras 5.27, 5.28 e 5.29 mostram os resultados da variação de pressão nessas secções em regime permanente nos modelos de Brinkman e *black oil* para as três camadas e em todos os cenários de permeabilidade de matriz porosa. Observa-se que, conforme aproximamos a permeabilidade da matriz porosa da permeabilidade dos carstes, o modelo *black oil* apresenta uma variação de pressão mais notável no centro da malha, onde estão concentrados os carstes. Isso não ocorre no modelo de Brinkman, onde a pressão se mantém constante na região central e há uma variação mais abrupta próximo às fronteiras para possibilitar o atingimento das condições de contorno de pressão. Isso foi observado na seção 5.1, onde vimos a gradual homogeneização das isolinhas de pressão do mapa no modelo *black oil* conforme aumentávamos a permeabilidade de matriz porosa. A queda mais acentuada de pressão no modelo de Brinkman com relação ao *black oil* com altas permeabilidades de matriz porosa explicam a diferença observada na seção 5.2 na velocidade de fluxo na saída de Arapuá 17 e Arapuá 24 nos cenários de 100 e, principalmente, 1000 mD de permeabilidade da matriz porosa (figuras 5.17 e 5.18). A camada Arapuá 10 é exceção para estas observações, dada a pouca influência dos *vugs* no escoamento.

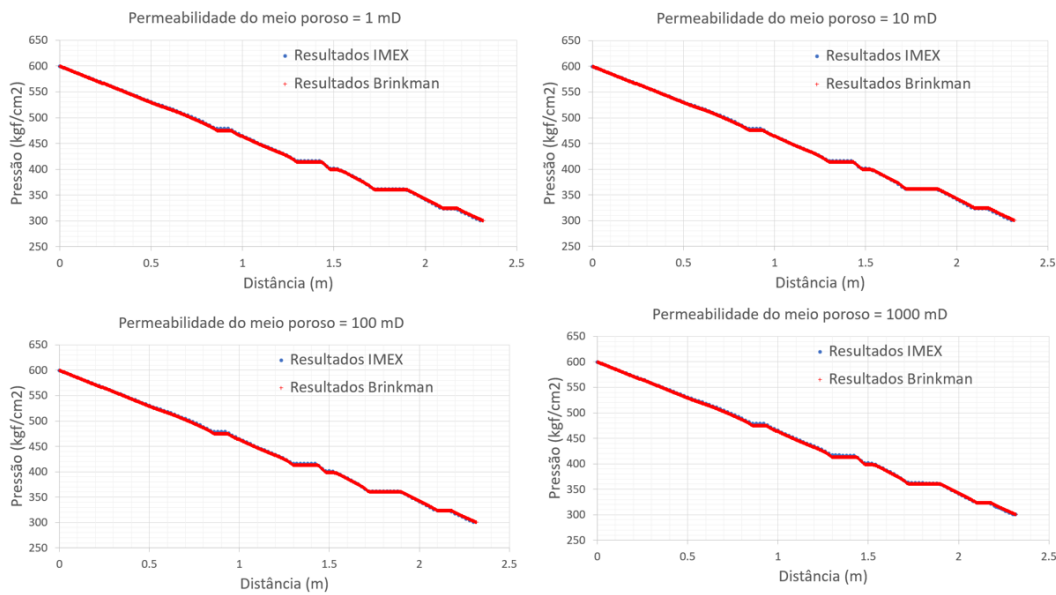


Figura 5.27: Variação de pressão em secção linear ligando entrada e saída da malha de Arapué 10 nos dois modelos e em todos os cenários de permeabilidade de matriz porosa.

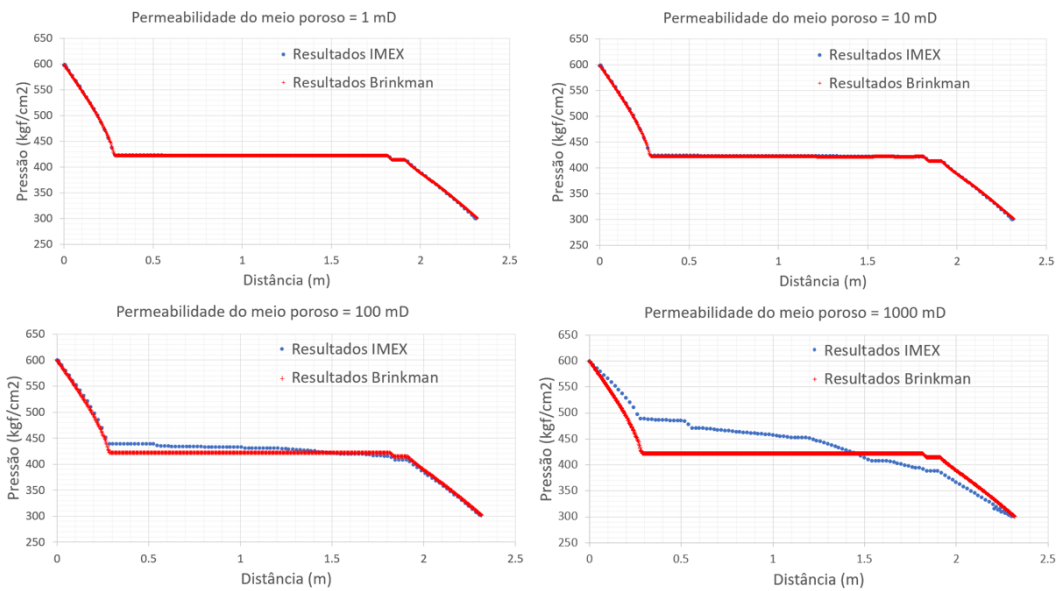


Figura 5.28: Variação de pressão em secção linear ligando entrada e saída da malha de Arapué 17 nos dois modelos e em todos os cenários de permeabilidade de matriz porosa.

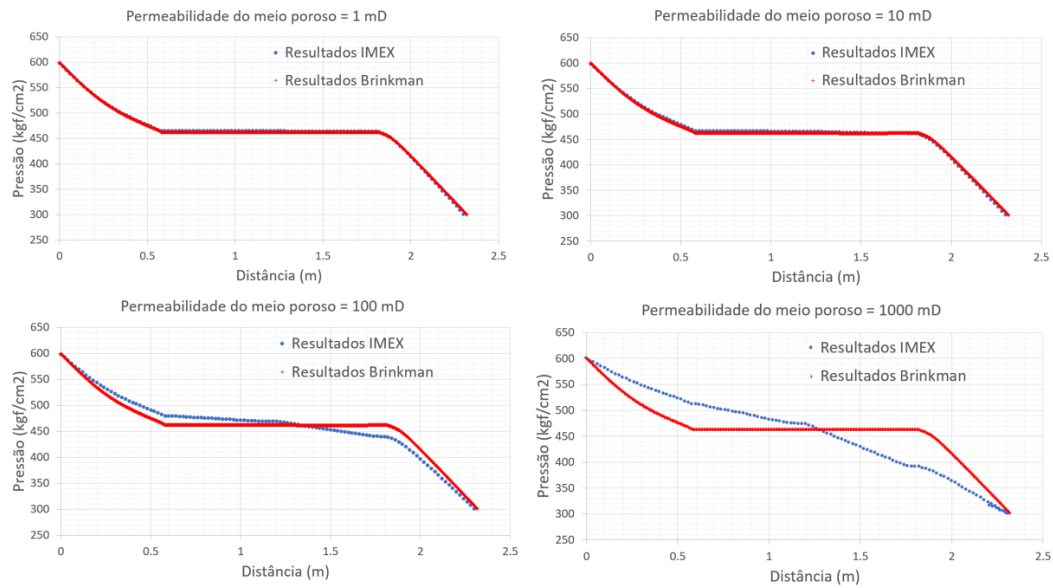


Figura 5.29: Variação de pressão em seção linear ligando entrada e saída da malha de Arapuá 24 nos dois modelos e em todos os cenários de permeabilidade de matriz porosa.

5.5

Simulações *black oil* com permeabilidade equivalente

Com o objetivo de analisar se um modelo *black oil* homogêneo seria capaz de reproduzir o comportamento macro de vazão em regime permanente do modelo de Brinkman criado, foi calculada a permeabilidade equivalente de cada cenário através da fórmula do experimento de Darcy:

$$u_x = \frac{Q}{A} = \frac{k_{eq}}{\mu} \frac{P_{entrada} - P_{saída}}{L}, \quad (5-3)$$

onde u_x é a velocidade na direção do escoamento neste estudo, Q é a vazão, A é a área de fluxo que, no caso da simulação de Brinkman, será substituída pela largura da fronteira da saída considerando espessura unitária, por ser um modelo em duas dimensões, e L é o comprimento da malha na direção do escoamento, que neste estudo é constante e igual a 2,32 metros.

A vazão de saída do modelo *black oil* foi calculada através da média aritmética do perfil de velocidade na saída em regime permanente multiplicado pela largura da fronteira de saída, que neste estudo é constante e igual a 2,06 metros, também considerando espessura unitária.

A tabela 5.2 resume as variáveis e os resultados, mostrando uma variação de aproximadamente 5% entre a vazão de saída do modelo de Brinkman e a

calculada no *black oil* com permeabilidade equivalente em todos os cenários.

Tabela 5.2: Variáveis e resultados das simulações *black oil* utilizando a permeabilidade equivalente calculada em cada cenário no modelo de Brinkman.

	Caso	k_{eq}		Vazão Brinkman		u_x IMEX	Vazão IMEX	Variação entre vazões
		mD	m^2	mD	m^3/s	m^3/dia	m/dia	
Arapuá 10	1	1.08E-15	1.09	4.69E-05	4.05	2.07	4.26	4.969%
	10	1.07E-14	10.89	4.68E-04	40.43	20.60	42.44	4.969%
	100	1.07E-13	108.88	4.68E-03	404.22	205.97	424.30	4.969%
	1000	1.07E-12	1088.80	4.68E-02	4042.18	2059.72	4243.02	4.968%
Arapuá 17	1	3.02E-15	3.06	1.31E-04	11.36	5.79	11.92	4.969%
	10	3.00E-14	30.43	1.31E-03	112.97	57.57	118.59	4.968%
	100	3.00E-13	304.17	1.31E-02	1129.22	575.40	1185.32	4.969%
	1000	3.00E-12	3041.58	1.31E-01	11291.89	5753.85	11852.93	4.968%
Arapuá 24	1	3.21E-15	3.25	1.40E-04	12.08	6.16	12.68	4.968%
	10	3.20E-14	32.46	1.39E-03	120.50	61.40	126.49	4.968%
	100	3.20E-13	324.51	1.39E-02	1204.74	613.88	1264.59	4.969%
	1000	3.20E-12	3245.02	1.39E-01	12047.17	6138.71	12645.74	4.969%

Essa variação é fruto da diferença de representação do problema no modelo de Brinkman, onde as condições de contorno de pressão de entrada e de saída são impostas diretamente na malha, e no modelo *black oil*, onde essas condições de contorno são impostas como pressão de fundo dos poços produtor (saída da malha) e injetor (entrada da malha). Devido à redução de escala do problema, a pressão de fundo nos poços é aproximadamente igual à pressão nas células atravessadas por eles. O acoplamento entre essas pressões é realizado por um modelo de acoplamento poço-reservatório como, por exemplo, o modelo de Peaceman (1978), de onde se obtém a vazão do modelo *black oil* e, conseqüentemente, a velocidade, advinda de análise de pós processamento da vazão obtida. Ou seja, há claramente uma diferença na forma como a condição de contorno é tratada em cada uma das modelagens.

O impacto de uma variação de 5% entre os resultados é considerado pequeno para os objetivos do estudo.

5.6
Evolução das vazões de entrada e saída da malha no tempo

Usando o mesmo método de cálculo de vazão utilizado na seção 5.5, comparou-se as vazões de saída de ambos os modelos em todos os cenários. As figuras 5.30, 5.31 e 5.32 mostram as curvas de vazão de ambos os modelos para todos os cenários de Arapuá 10, 17 e 24, respectivamente, e a tabela 5.3 resume os valores das variações entre os valores de vazão em regime permanente de cada cenário.

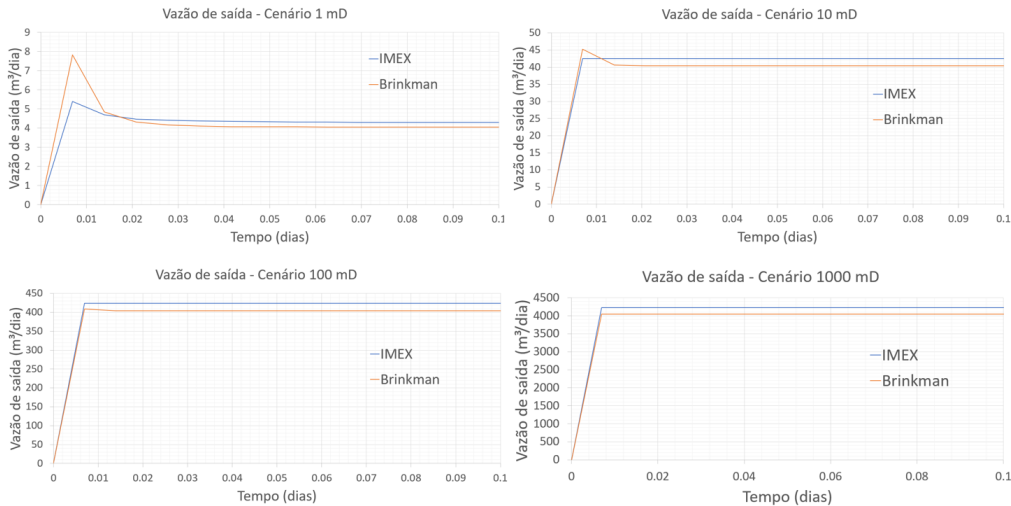


Figura 5.30: Comparação entre as curvas de vazão de saída dos cenários de Arapuá 10.

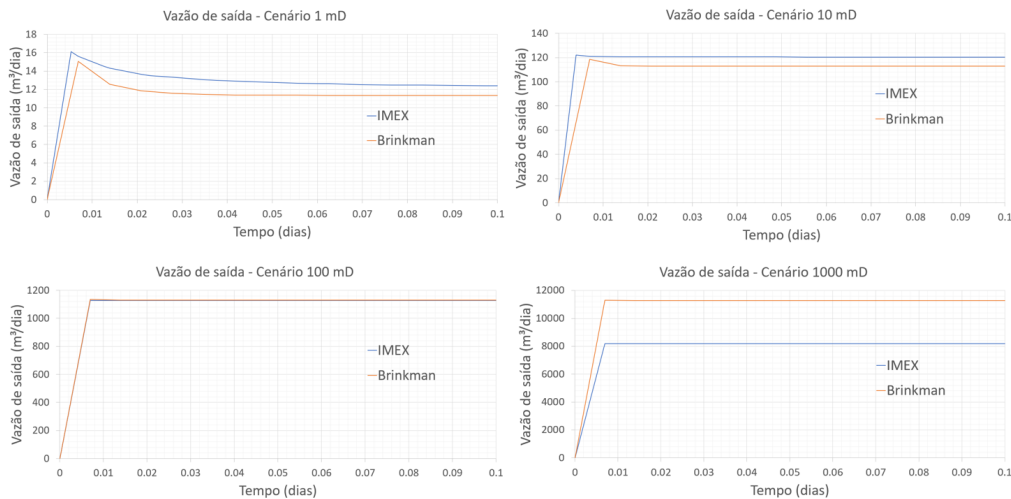


Figura 5.31: Comparação entre as curvas de vazão de saída dos cenários de Arapuá 17.

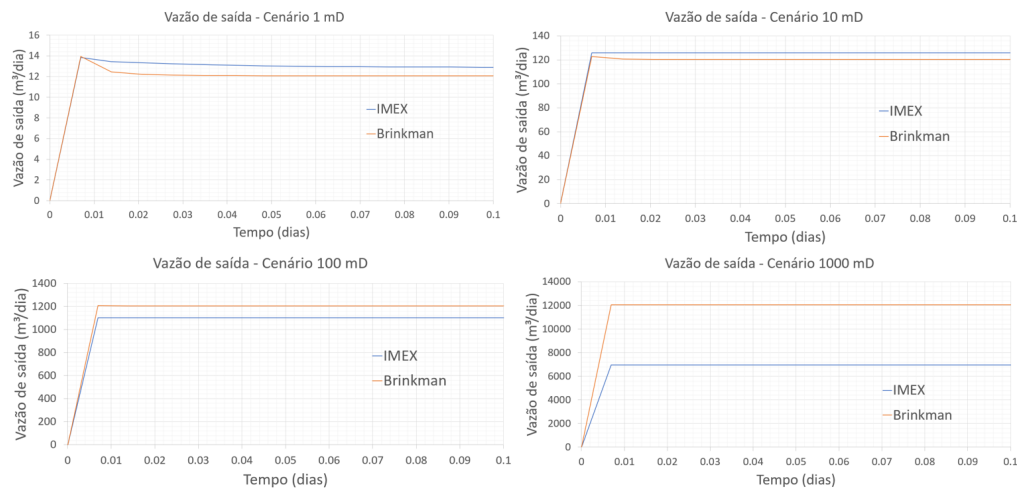


Figura 5.32: Comparação entre as curvas de vazão de saída dos cenários de Arapuá 24.

Tabela 5.3: Valores de vazão de saída em regime permanente de cada cenário simulado e a variação entre eles.

		$Q_{Brinkman}$ (m^3/d)	Q_{IMEX} (m^3/d)	Variação
Arapuá 10	1 mD	4.05	4.25	4.87%
	10 mD	40.43	42.48	5.07%
	100 mD	404.22	424.50	5.02%
	1000 mD	4042.18	4226.53	4.56%
Arapuá 17	1 mD	11.36	12.17	7.14%
	10 mD	112.97	120.42	6.59%
	100 mD	1129.22	1126.47	-0.24%
	1000 mD	11291.89	8203.42	-27.35%
Arapuá 24	1 mD	12.08	12.81	5.98%
	10 mD	120.50	125.82	4.41%
	100 mD	1204.74	1101.17	-8.60%
	1000 mD	12047.17	6958.49	-42.24%

É possível observar o distanciamento entre os resultados dos modelos conforme aumentamos a permeabilidade da matriz porosa e consequentemente diminuimos o contraste entre esta e a permeabilidade do carste, como também foi discutido nas seções anteriores deste capítulo. Outra constatação que se repete, com relação às seções anteriores, é a da proximidade dos resultados dos dois modelos em todos os cenários de Arapuá 10, confirmando a pouca influência dos *vugs* no comportamento macro desta camada.

5.7

Verificação da influência da maior macroporosidade devida ao carste

Em virtude dos resultados destoantes dos cenários de maior permeabilidade da matriz porosa das camadas Arapuá 17 e 24 e da manutenção da faixa de variação em todos os cenários de Arapuá 10, decidiu-se verificar se esta situação antagônica se deve apenas à configuração do sistema cárstico mais conectado em detrimento à *vugs* mais segregados, ou se a maior parcela da macroporosidade do sistema atribuído ao carste também influencia na alta variação dos resultados.

A camada Arapuá 24 foi então selecionada para uma sensibilidade para medir a influência da macroporosidade no resultado. O volume de seu sistema cárstico foi reduzido para o mesmo volume do sistema cárstico de Arapuá 10, de $1,14 \times 10^{-2}$ para $3,68 \times 10^{-3} m^3$, uma redução de 68%, mantendo a característica de conduto de seu carste, como mostra a figura 5.33.

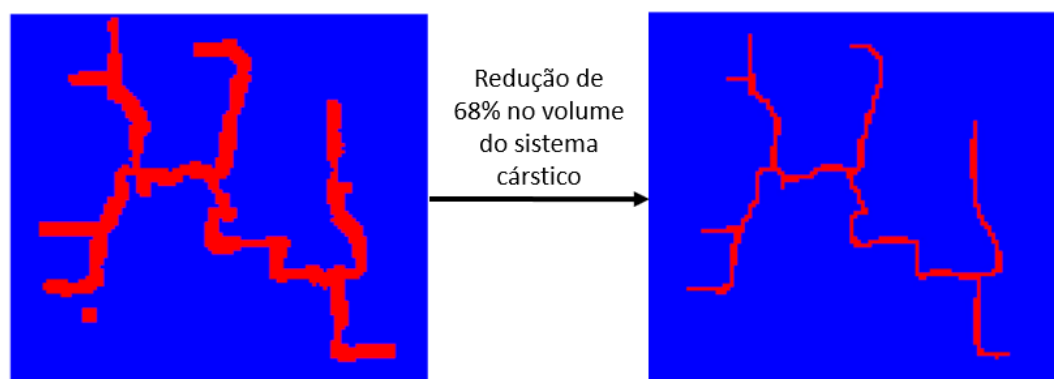


Figura 5.33: Comparação entre a malha original de Arapuá 24 e a malha com redução do sistema cárstico, que é representado pela cor vermelha nas figuras.

A variação entre a vazão de saída em regime permanente no cenário com 1000 mD de permeabilidade da matriz porosa do modelo de Brinkman ($4987,64 m^3/dia$) e a do modelo *black oil* ($9238,98 m^3/dia$) foi de 46,02%, muito próxima à variação do cenário original, de 42,24%. Logo, pode-se concluir que a macroporosidade não foi preponderante no resultado.

5.8

Simulações em duplo contínuo

Nesta seção serão apresentados os resultados do estudo que visa responder se é possível utilizar simulação em duplo contínuo, ou de dupla porosidade e dupla permeabilidade ($2\phi 2k$), com malha homogênea, ou seja, sem a carac-

terização geológica do sistema cárstico e de fraturas, para representar um meio como as três camadas selecionadas do Lajedo Arapuá.

Para a análise, foi utilizada a ferramenta de análises de incertezas CMOST, do pacote da CMG. Nela, foi selecionada a funcionalidade de ajuste de histórico (do inglês *history matching*, HM), na qual os resultados dos cenários de permeabilidade de matriz porosa de 10 mD de cada camada foram utilizados como histórico, ou seja, foram os resultados que os modelos *black oil* gerados pela ferramenta tentaram reproduzir. Esses cenários foram selecionados pois apresentaram, nas análises anteriores, resultados próximos aos do modelo de Brinkman (de forma absoluta, alcançando uma variação máxima de 10% no índice SI da comparação entre perfis de velocidade em regime permanente, e comparativamente com os outros cenários de permeabilidade) e também por apresentar valor de permeabilidade mais próximo da média encontrada de fato no Lajedo.

O ajuste de histórico do CMOST funciona da seguinte forma (figura 5.34). Ao programa são fornecidos a solução de referência e o modelo *black oil* base, no qual são modificadas propriedades parametrizadas pelo usuário através de funções de distribuição de probabilidade após análise da qualidade do ajuste de cada simulação realizada pelo programa IMEX. Um algoritmo de otimização explora o universo paramétrico, buscando minimizar a função objetivo gerada pelas primeiras simulações de *design* experimental, e determina os valores dessas propriedades para as simulações seguintes. Quanto mais simulações são realizadas, mais os resultados convergem para a solução de referência, ou seja, fornecem um ajuste considerado satisfatório.

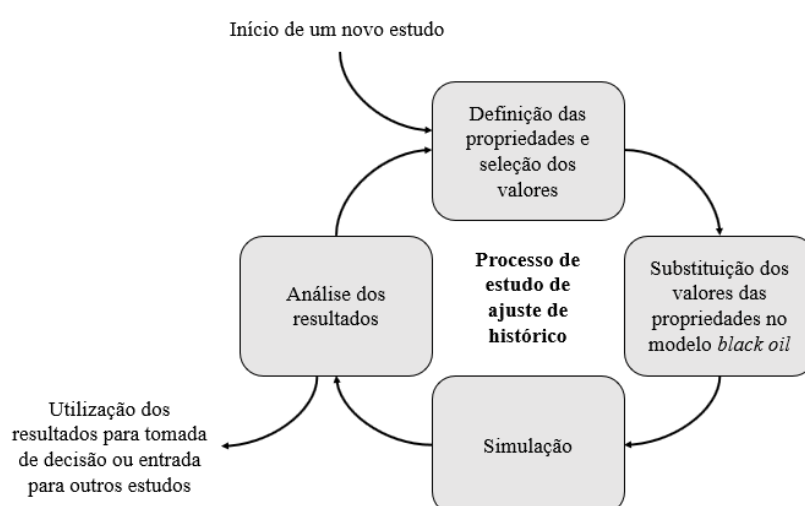


Figura 5.34: Esquema generalizado do processo de estudo do programa CMOST (adaptado de CMG (2020)).

Foram feitos diferentes estudos para aprofundar a análise. As propriedades do modelo de duplo contínuo selecionadas como parâmetros de ajuste foram a permeabilidade efetiva de fratura (k_f do sistema de equações 2-21) e fator de forma (σ da equação 2-22). O modelo de σ escolhido foi o da equação 2-25, introduzido em Kazemi et al. (1976) e utilizado em diversos trabalhos, incluindo Gilman & Kazemi (1983).

Para ambas as variáveis foi selecionada distribuição de probabilidade uniforme para o sorteio dos valores e limites extremos de 1 e 50000 mD para a permeabilidade de fratura (extremo máximo igual ao valor inicialmente utilizado nas simulações nas seções anteriores) e 30000 e 3000000 m^{-2} para o fator de forma. O valor mínimo do fator de forma, calculado pelo modelo da equação 2-25, equivale ao tamanho máximo de abertura de fratura considerado, igual ao comprimento das células da malha. O valor máximo do fator de forma considerou valor dez vezes menor que o comprimento da célula para a abertura das fraturas.

Os dados a serem ajustados são as vazões da linha injetora e da linha produtora do modelo *black oil* original. Para método de cálculo da variação das simulações a estes dados foi escolhida a média ponderada, com peso igual para cada vazão. O algoritmo de otimização selecionado foi o CMOST DECE (do inglês *Designed Exploration and Controlled Evolution*), otimizador nativo do programa. É um algoritmo testado com sucesso em estudos de Engenharia de Reservatórios em campos reais. Ele possui uma etapa inicial de *design* experimental, onde o espaço amostral é explorado de maneira aleatória para obtenção ótima de informações sobre as soluções e criação da função objetivo a ser minimizada, e uma etapa de evolução controlada, onde são realizadas análises probabilísticas em cima do que foi gerado na etapa inicial. Como diferencial, este algoritmo utiliza, na etapa de evolução controlada das simulações, uma espécie de banimento de valores, cuja implementação mostrou capacidade de melhorar a qualidade do resultado. Estes valores são memorizados e não voltam a ser utilizados pelo algoritmo até um tempo determinado em que as decisões de banimento são revistas e atualizadas.

Todos os modelos de duplo contínuo têm as mesmas proporções das malhas geradas para as camadas do Lajedo Arapuá e distribuição homogênea de todas as propriedades. Entretanto, em cada estudo de ajuste de histórico desenvolvido, a permeabilidade de fratura e o fator de forma foram alterados de diferentes formas. Os estudos realizados foram os seguintes:

1. Estudo homogêneo

A permeabilidade de fratura e o fator de forma são alterados homogene-

amente na malha a cada simulação. O termo homogêneo será usado nos outros estudos com este sentido.

2. Estudo heterogêneo

A permeabilidade de fratura e o fator de forma são alterados de forma independente na matriz porosa e no sistema cárstico mapeado previamente para a camada em questão. Ou seja, existe um k_f e um σ para cada meio. É um estudo para sensibilidade em relação ao homogêneo, pois na prática, se há um mapeamento do sistema cárstico, ele pode ser implementado no modelo de simulação sem a necessidade de uma modelagem 2 ϕ 2k (caso não haja fraturas). O termo heterogêneo será usado nos outros estudos com este sentido.

3. Estudo homogêneo em escala 5 vezes maior

Estudo com o objetivo de testar o ajuste de malha de duplo contínuo com menor definição, com escala 5 vezes maior. A parte central da figura 5.35 mostra as características da malha gerada para o estudo.

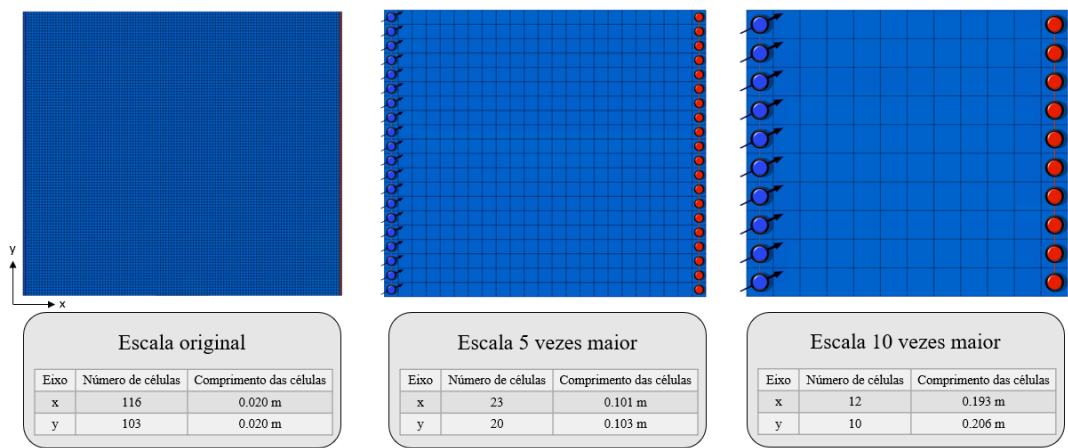


Figura 5.35: Características das malhas geradas para estudos de modelos de duplo contínuo com menor discretização.

4. Estudo homogêneo em escala 10 vezes maior

Estudo com o objetivo de testar o ajuste de malha de duplo contínuo com escala 10 vezes maior. A parte à direita na figura 5.35 mostra as características da malha gerada para o estudo.

5. Estudo heterogêneo com fraturas apenas no sistema cárstico

O modelo de duplo contínuo (e com isso as variações de k_f e σ) fica restrito apenas ao sistema cárstico previamente mapeado.

6. Estudo homogêneo com alteração apenas da k_f

Tentativa de isolar a influência de cada variável no ajuste do Estudo 1. O valor de σ , quando não é variável selecionada para o ajuste, é o valor médio entre o mínimo e o máximo estipulados.

7. Estudo heterogêneo com alteração apenas da k_f

Tentativa de isolar a influência de cada variável no ajuste do Estudo 2.

8. Estudo homogêneo em escala 5 vezes maior com alteração apenas da k_f

Tentativa de isolar a influência de cada variável no ajuste do Estudo 3.

9. Estudo homogêneo em escala 10 vezes maior com alteração apenas da k_f

Tentativa de isolar a influência de cada variável no ajuste do Estudo 4.

10. Estudo homogêneo com alteração apenas da k_f , com σ fixo no valor do melhor ajuste do Estudo 1

Objetivo de avaliar alterações no valor de k_f de ajuste do Estudo 1 forçando inicialmente σ para o valor indicado por este estudo. Isso daria noção da influência de σ neste ajuste. Esse racional é o mesmo para os últimos três cenários.

11. Estudo heterogêneo com alteração apenas da k_f , com σ fixo no valor do melhor ajuste do Estudo 2**12. Estudo homogêneo em escala 5 vezes maior com alteração apenas da k_f , com σ fixo no valor do melhor ajuste do Estudo 3****13. Estudo homogêneo em escala 10 vezes maior com alteração apenas da k_f , com σ fixo no valor do melhor ajuste do Estudo 4**

As figuras 5.36 e 5.37 mostram graficamente o ajuste dos estudos em Arapuá 10 para as linhas produtora e injetora do modelo (vazão de saída e de entrada da malha, respectivamente). Os mesmos gráficos para Arapuá 17 e 24 estão no apêndice A nas figuras A.1 a A.4.

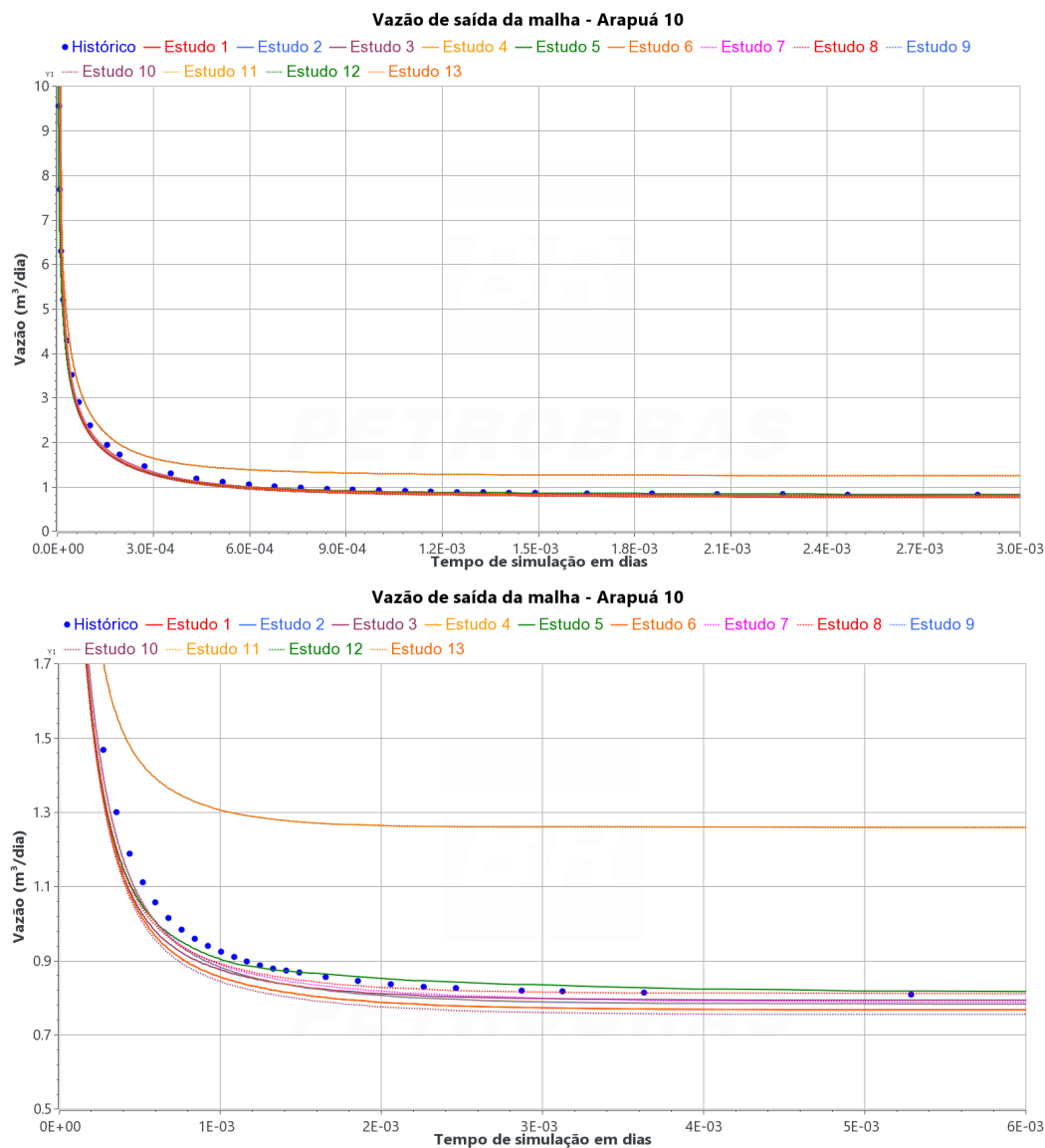


Figura 5.36: Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha produtora de Arapua 10 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).

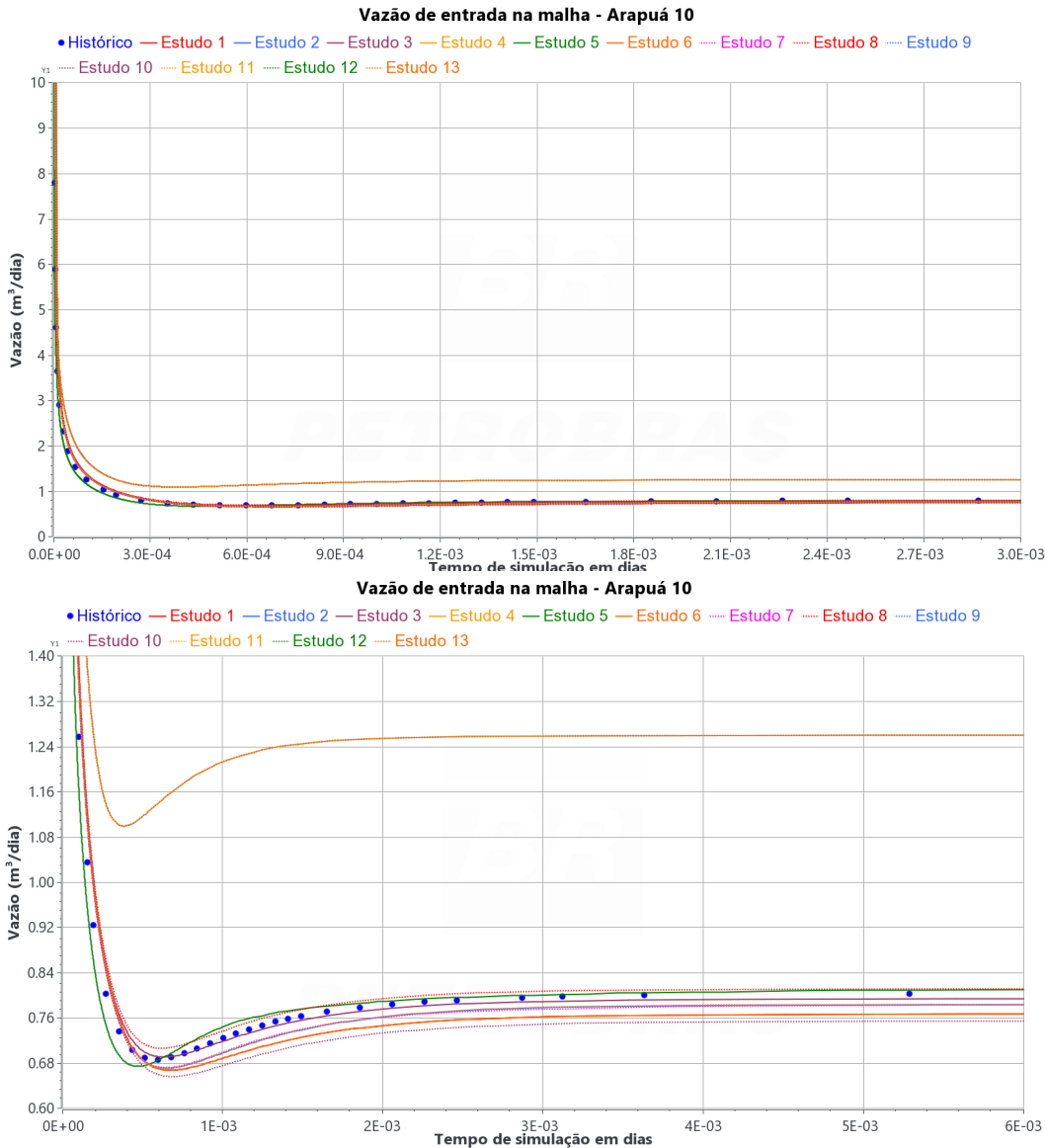


Figura 5.37: Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha injetora de Arapuá 10 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).

As tabelas 5.4, 5.5 e 5.6 mostram o resumo dos resultados dos melhores ajustes de todos os estudos para as três camadas. A tabela 5.7 mostra um comparativo das variações globais calculadas em cada estudo.

Tabela 5.4: Tabela resumo dos melhores resultados de cada estudo de ajuste de histórico em Arapuá 10.

Estudo	Descrição	Variação global	k_f (mD)	k_f no carste (mD)	σ (m ⁻²)	σ no carste (m ⁻²)	L_f^* (m)	L_f^* no carste (m)
1	Homogêneo	4.00	3.29	-	202824	-	0.0077	-
2	Heterogêneo	3.59	2.80	1333	1611091	108923	0.0027	0.0105
3	Homogêneo escala 5×	4.22	3.29	-	2495284	-	0.0022	-
4	Homogêneo escala 10×	12.85	8.71	-	1140565	-	0.0032	-
5	Heterogêneo com fraturas apenas no carste	2.02	-	50000	-	1914785	-	0.0025
6	Homogêneo com alteração apenas da k_f	4.00	3.29	-	1515000 [◇]	-	0.0028 [◇]	-
7	Heterogêneo com alteração apenas da k_f	3.58	2.80	13649	1515000 [◇]	0.0028 [◇]	0.0028 [◇]	0.0028 [◇]
8	Homogêneo escala 5× com alteração apenas da k_f	4.21	3.52	-	1515000 [◇]	-	0.0028 [◇]	-
9	Homogêneo escala 10× com alteração apenas da k_f	12.85	8.71	-	1515000 [◇]	-	0.0028 [◇]	-
10	Homogêneo com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 1	4.03	3.11	-	202824 [†]	-	0.0077 [†]	-
11	Heterogêneo com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 2	3.59	2.80	1844	1611091 [†]	108923 [†]	0.0027 [†]	0.0105 [†]
12	Homogêneo escala 5× com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 3	4.22	3.29	-	2495284 [†]	-	0.0022 [†]	-
13	Homogêneo escala 10× com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 4	12.85	8.71	-	1140565 [†]	-	0.0032 [†]	-

* L_f : Abertura de fratura calculada através de σ via equação 2-25, onde $L_x = L_y = L_z$.

◇ Valores iniciais mantidos fixos nas simulações do estudo.

† Valores encontrados nos estudos indicados mantidos fixos nas simulações do estudo.

Tabela 5.5: Tabela resumo dos melhores resultados de cada estudo de ajuste de histórico em Arapuá 17.

Estudo	Descrição	Variação global	k_f (mD)	k_f no carste (mD)	σ (m ⁻²)	σ no carste (m ⁻²)	L_f^* (m)	L_f^* no carste (m)
1	Homogêneo	20.88	21.84	-	30000	-	0.0200	-
2	Heterogêneo	2.37	3.11	50000	21484	993390	0.0236	0.0035
3	Homogêneo escala 5×	17.36	20.69	-	54591	-	0.0148	-
4	Homogêneo escala 10×	17.17	17.59	-	533482	-	0.0047	-
5	Heterogêneo com fraturas apenas no carste	2.14	-	34238	-	780046	-	0.0039
6	Homogêneo com alteração apenas da k_f	20.81	22.56	-	1515000 [◇]	-	0.0028 [◇]	-
7	Heterogêneo com alteração apenas da k_f	3.57	3.11	30727	1515000 [◇]	0.0028 [◇]	0.0028 [◇]	0.0028 [◇]
8	Homogêneo escala 5× com alteração apenas da k_f	17.18	20.62	-	1515000 [◇]	-	0.0028 [◇]	-
9	Homogêneo escala 10× com alteração apenas da k_f	16.42	18.21	-	1515000 [◇]	-	0.0028 [◇]	-
10	Homogêneo com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 1	20.78	21.96	-	30000 [†]	-	0.0200 [†]	-
11	Heterogêneo com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 2	2.37	3.11	40271	21484 [†]	993390 [†]	0.0236 [†]	0.0035 [†]
12	Homogêneo escala 5× com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 3	17.18	20.62	-	54591 [†]	-	0.0148 [†]	-
13	Homogêneo escala 10× com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 4	16.58	18.01	-	533482 [†]	-	0.0047 [†]	-

* L_f : Abertura de fratura calculada através de σ via equação 2-25, onde $L_x = L_y = L_z$.

◇ Valores iniciais mantidos fixos nas simulações do estudo.

† Valores encontrados nos estudos indicados mantidos fixos nas simulações do estudo.

Tabela 5.6: Tabela resumo dos melhores resultados de cada estudo de ajuste de histórico em Arapuá 24.

Estudo	Descrição	Variação global	k_f (mD)	k_f no carste (mD)	σ (m ⁻²)	σ no carste (m ⁻²)	L_f^* (m)	L_f^* no carste (m)
1	Homogêneo	26.76	23.05	-	39548	-	0.0174	-
2	Heterogêneo	9.89	4.08	7131	108923	286497	0.0105	0.0065
3	Homogêneo escala 5×	23.69	20.69	-	36908	-	0.0180	-
4	Homogêneo escala 10×	24.68	15.78	-	189287	-	0.0080	-
5	Heterogêneo com fraturas apenas no carste	6.15	-	9346	-	703267	-	0.0041
6	Homogêneo com alteração apenas da k_f	26.59	22.95	-	1515000 [◇]	-	0.0028 [◇]	-
7	Heterogêneo com alteração apenas da k_f	8.71	3.11	30727	1515000 [◇]	0.0028 [◇]	0.0028 [◇]	0.0028 [◇]
8	Homogêneo escala 5× com alteração apenas da k_f	23.37	19.91	-	1515000 [◇]	-	0.0028 [◇]	-
9	Homogêneo escala 10× com alteração apenas da k_f	23.37	16.54	-	1515000 [◇]	-	0.0028 [◇]	-
10	Homogêneo com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 1	26.59	21.88	-	29548 [†]	-	0.0174 [†]	-
11	Heterogêneo com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 2	8.67	3.11	47367	108923 [†]	286497 [†]	0.0105 [†]	0.0065 [†]
12	Homogêneo escala 5× com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 3	22.85	20.27	-	36908 [†]	-	0.0180 [†]	-
13	Homogêneo escala 10× com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 4	23.96	16.08	-	189287 [†]	-	0.0080 [†]	-

* L_f : Abertura de fratura calculada através de σ via equação 2-25, onde $L_x = L_y = L_z$.

◇ Valores iniciais mantidos fixos nas simulações do estudo.

† Valores encontrados nos estudos indicados mantidos fixos nas simulações do estudo.

Tabela 5.7: Comparativo das variações globais de cada estudo.

Estudo	Descrição	Variação global		
		Arapuá 10	Arapuá 17	Arapuá 24
1	Homogêneo	4.00	20.88	26.76
2	Heterogêneo	3.59	2.37	9.89
3	Homogêneo escala 5×	4.22	17.36	23.69
4	Homogêneo escala 10×	12.85	17.17	24.68
5	Heterogêneo com fraturas apenas no carste	2.02	2.14	6.15
6	Homogêneo com alteração apenas da k_f	4.00	20.81	26.59
7	Heterogêneo com alteração apenas da k_f	3.58	3.57	8.71
8	Homogêneo escala 5× com alteração apenas da k_f	4.21	17.18	23.37
9	Homogêneo escala 10× com alteração apenas da k_f	12.85	16.42	23.37
10	Homogêneo com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 1	4.03	20.78	26.59
11	Heterogêneo com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 2	3.59	2.37	8.67
12	Homogêneo escala 5× com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 3	4.22	17.18	22.85
13	Homogêneo escala 10× com alteração apenas da k_f e σ do Estudo 4	12.85	16.58	23.96

A primeira observação que pode ser feita analisando a variação global dos primeiros dois estudos é que o resultado melhora consideravelmente se é possível mapear o sistema cárstico e representá-lo no modelo. Isso só não é verdade para casos como o de Arapuá 10 que, como vimos, tem menor influência dos *vugs* no resultado global. Neste caso, um modelo de duplo contínuo é capaz de ajustar bem a resposta de vazão.

Com relação aos resultados em malhas homogêneas com escalas mais grosseiras, vê-se que a variação global do melhor ajuste manteve-se na mesma

ordem de grandeza do cenário análogo de escala mais fina. Ou seja, para a representação escolhida das camadas do Lajedo Arapuá, pode-se trabalhar com proporções de malha que permitem uma simulação mais rápida sem prejuízo ao resultado. Mais uma vez, isso só não ocorre no caso de Arapuá 10, onde vemos um salto na variação global da escala cinco vezes maior para a dez vezes maior.

No Estudo 5, modelo heterogêneo com fraturas apenas nos carstes, foram obtidos ajustes com a mesma qualidade que no Estudo 2, onde existem fraturas em todo o modelo. Comparando o Estudo 5 com o 2, a variação global foi mantida no mesmo patamar com variações em sentidos contrários da permeabilidade e da abertura de fratura, ou seja, mesmo sentido considerando permeabilidade de fratura e fator de forma. Nos casos de Arapuá 10 e 24, a k_f e σ aumentaram e no caso de Arapuá 17 diminuíram.

Nos estudos com alteração apenas da permeabilidade de fratura, as variações globais se mantiveram no mesmo patamar de seus cenários análogos onde se variou tanto a permeabilidade de fratura quanto o fator de forma. Tanto nos casos em que o fator de forma foi mantido em seu valor inicial do modelo referência, quanto nos casos em que ele foi fixado no valor em que se obteve o melhor ajuste anteriormente em cada estudo análogo, os melhores ajustes foram obtidos com valores muito próximos ou até aproximadamente iguais de permeabilidade de fratura. Isso mostrou que o fator de forma não tem grande impacto no ajuste de histórico de vazão com modelos de duplo contínuo em comparação com a permeabilidade de fratura.

5.8.1

Principais contribuições do estudo em duplo contínuo

- Possibilidade de boa representação em modelos 2 ϕ 2k de reservatórios com porosidade vugular dispersa e *vugs* desconectados. Nestes casos pode-se economizar tempo de estudo de caracterização do sistema cárstico e realizar o ajuste dos dados de produção adquiridos através de um modelo homogêneo de duplo contínuo.
- Representação de menor acurácia em modelos 2 ϕ 2k de reservatórios com sistema cárstico complexo e que mostram característica de condutos. Existindo dados de campo que confirmem tais características, o ideal é buscar uma modelagem discreta dos carstes e sua representação no modelo de simulação de mono contínuo, caso não haja fraturas, ou duplo contínuo, caso contrário.
- Possibilidade de boa representação em modelos de duplo contínuo com menor fidelidade, ou seja, com tamanho de célula no mínimo cinco vezes

maior, com mesmo nível de acurácia e menores tempos de simulação. Em casos nos quais o modelo de duplo contínuo homogêneo representa uma alternativa satisfatória, pode-se economizar tempo de simulação com a utilização de modelos homogêneos de menor fidelidade.

- Baixa influência do fator de forma nos ajustes, sendo suficiente alteração apenas da permeabilidade efetiva de fratura. Isso possibilita estudos de ajuste de histórico de menor complexidade e menor tempo com a mesma acurácia.

6

Conclusões

No presente trabalho estudou-se o escoamento em meios porosos com presença de heterogeneidades relevantes, comparando o resultado de sua modelagem através da simulação *black oil*, utilizando um *software* comercial, e através da equação de Brinkman não permanente, modelada numericamente através do método de elementos finitos e da biblioteca da plataforma FEniCS para solução das equações diferenciais parciais.

O modelo de elementos finitos de Brinkman passou por validações baseadas em artigos científicos com soluções analíticas para analisar seu comportamento em regime não permanente e permanente. As respostas de pressão em regime não permanente e o perfil de velocidade obtido em regime permanente, com atenção às interfaces com um meio poroso e outro impermeável, foram condizentes com o esperado com base na bibliografia escolhida.

A formação carbonática do Lajedo Arapuá foi escolhida como objeto de estudo pela boa adequação ao interesse exposto nas seções 1.1 e 1.2 em descrever o escoamento reservatórios carbonáticos heterogêneos, que possuem grande relevância na produção de petróleo nacional, e por possuir um modelo *black oil* 3D construído na plataforma de simulação escolhida para a condução deste estudo. Tendo selecionado camadas com diferentes características para representar uma gama de condições de reservatórios com relação aos sistemas cársticos, foram criadas malhas bidimensionais de elementos finitos com escala e elementos adequados às análises comparativas.

Os mapas de magnitude de velocidade de fluxo dos dois métodos foram comparados, apresentando resultados semelhantes. Porém a equivalência entre as duas soluções só foi alcançada em todos os cenários de permeabilidade de matriz porosa no caso de Arapuá 10, que apresenta configuração com *vugs* dispersos. De forma geral, notaram-se velocidades mais altas à medida que a dominância do sistema cárstico crescia em relação à matriz. Entretanto, configurações mais complexas do sistema cárstico, com regiões de matriz porosa totalmente cercadas por carstes conectados, foram capazes de reduzir a magnitude da velocidade justamente nestas regiões, fazendo com que valores mais altos fossem atingidos na malha com sistema cárstico conectado menos complexo, sem regiões de matriz porosa cercadas por carstes.

Os mapas de isolinhas de pressão, os perfis de velocidade na fronteira da malha e a variação de pressão em secções lineares da malha mostraram que existe uma faixa de razões k_f/k_m (relação entre permeabilidade de fratura e permeabilidade de matriz), que varia de 500 até infinito, na qual se pode utilizar a solução de matriz porosa (equação de Darcy) da simulação *black oil* para representar uma matriz porosa combinada a um meio livre, associando altas permeabilidades às feições cársticas. O cálculo de uma permeabilidade equivalente no modelo de Brinkman permite a obtenção de resultados de vazão muito próximos em um modelo *black oil* homogêneo que possui características de meio poroso iguais.

A análise do regime não permanente, através dos perfis de velocidade de escoamento de saída, mostrou boa correlação entre os dois métodos de cálculo. A simulação *black oil* mostrou levar mais tempo para atingir o regime permanente de fluxo devido à perda de carga no sistema cárstico, que atrasa a onda de pressão, e inexistente no modelo de Brinkman. Além disso, na malha do sistema cárstico com *vugs* segregados, a onda de pressão se propaga mais lentamente que nas duas outras malhas, entre as quais a de maior complexidade de sistema cárstico conectado apresenta menor velocidade de propagação da pressão. Isso mostra que não só o volume poroso dos carstes influencia na velocidade de escoamento no reservatório, como também a complexidade de configuração dos mesmos. O mesmo pôde ser verificado através de uma análise de sensibilidade da macroporosidade entre as camadas Arapuá 17 e 24 na seção 5.7.

Uma condição de razão k_f/k_m igual a 5000 foi escolhida para analisar a possibilidade de representação da resposta de um modelo heterogêneo, ou seja, com sistema cárstico mapeado na malha, por meio de um modelo homogêneo de duplo contínuo. Diversos estudos de ajuste de respostas de referência (no caso a resposta do modelo original) foram realizados utilizando como variáveis de ajuste a permeabilidade de fratura e o fator de forma. Concluiu-se que a representação da malha de fraturas de forma heterogênea, com regiões com e sem carste, melhora os resultados de ajuste, com exceção dos casos em que os *vugs* são menos representativos volumetricamente e mais espaçados.

Verificada a possibilidade de representação via modelos de duplo contínuo, testes com malhas de duplo contínuo mais grosseiras, de escala 5 e 10 vezes maior, mostraram que, para os reservatórios em questão, é possível a utilização de malhas menos discretizadas com tempo de simulação menor sem perda de qualidade no resultado. Exceção a essa afirmação foi o caso com *vugs* de menor volume total e segregados, que apresentou salto na variação para o cenário referência com o aumento para a escala 10 vezes maior.

Concluiu-se, também, que a permeabilidade de fratura foi dominante nos ajustes com relação ao fator de forma. Resultados de mesmo patamar de variação ao caso referência foram obtidos com simulações em que se variou o fator de forma e em casos em que ele foi mantido fixo, tanto no valor inicial de referência quanto no valor obtido anteriormente no melhor ajuste para o estudo análogo. Sendo assim, a representação do sistema cárstico em modelo de duplo contínuo pode ser feito através da calibração da permeabilidade do *grid* de fratura para reprodução da resposta de um modelo de referência.

6.1

Trabalhos futuros

Nas simulações numéricas *black oil* utilizando o modelo de contínuo único do Lajedo Arapuá, optou-se por não incorporar o modelo de fraturas. A verificação do impacto dessa incorporação e a avaliação de como adicionar este efeito em um modelo de Brinkman possivelmente trarão conclusões úteis para a descrição do escoamento em meios porosos com fraturas e carstes.

Neste trabalho, a escala real da formação em questão foi reduzida em 100 vezes. A transferência de escala, realizando as mesmas simulações na escala real, é um trabalho futuro de interesse para validação dos resultados obtidos. Um passo mais adiante será avaliar como incorporar as conclusões retiradas do modelo de Brinkman em simulações em escala de campo, de quilômetros de extensão.

Como se concluiu que existe uma faixa de validade da relação k_f/k_m na qual os modelos de Brinkman e *black oil* apresentam resultados semelhantes, a evolução dessa análise seria ampliar os cenários de reservatórios com sistemas cársticos avaliados e amostrar mais valores de k_f/k_m entre os utilizados nesse trabalho para tentar identificar com maior precisão essa faixa de validade.

Outra análise importante é a expansão do trabalho a um modelo multifásico, que permitiria observar a interação entre fluidos, como água e óleo, ou água, óleo e gás. Além disso, o acréscimo da dimensão vertical no problema, utilizando uma abordagem 3D, possivelmente enriqueceria ainda mais o estudo e a comparação entre os métodos e com dados experimentais.

Por fim, uma futura análise do impacto da incorporação de efeitos não-Darcy na solução *black oil* nos resultados e no desempenho da simulação será de extrema relevância.

Referências bibliográficas

- ANP. Boletim da produção de petróleo e gás natural, dezembro de 2021 - Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. <https://www.gov.br/anp/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/boletins-anp/bmp/2021/2021-12-boletim.pdf>, 2022. Acesso em: Março de 2022.
- AHR, W. M.. *Geology of Carbonate Reservoirs*, chapter 2. Carbonate reservoir rock properties, p. 13–54. John Wiley and Sons, 2008.
- ARBOGAST, T.; LEHR, H.. Homogenization of a Darcy-Stokes system modeling vuggy porous media. *Computational Geosciences*, 10:291–302, 09 2006.
- ARNOLD, D. N.; LOGG, A.. Periodic table of the finite elements. *SIAM News*, 47(9):212, 2014.
- AURIAULT, J.-L.. On the domain of validity of brinkman's equation. *Transport in porous media*, 79 (2):215–223, 2009.
- BALHOFF, M.. *Introduction to reservoir simulation*. The University of Texas at Austin, 2016.
- BARENBLATT, G. I.; ZHELTOV, I. P. ; KOCHINA, I.. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks [strata]. *Journal of applied mathematics and mechanics*, 24(5):1286–1303, 1960.
- BEAVERS, G. S.; JOSEPH, D. D.. Boundary conditions at a naturally permeable wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 30(1):197–207, 1967.
- BRINKMAN, H. C.. A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles. *Applied Scientific Research*, 1(1):27–34, 1949a.
- BRINKMAN, H. C.. On the permeability of media consisting of closely packed porous particles. *Flow, Turbulence and Combustion*, 1(1):81, 1949b.
- BRITANNICA. Karst. <https://www.britannica.com/science/karst-geology>, 2016. Acesso em: Julho de 2021.

- BUCKLEY, S. E.; LEVERETT, M. C.. **Mechanism of fluid displacement in sands**. AIME Petroleum Technology, 249:107–116, 1941.
- CMG. **CMOST-AI User Guide: Intelligent optimization and analysis tool**, 2020.
- CMG. **Computer Modelling Group LTD**. <https://www.cmg.ca/>, 2021. Acesso em: Abril de 2021.
- CARVALHO, M. S.; VALÉRIO, J. V.. **Introdução ao método de elementos finitos: aplicação em dinâmica dos fluidos**. Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, São Carlos - SP, Brasil, 2012.
- CAVALCANTE FILHO, J. S. D. A.. **Mobility control of gas injection in highly heterogeneous and naturally fractured reservoirs**. Tese de doutorado em filosofia, University of Texas at Austin, Austin, Texas, 2016.
- COATS, K. H.. **Implicit compositional simulation of single-porosity and dual-porosity reservoirs**. volumen All Days de SPE Reservoir Simulation Conference, 02 1989. SPE-18427-MS.
- CURRIE, I. G.. **Fundamental Mechanics of Fluids**. Marcel Dekker, Inc., New York, 3rd edition, 2003.
- DALI, M. F.. **Flow in porous media with macropores using Brinkman's model**. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.
- DONEA, J.; HUERTA, A.. **Finite element methods for flow problems**. John Wiley and Sons, Ltd., 2003.
- FENICS. **Solving a PDE in FEniCS**. <https://fenicsproject.org/>, 2021. Acesso em: Março de 2021.
- FINKBEINER, T.; BERTOTTI, G. ; GEIGER, S.. **Introduction to the thematic collection: Naturally fractured reservoirs**. Petroleum Geoscience, 25(4):351–353, 2019.
- GILMAN, J. R.. **Practical aspects of simulation of fractured reservoirs**. In: INTERNATIONAL FORUM ON RESERVOIR SIMULATION, BUHL, BADEN-BADEN, GERMANY, p. 23–27, 2003.
- GILMAN, J. R.; KAZEMI, H.. **Improvements in simulation of naturally fractured reservoirs**. Society of Petroleum Engineers Journal, 23(4):695–707, 1983.

- GULBRANSEN, A.; HAUGE, V. ; LIE, K.-A.. **A multiscale mixed finite element method for vuggy and naturally fractured reservoirs.** volumen 2, Fevereiro 2009.
- HALLACK, D. M. C.. **Implementação de simulador bifásico baseado na equação de Brinkman para reservatórios carstificados.** Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- HAMON, Y.; BARBIER, M.; DESCHAMPS, R.; DOLIGEZ, B.; JOSEPH, P.; ROHAIS, S.; SCHMITZ, J. ; CALLOT, J.-P.. **Application of outcrop analogues in carbonate reservoir characterization and modeling: Multiscale and multidisciplinary approaches.** 02 2015.
- HE, J.; KILLOUGH, J. E.; FADLELMULA, M. ; FRAIM, M.. **A unified finite difference model for the simulation of transient flow in naturally fractured carbonate karst reservoirs.** In: SPE Reservoir Simulation Symposium, Fevereiro 2015. SPE-173262-MS.
- HUBBERT, M. K.. **Darcy's law and the field equations of the flow of underground fluids.** Transactions of the AIME, 207(01):222–239, 12 1956.
- IBP. **Maiores produtores mundiais de petróleo em 2020 - Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás.** <https://www.ibp.org.br/observatorio-do-setor/snapshots/maiores-produtores-mundiais-de-petroleo-em-2020/>, 2021. Acesso em: Janeiro de 2021.
- KAZEMI, H.; GILMAN, J. R.. **Flow and contaminant transport in fractured rock.** chapter 6. Multiphase flow in fractured petroleum reservoirs, p. 267–323. Academic Press, 1993.
- KAZEMI, H.; MERRIL, L. S.; PORTERFIELD, K. L. ; ZEMAN, P. R.. **Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs.** Society of Petroleum Engineers Journal, 16:317–326, 1976.
- LANGTANGEN, H. P.; LOGG, A.. **Solving PDEs in Python: The FEniCS tutorial I.** Springer Open, Gewerbestrasse 11, 6330 Cham, Switzerland, 3 edition, 2016.
- LIM, K. T.; AZIZ, K.. **Matrix-fracture transfer shape factors for dual-porosity simulators.** Journal of Petroleum Science and Engineering, 13(3-4):169–178, 1995.

- LOGG, A.; WELLS, G. N.. **DOLFIN: Automated finite element computing**. ACM Transactions on Mathematical Software, p. 1–27, 2011.
- MACHADO, M. V.; QUADROS, F.; BRITO, D. ; MORAES, R.. **Investigation of modeling options for numerical simulation of fractured and karstified reservoirs**. Fourth Naturally Fractured Reservoir Workshop, Ras Al Khaimah - United Arab Emirates, 2020.
- ODA, M.. **Permeability tensor for discontinuous rock masses**. Geotechnique, 35(4):483–495, 1985.
- ODA, M.. **An equivalent continuum model for coupled stress and fluid flow analysis in jointed rock masses**. Water Resources Research, 22(13):1845–1856, 1986.
- PEACEMAN, D. W.. **Interpretation of well-block pressures in numerical reservoir simulation**. SPEJ, 18:183–194, 1978.
- PENG, X.; QI, Z.; LIANG, B. ; LIU, X.. **A new Darcy-Stokes flow model for cavity-fractured reservoir**. SPE Production and Operations Symposium, Proceedings, 03 2007.
- QUADROS, F. B.. **Modelagem geológica numérica do sistema cárstico do Lajedo Arapuá, Formação Jandaíra, Bacia Potiguar**. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- ROSA, A. J.; CARVALHO, R. D. S. ; XAVIER, J. A. D.. **Engenharia de Reservatórios de Petróleo**. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 2nd edition, 2006.
- SITHARAM, T. G.; SRIDEVI, J. ; SHIMIZU, N.. **Practical equivalent continuum characterization of jointed rock masses**. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 38(3):437–448, 2001.
- TERRA, G. J. S.; SPADINI, A. R.; FRANÇA, A. B.; SOMBRA, C. L.; ZAMBONATO, E. E.; JUSCHAKS, L. C. D. S.; ARIENTI, L. M.; ERTHAL, M. M.; BLAUTH, M.; FRANCO, M. P. ; ET AL. **Classificação de rochas carbonáticas aplicável às bacias sedimentares brasileiras**. Boletim de Geociências Petrobras, 18 (1):9–29, 2010.
- THOMAS, L. K.; DIXON, T. N. ; PIERSON, R. G.. **Fractured reservoir simulations**. Society of Petroleum Engineers Journal, 23(1):42–54, 1983.

- UEDA, Y.; MURATA, S.; WATANABE, Y. ; FUNATSU, K.. Investigation of the shape factor used in the dual-porosity reservoir simulator. In: SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, Setembro 1989. SPE-19469-MS.
- WARREN, J. E.; ROOT, P. J.. The behaviour of naturally fractured reservoirs. Society of Petroleum Engineers Journal, 3(03):245–255, 1963.
- YAO, J.; HUANG, Z.; LI, Y.; WANG, C. ; LV, X.. Discrete fracture-vug network model for modeling fluid flow in fractured vuggy porous media. Society of Petroleum Engineers - International Oil and Gas Conference and Exhibition in China 2010, IOGCEC, 1, 06 2010.
- ZERFASS, H.; CHEMALE JR., F.. Geologia estrutural em ambiente rúptil: fundamentos físicos, mecânica de fraturas e sistemas de falhas naturais. Terrae Didatica, 7 (2):61–80, 2011.

A

Gráficos dos melhores resultados dos estudos em modelos de duplo contínuo

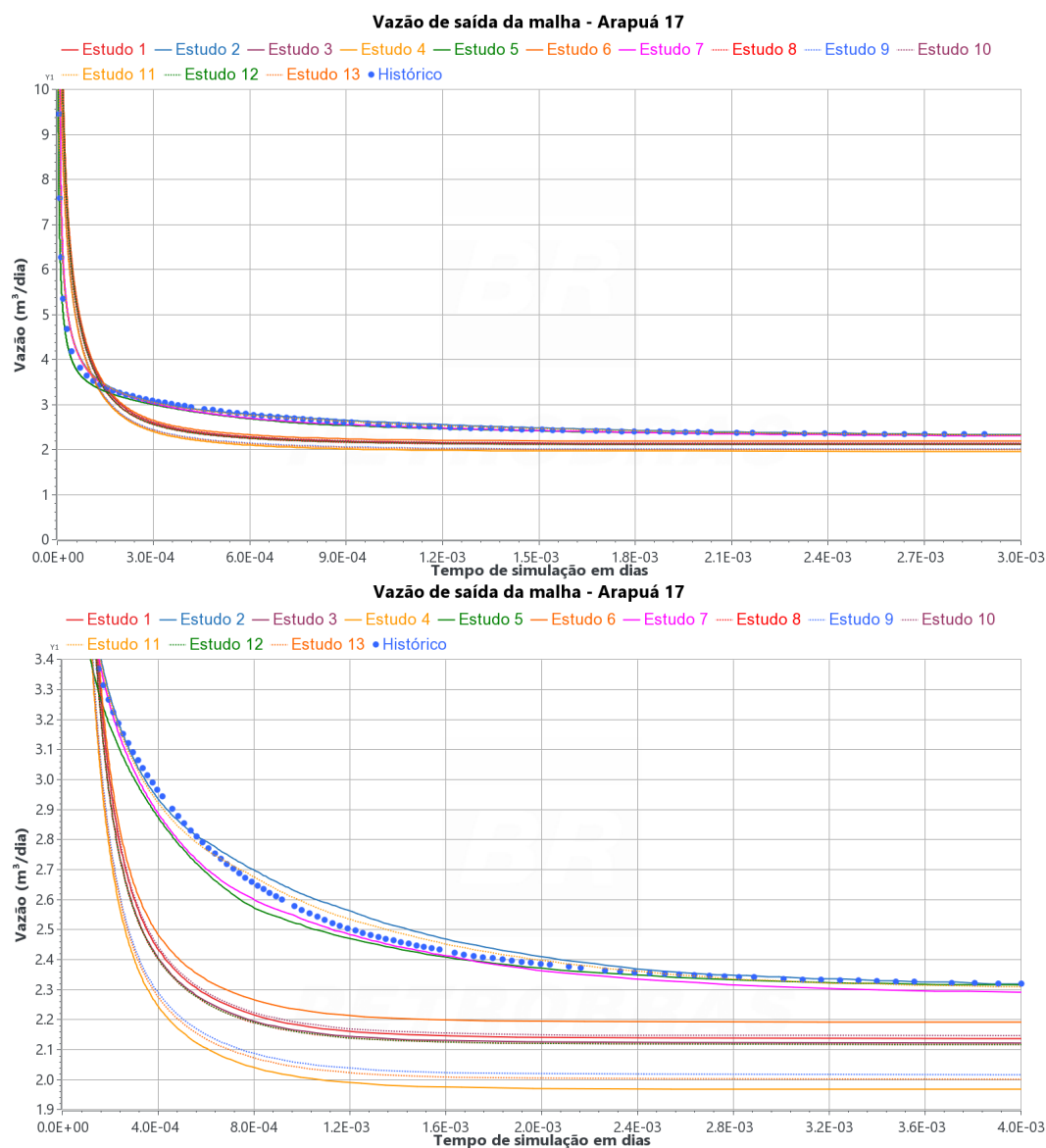


Figura A.1: Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha produtora de Arapuá 17 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).

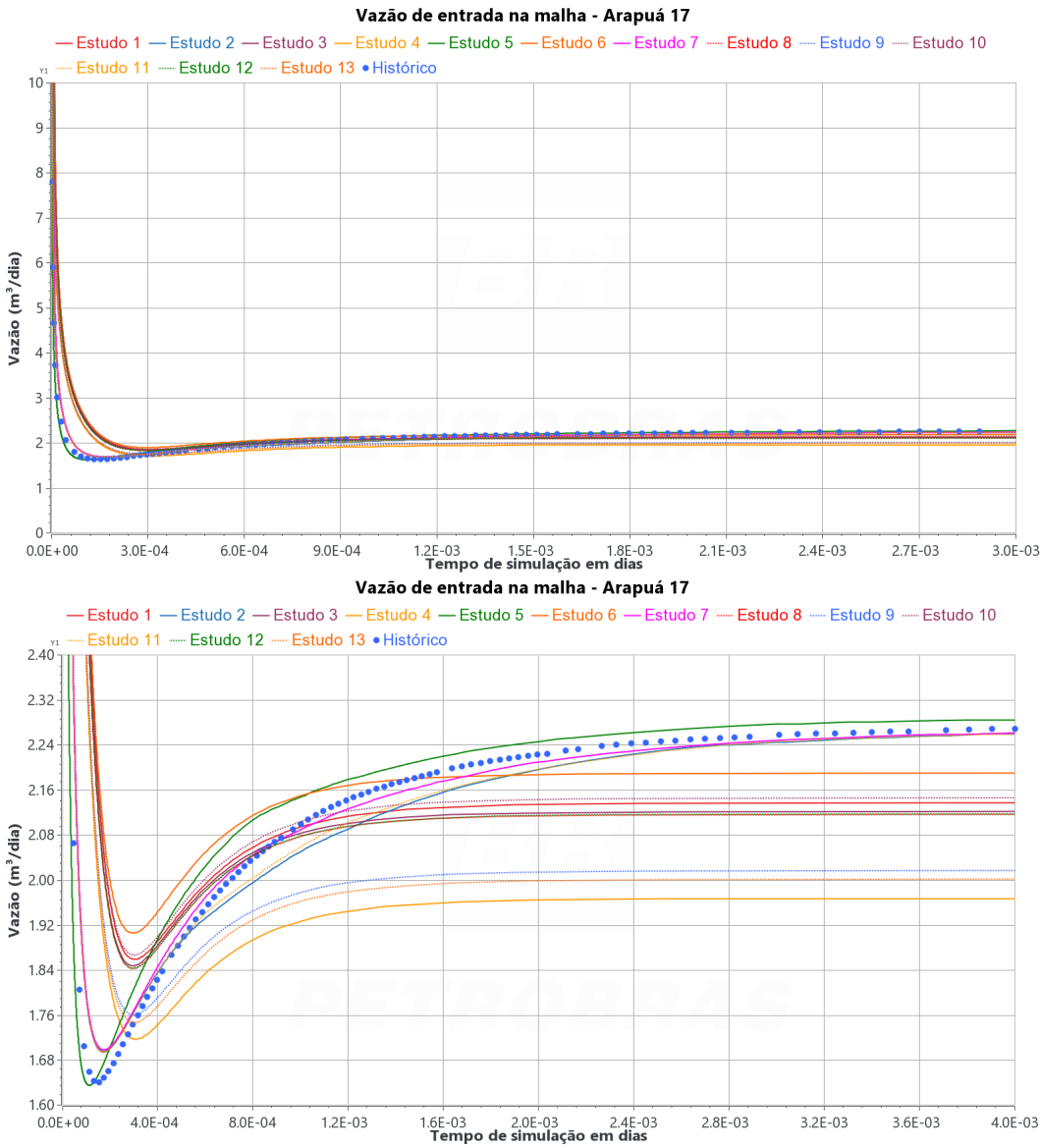


Figura A.2: Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha injetora de Arapuá 17 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).

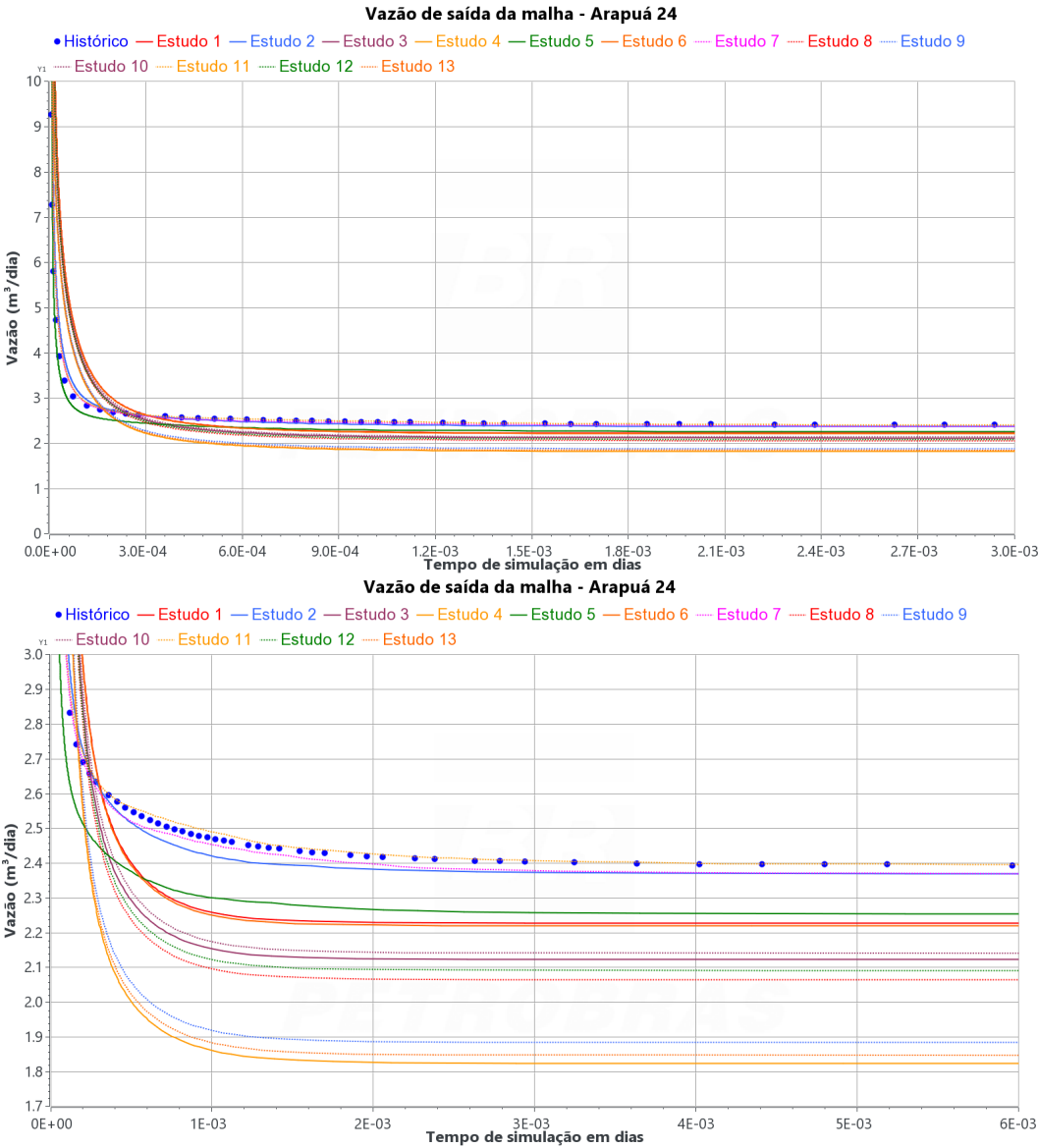


Figura A.3: Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha produtora de Arapuá 24 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).

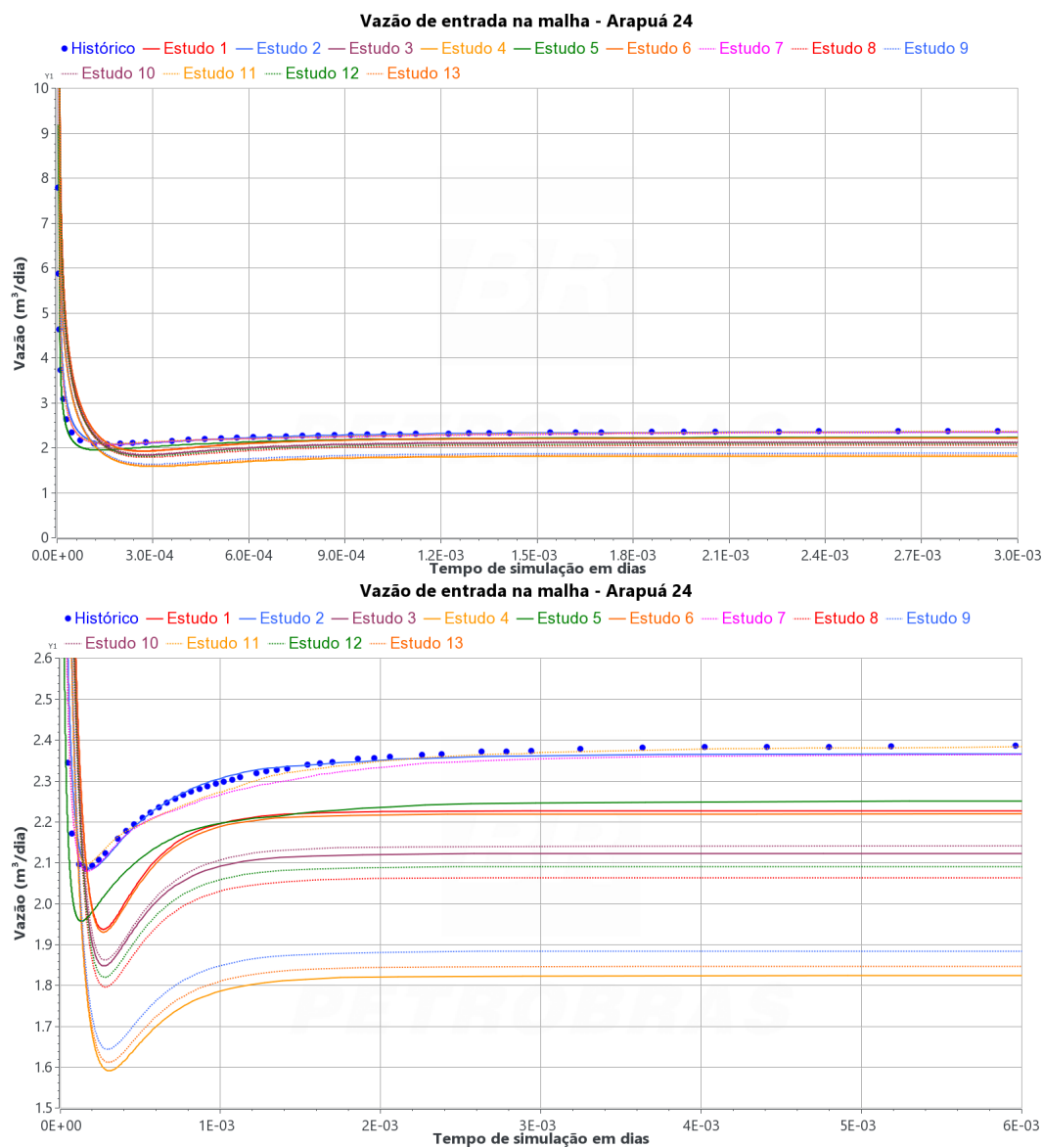


Figura A.4: Melhores ajustes dos estudos gerados para a vazão em m^3/d da linha injetora de Arapuá 24 (escala mais aberta no gráfico superior e em mais detalhe no inferior).

B

Código Python do modelo de Brinkman

```
from __future__ import print_function
2 import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
4 from fenics import *
from mshr import *

6
# Definicao das variaveis para a simulacao
8 zero = Constant(0.0)
zeros = Constant((0.0,0.0))
10 Ttot = 86400      # tempo de simulacao (1 dia) em segundos
num_steps = 144    # numero de passos de tempo
12 dt = Ttot / num_steps    # tamanho do passo de tempo
mu = 0.0006        # viscosidade do fluido [Pa.s] ou [kg/(m.s)]
14 rho = 1010       # densidade
phi = 0.40         # porosidade da matriz
16 k = 9.86923E-14   # permeabilidade da matriz [m2] (neste caso,
    ↪ igual a 100 mD)
beta_por = 3.3E-9   # compressibilidade total [1/Pa] (
    ↪ compressibilidade da matriz porosa = 3E-5 1/(kgf/cm2) /
    ↪ compressibilidade do fluido = 3E-4 1/(kgf/cm2))
18 beta_vug = 6.0E-9 # compressibilidade do carste [1/Pa]
qr = 0             # termo fonte ou sumidouro
20 Pin = 5.884E+7    # pressao na entrada [Pa] (600 kgf/cm2)
Pout = 2.942E+7     # pressao na entrada [Pa] (300 kgf/cm2)
22 Pinit = Constant(4.786E+7)    # pressao inicial no reservatorio [
    ↪ Pa] (488 kgf/cm2)

24 dir_name = "/diretorio_de_simulacao/"

26 # Definicao da malha de elementos finitos
mesh = Mesh(dir_name + "arapua_camada17.xml")    # malha de
    ↪ elementos finitos construida
28 boundaries = MeshFunction('size_t', mesh, dir_name + "
    ↪ arapua_camada17_facet_region.xml")    # regioes de
    ↪ fronteira
subdomains = MeshFunction('size_t', mesh, dir_name + "
    ↪ arapua_camada17_physical_region.xml")    # matriz porosa
30
# Definicao dos espacos de funcao
```

```

32 V = VectorElement('CG', mesh.ufl_cell(), 2)
   Q = FiniteElement('CG', mesh.ufl_cell(), 1)
34 Element = V*Q
   W = FunctionSpace(mesh, Element)
36
   # Definicao das condicoes de contorno (velocidade nula no eixo
   # ↪ vertical nas fronteiras)
38 bcu_inflow = DirichletBC(W.sub(0).sub(1), zero, boundaries, 1)
   bcu_wall_up = DirichletBC(W.sub(0).sub(1), zero, boundaries, 2)
40 bcu_outflow = DirichletBC(W.sub(0).sub(1), zero, boundaries, 3)
   bcu_wall_down = DirichletBC(W.sub(0).sub(1), zero, boundaries, 4)
42 bcu = [bcu_wall_down, bcu_wall_up, bcu_inflow, bcu_outflow]

44 # Definicao de medidas associadas com os dominios e fronteiras
   ds = Measure('ds', domain=mesh, subdomain_data=boundaries)
46 dx = Measure('dx', domain=mesh, subdomain_data=subdomains)

48 # Definicao das funcoes base e peso
   (u, p) = TrialFunctions(W)
50 (v, q) = TestFunctions(W)

52 # Definicao de expressoes utilizadas na formulacao variacional
   n = FacetNormal(mesh)
54 f = Constant((0, 0))

56 # Definicao da solucao
   U = Function(W, name="field")
58
   # Definicao das condicoes iniciais de pressao e velocidade de
   # ↪ escoamento na malha
60 e_u0 = interpolate(zeros, W.sub(0).collapse())
   e_p0 = interpolate(Pinit, W.sub(1).collapse())
62 assign(U, [e_u0, e_p0])
   (u0, p0) = U.split()
64

   # Formulacao variacional da conservacao de massa
66 F1 = ((phi*beta_por)/dt)*(p-p0)*q*dx(0) - qr*q*dx(0) \
       +(beta_vug/dt)*(p-p0)*q*dx(1) - qr*q*dx(1) \
68       + div(u)*q*dx(0) \
       + div(u)*q*dx(1)
70

   # Formulacao variacional de Stokes-Brinkman
72 F2 = mu*inner(grad(u), grad(v))*dx(1) + (mu/k)*inner(u, v)*dx(0) \
       + Pin*dot(v, n)*ds(1) + Pout*dot(v, n)*ds(3) \
74       - inner(f, v)*dx(1) - inner(f, v)*dx(0) \
       - div(v)*p*dx(1) - div(v)*p*dx(0)
76

```

```

a = lhs(F1+F2)
78 L = rhs(F1+F2)

80 # Criacao de arquivo para registro das solucoes
vtkfile_u = File('Resultados/velocity.pvd')
82 vtkfile_p = File('Resultados/pressure.pvd')
flowrate_file = open('Resultados/arapual7' + '_flow.txt', 'w')
84 flowrate_file.write("Time, Qin, Qout, VelDarcy_In, VelDarcy_Out,
    ↪ k_eq\n")

86 # Inicializacao
t = 0.0
88 vtkfile_u << u0, t
vtkfile_p << p0, t
90

# Primeiro passo de tempo
92 t = 600 # segundos = 10 minutos

94 i = 0
while t < Ttot:
96     if i <= num_steps:
        i += 1
98
        A = assemble(a)
100     b = assemble(L)
        [bc.apply(A, b) for bc in bcu]
102     solve(A, U.vector(), b)
        (u0, p0) = U.split()
104
        vtkfile_u << u0, t
106     vtkfile_p << p0, t

108 # Calculo da vazao de entrada e saida
form = -dot(n, u0)*ds(1)
110 inflow = assemble(form)
form = dot(n, u0)*ds(3)
112 outflow = assemble(form)

114 # Calculo da permeabilidade equivalente
dP = Pin - Pout
116 h = 2.06
l = 2.32
118 u_Darcy_In = inflow/h
u_Darcy_Out = outflow/h
120 k_eq = (outflow*mu*l)/(h*dP)

```

```
122     flowrate_file.write("%g,%2.10g,%2.10g,%2.10g,%2.10g,%2.10g\n" %  
    ↪      (t,inflow,outflow,u_Darcy_In,u_Darcy_Out,k_eq)  
  
124     t +=dt
```